

Lisa Kathrin BRÜCKEL, Osnabrück

Spuren arithmetischen Denkens bei Vorschulkindern

Spuren sind vielseitig. Wir treffen auf sie nicht nur im Sand oder im Schnee, sondern auch im Bildungswesen in Form von „Denkspuren“, die Wissen, Fähigkeiten und entwickelte Vorstellungen anzeigen.

Im Osnabrücker Treffpunkt für mathematische Frühförderung *Mathe-Magie* unter Leitung von Prof. Dr. Schwank interessieren wir uns für solche „Denkspuren“ bei Kindern bezogen auf Mathematik. In stetiger Verknüpfung von Theorie und Praxis setzen wir uns insbesondere mit den ersten Ansätzen zahlbezogenen Denkens auseinander und versuchen, möglichst vielen Kindern den Einstieg in den Umgang mit Zahlen zu erleichtern und frühzeitig Fehlvorstellungen vorzubeugen.

Dazu gehört auch, dass wir uns für das interessieren, was im Bereich der mathematischen Frühförderung außerhalb unseres Treffpunkts an Förder- und Diagnosematerialien angeboten wird. Da unser Interesse schwerpunktmäßig auf dem einzelnen Kind liegt, wenden wir uns bevorzugt Testinstrumenten zu, die bereits existieren und als diagnosegeeignet angesehen werden und setzen sie für Einzelfallanalysen ein. Im Vordergrund steht bei der Interpretation der Testverläufe vor allem der mathematische Gehalt der Testaufgaben sowie diagnostische Erkenntnisse über das Denken der Kinder.

In unseren Praxisphasen haben wir gezielt den seit 2009 auf dem deutschen Markt erhältlichen TEDI-MATH (*Test Diagnostique des Compétences de Base en Mathématiques*) betrachtet. Dieser Test wird eingesetzt zur Erfassung numerisch-rechnerischer Fertigkeiten vom vorletzten Kindergartenjahr bis zur 3. Klasse. Laut Handbuch ist der Test für die Klassifikation im mittleren bzw. unteren Feld der mathematischen Leistungen und zur Feststellung von Dyskalkulie gut geeignet.

Bei der Testaufgabe *Klassifizieren nach numerischer Größe* werden neun Karten mit ungeordnet aufgedruckten Kreuzen vor das Kind auf den Tisch gelegt; es gibt jeweils drei Karten mit 3, 4 bzw. 5 Kreuzen. Der Auftrag an das Kind lautet, diejenigen Karten auf einen Stapel zu legen, die zusammengehören. Es wird hierbei nicht vorgegeben, nach welchen Kriterien zu ordnen ist, es wird jedoch im Sinne des Testkonzepts eine numerische Klassifikation erwartet. Als richtig gewertet werden folgende Sortierarten: 3,3,3///4,4,4///5,5,5 bzw. 3,4,5///3,4,5///3,4,5.

Wir haben den Test u.a. mit der 5-jährigen Mandy, die wir bereits durch eine andere Studie kennen, in ihrem letzten Kindergartenjahr durchgeführt.

Die Spiel-Leiterin verteilt die Karten auf dem Tisch und fordert Mandy auf, die Karten zu ordnen:

M: *[nimmt zwei Karten, auf denen jeweils drei Kreuze abgebildet sind und legt sie vor sich hin]* Hier sind beides drei.

L: *[zustimmend]* Mhm.

M: *[nimmt eine Karte mit vier Kreuzen]* Hier sind vier. Sieht so aus wie mein letzter Buchstabe, weil da geht auch so ein Strich hoch ... und dann nach da und dann nach da *[zieht mit dem Finger auf der Karte eine Verbindung zwischen den Kreuzen, so dass ein „Ypsilon“ erkennbar wird]*.

L: Stimmt, das „Ypsilon“, nicht?

M: Ja. Das „Ypsilon“. *[schaut auf die restlichen Karten und nimmt eine weitere Karte in die Hand]* Das *[ist]* kein „Ypsilon“. *[dreht die Karte]* Doch.

L: Stimmt. Ja, sieht so ähnlich aus. [...] Die gehören zusammen?

M: Ja. *[legt die beiden Karten zur Seite und sortiert die restlichen Karten zum Teil nach dem numerischen Kriterium. Zum Schluss nimmt sie die einzig verbleibende, mit drei Kreuzen bedruckte Karte hoch]* Der *[ist]* ganz alleine ... der gehört dann zu denen *[legt die letzte Karte zu den "Ypsilon"-Karten]*.

L: Warum zu denen?

M: Weil der auch so welche Striche hat. So wie ein „I“.

L: Ah, wie ein „Ypsilon“ meinst du?

M: Ja.

Das Mädchen löst die Aufgabe auf eine andere Art und Weise, als von den Autoren des Tests gedacht. Neben der fast komplett durchgehaltenen Strategie, die Karten nach numerischen Kriterien zu ordnen, zieht sie eine Verbindung zum letzten Buchstaben ihres Namens (dem "Ypsilon"). Diese Vorstellung einmal gewonnen, sucht sie nach weiteren Karten, die ihr Denkkonzept unterstützen und greift nur gelegentlich auf den zunächst begonnenen Ansatz einer numerischen Klassifikation zurück. Obwohl im Arbeitsauftrag ein Sortieren nach numerischen Kriterien nicht explizit eingefordert wird, würde sie laut Testauswertung für diesen Aufgabenteil keine Punkte erhalten. Da Mandy im Verlauf der Aufgabenbearbeitung jedoch zwei Dreier- und zwei Fünferkarten richtig zuordnet, stellt sich die Frage, ob ihre "Y-Strategie" ihre numerisch-rechnerischen Fähigkeiten verschleiert und sie mit anders aufgedruckten Kreuzen die Aufgabe durchgehend "korrekt" gelöst hätte. Diese Art der Aufgabe scheint also für eine Diagnose der mathematischen Fähigkeiten dieses Kindes eher ungeeignet zu sein, da die Auswertungsvorgaben es nicht vorsehen, näher auf den Bearbeitungsprozess der Aufgabe einzugehen und diesen mit in die Bewertung einzubeziehen.

Darüber hinaus fokussiert die Aufgabe vorrangig auf Zuordnungs- und Mengenvorstellungen und damit auf den Kardinalzahlaspekt der Zahlen. Es wird also verstärkt Wissen bezüglich des Ansatzes "Wie viele Objekte sind vorhanden?" abgerufen. Zum Lösen der Aufgabe reicht das Zählen bis fünf oder ein Vergleich „Kreuz für Kreuz“ auf den unterschiedlichen Karten vollkommen aus. Sollte ein Kind also die Aufgabe im Sinne des Testkonzepts korrekt lösen, könnten wir daraus kaum schließen, dass es etwas von dem Aufbau der Zahlen versteht und in Zahlen denken kann, was für spätere mathematische Operationen dringend erforderlich ist.

Zum Denken in Zahlen ist vielmehr ein Verständnis für den Dedekindschen Ordinalzahlaspekt (1969/1887) notwendig, d.h. für die Abfolge der Zahlen und ihre Nachbarschaftsbeziehungen. Dies ist nicht zu verwechseln mit den Ordnungszahlen (der erste, der zweite, der dritte, usw.). Charles Brainerd (1973, 1979) zeigte schon in den siebziger Jahren in seinen Studien zur Entstehung des Zahlkonzepts bei Kindern, dass ein Sinn für Ordinalität vor dem Kardinalzahlaspekt erworben wird. Es stellte sich zudem heraus, dass es Kindern, die im Bereich der Ordinalität gefördert wurden, leichter fällt, Rechenaufgaben korrekt zu lösen, als Kindern, bei denen verstärkt Mengenvorstellungen trainiert wurden. Leider beziehen sich einige der Aufgaben in den derzeit erhältlichen Diagnose- und Fördermaterialien vorrangig auf Mengenvorstellungen und zeigen somit das Potenzial von Kindern im Ordinalzahlbereich nur unzureichend auf bzw. tragen zu einer Weiterentwicklung in diesem Bereich kaum bei.

Einige Vorschulkinder sind jedoch nicht nur im ordinalen Bereich schon zu bemerkenswerten Leistungen in der Lage. So lässt sich durch die Testauswertung aller vorgesehenen Aufgaben von TEDI-MATH erkennen, dass Mandy ihrem Alter gemäß insgesamt durchschnittliche numerisch-rechnerische Fertigkeiten besitzt. Schaut man sich allerdings den Testablauf genauer an, kann man feststellen, dass ihre Einsichten bereits weitreichender sind.

In dem Testabschnitt *Rechnen mit Objektabbildungen* wird dem Kind u.a. eine Zeichnung mit einer Person gezeigt, die fünf Bälle übereinander jongliert, und folgende Frage gestellt: "Wie viel sind fünf Bälle minus zwei Bälle?" Bei Mandy zeigt sich die Schwierigkeit, dass sie als Kindergartenkind zunächst mit der Vokabel "minus" nichts anfangen kann, obwohl sie eine Einsicht in den Vorgang des Subtrahierens hat. Sie vermutet daher, dass sie aufgefordert ist, die beiden Anzahlen an Bällen zu addieren, wie dies auch bei den Aufgaben davor der Fall gewesen ist. Erst nach Verändern der Fragestellung versteht Mandy den Rechenauftrag:

L: Dann zeige ich dir jetzt noch was anderes. Fünf Bälle minus zwei Bälle.

- M: Das gibt ... [*überlegt, rechnet dann mit ihren Fingern*] Sieben.
- L: Mhm. [*zeigt auf die Abbildung*] Und wenn ich jetzt fünf Bälle hab ... und nehme zwei Bälle davon weg, zum Beispiel die obersten beiden?
- M: Mhm ... dann hast du noch drei.
- L: [*zustimmend*] Mhm. Und woher weißt du das?
- M: Weil wenn man zwei da weg nimmt [*zeigt auf die obersten Bälle*] ... das hab ich auch schon mal gemacht. Ich hab fünf Bälle, nein ich hab fünf Irgendwas und dann ... wenn ich dann zwei wegnehme, dann sind das nur noch drei.

Bei der Begründung ihrer Rechenweise erwähnt Mandy, dass sie selbst einmal eine ähnliche Handlung durchgeführt hat, löst sich hierbei jedoch von den konkreten Objekten und spricht nicht mehr von fünf Bällen, sondern von fünf Irgendwas. Irgendwas dient hier als Platzhalter, der im Verständnis des Mädchens durch beliebige Objekte ersetzt werden kann und den allgemeingültigen Charakter ihrer Rechnung aufzeigt. Ein erster Schritt auf dem Weg zum Variablenverständnis ist spürbar. Das Einfordern von Begründungen bietet uns also hierbei die Möglichkeit, verstärkt die Vorgehensweise des Kindes in den Blick zu nehmen und so etwas über die ersten Spuren arithmetischen Denkens von Kindern zu erfahren.

Auf der Basis der bislang gewonnenen Erkenntnisse durch den Einsatz von verschiedenen mathematikdidaktischen Materialien werden in meinem Promotionsprojekt Förder-Spielstunden speziell für Kinder mit Lernschwierigkeiten entwickelt. In diesen Spielstunden wird das Zahlverständnis und der darauf aufbauende Zahlenkonstruktionssinn (vgl. Schwank 2005, 2011) sowie das logisch schlussfolgernde Argumentieren in den Mittelpunkt gestellt.

Literatur

- Brainerd, C. (1973): The Origins of Number Concepts. In: *Scientific American*, 228 (3), 101-109.
- Brainerd, C. (1979): *The Origins of the Number Concept*. New York: Praeger.
- Dedekind, R. (1969/1887): *Was sind und was sollen die Zahlen?* Studienausgabe der 10. Auflage. Braunschweig: Vieweg.
- Schwank, I. (2005): Die Schwierigkeit des Dazu-Denkens. In M. von Aster & J.-H. Lorenz: *Rechenstörungen bei Kindern - Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik*. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht, 93-133.
- Schwank, I. (2011): Mathematisches Grundverständnis: Denken will erlernt werden. In H. Keller (Hrsg.): *Handbuch der Kleinkindforschung*. 4. korrigierte, überarbeitete und erweiterte Auflage. Bern: Huber.