

KAYA-GÜNGÖR, Merve
Essen

„Warum geht es mit sechs Dreiecken nicht?“ – Grundschul Kinder begründen die Vollständigkeit der platonischen Körper

Für den Grundschulbereich und insbesondere für den Inhaltsbereich ‚Raum und Form‘ besteht nach wie vor ein Forschungsdesiderat bezüglich der Entwicklung und Erforschung von Lernumgebungen, die den Fokus speziell auf das Einfordern und Unterstützen von Sprache sowohl bei sprachlichen schwächeren als auch stärkeren Schüler*innen legen. Zahlreiche theoretische Überlegungen und empirische Befunde zu den sprachlichen Anforderungen im Mathematikunterricht der Grundschule und zu Kompetenzen der Lernenden hinsichtlich verschiedener Sprachhandlungen liefern wichtige Hinweise für die Konzeption einer Lernumgebung, die sprachliche Anforderungen gezielt einfordert und unterstützt (z. B. Bezold, 2012; Götze, 2019). Ziel des hier präsentierten Forschungsvorhabens ist es, eine Lernumgebung in mehreren Designexperimentzyklen iterativ (weiter) zu entwickeln und die initiierten Lehr-Lernprozesse im Umgang mit den fachlich relevanten Sprachhandlungen qualitativ zu beforschen. Der Beitrag stellt exemplarisch den 1. Zyklus vor.

1. Theoretischer Hintergrund

Der Zusammenhang zwischen mathematischen und sprachlichen Leistungen wurde für verschiedene Schulstufen und Schulformen bereits mehrfach empirisch nachgewiesen (z. B. Stanat, 2006; Ufer et al., 2013). Problematisch wird dieser Zusammenhang, wenn sprachliche Fähigkeiten von Schüler*innen vorausgesetzt und nicht explizit im Unterricht gefördert werden. Vor dem Hintergrund, dass die sprachlichen Voraussetzungen der Lernenden ungleich verteilt sind (z. B. Meyer & Prediger, 2012), müssen sprachliche Anforderungen im Mathematikunterricht zum Lerngegenstand gemacht werden, indem zum einen reichhaltige sprachliche Äußerungen der Lernenden eingefordert und zum anderen unterstützt werden (Prediger et al., 2019). Dabei sollte die Sprachbildung nicht additiv stattfinden, sondern stets mit den fachlichen Lernzielen verknüpft sein (Şahin-Gür & Prediger, 2019).

2. Methodisches Vorgehen im 1. Zyklus

Eine konzipierte Lernumgebung zu platonischen Körpern (Rütten & Scherer, 2017) wurde nach einer Pilotierung im Lehr-Lern-Labor „Mathe-Spürnasen“ der Universität Duisburg-Essen ausgehend von inhaltlichen und sprachlichen Hürden weiterentwickelt und in einem Design-Experiment in einer sprachlich heterogenen Kleingruppe mit vier Lernenden (4. Schuljahr,

In: P. Ebers, F. Rösken, B. Barzel, A. Büchter, F. Schacht & P. Scherer (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2024.

57. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.
<https://doi.org/10.37626/GA9783959872782.0>

Grundschule) erprobt und videographiert. Die Erprobung umfasste zwei Schulstunden und wurde durch die forschende Person durchgeführt. Das Videomaterial wurde hinsichtlich weiterer Hürden (z. B. beim Begründen der Vollständigkeit) gesichtet, an die sich eine qualitative Inhaltsanalyse mit dem Schwerpunkt auf Impulse der Lehrperson anschloss.

3. Design der Lernumgebung

Die Lernumgebung ist in die Phasen ‚Einstieg‘, ‚Arbeitsphase‘ und ‚Reflexion‘ gegliedert. Im Einstieg werden fünf verschiedene geometrische Körper, unter denen sich zwei platonische Körper befinden, beschrieben und hinsichtlich Gemeinsamkeiten und Unterschieden verglichen. Die Schüler*innen werden aufgefordert, die Körper zu sortieren und ihre Zuordnung zu begründen. Ausgehend von diesen Zuordnungen wird der Fokus sukzessive auf die Eigenschaften platonischer Körper gelegt und diese gemeinsam erarbeitet. In der Arbeitsphase sollen die entdeckten Eigenschaften genutzt werden, um weitere platonische Körper aus Steckmaterial zu bauen und hinsichtlich der Formen und Anzahl der Flächen und Kanten an einer Ecke zu untersuchen. Im vorliegenden Beitrag wird die Reflexionsphase näher betrachtet, die das Entdecken und Beschreiben weiterer Auffälligkeiten bei platonischen Körpern und das Begründen der Vollständigkeit („Wie können wir sicher sein, dass wir alle platonischen Körper gefunden haben?“) intendiert.

4. Erste Ergebnisse

Ausgehend von der Frage, welchen Hürden die Lernenden in der konzipierten Lernumgebung begegnen, liefert die erste Analyse des Datenmaterials folgende Ergebnisse hinsichtlich des Begründens, die bei der weiteren Adaption der Lernumgebung Berücksichtigung finden sollen:

- Beim Einfordern und Unterstützen von Begründungen kommt der Lehrperson eine besondere Rolle zu.
- Bestimmte Impulse regen das Begründen an und liefern Begründungsansätze und -ideen.
- Sprachlich schwächere Lernende beteiligen sich nicht am Begründen und liefern keine eigenständigen Begründungsansätze.

Die genauere Analyse der Impulse, die erste Begründungsideen liefern, zeigt Folgendes: Grundsätzlich erfolgt die Begründung der Vollständigkeit der platonischen Körper handelnd am Material, sodass durch systematisches Probieren Erkenntnisse hinsichtlich der Anzahl der möglichen Vielecke an einer Ecke gesammelt werden. So entdecken die Lernenden während der Arbeits- und Reflexionsphase, dass z. B. nur aus Dreiecken, Vierecken und Fünfecken platonische Körper gebaut werden können und die Anzahl der

Flächen und Kanten an einer Ecke stets drei, vier oder fünf beträgt. Im 1. Zyklus zeigte sich, dass auf die im Anschluss an die Entdeckungen gestellte Frage „Wie können wir sicher sein, dass wir alle platonischen Körper gefunden haben?“, keine Antwort der Lernenden folgte. Ebenso erfolgte keine Antwort auf die Impulsfrage „Warum hast du keine weiteren mit Vierecken herstellen können?“. Erst nach der Einführung fiktiver Schüler*innenbearbeitungen, lässt sich bei dem Schüler Moritz ein erster Begründungsversuch bezüglich der Mindestanzahl an Vielecken an einer Ecke identifizieren:

- 1 L Lina hat zwei Dreiecke an einer Ecke gebaut, kann das klappen? Überprüfe mal.
- 2 M [*probiert es mit dem Steckmaterial aus*]. Nein. Das geht nicht.
- 3 L Warum geht das nicht?
- 4 M Hier, die müssen ja irgendwie immer miteinander verbunden sein und dann sind es drei Dreiecke.

Häufig zeigt sich, dass Lernende keine Begründungsnotwendigkeit empfinden und zunächst Schlussfolgerungen ohne Begründung nennen (vgl. Z. 2). Erst die Impulse der Lehrkraft mit expliziter Begründungsaufforderung, die sich auf die Aussagen der Kinder beziehen und Erklärungen einfordern (vgl. Z. 3), regen das Begründen an und liefern erste material- bzw. handlungsbezogene Begründungsansätze. Ähnliches zeigt sich im weiteren Gespräch bei Moritz:

- 28 L [*versucht, sechs Dreiecke zusammenzuklappen*].
- 29 M Ah ne, das geht nicht. Sechs geht nicht.
- 30 L Warum geht es mit sechs Dreiecken nicht?
- 31 M Weil wir sie nicht mehr klappen können. Weil wir müssen die ja zusammenschließen können.

Zudem wird hier deutlich, dass Moritz typische materialbezogene Sprachmittel wie z. B. „[hoch]klappen“ (Z. 31) oder „zusammenschließen“ (Z. 31) nutzt, um zu begründen, dass eine Winkelsumme von 360° am Eckpunkt keine räumliche Ecke und damit keinen Körper ergeben kann.

5. Folgerungen für die weitere Adaption der Lernumgebung

Dass die Lernenden erst nach der Konfrontation mit fiktiven Schüler*innenbearbeitungen erste Begründungsideen entwickeln, führt zu der Überlegung, die Lernenden systematischer an das Begründen heranzuführen, indem die Phase „Möglichkeiten ausgehend von der Anzahl der Flächen an einer Ecke systematisieren und beschreiben“ vorgeschaltet und der Fokus auf das operative Verändern der Vielecke einer Ecke und das Beschreiben dieser Auffälligkeiten hinsichtlich der Entstehung eines räumlichen Körpers gelegt wird.

Die Ergebnisse zeigen zudem, dass die Impulse der Lehrkraft entscheidend für den Lernprozess der Schüler*innen sind und situativ unterschiedliche Wirkungen erzeugen. Aus diesem Grund wird der Forschungsfokus für den nächsten Zyklus spezifischer auf die Impulsgebung der Lehrkraft und das Begründen der Schüler*innen gelegt und zusätzlich untersucht, wie alle Lernenden, auch sprachlich Schwächere, bei der Sprachhandlung des Begründens aktiviert werden können und sich am gemeinsamen Gespräch beteiligen.

Literatur

- Bezold, A. (2012). Förderung von Argumentationskompetenzen auf der Grundlage von Forscheraufgaben. Eine empirische Studie im Mathematikunterricht der Grundschule. *Mathematica didactica*, 35(1), 73–103.
- Götze, D. (2019). Schriftliches Erklären operativer Muster fördern. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 40(1), 95–121. <https://doi.org/10.1007/s13138-018-00138-4>
- Meyer, M., & Prediger, S. (2012). Sprachenvielfalt im Mathematikunterricht – Herausforderungen, Chancen und Förderansätze. *Praxis der Mathematik in der Schule*, 54(45), 2–9.
- Prediger, S., Şahin-Gür, D., & Zindel, C. (2019). What language demands count in subject-matter classrooms? A study on mathematics teachers' language-related orientations and diagnostic categories for students' explanations. *RISTAL – Journal for Research in Subject-matter Teaching and Learning*, 2(1), 102–117. <https://doi.org/10.23770/rt1827>
- Rütten, C., & Scherer, P. (2017). *Mathe-Spürnasen – Thema Platonische Körper – Einführung*. Universität Duisburg-Essen: Unveröffentlichtes Manuskript.
- Şahin-Gür, D., & Prediger, S. (2019). Sprachlich inklusiv unterrichten lernen – Konzept und Wirksamkeit einer fachdidaktischen Lehrveranstaltung. *Herausforderung Lehrer*innenbildung – Zeitschrift zur Konzeption, Gestaltung und Diskussion*, 2(3), 193–213. <https://doi.org/10.4119/hlz-2464>
- Stanat, P. (2006). Schulleistungen von Jugendlichen mit Migrationshintergrund. Die Rolle der Zusammensetzung der Schülerschaft. In J. Baumert, P. Stanat, & R. Waltermann (Hrsg.), *Herkunftsbedingte Disparitäten im Bildungswesen: Differenzielle Bildungsprozesse und Probleme der Verteilungsgerechtigkeit* (S. 189–219). VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Ufer, S., Reiss, K., & Mehringer, V. (2013). Sprachstand, soziale Herkunft und Bilingualität: Effekte auf Facetten mathematischer Kompetenz. In M. Becker-Mrotzek, K. Schramm, E. Thürmann, & H. J. Vollmer (Hrsg.), *Sprache im Fach. Sprachlichkeit und fachliches Lernen* (S. 185–202). Waxmann.