

Rolf BIEHLER, Ana KUZLE, Wilfried DUTKOWSKI, Hans-Jürgen  
ELSCHENBROICH, Gaby HEINTZ

## **GeKoDyn: Eine Fortbildungsreihe zur dynamischen und kompetenzorientierten Sicht auf die euklidische Geometrie**

Die Fortbildungsreihe „Dynamische und kompetenzorientierte Sicht auf die euklidische Geometrie“ (GeKoDyn) wurde im Rahmen des Deutschen Zentrums für Lehrerbildung Mathematik (DZLM) entwickelt und wird ab März 2014 für insgesamt fast 100 angemeldete Lehrkräfte durchgeführt.

### **1. Konzept der Fortbildungsreihe „GeKoDyn“**

Die Fortbildungsreihe orientiert sich an den Inhalten der Nordrhein-westfälischen Kernlehrpläne für Haupt-, Real-, Gesamtschule und Gymnasium zu den folgenden Themen: (1) Geometrie: ebene und räumliche Strukturen nach Maß und Form erfassen, (2) Werkzeuge: Medien und Werkzeuge verwenden, (3) Problemlösen: Probleme erfassen, erkunden und lösen und (4) Argumentieren/ Kommunizieren: kommunizieren, präsentieren und argumentieren. Unser Ziel ist Vielfalt von angestrebten Dimensionen des Professionswissens zu erzeugen und zu vertiefen: fachliches Wissen und Kompetenz, fachdidaktisches Wissen, DGS-Werkzeugkompetenz und fachdidaktisches Wissen zum DGS-Einsatz (Koehler & Mishra, 2005).

Die erste Fortbildungsreihe startet exemplarisch an 3 Standorten in NRW und soll anschließend verbreitert werden. Sie basiert auf vier Modulen basiert, die bereits in verschiedenen Schulen der Sekundarstufe I erprobt worden sind. Darin werden die Lehrkräfte schrittweise in fachinhaltlichem und fachdidaktischem Geometrie-Wissen fortgebildet. Distanzphasen zwischen den Fortbildungsterminen schaffen gezielte Möglichkeiten zur Erprobung im eigenen Geometrieunterricht. Mit anderen Worten: die Veranstaltungen verbinden mehrere theorie- und praxisbezogene Arbeitseinheiten und orientieren sich dabei inhaltlich und methodisch an Gestaltungsprinzipien prozessorientierter Lernarrangements und wie diese im Geometrieunterricht praktisch umgesetzt werden können. Mit Blick auf die gewünschte Nachhaltigkeit der Fortbildung bieten wir den Lehrkräften weitere Unterstützung, additive und vertiefende Module an, z. B. ein Modul zur vertieften Handhabung von GeoGebra.

Hinsichtlich einer zusätzlichen Qualifikation als Moderatorinnen und Moderatoren bieten wir ein weiteres Modul M: „Geometrie in der Sekundarstufe I - Fortbildungen gestalten und durchführen“ an.

Die vier Hauptbestandteile der Qualifizierung werden nun vorgestellt.

In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 181–184).  
Münster: WTM-Verlag

## **2. Inhaltliches Konzept der Fortbildungsreihe „GeKoDyn“**

### **Modul A: Geometrie dynamisch lehren und lernen**

Zunächst erhalten die Teilnehmer einen Überblick und einen didaktischen Rahmen zu digitalen Werkzeugen sowie zu inhaltlichen und prozessorientierten Kompetenzen des Geometrieunterrichts. Das Modul bietet einen möglichst niederschweligen Einstieg in die Nutzung von GeoGebra in Form dynamischer Arbeitsblätter. Dabei steht eine dynamische Visualisierung durch Zugmodus und Spur/ Ortslinie im Vordergrund (Elschenbroich 2001; Elschenbroich & Seebach, 2012-2014) und typische Sätze der Geometrie (Satz des Thales, Innenwinkelsumme) werden als Invarianzen entdeckt. Die Arbeitsblätter sollen den Lehrkräften Gelegenheit geben, die Arbeit mit dynamischer Geometrie-Software zunächst aus der Schülerperspektive zu erleben. Wir verwenden Beispiele mit Themen aus dem Pflichtbereich, die wir durch Exkurse vertiefen. Insgesamt lernen die Teilnehmer über 30 dynamische Aufgabenblätter zu den Themen: (1) Winkel am Dreieck, (2) besondere Punkte und Linien im Dreieck, (3) Flächeninhalte von Dreiecken und Vierecken und (4) Ähnlichkeit/ Zentrische Streckung/ Strahlensätze, kennen und sie erhalten Gelegenheit, sich über ihre Erfahrungen bei der Bearbeitung auszutauschen.

### **Modul B: Handlungsorientierter Geometrieunterricht – mit und ohne digitale Werkzeuge**

Das zweite Modul baut inhaltlich auf dem Modul A auf und vertieft das fachdidaktische Wissen zu GeoGebra unter der Perspektive der Handlungsorientierung und des kooperativen Lernens. Zur Aktivierung und Sicherung von Basiswissen werden Warm-Ups auf dem Schulhof erprobt. So können beispielsweise Winkelmaße gestellt, Mittelsenkrechte und Umkreis mit Kreide und Schnur konstruiert und Eigenschaften von Parabeln im eigenen Tun selbst erfahren werden. Puzzle-Beweise, z.B. das Addieren von gleich großen Quadraten mit dem Ziel ein anderes größeres Quadrat zu erhalten, ermöglichen einen handlungsorientierten und haptischen Zugang im Unterricht zum Satz des Pythagoras. Variiert man die Ausgangsbedingungen der Aufgabenstellung so, dass man nicht gleich große Quadrate addieren möchte, gibt eine DGS durch die gezielte Nutzung von Zugmodus und Messwerkzeuge den Lernenden Lösungsideen auf. Der Mehrwert des digitalen Werkzeuges wird an dieser Stelle offensichtlich. Fachdidaktisch stehen im Modul B die Phasen des Lernens und Lehrens im Fokus: Erkunden und Beweisen, Kooperieren (Heintz, 2011), Üben und Vertiefen (Heintz, 2013), Leistung überprüfen und bewerten auch beim Einsatz von digitalen Werkzeugen. Die Unterrichtsbeispiele aus Modul A zum Einsatz von DGS werden nun mit händischen und handlungsorientierten Zugängen verbunden

und für die Teilnehmer dadurch realisiert, dass sie während der Fortbildung im ersten Schritt aus Schülerperspektive kooperative Unterrichtsmethoden und Verfahren erproben, um sie dann im zweiten Schritt aus Lehrersicht reflektieren und für ihre Unterrichtspraxis adaptieren zu können.

### **Modul C: Ich hab's: Geometrie prozessorientiert unterrichten**

Im dritten Modul werden die Themen aus dem ersten zwei Modulen weiterentwickelt und vertieft: das Wissen zum Problemlösen und Entdecken, Argumentieren und Beweisen im Geometrieunterricht der Sekundarstufe I (Kuzle, 2011). Ziel ist, deutlich zu machen, wie diese Kompetenzen langfristig in einen innovativen Geometrieunterricht unterstützt und ausgebildet werden können. In dem ersten Teil werden insbesondere Bedeutung und Ziele des Problemlösens im Geometrieunterricht thematisiert und wie die Problemlösefähigkeiten anhand schulformangemessener Beispiele (z.B. Satz von Varignon, Gamows versteckter Schatz), die mit und ohne digitale Werkzeuge lösbar sind, insbesondere auch für die nicht-gymnasialen Schulformen erworben werden können. Ziel des Moduls ist es, bei den Teilnehmern das konzeptionelle Verständnis zu vertiefen und eine kontinuierliche Weiterentwicklung des eigenen Geometrieunterrichts hin zu einem stärkeren prozessorientierten Unterricht zu initiieren, zu fördern und zu unterstützen.

In zweiten Teil wird das Thema „Entdecken, Argumentieren und Beweisen im Geometrieunterricht der Sekundarstufe I“ thematisiert. Einerseits ist das Beweisen eine typische mathematische Tätigkeit, die insbesondere im Geometrieunterricht eine wichtige Rolle spielen sollte. Jedoch können die in der Fachwissenschaft praktizierten Vorgehensweisen nicht direkt auf den Unterricht übertragen werden. Vielmehr kann das Beweisen als Element in einen explorativen und entdeckenden Unterricht mit vielen Aktivitäten eingebettet werden. Die Lehrkräfte lernen, wie sie eine Beweiskultur durch die Reihenfolge „Handeln-Beschreiben-Vermuten-Beweisen“ in deren GU anhand von angemessenen Beispielen mit Hilfe von digitalen Werkzeugen ausbilden können. Anschließend werden wir gemeinsam Chancen und Grenzen den digitalen Werkzeugen als Problemlöse-Werkzeuge hinsichtlich des Beweisens im Geometrieunterricht reflektieren und diskutieren.

### **Modul D: Brücken bauen - Algebra, Geometrie und Funktionen**

Geometrische Problemstellungen verfügen über einen hohen Beziehungsreichtum, insbesondere zu Algebra, Arithmetik und zu Funktionen. Oft bleiben diese Gebiete aber inselhaft und es kommt nicht zum Brückenschlag. Dabei kann man sowohl das Distributivgesetz als auch die Binomischen Formeln geometrisch interpretieren und visualisieren, den Satz des

Pythagoras geometrisch und algebraisch verstehen, geometrisch Wurzeln konstruieren und vieles mehr. Aus konstruierten Objekten können gemessene Werte in Punkte  $P(x;y)$  übertragen werden. Deren Variation ermöglicht es dann, Ortslinien zu erzeugen und somit als Funktionsgraphen zu interpretieren (Elschenbroich, 2011). Auf diese Weise können Schüler durch dynamische Visualisierungen in geeigneten Lernumgebungen ein dynamisches Verständnis von funktionalen Zusammenhängen aufbauen: von linearen Gleichungen/Gleichungssystemen, von quadratischen und kubischen Gleichungen und Funktionen. Weiter erhalten sie einen elementaren Zugang zu Optimierungsproblemen, die auf quadratischen Zusammenhängen basieren. Als besondere didaktische und methodische Ergänzungen können mittels Schieberegler ganzrationale Funktionen vom Grad 3, 4, 5 auf ihre Symmetrieeigenschaften untersucht werden, bzw. ganz elementar den Einfluss der Parameter in diesen Funktionen visualisiert werden.

### **Transfer in die Unterrichtspraxis**

Insbesondere ist angestrebt, die GeKoDyn-Fortbildungsmaterialien mit Lehrkräften zu erproben. Schließlich gewinnt der Unterricht dann an Qualität, wenn die erlernten Wissens Elemente von den Lehrkräften genutzt werden, um die Schüler angemessen zu fordern und zu fördern. In einer Teilevaluation soll speziell das „Problemlösen“ und „Problemlösen mit Medien“ in den Fokus genommen werden. Geplant ist eine Befragung aller Teilnehmenden und ihrer Lernenden zur Geometrieunterrichtspraxis vor und nach der Fortbildung sowie eine Beobachtung des Unterrichts.

### **Literatur**

- Elschenbroich, H.-J., & Seebach, G. (2012-2014). *Geometrie entdecken! Mit GeoGebra. Teil 1 – 3* [CD-ROM]. Rosenheim: co.Tec Verlag.
- Elschenbroich, H.-J. (2001). Visuelles Lehren und Lernen. In G. Kaiser (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2001* (S. 169–172). Hildesheim: Franzbecker.
- Elschenbroich, H.-J. (2011). Geometrie, Funktionen und dynamische Visualisierung. In T. Krohn et al. (Hrsg.), *Mathematik für alle, Wege zum Öffnen von Mathematik. Festschrift für Wilfried Herget* (S. 69–84). Hildesheim: Franzbecker.
- Heintz, G. (2011). Fördern mit Methode(n). *SEMINAR*, 4 (2011), 48–56.
- Heintz, G. (2013). Dreiecke kooperativ erschließen. *Praxis der Mathematik in der Schule*, 55 (49), 27–31.
- Koehler, M. J., & Mishra, P. (2005). What happens when teachers design educational technology? The development of technological pedagogical content knowledge. *Journal of Educational Computing Research*, 32(2), 131–152.
- Kuzle, A. (2011). *Preservice teachers' patterns of metacognitive behavior during mathematics problem solving in a dynamic geometry environment*. Doctoral Dissertation. University of Georgia–Athens, GA.