

KÖRNER, Anna  
Bremen

## **Zur Entwicklung flexiblen Rechnens im Grundschulverlauf**

Die Entwicklung von Flexibilität und Adaptivität beim Rechnen ist ein zentrales Ziel des Arithmetikunterrichts der Grundschule. Empirischen Studien zufolge scheint sich ein aufgabenadäquates Handeln allerdings nicht automatisch zu entwickeln, sondern muss gezielt gefördert werden (z. B. Benz, 2005; Selter, 2000). Im Rahmen einer qualitativen Längsschnittstudie wurde deshalb der Frage nachgegangen, wie sich die Vorgehensweisen von Kindern beim Lösen von Additions- und Subtraktionsaufgaben im Verlauf der Grundschulzeit entwickeln, wenn im Arithmetikunterricht kontinuierlich Aktivitäten zu Förderung von Flexibilität/Adaptivität eingesetzt werden. In diesem Beitrag werden zentrale Ergebnisse zusammengefasst.

### **Theoretische und empirische Anknüpfungspunkte**

Im Kontext flexiblen/adaptiven Rechnens lassen sich verschiedene theoretische Ansätze und darauf aufbauende Unterrichtskonzeptionen unterscheiden (Heinze, Arend, Gruessing & Lipowsky, 2018, S. 871ff; Rathgeb-Schnierer & Rechtsteiner, 2018, S. 63ff). *Eine* unterrichtliche Unterstützungsmöglichkeit bietet die sogenannte Zahlenblickschulung, bei der Kinder dazu angeregt werden, Lösungswege eigenständig zu entwickeln und dabei besondere Zahl- und Aufgabenmerkmale zu erkennen und zu nutzen, um den Lösungsprozess zu vereinfachen (Schütte, 2008, S. 103ff). Empirische Studien im ersten (Rechtsteiner-Merz, 2013) und zweiten Schuljahr (Rathgeb-Schnierer, 2006) konnten einen positiven Einfluss dieser Unterrichtskonzeption auf die Flexibilität/Adaptivität der Schüler:innen belegen, bislang fehlen jedoch Untersuchungen im Verlauf der gesamten Grundschulzeit.

### **Untersuchungsdesign**

Um diese Forschungslücke anzugehen, wurde eine längsschnittliche Interventionsstudie mit kontinuierlicher Zahlenblickschulung vom ersten bis zum vierten Schuljahr in drei Projektklassen durchgeführt. Die Vorgehensweisen der Kinder beim Addieren und Subtrahieren wurden über Einzelinterviews erhoben, die zu sieben Zeitpunkten im Grundschulverlauf (jeweils in der Mitte und am Ende der ersten drei Schuljahre sowie in der Mitte des vierten Schuljahres) durchgeführt wurden. Hierfür wurde das zur Förderung und Diagnose von Flexibilität/Adaptivität bewährte Format des Sortierens vorgegebener Additions- und Subtraktionsaufgaben (z. B. Rathgeb-Schnierer & Rechtsteiner, 2018, S. 134ff) eingesetzt, wobei ein Teil der sortierten Aufgaben anschließend auch gelöst werden sollte.

In: P. Ebers, F. Rösken, B. Barzel, A. Büchter, F. Schacht & P. Scherer (Hrsg.),  
*Beiträge zum Mathematikunterricht 2024.*

57. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.  
<https://doi.org/10.37626/GA9783959872782.0>

Die Daten einer Projektklasse mit 21 Kindern wurden einer qualitativen Inhaltsanalyse mit anschließender Fallkontrastierung und Typenbildung unterzogen (Kelle & Kluge, 2010), um anhand dessen typische Entwicklungen im Grundschulverlauf rekonstruieren zu können.

### Ausgewählte Ergebnisse

Als zentrales Ergebnis der Untersuchung wird im Folgenden eine Typologie der Vorgehensweisen vorgestellt (vgl. Abb. 1), in die das Vorgehen der Kinder zu jedem der sieben Messzeitpunkte eingeordnet werden kann. Für die Bildung der Typen wurden Anzahl und Art (Zerlegungswege: z. B. Strategien Stellenweise und Schrittweise; Ableitungswege: z. B. Strategien Hilfsaufgabe, Vereinfachen) der verwendeten Strategien unterschieden, wobei die Vorgehensweisen zur Addition und Subtraktion getrennt betrachtet wurden. Somit ergaben sich bei 21 Kindern und sieben Interviewzeitpunkten mit je zwei behandelten Operationen 294 zu analysierende Fälle.

1	<b>verschiedene Zerlegungs- und Ableitungswege</b> mindestens drei verschiedene Strategien
2	<b>Zerlegungs- und Ableitungsweg</b> je eine Zerlegungs- und eine Ableitungsstrategie
3	<b>verschiedene Ableitungswege</b> zwei oder mehr Ableitungsstrategien
4	<b>Hauptableitungsweg</b> eine Ableitungsstrategie zum Lösen aller Aufgaben
5	<b>verschiedene Zerlegungswege</b> zwei oder mehr Zerlegungsstrategien
6	<b>Hauptzerlegungsweg</b> eine Zerlegungsstrategie zum Lösen aller Aufgaben
7	<b>Zählen</b> überwiegend zählendes Rechnen

Abb. 1: Typologie mit Typennamen (fett) und Kurzbeschreibungen

Anders als in bisher vorliegenden Studien (z. B. Benz, 2005; Selter, 2000) ließen sich in der vorliegenden Untersuchung zahlreiche Fälle einem Typus zuordnen, bei dem nicht nur durchgängig eine Zerlegungsstrategie verwendet wird (siehe Abb. 1). Detaillierte Analysen (Körner, im Druck) erlauben eine Unterteilung der sieben Typen in zwei Gruppen. Die ersten vier Typen eint, dass sie (auch) Ableitungswege verwenden und dass diese Strategien vor allem bei Aufgaben mit besonderen Merkmalen (z. B. Zehner-/Hunderternähe) zum Einsatz kommen, sodass das Vorgehen als flexibel/adaptiv eingeschätzt werden kann. Letzteres ist ein wichtiger Grund, weshalb auch die Verwendung eines Hauptableitungsweges (Typ 4) als flexibel/adaptiv eingeschätzt wird. Dieses insgesamt selten vorkommende Lösungsverhalten (11 Fälle) ist vermutlich wesentlich auf die Aufgabenauswahl im Interview zurückzuführen (siehe für weitere Erläuterungen: Körner, im Druck).

Das fehleranfällige Zählen sowie die Verwendung eines Hauptzerlegungsweges sind hingegen als nicht flexibel/adaptiv einzuordnen. Der Typus 'verschiedene Zerlegungswege' zeigt zwar aufgrund der Verwendung von zwei oder mehr Zerlegungsstrategien Ansätze flexiblen/adaptiven Handelns, allerdings erfolgt der Wechsel zwischen den Strategien bei einem Großteil der Fälle ohne objektiv nachvollziehbare Gründe, sodass dieser Typus negativer (hinsichtlich der Flexibilität/Adaptivität) beurteilt wird als die ersten vier Typen. Diese Einschätzungen der Typen werden in Abbildung 1 und 2 anhand entsprechender Einfärbungen visualisiert (weiß: positiv; Graustufen: zunehmend negativ).

Die Verwendung derselben Typen zur Beschreibung von Vorgehensweisen in unterschiedlichen Zahlenräumen bietet den Vorteil, dass sich besonders gut Entwicklungsverläufe darstellen lassen. In Abbildung 2 finden sich exemplarisch 3 der 42 Entwicklungsprofile, in denen jeweils die Vorgehensweisen eines Kindes beim Addieren oder Subtrahieren zu unterschiedlichen Untersuchungszeitpunkten (x-Achse: Untersuchungszeitpunkte von Mitte Kl. 1 bis Mitte Kl. 4) den in Abbildung 1 angegebenen Typen (y-Achse: Typen 1-7) zugeordnet wurden.

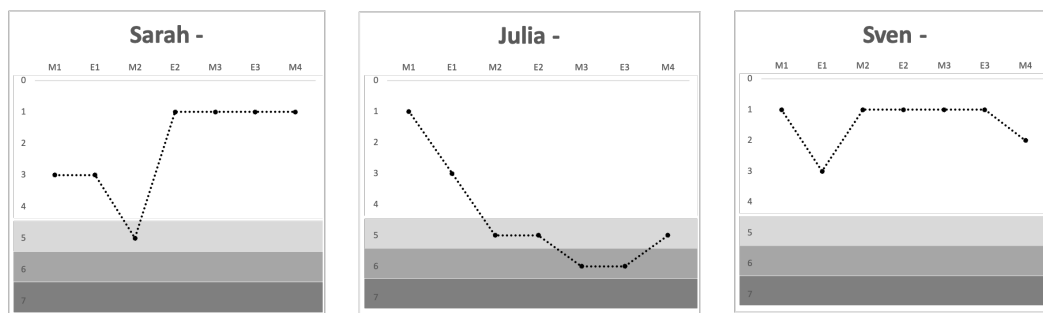


Abb. 2: Entwicklungsprofile zur Subtraktion - Einordnung der Vorgehensweisen (Typen 1-7) zu verschiedenen Untersuchungszeitpunkten (Mitte Kl. 1 - Mitte Kl. 4)

Für die Interpretation der Entwicklungsprofile ist insbesondere der Wechsel zwischen weißen und grauen Bereichen in der Darstellung relevant, weil dies inhaltlich einen Wechsel zwischen mehr und weniger flexiblen/adaptiven Typen bedeutet. Wie bei Sarah konnte bei gut 70 % aller Entwicklungsprofile im ersten Schuljahr ein flexibles/adaptives Verhalten beobachtet werden, woraufhin ein Rückgang der Flexibilität/Adaptivität in der Mitte des zweiten Schuljahres zu verzeichnen war, gefolgt von einem erneut flexiblen/adaptiven Vorgehen im weiteren Grundschulverlauf. Es gab aber auch Kinder, deren Vorgehen nach dem Rückgang im zweiten Schuljahr weiterhin nicht flexibel/adaptiv blieb (Beispiel von Julia) oder im gesamten Verlauf als flexibel/adaptiv einzuschätzen war (Beispiel von Sven). Insgesamt konnte keine Entwicklung beobachtet werden, bei der die Vorgehensweisen eines Kindes durchgängig demselben Typus zugeordnet wurden. Das heißt insbesondere,

dass kein Kind immer nur ein und denselben Lösungsweg verwendet hat. Bei der Addition wurde das Vorgehen *aller* 21 Kinder spätestens zum letzten Interviewzeitpunkt einem der vier flexiblen/adaptiven Typen zugeordnet. Bei der Subtraktion galt dies ebenfalls für 18 Kinder, während lediglich drei Schüler:innen auch bei der letzten Erhebung nur (einen oder mehrere) Zerlegungswege zum Subtrahieren verwendeten.

Besonders bemerkenswert ist zudem, dass sich die Einführung der schriftlichen Verfahren im zweiten Halbjahr der dritten Klasse - anders als in zahlreichen anderen Studien (z. B. Selter, 2000) - nicht negativ auf die Flexibilität/Adaptivität ausgewirkt hat. Die schriftliche Addition und Subtraktion wurden zu den letzten beiden Interviewzeitpunkten insgesamt selten genutzt, während in dieser Zeit der Anteil verwendeter Ableitungsstrategien sogar noch anstieg. In den letzten beiden Erhebungen gab es also nicht - wie vielleicht zu erwarten wäre - weniger Fälle, die den ersten vier Typen zugeordnet wurden, sondern sogar mehr.

## Literatur

- Benz, C. (2005). *Erfolgsquoten, Rechenmethoden, Lösungswege von Fehler von Schülerinnen und Schülern bei Aufgaben zur Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 100*. Franzbecker.
- Heinze, A., Arend, J., Gruessing, M., & Lipowsky, F. (2018). Instructional approaches to foster third graders' adaptive use of strategies: an experimental study on the effects of two learning environments on multi-digit addition and subtraction. *Instructional Science*, 46 (6), 869-891.
- Kelle, U. & Kluge, S. (2010). *Vom Einzelfall zum Typus. Fallvergleich und Fallkontrastierung in der qualitativen Sozialforschung* (2., überarb. Aufl.). VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Körner, A. (in Vorb.). *Flexibles Rechnen im Grundschulverlauf. Eine Längsschnittstudie zur Förderung und Entwicklung flexibler Vorgehensweisen beim Addieren und Subtrahieren*. Springer.
- Rathgeb-Schnierer, E. (2006). *Kinder auf dem Weg zum flexiblen Rechnen. Eine Untersuchung zur Entwicklung von Rechenwegen bei Grundschulkindern auf der Grundlage offener Lernangebote und eigenständiger Lösungsansätze*. Franzbecker.
- Rathgeb-Schnierer, E. & Rechtsteiner, C. (2018). *Rechnen lernen und Flexibilität entwickeln. Grundlagen - Förderung - Beispiele*. Springer.
- Rechtsteiner-Merz, C. (2013). *Flexibles Rechnen und Zahlenblickschulung. Entwicklung und Förderung von Rechenkompetenzen bei Erstklässlern, die Schwierigkeiten beim Rechnenlernen zeigen*. Waxmann.
- Schütte, S. (2008). *Qualität im Mathematikunterricht der Grundschule sichern. Für eine zeitgemäße Unterrichts- und Aufgabekultur*. Oldenbourg.
- Selter, C. (2000). Vorgehensweisen von Grundschüler(inne)n bei Aufgaben zur Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 1000. *Journal für Mathematik-Didaktik* 2.23, 227-258.