

Mathematische Forschungspraxis aus mathematikdidaktischer Sicht – Erste Erkenntnisse für authentisches forschendes Lernen

Eines der Ziele forschenden Lernens besteht darin, Lernenden eine sinnstiftende Begegnung mit mathematischen Inhalten und ein authentisches Forschungserlebnis zu ermöglichen (vgl. Ludwig/Lutz-Westphal/Ulm, 2017). Authentisch bedeutet dabei zwangsläufig eine enge Orientierung an der Forschungspraxis im Fach und gleichzeitige Sichtbarmachung der Prozesshaftigkeit von Mathematik. Allerdings ist mathematische Forschungsarbeit bisher kaum aus didaktischer Sichtweise untersucht worden. Es ist also unklar, nach welchen Kriterien Authentizität beschrieben und bemessen werden kann. In einer aktuell laufenden qualitativen Studie werden erstmals Funktionsweisen mathematischer Forschung untersucht und Konsequenzen für authentisches forschendes Lernen im Unterricht erarbeitet. Erste mögliche Ergebnisse werden im Folgenden vorgestellt.

1. Mathematische Forschungspraxis als Untersuchungsobjekt

Im Gegensatz zu den Naturwissenschaften sind Forschungsobjekte in der Mathematik in der Regel nicht direkt beobachtbar und Veränderungen nicht direkt im Experiment sichtbar zu machen (vgl. Lutz-Westphal/Schulte, 2016). Neben dieser domänenspezifischen Eigenheit sind auch die Kommunikationsformen innerhalb des Fachs von besonderer Bedeutung. Als elementares Kommunikationsmittel fungiert der Beweis (vgl. Heintz, 2000). Allerdings ist der Beweis als Beleg oder Widerlegung eines Satzes oder einer Behauptung immer das Ergebnis einer Tätigkeit, er bildet also den Abschluss einer Forschung. Über die Forschungstätigkeit, die nötig war, diesen Beweis zu vollbringen, besitzt er nur begrenzte Aussagekraft. Von den vielen Ideen und „Sackgassen“, die nicht zum Ziel führten, ist im Beweis selbst nichts übrig. So ist also das zentrale Kommunikationsmittel der Mathematik wenig geeignet, die eigentliche Forschungsarbeit zu charakterisieren.

Populärwissenschaftliche Beschreibungen berühmter mathematischer Meilensteine, wie beispielsweise der Beweis des Großen Fermatschen Satzes durch Andrew Wiles oder der Weg zur Fields-Medaille des französischen Mathematikers Cédric Villani, versuchen, die mathematischen Arbeitsweisen und Denkmuster für ein breites Publikum aufzuarbeiten (vgl. Singh, 2016 und Villani, 2013). Allerdings wird auch in diesen Beschreibungen die mathematische Forschung vom Ergebnis her betrachtet und als einigermaßen geradliniger Prozess (teilweise über mehrere Jahrhunderte) beschrieben. Wir erfahren etwas über gelungene Ideen und Einfälle und warum diese zu einem

erwünschten Ergebnis führten, aber wenig über das zustande kommen dieser Ideen und noch weniger über alle verworfenen Ideen und Ansätze. Der eigentlichen Forschungsarbeit wird hier nicht auf den Grund gegangen.

Auch die Mathematikdidaktik hat die Forschungspraxis innerhalb des ihr zugrundeliegenden Fachs bisher nicht in den Fokus wissenschaftlicher Untersuchungen genommen. So listet die GDM auf *madipedia.de* 905 mathematikdidaktische Dissertationen, 29 Promotionsprojekte und 53 Forschungsprojekte der letzten Jahrzehnte auf, von denen lediglich zwei Dissertationen und ein Projekt einen Bezug zum Thema Mathematisches Forschen aufweisen.

Es lässt sich also feststellen, dass die mathematische Forschungspraxis (nicht nur) aus mathematikdidaktischer Sicht nahezu unbekannt ist. Um Kriterien für ein authentisches Forschungserlebnis erarbeiten zu können, muss also zunächst die Forschung selbst charakterisiert werden.

2. Der Forschung auf den Grund gehen

Im Zuge einer ersten Vorstudie wurde vermutet, dass forschendes Lernen im Mathematikunterricht in einem fachlich klar gesteckten Rahmen passieren sollte, um den Lernenden ein produktives Forschungserlebnis zu ermöglichen. Dabei dürfe der Rahmen durchaus von der Lehrkraft oder den Unterrichtsumständen vorgegeben sein, ohne dabei die Authentizität des Forschungserlebnisses zu schmälern (vgl. Lutz-Westphal/Schulte, 2016). Außerdem benötige forschendes Lernen stets eine fundierte Wissensbasis zu dem zu beforschenden Thema, wodurch der produktive und tiefgehende Umgang mit dem Lerngegenstand überhaupt erst möglich werde. Wenn forschendes Lernen auf dieser Grundlage umgesetzt wird, fördert es insbesondere das Verständnis anspruchsvoller mathematischer Themen und ist mehr als nur die Aneignung von Forschungsmethodik.

Die aktuell durchgeführte Studie geht noch einen wichtigen Schritt weiter. Mathematische Forschung wird zunächst völlig unabhängig von der Umsetzung im Mathematikunterricht untersucht. Vereinfacht ausgedrückt soll ein Beitrag geleistet werden, um die Frage nach der Funktionsweise mathematischer Forschung zu klären. Es wird untersucht, welche Denk- und Arbeitsprozesse beim Forschen ablaufen und welche Werkzeuge Mathematikerinnen und Mathematiker im Zuge ihrer Forschertätigkeit nutzen. Die Beobachtungen sollen helfen, die Praxis des Forschens fachspezifisch zu charakterisieren und eine möglicherweise mathematikspezifische Forschungshaltung zu beschreiben. Die Übertragung auf die Unterrichtspraxis erfolgt in einem nachfolgenden Schritt.

Die Studie orientiert sich methodisch an den Vorgaben für ein problemzentriertes Interview nach Witzel (vgl. Witzel, 1982 und 2000). Es werden Interviews mit forschenden Mathematikerinnen und Mathematikern verschiedener Fachrichtungen mit verschiedenen akademischen Erfahrungen geführt. Dabei werden sowohl universitäre als auch außeruniversitäre Forschungsobjekte einbezogen, um eine möglichst große Bandbreite mathematischer Forschungstätigkeit zu erreichen.

3. Erste vermutete Ergebnisse

Die Studie befindet sich noch in der Durchführungsphase, allerdings zeichnen sich bereits erste Charakteristika mathematischer Forschungspraxis ab. Die Forschung wird von den handelnden Personen selbst als ein permanenter Wechsel zwischen intensiver Einzelarbeit und kollegialem Austausch beschrieben. Mathematik wird als Denkdomäne wahrgenommen und viel Forschungsarbeit passiert (computergestützt) im Kopf. Der kollegiale Austausch scheint vor allem wichtig zu sein, um Fragen und Probleme gemeinschaftlich in „handliche Einzelteile“ zu zerlegen. Diese Einzelteile werden oftmals individuell bearbeitet und gemeinsam zusammengesetzt.

Als ein wichtiges Werkzeug der alltäglichen Arbeit wird die Intuition (wahlweise als Bauchgefühl, Gespür für die Situation, Instinkt, Spürsinn und anderes beschrieben) genannt. Sie wird häufig als wichtige Entscheidungsgrundlage aufgeführt. Erste Auseinandersetzungen mit dem bisherigen Datenmaterial lassen die Schlussfolgerung zu, dass Intuition wohlmöglich nichts Anderes ist als eine Kombination der eigenen Forschungserfahrung und der Wissensbasis zum beforschten Thema. Dazu passt, dass sich die Intuition im Laufe einer Forschungskarriere zu verändern scheint.

Literatur und Recherche scheinen, auf den ersten Blick vielleicht überraschenderweise, eher eine untergeordnete Rolle zu spielen. Gerade erfahrene Forscherinnen und Forscher, die sich in ihrem Fachgebiet sehr spezialisiert haben, scheinen wenig auf publizierte Ergebnisse der Kolleginnen und Kollegen zurückzugreifen. Es liegt die Vermutung nahe, dass es in jeder Fachrichtung spezielle Veröffentlichungen gibt, die einen fachlichen Konsenskanon bilden. Darüber hinaus fällt auf: je spezieller die Forschung desto weniger Literatur gibt es darüber. Bei Forscherinnen und Forschern, die am Anfang ihres akademischen Werdegangs stehen, sind Literatur und eigene Publikationen oftmals eher Selbstzweck für die eigene Zukunft und weniger Teil eines breit geführten Diskurses.

4. Fazit

Die oben beschriebenen vermuteten Erkenntnisse basieren auf einer ersten Durcharbeitung der bisherigen Erhebungen. Sie müssen gemeinsam mit allen weiteren Merkmalen mathematischer Forschungspraxis im Zuge einer gründlichen wissenschaftlichen Inhaltsanalyse der geführten Interviews bestätigt oder eventuell verworfen werden. In der Annahme einer Bestätigung hätte es für authentisches forschendes Lernen im Mathematikunterricht vor allem zur Folge, dass der Aufbau einer mathematikspezifischen Forschungshaltung ein langwieriger Prozess ist, der über viele Schuljahre hinweg begleitet werden muss. Dabei ist zu beachten, dass forschendes Lernen sowohl die gemeinschaftliche Auseinandersetzung mit mathematischen Sachverhalten zulässt, als auch, vielleicht stärker als andere Unterrichtskonzepte, die individuelle Sichtweise auf Mathematik fördert. Die Lernenden entwickeln so ein eigenes Gefühl für Mathematik.

Literatur

- Ludwig, M., Lutz-Westphal, B., Ulm, V.(2017): Forschendes Lernen im Mathematikunterricht. Mathematische Phänomene aktiv hinterfragen. In *Praxis Mathematik* (73) 2017, S. 2-9.
- Lutz-Westphal, B., Schulte, A.(2016). Mathematische Forschung – Was forschendes Lernen im Mathematikunterricht aus der Praxis lernen kann. In *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016*, WTM-Verlag, Münster.
- Roth, J., Weigang, H.-G. (2011). Forschendes Lernen. Eine Annäherung an wissenschaftliches Arbeiten. In *Mathematik lehren* (169) 2011, S. 2-9.
- Singh, S.. *Fermats letzter Satz. Die abenteuerliche Geschichte eines mathematischen Rätsels*. München 19 (19. Aufl.).
- Villani, C. (2013) *Das lebendige Theorem*. Frankfurt a. M.
- Witzel, A. (1982). *Verfahren der qualitativen Sozialforschung. Überblick und Alternativen*. Frankfurt a. M.
- Witzel, A.. *Das problemzentrierte Interview*. *Forum Qualitative Sozialforschung / Forum: Qualitative Social Research*, 1(1), Art. 22, 2000, <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:0114-fqs0001228> (zuletzt abgerufen am 2. März 2017).