

Christian RÜTTEN

Metaphernanalyse zur Rekonstruktion von Vorstellungen zu negativen Zahlen

Einleitung

Mit „weniger als nichts“ bezeichnet Euler (1771, S. 9) in seiner *Vollständigen Anleitung zur Algebra* den Bereich der negativen Zahlen. Für die Zweitklässlerin Pia ist die Differenz 9–12 „Supernull“. Entsprechend der metaphortheoretischen Sichtweise von Lakoff und Núñez (1997; 2000) liegt dem sprachlichen Paradoxon Eulers und dem Neologismus Pias die *metaphorizing capacity*, die Fähigkeit, nicht unmittelbar Erfahrbares mittels Begriffen der Erfahrung vorzustellen, zugrunde. Sowohl Euler als auch Pia können auf der Grundlage ihrer erfahrungsgebundenen Vorstellung der natürlichen Zahlen als *object collection* (Lakoff/Núñez 1997; 2000) mithilfe einer *entity creating metaphor* (Lakoff/Núñez 2000) den Zahlbereich der natürlichen Zahlen erweitern. Durch eine im Folgenden vorzustellende systematische Metaphernanalyse von Eulers Abhandlung zu den negativen Zahlen (vgl. Euler 1771) und Pias Äußerungen zur Aufgabe 9–12 im Rahmen eines Interviews lassen sich die oben benannten Gemeinsamkeiten aufzeigen.

Einordnung in das Forschungsvorhaben

Pias Äußerung macht die in der Mathematikdidaktik nicht neue Erkenntnis deutlich, dass Lernende nicht als *tabula rasa*, als unbeschriebenes Blatt in den Unterricht kommen (Spiegel 1992). Alltagserfahrungen, Sprache und Unterricht lassen sogenannte vorunterrichtliche Vorstellungen bei den Lernenden entstehen. Im Rahmen einer konstruktivistischen Auffassung von Lehren und Lernen, müssen solche vorunterrichtlichen Vorstellungen als Grundlage für die Konstruktion der „normativ geprägten sachadäquaten Grundvorstellungen“ (vom Hofe 1995, S. 123) Berücksichtigung bei der Planung und Durchführung von Unterricht erfahren.

Um Vorstellungen von Grundschülerinnen und -schülern zu negativen Zahlen zu untersuchen und näher beschreiben zu können, werden in der vorliegenden Untersuchung die Vorstellungen der Lernenden auf der Grundlage einer schriftlichen Befragung und angeschlossener problemzentrierter Interviews, durchgeführt in verschiedenen Klassenstufen, rekonstruiert. Für die schriftliche Befragung wurde ein Aufgabenbogen mit 11 Aufgaben (variiert für verschiedene Klassenstufen) entwickelt. Die Bearbeitung dieses Aufgabenbogens dient sowohl als Sampling als auch als inhaltliche Grundlage für die Interviews.

Systematische Metaphernanalyse als qualitative Methode

Die Vorstellungen zu negativen Zahlen lassen sich aus sprachlichen Äußerungen von Lernenden mittels der auf der kognitiven Metaphertheorie (Lakoff/Johnson 1980; dt. 2011) gründenden systematischen Metaphernanalyse (Schmitt 2011; auch Kruse u. a. 2011) rekonstruieren.

Die kognitive Metaphertheorie sieht das Wesen der Metapher darin, „dass wir durch sie eine Sache oder einen Vorgang in Begriffen einer anderen Sache bzw. eines anderen Vorgangs verstehen und erfahren können“ (Lakoff/Johnson 2011, S. 13). „Durch die Metapher wird etwas Abstraktes, Unbekanntes bzw. ‚Un-Fassbares‘, nicht ‚Be-Greifbares‘ übersetzt in konkrete, bekannte Zusammenhänge“ (Kruse u. a. 2011, S. 65). Das Neue im Metaphernverständnis der kognitiven Metaphertheorie ist dabei die Erkenntnis, „dass Metaphern in der Regel nicht ohne Zusammenhang auftreten, sondern sich bündeln lassen“ (Schmitt 2009, S. 12). Diese Bündelung nennt die kognitive Metaphertheorie *metaphorical concept*. Diese metaphorischen Konzepte beleuchten (*highlighting*) und verbergen (*hiding*) immer bestimmte Aspekte des Konzepts, indem sie sich auf bestimmte Aspekte desselben konzentrieren (Lakoff/Johnson 1980; 2011).

Auf diesem theoretischen Hintergrund haben Schmitt (2000; 2003; 2009; 2011) und Kruse u. a. (2011) die systematische Metaphernanalyse als qualitative Forschungsmethode (weiter-)entwickelt. Anders als in den Metaphernanalysen der kognitiven Metaphertheorie (Lakoff/Johnson 1980; Lakoff/Núñez 1997; 2000) folgt die systematische Metaphernanalyse einer klar strukturierten und nachvollziehbaren Ablaufskizze:

- Kontext- und Selbstreflexion (Schmitt 2011; auch 2003)
- Identifikation der Metaphern (Schmitt 2003; 2011)
- Synthese von metaphorischen Konzepten (Schmitt 2003; 2011)
- Interpretation (Schmitt 2011; auch Kruse u. a. 2011)

Der Identifikation der Metaphern mittels Wort-für-Wort-Analyse kann eine Kontext- und Selbstreflexion vorgeschaltet werden (Schmitt 2011). Als Forschungsvorbereitung wird ein Lexikon möglicher metaphorischer Konzepte angelegt (Schmitt 2003). Dieses Lexikon umfasst die außerhalb des Samples auffindbaren sowie die das Denkmuster des Interpreten dominierenden metaphorischen Konzepte, um sich im Rahmen der Analyse gegen das Übersehen von Metaphern abzusichern (Schmitt 2011). Nach der dekonstruierenden Zergliederung des zu analysierenden Textes werden aus den identifizierten Metaphern metaphorische Konzepte rekonstruiert (Sch-

mitt 2003; 2011). Abschließend werden die metaphorischen Konzepte im Kontext der Forschungsfrage interpretiert (Kruse u. a. 2011; Schmitt 2011).

Euler erklärt einem Schneider die negativen Zahlen – Kontextanalyse

Im Rahmen der Kontextreflexion eignet sich in Bezug auf die Rekonstruktion metaphorischer Konzepte zu negativen Zahlen Eulers Abhandlung zu den negativen Zahlen (vgl. Euler 1771). Da Metaphern kulturabhängig sind (Lakoff/Johnson 2011), sind zunächst die kulturellen Zusammenhänge, in denen Euler sein Lehrbuch verfasst, zu betrachten. Dabei prägen vermutlich zwei kulturelle Entwicklungen in der zweiten Hälfte des 18. Jahrhunderts Eulers Abhandlung. Zum einen mag Euler das wachsende Bildungsinteresse motiviert haben, den Inhalt seiner Abhandlung so lange zu überarbeiten, bis einer seiner Mitarbeiter, der Schneider war, diesen verstand (Euler 1771). Zum anderen wird die Handelsstadt St. Petersburg, in der Euler sein Lehrbuch abfasst, und der aufkommende Wirtschaftsliberalismus sein Verständnis von Mathematik als einer „Wissenschaft der Größen, welche Mittel ausfindig macht, wie man letztere ausmessen soll“ (Euler 1771, S. 4), geprägt haben. Vor diesem Hintergrund versteht Euler Zahlen unter anderem als Geldwerte und negative Zahlen als Schulden (ebd., S. 9). Da man Schulden wie Objekte haben, anhäufen und verlieren kann, konzeptualisiert Euler negative Zahlen wie positive Zahlen zunächst als *object collection* (Lakoff/ Núñez 1997; 2000), wobei Schulden und Besitz zunächst als zwei getrennte Größen gedacht werden. Malle (1996) weist auf die bei Lernenden zu beobachtende spiegelbildliche Anordnung der positiven und negativen Zahlen bezüglich der Ordnungsrelation hin, die in einer solchen Vorstellung getrennter (Sub-)Größen ihren Ursprung haben dürfte. Gerade unter der Perspektive der Ordnungsrelationen verknüpft Euler die zunächst getrennten Größen mittels der *entity creating metaphor* (Lakoff/Núñez, 2000) NEGATIVE ZAHLEN SIND „WENIGER ALS NICHTS“ (Euler 1771, S. 9), indem er die Null (Nichts) als Vergleichsmarke nutzt.

Pia bearbeitet die Aufgabe 9–12 – Skizze einer Metaphernanalyse

Im Rahmen der Pilotierung der oben vorgestellten Untersuchung wurde die Zweitklässlerin Pia gebeten, die Aufgabe 9–12 während eines Interviews zu bearbeiten. Aus Pias Äußerungen lässt sich das aus der Kontextanalyse von Eulers Abhandlung bekannte metaphorische Konzept ZAHLEN SIND ANSAMMLUNGEN VON OBJEKTEN rekonstruieren. Pia nutzt bei der Lösung der Aufgabe 9–12 das Fingerrechnen, wobei die Finger Zahlen und das Handeln mit den Fingern Operationen repräsentieren. Damit konsistent wird von Pia Subtraktion als Wegnehmen verstanden. In Ablehnung der Gültigkeit der Kommutativität bei der Subtraktion („Nö, das ist nicht das

Gleiche...“) gibt Pia als Lösung der Aufgabe 9-12 „Supernull“ an. Sie überblendet in dieser *entity creating metaphor* (Lakoff/Núñez 2000) Elemente aus ihrer mathematischen und alltagsweltlichen Erfahrung. Indem Pia dem Zeichen „0“ einen Umhang anfügt, vollzieht sie diese Überblendung auch auf der Ebene des mathematischen Zeichens. Ohne eine spezifische Vorstellung vom Zahlbereich zu haben, in dem die Aufgabe 9–12 eine Lösung besitzt, erweitert Pia ähnlich wie Euler ihren Zahlbereich mittels *metaphorizing capacity*, der Fähigkeit sich auf der Grundlage der Erfahrungen Nicht-Erfahrbares vorzustellen. Dabei kommt auch bei Pia der Null verstanden als Nichts („...dann würde alles weg“) eine zentrale Rolle zu.

Literatur

- Euler, L. (1771). *Vollständige Anleitung zur Algebra* (Erster Theil): *Von den verschiedenen Rechnungsarten, Verhältnissen und Proportionen*. St. Petersburg: Kaysersliche Akademie der Wissenschaften.
- Kruse, J., Biesel, K. & Schmieder, Ch. (2011). *Metaphernanalyse. Ein rekonstruktiver Ansatz*. Wiesbaden: VS Verlag.
- Lakoff, G. & Johnson, M. (1980). *Metaphors we live by*. London: The university of Chicago press.
- Lakoff, G. & Johnson, M. (2011). *Leben in Metaphern: Konstruktion und Gebrauch von Sprachbildern* (7. Aufl.). Heidelberg: Carl-Auer-Systeme-Verl.
- Lakoff, G. & Núñez, R. (1997). The metaphorical structure of mathematics: Sketching out a cognitive foundation for a mind-based mathematics. In: L. English (Hrsg.), *Mathematical reasoning: Analogies, metaphors, and images* (S. 21–89). Mahwah, NJ: L. Erlbaum Associates.
- Lakoff, G. & Núñez, R. (2000). *Where mathematics comes from? How the embodied mind brings mathematics into being*. New York: Basic Books.
- Malle, G. (1996). Lehrgang über negative Zahlen. *Österreichische Mathematische Gesellschaft: Didaktikheft*, 26, 142–151.
- Schmitt, Rudolf (2000). Skizzen zur Metaphernanalyse (10 Absätze). *forum qualitative sozialforschung* [Online Journal], 1(1).
- Schmitt, R. (2003). Methode und Subjektivität in der Systematischen Metaphernanalyse (54 Absätze). *forum qualitative sozialforschung* [Online Journal], 4 (2).
- Schmitt, R. (2009). Metaphernanalyse und Konstruktion von Geschlecht (84 Absätze). *forum qualitative sozialforschung* [Online Journal], 10 (2).
- Schmitt, R. (2011). Systematische Metaphernanalyse als qualitative sozialwissenschaftliche Forschungsmethode. *metaphorik.de* [Online Journal], 21, 47–81.
- Spiegel, H. (1992). Was und wie Kinder zu Schulbeginn schon rechnen können. Ein Bericht über Interviews mit Schulanfängern. *Grundschulunterricht*, 39 (11), 21–23.
- vom Hofe, R. (1995). *Grundvorstellungen mathematischer Inhalte*. Heidelberg: Spektrum, Akademischer Verlag.