

Albert A. Gächter, St.Gallen

Aufgabenkultur

Ein kritischer Blick in das aktuelle Angebot an Mathematikaufgaben offenbart einige beunruhigende Trends. Etwas plakativ formuliert stelle ich fest: Wir sind eine

• Aufgaben-Wegwerfgesellschaft

Gute Aufgaben landen oft viel zu schnell im Abfalleimer. Erhalte ich innerhalb von 2 Minuten keine Lösung, ist das Problem unlösbar. Verweilen unerwünscht. Von Musse keine Rede. Nach einer allfälligen Lösung kommt es nicht in Frage, noch weiter über die Aufgabe oder den Lösungsweg nachzudenken. Also weg damit. Leider bleibt das Herausschälen der mathematischen Ideen auf der Strecke. Eine weitere Beschäftigung mit produktiven Variationen der Aufgabenstellung wird im Keim erstickt. Die Lösung einer Aufgabe kann so nicht der Beginn einer Auseinandersetzung mit einem Thema werden.

• Aufgaben-Normiergesellschaft

Aufgaben sind oft genormt und haben eine kanonische Gestalt. Ohne genau zu lesen, weiss man bereits, was zu tun ist. Das eingeübte Schema kommt gedankenlos zum Einsatz. Man reagiert auf Reizwörter und zieht die betreffende Schublade. Alle Daten zur Lösung der Aufgabe sind immer vorhanden. Überraschende Einkleidungen findet man vergeblich. Stereotype Serien von solchen normierten Aufgaben sind die Sargnägel für geistige Pensionierung.

• Aufgaben-Hamstergesellschaft

Ein gutes Gefühl stellt sich erst ein, wenn man alle Aufgabentypen zu einem Thema einmal gelöst und auswendig gelernt hat. So kann an der Prüfung nichts Unerwartetes passieren. Dies gibt Sicherheit. Spitzenreiter ist ein Amerikanisches Lehrbuch der Trigonometrie mit 5000 Aufgaben und den dazugehörigen Lösungen. Schrecklich. Wir sind Wiederholics (J.P. Seibt). Üben in Ehren, aber darf es nicht etwas kreativer sein?

Mathematik ist ein Fach mit vielen Freiheitsgraden. Einen einheitlichen Katalog von Kriterien für eine «gute» Aufgabe gibt es nicht.

In diesem Vortrag geht es weder um Anleitungen zu den Aufgabenarten, noch um das Problemlösen.

Vielmehr interessiert hier bei vorliegenden Aufgaben der weitere Umgang mit diesen und eine daraus entstehende mögliche Ernte.

Aus den 7 Themen

Aufgaben zu variieren,
Aufgaben zu öffnen,
Aufgaben einzubetten,
Aufgaben zu dynamisieren,
Aufgaben zu inszenieren,
Aufgaben zu vernetzen und
Aufgaben wegzulassen,

wählen wir hier 4 aus.

1. Aufgaben variieren

Variatio delectat — Abwechslung macht Freude. Auch beim Üben. Das ständige Wiederholen derselben Aufgabe mit leicht abgeänderten Daten fördert das produktive Arbeiten nicht. Üben und Wiederholen in Varianten bringt eine neue Reichhaltigkeit der Gedanken, festigt die Thematik und fordert heraus. Oft gelingt auch eine Variation der in Frage kommenden Werkzeuge. Variieren erlaubt zusätzlich eine Leistungsdifferenzierung innerhalb einer Aufgabe.

Beispiel: Schachtelproblem

2. Aufgaben öffnen

Aus einem Lehrmittel stammt die folgende Aufgabe:

Das arithmetische Mittel $(a+b)/2$ zweier nicht negativer Zahlen a und b ist stets grösser oder gleich dem geometrischen Mittel $\sqrt{a \cdot b}$.

Diese Formulierung enthält einige unnötige Hilfen. Ich nenne sie Schuhlöffel, da die Lösung der Aufgabe damit wesentlich erleichtert wird. Das Öffnen hin zu einer einfachen anspruchsvolleren textlichen Fassung könnte so aussehen:

Vergleiche das arithmetische und geometrische Mittel zweier Zahlen.

Offenheit hat viele Gesichter. Wir unterscheiden:

Offenheit in der Darstellung (gestalten statt ausfüllen lassen),
Offenheit bezüglich der Lösungsstrategie (verschiedene Lösungswege),
Offenheit in Bezug auf das Ergebnis (unterschiedliche Bearbeitungstiefe),
Offenheit im Schwierigkeitsgrad (Möglichkeit, den Schwierigkeitsgrad selbst zu wählen),
Offenheit bezüglich Zeitbudget (Zeit geben nach Bedarf),
Offenheit bezüglich Arbeitsumfang (mehr oder weniger Terrain beackern),
Offenheit bezüglich der Sprache und
Offenheit im Einsatz von Werkzeugen (zugelassene Hard- und Software, Instrumente).

Offenheit ist nicht Beliebigkeit. Durch die Grobziele wird der Rahmen abgesteckt, in welchem sich die Aktivitäten der Lernenden bewegen müssen. Das Offenlegen dieser Ziele fördert die Transparenz, nicht die Angabe von Schuhlöffeln. Ein offener Unterricht weckt die Neugier, wird spannender und deshalb auch effizienter. Zusätzlich fördert er eigene Fragestellungen.

3. Aufgaben dynamisieren

Bilder sagen mehr als viele Worte. Durch Veränderung von Parametern oder der Basiselemente einer Konstruktion können erstaunliche Effekte erzeugt werden. Bewegung fördert das Verstehen. Dies gilt auch für die dynamische Einführung von Begriffen.

Beispiel:

Gegeben sind der Kreis k und der Punkt P im Innern von k . Wo liegen die Mittelpunkte sämtlicher Kreise, welche durch P gehen und k berühren?

4. Aufgaben inszenieren

Weshalb empfinden viele Schülerinnen und Schüler Mathematik als öde und langweilig? Liegt es daran, dass Mathematik ohne Reagenzgläser und funkenspringende Experimente auskommt? Nein. Nach wie vor halte ich an meiner These fest: *Mathematik ist nie langweilig, WIR machen sie langweilig*. Spannung zu erzeugen will gelernt sein.

Beispiel: Suche die Mitte der Gemeinde Gossau SG (Schweiz).

Erste Szene: Diskussion → Was versteht man unter der «Mitte»?

Zweite Szene: Blick in die Geometrie. Kennen wir Figuren, wo die Mitte klar ist? Wie war das noch mit dem Dreieck? Könnte man die Gemeinde durch solche Figuren annähern?

Dritte Szene: Definitionen und ein wichtiger Satz.

Vierte Szene: Beschäftigung mit dem Dreieck.

Fünfte Szene: Flächenschwerpunkt der Gemeinde Gossau SG.

Sechste Szene: Markiere mit Topo Schweiz auf der Karte 1 : 25000 den Ort mit den berechneten Koordinaten. Leihe einige GPS-Geräte aus und organisiere nach erfolgter Einführung einen Sternmarsch zum Mittelpunkt der Gemeinde.

Siebte Szene: Nimm Kontakt mit einem einheimischen Vermessungsbüro auf. Bitte um eine Demonstration des professionellen Aufsuchens eines Geländepunktes am Beispiel des Mittelpunktes.

Achte Szene: Bespreche mit der Gemeinde die Möglichkeit des Aufstellens einer kleinen Tafel beim Mittelpunkt.

Neunte Szene: Erstelle eine Dokumentation über den langen Weg zum Mittelpunkt der Gemeinde. Eventuell plaziert die Gemeinde einen Hinweis auf ihrer Homepage.

usw.

Mathematik „in Szene setzen“ kann mithelfen, Schule attraktiver zu machen.

Interessiert? Mein Buch „Aufgabenkultur“ behandelt die eingangs erwähnten Themen ausführlich. Über 100 Aufgaben mit Lösungen runden das Angebot ab.

Die Unterlagen eignen sich für Lehrpersonen, welche gewillt sind, mehr aus ihrem Aufgabenmaterial zu machen.

Bestellungen direkt bei:

mefi-Verlag Gächter, Krüsisstrasse 12, CH-9000 St.Gallen.

Infos: www.didamath.com

Literatur

Gächter A. (2012): Figurenzahlen, mefi-Verlag Gächter.

Gächter A. (2012): Aufgabenkultur, mefi-Verlag Gächter.

Wittenberg A. (1963): Bildung und Mathematik, Klett.