

Vanessa BRÄUER, Dominik LEISS, Lüneburg &
Stanislaw SCHUKAJLOW, Münster

„Das geht nur mit Skizze“? – Differentielle Effekte des Skizzenzeichnens bei geometrischen Modellierungsaufgaben

Während das Zeichnen einer Skizze in der praxisorientierten Literatur als wichtiges Hilfsmittel propagiert wird, ist die wissenschaftliche Befundlage zur Wirkung dieser Strategie uneinheitlich. Ausschlaggebend dafür sind differentielle Faktoren, die bisher nur unzureichend erforscht sind. Im Rahmen einer quantitativen Studie ($n=270$) wurde deshalb die Wirkung des Skizzenzeichnens auf die Modellierungsleistung in geometrischen Themenbereichen unter Berücksichtigung verschiedener Einflussfaktoren untersucht.

Einsatz von Skizzen in Lösungsprozessen

Die Disziplin der Mathematik ist in besonderem Maße darauf angewiesen, dass Zusammenhänge und Strukturen angemessen dargestellt werden, da sie nur dann auch beforscht und kommuniziert werden können. In den letzten Jahren lässt sich in der Praxis des Mathematikunterrichts ein zunehmendes Interesse an grafischen Darstellungen als Hilfsmittel in Lösungsprozessen beobachten. Als ein solches Hilfsmittel eignen sich vor allem grafische Darstellungen, die von den Lernenden selbst erstellt werden. Im Gegensatz zu symbolischen Darstellungen erfordern grafische Repräsentationen eine strukturelle Verknüpfung der Informationseinheiten, sodass die – in diesem Fall mathematischen – Strukturen unmittelbar offenkundig werden. Die Darstellungen können auf diese Weise dazu dienen, Strukturen zu erforschen und zu verstehen oder eigene Denkprozesse und Resultate aufzuzeichnen, um später darauf zurückgreifen zu können. (Schnotz 2001)

Diese Funktionen kommen besonders dann zum Tragen, wenn die mathematischen Strukturen noch nicht offensichtlich vorliegen, sondern selbst konstruiert werden müssen. Insofern ist das Skizzenzeichnen insbesondere beim mathematischen Modellieren realitätsbezogener Problemstellungen eine vielversprechende Lösungsstrategie. Selbsterstellte Skizzen können reale Strukturen mit einer angemessenen konzeptuellen Entsprechung wiedergeben, nehmen aber gleichzeitig nur wenig Zeit bei der Erstellung in Anspruch. Dies trifft vor allem bei Problemstellungen aus der Geometrie zu, bei denen auf intuitive Weise Zeichnungen zu den gegebenen Zusammenhängen angefertigt werden können (Weigand et al. 2014).

Verschiedene empirische Studien deuten darauf hin, dass sich selbsterstellte Zeichnungen positiv auf die Lösungsleistung auswirken (z.B. Van Essen, Hamaker 1990). Gleichzeitig gibt es jedoch Untersuchungen, die einen

ausbleibenden oder sogar negativen Einfluss des Skizzenzeichnens belegen. (z.B. De Bock et al. 2003) Diese Varianz in den empirischen Ergebnissen wird durch verschiedene differentielle Faktoren hervorgerufen, die den Einfluss des Skizzenzeichnens bedingen. Bisher ist die empirische Befundlage jedoch nicht ausreichend, um eindeutige Aussagen über die Wirkungsweise der Strategie treffen zu können.

Die Einflussfaktoren beim Erstellen von Zeichnungen, die in den vorliegenden Studien untersucht wurden, lassen sich in drei Kategorien unterteilen: personenbezogene, darstellungsbezogene und aufgabenbezogene Faktoren. So wurde z.B. das Alter und das strategische Vorwissen der Lernenden, das Anforderungsniveau und der Inhaltsbereich der Aufgabe sowie die Struktur, Passung und der Abstraktionsgrad der Zeichnung als relevant identifiziert (z.B. Van Essen, Hamaker 1990, Rellensmann et al. 2016, Ott 2016) Unklar ist bisher, inwiefern sich die Erkenntnisse auf verschiedene Themenbereiche beziehen. Gerade im Bereich der Geometrie ist die Forschungsgrundlage lückenhaft, obwohl die Skizze hier ein intuitives Mittel aufgrund ihrer konzeptuellen Nähe zu den realen Gegebenheiten darstellt.

Daraus ergaben sich die folgenden Forschungsfragen:

1. Welche Qualität weisen intuitiv gezeichnete Skizzen beim Modellieren in verschiedenen geometrischen Themenbereichen auf?
2. Welchen Einfluss hat die Skizze und deren Qualität auf die Modellierungsleistung in verschiedenen geometrischen Themenbereichen?
3. Welche differentiellen Faktoren bedingen den Einfluss der Skizze und deren Qualität auf die Modellierungsleistung?

Methoden

An der Studie nahmen 270 Probandinnen und Probanden aus 14 verschiedenen Realschul- und Gymnasialklassen des neunten und zehnten Jahrgangs teil. Der Altersdurchschnitt der Teilnehmenden betrug etwa 16 Jahre und knapp die Hälfte der Probanden war weiblich. Die Studie fand in Form von einmaligen Erhebungen statt, die jeweils 90 Minuten in Anspruch nahmen. Die Teilnehmerinnen und Teilnehmer erhielten dabei Testhefte, die sie im Paper-Pencil-Format bearbeiteten.

Die Untersuchung bestand aus drei verschiedenen Teilen. Im ersten Teil wurden im Rahmen eines Fragebogens verschiedene personenbezogene Faktoren erfasst, die sich bisher als relevant erwiesen haben. So wurden z.B. Alter, Vorwissen und Geschlecht der Teilnehmenden erfragt. Der zweite Teil bestand aus 16 Modellierungsaufgaben, von denen acht zum „Satz des Pythagoras“ und acht zum Thema „Flächeninhalt“ waren. Ein Test zur

innermathematischen Kompetenz in den zwei genannten Themenbereichen bildete den dritten Teil der Testhefte, da dies ebenfalls einen möglichen Einflussfaktor darstellt.

Es gab zwei verschiedene Versionen der Testhefte, die den Teilnehmenden randomisiert zugewiesen wurden. Die erste Testheftversion entsprach der Kontroll- die zweite Version der Experimentalgruppe. Die Versionen unterschieden sich insofern, dass die Kontrollgruppe die 16 Modellierungsaufgaben lösen sollte, ohne etwas zu zeichnen, während die Experimentalgruppe dazu aufgefordert wurde, eine Skizze zu machen.

Die schriftlichen Lösungsprozesse zu den Modellierungsaufgaben wurden mithilfe der qualitativen Inhaltsanalyse von zwei unabhängigen Kodierern eingestuft, wobei bei allen Skalen mindestens gute Interraterreliabilität erreicht wurde. Zum einen wurden die Skizzen in Anlehnung an das Schema von Ott (2016) im Hinblick auf die Kategorien Passung, Struktur und Abstraktionsgrad klassifiziert. Zum anderen wurden die Lösungen bezüglich ihrer Korrektheit mit Codes versehen. Anschließend wurden die Codes in Scores umgerechnet, um qualitative Abstufungen ausmachen zu können. Die Skalenreliabilität ist in allen Fällen mindestens akzeptabel.

Um die Fragestellungen zu beantworten, wurden erste Häufigkeitsanalysen durchgeführt und es werden weiterhin Mittelwertvergleiche sowie multiple Regressionen berechnet. Auf diese Weise wird der Effekt der Skizzen(-qualität) auf die Modellierungsleistung messbar gemacht, Vergleiche zwischen den Themenbereichen können angestellt und der Einfluss der Kontrollvariablen kann überprüft werden.

Ergebnisse und Diskussion

Bei der Auswertung der Ergebnisse war zunächst die Interventionskontrolle von besonderer Relevanz. Dementsprechend wurde überprüft, ob die Anweisung, eine bzw. keine Skizze zu zeichnen, in den jeweiligen Bedingungen erfüllt wurde. Sowohl in der Kontroll- als auch in der Experimentalbedingung wurde die jeweilige Anweisung weitestgehend eingehalten. Es gab lediglich einzelne Fälle, in denen z.B. in der Kontrollbedingung in die Fotos zu den Aufgaben hineingezeichnet oder in der Experimentalbedingung Aufgaben ohne Zeichnung gelöst wurden.

Eine qualitative Betrachtung der Skizzen im Hinblick auf die Kategorien Struktur, Passung und Abstraktionsgrad nach Ott (2016) ermöglichte erste Aussagen über die Skizzenqualität bei geometrischen Themen. Im Hinblick auf die mathematische Struktur gab es nur wenige Zeichnungen, bei denen kein inhaltlicher Bezug zur Aufgabe bestand. Bei dem Großteil der Zeichnungen wurden alle für die Lösung relevanten Objekte abgebildet. In vielen

Fällen wurden diese Objekte auch korrekt verknüpft. Immerhin bei etwa 15% der Zeichnungen wurden die Objekte jedoch falsch dargestellt. Hinsichtlich der mathematischen Passung waren in den meisten Fällen alle für die Lösung relevanten Zahlen korrekt in der Skizze eingetragen. Nur selten wurden die Zahlen gar nicht oder nur teilweise in der Darstellung notiert. Bei den meisten dieser Zeichnungen wurden auch die Einheiten zu den Zahlen notiert. Was den Abstraktionsgrad betrifft, so wurde bei der deutlichen Mehrheit der Skizzen der Fokus auf die strukturelevanten Objekte und deren Eigenschaften gelegt. Zwischen den Themenbereichen konnten keine Unterschiede in den Kategorien festgestellt werden.

Erste Häufigkeitsanalysen weisen außerdem darauf hin, dass das bloße Erstellen einer Skizze keinen Einfluss auf die Modellierungsleistung im Allgemeinen hat. Hier treten jedoch Unterschiede zwischen den Themenbereichen auf. Während beim „Satz des Pythagoras“ die Lösungshäufigkeit bei der Experimentalgruppe geringer ist, ist beim Themenbereich „Flächeninhalt“ ein Anstieg der Lösungshäufigkeit bei der Experimentalbedingung zu verzeichnen. Im Vortrag werden weitere differenzielle Analysen vorgestellt.

Literatur

- De Bock, D., Verschaffel, L., Janssens, D., Van Dooren, W., Claes, K. (2003): Do realistic contexts and graphical representations always have a beneficial impact on students' performance? Negative evidence from a study on modelling non-linear geometry problems. *Learning and Instruction*, 13(4), 441-463.
- Ott, B. (2016): *Textaufgaben grafisch darstellen*. Entwicklung eines Analyseinstruments und Evaluation einer Interventionsmaßnahme. Münster: Waxmann.
- Rellensmann, J., Schukajlow, S., Leopold, C. (2016): Make a drawing. Effects of strategic knowledge, drawing accuracy, and type of drawing on students' mathematical modelling performance. *Educational Studies in Mathematics*, 95(1), 53-78.
- Schnotz, W. (2014): Visuelle kognitive Werkzeuge beim Mathematikverstehen. *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014*, 45-52.
- Van Essen, G., Hamaker, C. (1990): Using self-generated drawings to solve arithmetic word problems. *Journal of Educational Research*, 83(6), 301-312.
- Weigand, H.-G., Filler, A., Hölzl, R., Kuntze, S., Ludwig, M., Roth, J., Schmidt-Thieme, B., Wittmann, G. (2014): *Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I*. Berlin, Heidelberg: Springer.