

Gilbert GREEFRATH, Karlsruhe

Untersuchung von Modellbildungs- und Problemlöseprozessen

Im Rahmen einer Fallstudie wurden Schülerinnen und Schüler bei der Bearbeitung von Modellierungsaufgaben beobachtet. Diese Beobachtungen wurden unter Problemlöse- und Modellbildungsgesichtspunkten ausgewertet. In diesem Beitrag wird speziell der Frage nachgegangen, wie die Planungs- und Kontrollprozesse in den betrachteten Fällen ablaufen.

Problemlösen und Modellieren

Eine genauere Definition von Problemlösen und Modellieren kann zum einen über die Begriffe *Problem* und *Modell* und zum anderen durch idealisierte Abläufe von Problemlöse- und Modellbildungsprozessen geschehen. In diesem Beitrag wird die gesamte Bearbeitung der Aufgaben sowohl als Problemlöseprozess als auch als Modellierungsprozess aufgefasst und beispielsweise die Schaffung des Modells nicht nur aus der Sicht des Modellierens, sondern auch aus der Sicht eines Planungsprozesses im Rahmen des Problemlösens betrachtet. Sehr grob betrachtet und idealisiert kann man sich Modellbildungs- und Problemlöseprozesse wie in der folgenden Abb. 1 parallel vorstellen.

Modellbildungsprozess	Problemlöseprozess
Analysieren	Verstehen der Aufgabe
Vereinfachen	Planen
Mathematisieren	Verstehen der Aufgabe
	Planen
	Ausführen
	Rückschau
Daten verarbeiten	Ausführen
	Verstehen der Aufgabe
	Planen
	Ausführen
	Rückschau
Interpretieren	
Validieren	Rückschau

Abb. 1

Dabei können einzelne Schritte des Modellierens, wie hier beispielsweise beim Mathematisieren beschrieben, evtl. einen weiteren Teil-Problemlöseprozess benötigen (Modellbildungsprozess s. z. B. Blum & Leiß 2005; Problemlöseprozess s. z. B. Polya 1995).

Untersuchung

Für die Untersuchung wurden offene Aufgaben mit Realitätsbezug ver-

wendet. Die drei im Folgenden beschriebenen Schülerpaare bearbeiteten eine Aufgabe, bei der der Preis für das Verputzen eines Hauses bestimmt werden sollte (s. Greefrath 2006, S. 58 f.). Eine mögliche Lösung dieser Aufgabe besteht darin, mit Hilfe von Stützpunktvorstellungen Längen oder Flächen zu schätzen und auf dieser Grundlage ein Modell für das Haus zu entwickeln, um schließlich den Preis für das Verputzen zu ermitteln.

Die Arbeit der Schülerinnen und Schüler an den Aufgaben wurde video-grafiert. Um die Lösung der Aufgaben nicht zu beeinflussen, wurden die Schülerinnen und Schüler bei der Bearbeitung der Aufgaben lediglich beobachtet. Für die im Folgenden beschriebene Fallstudie wurden drei Beobachtungen ausgewählt.

Zur Auswertung der Beobachtungen wurden die Videos komplett transkribiert. Im Rahmen eines offenen Kodierens mit drei Ratern wurden den einzelnen Äußerungen der Schülerinnen und Schülern konzeptuelle Bezeichnungen zugeordnet, die in mehreren Durchgängen diskutiert und modifiziert wurden. Diese Bezeichnungen wurden anschließend im Rahmen der Grounded Theory zu Kategorien zusammengefasst (s. Strauss & Corbin 1996, S. 43 ff.). Die entwickelten Kategorien sind: Planung, Datenbeschaffung, Datenverarbeitung und Kontrolle. Abschnitte, die keiner der genannten Kategorien zugeteilt werden konnten, wurden einer sog. Restkategorie zugeordnet. Diese Restkategorie hat einen maximalen Anteil von 5 % der Kodierungen je Beobachtung. Die Wahl von nur fünf Kategorien ist erfolgt, um eine reliable Kodierung der Beobachtungen durch unterschiedliche Rater zu ermöglichen. Die im Problemlöseprozess zentralen Kategorien Planung und Kontrolle sind dann auf wichtige Bausteine untersucht worden.

Zentrale Bausteine von Planungs- und Kontrollprozessen

Insbesondere interessieren Bausteine von Planungs- und Kontrollprozessen, die von besonderer Bedeutung für die Lösung von Modellierungsaufgaben sind und häufiger in den Beobachtungen der Schülerinnen und Schüler vorkommen. Wir betrachten die in Abb. 2 dargestellten zentralen Bausteine von Planungs- und Kontrollprozessen.

Fallstudie

Im Folgenden werden drei ausgesuchte Beobachtungen vorgestellt, die im Hinblick auf die zentralen Bausteine von Planungs- und Kontrollprozessen untersucht werden.

Beobachtung I: Explizite Planung und globale Kontrolle

Die Beobachtung I stammt von einer Gesamtschülerin und einem Gesamtschüler aus dem 8. Jahrgang. Sie haben sich ca. 22 Minuten mit der Auf-

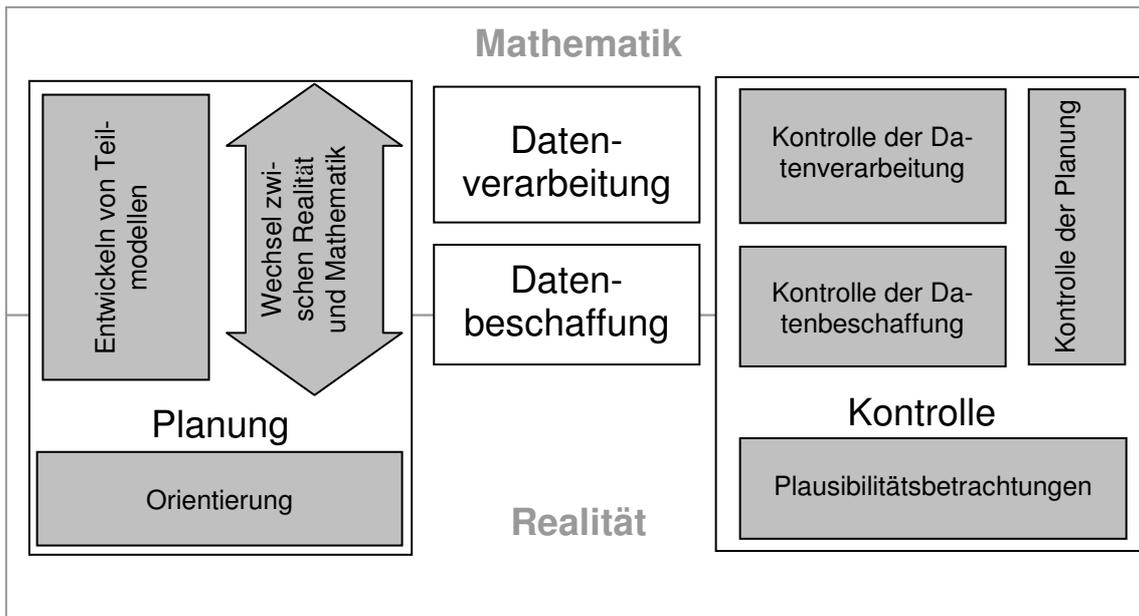


Abb. 2

gabe beschäftigt und aus mathematischer Sicht ein sehr genaues Ergebnis erzielt.

Die Schülerinnen und Schüler nehmen sich nach einer zielführenden Orientierungsphase Zeit für die Planung und diskutieren gründlich Vereinfachungen der Realität. Sie verwenden häufig mathematische Begriffe und wenden diese korrekt auf die Realität an. Außerdem werden die Objekte aus der Realität treffend mit den mathematischen Tätigkeiten und Vereinfachungen verknüpft. Planungsprozesse werden ausführlich diskutiert und sind in der Regel erfolgreich. Wechsel zwischen Planungen in der Realität und in der Mathematik finden häufiger statt und hängen auch inhaltlich zusammen. Es werden sowohl reale als auch mathematische Teilmodelle entwickelt.

Die Kontrollvorgänge betreffen den Plan der Aufgabenbearbeitung. Es werden dabei auch größere Abschnitte der Planung in den Blick genommen. Die Kontrollen einzelner Berechnungen und Datenbeschaffungen fehlen. Sie sind allerdings auch in den meisten Fällen nicht erforderlich.

Beobachtung II: Reale Planung und lokale Kontrolle

Die Beobachtung II stammt von zwei Hauptschülern aus dem 8. Jahrgang. Sie haben sich ca. 15 Minuten mit der Aufgabe beschäftigt und aus mathematischer Sicht ein sehr ungenaues Ergebnis erzielt.

Die Schülerinnen und Schüler benötigen häufiger Orientierungsphasen, um das Problem im Kontext zu erkennen. Die Diskussion verläuft stark realitätsverhaftet. Es werden keine mathematischen Begriffe verwendet und

mathematische Prozessbeschreibungen nur auf niedrigem Niveau durchgeführt. Vereinfachungen werden wenig diskutiert. Insgesamt ist die Planung wenig abstrakt und oberflächlich.

Das Vorgehen bei der Bearbeitung der Aufgabe wird nur lokal kontrolliert. Beispielsweise wird nur die gerade durchgeführte letzte Berechnung angeschaut. Es gibt zwar Phasen, in denen die Datenbeschaffung kontrolliert wird, dabei wird aber nicht das Gesamtergebnis in den Blick genommen. Wenn Plausibilitätsbetrachtungen durchgeführt werden, dann nur für Teilergebnisse.

Beobachtung III: Implizite Planung und multiple Kontrolle

Die Beobachtung III stammt von zwei Gesamtschülerinnen aus dem 9. Jahrgang. Sie haben sich ca. 9 Minuten mit der Aufgabe beschäftigt und aus mathematischer Sicht ein ungenaues Ergebnis erzielt.

Die Schülerinnen und Schüler führen die Orientierungsphase still und sehr kurz aus. Sie beziehen sich in den Diskussionen im Wesentlichen auf die reale Situation. Die mathematischen Modelle werden verwendet, aber nicht diskutiert. Die Realität wird nicht bewusst vereinfacht oder diese Vereinfachungen werden nicht geäußert. Begriffe aus der Realität werden in mathematische Prozessbeschreibungen integriert.

Während der Aufgabebearbeitung finden viele Kontrollvorgänge statt. Dabei kommen viele unterschiedliche Arten von Kontrollen, wie z. B. Kontrollen der Datenverarbeitung, Datenbeschaffung oder Planung vor. Die Kontrollprozesse beziehen sich auf lokale aber auch auf globale Aspekte.

Fazit

Es zeigt sich, dass das Planungs- und Kontrollverhalten der Schülerinnen und Schüler äußerst unterschiedlich ist und die idealisierten Prozessbeschreibungen des Modellierens und Problemlösens nur bedingt geeignet sind, diese Prozesse adäquat zu beschreiben und zu unterscheiden.

Literatur

- Blum, W. & Leiß, D. (2005): Modellieren im Unterricht mit der "Tanken"-Aufgabe, *mathematik lehren* 128, 18-21
- Greefrath, G. (2006): *Modellieren lernen mit offenen realitätsnahen Aufgaben*, Köln: Aulis Verlag Deubner.
- Polya, G. (1995): *Schule des Denkens. Vom Lösen mathematischer Probleme*, 4. Auflage, Tübingen und Basel: Francke.
- Strauss, A. & Corbin, J. (1996): *Grounded Theory: Grundlagen Qualitativer Sozialforschung*, Weinheim: Beltz Psychologie Verlags Union.