

FREY, Kerstin; SPROESSER, Ute & KOWALK, Sabine  
Ludwigsburg

## **Förderung des funktionalen Denkens durch Lernumgebungen aus dem Projekt FunThink**

### **Einleitung**

Als Denken in Zusammenhängen, Abhängigkeiten und Veränderungen ist funktionales Denken im Alltag wie auch im Kontext verschiedener Schulfächer von großer Bedeutung (Vollrath, 1989). Ungeachtet dieser Relevanz sind diesbezügliche Schwierigkeiten empirisch gut dokumentiert (z. B. Sproesser et al., 2020). Vor diesem Hintergrund fokussiert das Erasmus+ Projekt FunThink die Förderung des funktionalen Denkens von Schüler\*innen durch speziell entwickelte Lernumgebungen. In der hier vorgestellten Teilstudie wurde die Wirkung einiger für Klasse 8 konzipierter Lernumgebungen auf spezifische Facetten des funktionalen Denkens evaluiert. Im Folgenden wird zunächst der theoretische Hintergrund zum funktionalen Denken und die Konzeption der Lernumgebungen skizziert. Im Anschluss werden die Studie und erste vorläufige Ergebnisse vorgestellt und diskutiert.

### **Theoretischer Hintergrund**

Vollrath (1989, S. 6) charakterisiert das funktionale Denken als eine typische Denkweise beim Umgang mit Funktionen und hebt in diesem Zusammenhang drei Aspekte hervor, die beim Verstehen und Lösen von Aufgaben in diesem Bereich relevant sind. Der Zuordnungs-, Kovariations- und Objektaspekt im Sinne Vollraths wird in einigen Quellen noch durch den Input-Output-Aspekt ergänzt (Pittalis et al., 2020). Die genannten Quellen beschreiben den Zuordnungsaspekt als die Zuordnung einer Größe zu einer anderen, woraus eine Abhängigkeit entsteht. Der Kovariationsaspekt bezieht sich auf die Veränderung einer Größe in Abhängigkeit von einer anderen veränderlichen Größe. Der gesamte Zusammenhang bzw. die Menge aller Wertepaare wird bei der Objektvorstellung betrachtet. Der Input-Output-Aspekt betont eine operative Perspektive auf Funktionen.

Der abstrakte Charakter von Funktionen, die Notwendigkeit von Darstellungswechseln, die oft rezeptartige Behandlung von Funktionen bzw. der Fokus auf innermathematische Funktionsdarstellungen mögen Gründe dafür sein, warum Schüler\*innen häufig Schwierigkeiten in diesem Bereich haben (z.B. Sproesser et al., 2020). Diese Schwierigkeiten machen deutlich, dass eine verständnisorientierte Förderung von funktionalem Denken im Unterricht wichtig ist. Aus diesem Grund wurden im Projekt FunThink vier Designprinzipien bei der Konzeption von Lernumgebungen umgesetzt, die sich in verschiedenen Kontexten bereits als lernförderlich erwiesen haben. Das

In: P. Ebers, F. Rösken, B. Barzel, A. Büchter, F. Schacht & P. Scherer (Hrsg.),  
*Beiträge zum Mathematikunterricht 2024.*

57. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.  
<https://doi.org/10.37626/GA9783959872782.0>

Designprinzip der Situietheit meint, dass bedeutungsvolle Situationen gewählt werden, die an das Vorwissen und Interesse der Schüler\*innen anknüpfen (Gravemeijer & Terwel, 2000). Das Designprinzip des forschenden Lernens orientiert sich an einem in der Wissenschaft üblichen Vorgehen, indem Lernende z.B. Hypothesen aufstellen, diese untersuchen und diskutieren. Somit wird ein sinnstiftender Wissensaufbau gefördert (Dorier & Maass, 2020). Ergänzend wird das Designprinzip des Embodiments genutzt, das die enge Verbindung von körperlichen Erfahrungen und Kognition betont; Lernen kann demnach verbessert werden, wenn z.B. Bewegungen mit dem ganzen Körper oder gezielte Fingerbewegungen auf einem Tablet in den Lernprozess integriert werden (Duijzer, 2020). Demnach kann Embodiment fruchtbar mit dem Designprinzip des Einsatzes (digitaler) Werkzeuge verbunden werden. Beispielsweise führt Drijvers (2019) aus, dass der Werkzeugeinsatz das Mathematiklernen bedeutend unterstützen kann.

Im Projekt FunThink wurden diese vier Designprinzipien kombiniert, um Lernumgebungen zur Förderung des funktionalen Denkens zu entwickeln. Diese Lernumgebungen wurden von Forschenden an sechs europäischen Partnerhochschulen für verschiedene Klassenstufen von der Grundschule bis zur Oberstufe konzipiert. Drei der in Deutschland entwickelten Lernumgebungen sind im Bereich der Einführung von Funktionen in Klasse 7/8/9 anzusiedeln (Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg [MKJS BW], 2016) und thematisieren das Verständnis von Funktionen, situativ-graphische Darstellungswechsel und das kovariationale Begründen. Sie stellen zusammen mit weiteren für diese Unterrichtseinheit entwickelten Materialien die Intervention dieser Studie dar.

In Hinblick auf die Wirksamkeit der skizzierten Lernumgebungen stellt sich die folgende Forschungsfrage: Welchen Einfluss hat die beschriebene Intervention auf das funktionale Denken von Schüler\*innen?

## **Methode**

Zur Untersuchung der Forschungsfrage wurden drei der beschriebenen Lernumgebungen innerhalb der Unterrichtseinheit zu linearen Funktionen in zwei achten Realschulklassen eingesetzt. Dabei wurde eine Stichprobe von 53 Schüler\*innen (31 Mädchen, 22 Jungen; Alter  $M = 13,42$  Jahre,  $SD = 0,57$ ) erreicht. Auch die weiteren Unterrichtsstunden der Einheit orientierten sich an den beschriebenen Designprinzipien, allerdings in etwas abgeschwächter Form. Während die Interventionsklassen durch eine der Autorinnen unterrichtet wurden, arbeitete die Kontrollklasse mit der regulären Mathematiklehrkraft traditionell nach dem Schulbuch Schnittpunkt. Die Kontrollklasse war eine Parallelklasse der Interventionsklassen und umfasste 25 Lernende (13 Mädchen, 11 Jungen, 1 Divers; Alter  $M = 13,56$

Jahre, SD = 0,65). Der Stundenumfang und die thematisierten Inhalte unterschieden sich nicht zwischen den Interventions- bzw. Kontrollklassen.

Zur Operationalisierung von funktionalem Denken wurden Tests mit drei Items vor bzw. nach der Unterrichtseinheit eingesetzt. Diese Items wurden aus früheren Studien zum funktionalen Denken adaptiert und fokussieren die oben erläuterten Aspekte funktionalen Denkens. Die Items orientieren sich nicht speziell an den eingesetzten Lernumgebungen, da sie für die Evaluation aller Lernumgebungen des Projekts vorgesehen wurden. Für die Analyse wurde ein an diese Stichprobe angepasstes Kodierschema aus dem Projekt genutzt. Demnach konnten maximal 6 Punkte für vollständig korrekte Antworten bei den Teilaufgaben der drei Items erreicht werden. Auch die verwendeten Strategien und Begründungen wurden entsprechend des Kodierschemas kodiert, was aus Platzgründen nur im Vortrag vorgestellt wird.

### Ergebnisse und Diskussion

Im Folgenden werden erste Ergebnisse zur Beantwortung der Forschungsfrage präsentiert und diskutiert. Tabelle 1 zeigt Mittelwerte und Standardabweichungen der erreichten Punkte in der Interventions- und Kontrollgruppe jeweils im Vor- und Nachtest sowie Ergebnisse entsprechender t-Tests.

Tabelle 1: Kennwerte in Bezug auf die erreichten Punktzahlen in Interventions- und Kontrollgruppe im Vor- und Nachtest

	Vortest		Nachtest				
	M	SD	M	SD	t(24 / 52)	p	Cohens d
Interventionsgruppe (n=53)	2,28	1,54	2,84	1,56	-2.62	0.012	-0,36
Kontrollgruppe (n=24)	1,98	1,51	2,02	1,59	-0.19	0.86	-

Die Ergebnisse des gepaarten t-Tests zeigen, dass die Erhöhung von Vor- zu Nachtest in der Interventionsgruppe als signifikant mit kleiner Effektstärke einzustufen ist. Dagegen ist die Veränderung in der Kontrollgruppe nicht signifikant. Ergebnisse in Bezug auf die Subitems bzw. die genutzten Begründungen und Vorgehensweisen werden im Vortrag ergänzt.

Die dargestellten Ergebnisse deuten darauf hin, dass die Intervention entlang der beschriebenen Designprinzipien zu einer Verbesserung der Item-Bearbeitungen als Indikator für funktionales Denken beigetragen haben. Dies bestätigt frühere Studien, die im Wesentlichen einzelne dieser Designprinzipien in den Blick genommen haben (z. B. Digel et al., 2023; Duijzer, 2020).

Diese Entwicklung funktionalen Denkens ist nicht nur für sich gesehen als positiv einzustufen, sondern auch als Grundlage für weiterführende Themen wie quadratische Funktionen von Bedeutung. Die dargelegten Ergebnisse legen nahe, dass eine lernförderliche Wirkung der Lernumgebungen entlang der Designprinzipien sowohl für das funktionale Denken, als auch für andere Themenbereiche erwartet werden kann. Um diese Ergebnisse zu validieren, werden zeitnah die Ergebnisse weiterer Klassen ausgewertet, die auch von anderen Personen unterrichtet wurden.

### **Acknowledgement**

Das Erasmus+ Projekt FunThink wurde durch die EU kofinanziert. Die Unterstützung der Europäischen Kommission für die Erstellung dieser Veröffentlichung stellt keine Billigung des Inhalts dar, welcher nur die Ansichten der Verfasser wiedergibt, und die Kommission kann nicht für eine etwaige Verwendung der darin enthaltenen Informationen haftbar gemacht werden.

### **Literatur**

- Digel, S., Engelhardt, A. & Roth, J. (2023). Digital gerahmte Experimentierumgebungen als dynamischer Zugang zu Funktionen. In J. Roth, M. Baum, K. Eilerts, G. Hornung & T. Trefzger (Hrsg.), *Die Zukunft des MINT-Lernens – Band 2* (S. 1–16). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-662-66133-8\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-662-66133-8_1)
- Dorier, J.-L. & Maass, K. (2020). Inquiry-based mathematics education. In S. Lerman (Hrsg.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (2. Auflage, 384–388). Springer.
- Duijzer, C. (2020). *Moving-towards-understanding: Reasoning about graphs in primary mathematics education in primary mathematics education*. Ridderprint. <https://doi.org/10.33540/250>
- Gravemeijer, K. & Terwel, J. (2000). Hans Freudenthal: a mathematician on didactics and curriculum theory. *Journal of Curriculum Studies*, 32(6), 777–796.
- Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg (Hrsg.). (2016). *Gemeinsamer Bildungsplan der Sekundarstufe I Mathematik*.
- Pittalis, M., Pitta-Pantazi, D. & Christou, C. (2020). Young students' functional thinking modes: The relation between recursive patterning, covariational thinking, and correspondence relations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 51(5), 631–674. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc-2020-0164>
- Sproesser, U., Vogel, M. & Dörfler, T. (2020). Typische Lernschwierigkeiten mit Darstellungswechseln bei elementaren Funktionen - Welche Schwierigkeiten kennen Lehrkräfte und wie schätzen sie Aufgabenbearbeitungen ihrer Klassen ein? *mathematica didactica*, 43(2), 175–198. <https://doi.org/10.18716/ojs/md/2020.1154>
- Vollrath, H.-J. (1989). Funktionales Denken. *Journal für Mathematikdidaktik*, 10(1), 3–37.