

Tobias ROLFES, Jürgen ROTH, Wolfgang SCHNOTZ, Landau

Dynamische Visualisierungen beim Lernen mathematischer Konzepte

Bereits seit den Anfängen der Informationstechnologie besteht die Hoffnung, dass computergenerierte dynamische Visualisierungen das Lernen unterstützen und erleichtern können. In den letzten zwei Jahrzehnten wurden daher interaktive Mathematiksoftware (z.B. Dynamische Geometriensysteme, Computeralgebrasysteme) entwickelt, mit denen der Benutzer animierte oder interaktive Repräsentationen gestalten kann.

Theoretischer Hintergrund

Allerdings sind dynamische Visualisierungen nicht prinzipiell lernförderlicher als statische Repräsentationen, wie empirische Studien in unterschiedlichen Inhaltbereichen zeigen (z.B. Mayer, Hegarty, Mayer & Campbell, 2005). Die Gründe für die uneinheitlichen Ergebnisse sind noch nicht ausreichend geklärt und weiterhin umstritten. Gog, Paas, Marcus, Ayres und Sweller (2009) nehmen an, dass dynamische Visualisierungen eine größere Belastung für das Arbeitsgedächtnis darstellen. Diese zusätzliche Belastung könnte die Ursache für einen negativen Lerneffekt sein. Mayer et al. (2005) vermuten, dass die mentale Simulation eines dynamischen Prozesses auf der Grundlage einer statischen Repräsentation lernwirksamer sein könnte als das passive Beobachten einer dynamischen Visualisierung.

Schnotz und Rasch (2008) nehmen an, dass dynamische Visualisierungen lernförderlich sein können, wenn sie Lernprozesse erst ermöglichen oder erheblich erleichtern. Koning und Tabbers (2011) schlagen vor, die Nutzer eine dynamische Visualisierung interaktiv manipulieren zu lassen. Somit könnten die Lernenden die interne Verarbeitung einer dynamischen Visualisierung mit einer *embodied action* verbinden. Das Ziel der im Folgenden dargestellten Studie war, die Wirkung von dynamischen Visualisierungen im Vergleich zu statischen Repräsentationen beim Lernen von mathematischen Inhalten experimentell zu überprüfen.

Methode

An der Laborstudie nahmen $N = 157$ Schülerinnen und Schüler (88 Achtklässler; 69 Neuntklässler) eines Gymnasiums in Rheinland-Pfalz teil. Der Anteil von Mädchen und Jungen war näherungsweise gleichverteilt (55% Mädchen; 42% Jungen, 3% keine Angaben). Das Durchschnittsalter betrug 14.2 Jahre ($SD = 0.66$). Aufgrund von Unvollständigkeit wurden die Daten von elf Schülerinnen und Schülern von der Analyse ausgeschlossen.

In Institut für Mathematik und Informatik Heidelberg (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016* (S. x–y). Münster: WTM-Verlag

Um das Nachtest-Ergebnis um weitere Effekte kontrollieren zu können, wurden mehrere Variablen über die Einstellungen und Fähigkeiten der Probanden gesammelt. Fünf Einstellungsskalen der PISA-Erhebung (Ramm et al., 2006), die Skala Figurale Analogie des Kognitiven Fähigkeitstests (Heller & Perleth, 2000), zwei Skalen (Würfelrotation, Figuren zusammensetzen) des I-S-T 2000R (Amthauer, Brocke, Liepmann & Beauducel, 2001) und die Skala des Paperfolding-Tests des ETS (Ekstrom, French, Harman & Derman, 1976) wurden den Probanden vorgelegt. Um die Fähigkeiten der Versuchspersonen im qualitativen Graphenverständnis zu erheben, wurde ein eigener Test mit 22 Items entwickelt ($\alpha = .73$).

Die computerbasierte Lernumgebung bestand aus 19 Lernaufgaben. Der Lerninhalt bestand aus der Auseinandersetzung mit dem Änderungsverhalten von funktionalen Zusammenhängen, d.h. konkret mit dem Zusammenhang zwischen der Bewegung eines Punktes auf dem Dreiecksrand und der Länge der entsprechenden Sehne (vgl. Abb. 1). Durch

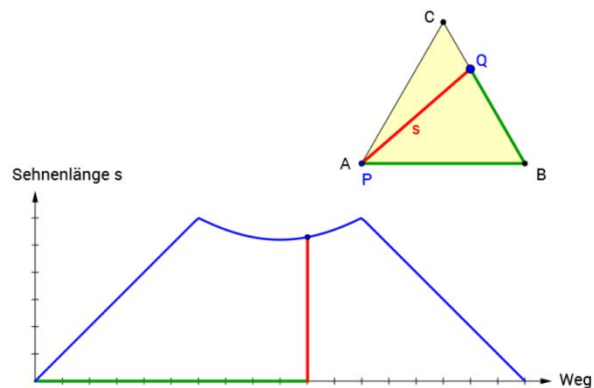


Abbildung 1: Computergeneriertes Applet der Lernumgebung (nach Roth, 2005)

Durch korrespondierende farbige Markierungen wurden Fokussierungshilfen (Roth, 2005) eingebunden. Außerdem wurden Begründungen und Erläuterungen für die Zusammenhänge angeregt, um eine kognitive Aktivierung zu erzielen (Rolfes, 2014). Der computerbasierte Nachtest ($\alpha = .71$) umfasste 14 Items und erforderte einen Transfer, da das Gelernte auf andere Figuren (rechtwinkliges Dreieck, Fünfeck etc.) angewendet werden musste.

Das Experiment hatte ein dreifaktorielles Posttest-Only Design, bei dem die Versuchspersonen zufällig einer Experimentalgruppe zugeordnet wurden. In der Lernumgebung wurden die Lernaufgaben mit zwei unterschiedlichen Formen von dynamischen Visualisierungen dargeboten. In einer animierten Variante konnten die Probanden eine Animation abspielen und die Bewegung des Punktes auf dem Dreieck und die Auswirkung auf die Länge der Dreieckssehne beobachten. In einer interaktiven Variante bestand die Möglichkeit, den Punkt mit der Maus auf der Dreieckslinie zu bewegen und die Auswirkung dieser manuellen Manipulation auf die Dreieckssehne zu analysieren. Die dritte Experimentalgruppe lernte mit statischen Repräsentationen und musste die Bewegung des Punktes eigenständig mental vollziehen.

Ergebnis

Da alle Kovariaten und die Nachtest-Scores unabhängig und die Regressionslopes homogen über die Experimentalgruppen waren, waren die Voraussetzungen für die Durchführung einer ANCOVA erfüllt. Die Kovariaten *Qualitatives Graphenverständnis*, [F(1, 135) = 14.38, $p < .001$, partielles $\eta^2 = .10$], *Interesse an Mathematik*, [F(1, 135) = 12.94, $p < .001$, partielles $\eta^2 = .09$], und *Räumliches Vorstellungsvermögen* [F(1, 135) = 5.50, $p < .05$, partielles $\eta^2 = .04$], hatten einen signifikanten Einfluss auf das Nachtestergebnis.

Lediglich marginal signifikanten Einfluss auf das Nachtestergebnis hatten die Kovariaten *Einstellung zum Computer* [F(1, 135) = 3.56, $p < .10$] und *kognitive Fähigkeiten*, [F(1, 135) = 3.03, $p < .10$]. Bei den drei Kovariaten *Computer-Kontrollüberzeugungen* [F(1, 135) = 2.37, $p = .13$], *Mathematikangst*, [F(1, 135) = 1.61, $p = .20$] und *Selbstwirksamkeit in Mathematik*, [F(1, 135) = 1.35, $p = .25$], bestand kein signifikanter Zusammenhang zum Nachtestergebnis.

Nach der Adjustierung des Nachtest-Scores durch die Kovariaten blieb ein signifikanter Effekt für die Repräsentationsform, $F(2, 135) = 3.59$, $p < .05$, partielles $\eta^2 = .05$. In einer anschließenden Kontrastanalyse (vgl. Abb. 2) zeigte sich, dass animierte oder interaktive Repräsentationen signifikant lernwirksamer waren als statische Repräsentationen, $t(135) = 2.67$, $p < .01$, $r = .22$. Zwischen animierten und interaktiven Repräsentationen bestand jedoch kein signifikanter Unterschied, $t(135) = 0.318$, $p = .75$, $r = .03$.

Diskussion

Die eingesetzte Lernumgebung war mit der Zielsetzung gestaltet, dass mit Hilfe der dynamischen Visualisierung eine Lernhürde überwunden werden konnte, d.h. die mentale Vorstellung eines sich bewegenden Punktes auf einer Figur und die Vorstellung der zugehörigen Sehnenlänge. Daher scheinen die vorliegenden empirischen Befunde die These zu unterstützen, dass dynamische Visualisierungen lernförderlich sein können, wenn sie den

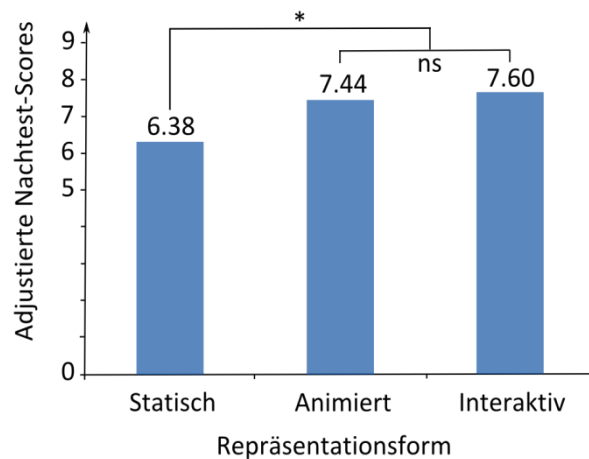


Abbildung 2: Adjustierte Nachtest-Scores der Experimentalgruppen mit statischen Repräsentationen ($n = 52$), animierten Repräsentationen ($n = 50$) und interaktiven Repräsentationen ($n = 44$).

Lernprozess ermöglichen oder erheblich erleichtern. Die Vermutung, dass Embodiment einen zusätzlichen positiven Effekt haben kann, konnte allerdings nicht nachgewiesen werden.

Um die Evidenz für die Lerneffektivität von dynamischen Visualisierungen beim Mathematiklernen zu verbreitern, wären weitere Experimente zum Lernen dynamischer mathematischer Konzepte mit Hilfe dynamischer Visualisierungen wünschenswert. Beispielsweise erscheint es vor dem Hintergrund der vorliegenden Ergebnisse plausibel, dass dynamische Visualisierungen das Verständnis des Grenzwertprozesses bei der Ableitung oder dem Integral unterstützen könnten. Auch im Bereich der Statistik bzw. Stochastik könnten dynamische Visualisierungen förderlich für das Verständnis z.B. des Gesetzes der großen Zahlen oder des Zentralen Grenzwertsatzes sein, da es sich ebenfalls um mathematische Inhalte handelt, die auf mentalen Vorstellungen von dynamischen Prozessen beruhen.

Literatur

- Amthauer, R., Brocke, B., Liepmann, D., & Beauducel, A. (2001). *I-S-T 2000 R - Intelligenz-Struktur-Test 2000 R*. Göttingen: Hogrefe.
- Ekstrom, R. B., French, J. W., Harman, H. H., & Derman, D. (1976). *Manual for kit of factor-referenced cognitive tests*. Princeton, NJ: ETS.
- Gog, T., Paas, F., Marcus, N., Ayres, P. & Sweller, J. (2009). The mirror neuron system and observational learning: Implications for the effectiveness of dynamic visualizations. *Educational Psychology Review*, 21 (1), 21–30.
- Heller, K. A., & Perleth, C. (2000). *KFT 4-12+R - Kognitiver Fähigkeits-Test für 4. bis 12. Klassen. Revision*. Göttingen: Beltz.
- Koning, B. B., & Tabbers, H. K. (2011). Facilitating understanding of movements in dynamic visualizations: an embodied perspective. *Educational Psychology Review*, 23 (4), 501–521.
- Mayer, R. E., Hegarty, M., Mayer, S., & Campbell, J. (2005). When static media promote active learning: Annotated illustrations versus narrated animations in multimedia instruction. *Journal of Experimental Psychology: Applied*, 11 (4), 256–265.
- Ramm, G., Prenzel, M., Baumert, J., Blum, W., Lehmann, R., Leutner, D., . . . Schiefele, U. (2006). *PISA 2003: Dokumentation der Erhebungsinstrumente*. Münster: Waxmann.
- Rolfes, T. (2014). Begriffsbildungsprozesse bei funktionalen Zusammenhängen: Wie lernförderlich sind externe dynamische Repräsentationen? In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 987–990). Münster: WTM.
- Roth, J. (2005). *Bewegliches Denken im Mathematikunterricht*. Hildesheim: Franzbecker.
- Schnotz, W., & Rasch, T. (2008). Functions of animation in comprehension and learning. In R. Lowe & W. Schnotz (Hrsg.), *Learning with animation. Research implications for design* (S. 92–113). Cambridge, England: Cambridge University Press.