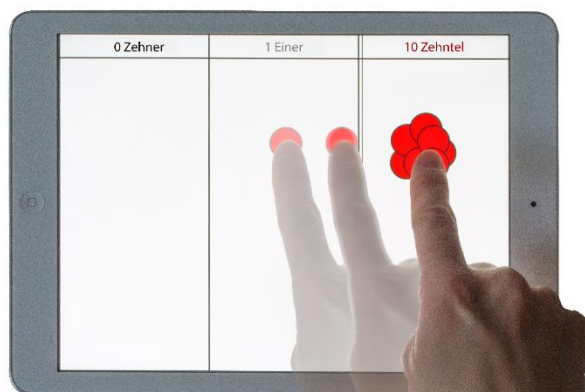


## **Indexikalität von Zeichen als Erklärungsansatz für epistemische Prozesse mit der digitalen Stellenwerttafel**

In der Erweiterung des dezimalen Stellenwertsystems von den natürlichen Zahlen zu den Dezimalbrüchen durch Fortsetzung des Bündelungsprinzips spielen die Transformationen des Bündelns und Entbündelns unter Beibehaltung des Zahlenwertes eine zentrale Rolle. Die digitale Stellenwerttafel auf dem iPad (Ladel & Kortenkamp, 2013; itunes-App: "Stellenwerttafel") ermöglicht das automatische Bündeln und Entbündeln eines Plättchens durch Verschieben dieses Plättchens zu einem anderen Stellenwert. Um zu verstehen, wie die tool-spezifischen Verschiebebewegungen zur Bildung des Dezimalbruchkonzepts beitragen, betrachten wir den Erkenntnisprozess eines Schülerpaares des sechsten Jahrgangs aus der Perspektive der Indexikalität von Zeichen. Dabei gehen wir davon aus, dass Konzeptbildung, z.B. des Dezimalbruchkonzepts, als kollektiver, kommunikativer Prozess zum Aufbau mathematischer Strukturen verstanden wird, der sich multimodal und embodied vollzieht (Krause, 2016).

### **Bündeln und Entbündeln durch Verschieben in der digitalen Stellenwerttafel**

In der digitalen Stellenwerttafel können die eingetippten Plättchen durch Verschieben nach links bzw. rechts automatisch in andere Stellenwerte gebündelt (wenn möglich) und entbündelt werden: Beim Verschieben eines Plättchens von den Einern zu den Zehnteln „explodiert“ das Plättchen aus der Einerspalte in zehn Plättchen der Zehntelspalte (siehe Abbildung). Beinhaltet die Zehntelspalte mindestens zehn Plättchen, können zehn Plättchen der Zehntelspalte durch Verschieben eines Plättchens zu einem Plättchen in der Einerspalte gebündelt werden (neun weitere Plättchen gleiten automatisch nach). Beinhaltet die Zehntelspalte weniger als zehn Plättchen, gleitet das verschobene Plättchen automatisch an seinen Ursprungsort zurück. Die digitale Stellenwerttafel ermöglicht somit das Bündeln und Entbündeln gemäß der mathematischen Struktur unter Werterhalt und unterscheidet sich dadurch grundlegend von traditionellen Stellenwerttafeln und ihren Anwendungen.



## **Praktisch-funktionales, operativ-intentionales und strukturell-konzeptbildendes Verschieben**

In den videoaufgezeichneten Designexperimenten des ersten untersuchten Schülerpaares des sechsten Jahrgangs wurde ein Wechsel in den Aktivitäten der Lernenden von konkreten Verschiebehandlungen direkt in der digitalen Stellenwerttafel zu Verschiebegesten rekonstruiert.

Die Verknüpfung der Analyse der Ebenen, auf denen das Verschieben stattfindet (basierend auf den „referential levels of gestures“ beschrieben von Krause (2016)), mit der Analyse der epistemischen Handlungen, die den epistemischen Prozess ausmachen (nach dem SVSt-Modell von Bikner-Ahsbabs, 2005), und der dahinterstehenden Intention beim Verschieben ermöglicht die Unterscheidung drei verschiedener Modi des Verschiebens (Behrens & Bikner-Ahsbabs, 2016):

- Praktisch-funktionales Verschieben äußert sich im konkreten Verschieben von Plättchen in der digitalen Stellenwerttafel, wenn Lernende das Verschieben bspw. in Phasen des Sammelns nutzen, ohne die Reaktion der Stellenwerttafel auf das Verschieben vorhersagen zu können.
- Operativ-intentionales Verschieben kann beobachtet werden, wenn Lernende die Transformationen des Bündelns oder Entbündelns als Verschieben mit einem bestimmten Ziel ausführen. Diese Form des Verschiebens kann sowohl als Verschiebebehandlung in der digitalen Stellenwerttafel als auch als auf die Stellenwerttafel verweisende Verschiebegeste sichtbar werden und in Phasen des Sammelns und Verknüpfens auftreten.
- Strukturell-konzeptbildendes Verschieben zeigt sich in einer Verschiebegeste ohne direkten Verweis auf eine konkrete Repräsentation. Deutlich wird diese Art des Verschiebens aber sprachlich, ausgeführt wird es als freie Geste.

Mit diesen drei Modi des Verschiebens können wir die epistemische Rolle von Verschiebehandlungen und –gesten im epistemischen Prozess beschreiben. Um aber auch verstehen zu können, wie diese drei Formen des Verschiebens den Erkenntnisprozess unterstützen, betrachten wir diesen aus der theoretischen Perspektive der Indexikalität von Zeichen und adressieren damit folgende Forschungsfrage:

*Wie tragen auf der digitalen Stellenwerttafel basierende Handlungen und Gesten des Verschiebens zum Aufbau der Dezimalbruchstruktur aus der Perspektive der Indexikalität von Zeichen bei?*

## **Theoretischer Rahmen: Indexikalität von Zeichen**

Ein Token wird nach Peirce erst dann zum Zeichen, wenn es in eine triadische Relation bestehend aus Zeichen, Interpretant und Objekt eingebunden ist, und zwar derart, dass ein Interpretant realisiert wird, durch den das Zeichen als Bezeichnendes für eine bestimmte Sichtweise zum Objekt steht. Steht das Zeichen mit dem Bezeichneten (Objekt) in einer direkten physisch hinweisenden Beziehung, spricht man bei dem Zeichen von einem Index (Peirce, [1894] 1998, S. 5; zitiert nach Sinclair & de Freitas, 2014, S. 355).

Sinclair und de Freitas (2014) betonen, dass auch die Handlung, die zu einem Zeichen geführt hat, im Konzept des indexikalen Zeichens enthalten ist (S. 356). Unter dieser Annahme gehen wir außerdem davon aus, dass jede Handlung des Hervorbringens eines Zeichens ein indexikales Zeichen ist, das sich auf das Zeichen selbst bezieht, und umgekehrt jedes Zeichen indexikal auf den eigenen Entstehungsprozess zurückverweist. Für eine Handlung in der digitalen Stellenwerttafel auf dem iPad bedeutet dies, dass sie Spuren (z.B. eine neue Anordnung der Plättchen in der Stellenwerttafel) hinterlässt, die wie auch eine handlungsnachahmende Geste, auf die ursprüngliche Handlung und das dadurch entstandene Zeichen zurückverweist. Wir wollen in unserem Beitrag zeigen, dass diese Perspektive hilfreich ist, Prozesse der Konzeptbildung tiefer zu verstehen. Zu diesem Zweck nutzen wir sie zur Analyse der oben beschriebenen Modi des Verschiebens in Bezug darauf, wie diese als indexikales Zeichen fungieren. Unser Ziel ist zu erklären, wie die beobachteten Bewegungen des Verschiebens zur Bildung der Dezimalbruchstruktur beitragen können.

### **Indexikale Verweise reichern Verschiebegesten mit Bedeutung an**

Die Analyse der Modi des Verschiebens aus der theoretischen Perspektive der Indexikalität ermöglicht nun den Zusammenhang der Verschiebemodi als aufeinander aufbauend und ineinander verschachtelt zu erklären:

Im praktisch-funktionalen Verschieben ist das Verschieben die Handlung, die zum Bündeln oder Entbündeln in der digitalen Stellenwerttafel führt. Sie verweist somit indexikal auf das (Ent-)Bündeln. Gleichzeitig verweist jedoch auch das Ergebnis einer (Ent-)Bündelung als Darstellung in der digitalen Stellenwerttafel indexikal auf die Bewegung des Verschiebens.

Beim operativ-intentionalen Verschieben verweisen die den Verschiebehandlungen bewegungsähnlichen Verschiebegesten indexikal zurück auf konkrete durch das Verschieben gemachte Erfahrungen in der Stellenwerttafel und ermöglichen dadurch das Vorhersehen der Reaktion der Stellenwerttafel bei potentiellen Verschiebungen bzw. (Ent-)Bündelungen zwischen konkreten Stellenwerten.

Darauf aufbauend verweist das strukturell-konzeptbildende Verschieben in Form handlungsnachahmender Verschiebegesten ohne direkte Referenz auf den Zusammenhang konkreter Stellenwerte indexikal auf vorherige Verschiebehandlungen sowie auf die Resultate, die dieses Verschieben hervor- gebracht hat. In der allgemeinen Beschreibung des Bündelungsprinzips in der Stellenwerttafel verweist diese Verschiebegeste auf die dazugehörige das Bündeln initiiierende Handlung und somit auf die konkreten Verschiebeer- fahrungen nach links, die zuvor gemacht wurden und die Verschiebegeste als Zeichen mit Bedeutung angereichert haben.

Somit erklärt die Interpretation von tool-basierten Handlungen und Gesten vor dem Hintergrund ihrer Indexikalität, dass wiederholtes Ausführen epis- temischer Handlungen und Gesten diese mit Bedeutungen anreichert, z.B. beim Aufbau des Prinzips des Bündelns und Entbündelns im dezimalen Stel- lenwertsystem durch Verschiebehandlungen und –gesten. So ist Bündeln und Entbündeln einerseits mit den konkreten Verschiebehandlungen verbun- den und zugleich werden diese zu einer das Dezimalbruchkonzept bestim- menden Struktur.

## Literatur

- Behrens, D. & Bikner-Ahsbahs, A. (2016). The dragging gesture – from acting to con- ceptualizing. In C. Scíkos, A. Rausch & J. Sztányi (Hrsg.), *Proceedings of the 40th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, 67–74). Szeged, Ungarn: PME.
- Bikner-Ahsbahs, A. (2005). *Mathematikinteresse zwischen Subjekt und Situation*. Hildes- heim, Berlin: Franzbecker.
- Krause, C. M. (2016). *The mathematics in our hands: How gestures contribute to con- structing mathematical knowledge*. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Ladel, S., & Kortenkamp, U. (2013). Designing a technology based learning environment for place value using artefact-centric activity theory. In A.M. Lindmaier, & A. Heinze (Hrsg.), *Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psy- chology of Mathematics Education* (Vol. 1, 188-192). Kiel: PME.
- Peirce, C.S. ([1894] 1998). What is a sign? In N. Houser, et al. (Hrsg.), *The essential Peirce* (Vol. 2, 4–10). Bloomington, USA: Indiana University Press.
- Sinclair, N., & de Freitas, E. (2014). The haptic nature of gesture - Rethinking gesture with new multitouch digital technologies. *Gesture 14* (Vol. 3, 351–374). Amsterdam, Niederlande: John Benjamins Publishing Company.