

Kristina PENAVA, Dortmund

„Zufall und Wahrscheinlichkeit – das sind doch so was wie Gegenteile“ - eine qualitative Studie zu Vorstellungen bei Grundschulkindern

Dieser Beitrag gibt Einblicke in ein Forschungsprojekt, das sich mit Begründungen von Grundschulkindern für das Eintreten zufälliger Ereignisse beschäftigt. Was meinen Lernende, wenn sie äußern: „Zufall und Wahrscheinlichkeit – das sind doch so was wie Gegenteile“? Zuerst einmal lassen sich dahinter folgende Gedanken vermuten: *Zufällig* sei etwas Unberechenbares oder etwas das selten vorkomme – *wahrscheinlich* dagegen sei etwas, mit dem mit hoher Sicherheit gerechnet werden könne. Offen bleibt die Frage, welche Vorstellungen sich tatsächlich dahinter verbergen.

Fachliche Perspektive: Zugänge zur Wahrscheinlichkeit

Wahrscheinlichkeit als Grad der Sicherheit, mit dem ein zufälliges Ereignis eintreten kann, lässt sich über verschiedene Zugänge modellieren. Klassisch wird Wahrscheinlichkeit (in Gleichverteilungssituationen) aufgrund theoretischer Überlegungen, über das Verhältnis günstiger zu möglichen Fällen, angenommen. Das frequentistische Modell nähert die Wahrscheinlichkeit als Schätzwert über die Stabilisierung relativer Häufigkeiten bei hoher Versuchszahl an. Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen, die nicht wiederholbar sind, lassen sich durch subjektivistische Zugänge modellieren (vgl. z.B. Eichler & Vogel 2009).

Auch unter exakt gleichen Bedingungen treten in Zufallsversuchen unterschiedliche Ergebnisse auf. Diese Variabilität ist bei wenigen Versuchswiederholungen besonders hoch, nimmt jedoch bei wachsender Versuchszahl ab. Gleichzeitig nähern sich die relativen Häufigkeiten der theoretischen Wahrscheinlichkeit an. Dieses Phänomen wird als empirisches Gesetz der großen Zahlen beschrieben. Dabei bleibt ein Teil der Variabilität ungeklärt (vgl. Eichler & Vogel 2009, S. 173).

Lernendenperspektive: Begründungszugänge zur Wahrscheinlichkeit

Studien, die Lernprozesse in den Blick nehmen, nähern sich dem Wahrscheinlichkeitsverständnis über verschiedene Begründungszugänge. Diese lassen sich in drei Kategorien unterteilen: theoretisch, empirisch und alternativ (vgl. Hawkins & Kapadia 1984; Wollring 1994; Schnell 2014). Weitere Verständnisvarianten, wie Vorstellungen zur stochastischen Abhängigkeit, animistische Vorstellungen (vgl. Wollring 1994) und Ursachenzuschreibungen durch persönliche Bedeutsamkeit eines Ereignisses, findet

In Institut für Mathematik und Informatik Heidelberg (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016* (S. x–y). Münster: WTM-Verlag

man zwar vor allem bei jüngeren Kindern, sind jedoch auch noch bei Erwachsenen zu beobachten (vgl. z.B. Tversky & Kahneman 1982).

Eine zentrale Grundlage für den Aufbau tragfähiger Vorstellungen ist die Beziehung zwischen relativen Häufigkeiten und theoretischen Wahrscheinlichkeiten (vgl. Schnell 2014, S.160). Weitere zentrale Faktoren für den Aufbau tragfähiger Vorstellungen werden hier als Forderungen an Lernumgebungen formuliert:

Tatsächliche Erfahrung: experimentelles Untersuchen zufälliger Vorgänge (vgl. z.B. Fischbein 1975, Wollring 1994, Schnell 2014)

Systematisieren: Frequentistische Lernumgebungen mit Artikulationsunterstützung (vgl. Hawkins & Kapadia 1984, Wollring 1994)

Stochastischen Kontext thematisieren: Beziehung zwischen Mustern und Variabilität über Vergleiche von kurzer und langer Sicht (vgl. Schnell 2014)

Forschungsinteresse und Untersuchungsdesign

In diesem Beitrag liegt der Fokus auf der Frage, wann die Lernenden welche der beschriebenen Begründungszugänge nutzen. Dazu wurden in einer Hauptstudie insgesamt 27 Kinder im Alter von 8–9 Jahren in je drei leitfadengestützten Trio-Interviews befragt. Neben einem Interviewleitfaden ist die Erkundungssituation: *Wer gewinnt?* Interviewgrundlage.

Erkundungssituation: Wer gewinnt?

Die Erkundungssituation soll hier kurz anhand der oben genannten Forderungen an Lernumgebungen vorgestellt werden:



Abb. 1 Spielplan, Ergebnisliste, Einzelspielliste, Punktediagramm

Tatsächliche Erfahrung wird ermöglicht durch eine Spielsituation, in der vier farbige Spielfiguren, angetrieben von einem unfairen Farbwürfel, auf einem Spielfeld (vgl. Abb. 1) um die Wette laufen. Die grüne Spielfigur ist mit drei Feldern im klaren Vorteil. Vor jedem Spiel müssen die Lernenden einen begründeten Tipp abgeben, wer gewinnen wird. Diese Tipps werden in einer Gewinnerliste protokolliert.

Systematisieren wird dadurch ermöglicht, dass die Kinder neben der Gewinnerliste, während des Spiels weitere Ergebnisprotokolle führen (vgl. Abb.1). Die Ergebnisliste dokumentiert als Urliste die Reihenfolge der Würfelausgänge. In der Einzelspielliste werden die Ergebnisse nach Farbe sortiert. Das Punktediagramm zeigt die kumulierten Häufigkeiten aller Spiele.

Stochastischen Kontext thematisieren wird ermöglicht durch (1) das Vergleichen der unterschiedlichen Protokollinstrumente, d.h. Unterschiede zwischen Einzelwurf und längere Sicht (kumulierte Häufigkeiten), und (2) das Vergleichen der Protokolle mit Säulendiagrammen zu je 6000 Würfeln.

Ergebnisse: Erste Einblicke in Begründungen von Lernenden

Für den Erstzugriff auf die Daten dienen die oben genannten Begründungszugänge als Kategoriensystem. Äußerungen, die den Vorteil von grün über die Farbverteilung bestimmen, wurden dem theoretischen Zugang und Äußerungen, die den Vorteil von grün über die Anzahl der Siege begründen, dem empirischen Zugang zugeordnet. Äußerungen zur Stochastischen Abhängigkeit, Animistische Vorstellungen und Ursachenzuschreibungen durch persönliche Bedeutsamkeit, wurden dem alternativen Zugang zugeordnet. Dabei wurden noch keine Bewertungen hinsichtlich der Tragfähigkeit der Aussagen vorgenommen.

Im Vergleich aller ersten (von drei) Interviews, fällt auf, dass die Gruppen sich in der Wahl der Begründungszugänge unterscheiden. Einige Trios wählen hauptsächlich den theoretischen Zugang, andere Trios begründen eher alternativ. Alle Lernenden nutzen die verschiedenen Begründungszugänge sehr variabel und wechseln zwischen den verschiedenen Zugängen hin und her. Es stellt sich die Frage, warum die Wahl der Begründungszugänge so variabel ist und welche Faktoren die Wahl beeinflussen.

Bei genauerer Betrachtung der einzelnen Interviews lassen sich Situationen finden, in denen die Lernenden bevorzugt einen Zugang wählen. Zu Beginn des Interviews, vor Entdeckung der Farbverteilung, begründen die Kinder vornehmlich alternativ.

- | | | |
|----|---|--|
| 94 | F | Etwas stimmt nicht. (<i>schaut sich den Würfel an</i>) Es gibt dreimal Grün. |
| 95 | A | Darf ich mal gucken? |
| 97 | F | Deswegen gewinnt immer Grün. Also ist das so, dass Grün immer gewinnt. |

Sobald die Lernenden die Farbverteilung entdeckt haben, ist über alle Interviews hinweg die erste Begründung dem theoretischen Zugang zuzuordnen.

- | | | |
|----|---|--|
| 42 | B | Weil- erstens, weil Grün am meisten ähm Farben hat |
|----|---|--|

- | | | |
|----|---|---|
| 45 | M | (...) weil Grün hat die meisten Gewinnchance. |
| 48 | M | Weil es einmal 3 Grün gibt und von den anderen Farbe nur einen. |
| 50 | M | Und dann ist glaube ich die Gewinnchance größer, dass Grün gewinnt. |

Bei mathematisch erwarteten Ereignissen (grün gewinnt/grün wird getippt) begründen die Lernenden ihre Entscheidung oder das Eintreten des Ereignisses eher theoretisch.

- | | | |
|----|----|--|
| 32 | IV | Gut, warum hat Gelb trotzdem Mal gewonnen? |
| 34 | D | Weil wir, wir haben Hoffnung dafür. Wir haben dafür wirklich Hoffnung. |
| 36 | D | Und weil wir hier in Dortmund leben und das ist halt (<i>schlägt sich auf die Brust</i>) |

Bei mathematisch unerwarteten Ereignissen (gelb gewinnt/gelb wird getippt) begründen die Kinder vornehmlich alternativ, oder nennen Glück als Begründung.

Fazit und Ausblick

Die Lernenden nutzen unterschiedliche Begründungszugänge abhängig von verschiedenen Situationen. Dabei spielt z.B. der letzte Gewinner eine entscheidende Rolle. Aber auch Aussagen anderer Kinder, der Spielstand oder Einzelergebnisse nehmen Einfluss auf die Wahl des Begründungszugangs. Unterschiede in der Wahl der Begründungszugänge zwischen Vorschau-perspektive (Prognose) und Rückschau-perspektive (eingetretenes Ereignis) herauszustellen, ist anknüpfender Untersuchungsschritt. Spannend sind insbesondere die Äußerungen der Lernenden, in denen sie mit *Glück* begründen. Welche Vorstellungen sich hinter diesem Begriff verbergen wird Gegenstand weiterer Analysen sein.

Literatur

- Eichler, A., Vogel, M. (2013). *Leitidee Daten und Zufall*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner.
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht: Reidel.
- Hawkins, A. S., Kapadia, R. (1984). Children's conceptions of probability—a psychological and pedagogical review. *Educational Studies in Mathematics*, 15(4), 349-377.
- Horvath, J., Lehrer, R. (1998). A model-based perspective on the development of children's understanding of chance and uncertainty. *Reflections on statistics: Agendas for learning, teaching, and assessment in K-12*, 121-148.
- Schnell, S. (2014). *Muster und Variabilität erkunden*. Wiesbaden: Springer.
- Tversky, A., Kahneman, D. (1974). Judgment under uncertainty: Heuristics and biases. *science*, 185(4157), 1124-1131.
- Wollring, B. (1994). *Qualitative empirische Untersuchungen zum Wahrscheinlichkeitsverständnis bei Vor- und Grundschulkindern*. Habilitation, Westfälische Wilhelms-Universität Münster.