

MEYER, Marlena & GREEFRATH, Gilbert
Münster

Stützpunktvorstellungen von Schüler*innen bei der Bearbeitung von Fermi-Aufgaben

Theoretischer Hintergrund

Möchte man im Alltag ohne Messwerkzeuge eine Größe ermitteln, so ist das Schätzen dieser Größe erforderlich (Joram, 2005). In Abgrenzung zum Messen handelt es sich beim Schätzen nicht um konkrete Handlungen mit Messwerkzeugen, sondern um einen mentalen Prozess (Heid, 2018). Somit ist beim Schätzen von Größen ein gedanklicher Vergleich des zu schätzenden Objekts mit einem bekannten Objekt, einem Repräsentanten einer Größe, von Bedeutung (Heid, 2018). Repräsentanten, die als Träger einer Größe dienen und zum mentalen Vergleich genutzt werden, werden als Stützpunkte bezeichnet (Joram, 2003). Mentale Vorstellungen über die Größenausprägung bestimmter Repräsentanten werden als Stützpunktvorstellungen bezeichnet (Ruwich, 2021b). Stützpunktvorstellungen können genutzt werden, um die Größe eines Objekts mental zu bestimmen, ohne dabei Messwerkzeuge zu nutzen (Heinze et al., 2018). So kann die Größe eines Objekts mithilfe von Stützpunktvorstellungen ermittelt werden, indem das zu schätzende Objekt gedanklich mit einem Repräsentanten verglichen wird (Heinze et al., 2018; Joram, 2003, 2005). Zum Beispiel können Körperteile wie die Länge der eigenen Hand als Stützpunkte für Längen dienen (Heinze et al., 2018; Ruwich, 2021b). Stützpunkte, die individuell unterschiedlich sind, wie beispielsweise die eigenen Körpermaße, werden als individuelle Stützpunkte bezeichnet (Ruwich, 2021b). Auch bei der Bearbeitung von Fermi-Aufgaben müssen fehlende Größen durch Schätzen ermittelt werden, sodass dabei Stützpunktvorstellungen genutzt werden (Ärlebäck, 2009). Ergebnisse von Heid (2018) deuten an, dass die Angemessenheit einer Schätzung unter anderem durch Stützpunktvorstellungen beeinflusst werden kann. Somit ist es denkbar, dass Stützpunktvorstellungen die Bearbeitung von Fermi-Aufgaben, in welchen das Schätzen von Größen ein erforderlich ist, beeinflussen können.

Forschungsfragen

Ziel dieser Studie ist es, den Zusammenhang zwischen Stützpunktvorstellungen und Fermi-Aufgaben zu untersuchen. Dafür wird folgende Forschungsfrage untersucht: *Inwiefern wird die Bearbeitung von Fermi-Aufgaben durch Stützpunktvorstellungen zu den Größen Länge und Gewicht beeinflusst?*

Dafür wird im Rahmen einer qualitativen (Teil-)Studie neben der Nutzung

In: P. Ebers, F. Rösken, B. Barzel, A. Büchter, F. Schacht & P. Scherer (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2024.

57. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.
<https://doi.org/10.37626/GA9783959872782.0>

von Stützpunktvorstellungen in verschiedenen Bearbeitungsphasen von Fermi-Aufgaben folgende Teilfrage untersucht, welche in diesem Beitrag diskutiert wird: *Welche Stützpunktvorstellungen zu den Größen Länge und Gewicht nutzen Schüler*innen bei der Bearbeitung von Fermi-Aufgaben?*

Methode

Zur Beantwortung der Forschungsfragen wurden Schüler*innen bei der Bearbeitung von zwei Fermi-Aufgaben in Einzelarbeit beobachtet und gefilmt. Neun Schüler*innen (sieben weiblich, zwei männlich) der sechsten Klasse (elf bis zwölf Jahre) von zwei Gymnasien und einer Gesamtschule nahmen an der Studie teil. Es wurde je eine Fermi-Aufgabe zu der Größe Länge (Aufgabe "Daumen") und eine Fermi-Aufgabe zu der Größe Gewicht (Aufgabe "Bücherregal") eingesetzt. In beiden Aufgaben ist es erforderlich, die Länge bzw. das Gewicht von Objekten durch Schätzen zu ermitteln. In beiden Aufgaben sind die zu schätzenden Objekte auf einem Foto dargestellt, sodass auch die zu schätzenden Objekte in Beziehung zu anderen Objekten auf dem jeweiligen Foto gesetzt werden und damit verglichen werden können. Die Kinder erhielten die beiden Aufgaben nacheinander und wurden im Anschluss daran zu beiden Aufgaben interviewt.

Die Aufnahmen wurden transkribiert und mit Hilfe der inhaltlich strukturierenden qualitativen Inhaltsanalyse ausgewertet (Kuckartz & Rädiker, 2022). Das Material wurde dabei mit deduktiv-induktiv gebildeten Kategorien kodiert. Die deduktiv gebildeten Kategorien beruhen auf dem MAD framework, welches Aktivitäten bei der Bearbeitung von Fermi-Aufgaben beschreibt (Ärlebäck, 2009). Induktiv wurden zudem weitere Kategorien gebildet, um die genutzten Stützpunktvorstellungen genauer zu analysieren.

Ergebnisse

Zur Lösung der Aufgabe "Daumen" ist es erforderlich, die Größe einer auf dem Foto dargestellten Statue zu schätzen. Auf dem Foto ist neben dieser Statue eine Frau zu sehen. Um die Größe der Statue zu schätzen, vergleichen die Kinder die Statue mit der danebenstehenden Frau und ermitteln zunächst die Körpergröße der Frau. Dies zeigt die Aussage der Schülerin Sophia:

"Ich habe erstmal die Größe von der Frau geschätzt und dann habe ich noch ähm ein bisschen drauf gerechnet, weil der Daumen ja noch ein bisschen größer ist als die Frau."

Wie sich im Interview zeigt, ermitteln die Kinder die Körpergröße der Frau anhand eigener Erfahrungen, indem sie auf die Körpergröße von Menschen aus ihrem Umfeld zurückgreifen. Somit nutzen sie also eine Stützpunktvorstellung. Dies wird in einer weiteren Aussage der Schülerin Sophia deutlich:

"Die Frau ist glaube ich [...] ein Meter 60, so. [...] Also ich habe [...] geguckt, wie groß meine Mutter ist, so. Ähm und dann habe ich geguckt, ist die Frau so ähnlich, größer oder kleiner."

Des Weiteren erfordert die Aufgabe "Daumen" das Ermitteln des Verhältnisses der Größe eines Daumens zur gesamten Körpergröße. Auch dieses ermitteln die Lernenden durch einen (mentalen) Vergleich, indem sie zunächst überlegen, wie groß ein menschlicher Daumen ist und anschließend das Verhältnis zur Körpergröße durch Vergleichen (ohne Messwerkzeuge) von Daumen und Körpergröße ermitteln. Dabei wird die Länge des eigenen Daumens als Stützpunktvorstellung genutzt. So überlegt Sophia:

"Ich habe so ein bisschen geguckt, wie groß so ein Daumen im Verhältnis zu dem Körper ist. Und dann habe ich so im Kopf so ein bisschen abgemessen, ähm, ja wie oft der da reinpasst."

Auch bei der Aufgabe "Bücherregal", in welcher das Schätzen des Gewichts von Büchern erforderlich ist, ziehen die Kinder das Gewicht von Vergleichsobjekten heran. So nennen sie im Interview beispielsweise, dass sie zunächst überlegt haben, wie schwer ein Buch im Vergleich zu einem Paket Mehl oder Zucker ist. Hier dient ein Paket Mehl als Repräsentant von einem Kilogramm. Die Stützpunktvorstellung darüber wird zum Schätzen des Gewichts eines Buches genutzt wird. Dies zeigt folgende Aussage von Sophia:

"Ich habe so geguckt wie viel ein Mehl Paket, das wiegt ja glaube ich ein Kilo ähm und dann habe ich, weil ich ganz oft abends Bücher lese, habe ich so geschätzt, wie viel dann so ein Buch wiegt [...]."

Diskussion und Ausblick

Wenn man die Vorgehensweisen der Lernenden für das Schätzen von Größen bei der Bearbeitung der Fermi-Aufgaben betrachtet, lässt sich erkennen, dass sie bekannte Objekte beziehungsweise dessen Größen mit dem zu schätzenden Objekt mental vergleichen und so die jeweilige Größe bestimmen. Somit nutzen sie also Stützpunktvorstellungen zum Ermitteln fehlender Daten bei der Bearbeitung von Fermi-Aufgaben (Heinze et al., 2018). Zum Schätzen von Längen werden hier vor allem Körper- und Daumengröße eines Menschen als Stützpunktvorstellung genutzt. Dabei handelt es sich wegen der Verwendung der Körpergröße ihnen bekannter Personen und der eigenen Körpermaße, beispielsweise des eigenen Daumens, um individuelle Stützpunktvorstellungen (Ruwisch, 2021b). Zum Schätzen des Gewichts eines Buches verwenden die Kinder Alltagsobjekte wie ein Paket Mehl als Stützpunktvorstellung. Anders als bei der Länge kann die Größe Gewicht nicht visuell wahrgenommen werden, sondern lediglich durch Anheben wahrnehmungsmäßig erfasst werden (Ruwisch, 2021a). Durch den gedanklichen Vergleich des Gewichts eines (eigenen) Buches und eines Pakets

Mehl nutzen die Kinder diese gefühlte Schwere, um mit Hilfe von Stützpunktvorstellungen das Gewicht eines Buches zu schätzen. Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass die Schüler*innen Stützpunktvorstellungen zu den Größen Länge und Gewicht bei der Bearbeitung von Fermi-Aufgaben nutzen. Bei den genutzten Stützpunktvorstellungen handelt es sich häufig um Stützpunktvorstellungen, welche aus der eigenen Erfahrungswelt oder dem Alltag der Lernenden bekannt sind. Da die Kinder mit Hilfe dieser Stützpunktvorstellungen fehlende Größen durch Schätzen ermitteln, lässt sich vermuten, dass das Nutzen von Stützpunktvorstellungen die Bearbeitung von Fermi-Aufgaben positiv beeinflussen kann. Jedoch muss diese Vermutung anhand weiterer Daten analysiert werden. In naher Zukunft sollen zunächst weitere Daten qualitativ ausgewertet werden, um den Zusammenhang zwischen Stützpunktvorstellungen und der Bearbeitung von Fermi-Aufgaben zu untersuchen. Später soll dieser Zusammenhang außerdem anhand einer quantitativen Studie untersucht werden.

Literatur

- Ärlebäck, J. B. (2009). On the use of realistic fermi problems for introducing mathematical modelling in school. *The Mathematics Enthusiast*, 6(3), 331–364. <https://doi.org/10.54870/1551-3440.1157>
- Heid, L.-M. (2018). *Das Schätzen von Längen und Fassungsvermögen*. Springer Fachmedien Wiesbaden. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-18874-0>
- Heinze, A., Weiher, D. F., Huang, H.-M., & Ruwisch, S. (2018). Which estimation situations are relevant for a valid assessment of measurement estimation skills? In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Hrsg.), *Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Bd. 3, S. 67–74). Umeå Mathematics Education Research Centre. <http://www.igpme.net/wp-content/uploads/2019/05/PME42-2018-Umea.zip>
- Joram, E. (2003). Benchmarks as Tools for Developing Measurement Sense. In D. H. Clements & G. W. Bright (Hrsg.), *Learning and teaching measurement* (S. 57–67). VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Joram, E. (2005). Children's Use of the Reference Point Strategy for Measurement Estimation. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(1), 4–23.
- Kuckartz, U., & Rädiker, S. (2022). *Qualitative Inhaltsanalyse. Methoden, Praxis, Computerunterstützung*. Beltz Juventa.
- Ruwisch, S. (2021a). Stützpunkte kennen, vorstellen und nutzen: Von der Kenntnis der Größe einzelner Objekte zum Nutzen eines Netzes von Stützpunktvorstellungen. *Grundschule Mathematik*, 69, 2–3.
- Ruwisch, S. (2021b). Warum nicht Größenvorstellungen? Stützpunkte als Teil der Grundvorstellungen zu „Größen und Messen“. *Grundschule Mathematik*, 69, 32–35.