Zur Berechnung dynamischer Vorgänge bei von einem Drehstromsteller gespeisten Antrieben mit Asynchronmaschinen und mehreren gekoppelten Massen mittels Finite-Differenzen-Zeitschrittrechnung

vom
Fachbereich Elektrotechnik
der
Universität Dortmund
genehmigte

D I S S E R T A T I O N
zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor der Ingenieurwissenschaften

von
Dipl.-Ing. MEINOLF KLOCKE

Dortmund
1999

Tag der mündlichen Prüfung:	20. August 1999
Hauptreferent:	Prof. Dr. techn. K. Oberretl, Dortmund
Korreferent:	Prof. Dr.-Ing. K. Reichert, Zürich

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Elektrische Maschinen, Antriebe und Leistungselektronik, ehemals Lehrstuhl für Theoretische Elektrotechnik und Elektrische Maschinen der Fakultät für Elektrotechnik an der Universität Dortmund.

Herr Prof. Dr. techn. K. Oberretl gab die Anregung zu dieser Arbeit und begleitete sie mit großem Interesse. Für seine wertvollen Hinweise, die aufschlußreichen Diskussionen und die permanente Dialogbereitschaft möchte ich mich an dieser Stelle herzlich bedanken.

Herrn Prof. Dr.-Ing. K. Reichert danke ich herzlich für die freundliche Übernahme des Korreferats.

Allen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern des Lehrstuhls sowie den studentischen Hilfskräften, die in vielfältiger Weise zum Gelingen des vorliegenden Werkes beigetragen haben, danke ich für die mir zuteil gewordene Unterstützung. Hierbei verdienen Herr Herzog und Herr Menge für die Durchführung zahlreicher Messungen besondere Erwähnung.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung 1

2. Theorie und Berechnungsverfahren 3

2.1 Annahmen und Vereinfachungen für das mathematische Modell 5

2.2 Numerische Berechnung transienter Vorgänge in Antrieben mit Asynchronmotoren und Versorgungseinrichtungen mit Dioden und Thyristoren 7

2.2.1 Die linearen Spannungsgleichungen 7

2.2.2 Die Berücksichtigung der nichtlinearen Halbleiterventilkennlinien 12

2.2.3 Der Aufbau des Gleichungssystems eines 3-phasigen Drehstromstellers mit einer 3-phasigen Last in Stern- oder Dreieckschaltung 19

2.3 Die rechnerische Behandlung wichtiger mechanischer Konstanten 25

2.3.1 Analogiebetrachtungen zwischen elektrischen Netzwerken und mechanischen Systemen 25

2.3.2 Die Gleichungen der linearen Elemente 27

2.3.3 Die Berücksichtigung von nichtlinearen Reibungen, Elastizitäten und Drehmomentcharakteristiken 29

2.3.4 Der Aufbau des mechanischen Gleichungssystems 33

2.4 Die Finite-Differenzen-Zeitschrittrechnung und der Zeitschrittparameter 35

2.4.1 Die Feldgleichungen, diskretisiert nach Ort und Zeit 37

2.4.2 Die Statorspannungsgleichungen 39

2.4.3 Die Rotorspannungsgleichungen 40

2.4.4 Das elektrische Drehmoment und die Bewegungsgleichung des Rotors 41

2.5 Die Ankopplung des elektrischen und des mechanischen Teilsystems an das FD-Berechnungsverfahren 44

2.5.1 Darstellung des FD-Gleichungssystems zur Feld- und Netzwerkberechnung 44

2.5.2 Die Ankopplung der mechanischen Berechnung an die Feld- und Netzwerk-berechnung 46

3. Kurzbeschreibung der Rechnerprogramme 49

4. Theoretische und rechnerische Untersuchung der Hochlaufgefährdung von Antrieben mit Asynchronmotoren durch synchrone Satteldrehmomente 52

4.1 Vorbetrachtungen 52
4.2 Finite-Differenzen-Zeitschrittrechnungen zum Hochlauf 57
4.3 Näherung für schnelle Parameterstudien zum Hochlaufverhalten unter der Annahme quasistationärer Verhältnisse 68

4.3.1 Der Einfluß des parasitären asynchronen Drehmomentsattels bei 214 min^{-1} 68
4.3.2 Der Einfluß der Torsions-Eigenfrequenzen des Mehrmassenschwingers mit elastischer Kupplung über Keilreimen oder Meßwelle und deren Dämpfungen 71
4.3.3 Der Einfluß von synchronen Pendelmomenten höherer Ordnung des Asynchronmotors 77

4.4 Parameterstudium zum Einfluß des Rotorstartwinkels mittels Finite-Differenzen-Hochlaufrechnungen 80
4.5 Finite-Differenzen-Zeitschrittrechnungen zum Hochlaufverhalten bei Speisung des Antriebes aus einem Drehstromsteller 82

5. Resultate und Vergleich mit Messungen für Strom- und Spannungszeitverläufe an einem drehstromstellergespeisten 5 kW-Käfigläufermotor im Leerlauf und im Stillstand 89

6. Resonanzüberhöhung der Torsionsschwingungen des Mehrmassenantriebes durch synchrone Pendelmomente bei sinusförmiger Klemmenspannung 95

6.1 Beschreibung des Maschinensatzes mit Drehmomentmeßwelle 95
6.2 Meßergebnisse von Hochlaufversuchen 100
6.3 Festlegung von Ort und Art der Dämpfungskonstanten 109
6.4 Rechenergebnisse und Vergleich mit Messungen 115

7. Drehstromstellergespeister Mehrmassenantrieb, Einfluß von Pendelmomenten 126

7.1 Maschinensatz mit Meßwelle, Resonanzüberhöhung, Vergleich mit Messungen 126
7.2 Maschinensatz mit zusätzlicher, über Keilriemen angekuppelter Schwungmasse, Hochlaufgefährdung 139

8. Weitergehende Auswertungen von FD-Rechenergebnissen 152

8.1 Leistungen, Verluste und Wirkungsgrade 152
8.2 Luftspaltfelder und Radialkraftwellen 167

9. Rechenzeiten und verwendete Rechner 171

10. Zur Wahl des Zeitschrittparameters θ 173

11. Zusammenfassung 180

Anhang A:
Daten, Gitter und Feldbilder der Maschine 1 (Kapitel 4, 6 und 7) 181

Anhang B:
Daten, Gitter und Feldbilder der Maschine 2 (Kapitel 5) 189

Anhang C:
Vergleich zwischen Runge-Kutta-Verfahren und modifizierter Trapezregel-Methode bezüglich der Dämpfung 193

Anhang D:
Rechnung mit Eisensättigung bei Speisung des Maschinensatzes aus einem Drehstromsteller, Einfluß auf die maximale Pendelmomentamplitude 200

Anhang E:
Versuch einer rechnerischen Erfassung des nichtlinearen Dämpfungsverhaltens 205

Formelzeichen, Indizes und Schreibweisen 213

Literaturverzeichnis 219

Lebenslauf 225

1. Einleitung

Die Speisung eines Asynchronmotors über einen Drehstromsteller ermöglicht bekanntlich einen sanften Anlauf mit reduziertem Strom und Drehmoment oder auch eine Drehzahlregelung mit unter Umständen relativ geringen Verlusten.

Eine genaue Berechnung des Asynchronmotors mit Käfigläufer für den stationären und nichtstationären Betrieb bei sinusförmiger Klemmenspannung mittels Finite-Differenzen-Zeitschrittrechnung liegt von Gottkehaskamp [1, 2] vor.

Das Problem der parasitären synchronen Dreh- und Pendelmomente in Asynchronmotoren und die hierdurch verursachte Hochlaufgefährdung wurde von Oberretl [3, 4] ausführlich behandelt, allerdings ohne Speisung über Drehstromsteller und nicht für Mehrmassenschwinger.

Die rechnerische Behandlung von leistungselektronischen Versorgungseinrichtungen, wozu auch der Drehstromsteller zählt, wird bei Büchner [5] in ihren Grundzügen vorgestellt und bei Rajagopalan [6] anhand zahlreicher Beispiele dargelegt. Auch Vökler [7, 8] und Siebert [9] befassen sich mit der Berechnung der zeitlichen Verläufe elektrischer Größen in Stromrichterschaltungen mit Hilfe von Digitalrechnern durch Anwendung von Netzwerktheorie und Zeitschrittrechnung.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Kombination dieser Theorien und deren Erweiterung auf Mehrmassenschwinger, wobei die Bestimmung der Federkonstanten von Wellen, Kupplungen und Keilriemen und der zugehörigen Dämpfungen für die Bestimmung der wichtigen mechanischen Drehresonanzen eine große Rolle spielt.

Bei der Messung der Zeitverläufe von Kräften oder Drehmomenten entstehen Schwierigkeiten, da diese nur über Bewegungen (z. B. Verdrehwinkel) meßbar sind, diese Bewegungen aber meist stark von Resonanzen abhängen. Ein Vergleich von Messung und Rechnung im Zeitverlauf von Kräften oder Drehmomenten setzt daher meistens auch die Kenntnis der mechanischen Resonanzen nach Frequenz und Überhöhung voraus. Die Vorausberechnung der Resonanzkurven stellt jedoch ein nahezu unlösbares Problem dar, da diese stark von der temperaturabhängigen Reibung (Lager, Bürsten, Kupplungen) und von Wirbelstromverlusten in den Eisenteilen abhängen.

Bei der Modalanalyse wird das System der mechanischen Differentialgleichungen mit einer Matrix aus den zu den jeweiligen Eigenfrequenzen gehörigen Eigenschwingungsformen oder Schwingungsmoden, der sog. Modalmatrix, transformiert. Hierbei entstehen unabhängige Differentialgleichungen für die einzelnen Schwingungsmoden. Dabei wird für die Bestimmung der Eigenfrequenzen und Eigenvektoren vereinfachend das ungedämpfte System zugrunde gelegt. Die modalen Dämpfungen, die aus Messungen einfacher bestimmt

werden können als die Dämpfungsparameter der Maschinenteile, werden nachträglich eingeführt (Kulig, [10]). Neben der vereinfachten Lösung des Differentialgleichungssystems hat man hier also eine adäquate Berücksichtigung der Dämpfungseinflüsse, die allerdings schon auf Messungen beruht. Die Vorteile der Modalanalyse bestehen in einer vereinfachten, da entkoppelten Lösung der einzelnen Differentialgleichungen und in einer Ordnungsreduktion, insofern nur die niederfrequenten, dominierenden Schwingungsformen berücksichtigt zu werden brauchen.

Bei Turbosätzen mit ihren extrem niedrigen Dämpfungen verursacht die Bestimmung der Modalmatrix anhand des ungedämpften Systems und die nachträgliche Einführung modaler Dämpfungsterme keine nachweisbaren Fehler.

Bei den hier behandelten Antrieben niedriger Leistung treten im Wellenstrang jedoch weitaus höhere Dämpfungen auf, so daß die Zugrundelegung des ungedämpften Systems für die Bestimmung der Modalmatrix zweifelhaft erscheint. Da ohnehin Systeme niedriger Ordnung betrachtet werden (max. Viermassenschwinger), ist auch kein Vorteil in Form einer Ordnungsreduktion gegeben, und die Einsparung an Rechenaufwand durch die Entkopplung ist vernachlässigbar gering.

Die rechnerische Behandlung des Wellenstranges wird also nicht anhand der Eigenschwingungsformen, sondern direkt anhand des Verhaltens der einzelnen Schwungmassen, Federn usw. vorgenommen, wobei auch die Einbindung beliebiger, nichtlinearer mechanischer Elemente einfacher zu gestalten ist.

Das magnetische Feld wird für jeden Zeitschritt von etwa 50 µs zweidimensional anhand eines vorgegebenen Gitters in Polarkoordinaten mit etwa 10 000 Knoten ermittelt. Die Integration über die Zeit erfolgt mittels eines modifizierten Trapezregelverfahrens. Eine Verbesserung mittels der FE-Methode mit adaptiver Netzgenerierung wäre denkbar, wird aber mit Rücksicht auf den ohnehin schon sehr großen Rechenzeit- und Programmieraufwand nicht weiter verfolgt.

Mit dem Berechnungsverfahren kann ein kompletter Antrieb ohne konkrete Vernachlässigungen berechnet werden.

Für einen vorgegebenen Anschnittwinkel des Drehstromstellers werden folgende Resultate erwartet:

- Zeitverläufe von Strom, Spannung und Drehmoment am Motor
- Mechanische Beanspruchung von Wellen, Kupplungen und Keilriemen
- Torsionschwingungen der einzelnen Massen
- Hochlaufgefährdung durch den Spannungsanschnitt
- Einfluß des Spannungsanschnittes auf zusätzliche Verluste, Geräusche und Vibrationen im Antrieb

2. Theorie und Berechnungsverfahren

Zeitgemäße Antriebe mit Asynchronmotoren können als aus drei eng gekoppelten und miteinander verflochtenen Teilsystemen bestehend aufgefaßt werden. Diese sind zusammen mit wichtigen charakterisierenden Größen und deren qualitativen Wechselwirkungen in Bild 2.1 aufgeführt. Die Versorgungs- oder Speisevorrichtung erzeugt aus dem idealerweise als starr angenommenen dreiphasigen Netzspannungssystem ein bezüglich gewisser Parameter regelbares Versorgungsspannungssystem $(u_{RS}(t),\ u_{ST}(t),\ u_{ST}(t))^T$. Dieses bewirkt zusammen mit der Antriebsmaschine die Stromzeitverläufe $(i_R(t),\ i_S(t),\ i_T(t),)^T$, die rückwirkend die Versorgungsspannungen beeinflussen und selbst vom elektromagnetischen Zustand der Antriebsmaschine, nämlich von der Feld- und Vektorpotentialverteilung ($A(t)$) im Maschinenquerschnitt abhängen. In der Antriebsmaschine resultiert der elektromagnetische Zustand in ein elektrisch erzeugtes Drehmoment $M_{el}(t)$, das dem statischen und dynamischen Gegenmoment $M_G(t)$ des mechanischen Teilsystems entgegenwirkt. Die mechanischen Ausgangsgrößen der Maschine, die Drehzahl $n(t)$ und die Rotorposition $\beta(t)$, werden hierdurch beeinflußt, wovon die Rotorposition $\beta(t)$ wiederum direkt auf die Feldverteilung in der Maschine zurückwirkt.

In den nachfolgenden Unterkapiteln wird die mathematische Beschreibung der einzelnen Teilsysteme und deren Umsetzung in numerische Verfahren dargestellt. Dazu werden zunächst die Gleichungen aufgestellt, die das Verhalten der Teilsysteme im Innern widergeben und einen Zusammenhang zwischen äußeren Eingangs- oder Ausgangsgrößen sowie inneren Zustandsgrößen herstellen, wobei auch auf die im nichtlinearen Fall notwendigen iterativen Verfahren hingewiesen wird.

Anschließend wird noch gesondert auf die rechnerische Kopplung der einzelnen Teilsysteme an den Schnittstellen „Drehstromsteller-Asynchronmotor“ und „Asynchronmotor-Wellenstrang“ eingegangen.

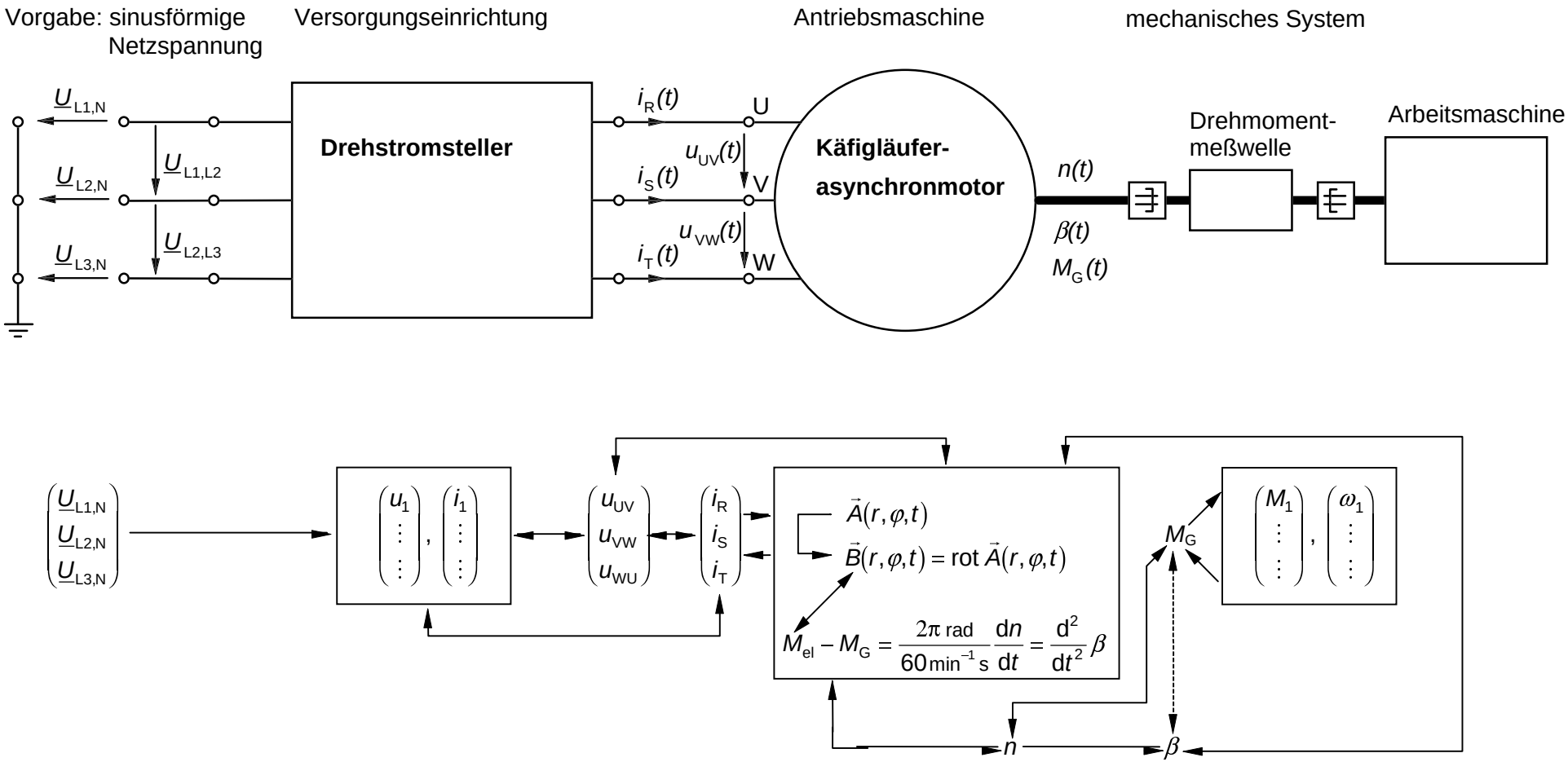


Bild 2.1: Schematische Darstellung der Teilsysteme eines Asynchronmaschinenantriebes mit Drehstromsteller und Meßwellenstrang. Innere Größen der einzelnen Teilsysteme sind umrahmt.

2.1 Annahmen und Vereinfachungen für das mathematische Modell

a) Für den Drehstromsteller, bzw. das vorgeschaltete Netzwerk:

- Das speisende Netz am Eingang des Drehstromstellers ist starr und 3-phasig (allgemein m_{ph}-phasig).
- Es werden lineare Netzwerkelemente *R*, *L* und *C* berücksichtigt.
- Die Berücksichtigung von Dioden kann anhand idealisierter, d. h. bereichsweise linearer Kennlinien (Sperrleitwert und Durchlaßwiderstand) erfolgen oder anhand von Exponentialkennlinien.
- Paare antiparallel geschalteter Thyristoren und Triacs werden durch eine gesteuerte Umschaltung zwischen Sperr- und Durchlaßbereichen exponentieller Diodenkennlinien nachgebildet.
- Alle Halbleiterbauelemente werden durch statische Kennlinien beschrieben. Dynamische Vorgänge wie die Auf- und Entladung von Sperrschichtkapazitäten sowie Rückwärtserholzeiten und Freiwerdezeiten werden vernachlässigt.
- Die Steuerung der Thyristoren bzw. Thyristorpaare erfolgt durch Vorgabe eines konstanten Zündwinkels α_z, der sich auf eine der drei Leitererdspannungen des speisenden Netzes bezieht.

b) Für die Asynchronmaschine (siehe auch [1]):

- Die Maschine ist ungeschrägt.
- Die Feldverteilung ist über dem Maschinenquerschnitt zweidimensional.
- Endeffekte des Stirnraumes werden durch konzentrierte Ersatzelemente berücksichtigt. (Stator: Streureaktanz, Rotor: Ohmscher Ringwiderstand und aus dem Eisen herausragender Stabwiderstand.)
- Hysterese- und Wirbelstromverluste in den Eisenblechen des Ständers und des Rotors werden vernachlässigt.
- Die Eisensättigung kann durch Vorgabe einer Anzahl von Stützpunkten der Magnetisierungskennlinie berücksichtigt werden. In der vorliegenden Arbeit wird davon jedoch mit Rücksicht auf die Rechenzeiten meistens mit einer linearen Kennlinie gerechnet. Ein Rechenbeispiel mit Eisensättigung befindet sich in Anhang D.

c) Für den Wellenstrang, bzw. das mechanische System:

- Drehfedersteifigkeiten sind konstant, und Reibungsbeiwerte sind unabhängig von der Winkelgeschwindigkeit.
- Nichtlineare Elastizitäten könnten durch geeignete Funktionen berücksichtigt werden (siehe Anhang E).
- Getriebeübersetzungen werden durch Umrechnung von J, c und d mit dem Quadrat des Übersetzungsverhältnis berücksichtigt.

2.2 Numerische Berechnung transienter Vorgänge in Antrieben mit Asynchronmotoren und Versorgungseinrichtungen mit Dioden und Thyristoren

Nachfolgend wird ein mathematisches Modell für die Versorgungseinrichtung (Drehstromsteller, Frequenzumrichter) des Antriebssatzes und seine numerische Behandlung beschrieben. Die Versorgungseinrichtung wird hierzu als ein aus einem m_{ph}-phasigen, starren, symmetrischen Spannungssystem gespeistes elektrisches Netzwerk aufgefaßt. Dabei werden lineare, zeitinvariante sowie nichtlineare, gesteuerte und ungesteuerte Elemente berücksichtigt. Als Elemente werden Widerstände oder Leitwerte, Selbst- und Gegeninduktivitäten und Kapazitäten sowie Dioden und Thyristoren bzw. deren Antiparallelschaltungen betrachtet. Die mathematische Beschreibung erfolgt durch das Strom-Spannungsverhalten der einzelnen Zweigelemente und die Netzwerkstrukturgleichungen, die Kirchhoff´schen Sätze. Das Verhalten der Zweigelemente wird durch algebraische sowie Differential- und Integralgleichungen charakterisiert. Durch geeignete Approximation der auftretenden Integrale anhand von zeitdiskret gegebenen Stützwerten der gesuchten Größen gelingt die Überführung des zeitkontinuierlichen mathematischen Modells in ein System von Differenzengleichungen und algebraischen Gleichungen, das digital programmierbar ist.

2.2.1 Die linearen Spannungsgleichungen

Die zeitdiskreten Spannungsgleichungen der linearen Netzwerkelemente werden aus den zeitkontinuierlichen Integral- und Differentialgleichungen hergeleitet.

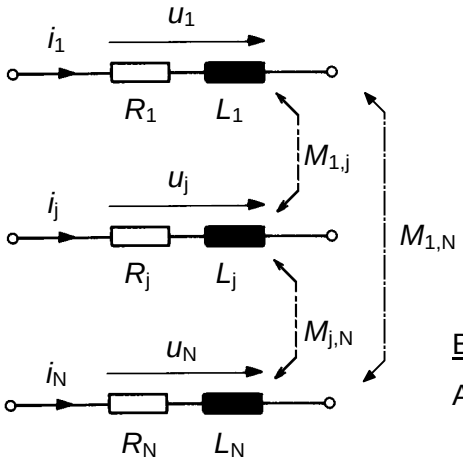


Bild 2.2:
Ausschnitt aus einem *RLM*-Netzwerk mit *N* Zweigen.

Die Spannungsgleichung des *j*-ten Zweiges eines *RLM*-Netzwerkes mit *N* Zweigen beinhaltet ohmschen und induktiven Spannungsabfall und die von den anderen *N*-1 Zweigströmen induzierten Spannungen:

$$u_{\mathrm{j}}(t) = R_{\mathrm{j}} \cdot i_{\mathrm{j}}(t) + L_{\mathrm{j}} \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} i_{\mathrm{j}}(t) + \sum_{\substack{\mathrm{l}=1 \\ \mathrm{l}\neq\mathrm{j}}}^{\mathrm{N}} M_{\mathrm{l,\,j}} \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} i_{\mathrm{l}}(t) \quad . \tag{2.1}$$

Durch Umstellung gelangen alle Differentialquotienten auf die rechte Seite:

$$u_{\mathrm{j}}(t) - R_{\mathrm{j}} \cdot i_{\mathrm{j}}(t) = L_{\mathrm{j}} \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} i_{\mathrm{j}}(t) + \sum_{\substack{\mathrm{l}=1 \\ \mathrm{l}\neq\mathrm{j}}}^{\mathrm{N}} M_{\mathrm{l,\,j}} \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} i_{\mathrm{l}}(t) \quad . \tag{2.1a}$$

Eine Integration auf beiden Seiten über das Zeitintervall [t, t+h] und Vertauschen der Reihenfolge von Summationen und Integrationen sowie Ausklammern der zeitunabhängigen Induktivitäten liefert für die rechte Seite:

$$\int_{t_1}^{t_1+h} \left(L_{\mathrm{j}} \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} i_{\mathrm{j}}(t) + \sum_{\substack{\mathrm{l}=1 \\ \mathrm{l}\neq\mathrm{j}}}^{\mathrm{N}} M_{\mathrm{l,\,j}} \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} i_{\mathrm{l}}(t) \right) \mathrm{d}t = L_{\mathrm{j}} \cdot \int_{t_1}^{t_1+h} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} i_{\mathrm{j}}(t)\,\mathrm{d}t + \sum_{\substack{\mathrm{l}=1 \\ \mathrm{l}\neq\mathrm{j}}}^{\mathrm{N}} \left(M_{\mathrm{l,\,j}} \cdot \int_{t_1}^{t_1+h} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} i_{\mathrm{l}}(t)\,\mathrm{d}t \right) \quad . \tag{2.1b}$$

Die Ausführung der Intgrale der rechten Seite über die Differentialquotienten ergibt:

$$L_{\mathrm{j}} \cdot \int_{t_1}^{t_1+h} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} i_{\mathrm{j}}(t)\,\mathrm{d}t + \sum_{\substack{\mathrm{l}=1 \\ \mathrm{l}\neq\mathrm{j}}}^{\mathrm{N}} \left(M_{\mathrm{l,\,j}} \cdot \int_{t_1}^{t_1+h} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} i_{\mathrm{l}}(t)\,\mathrm{d}t \right) = L_{\mathrm{j}} \cdot \left(i_{\mathrm{j}}(t_1+h) - i_{\mathrm{j}}(t_1) \right) + \sum_{\substack{\mathrm{l}=1 \\ \mathrm{l}\neq\mathrm{j}}}^{\mathrm{N}} \left(M_{\mathrm{l,\,j}} \cdot \left(i_{\mathrm{l}}(t_1+h) - i_{\mathrm{l}}(t_1) \right) \right) \quad . \tag{2.1c}$$

Nach Aufteilung der Summe erhält man:

$$\begin{aligned} L_{\mathrm{j}} \cdot \left(i_{\mathrm{j}}(t_1+h) - i_{\mathrm{j}}(t_1) \right) + \sum_{\substack{\mathrm{l}=1 \\ \mathrm{l}\neq\mathrm{j}}}^{\mathrm{N}} \left(M_{\mathrm{l,\,j}} \cdot \left(i_{\mathrm{l}}(t_1+h) - i_{\mathrm{l}}(t_1) \right) \right) = {} & L_{\mathrm{j}} \cdot i_{\mathrm{j}}(t_1+h) - L_{\mathrm{j}} \cdot i_{\mathrm{j}}(t_1) + \\ & + \sum_{\substack{\mathrm{l}=1 \\ \mathrm{l}\neq\mathrm{j}}}^{\mathrm{N}} M_{\mathrm{l,\,j}} \cdot i_{\mathrm{l}}(t_1+h) - \sum_{\substack{\mathrm{l}=1 \\ \mathrm{l}\neq\mathrm{j}}}^{\mathrm{N}} M_{\mathrm{l,\,j}} \cdot i_{\mathrm{l}}(t_1) \end{aligned} \tag{2.1d}$$

Eine andere, kompaktere Schreibweise für die Funktionswerte, z. B. des Stromes, zu den diskreten Zeitpunkten wird im folgenden verwendet:

$$i_{\mathrm{j}}(t_1+h) = i_{\mathrm{j}}\big|_{t+h}, \quad i_{\mathrm{j}}(t_1) = i_{\mathrm{j}}\big|_{t} \quad . \tag{2.1e}$$

Durch Umformung und Integration ergibt sich also aus (2.1) gemäß der skizzierten Zwischenrechnung:

$$\int_{t_1}^{t_1+h} \left(u_{\mathrm{j}}(t) - R_{\mathrm{j}} \cdot i_{\mathrm{j}}(t) \right) \mathrm{d}t = L_{\mathrm{j}} \cdot i_{\mathrm{j}}\big|_{t+h} + \sum_{\substack{\mathrm{l}=1 \\ \mathrm{l}\neq\mathrm{j}}}^{\mathrm{N}} M_{\mathrm{l,\,j}} \cdot i_{\mathrm{l}}\big|_{t+h} - L_{\mathrm{j}} \cdot i_{\mathrm{j}}\big|_{t} - \sum_{\substack{\mathrm{l}=1 \\ \mathrm{l}\neq\mathrm{j}}}^{\mathrm{N}} M_{\mathrm{l,\,j}} \cdot i_{\mathrm{l}}\big|_{t} \quad . \tag{2.2}$$

Das Zeitintegral der linken Seite wird nun durch eine Linearkombination der Randwerte des Integranden auf dem Intervall [t_1, t_1+h] approximiert:

$$\int_{t_1}^{t_1+h} \left(u_\mathrm{j}(t) - R_\mathrm{j} \cdot i_\mathrm{j}(t)\right) \mathrm{d}t = (1-\theta) \cdot h \cdot \left(u_\mathrm{j} - R_\mathrm{j} \cdot i_\mathrm{j}\right)\Big|_{t+h} + \theta \cdot h \cdot \left(u_\mathrm{j} - R_\mathrm{j} \cdot i_\mathrm{j}\right)\Big|_{t} \quad . \tag{2.3}$$

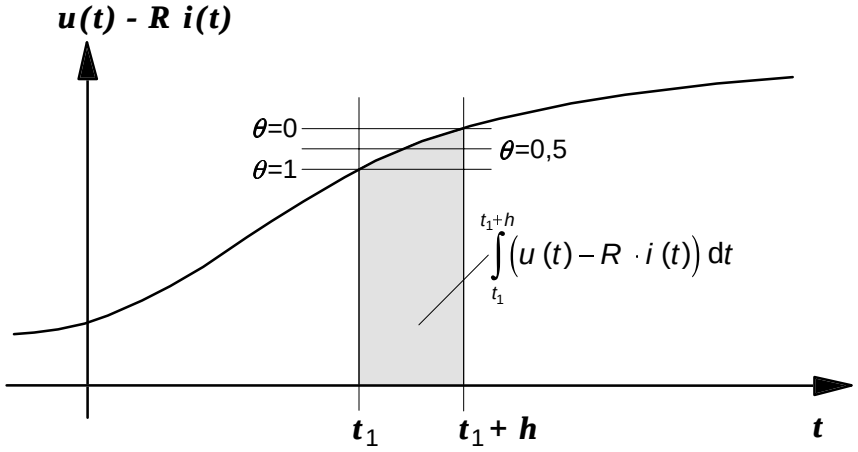


Bild 2.2a:

Darstellung der exakten Integralfläche (grau) und approximierender Rechteckflächen für verschiedene Werte von θ.

Für θ = ½ erhält man eine Integration gemäß der Trapezregel (wie von [1] verwendet). Eine ähnliche Approximation wird in [11] und [12] bei der zeitlichen Diskretisierung parabolischer partieller Differentialgleichungen aufgeführt und in [11] als „θ-Methode“ bezeichnet. In der vorliegenden Arbeit wird das Integrationsverfahren nachfolgend auf alle Differentialgleichungen angewandt und unter dem Begriff „modifizierte Trapezregel“ geführt. Über die Vor- und Nachteile der modifizierten Trapezregel und zur Wahl des Zeitschrittparameters θ wird ausführlich in Kap. 10 und im Anhang C Stellung genommen.

Einsetzen von (2.3) in (2.2) und Trennung der noch unbekannten Werte $u_\mathrm{j}\big|_{t+h}$ und $i_\mathrm{j}\big|_{t+h}$ von denjenigen des vorausgegangenen Zeitpunktes, $u_\mathrm{j}\big|_{t}$ und $i_\mathrm{j}\big|_{t}$ liefert:

$$u_\mathrm{j}\big|_{t+h} - \left(R_\mathrm{j} + \frac{L_\mathrm{j}}{(1-\theta)\cdot h}\right) \cdot i_\mathrm{j}\big|_{t+h} - \sum_{\substack{\mathrm{l}=1 \\ \mathrm{l}\neq\mathrm{j}}}^{\mathrm{N}} \frac{M_{\mathrm{l,j}}}{(1-\theta)\cdot h} \cdot i_\mathrm{l}\big|_{t+h} =$$

$$= -\frac{\theta}{1-\theta} \cdot u_\mathrm{j}\big|_{t} + \left(\frac{\theta}{1-\theta} \cdot R_\mathrm{j} - \frac{L_\mathrm{j}}{(1-\theta)\cdot h}\right) \cdot i_\mathrm{j}\big|_{t} - \sum_{\substack{\mathrm{l}=1 \\ \mathrm{l}\neq\mathrm{j}}}^{\mathrm{N}} \frac{M_{\mathrm{l,j}}}{(1-\theta)\cdot h} \cdot i_\mathrm{l}\big|_{t} \quad . \tag{2.4}$$

Hierin sind auch die Spezialfälle eines ohmsch-induktiven Zweiges ohne induktive Kopplung zu anderen Zweigen ($M_{\mathrm{l,\,j}}$ = 0) und eines rein ohmschen Zweiges (L_j = 0 und $M_{\mathrm{l,\,j}}$ = 0) enthalten, wobei für den letzteren Fall die rechte Seite Null zu setzen ist.

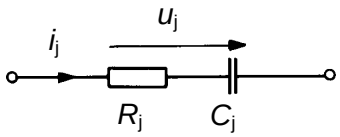


Bild 2.3: Ohmsch-kapazitiver Zweig mit Zählpfeilen.

Ein ohmsch-kapazitiver Zweig wird zeitkontinuierlich beschrieben durch die Integralgleichung

$$u_j(t) = R_j \cdot i_j(t) + \frac{1}{C_j} \cdot \int i_j(t)\,\mathrm{d}t \quad . \tag{2.5}$$

Führt man die Integration über einen Zeitschritt aus, wobei man das Integral wiederum durch die Linearkombination der Randwerte des Integranden ersetzt, so erhält man zunächst mit Spannung und Strom zu den Zeitpunkten *t* und *t*+*h*:

$$\frac{1}{C_j} \cdot \int_{t_1}^{t_1+h} i_j(t)\,\mathrm{d}t = \left(u_j - R_j \cdot i_j\right)\Big|_{t+h} - \left(u_j - R_j \cdot i_j\right)\Big|_t = \frac{(1-\theta)\cdot h}{C_j} \cdot i_j\Big|_{t+h} + \frac{\theta \cdot h}{C_j} \cdot i_j\Big|_t \quad . \tag{2.6}$$

Hieraus folgt nach Umstellung:

$$u_j\Big|_{t+h} - \left(R_j + \frac{(1-\theta)\cdot h}{C_j}\right) \cdot i_j\Big|_{t+h} = u_j\Big|_t - \left(R_j - \frac{\theta \cdot h}{C_j}\right) \cdot i_j\Big|_t \quad . \tag{2.7}$$

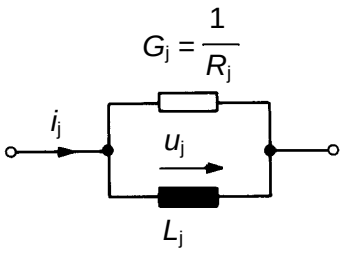


Bild 2.4: *GL* - Parallelzweig mit Zählpfeilen.

Faßt man eine Parallelschaltung eines Leitwertes *G* und einer Induktivität *L* als ein Zweigelement auf, so ergibt sich die beschreibende Integralgleichung aus der Stromsumme des ohmschen und des induktiven Anteils:

$$i_j(t) = G_j \cdot u_j(t) + \frac{1}{L_j} \cdot \int u_j(t)\,\mathrm{d}t \quad . \tag{2.8}$$

Die Dualität der *GL*-Parallelschaltung zur *RC*-Serienschaltung ist durch Vergleich mit (2.5) ersichtlich. Es ist somit nach (2.7) sofort angebbar:

$$i_j\Big|_{t+h} - \left(G_j + \frac{(1-\theta)\cdot h}{L_j}\right) \cdot u_j\Big|_{t+h} = i_j\Big|_t - \left(G_j - \frac{\theta \cdot h}{L_j}\right) \cdot u_j\Big|_t \quad . \tag{2.9}$$

Die Normierung des Koeffizienten der Spannung $u_j\big|_{t+h}$ auf eins ergibt:

$$u_j\Big|_{t+h} - \frac{L_j}{G_j \cdot L_j + (1-\theta)\cdot h} \cdot i_j\Big|_{t+h} = \frac{G_j \cdot L_j - \theta \cdot h}{G_j \cdot L_j + (1-\theta)\cdot h} \cdot u_j\Big|_t - \frac{L_j}{G_j \cdot L_j + (1-\theta)\cdot h} \cdot i_j\Big|_t \quad . \tag{2.10}$$

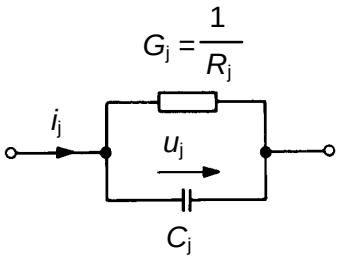


Bild 2.5: *GC* - Parallelzweig mit Zählpfeilen.

Die *GC*-Parallelschaltung läßt sich als duales Element der *RL*-Serienschaltung auffassen.
Die zeitkontinuierliche Differentialgleichung lautet:

$$i_j(t) = G_j \cdot u_j(t) + C_j \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}} u_j(t) \quad . \tag{2.11}$$

Daraus ergibt sich analog zu (2.4) zunächst:

$$i_j\big|_{t+h} - \left(G_j + \frac{C_j}{(1-\theta)\cdot h} \right) \cdot u_j\big|_{t+h} = -\frac{\theta}{1-\theta} \cdot i_j\big|_t + \left(\frac{\theta}{1-\theta} \cdot G_j - \frac{C_j}{(1-\theta)\cdot h} \right) \cdot u_j\big|_t \quad . \tag{2.12}$$

Durch Normierung des Koeffizienten der Spannung $u_j\big|_{t+h}$ auf eins erhält man:

$$u_j\big|_{t+h} - \frac{(1-\theta)\cdot h}{(1-\theta)\cdot h \cdot G_j + C_j} \cdot i_j\big|_{t+h} = -\frac{\theta \cdot h \cdot G_j - C_j}{(1-\theta)\cdot h \cdot G_j + C_j} \cdot u_j\big|_t + \frac{\theta \cdot h}{(1-\theta)\cdot h \cdot G_j + C_j} \cdot i_j\big|_{t+h} \quad . \tag{2.13}$$

Zur vollständigen mathematischen Beschreibung eines Netzwerkes mit *N* Zweigen sind neben den *N* Spannungsgleichungen weitere insgesamt *N* linear unabhängige Gleichungen anzugeben, die die Netzwerkstruktur beschreiben. Hierbei handelt es sich ausschließlich um algebraische Gleichungen. Hat das Netz insgesamt *K* Knoten, so können *K*-1 linear unabhängige Knotenpunktsgleichungen angegeben werden. Die verbleibenden *N*-*K*+1 Gleichungen sind als Maschenumläufe zu formulieren [13, 14]. Hierauf wird unter Berücksichtigung der speziellen Anwendung auf Zwischennetze mit *m* Eingangs- und Ausgangsklemmen jedoch später eingegangen.

Die Koeffizienten in den Gleichungen (2.4), (2.7), (2.10) und (2.13) ähneln für θ = ½ ihren Entsprechungen in [15] insbesondere für das einfache Differenzenleitwertverfahren (DLV) bei Berechnung einphasiger Netze. Die Verfahren sind jedoch im Ablauf der Berechnung unterschiedlich, insofern in [15] das Knotenpotentialverfahren verwendet wird. Für dreiphasige Netze wird der Raumzeigerkalkül angewandt, wovon hier völlig abgesehen wird.

Die in [16, 17] beschriebene TLM-Methode (transmission-line modelling), bei der Induktivitäten und Kapazitäten als kurzgeschlossene, bzw. leerlaufende Leitungsstücke und Spannungen sowie Ströme als Überlagerungen von hinlaufenden und rücklaufenden Impulsen betrachtet werden, liefert letztlich ebenfalls ein Integrationsverfahren gemäß der Trapezregel mit θ = ½, wie hier angegeben.

Die Wahl des Zeitschrittparameters θ bedarf einer Abwägung. Der Diskretisierungsfehler wird für $\theta = ½$ minimal. Das Abklingverhalten schwach gedämpfter oszillierender Eigenbewegungen wird hierbei am wenigsten verfälscht. Unter Stabilitätsgesichtspunkten kann jedoch eine Wahl von $\theta < ½$ sinnvoll sein. Bei sehr niedrigen Zeitkonstanten, d. h. Zeitkonstanten von ähnlicher Größe wie die Zeitschrittweite in dem resultierenden Differenzengleichungssystem besteht nämlich die Gefahr, daß die Lösung durch schwach gedämpfte alternierende Wertefolgen verfälscht wird. Eine Senkung von θ wirkt hier dämpfend auf den fiktiven, numerisch bedingten Einschwingvorgang. Näheres hierzu findet sich in Kap. 10 und Anhang C.

2.2.2 Die Berücksichtigung der nichtlinearen Halbleiterventilkennlinien

Ein Netzwerk mit *N* Zweigen wird durch *N* Zweigspannungsgleichungen, die numerisch als Differenzengleichungen bei Elementen mit Eigendynamik oder algebraische Gleichungen bei rein ohmschen Zweigen auftreten, und *N* Strukturgleichungen (Knoten- und Maschengleichungen) vollständig beschrieben. Sind alle Zweigelemente linear, genügt eine einmalige Lösung des Gleichungssystems pro Zeitschritt, um die Zweigspannungen und -ströme zum Zeitpunkt $t+h$ aus den schon bekannten Größen des Zeitpunktes t zu errechnen.
Nichtlinearitäten müssen dagegen iterativ behandelt werden, wozu sich u. a. beispielsweise das Newton-Raphson-Verfahren anbietet, wie es z. B. in [22, 23] zur Berücksichtigung der Eisensättigung eingesetzt wird. Hierbei wird das nichtlineare Gleichungssystem um einen Startwert, nämlich die aktuelle Näherungslösung herum mittels der Jacobi-Matrix linearisiert. Die Lösung des linearisierten Gleichungssystems liefert dann eine verbesserte Näherung, u. s. w. ([18]: Methode von Newton-Kantorowitsch).

Allgemein basieren iterative Verfahren zur Lösung nichtlinearer Gleichungssysteme auf der wiederholten Lösung von linearen Gleichungssystemen, die anhand der im konvergenten Falle immer besseren Näherungslösung zur Approximation der Nichtlinearität aufgestellt werden. Beim Unterrelaxationsverfahren zur Berücksichtigung der Eisensättigung im Rahmen einer Finite-Differenzenrechnung wird z. B. die Koeffizientenmatrix mit denjenigen totalen Permeabilitäten neu berechnet, die sich aus der alten Permeabilitätsverteilung und der jeweils letzten Näherungslösung der Feldverteilung ergeben [1, 19, 20, 21].

Im vorliegenden Fall können nichtlineare Zweigelemente in einfacher Weise approximativ durch lineare Zweipole ersetzt werden, deren Parameter sich aus der aktuellen Näherungs-

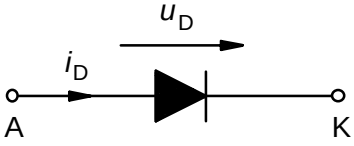
lösung für Zweigstrom und -spannung ergeben. Mit dem so charakterisierten Zweig können die Netzwerkgleichungen erneut gelöst werden, wodurch sich eine im konvergierenden Fall verbesserte Näherungslösung für die Zweigströme und -spannungen ergibt. Mit dieser Lösung werden die Zweigparameter erneut angepaßt, u. s. w., bis schließlich der für den Zeitpunkt $t+h$ berechnete Lösungspunkt (u_j, i_j) hinreichend genau auf der Kennlinie des Zweigelementes j liegt. Als Anfangswerte für die Zweigparameter bei der Iteration des Netzwerkzustandes eines neuen Zeitpunktes $t+h$ könnten prinzipiell diejenigen dienen, die sich zum vorhergehenden Zeitpunkt t eingestellt haben.
Als konvergenzbeschleunigend hat es sich aber erwiesen, Strom und Spannung der nichtlinearen Zweige zu extrapolieren und hieraus Schätzwerte für die Zweigparameter zu bestimmen. In Testrechnungen an einfachen Schaltungen hat sich folgende Extrapolation auf die zeitliche Mitte des folgenden Zeitschrittes bewährt:

$$u_j\Big|_{t+\frac{h}{2}} = \frac{3}{2}u_j\Big|_t - \frac{1}{2}u_j\Big|_{t-h} \quad . \tag{2.14}$$

$$i_j\Big|_{t+\frac{h}{2}} = \frac{3}{2}i_j\Big|_t - \frac{1}{2}i_j\Big|_{t-h} \quad . \tag{2.15}$$

Die Bestimmung der linearen Zweipolersatzparameter für Dioden und Thyristoren wird nachfolgend beschrieben. Dabei werden statische Kennlinien zugrunde gelegt. Dynamisches Verhalten (aufgrund von Sperrschichtkapazitäten, Freiwerdezeiten) wird demzufolge nicht berücksichtigt.

Bei einer Halbleiterdiode kann die Strom-Spannungskennlinie in guter Näherung durch eine Exponentialfunktion beschrieben werden:



$$i_D = I_S \cdot \left[\exp\left(\frac{u_D}{m_\varepsilon \cdot U_T} \right) - 1 \right] \quad . \tag{2.16}$$

Bild 2.6: Diode mit Zählpfeilen.

I_S ist hierbei der Sperrstrom, U_T die Temperaturspannung und m_ε das Emissionsvermögen ([24, 25], dort jedoch $m_\varepsilon \equiv 1$).

Für einen beliebigen Punkt auf der Kennlinie können hiernach auf zwei verschiedene Weisen lineare Ersatzparameter angegeben werden:

a) Ersatz durch einen absoluten Zweigwiderstand bzw. -leitwert.

$$R_D = \frac{u_D}{i_D} = \frac{m_\varepsilon \cdot U_T}{i_D} \cdot \ln\left(1 + \frac{i_D}{I_S}\right) \quad . \tag{2.17}$$

bzw.

$$G_D = \frac{i_D}{u_D} = \frac{I_S}{u_D} \cdot \left[\exp\left(\frac{u_D}{m_\varepsilon \cdot U_T}\right) - 1\right] = \frac{i_D}{m_\varepsilon \cdot U_T \cdot \ln\left(1 + \frac{i_D}{I_S}\right)} \quad . \tag{2.18}$$

Die Kennlinie der Diode wird also mittels einer Ursprungssekanten durch den aktuellen, vorläufigen Lösungspunkt approximiert.

Widerstand bzw. Leitwert können im Sperr- bzw. Durchlaßbereich schnell extrem hohe Werte annehmen. Daher ist je nach Betriebszustand der Diode von der Leitwerts- oder der Widerstandsform des ohmschen Gesetzes bei der Aufstellung und Lösung des Gleichungssystems Gebrauch zu machen:

Sperrbereich, $R_D >> 1\,\Omega$, $G_D \approx 0$:

$$i_j - G_D \cdot u_j = 0 \quad . \tag{2.19}$$

Durchlaßbereich, $R_D \approx 0\,\Omega$, $G_D >> 1\,\mathrm{S}$:

$$u_j - R_D \cdot i_j = 0 \quad . \tag{2.20}$$

b) Ersatz durch eine Quelle und einen differentiellen Widerstand bzw. Leitwert

Beschreibt man die Diodenkennlinie für den aktuellen Arbeitspunkt nicht mittels der Sekante, sondern über die Tangente, so ergeben sich nachstehende Gleichungen, wobei die Ersatzparameter aus der Kennliniengleichung folgen.

Sperrbereich, $r_D >> 1\,\Omega$, $g_D \approx 0$:

$$g_D = \frac{\mathrm{d}i_D}{\mathrm{d}u_D} = \frac{I_S}{m_\varepsilon \cdot U_T} \cdot \exp\left(\frac{u_D}{m_\varepsilon \cdot U_T}\right) \quad , \tag{2.21a}$$

$$i_{K,j} = i_D - g_D \cdot u_D = I_S \cdot \left[\exp\left(\frac{u_D}{m_\varepsilon \cdot U_T}\right) - 1\right] - g_D \cdot u_D \quad , \tag{2.21b}$$

$$i_j - g_D \cdot u_j = i_{K,j} \quad . \tag{2.21c}$$

Durchlaßbereich, $r_D \approx 0\ \Omega$, $g_D >> 1\ S$:

$$r_D = \frac{du_D}{di_D} = \frac{m_\varepsilon \cdot U_T}{I_S + i_D} \quad , \tag{2.22a}$$

$$u_{0,j} = u_D - r_D \cdot i_D = m_\varepsilon \cdot U_T \cdot \ln\left(1 + \frac{i_D}{I_S}\right) - r_D \cdot i_D \quad , \tag{2.22b}$$

$$u_j - r_D \cdot i_j = u_{0,j} \quad . \tag{2.22c}$$

Die Fallunterscheidung ist wiederum aus numerischen Gründen erforderlich. Man beachte, daß im Durchlaßfall die Zweipolparamter ausschließlich aus dem jeweils aktuellen Diodenzweigstrom i_D bestimmt werden, während im Sperrbetrieb nur die Spannung u_D herangezogen wird. Dies gilt auch für die Bestimmung absoluter Widerstände nach a). Der im allgemeinen während eines Iterationsvorganges von der Diodenkennlinie abweichende Lösungspunkt (u_j, i_j) wird also im Durchlaßbereich senkrecht zur Ordinate entlang der Geraden i_D = konst. und im Sperrbereich senkrecht zur Abzisse entlang der Geraden u_D = konst. auf die Kennlinie projiziert, um so die neuen Ersatzparameter bestimmen zu können. Ist keine eindeutige Zuordnung eines Lösungspunktes (u_j, i_j) zu einem der beiden Bereiche möglich (2. und 4. Quadrant des Kennlinienfeldes), was z. B. zu Beginn einer Iteration durch einen vorausgehenden Schaltvorgang bewirkt werden kann, so ist zunächst mit der Ursprungstangenten zu rechnen:

$$u_j - \frac{m_\varepsilon \cdot U_T}{I_S} \cdot i_j = 0 \quad . \tag{2.23}$$

Bild 2.7 zeigt den Iterationsvorgang an einem einfachen Beispiel für Rechnungen mit differentiellen Widerständen im sperrenden und im leitenden Bereich der Kennlinie.

Testrechnungen an einfachen Beispielen zeigen, daß das differentielle Verfahren grundsätzlich schneller konvergiert als die Rechnung mit absoluten Widerständen. Dennoch kann in speziellen Fällen eine Verwendung absoluter Leitwerte zur Kennlinienbeschreibung im Sperrbereich zur Vermeidung instabilen Verhaltens der Iteration notwendig sein. Dies ist dann der Fall, wenn bei gesteuerten Elementen sämtliche Zweige in Sperrichtung gepolt sind oder vorwärts blockieren. Bei Beschreibung der sperrenden bzw. blockierenden Elemente mittels differentieller Parameter verbleiben in jedem Fall die Ersatzstromquellen $i_{K,j}$, was unter Umständen einen Konflikt mit der Stromsummenbedingung $\sum i_j = 0$ bewirken kann, z. B. bei der Berechnung eines Drehstromstellers zu Zeiten, in denen alle Ventile sperren oder blockieren.

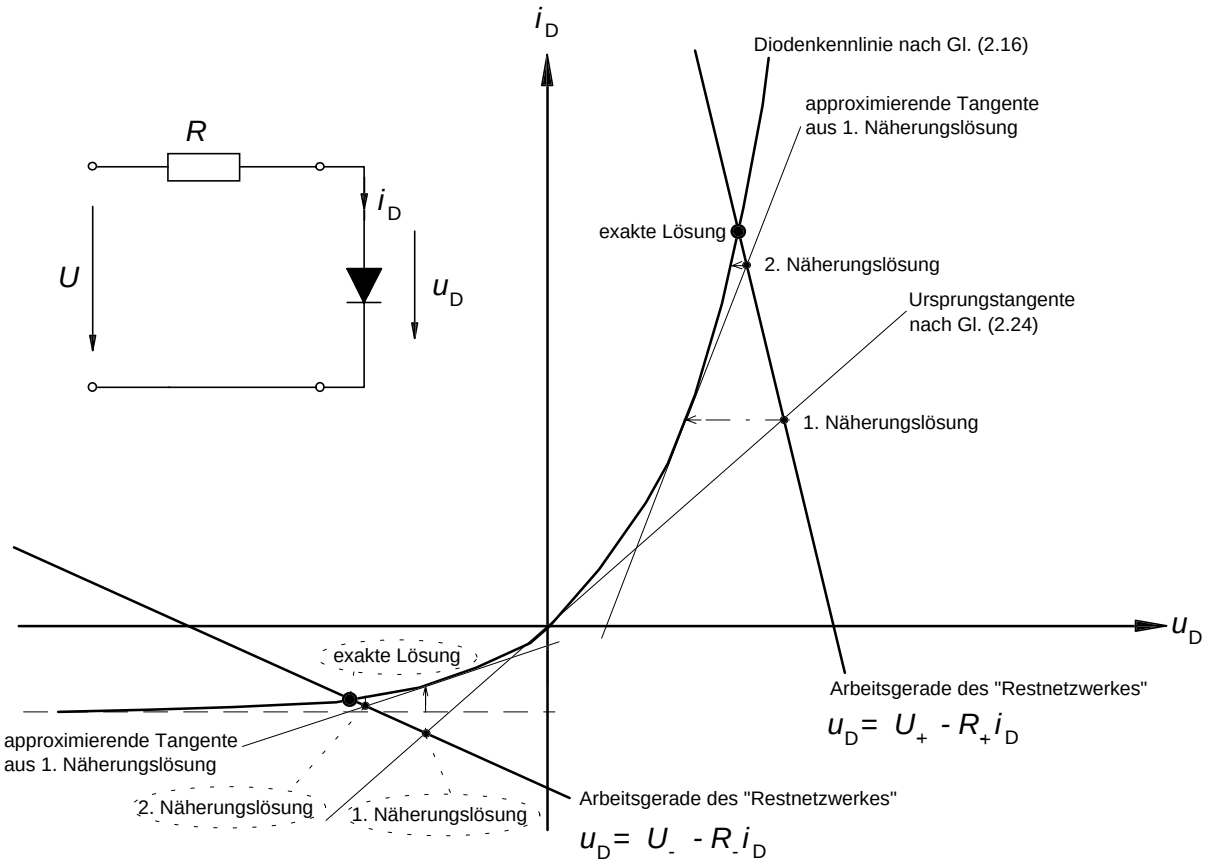


Bild 2.7: Darstellung von jeweils zwei Iterationsschritten zur Bestimmung der momentanen Diodenspannung und des momentanen Diodenstromes im leitenden sowie im sperrenden Betrieb anhand einer einfachen Anordnung.

Der Thyristor ist ein vierschichtiges Halbleiterbauelement, das über eine Steuerelektrode G bei positiver Anoden-Kathodenspannung leitend geschaltet -„gezündet“- werden kann. Nach Ende des Zündimpulses fließt der Anodenstrom weiter, sofern während der Zündung der Einraststrom I_L überschritten wurde. Der Thyristor geht durch Absinken des Stromes unter den Haltestrom I_M in den sperrenden Zustand über, was durch einen Polaritätswechsel der Anoden-Kathodenspannung bewirkt werden kann. Dabei muß der Strom für eine Mindestzeitspanne, die Freiwerdezeit t_q, unter I_M sinken, bevor der Thyristor wieder vorwärts blockieren kann [24, 25].

Phänomenologisch läßt sich der Thyristor also als gesteuerter Diodenzweig betrachten, d. h. der leitende Zweig wird formell durch eine geeignet parametrierte Diodenkennlinie im Durchlaßbereich beschrieben. Die zwei sperrenden pn-Übergänge im Sperrbereich können ohne größere Fehler durch einen einzigen ersetzt werden.

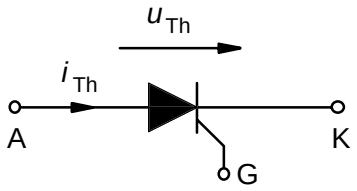


Bild 2.8a: Thyristor mit Zählpfeilen.

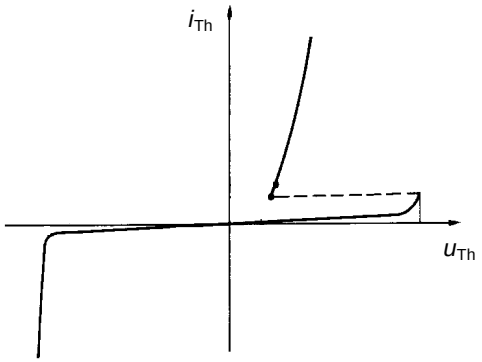


Bild 2.8b: Schematische Kennlinie eines gewöhnlichen Thyristors (aus [24]).

Der vorwärts blockierende Zustand kann ebenfalls als sperrender pn-Übergang dargestellt werden. Ist eine Nachbildung der Krümmungen des sperrenden und leitenden Bereichs der Kennlinie nicht notwendig, ist auch eine Ersetzung des Thyristors durch eine einfache zeit- und zustandsabhängige Schaltfunktion möglich, bei der zwischen einem Sperrleitwert und einem Durchlaßwiderstand umgeschaltet werden kann. In Bild 2.9 ist ein Rechenschema dieser Schaltfunktion angegeben. Im Sinne einer Langimpulsansteuerung [26] wird für den Zündimpuls sowohl ein Anfangswinkel (Zündwinkel) α_z als auch ein Endwinkel α_E angegeben. Für Berechnungen an einem Drehstromsteller ist dies bei großen Zündwinkeln $\alpha_z > 2\pi/3$ von Vorteil. Von einer Berücksichtigung der Freiwerdezeit, des Einrast- und des Haltestromes sowie der rückwärtigen Durchbruchspannung $U_{(BR)}$ und der Nullkippspannung $U_{(B0)}$ wird abgesehen. Um den Umschaltknick der Kennlinie im Ursprung abzufangen, empfiehlt es sich, einen Thyristorzweig nicht allein durch das hier charakterisierte Schaltelement zu ersetzen, sondern in Serienschaltung mit einer Diode in Durchlaßrichtung zu berechnen. Große Strom- und Spannungsfehler im Moment des Umschaltens werden auf diese Weise vermieden.

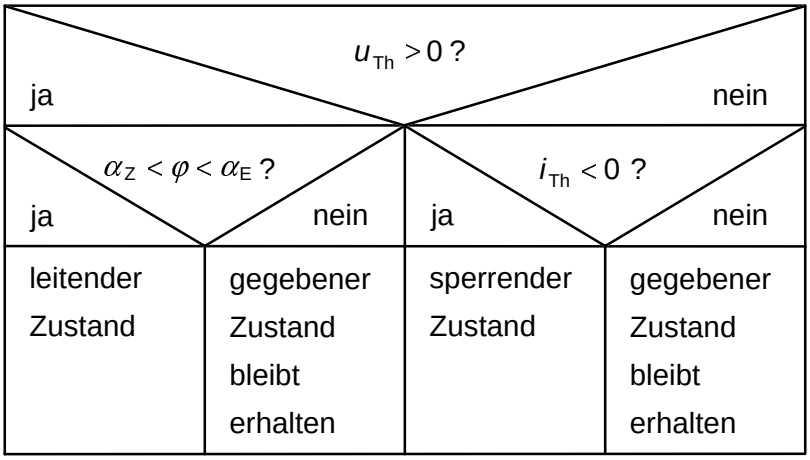


Bild 2.9: Ablaufschema für die den Thyristor vereinfacht darstellende Schaltfunktion. φ bezeichnet hierbei den momentanen Phasenwinkel in bezug auf eine gegebene Wechselspannungsquelle.

In der Leistungselektronik werden Thyristoren häufig antiparallel geschaltet, um so die positive und die negative Halbwelle einer Wechselspannung gleichermaßen schalten zu können (Wechselstromsteller, Drehstromsteller). Für die numerischen Rechnungen ist es i. a. hinreichend, eine derartige Anordnung als ein Zweigelement aufzufassen. Ähnlich wie bei der *GL*- oder *GC*-Parallelschaltung kann auf eine Nachbildung der einzelnen Bauelemente verzichtet werden. Im Bereich niedriger Leistungen ist eine Anordnung mit analogem Schaltverhalten ohnehin integriert als fünfschichtiges, Triac genanntes Halbleiterbauelement gegeben.

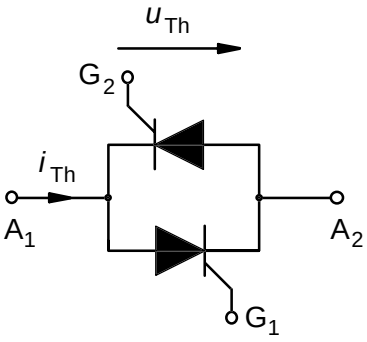
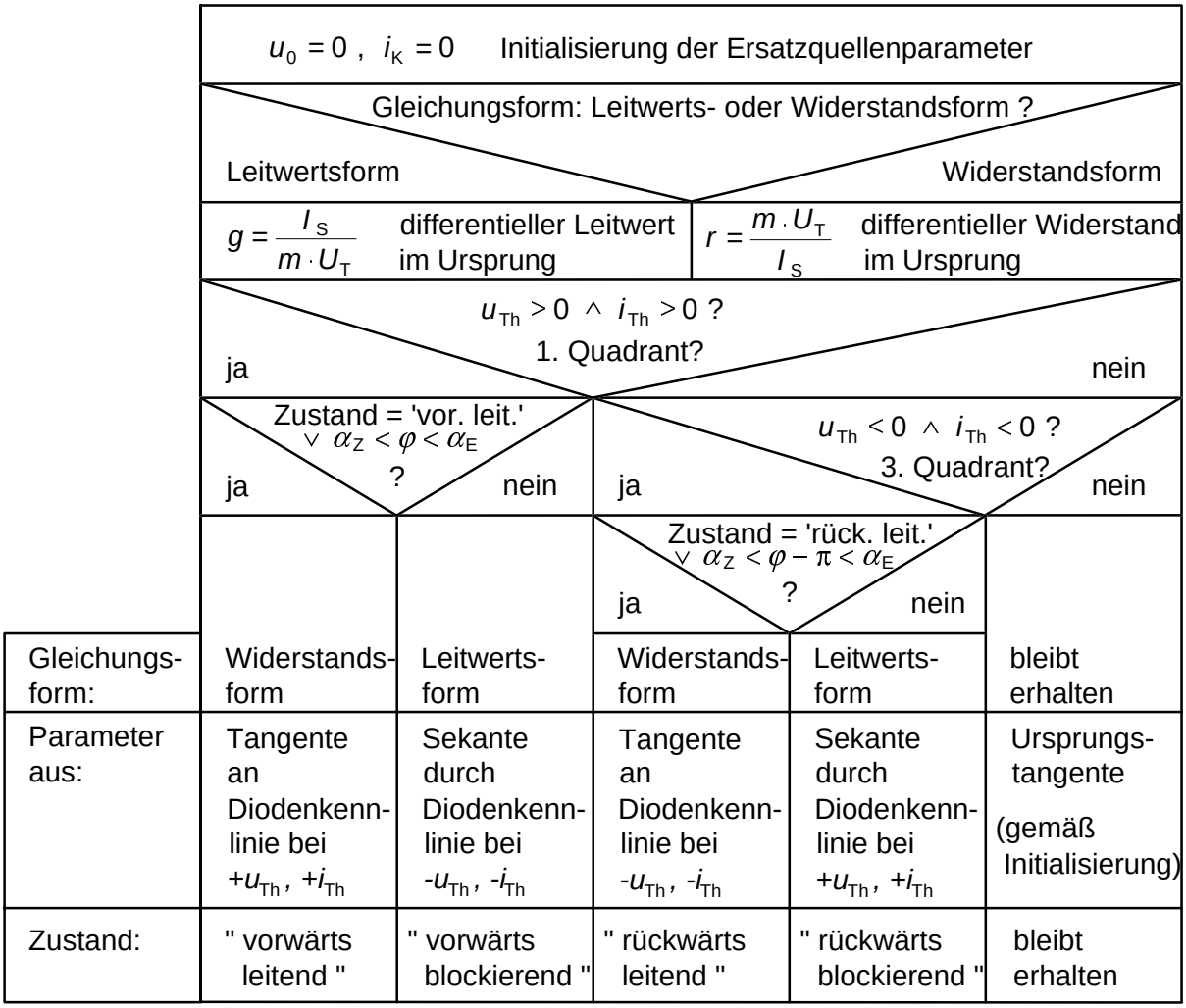


Bild 2.10: Antiparalleles Thyristorpaar mit Zählpfeilen.

Im Rahmen numerischer Rechnungen an Dreh- und Wechselstromstellern werden in der vorliegenden Arbeit Diodenkennlinien als Näherungen verwendet, wobei die Zustände „vorwärts leitend“, „vorwärts blockierend“, „rückwärts leitend“ und „rückwärts blockierend“ unterschieden werden. Abhängig von Strom, Spannung, momentaner Phasenlage in bezug auf eine Wechselspannung und aktuellem Schaltzustand wird ein solcher Zweig entweder als in Richtung oder entgegen der Richtung des Zählpfeiles leitende Diode betrachtet. In Bild 2.11 ist zu dieser Ersatzfunktion wiederum das Rechenschema angegeben.



Gleichungsform:	Widerstandsform	Leitwertsform	Widerstandsform	Leitwertsform	bleibt erhalten
Parameter aus:	Tangente an Diodenkennlinie bei $+u_{Th}$, $+i_{Th}$	Sekante durch Diodenkennlinie bei $-u_{Th}$, $-i_{Th}$	Tangente an Diodenkennlinie bei $-u_{Th}$, $-i_{Th}$	Sekante durch Diodenkennlinie bei $+u_{Th}$, $+i_{Th}$	Ursprungstangente (gemäß Initialisierung)
Zustand:	" vorwärts leitend "	" vorwärts blockierend "	" rückwärts leitend "	" rückwärts blockierend "	bleibt erhalten

Bild 2.11: Rechenschema für eine einfache Nachbildung der Funktion eines antiparallelen Thyristorpaares bzw. Triac´s.

2.2.3 Der Aufbau des Gleichungssystems eines 3-phasigen Drehstromstellers mit einer 3-phasigen Last in Stern- oder Dreieckschaltung

Im Hinblick auf eine spätere Verwendung des Netzwerkberechnungsalgorithmus im Zusammenhang mit der Finite-Differenzen-Feldberechnung wird das Gesamtnetzwerk, das u. a. auch die Wicklungen der Asynchronmaschine enthält, in drei Teilbereiche zerlegt. Bei diesen handelt es sich um das versorgende, m_{ph}-phasige Spannungssystem, das Vorschaltnetzwerk mit den Umrichterelementen und die Last:

Das Spannungssystem besteht aus m_{ph} im Stern geschalteteten, bekannten Wechselspannungsquellen und ist, sofern nicht anders gefordert, symmetrisch.

Das Vorschaltnetzwerk hat m_{ph} Eingangsklemmen und m_{ph} Ausgangsklemmen (hier als äußere Knoten bezeichnet). Es setzt sich aus N_{Zwg} Zweigen zusammen, die über $N_{K,i}$ innere

Knoten verbunden sind, zu denen die Anschlußklemmen (Eingang und Ausgang) definitiv nicht zählen sollen.

Die Last wird durch die m_{ph} Stränge der Asynchronmaschine gebildet und ist hier noch ohne Berücksichtigung ihres inneren Aufbaus (parallele Zweige, totale Serienschaltung, o. ä.) und ohne Anbindung an die FD-Zeitschrittrechnung als Satz linearer *RL*-Zweige dargestellt. Diese können im Dreieck (bzw. Polygon) oder im Stern geschaltet werden. Bei Sternschaltung kann der Lastmittelpunkt herausgeführt und mit dem Sternpunkt des Spannungssystems verbunden werden.

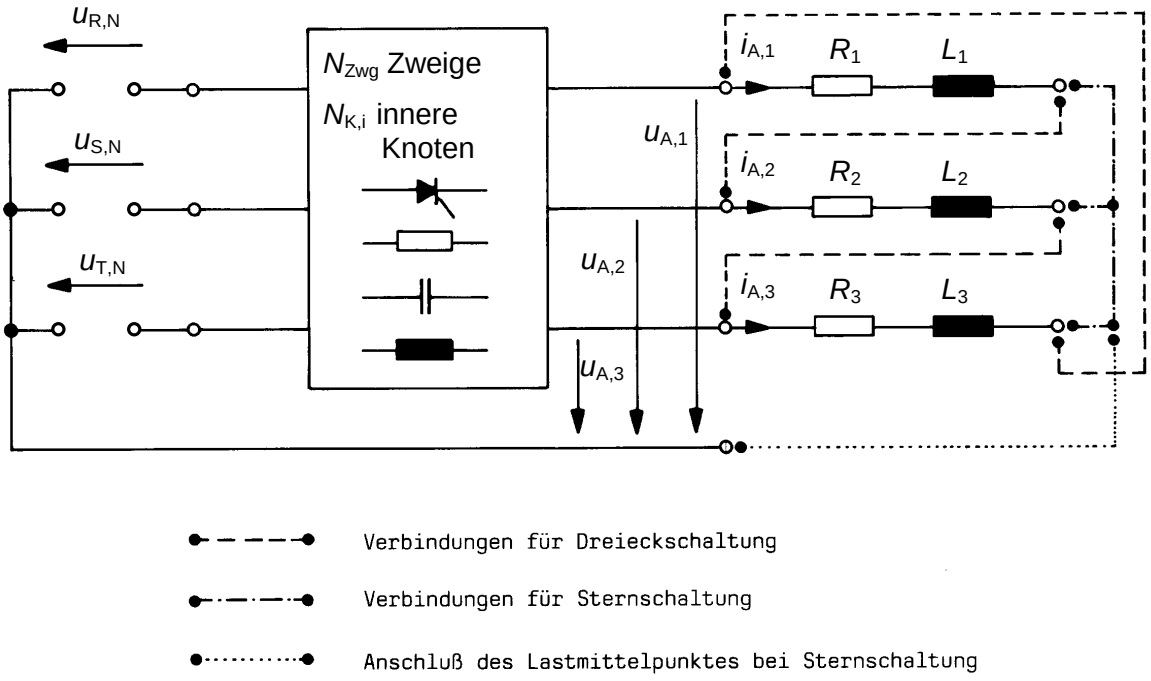


Bild 2.12: Allgemeiner Aufbau eines Netzwerkes aus Versorgungsspannung, Vorschaltnetzwerk und Last.

Die Darstellung des Gleichungssystems in Bild 2.13 beschränkt sich auf eine Phasenzahl von $m_{ph} = 3$, was im Rahmen der vorliegenden Arbeit hinreichend ist.

Die ersten N_{Zwg} Gleichungen des Gleichungssystems sind die in den vorangegangenen Kapiteln vorgestellten Zweigelementengleichungen. Die Koeffizienten des in Bild 2.13 dargestellten Gleichungssystems g_j' sind i. a., wenn kein Ventilzweig in Leitwertsform (Ventil sperrt) auftritt, gleich 1. Die zugehörige Teilmatrix ist nur in der Diagonalen besetzt. Die Koeffizienten r_j' sind mit den üblichen Größenordnungen für die Werte von Induktivitäten, Kapazitäten, Widerständen und Zeitschrittweiten eher größer als 1. Die Teilmatrix mit den Koeffizienten r_j' hat Diagonalgestalt, sofern alle Gegeninduktivitäten $M_{l,j}$ Null sind.

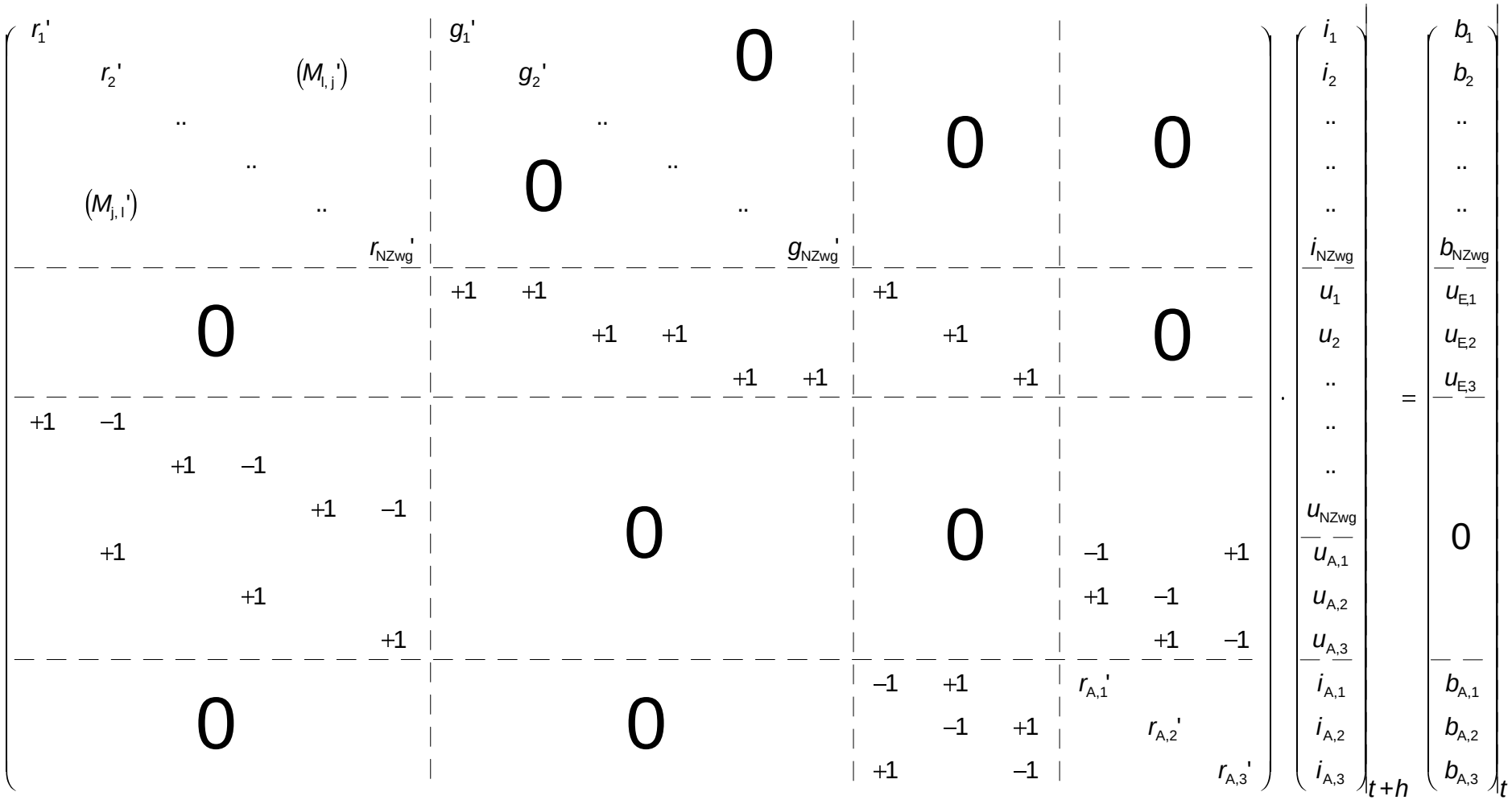


Bild 2.13: Darstellung eines Gleichungssystems für $m_{ph} = 3$ mit einer Last in Dreieckschaltung. Die Koeffizienten der rechten und linken Seite, hier lediglich symbolisch angegeben, folgen aus Kapitel 2.2.1.

Darauf folgen N_{Zwg}-$N_{K,i}$ linear unabhängige Maschenumläufe, von denen sich mindestens drei über die Leiter-Erdspannungen $u_{A,1}$ .... $u_{A,3}$ der Ausgangsklemmen des Vorschaltnetzwerkes schließen. In Bild 2.13 sind ausschließlich derartige Gleichungen enthalten, was jedoch einen Spezialfall darstellt. An die Maschenumläufe schließen sich $N_{K,i}$+3 Strombilanzen der Knoten an, wobei drei Gleichungen für die Ausgangsklemmen aufgestellt werden. Die tatsächlichen Ausgangsströme des Vorschaltnetzes treten im Gleichungssystem nur bei Sternschaltung der Last als Laststrangströme $i_{A,1}$ ..... $i_{A,3}$ auf, oder als innere Zweigströme des Vorschaltnetzwerkes, wenn auf eine Ausgangsklemme genau ein innerer Zweig führt.
Die Berücksichtigung der Laststrangströme $i_{A,1}$ ..... $i_{A,3}$ in den drei Ausgangsknotengleichungen erfolgt abhängig von der Schaltungsart:

Stern:
$$\sum_{j=1}^{N_{Zwg}} q_{k,j} \cdot i_j + q_{A,k} \cdot i_{A,k} = 0 \quad , \quad k = 1 \ldots\ldots 3 \quad . \tag{2.24}$$

Dreieck:
$$\sum_{j=1}^{N_{Zwg}} q_{k,j} \cdot i_j + q_{A,k} \cdot \left(i_{A,k} - i_{A,k-1} \right) = 0 \quad , \quad k = 2 \ldots\ldots 3 \quad ,$$

$$\sum_{j=1}^{N_{Zwg}} q_{1,j} \cdot i_j + q_{A,1} \cdot \left(i_{A,1} - i_{A,3} \right) = 0 \quad , \quad k = 1 \quad . \tag{2.25}$$

Die Inzidenzkoeffizienten $q_{k,j}$ ergeben sich hierbei aus den Zweigzugehörigkeiten und den Zählpfeilorientierungen:

$$q_{k,j} = \begin{cases} -1\,, & \text{wenn der Zweig j am Ausgangsknoten k angeschlossen ist} \\ & \text{und der Stromzählpfeil diesem zugewandt ist,} \\ +1\,, & \text{wenn der Zweig j am Ausgangsknoten k angeschlossen ist} \\ & \text{und der Stromzählpfeil von diesem abgewandt ist,} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad . \tag{2.26}$$

Mit dieser Konvention und gemäß Bild 2.12 ist $q_{A,k}$ in (2.24) und (2.25) gleich +1. Die umgekehrte Konvention mit $q_{A,k}$ = -1 und positiver Wertung der zugewandten Stromzählpfeile ist mathematisch gleichwertig.
In dem hier gegebenen Beispiel sind die Strombilanzen der Ausgangsknoten im unteren Bereich der entsprechenden Teilmatrix sortiert aufgeführt, was i. a. nicht der Fall sein muß. Zu erkennen ist, daß hier eine Last in Dreieckschaltung vorliegt.
Bei den letzten drei Gleichungen des Systems handelt es sich um die Spannungsgleichungen der *RL*-Last, die wie in Kapitel 1 angegeben diskretisiert werden. Die an den Lasteingangsklemmen liegenden Außenleiterspannungen ergeben sich für alle Schaltungen ohne Anschluß des Lastmittelpunktes als Differenzen der zugehörigen zwei Leiter-Erdspannungen des Vorschaltnetzausganges, woher die zyklische Besetzung der

entsprechenden Teilmatrix in den Lastspannungsgleichungen mit +1 und -1 rührt. Bei der Dreieckschaltung schließt sich ein so über $-u_{A,j}$ und $+u_{A,j+1}$ bzw. $-u_{A,3}$ und $+u_{A,1}$ begonnener Maschenumlauf genau über den j-ten Zweig der Last. In Bild 2.13 hat die Lastimpedanzmatrix mit den Elementen $r_{A,1}'$, $r_{A,2}'$ und $r_{A,3}'$ daher Diagonalgestalt.

Bei Sternschaltung ist zusätzlich die Spannung über dem Zweig $j+1$ (j = 1, 2) bzw. dem Zweig Nr. 1 (j = 3) zu betrachten. Der letzte, dritte oder allgemein m_{ph}-te Maschenumlauf entfällt jedoch, da er linear abhängig von den vorherigen ist. Stattdessen erscheint als letzte Gleichung die Stromnullsummenbedingung für den Lastmittelpunkt. In Bild 2.13 würden also zusätzlich die Elemente $-r_{A,2}'$ und $-r_{A,3}'$ parallel zur Hauptdiagonalen der Lastimpedanzmatrix erscheinen. In der letzten Gleichung würden m_{ph} mal +1 oder -1 als Koeffizienten für die Laststrangströme auftreten. Für m_{ph} = 3 ergibt sich demnach:

$$\begin{pmatrix} -1 & +1 & 0 \\ 0 & -1 & +1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_{A,1} \\ u_{A,2} \\ u_{A,3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r_{A,1}' & -r_{A,2}' & 0 \\ 0 & r_{A,2}' & -r_{A,3}' \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_{A,1} \\ i_{A,2} \\ i_{A,3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{A,1} - b_{A,2} \\ b_{A,2} - b_{A,3} \\ 0 \end{pmatrix} \quad . \tag{2.27}$$

Ist der Lastmittelpunkt jedoch mit dem Sternpunkt des Spannungssystems leitend verbunden, ergeben sich in einfacher Weise m_{ph} unabhängige Maschenumläufe jeweils über $-u_{A,\,j}$ und den j-ten Lastzweig:

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_{A,1} \\ u_{A,2} \\ u_{A,3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r_{A,1}' & 0 & 0 \\ 0 & r_{A,2}' & 0 \\ 0 & 0 & r_{A,3}' \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_{A,1} \\ i_{A,2} \\ i_{A,3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{A,1} \\ b_{A,2} \\ b_{A,3} \end{pmatrix} \quad . \tag{2.28}$$

Das Gleichungssystem wird durch einen Gauß-Algorithmus mit totaler Pivotsuche gelöst. Dabei erweist es sich als vorteilhaft, daß die Koeffizientenbeträge $|r_j'|$ in der Regel größer als eins sind, da so die schwach besetzten Zweigspannungsgleichungen im oberen Bereich bleiben. Sie werden also vorrangig zur Elimination der unteren Dreiecksmatrix herangezogen, wodurch die Anzahl der von Null verschiedenen Matrixelemente im Idealfall nicht zunimmt. Ausnahmen bilden Gleichungen mit Gegeninduktivitäten, die nicht dermaßen schwach besetzt sind, und Zweigspannungsgleichungen, die derart in Leitwertsform gegeben sind, daß $|r_j'| < 1$ ist (sperrende Ventile). Bei letzteren tritt aufgrund der Pivotsuche an ihre Stelle eine Knotengleichung aus dem unteren Bereich des Gleichungssystems, die ebenfalls mehr als zwei von Null verschiedene Koeffizienten besitzen kann.

Das hier vorgestellte Verfahren bedingt einen gegenüber den konventionellen Netzwerkanalyseverfahren (Knotenpotentialanalyse, Maschenstromanalyse) erhöhten Rechenaufwand wegen der größeren Gleichungszahl. Dieser fällt aber in Hinblick auf den ohnehin sehr großen Rechenzeitbedarf einer Finite-Differenzen-Zeitschrittrechnung mit Spannungsglei-

chungen kaum ins Gewicht. Zu berücksichtigen ist weiterhin, daß bei der Verwendung konventioneller Verfahren zusätzlich eine Berechnung der für die Finite-Differenzen-Rechnung interessierenden Größen (Strangströme und Außenleiterspannungen) aus den durch die Verfahren berechneten Knotenpotentialen und Maschenkreisströmen notwendig wäre. Auch müßten solche Berechnungen für die Iteration nichtlinearer Zweigelemente erfolgen.

In [27] wird ein Programm zur Simulation von Leistungselektronik wie hier mit beliebiger Netzwerktopologie mit Berücksichtigung der Feldgleichungen von elektrischen Maschinen über Finite Elemente vorgestellt, bei dem das Maschenstromverfahren angewendet wird. Die Ersatzzweigelemente der Ventile bestehen dabei aber aus einer Spannungsquelle mit parallelem Sperrwiderstand von 1 MΩ und einem seriell zu dieser Anordnung geschalteten Durchlaßwiderstand von 1 mΩ. Die Spannung hängt nur im relativ schmalen Übergangsbereich zwischen leitendem und sperrendem Zustand nichtlinear (quadratisch) vom die Ersatzquelle durchsetzenden Strom ab.

In [28] wird ein Brückengleichrichter im Zusammenhang mit einer Synchronmaschine und einer ohmschen Gleichstromlast mit Glättungsinduktivität berechnet. Die Dioden werden dabei als zwischen 0 und 10 kΩ schaltende Widerstände betrachtet und der Lastzweig wird je nach Schaltzustand des Gleichrichters einem der Strangzweige der Synchronmaschine zugeordnet.

In [29] wird die Simulation einer untersynchronen Umrichterkaskade auf einem Analogrechner beschrieben. Die Ventile werden dabei wie in [28] als ideal zwischen 0 Ω und einem Sperrwiderstand schaltend angenommen. Die Lösung des Gleichungssystems, die beim Digitalrechner iterativ erfolgt, geschieht in [29] über Rückkopplungsschleifen, die mittels sehr hoher Verstärkungsfaktoren zusätzliche Maschenumlaufspanungen innerhalb der Brückenschaltung zu Null erzwingen (implizites Verfahren).

2.3 Die rechnerische Behandlung wichtiger mechanischer Konstanten

2.3.1 Analogiebetrachtungen zwischen elektrischen Netzwerken und mechanischen Systemen

Ähnlich wie in der Elektrotechnik lassen sich in der Mechanik real gegebene Maschinenelemente durch gewöhnliche Differentialgleichungen beschreiben und somit durch konzentrierte Elemente darstellen, wenn man sich jeweils auf die wesentliche Eigenschaft des Elementes (Elastizität, Trägheit, viskose Reibung) beschränkt. In der folgenden Darstellung der sich hieraus ergebenden Analogien werden nur Rotationsbewegungen mit richtungsunveränderlichen Vektoren von Drehmoment $\vec{M}$, Drehimpuls $\vec{L}_{\mathrm{mec}}$ und Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$ betrachtet, so daß die entsprechenden Größen ohne Einschränkung der Allgemeinheit skalar angegeben werden können.

Bei der eindimensionalen Rotationsbewegung kann das Drehmoment *M* als Analogon der Stromstärke *i* aufgefaßt werden [30, 31], woraus sich die Gegenüberstellung analoger Größen, Begriffe und Gleichungen nach Tabelle 2.1 entwickeln läßt.

Zum Begriff des Freilaufes ist dabei jedoch anzumerken, daß sich bei der „Freilaufdiode“ die Bezeichnung „Freilauf“ auf den stromführenden Zustand, nämlich den Abbau von Induktionsspannungsspitzen, bezieht. Die Bezeichnung „Freilauf“ bei dem Maschinenelement bezieht sich dagegen auf den nicht-kraftschlüssigen Zustand, bei dem sich die beteiligten Wellenenden mit unterschiedlicher Winkelgeschwindigkeit gegenüber dem Maschinenfundament bewegen können.

Prinzipiell wäre auch eine Moment-Spannungsanalogie angebbar, die dual (DIN1311, Blatt 3, Abs. 3.2.3 [32]) zu der hier angegebenen ist. Jedoch zeigt insbesondere die Gegenüberstellung nicht der Gleichungen, sondern der verbalen Begriffe, daß die Moment-Stromanalogie anschaulicher und daher leichter zu handhaben ist. Nach DIN1311, Blatt 3, Abs. 3.2.1 [32] wird sie auch als schaltungstreue Analogie bezeichnet. Sie wird z. B. von Schindler [33] im Zusammenhang mit Simulationen mittels des Programmsystems SCEPTRE verwendet. Für die duale Analogie, allerdings auf ein translatorisches System bezogen (Kraft-Spannung), wird in [34] ein einfaches Beispiel (gedämpfter harmonischer Oszillator) gegeben. Das Ersatznetzwerk gemäß der Moment-Spannungs-Analogie kann durch Anwendung der dualen Netzwerktransformation, wie sie z. B. in [35] beschrieben ist, erhalten werden, sofern das Ersatznetzwerk nach der Moment-Stromanalogie planar ist.

Elektrische Gleichungen	Mechanische Analogien
$i = C \cdot \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$	$M = J \cdot \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$
$u = L \cdot \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$	$\omega = \frac{1}{c} \cdot \frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t}, \quad M = c \cdot \varphi = c \cdot \int \omega \mathrm{d}t$
$i = G \cdot u = \frac{1}{R} \cdot u$	$M = d \cdot \omega$
Knoten: $\sum i = \sum \left(\frac{1}{R} \cdot u + C \cdot \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{L} \cdot \int u \mathrm{d}t \right) = 0$	Verzweigungspunkt: $\sum M = \sum \left(d \cdot \omega + J \cdot \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} + c \cdot \int \omega \mathrm{d}t \right) = 0$
Masche: $\sum u = 0$	Umlauf über relative Winkelgeschwindigkeiten: $\sum \omega = 0$
Potential gegen Erde.	Winkelgeschwindigkeit bezüglich des Maschinenfundaments.
Strommessung durch Serienschaltung eines Amperemeters.	Drehmomentmessung durch Einfügung einer Messwelle in den Wellenstrang.
ideal leitende Verbindung (z. B. starre Erdung): $u = 0$, unabhängig von i.	starre Verbindung (z. B. zum Fundament): $\omega = 0$, unabhängig von M.
offene Klemmen (z. B. leerlaufender Ausgang): $i = 0$, unabhängig von u .	ungekuppelte Wellenenden (z. B. im Leerlauf): $M = 0$, unabhängig von ω .
ideale Diode: $u = 0$ für $i > 0$ (leitend) $i = 0$ für $u < 0$ (sperrend)	idealer Freilauf: $\omega = 0$ für $M > 0$ (gekuppelt) $M = 0$ für $\omega < 0$ (freilaufend)

Tab. 2.1: Analoge elektrische und mechanische Größen, Begriffe und Zusammenhänge gemäß der Drehmoment-Strom-Analogie.

In Bild 2.14 ist nachfolgend ein Zwei-Massen-Schwinger skizziert, für den in Bild 2.15 exemplarisch das mechanische Ersatzschema in elektrischer Symbolik gemäß der hier verwendeten Analogie angegeben wird.

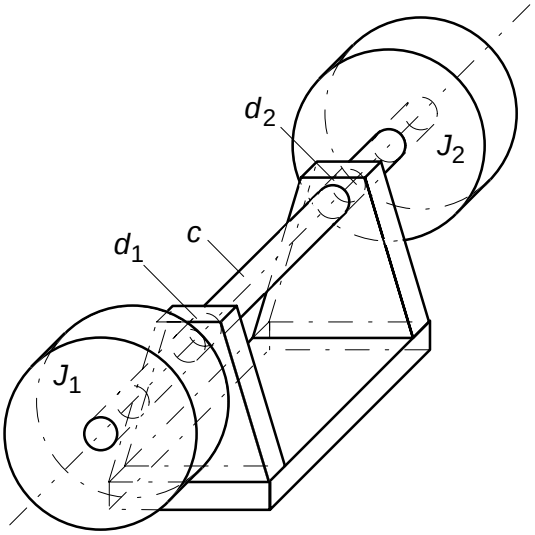


Bild 2.14:
Perspektivischer mechanischer Aufbau eines rotatorischen Zwei-Massenschwingers ohne Materialdämpfung in *c*.

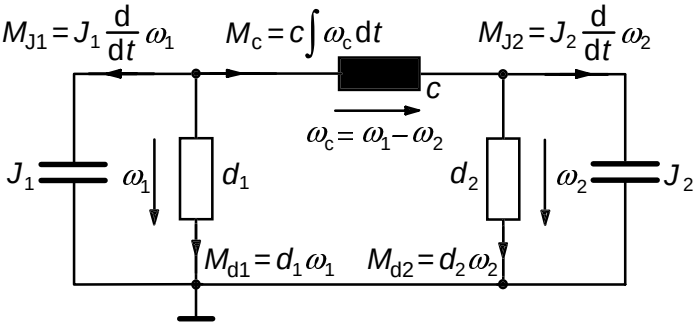


Bild 2.15: Ersatzschaltbild nach Moment-Strom-Analogie ohne Materialdämpfung der Drehfeder.

2.3.2 Die Gleichungen der linearen Elemente

Den vorangegangenen Ausführungen entsprechend kann das mechanische Teilsystem mit dem in Kap. 2.2 angegebenen Verfahren wie ein Netzwerk im Zeitschrittberechnungsverfahren behandelt werden. Nachfolgend werden die analogen Elementengleichungen für die linearen mechanischen Komponenten angegeben.

Eine Drehfeder mit der Steife c_j, bei der das Drehmoment über eine schleifende Kupplung mit zur Differenzwinkelgeschwindigkeit proportionalem Kupplungsmoment (viskose Reibung mit Reibungsbeiwert d_j) angreift, entspricht der *RL*-Serienschaltung.

Die gesamte Verdrehungswinkelgeschwindigkeit ω_j setzt sich aus dem Kupplungsanteil und dem Federanteil zusammen, während beide Komponenten mit dem gleichen Drehmoment M_j belastet sind:

$$\omega_{\mathrm{j}}(t) = \frac{1}{d_{\mathrm{j}}} \cdot M_{\mathrm{j}}(t) + \frac{1}{c_{\mathrm{j}}} \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} M_{\mathrm{j}}(t) \quad . \tag{2.29}$$

Hieraus ergibt sich wie unter 2.2.1 beschrieben:

$$\omega_{\mathrm{j}}\Big|_{t+h} - \left(\frac{1}{d_{\mathrm{j}}} + \frac{1}{(1-\theta) \cdot h \cdot c_{\mathrm{j}}} \right) \cdot M_{\mathrm{j}}\Big|_{t+h} = -\frac{\theta}{1-\theta} \cdot \omega_{\mathrm{j}}\Big|_{t} + \left(\frac{\theta}{1-\theta} \cdot \frac{1}{d_{\mathrm{j}}} - \frac{1}{(1-\theta) \cdot h \cdot c_{\mathrm{j}}} \right) \cdot M_{\mathrm{j}}\Big|_{t} \quad . \tag{2.30}$$

Ersetzt man in dieser Anordnung die Drehfeder durch eine Schwungmasse mit dem Trägheitsmoment J_{j}, so ergibt sich das Analogon zur *RC*-Serienschaltung:

$$\omega_{\mathrm{j}}(t) = \frac{1}{d_{\mathrm{j}}} \cdot M_{\mathrm{j}}(t) + \frac{1}{J_{\mathrm{j}}} \cdot \int M_{\mathrm{j}}(t)\, \mathrm{d}t \quad . \tag{2.31}$$

Die zeitliche Diskretisierung führt hier auf:

$$\omega_{\mathrm{j}}\Big|_{t+h} - \left(\frac{1}{d_{\mathrm{j}}} + \frac{(1-\theta) \cdot h}{J_{\mathrm{j}}} \right) \cdot M_{\mathrm{j}}\Big|_{t+h} = \omega_{\mathrm{j}}\Big|_{t} - \left(\frac{1}{d_{\mathrm{j}}} - \frac{\theta \cdot h}{J_{\mathrm{j}}} \right) \cdot M_{\mathrm{j}}\Big|_{t} \quad . \tag{2.32}$$

Weist eine Drehfeder neben ihrem elastischen Verhalten auch eine lineare Materialdämpfung auf, so setzt sich das wirksame Drehmoment aus dem elastischen Anteil und dem winkelgeschwindigkeitsproportionalen Verlustanteil zusammen, analog zum Gesamtstrom durch eine *GL*-Parallelschaltung.

$$M_{\mathrm{j}}(t) = d_{\mathrm{j}} \cdot \omega_{\mathrm{j}}(t) + c_{\mathrm{j}} \cdot \int \omega_{\mathrm{j}}(t)\, \mathrm{d}t \quad . \tag{2.33}$$

Die zugehörige Differenzengleichung lautet nach Normierung des ω-Koeffizienten:

$$\omega_{\mathrm{j}}\Big|_{t+h} - \frac{1}{d_{\mathrm{j}} + (1-\theta) \cdot c_{\mathrm{j}} \cdot h} \cdot M_{\mathrm{j}}\Big|_{t+h} = \frac{d_{\mathrm{j}} - \theta \cdot c_{\mathrm{j}} \cdot h}{d_{\mathrm{j}} + (1-\theta) \cdot c_{\mathrm{j}} \cdot h} \cdot \omega_{\mathrm{j}}\Big|_{t} - \frac{1}{d_{\mathrm{j}} + (1-\theta) \cdot c_{\mathrm{j}} \cdot h} \cdot M_{\mathrm{j}}\Big|_{t} \quad . \tag{2.34}$$

Eine Schwungmasse, bei der aufgrund einer proportionalen Lagerreibung ein Verlustmoment auftritt, kann wie eine *GC*-Parallelschaltung behandelt werden. Das gesamte, angreifende Drehmoment wirkt nur zu einem Teil beschleunigend, da es durch die Lagerreibung teilweise kompensiert wird.

$$M_{\mathrm{j}}(t) = d_{\mathrm{j}} \cdot \omega_{\mathrm{j}}(t) + J_{\mathrm{j}} \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \omega_{\mathrm{j}}(t) \quad , \tag{2.35}$$

was nach der zeitlichen Diskretisierung und Normierung auf

$$\omega_{\mathrm{j}}\Big|_{t+h} - \frac{(1-\theta) \cdot h}{(1-\theta) \cdot h \cdot d_{\mathrm{j}} + J_{\mathrm{j}}} \cdot M_{\mathrm{j}}\Big|_{t+h} = -\frac{\theta \cdot h \cdot d_{\mathrm{j}} - J_{\mathrm{j}}}{(1-\theta) \cdot h \cdot d_{\mathrm{j}} + J_{\mathrm{j}}} \cdot \omega_{\mathrm{j}}\Big|_{t} + \frac{\theta \cdot h}{(1-\theta) \cdot h \cdot d_{\mathrm{j}} + J_{\mathrm{j}}} \cdot M_{\mathrm{j}}\Big|_{t+h} \tag{2.36}$$

führt.

2.3.3 Die Berücksichtigung von nichtlinearen Reibungen, Elastizitäten und Drehmomentcharakteristiken

Die Annahme eines linearen Zusammenhangs zwischen Lagerreibungsmoment und Winkelgeschwindigkeit stellt in vielen Fällen eine Idealisierung dar. Ebenso ist das Hook'sche Gesetz für elastische Materialien nur bei hinreichend niedrigen Auslenkungen bzw. Spannungen gültig. Für viskoelastische Materialien wie z. B. Gummi ergibt sich kein ausgeprägter Proportionalbereich im statischen Spannungs-Dehnungs-Diagramm.
Nachfolgend werden einige Nichtlinearitäten und ihre numerische Behandlung erläutert. Trägheitsmomente, die von mechanischen Positionswinkeln abhängig sind, was z. B. bei Webstühlen angesetzt werden kann [36], werden hier allerdings nicht berücksichtigt.

Eine verbesserte Darstellung der Lagerreibung erhält man, indem man neben dem winkelgeschwindigkeitsabhängigen auch einen konstanten, nur drehrichtungsabhängigen Anteil berücksichtigt. Dieser Anteil entspricht einer trockenen bzw. Coulomb'schen Reibung und wird im folgenden mit M_C bezeichnet.

$$M = \begin{cases} d \cdot \omega + M_C \quad , & \omega > 0 \\ -M_C \le M \le +M_C \quad , & \omega = 0 \\ d \cdot \omega - M_C \quad , & \omega < 0 \end{cases} \tag{2.37}$$

Die Umkehrung dieser Relation ist eindeutig:

$$\omega = \begin{cases} \frac{1}{d} \cdot (M - M_C) \quad , & M > +M_C \\ 0 \quad , & -M_C \le M \le +M_C \\ \frac{1}{d} \cdot (M + M_C) \quad , & M < -M_C \end{cases} \tag{2.38}$$

Die Kennlinie ist erwartungsgemäß bereichsweise linear und stetig. Der Iterationsvorgang zur Berücksichtigung der Nichtlinearität beschränkt sich für ein solches Element auf eine Verifikation bzw. Falsifikation des im Iterationsschritt vorausgesetzten Zustandes und gegebenenfalls einer Wiederholung der Rechnung mit einem neuen Kennlinienzweig.
Das nachstehende Rechenschema (Bild 2.16) veranschaulicht diese Umschaltvorgänge. Es werden die drei Zustände "blockierend" (0), "vorwärts drehend" (+1) und "rückwärts drehend" (-1) unterschieden. Ein direkter Übergang zwischen den Zuständen "vorwärts drehend" und "rückwärts drehend" ist nicht vorgesehen. Stattdessen wird zunächst geprüft, ob die Drehung zum Stillstand kommt. Ist dies nicht der Fall -das verbleibende Haftmoment wird zu groß oder zu klein berechnet- findet der Übergang in den jeweils gegenüberliegenden Zustand statt, wodurch im nächsten Iterationsschritt mit der richtigen Kennlinie

gerechnet wird. Die erneute Iterationsrechnung wird dabei durch eine Überschreitung des Fehlermaßes veranlaßt, das die Abweichung des berechneten Betriebszustandes von der gegebenen Kennlinie angibt.

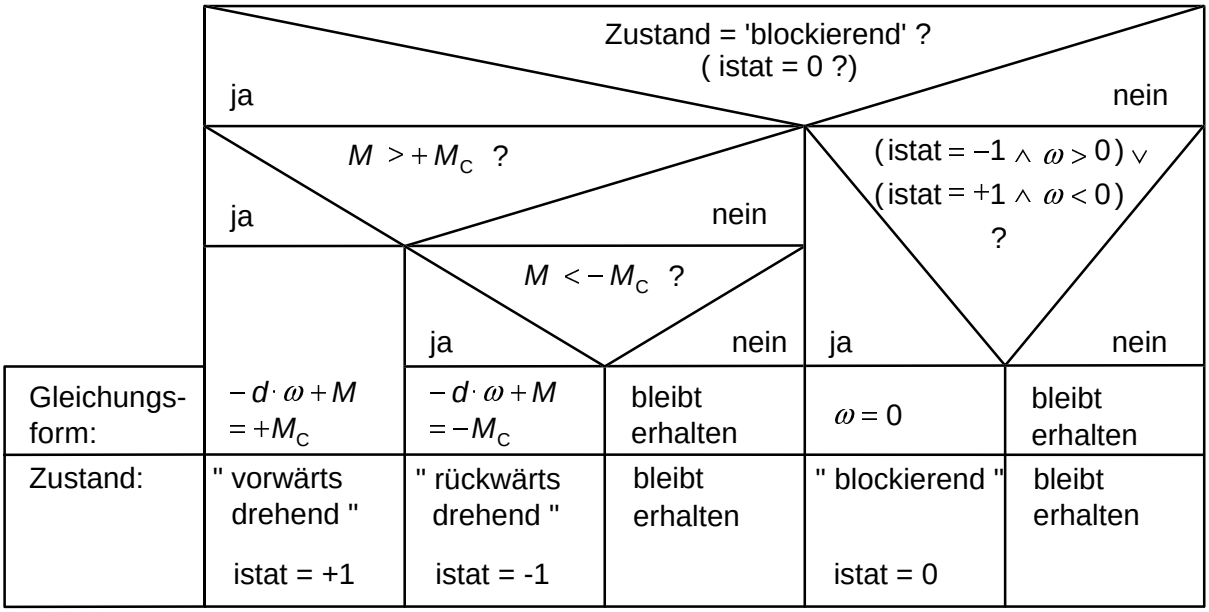


Bild 2.16: Rechenschema für die Berücksichtigung der coulombschen Lagerreibung bei der Iteration.

Nichtlineares elastisches Verhalten wird durch eine von einer Geraden abweichenden Federcharakteristik $M(\varphi)$ beschrieben. Je nachdem, ob die Federsteife mit zunehmendem Verdrehungswinkel ab- oder zunimmt, spricht man von einer degressiven oder progressiven [37] bzw. unterlinearen oder überlinearen [38] Federkennlinie. Für die numerische Betrachtung wird vorausgesetzt, daß die Federkennlinie umkehrbar eindeutig und differenzierbar ist, d. h. es sind sowohl $M(\varphi)$ als auch $\varphi(M)$ und die jeweiligen Ableitungen angebbar.

Die Berechnung kann iterativ erfolgen, wobei die Kennlinie in jedem Iterationsschritt linearisiert angesetzt wird. Dazu bietet sich zum einen die Tangente an die Kennlinie an, die ähnlich wie bei der Berücksichtigung nichtlinearer Halbleiterkennlinien im elektrischen Fall an den auf die Kennlinie projizierten Punkt zum jeweiligen aktuellen Lösungspunkt angelegt wird. Zum anderen hat es sich aber auch z. B. bei scharf geknickten Kennlinien mit starker Progression als vorteilhaft erwiesen, eine Sekante durch die Kennlinie als Näherung zu verwenden. Diese Sekante wird durch die Punkte der Kennlinie gelegt, die sich aus der Projektion des aktuellen Lösungspunktes parallel und senkrecht zur *M*-Achse ergeben. Im Falle streng monotoner Kennlinien sind diese Punkte eindeutig bestimmt.

Ist die Approximation fortgeschritten, so kann eine Umstellung auf ein Tangentenverfahren erforderlich werden, wenn die Berechnung des Differenzenquotienten beim Sekantenverfahren aufgrund nahezu verschwindender Koordinatendifferenzen numerisch unmöglich wird.

Der Verdrehungswinkel φ, der für die Auswertung der Kennlinien bekannt sein muß, ergibt sich als zeitliches Integral der Winkelgeschwindigkeit ω, zeitlich diskretisiert also:

$$\varphi\big|_{t+h} = \varphi\big|_t + \theta \cdot h \cdot \omega\big|_t + (1-\theta) \cdot h \cdot \omega\big|_{t+h} \quad . \tag{2.39}$$

Die Einbindung eines linearen Reibungsbeiwertes d_V in die Berechnung ist in einfacher Weise möglich. Dazu ist das wirksame Drehmoment in den nichtlinear-elastischen und den zur Winkelgeschwindigkeit ω proportionalen Anteil aufzuspalten:

$$M\big|_{t+h} = M_e\big|_{t+h} + d_V \cdot \omega\big|_{t+h} \quad . \tag{2.40}$$

Die Steigung der Sekanten ergibt sich nach dem n-ten Iterationsschritt aus den Koordinaten ${}^{(n)}\tilde{\varphi}\big|_{t+h}$ und ${}^{(n)}\tilde{M}_e\big|_{t+h}$ der projizierten Punkte und dem aktuellen Lösungspunkt als Differenzenquotient zu:

$${}^{(n)}\frac{\Delta\varphi}{\Delta M}\bigg|_{t+h} = \frac{{}^{(n)}\tilde{\varphi}\big|_{t+h} - {}^{(n)}\varphi\big|_{t+h}}{{}^{(n)}M_e\big|_{t+h} - {}^{(n)}\tilde{M}_e\big|_{t+h}} \quad . \tag{2.41}$$

Setzt man die Sekantengleichung für ${}^{(n+1)}\varphi\big|_{t+h}$ mit der Zeitintegration der Winkelgeschwindigkeit nach (2.39) gleich und berücksichtigt man, daß für die Iteration des momentanen Betriebspunktes der Federkennlinie nur der elastische Drehmomentanteil heranzuziehen ist, so ergibt sich nach Zwischenrechnungen folgende Gleichung für die Iterationen nach dem Sekantenverfahren:

$$\left(1 + \frac{d_V}{(1-\theta)\cdot h} \cdot {}^{(n)}\frac{\Delta\varphi}{\Delta M}\bigg|_{t+h}\right) \cdot {}^{(n+1)}\omega\big|_{t+h} - \frac{1}{(1-\theta)\cdot h} \cdot {}^{(n)}\frac{\Delta\varphi}{\Delta M}\bigg|_{t+h} \cdot {}^{(n+1)}M\big|_{t+h} =$$

$$= -\frac{\theta}{1-\theta} \cdot \omega\big|_t - \frac{1}{(1-\theta)\cdot h} \cdot \left(\varphi\big|_t - {}^{(n)}\varphi\big|_{t+h} + {}^{(n)}\frac{\Delta\varphi}{\Delta M}\bigg|_{t+h} \cdot {}^{(n)}\tilde{M}_e\big|_{t+h}\right) \quad . \tag{2.42}$$

Bei Umstellung auf das Tangentenverfahren und für den jeweils ersten Iterationsschritt des nachfolgenden Zeitschrittes wird in (2.42) der Differenzenquotient durch den Differentialquotienten ersetzt. Die Projektionen zur Berechnung der linearen Kennlinienapproximationen sind mit dem elastischen Anteil des Drehmomentes durchzuführen:

$$
\begin{aligned}
&{}^{(n)}\tilde{\varphi}\Big|_{t+h} = \varphi\left({}^{(n)}M_e\Big|_{t+h}\right) = \varphi\left({}^{(n)}M\Big|_{t+h} - d_v \cdot {}^{(n)}\omega\Big|_{t+h}\right) ,\\
&{}^{(n)}\tilde{M}_e\Big|_{t+h} = M_e\left({}^{(n)}\varphi\Big|_{t+h}\right) = M_e\left(\varphi|_t + \theta\cdot h\cdot\omega|_t + (1-\theta)\cdot h\cdot {}^{(n)}\omega\Big|_{t+h}\right)
\end{aligned}
\quad . \qquad (2.43)
$$

Die einfache Behandlung stellungsabhängiger, sinusförmiger Drehmomente der Form

$$
M = \hat{M}_S \cdot \sin(bZ_2\cdot\beta) \;,\; b = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \;,\; \beta = \text{Rotorpositionswinkel}, \quad Z_2 = \text{Rotornutenzahl}, \qquad (2.44)
$$

wie sie als synchrone Momente bei Asynchronmaschinen [3] oder in ähnlicher Form bei Kolbenmaschinen oder als Nutenrastmomente bei Gleichstrommaschinen auftreten, ist ebenfalls mit dem dargestellten Verfahren möglich. Hierbei ist es jedoch hinreichend, sich auf das Tangentenverfahren zu beschränken, bei dem aus Gründen der Eindeutigkeit die Parallelprojektion zur *M*-Achse verwendet wird. Die Iterationsgleichung lautet somit:

$$
\begin{aligned}
&-{}^{(n+1)}M\Big|_{t+h} + bZ_2\hat{M}_S\cos\left(bZ_2\cdot{}^{(n)}\beta_2\Big|_{t+h}\right)\cdot(1-\theta)h\cdot{}^{(n+1)}\omega\Big|_{t+h} =\\
&= -bZ_2\hat{M}_S\sin\left(bZ_2\cdot{}^{(n)}\beta_2\Big|_{t+h}\right) - bZ_2\hat{M}_S\cos\left(bZ_2\cdot{}^{(n)}\beta_2\Big|_{t+h}\right)\cdot\left(\beta_2|_t - {}^{(n)}\beta_2\Big|_{t+h} + \theta h\cdot\omega|_t\right) ,\\
&{}^{(0)}\beta_2\Big|_{t+h} = \beta_2|_t \quad .
\end{aligned}
\qquad (2.45)
$$

Für die schnelle, vereinfachte Berechnung quasistationärer Hochläufe zum Überblick oder bei der Verwendung von Asynchrongeneratoren als Belastungsmaschine kann die Vorgabe einer stationären Drehzahl-Drehmoment-Charakteristik nach der Kloss'schen Gleichung sinnvoll sein. Die numerische iterative Behandlung erfolgt durch Approximation der nichtlinearen Funktion $M(\omega)$ durch Tangenten und Projektion der Lösungspunkte parallel zur *M*-Achse:

$$
\begin{aligned}
&-{}^{(n+1)}M\Big|_{t+h} + {}^{(n)}\frac{dM}{d\omega}\Big|_{t+h}\cdot{}^{(n+1)}\omega|_{t+h} = -{}^{(n)}\tilde{M}\Big|_{t+h} + {}^{(n)}\frac{dM}{d\omega}\Big|_{t+h}\cdot{}^{(n)}\omega|_{t+h} ,\\
&{}^{(0)}\tilde{M}\Big|_{t+h} = M|_t \;,\quad {}^{(0)}\frac{dM}{d\omega}\Big|_{t+h} = \frac{dM}{d\omega}\Big|_t \;,\quad {}^{(0)}\omega\Big|_{t+h} = \omega|_t
\end{aligned}
\quad . \qquad (2.46)
$$

Hierbei wird für $M(\omega)$ die bekannte Kloss'sche Gleichung

$$
M = \frac{2\cdot M_K}{\frac{s_K}{s} + \frac{s}{s_K}} \;,\quad s = 1 - \frac{\omega}{\omega_0} \;,\quad s_K = \text{Kippschlupf}, \qquad (2.47)
$$

und ihre Ableitung nach der Winkelgeschwindigkeit ω angesetzt.

Bei der Aufstellung der mechanischen Knoten- d. h. Drehmomentverzweigungsgleichungen und Maschengleichungen, also Winkelgeschwindigkeitsumläufe, ist zu berücksichtigen, daß M und ω hier entgegengesetzte Bezugsrichtungen haben (analog zum Erzeugerzählpfeilsystem der Elektrotechnik).

2.3.4 Der Aufbau des mechanischen Gleichungssystems

Das mechanische Gleichungssystem wird unabhängig vom elektrischen und Finite-Differenzen Gleichungssystem aufgestellt und gelöst. Die einzige Verbindung zwischen den beiden Teilsystemen besteht in der Winkelgeschwindigkeit der Maschinenwelle ω_E und dem durch sie übertragenen Drehmoment M_W. Rückwirkend folgt aus der Winkelgeschwindigkeit ω_E die neue Rotorposition β für die Feldberechnung. Auf diese Kopplung wird aber an späterer Stelle (Kap. 2.5) eingegangen. Nachfolgend wird das mechanische Gleichungssystem zunächst isoliert betrachtet, wobei als Eingangsgröße auf der rechten Seite die Winkelgeschwindigkeit der Welle ω_E auftritt. Das Drehmoment der Welle M_W erscheint im Lösungsvektor.

Aufgrund der Analogie zwischen elektrischen Netzwerken und mechanischen Systemen läßt sich für die Mechanik ein Gleichungssystem aufstellen, daß dem unter Kap. 2.2.4 vorgestellten System für das elektrische Vorschaltnetzwerk weitgehend entspricht.

Der Wellenstrang wird durch N_{Elm} konzentrierte Elemente dargestellt, wobei das Rotorträgheitsmoment und die Lagerreibung der Asynchronmaschine zunächst ausgenommen sind. An N_{Vz} Punkten, zu denen u. a. auch alle auf der Welle befindlichen Schwungmassen gehören, treten Verzweigungen des Drehmomentes auf. Damit kann ein vollständiges Gleichungssystem für alle Drehmomente und relativen Winkelgeschwindigkeiten in der nachfolgenden Form aufgestellt werden:

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc|c}
b_1 & 0 & \cdots & 0 & d_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
0 & \ddots & & \vdots & 0 & d_2 & & \vdots & \vdots \\
\vdots & & \ddots & 0 & \vdots & & \ddots & 0 & \vdots \\
0 & \cdots & 0 & b_{N_{Elm}} & 0 & \cdots & 0 & d_{N_{Elm}} & 0 \\
\hline
0 & \cdots & \cdots & 0 & +1 & +1 & & & 0 \\
0 & \cdots & \cdots & 0 & & -1 & +1 & +1 & 0 \\
\hline
1 & & & & 0 & \cdots & \cdots & 0 & -1 \\
1 & -1 & -1 & & \vdots & & & \vdots & 0 \\
 & & 1 & -1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0
\end{array}\right) \cdot \left(\begin{array}{c} M_1 \\ M_2 \\ \vdots \\ M_{N_{Elm}} \\ \hline \omega_1 \\ \omega_2 \\ \vdots \\ \omega_{N_{Elm}} \\ \hline M_W \end{array}\right) = \left(\begin{array}{c} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_{N_{Elm}} \\ \hline \omega_E \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \hline 0 \end{array}\right) . \qquad (2.48)$$

Hierbei entsprechen die ersten N_{Elm} Gleichungen den in den vorangegangenen Kapiteln 2.2.2 und 2.2.3 aufgeführten Differenzengleichungen für die einzelnen Elemente. Die Koeffizienten b_j bzw. d_j und die rechten Seiten r_j berechnen sich wie dort angegeben. Da es kein mechanisches Pendant zur induktiven Kopplung gibt, haben die zugehörigen Teilmatrizen im Gegensatz zum Gleichungssystem des elektrischen Vorschaltnetzwerkes eine reine Diagonalstruktur.

Die nachfolgenden N_{Elm}-N_{Vz} Gleichungen sind in Form von "Maschenumläufen" über die Winkelgeschwindigkeiten in einer geschlossenen Kette von Elementen zu formulieren. In mindestens einer dieser Gleichungen tritt die Wellenwinkelgeschwindigkeit ω_E als Eingangsgröße auf der rechten Seite auf.

Die unteren N_{Vz}+1 Gleichungen geben analog zum Kirchhoff'schen Knotensatz die Drehmomentbilanzen für alle N_{Vz} inneren Verzweigungspunkte an. Das Wellenende der Maschine, der Eingang des Wellenstranges, gehört nicht dazu. Seine Drehmomentbilanz wird durch die zusätzliche Gleichung erfaßt, die so der expliziten Berechnung des Wellenmomentes M_W dient. Dieses wird später für einen Vergleich mit dem elektrisch erzeugten Drehmoment, bzw. mit einem bei der Berechnung der Wellenwinkelgeschwindigkeit vorausgesetzten Wellenmoment herangezogen.

2.4 Die Finite-Differenzen-Zeitschrittrechnung und der Zeitschrittparameter

Die Herleitung der Finite-Differenzen-Gleichungen ist schon vielfach auf verschiedene Weisen durchgeführt worden [1, 18, 35, 39, 40, 42]. Sie wird daher im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht wiederholt. Das verwendete Berechnungsprogramm geht in seiner Grundstruktur auf Gottkehaskamp zurück, der in [1] alle für die zweidimensionale Berechnung von Käfigläuferasynchronmaschinen mittels Finite-Differenzen und dem Crank-Nicholson-Verfahren verwendeten Gleichungen hergeleitet hat. Die nachfolgenden Erläuterungen geben daher nur einen Überblick über diejenigen Gleichungen, die von der Umstellung der zeitlichen Diskretisierung vom Crank-Nicholson-Verfahren auf das modifizierte Trapezregel-Integrationsverfahren mit dem Zeitschrittparameter θ betroffen sind.

Bild 2.17 veranschaulicht anhand eines typischen, für die Rechnungen zugrunde gelegten Maschinenquerschnittes (Maschine 1) das verwendete Koordinatensystem und gibt einige Zählpfeile an. Kennzeichnungen für die Strangzugehörigkeiten von Statornutenquerschnitten sowie Rotorstabnumerierungen sind ebenfalls dort eingetragen.

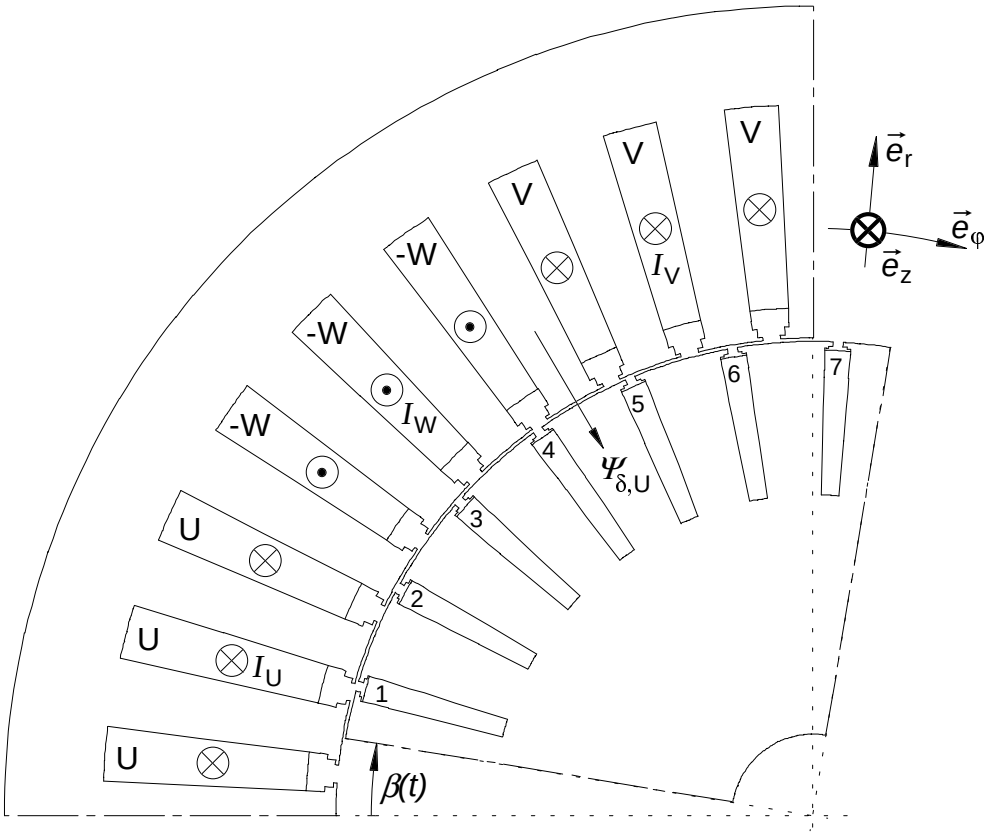


Bild 2.17: Verwendetes Koordinatensystem und Zählpfeile am Beispiel eines typischen Maschinenquerschnittes (Maschine 1, ungesehnte Statorwicklung).

Aus Bild 2.17 geht hervor, daß der Rotorpositionswinkel β, der zwischen dem Beginn des Stator- und des Rotorrechensegmentes auftritt, zwischen dem Zahn vor der positiven Spulenseite der ersten Spule der ersten Spulengruppe des ersten Stranges der Oberlage und dem Zahn vor dem ersten Rotorstab gemessen wird. Die genauen Bezugskoordinaten sind abhängig von der Vorgabe einer diskretisierten Nutteilung. In der Regel wird man diese Vorgabe jedoch nach Möglichkeit so gestalten, daß die exakten geometrischen Zahnmitten jeweils den Beginn einer Nutteilung markieren.

Der Augenblickswert des Rotorpositionswinkels $\beta(t)$ zum Zeitpunkt t ergibt sich aus seinem Anfangswert β_{Anf} zum Zeitpunkt t = 0 und dem zeitlichen Verlauf der Rotorwinkelgeschwindigkeit ω_{mec} zu:

$$\beta(t) = \beta_{\mathrm{Anf}} + \int_0^t \omega_{\mathrm{mec}}(\tau)\,\mathrm{d}\tau \tag{2.49}$$

Die Drehrichtung des Rotors ist rechts herum, der axiale Einheitsvektor $\vec{e}_z$ des Zylinderkoordinatensystems zeigt daher in die Bildebene hinein. In den positven Spulenseiten der Statorwicklung weist der Stromzählpfeil des zugehörigen Wicklungsstrangstromes in z-Richtung, in den negativen entsprechend gegen die z-Richtung.

Der Zählpfeil der Flußverkettung zu einer Spulengruppe ist dem Stromzählpfeil dieser Spulengruppe rechtswendig zugeordnet.

2.4.1 Die Feldgleichungen, diskretisiert nach Ort und Zeit

Bekanntermaßen wird bei der Methode der Finiten Differenzen das betrachtete Rechengebiet mit einem orthogonalen Netz oder Gitter überzogen. Statt einer Lösung partieller Differentialgleichungen für die orts- und zeitabhängige Vektorpotentialverteilung $\vec{A}(x,y,t)$ bzw. $\vec{A}(r,\varphi,t)$ wird die Lösung eines Systems gewöhnlicher Differentialgleichungen angestrebt, das durch örtliche Diskretisierung gewonnen wird und die Vektorpotentiale $A_{i,k}(t)$ in den Knoten (i,k) des Gitters miteinander und mit der Zeit *t* verknüpft. Für die Verknüpfung der Vektorpotentiale untereinander wird der bekannte Fünf-Punkte-Stern in Polarkorodinaten verwendet (Bild 2.17a).

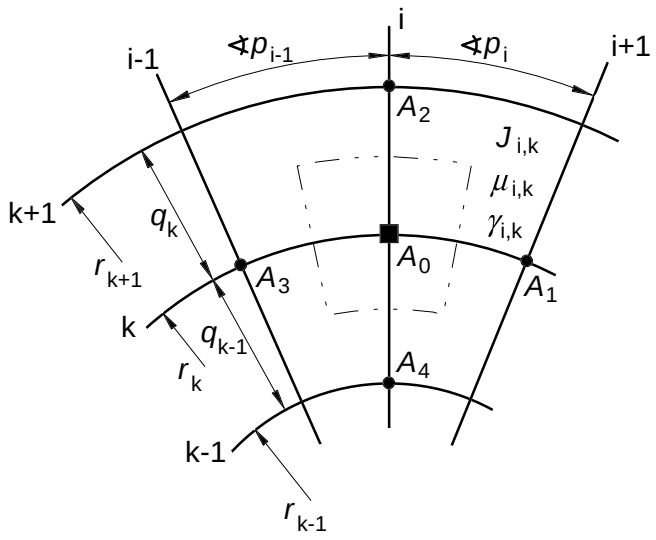


Bild 2.17a:

Ausschnitt aus einem polaren Finite-Differenzen Gitter mit den azimutalen Gitterlinien k-1, k und k+1 sowie den radialen Gitterlinien i-1, i und i+1. Die Materialeigenschaften $\mu_{i,k}$, $\gamma_{i,k}$ und die Stromdichte $J_{i,k}$ für die Gitterzelle (i, k) sind ebenfalls eingetragen. Die Vektorpotentiale A_0 bis A_4 mit dem zentralen Vektorpotential Nr. „0“ bilden einen Fünf-Punkte-Stern.

Im Stator sind weder die Feldgleichungen der Eisenknoten, noch die der stromführenden Gebiete von der zeitlichen Diskretisierung betroffen. Sie werden daher unverändert aus [1] übernommen.

In den wirbelstrombehafteten Gebieten des Rotors (Stabquerschnitte, massives Eisen) treten Stromdichten durch induzierte und vorgegebene elektrische Feldstärken auf. Die Durchflutung zum zentralen Knoten „0“ eines betrachteten Sterns aus fünf unmittelbar benachbarten Knoten des Gitters ergibt sich zu:

$$\theta_0 = \iint_G J \cdot r \, \mathrm{d}r \, \mathrm{d}\varphi = F_{\gamma,0} \cdot \left(-\frac{\partial}{\partial t} A_0 + E_\mathrm{a} \right) \tag{2.50}$$

Die Faktoren $F_{\gamma,0}$ werden nach [1] als Flächenleitwerte bezeichnet und gemäß der dort angegebenen Gleichung 2.13 berechnet:

$$F_{\gamma,0} = \frac{1}{4} \cdot \left[\left(r_\mathrm{k} + \frac{q_\mathrm{k}}{4} \right) \cdot \left(\gamma_{\mathrm{i,k}} \cdot p_\mathrm{i} \cdot q_\mathrm{k} + \gamma_{\mathrm{i-1,k}} \cdot p_{\mathrm{i-1}} \cdot q_\mathrm{k} \right) + \right. \\ \left. + \left(r_\mathrm{k} - \frac{q_{\mathrm{k\text{-}1}}}{4} \right) \cdot \left(\gamma_{\mathrm{i,k\text{-}1}} \cdot p_\mathrm{i} \cdot q_{\mathrm{k\text{-}1}} + \gamma_{\mathrm{i-1k\text{-}1}} \cdot p_{\mathrm{i-1}} \cdot q_{\mathrm{k\text{-}1}} \right) \right] . \tag{2.50a}$$

Sie sind für den betrachteten Knoten ein Maß für die Durchflutung pro elektrischer Feldstärkeeinheit.

Es ergibt sich i. a. eine Differentialgleichung erster Ordnung für das Vektorpotential des Knotens „0“. Die zeitliche Diskretisierung unter Berücksichtigung eines Zeitschrittparameters θ geht wie in den vorangegangenen Kapiteln vor sich, was letztlich auf

$$\left[\left(\frac{F_{\gamma,0}}{(1-\theta)h} + \alpha_0 \right) \cdot A_0 - \sum_{\mathrm{j}=1}^{4} \left(\alpha_\mathrm{j} \cdot A_\mathrm{j} \right) - F_{\gamma,0} \cdot E_\mathrm{a} \right]_{t+h} \\ = \left[\left(\frac{F_{\gamma,0}}{(1-\theta)h} - \frac{\theta}{1-\theta} \alpha_0 \right) \cdot A_0 + \frac{\theta}{1-\theta} \cdot \sum_{\mathrm{j}=1}^{4} \left(\alpha_\mathrm{j} \cdot A_\mathrm{j} \right) + \frac{\theta}{1-\theta} \cdot F_{\gamma,0} \cdot E_\mathrm{a} \right]_t \tag{2.51}$$

führt, einer abgewandelten Form von (2.21) in [1], die für θ = 0,5 exakt mit dieser übereinstimmt. Die Koeffizienten α können z. B. [1] oder [40] entnommen werden.

Auf den Übergangsbereich zwischen Rotornetz und Statornetz soll an dieser Stelle nicht näher eingegangen werden. Da er stets vollständig im Luftspalt gelegen ist, sind die zugehörigen Differenzengleichungen rein algebraisch und somit nicht unmittelbar von der Zeitdiskretisierung betroffen.

2.4.2 Die Statorspannungsgleichungen

Die Ströme i_ρ in den Statorspulengruppen sind keine Vorgaben, sondern ergeben sich aus den Spannungsgleichungen der Maschinenwicklung. Für eine Spulengruppe ρ ergibt sich die anliegende Spannung als Summe aus induzierter Spannung und ohm'schem Spannungsabfall ((2.23) in [1]). Die Flußverkettung setzt sich aus einem Stirnstreuungsanteil und dem Anteil innerhalb der Eisenlänge zusammen. Bei der Berechnung des Eisenanteils aus der über die Spulenseitenquerschnitte gemittelten Vektorpotentialdifferenz treten die Flächenwindungszahlen F_N [1] auf. Der Stirnstreuungsanteil wird über die Stirnstreuinduktivität einer Spulengruppe angegeben:

$$\Psi_\rho = L_{S;\rho} \cdot i_\rho + l_e \cdot \left(\overline{A}_+ - \overline{A}_-\right) = L_{S,\rho} \cdot i_\rho + l_e \cdot \left(\sum_{j(+)} F_{N,j} \cdot A_j - \sum_{j(-)} F_{N,j} \cdot A_j \right) \quad . \tag{2.52}$$

Die Flächenwindungszahlen F_N gehen hierbei aus der numerischen Integration der Vektorpotentialverteilung über die Querschnittfläche der betrachteten Spulenseite hervor. Sie geben die zu einem zentralen Knoten „0“ gehörige Fläche (in Bild 2.17a gestrichelt eingezeichnet) bezogen auf die gesamte Querschnittfläche der Spulenseite A_Q und multipliziert mit der Windungszahl N_{Wdg} der Spulenseite an:

$$F_{N,0} = \frac{N_{Wdg}}{4 \cdot A_Q} \cdot \left[\left(r_k + \frac{q_k}{4} \right) \cdot \left(p_i \cdot q_k + p_{i-1} \cdot q_k \right) + \left(r_k - \frac{q_{k-1}}{4} \right) \cdot \left(p_i \cdot q_{k-1} + p_{i-1} \cdot q_{k-1} \right) \right] \quad , \tag{2.52a}$$

sofern der Knoten vollständig innerhalb der Spulenseite und nicht auf ihrem Rand liegt. In letzterem Fall gehen nur die Flächenbeiträge der Gitterzellen des Spulenseitenquerschnittes in (2.51a) ein [1].

Mit der bekannten Spannungsgleichung für ohmsch-induktive Kreise und dem Ausdruck für die Flußverkettung ergibt sich bei Anwendung der modifizierten Trapezregel folgende diskretisierte Form der Spannungsgleichung einer Spulengruppe:

$$\begin{aligned} &-\left[\sum_{j(+)} F_{N,j} \cdot A_j - \sum_{j(-)} F_{N,j} \cdot A_j - \frac{(1-\theta)h}{l_e} \cdot u_\rho + \left(\frac{L_{S,\rho}}{l_e} + \frac{(1-\theta)h \cdot R_\rho}{l_e} \right) \cdot i_\rho \right]_{t+h} = \\ &= -\left[\sum_{j(+)} F_{N,j} \cdot A_j - \sum_{j(-)} F_{N,j} \cdot A_j + \frac{\theta h}{l_e} \cdot u_\rho + \left(\frac{L_{S,\rho}}{l_e} - \frac{\theta h \cdot R_\rho}{l_e} \right) \cdot i_\rho \right]_t \end{aligned} \tag{2.52b}$$

Bei vollständiger Serienschaltung aller Spulengruppen eines Stranges kann (2.52b) unmittelbar für den gesamten Strang aufgestellt werden, was einer Addition der Spannungsgleichungen der einzelnen Spulengruppen entspricht. Sind die Stränge im Dreieck geschaltet, so erhält man mit den verketteten Spannungen drei unabhängige Maschengleichungen. Bei Sternschaltung ergeben sich lediglich zwei unabhängige Maschengleichungen. Die zur Berechnung der drei Strangströme notwendige dritte Gleichung ist die Knotengleichung im Sternpunkt. Bei totaler Parallelschaltung sind insgesamt $2p$ Gleichungen pro Strang aufzustellen, d. h. für jeden Spulengruppenstrom eine. Im Falle der Dreieckschaltung ergeben sich diese wieder aus den Maschenumläufen über die Klemmen der Maschine und die jeweilige Spulengruppe. Bei der Sternschaltung erhält man $2m_{ph}p$-1 Maschenumläufe z. B. über die Klemmenspannungen und jeweils zwei Spulengruppen verschiedener Stränge. Die fehlende Gleichung wird wiederum durch die Knotengleichung im Sternpunkt gebildet, nach der die Summe aller Spulengruppenströme Null sein muß [56]. Bezüglich der Berücksichtigung von Ausgleichsleitern siehe [50].

2.4.3 Die Rotorspannungsgleichungen

Die Anwendung des modifizierten Trapezregelverfahrens im Zusammenhang mit den Rotorspannungsgleichungen liefert folgende Modifikationen von (2.37) und (2.38) in [1]:

$$\left[-\sum_{j(a)} F'_{\gamma,j} \cdot A_j + (1-\theta)h \cdot i_{R,\,n-1} + \gamma \cdot (1-\theta)h \cdot A_{Q,Stab} \cdot E_a - (1-\theta)h \cdot i_{R,\,n} \right]_{t+h} =$$

$$= \left[-\sum_{j(a)} F'_{\gamma,j} \cdot A_j - \theta h \cdot i_{R,\,n-1} - \gamma \cdot \theta h \cdot A_{Q,Stab} \cdot E_a - \theta h \cdot i_{R,\,n} \right]_t$$

$A_{Q,Stab}$ ist hierin die Stabquerschnittfläche. (2.53)

$$\left[-(1-\theta)hR_S i_{R,\,n-1} + \left(2L_R + 2(1-\theta)h(R_S + R_R)\right) i_{R,\,n} - (1-\theta)hR_S i_{R,\,n+1} + (1-\theta)hl_e E_a - (1-\theta)hl_e E_{a+1} \right]_{t+h} =$$

$$= \left[+\theta hR_S i_{R,\,n-1} + \left(2L_R - 2\theta h(R_S + R_R)\right) i_{R,\,n} + \theta hR_S i_{R,\,n+1} + \theta hl_e E_{a+1} - \theta hl_e E_a \right]_t$$

(2.54)

R_S ist hierin der Widerstand der aus dem Rotoreisen herausragenden Stabteile (beidseitig). R_R ist der Widerstand eines Segmentes des Kurzschlußringes und L_R seine Streuinduktivität. Koeffizienten, die mit Vektorpotentialen, Stabfeldstärken oder Ringströmen jenseits eines antiperiodischen Randes (links oder rechts) des Rechengebietes verbunden sind, gehen mit umgekehrtem Vorzeichen in (2.53) und (2.54) ein. Dies gilt insbesondere auch für die Vektorpotentiale eines geteilten Stabes.

2.4.4 Das elektrische Drehmoment und die Bewegungsgleichung des Rotors

Das elektrische Drehmoment, das auf den Rotor ausgeübt wird, kann in einfacher Weise durch Auswertung des Maxwell'schen Spannungstensors entlang einer zylindrischen Oberfläche im Luftspalt der Maschine berechnet werden. Allgemein lautet die Gleichung für das Drehmoment [45]:

$$\vec{M} = \oiint_{A} \vec{r} \times \vec{T}\, \mathrm{d}a = \oiint_{A} \vec{r} \times (\boldsymbol{\Phi} \cdot \vec{n})\, \mathrm{d}a \quad , \tag{2.55}$$

wobei $\boldsymbol{\Phi}$ den Maxwell'schen Flächenspannungstensor [45, 46] bezeichnet.
Es ergibt sich im vorliegenden Fall:

$$M = r^2 l_\mathrm{e} \frac{1}{\mu_0} \int_0^{2\pi} B_\mathrm{r} B_\varphi \, \mathrm{d}\varphi \quad [1],\ \vec{M} = M \cdot \vec{e}_\mathrm{z} \quad . \tag{2.56}$$

Die numerische Auswertung erfolgt im Luftspalt entlang von Kreisen auf halber Höhe zwischen zwei benachbarten k-Linien durch Aufsummation über alle Gitterzellen in i-Richtung [1].

$$M_\mathrm{k} = l_\mathrm{e} \cdot \frac{1}{\mu} \cdot \left(r_\mathrm{k} + \frac{q_\mathrm{k}}{2} \right)^2 \cdot \sum_\mathrm{i} B_{\mathrm{r,\,i,k}} \cdot B_{\varphi,\,\mathrm{i,k}} \cdot p_\mathrm{i} \quad . \tag{2.57}$$

Die mittleren Induktionen werden gemäß $\vec{B} = \mathrm{rot}\, \vec{A}$ als Differenzenquotienten der Vektorpotentiale und Gitterweiten auf den Kanten der jeweiligen Gitterzelle approximiert, wobei jeweils der Mittelwert zweier gegenüberliegender Kanten gebildet wird.
Aus den aufgrund des Diskretisierungsfehlers i. a. unterschiedlichen Werten M_k für die verschiedenen im Luftspalt gelegenen Umlaufwege wird für die weitere Verwendung ein Mittelwert berechnet.
Die Bewegungsgleichung des Rotors entspricht im Prinzip der Gleichung (2.41) in [1] mit dem wesentlichen Unterschied, daß M_G hier keine Konstante ist, sondern eine Zeitfunktion, deren Verlauf sich aus dem Verhalten des gesamten Wellenstranges ergibt.

$$M_\mathrm{el}(t) - M_\mathrm{G}(t) = J_\mathrm{ASM} \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \omega_\mathrm{mec}(t) = -J_\mathrm{ASM} \cdot \frac{2\pi f_\mathrm{N}}{p} \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} s(t) = -J_\mathrm{ASM} \cdot \omega_\mathrm{syn} \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} s(t) \quad . \tag{2.58}$$

Die Berücksichtigung der viskosen und coulomb'schen Reibungsmomente in den Lagern der Asynchronmaschine wurde schon in [47] vorgesehen. Nachfolgend wird die hier verwendete, modifizierte Form dargestellt.

Das zeitabhängige Gegenmoment M_G kann in einen Wellenanteil M_W und die Reibungsanteile der Asynchronmaschine zerlegt werden.

$$M_G(t) = M_{R,ASM}(t) + M_W(t) = d_{ASM} \cdot (1 - s(t)) \cdot \omega_{syn} + M_{C,ASM}(t) + M_W(t) \quad . \tag{2.59}$$

Als zum Zeitpunkt t wirksames Gegenmoment wird ein über den vergangenen und den zukünftigen Zeitschritt gebildeter Mittelwert betrachtet, wobei das Wellenmoment und das viskose Reibungsmoment nach der Simpson-Formel integriert werden.

$$\overline{M_G} = \frac{1}{2h}\int_{t-h}^{t+h} M_G(\tau)\,\mathrm{d}\tau \approx d_{ASM} \cdot \left(1 - \frac{1}{6}s\big|_{t-h} - \frac{2}{3}s\big|_t - \frac{1}{6}s\big|_{t+h}\right) \cdot \omega_{syn} + \\ + \frac{1}{2h}\left(\int_{t-h}^{t} M_{C,ASM}(\tau)\,\mathrm{d}\tau + \int_{t}^{t+h} M_{C,ASM}(\tau)\,\mathrm{d}\tau\right) + \left(\frac{1}{6}M_W\big|_{t-h} + \frac{2}{3}M_W\big|_t + \frac{1}{6}M_W\big|_{t+h}\right) \tag{2.60}$$

Für die Mittelwerte des coulomb'schen Reibungsmomentes über einen Zeitschritt folgt unter der Annnahme einer linearen Änderung der Winkelgeschwindigkeit während des Zeitschrittes aus der Berechnung des Nulldurchgangszeitpunktes und unter Betrachtung aller Fälle:

$$\frac{1}{h}\int_{t-h}^{t} M_{C,ASM}(\tau)\,\mathrm{d}\tau \approx \begin{cases} M_C \quad , \; s\big|_{t-h} < 1 \text{ und } s\big|_t < 1 \\ -M_C \; , \quad s\big|_{t-h} > 1 \text{ und } s\big|_t > 1 \\ M_C \cdot \dfrac{2 - s\big|_t - s\big|_{t-h}}{\left|s\big|_t - s\big|_{t-h}\right|} \; , \quad \text{sonst} \end{cases} . \tag{2.61}$$

Für den Differentialquotienten in (2.58) kann folgender Ausdruck gesetzt werden:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}s \approx \theta \cdot \frac{s\big|_t - s\big|_{t-h}}{h} + (1-\theta) \cdot \frac{s\big|_{t+h} - s\big|_t}{h} = \frac{\left[(1-\theta)s\big|_{t+h} + \theta s\big|_t\right] - \left[(1-\theta)s\big|_t + \theta s\big|_{t-h}\right]}{h} = \\ = \frac{(1-\theta)s\big|_{t+h} - (1-2\theta)s\big|_t - \theta s\big|_{t-h}}{h} \quad . \tag{2.62}$$

Mit (2.58) und (2.60) ergibt sich zunächst

$$M_{el}\big|_t - d_{ASM} \cdot \left(1 - \frac{1}{6}s\big|_{t-h} - \frac{2}{3}s\big|_t - \frac{1}{6}s\big|_{t+h}\right) \cdot \omega_{syn} - \frac{1}{2h}\left(\int_{t-h}^{t} M_{C,ASM}(\tau)\,\mathrm{d}\tau + \int_{t}^{t+h} M_{C,ASM}(\tau)\,\mathrm{d}\tau\right) + \\ - \left(\frac{1}{6}M_W\big|_{t-h} + \frac{2}{3}M_W\big|_t + \frac{1}{6}M_W\big|_{t+h}\right) = -J_{ASM} \cdot \omega_{syn} \cdot \left(\frac{(1-\theta)s\big|_{t+h} - (1-2\theta)s\big|_t - \theta s\big|_{t-h}}{h}\right) \quad , \tag{2.63}$$

wobei als wirksames elektrisches Drehmoment während der zwei betrachteten Zeitschritte das Drehmoment zum Zeitpunkt t angesetzt wird. Eine Mittelwertbildung über die beiden Zeitschritte anhand eines linear extrapolierten Verlaufes von M_{el} ergibt gerade $M_{\mathrm{el}}\big|_t$.

Löst man (2.63) nach dem unbekannten Schlupfwert $s\big|_{t+h}$ auf, so erhält man:

$$s\big|_{t+h} = \left(1+\frac{h\cdot d_{\mathrm{ASM}}}{6\cdot J_{\mathrm{ASM}}(1-\theta)}\right)^{-1}\cdot\left[\frac{1-2\theta}{1-\theta}\cdot s\big|_t+\frac{\theta}{1-\theta}\cdot s\big|_{t-h}+\right.$$
$$+\frac{h}{J_{\mathrm{ASM}}\cdot(1-\theta)}\cdot\left(d_{\mathrm{ASM}}\cdot\left(1-\frac{1}{6}s\big|_{t-h}-\frac{2}{3}s\big|_t\right)+\right.$$
$$\left.\left.+\frac{1}{\omega_{\mathrm{syn}}}\cdot\left(\frac{1}{2h}\left(\int_{t-h}^{t}M_{\mathrm{C,ASM}}(\tau)\,\mathrm{d}\tau+\int_{t}^{t+h}M_{\mathrm{C,ASM}}(\tau)\,\mathrm{d}\tau\right)+\left(\frac{1}{6}M_{\mathrm{W}}\big|_{t-h}+\frac{2}{3}M_{\mathrm{W}}\big|_t+\frac{1}{6}M_{\mathrm{W}}\big|_{t+h}\right)-M_{\mathrm{el}}\big|_t\right)\right)\right] \tag{2.64}$$

Die Werte $M_{\mathrm{W}}\big|_{t+h}$ und $\frac{1}{h}\int_{t}^{t+h}M_{\mathrm{C,ASM}}(\tau)\,\mathrm{d}\tau$ sind zunächst noch unbekannt und werden iterativ bestimmt. Die Vorgehensweise für die iterative Berechnung von $M_{\mathrm{W}}\big|_{t+h}$ wird im nachfolgenden Kap. 2.5 beschrieben.

Für den Mittelwert der Coulomb'schen Reibung $\frac{1}{h}\int_{t}^{t+h}M_{\mathrm{C,ASM}}(\tau)\,\mathrm{d}\tau$ wird zunächst davon ausgegangen, daß kein Drehrichtungswechsel stattfindet und das Integral somit gemäß (2.61) den vollen Beitrag liefert. Sollte der anschließend nach (2.64) berechnete Schlupf doch einen Laufrichtungswechsel anzeigen, so wird mit dem Mittelwert aus neu berechnetem und altem Schlupfwert nach (2.61) das mittlere Coulombreibungsmoment korrigiert und mit diesem korrigierten Wert erneut (2.64) ausgewertet. Dieser Vorgang wird solange wiederholt, bis sich der Schlupf nicht mehr ändert. Voraussetzung für den Start des Iterationszyklus ist, daß der Drehrichtungswechsel durch ein die Coulombreibung überwindendes elektrisches Moment und Wellenmoment bewirkt wird, d. h. es muß gelten:

$\left(M_{\mathrm{el}}-\overline{M}_{\mathrm{W}}\right)\Big|_t > M_{\mathrm{C}}$, wenn ein Laufrichtungswechsel vom negativen in den positiven Drehzahlbereich vorliegt und $\left(M_{\mathrm{el}}-\overline{M}_{\mathrm{W}}\right)\Big|_t < -M_{\mathrm{C}}$ im umgekehrten Fall.

Ein überwiegendes Coulombreibungsmoment allein kann keinen Drehrichtungswechsel verursachen, sondern den Motor allenfalls bis zum Stillstand abbremsen. Der Neuwert des Schlupfes wird in einem solchen Fall auf eins gesetzt und der Iterationszyklus umgangen.

Ist schließlich der endgültige Neuwert für den Schlupf $s\big|_{t+h}$ berechnet worden, so ergibt sich die neue Rotorposition $\beta\big|_{t+h}$ hieraus gemäß (2.44) in [1]:

$$\beta\big|_{t+h} = \beta\big|_t + h\cdot\left(1-\frac{1}{2}\left(s\big|_{t+h}+s\big|_t\right)\right)\cdot\omega_{\mathrm{syn}} \quad . \tag{2.65}$$

2.5 Die Ankopplung des elektrischen und des mechanischen Teilsystems an das FD-Berechnungsverfahren

2.5.1 Darstellung des FD-Gleichungssystems zur Feld- und Netzwerkberechnung

Das Gleichungssystem, das sich aus den in den vorangegangenen Kapiteln hergeleiteten Differenzengleichungen ergibt, ist für den Fall, daß ein zusätzliches Vorschaltnetzwerk mit N_{Zwg} Zweigen berücksichtigt wird, gegenüber dem ursprünglichen, in [1] vorgestellten Gleichungssystem um $2N_{Zwg}+m_{ph}$ Netzwerkgleichungen erweitert. Die zusätzlich eingefügten, von (0) verschiedenen Teilmatrizen und -vektoren sind in Bild 2.18 dick umrandet. Es ist deutlich zu erkennen, daß die Netzwerkgleichungen nicht einfach nach den Rotorspannungsgleichungen angehängt werden, wie dies zunächst programmiertechnisch naheliegend wäre, sondern in das bestehende Gleichungssystem unmittelbar nach den Feldgleichungen vor den Statorspannungsgleichungen eingefügt werden. Dies geschieht mit Rücksicht auf die Organisation der Systemmatrix. Die Dimension der Netzwerkmatrix entspricht in den üblichen Anwendungsfällen in etwa der Bandbreite der Feldkoeffizientenmatrix (α) oder unterschreitet sie, so daß sich eine Integration der Netzwerkmatrix in den komprimiert gespeicherten Feldkoeffizientenbereich der Gesamtmatrix anbietet. Ein einfaches Anhängen der Gleichungen hätte dagegen eine Aufblähung des vollständig einschließlich aller Nullelemente gespeicherten Blockbereiches $((F_\gamma), (0), (M_2)^T)^T$ zur Folge.

Die m_{ph} Gleichungen für die Maschinenwicklung (Statorspannungsgleichungen und gegebenenfalls Sternpunktknotengleichung) treten nach wie vor auf. Die Klemmenspannungen des Stators, die früher feste Vorgaben waren, berechnen sich jetzt aber über eine Maschenmatrix (B_U), mit der sich aus den Leiter-Erdspannungen (u_A) an den Ausgangsklemmen des Vorschaltnetzwerkes die verketteten Spannungen an den Maschinenklemmen ergeben.

Da die Auflösung des Gesamtsystems mit dem ursprünglichen Algorithmus von Null verschiedene Diagonalelemente voraussetzt, werden die in Kap. 2.2 aufgeführten Netzwerkgleichungen nicht unbehandelt in das Gesamtsystem eingebunden. Es erfolgt statt dessen zunächst -ähnlich wie in Kap. 2.2 angegeben- eine teilweise Auflösung der Netzwerkgleichungen, d. h. eine Umformung auf Dreieckgestalt. Hierzu wird eine Gauß-Elimination mit Pivotsuche angewandt. Die Pivotsuche wird im Bereich der Zweigspannungs- und Stromkoeffizienten, also für die ersten $2N_{Zwg}$ Spalten, total durchgeführt. Für die letzten m_{ph} Spalten läuft sie dagegen nur spaltenweise ab, damit (u_A) nicht in die Permutierung des Lösungsvektors einbezogen wird. Dadurch kann (B_U) zu einem späteren Zeitpunkt unabhängig von der Triangulierung der Netzwerkgleichungen aufgestellt werden. Die Triangulierung ist für jeden Zeitschritt erneut durchzuführen. Sie bietet sich an, da so schon

ein Teil des Eliminationsaufwandes vorweggenommen wird, wobei die totale Pivotsuche für numerische Stabilität sorgt.

Bei der Umformung auf obere Dreieckgestalt ist nicht nur der ursprüngliche Vektor der rechten Seite umzuformen, der gemäß der in Kap. 2.2 angegebenen Gleichungen aus den Zweigspannungen und -strömen des vorangegangenen Zeitschrittes berechnet wird. Außer ihm tritt auf der rechten Seite auch die Inzidenzmatrix der Wicklungsspulengruppen mit den Ausgangsknoten auf.

Nach Einbindung der triangulierten Netzwerkgleichungen ergibt sich für das Gesamtystem eine Struktur gemäß Bild 2.18. Die Matrizen (T_Z), (T_A) und (K_{AZ}) stellen zusammen die aus der Umformung der ursprünglichen Netzwerkgleichungen resultierende, obere Dreiecksmatrix der Dimension ($2N_{Zwg}+ m_{ph}$) dar. Die Matrizen (K_I) und (K_A) gehen aus den ursprünglichen Inzidenzmatrizen der Wicklungsspulengruppen mit den Ausgangsknoten hervor. Der Vektor (X_{Zwg}) beinhaltet die Zweigspannungen $u_{1...NZwg}$ und -ströme $i_{1...NZwg}$ in permutierter Reihenfolge. Die Indizierung wird während der Elimination mit Pivotsuche für die spätere Sortierung abgespeichert. (b_{Zwg}) und (b_A) bilden den umgeformten, eigentlichen Vektor der rechten Seite.

Der Vektor der rechten Seite $\left(b_{k,\rho}\right)$ weicht von seinem Pendant (b_2) in [1] wegen der Unbekanntheit der Klemmenspannung des jeweils betrachteten Zeitpunktes ab.

Alle anderen Matrizen bzw. -vektoren, nämlich (α), (F_N), (F_g), (M_1), (M_2), (b_1) und (b_{Rot}) entsprechen sinngemäß denen, die schon in [1] angegeben sind und sollen deswegen hier nicht weiter behandelt werden.

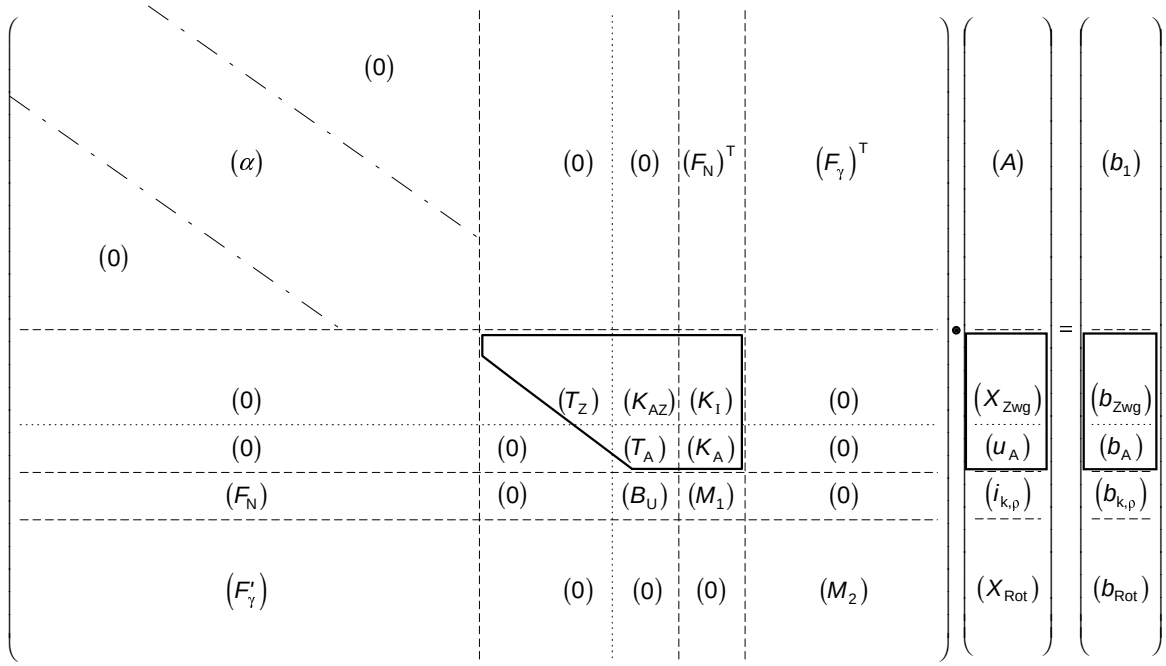


Bild 2.18: Gesamtstruktur des Gleichungssystems für die Feld- und Netzwerkberechnung.

2.5.2 Die Ankopplung der mechanischen Berechnung an die Feld- und Netzwerkberechnung

Die Finite-Differenzen Netz- und Feldberechnung und die Berechnung der mechanischen Größen des Wellenstranges stellen zwei voneinander nahezu unabhängige Vorgänge dar. Die einzige Verbindung zwischen ihnen ist durch die Bestimmung des elektrisch erzeugten Drehmomentes aus der Lösung der Feldgleichungen einerseits und durch die Berechnung des Wellenmomentes durch die Lösung der mechanischen Struktur- und Elementengleichungen andererseits gegeben. Eine Integration beider Rechengänge in einem übergreifenden linearen Gleichungssystem wie bei der Berücksichtigung der Netzwerkelemente scheidet wegen der ausgeprägt nichtlinearen Abhängigkeit des elektrischen Drehmomentes von der Vektorpotentialverteilung (Produktterme von A) aus.
Der logische Schnitt zwischen den beiden Teilsystemen wird am Wellenende der Asynchronmaschine vorgenommen. So kann die Auswertung der Rotorbewegungsgleichung gemäß Kap. 2.4.4 unabhängig davon geschehen, ob ein Wellenstrang mit weiteren Komponenten vorliegt oder nicht. Wenn keine weiteren mechanischen Komponenten vorliegen, wird das Wellenmoment M_W als konstantes Gegenmoment vorgegeben.
Die numerische Integration der Rotorbewegungsgleichung über zwei Zeitschritte, in [1] durch Einführung des zentralen Differenzenquotienten

$$\left.\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\right|_t \approx \frac{s|_{t+h} - s|_{t-h}}{2h} \tag{2.66}$$

bewirkt und im Rahmen der vorliegenden Arbeit an die modifizierte Trapezregelintegration angepaßt, stellt als zweischrittige Methode zusammen mit dem nachfolgend dargestellten Iterationsvorgang zur Bestimmung des mechanischen Zustandes gewissermaßen einen Kompromiß zwischen einer einschrittigen expliziten und einer impliziten Integration dar.
Eine einschrittige, rein explizite Integration kann Stabilitätsprobleme zur Folge haben [48]. Eine einschrittige implizite Integration nach dem Trapezregelverfahren würde dagegen großen zusätzlichen Rechenaufwand hervorrufen, da die notwendige Iterationsschleife auch eine Neuberechnung des elektrischen Drehmomentes und daher die iterative Lösung der Feld- und Netzgleichungen einschlösse, wie folgende Überlegung zeigt:
Aus (2.58), nämlich

$$M = M_{\mathrm{el}} - M_{\mathrm{G}} = J \cdot \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} \quad , \quad \text{und } \omega = \frac{\mathrm{d}\beta}{\mathrm{d}t} \tag{2.67}$$

folgen durch Diskretisierung nach der modifizierten Trapezregel die Gleichungen

$$\omega|_{t+h} = \frac{1}{J} \cdot \left[(1-\theta) h \cdot M|_{t+h} + \theta h \cdot M|_t \right] + \omega|_t \qquad \text{und}$$

$$\beta|_{t+h} = (1-\theta) h \cdot \omega|_{t+h} + \theta h \cdot \omega|_t + \beta|_t \quad . \tag{2.68}$$

Da die Berechnung des elektrischen Momentes $M_{el}|_{t+h}$ die Kenntnis der Rotorposition $\beta|_{t+h}$ voraussetzt, in (2.68) aber umgekehrt unter Verwendung von $M_{el}|_{t+h}$ der Rotorwinkel $\beta|_{t+h}$ bestimmt werden müßte, wäre ein Iterationsvorgang mit Bestimmung des elektrischen Drehmomentes, d. h. mit Lösung der Feld- und Netzwerkgleichungen in jedem Iterationsschritt erforderlich. Dies wäre nur mit $\theta = 1$ (explizites Verfahren) vermeidbar.

Ein diesen Überlegungen ähnlicher Algorithmus wird von Kahnert in [49] für das Programmsystem PROFI im Rahmen der Berücksichtigung mechanischer Vorgänge vorgestellt. Die Integration der mechanischen Gleichungen erfolgt dort durch ein Verfahren vom Runge-Kutta-Typ. Die zugehörge Iterationsschleife wird als "Kraftkorrekturschleife" bezeichnet und die Erhöhung der Rechenzeit mit dem Faktor 6 beziffert. Die Abweichungen der berechneten Kräfte gegenüber den Resultaten, die sich bei einem Verzicht auf diese Kraftkorrekturschleife ergeben, liegen jedoch lediglich bei maximal ca. 5%. Insofern scheint ein Verzicht auf den zusätzlichen Aufwand gerechtfertigt.

Demenko gibt in [48] sinngemäß folgende Differenzengleichung für eine implizite Integration der Bewegungsgleichung an:

$$\frac{J}{h^2} \cdot \left(\beta|_{t+h} - 2 \cdot \beta|_t + \beta|_{t-h} \right) = \frac{1}{4} \left(M|_{t+h} + 2 \cdot M|_t + M|_{t-h} \right) \tag{2.69}$$

Wendet man (2.68) auf die Zeitpunkte *t+h* und *t* an und eliminiert aus den vier Gleichungen die Werte $\omega|_{t+h}$, $\omega|_t$ und $\omega|_{t-h}$, so erhält man

$$\frac{J}{h^2} \cdot \left(\beta|_{t+h} - 2 \cdot \beta|_t + \beta|_{t-h} \right) = (1-\theta)^2 \cdot M|_{t+h} + 2\theta(1-\theta) \cdot M|_t + \theta^2 \cdot M|_{t-h} \quad , \tag{2.70}$$

was für $\theta = 1/2$ mit (2.69) übereinstimmt. Das mittlere, im Zeitintervall [*t-h*, *t+h*] wirksame Drehmoment ergibt sich also aus einer Integration nach der Trapezregel. Um den erhöhten Rechenaufwand zu vermeiden, wird in [48] hauptsächlich ein explizites Verfahren verwendet, das sich durch die Ersetzung $M|_{t+h} + M|_{t-h} = 2 \cdot M|_t$ in der rechten Seite von (2.69) ergibt. Vom impliziten Verfahren (2.69) wird nur bei bedeutsamen Änderungen des wirksamen Drehmomentes Gebrauch gemacht.

In der vorliegenden Arbeit wird ein iterativer Algorithmus angewandt, der gleichsam einen Kompromiß darstellt. Das zum Zeitpunkt *t* auf den Rotor wirkende Drehmoment wird -wie in Kap. 2.4.4 erwähnt- als Mittelwert über zwei Zeitschritte angesetzt. Das elektrisch erzeugte Drehmoment wird dabei wie beim expliziten Verfahren in [48] als $M_{\mathrm{el}}\big|_t = const.$ über beide Zeitschritte angesetzt, während sich die Gleitreibungsmomente und die Wellenmomente M_{W} durch Integration nach der Simpsonregel ergeben. Für den noch unbekannten Wert $M_{\mathrm{W}}\big|_{t+h}$ wird zunächst der schon berechnete Wert des Zeitpunktes *t* eingesetzt. Durch Auswertung von Gleichung (2.64) ergibt sich dann ein erster Näherungswert für den Schlupf zum Zeitpunkt $t+h$ ${}^{(1)}s\big|_{t+h}$ und somit für die Winkelgeschwindigkeit der Welle. Mit dieser Winkelgeschwindigkeit wird das Gleichungssystem der zusätzlichen mechanischen Komponenten (2.48) gelöst, woraus sich das Wellenmoment zum Zeitpunkt $t+h$ ergibt. Dieses wird im allgemeinen von jenem hypothetischen Wert, der bei der Auswertung der Rotorbewegungsgleichung angesetzt wurde, abweichen. Löst man mit diesem Wellenmoment die Rotorbewegungsgleichung erneut, so erhält man einen neuen Wert für die Winkelgeschwindigkeit der Welle, der nach Auflösung des mechanischen Systems einen korrigierten Wert für das Wellenmoment liefert. Im konvergenten Fall wird nach einigen Iterationsschritten die Abweichung zwischen dem zuvor berechneten Wellenmoment ${}^{(\mathrm{n-1})}M_{\mathrm{W}}\Big|_{t+h}$ und dem durch erneute Iteration berechneten Wert ${}^{(\mathrm{n})}M_{\mathrm{W}}\Big|_{t+h}$ eine gewisse Fehlerschranke unterschreiten.

3. Kurzbeschreibung des Programmsystems

Das im Rahmen der vorliegenden Arbeit verwendete Programmsystem zur integrierten Netzwerk- und Finite-Differenzen-Magnetfeldberechnung mit simultaner Berücksichtigung mechanischer Ausgleichsvorgänge geht auf das Programmpaket PRAE, ASMZS und POST aus [1, 2] zurück. Die wesentliche Struktur, nämlich die Dreiteilung in einen Präprozessor, das eigentliche Zeitschrittrechnungsprogramm und das Graphik- und Auswertprogramm, ist dabei erhalten geblieben, wie Bild 3.1 im Vergleich zu Bild 4.1 aus [1] zeigt.

Der Präprozessor PRAERUMK beinhaltet gegenüber seinem Vorgänger keine grundlegenden Erweiterungen, die den Gegenstand dieser Arbeit direkt betreffen. Lediglich einige Ergänzungen bezüglich der Behandlung verschiedener Wicklungs- bzw. Nutenbelegungsschemata (Wahl der Strangfolge R, -S, T statt R, -T, S), bzw. bezüglich der Bestimmung des Rechensektors wurden vorgenommen.

Der Präprozessor setzt die in der Eingabedatei PRAE gegebene kompakte Beschreibung des FD-Gitters und der Material- und Geometriedaten in einen durch das nachgeschaltete Zeitschrittprogramm schnell und unkompliziert in Felder einlesbaren Datensatz PRAEPLTD um. Dieser wird aus Gründen der Anwendertransparenz und Modifizierbarkeit als ASCII-Datei ausgegeben. Das Programm erzeugt eine tabellarische Plotdatei BH.PLT von Magnetisierungskurven, sofern nicht ausschließlich linear gerechnet wird. Das Ablaufprotokoll PRAE.PRT beinhaltet im wesentlichen den kommentierten und geprüften Eingabedatensatz. Gegebenenfalls werden hierin auch Fehler- und Abbruchmeldungen geschrieben, wie z. B. bei im Gitter nicht auffindbaren Begrenzungslinien für Materialteilgebiete.

Im Gegensatz zum Präprozessor unterscheiden umfangreiche Ergänzungen und Veränderungen das Programm ASM_MNT5 (Asynchronmaschine, Mechanik, Netz) von seiner ursprünglichen Vorlage ASMZS. Diese sind durch die Berücksichtigung von leistungselektronischen Vorschaltnetzwerken und mechanischen Komponenten des Wellenstranges bedingt.

Die Beschreibung des Vorschaltnetzwerkes anhand seiner Zweigelemente und der zugehörigen Parameter sowie anhand der Knoten- und Mascheninzidenzen wird ebenso wie eine analoge Beschreibung des mechanischen Aufbaus zusätzlich zu den Steuerungseingaben in der Eingabedatei ASMZS aufgeführt. Werden beliebige, von der Sinusform abweichende Spannungsverläufe verlangt, können diese tabellarisch über die formatgebundene ASCII-Datei SPG.DAT vorgegeben werden. Aus diesen Eingaben berechnet das Programm für jeden Zeitschritt die Vektorpotentialverteilung über dem Maschinenquerschnitt, die Netzströme, das elektrisch erzeugte Drehmoment, die aufgenommene Leistung und die Verluste. Die zeitlichen Verläufe der Netzströme, Leistungen und des Drehmomentes werden für eine spätere graphische Darstellung auf die Festplatte geschrieben. Die Spannungen und Ströme

beliebiger angebbarer Zweigelemente und die Winkelgeschwindigkeiten und Drehmomente von mechanischen Komponenten können optional ebenso als tabellarische Ausgabedateien für die weitere graphische Aufbereitung ausgegeben werden. Die Datei ASMPLTD beinhaltet die Vektorpotentialverteilungen zu bestimmten, vorgebbaren Zeitpunkten. Gegenüber vorherigen Programmversionen ist hier nur das Ausgabeformat verändert, d. h. auf ASCII-Transparenz umgestellt.

Der Postprozessor POST dient maßgeblich der graphischen Darstellung der Ergebnisse des Zeitschrittrechnungsprogramms in Feldbildern. Außerdem können nach wie vor Auswertungen, wie z. B. die Erzeugung von Plot-Dateien der radialen und azimutalen Induktionsverteilungen im Luftspalt vorgenommen werden. Die neue Version des Postprozessors unterscheidet sich etwas der ursprünglichen Version. Sie wurde einerseits auf das neue ASCII-Dateiformat umgestellt. Andererseits existiert auch eine Nachfolgeversion, bei der es möglich ist, den Rechensektor zu vervielfachen, und so den ganzen Maschinenquerschnitt darzustellen (siehe z. B. Feldbilder im Anhang). Außerdem können die Niveaulinien der Stromdichteverteilungen gezeichnet werden.

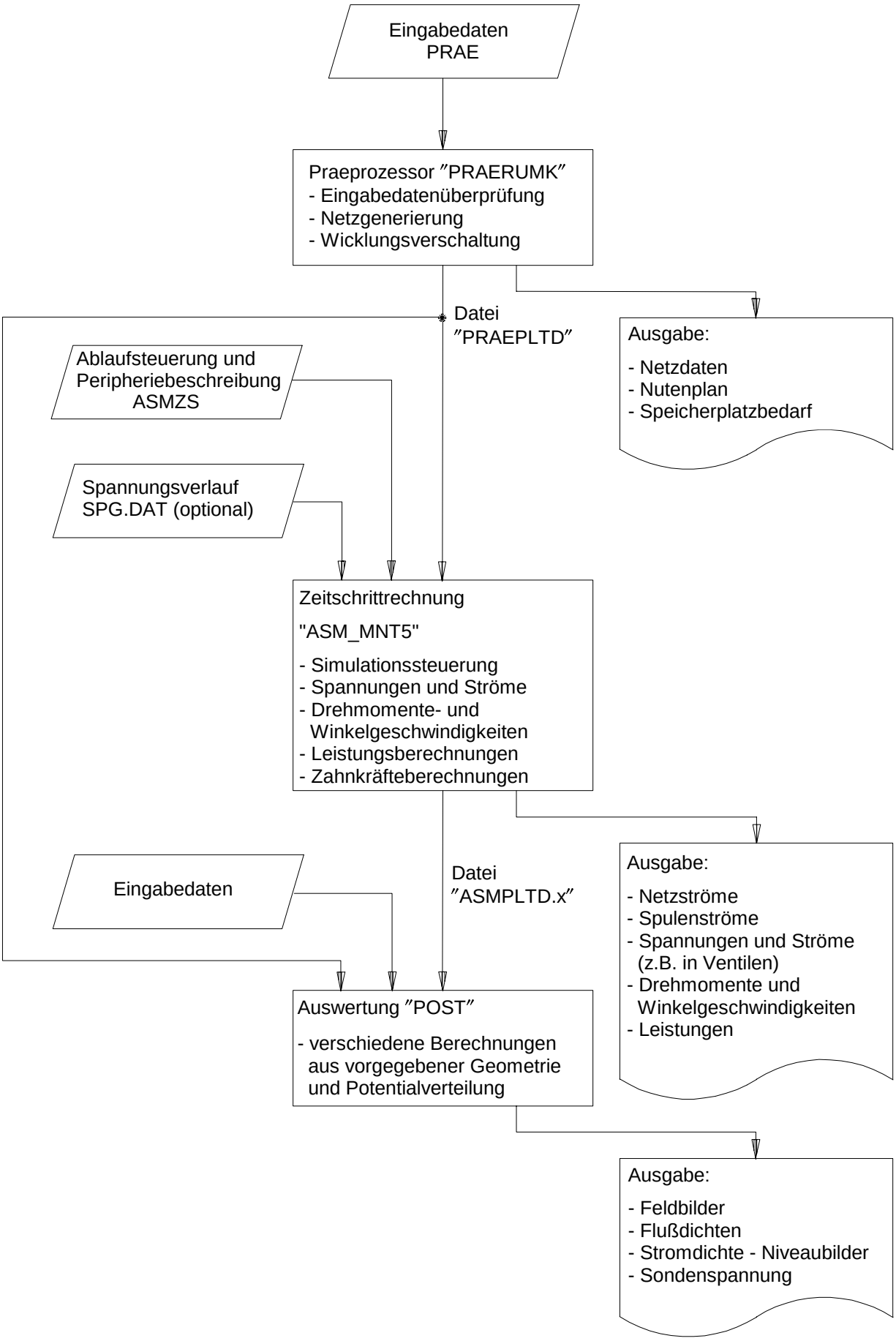


Bild 3.1: Verlauf des FD-Zeitschritt-Programmsystems.

4. Theoretische und rechnerische Untersuchung der Hochlaufgefährdung von Antrieben mit Asynchronmotoren durch synchrone Satteldrehmomente

4.1 Vorbetrachtungen

Es ist seit langem bekannt, daß Drehstromasynchronmotoren neben dem durch die Drehfeldgrundwelle erzeugten erwünschten asynchronen Drehmoment verschiedene parasitäre Drehmomentsättel aufweisen können. Durch diese kann grundsätzlich der Hochlauf eines Antriebes gefährdet werden [3, 4, 47, 50, 56].

Unterschreitet die Drehzahl-Drehmoment-Charakteristik z. B. aufgrund eines asynchronen Oberfeldsattelmomentes das Lastmoment im Anlaufbereich, so stellt sich ein Drehmomentgleichgewicht weit unterhalb der Bemessungsdrehzahl ein und der Hochlauf unterbleibt. Durch die erhöhte Stromaufnahme im Anlaufbereich (bis ca. sechsfachem Bemessungsstrom) kann die Maschine bei ausbleibender rechtzeitiger Abschaltung Schaden nehmen.

Dies gilt prinzipiell auch für synchrone Momentensättel. Der wesentliche Unterschied zur Auswirkung eines asynchronen Momentensattels besteht jedoch darin, daß sich das Hochlaufverhalten selbst bei einem lansamen Hochlauf nicht in einfacher Weise aus einer stationären, bzw. quasistationären Drehzahl-Drehmoment-Charakteristik herleiten läßt. Dies hängt damit zusammen, daß das synchrone Moment nur in der synchronen Drehzahl einen zeitlich konstanten Beitrag zum Gesamtmoment liefert. Für alle anderen Drehzahlen liegt es dagegen als Pendelmoment, d. h. ohne Beitrag zum Drehmomentmittelwert vor. Es zeigt sich insbesondere theoretisch wie auch experimentell, daß synchrone Momente, die bis in den negativen Bereich, bzw. bis unter das Gegenmoment reichen, nicht in jedem Falle ein Hängenbleiben des Motors in der synchronen Drehzahl zur Folge haben [4, 47].

Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit untersuchte Maschine 1 ($2p$ = 4, P_N = 11 kW, U_N = 380 V (Δ), Z_1/Z_2 = 36/28, y/τ_p = 9/9) hat ein sehr ausgeprägtes synchrones Moment bei der Drehzahl $n = n_0/7$ = 214,28 min^{-1} [44], was u. a. auf die ungesehnte Ausführung der Statorwicklung und den ungeschrägten Rotor zurückzuführen ist. Die Bilder 4.1 bis 4.4 zeigen auf verschiedene Weisen bestimmte Drehzahl-Drehmoment-Charakteristiken für den stationären bzw. quasistationären Fall. Für die FD-Zeitschrittrechnung in Bild 4.1 wird hierbei ein extrem hohes Trägheitsmoment im Zusammenhang mit einem negativen, d. h. beschleunigenden Gegenmoment angesetzt. Hierdurch wird die Eigendynamik des Pendelmomentes unterdrückt, und es ergibt sich ein linearer Drehzahl-Zeit-Anstieg von -500 min^{-1} bis +1500 min^{-1} innerhalb einer Zeitspanne von 6 s. Die ungefilterte Darstellung des zeitlichen Dremomentverlaufes läßt die Dominanz des Pendelmomentes erkennen.

Deutlich tritt auch der Durchgang durch den Synchronismus bei n = 214 min^{-1} auf, wobei die Frequenz des Pendelmomentes zunächst auf Null abklingt und dann für größere Drehzahlen wiederum ansteigt. Für eine getrennte Darstellung des asynchronen Drehmomentanteils sind die Pendelmomentanteile zu unterdrücken. Dies ist in Bild 4.2 durch zweimalige Ausführung einer Mittelwertbildung über Intervalle von jeweils 1000 Zeitschritten à ca. 66,7 µs, entsprechend einer Zeitspanne von 66,7 ms, mit gleicher Gewichtung aller Stützstellen vorgenommen worden, was in der digitalen Signaltechnik einer zweimaligen FIR-Filterung mit rechteckiger Impulsantwort entspricht. Bis auf die unmittelbar in der Nähe von parasitären Synchronismen gelegenen Bereiche extrem niedriger Pendelfrequenzen und den Einschaltvorgang wird das asynchrone Drehmoment durch den zeitlichen Mittelwert gut dargestellt. Die Auswirkung des Durchgangs durch den Synchronismus auf den Drehmomentmittelwert zeigt sich in dem gegebenen Beispiel als starker Einbruch. Bei einer anderen relativen Rotorposition β_2 während des Durchgangs ist auch eine Überhöhung des Mittelwertes möglich. Die anfängliche Überhöhung des Mittelwertes beruht vermutlich auf dem Einschaltvorgang.

Es zeigt sich eine gute Übereinstimmung der FD-Rechnung in Bild 4.2 mit der Berechnung nach der „Oberfeldtheorie“ [3, 41, 50] (Bild 4.3) und mit der Messung (Bild 4.4). Das Kippmoment wird jeweils zu ca. 24 Nm berechnet. Die Kippdrehzahl liegt für die gefilterte Finite-Differenzen-Rechnung und für die Berechnung nach der Oberfeldtheorie bei 1350 min^{-1} , für die Messung bei 1360 min^{-1}. Das dominierende synchrone Moment mit der Ordnungszahl b = -1 hat der Messung nach eine Amplitude ${}^{b=-1}\hat{M}_S$ von ca. 24 Nm. Die Ordnungszahl b gibt dabei die Anzahl der Perioden des synchronen Momentes auf einer Rotornutteilung an [1, 50]. Die Rechnung nach der Oberfeldtheorie steht hiermit in guter Übereinstimmung. Aus der FD-Rechnung ist die Amplitude des dominanten synchronen Momentes bzw. Pendelmomentes (mit b = -1) nicht ohne weiteres abzulesen, da Pendelmomente höherer Ordnung (b = -4, u. s. w.) und Frequenz überlagert sind. ${}^{b=-1}\hat{M}_S$ erscheint daher in Bild 4.1 nicht direkt. Nur eine Ausschnittvergrößerung des interessierenden Bereiches (Bild 4.5) zeigt, daß in der Finite-Differenzen-Rechnung eine Pendelmomentamplitude ${}^{b=-1}\hat{M}_S$ von ca. 23 Nm berechnet wird.

Das Gitter für die FD-Rechnung ist in Anhang A dargestellt (Bild A.3: „feines Gitter“, ca. 10 600 Knoten, 9500 Feldgleichungen, 0,25° azimutale Gitterweite (mechanisch)). Die relative Permeabilität des Eisen wird zu $\mu_{r,Fe}$ = 1000 angenommen.

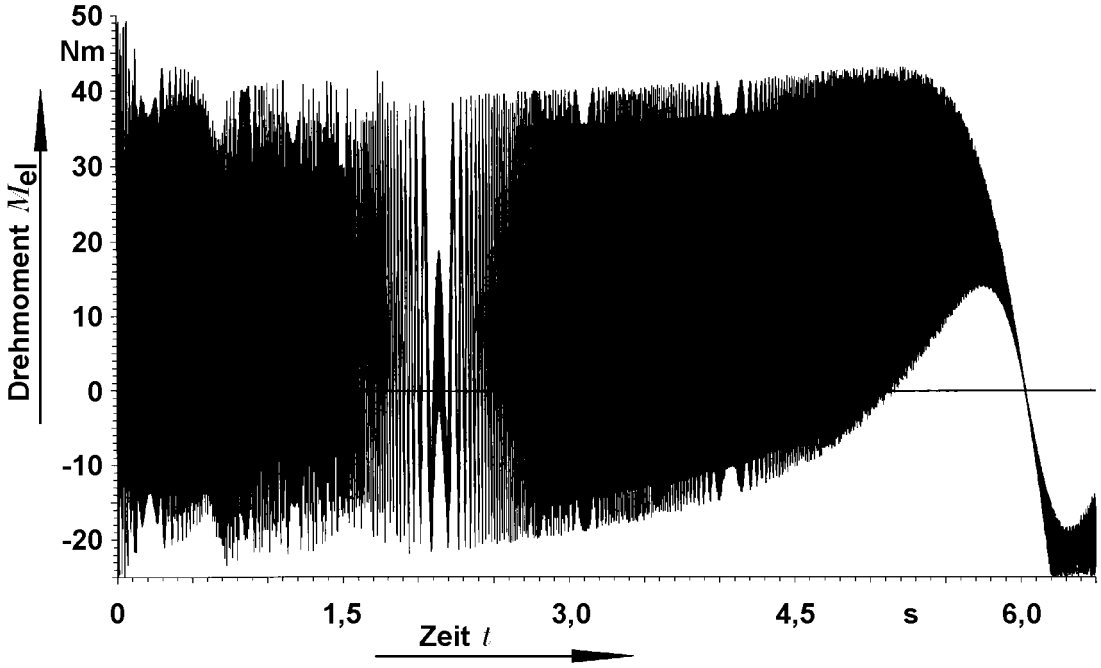


Bild 4.1: Finite-Differenzen-Zeitschrittrechnung (ca. 10 600 Knoten, θ = 0,444, h = 66,7 µs) eines quasistationären Hochlaufes von Maschine 1 mit erzwungenem linearen Anstieg der Drehzahl über der Zeit, von -500 min^{-1} bis 1500 min^{-1} in 6 s. P_N = 11 kW, Motor in Stern-Serienschaltung, U_{verk} = 270 V = 0,41U_N, Z_1/Z_2 = 36/28, y/τ_p = 1/1, $\mu_{r,Fe}$ = 1000.

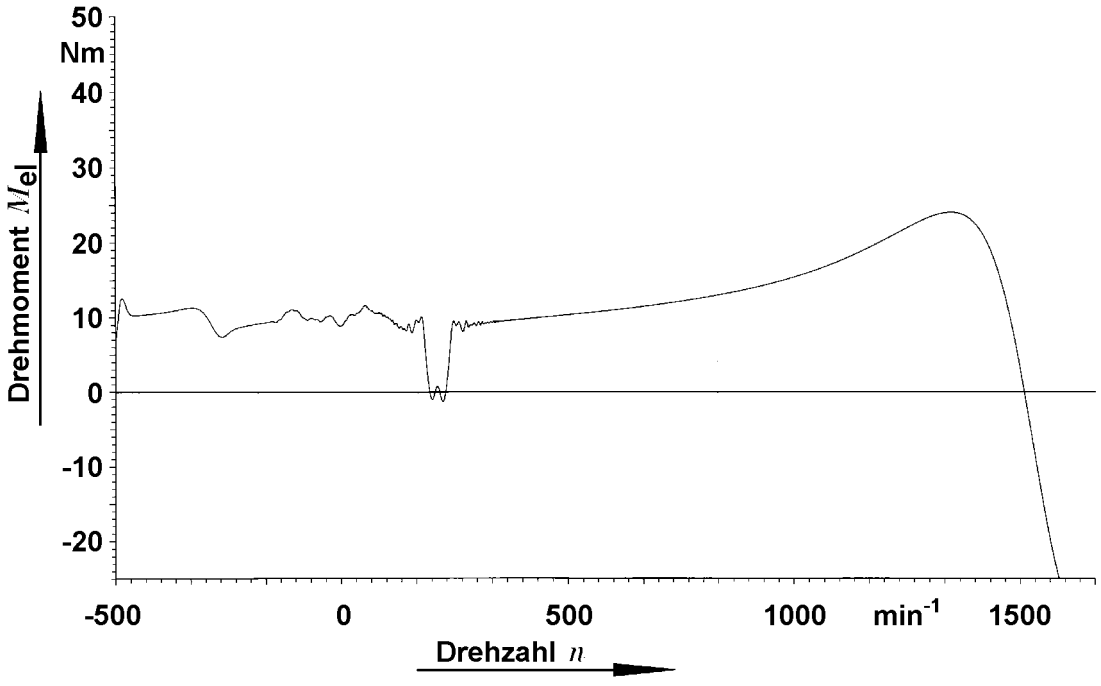


Bild 4.2: Mittelwert des Drehmomentes in Abhängigkeit der Drehzahl, aus dem zeitlichen Drehmomentverlauf der FD-Rechnung des quasistationären Hochlaufes (Bild 4.1) durch zweimalige Mittelwertbildung über jeweils 1000 Zeitschritte (entspricht ca. 66,7 ms) erhalten.

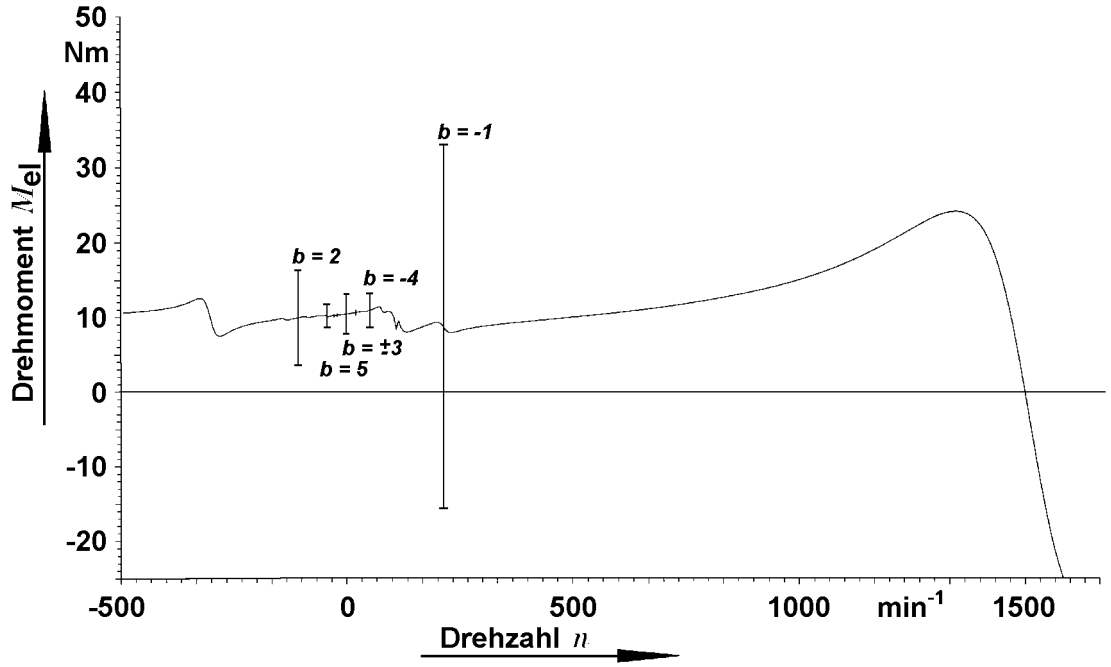


Bild 4.3: Stationäre Drehzahl-Drehmoment-Charakteristik aus Rechnung nach der Oberfeldtheorie mit den Summationsgrenzen $b_{max} = 11$, $\nu_{max} = 440$. Berücksichtigung der Nutschlitze von Stator und Rotor über Leitwertswellen der homopolaren Feldverteilung bis zur 19. Ordnung. Motor in Stern-Serienschaltung, $U_{verk} = 270$ V = 0,41 U_N, $P_N = 11$ kW, $Z_1/Z_2 = 36/28$, gerade Nuten, y/τ_p=1/1.

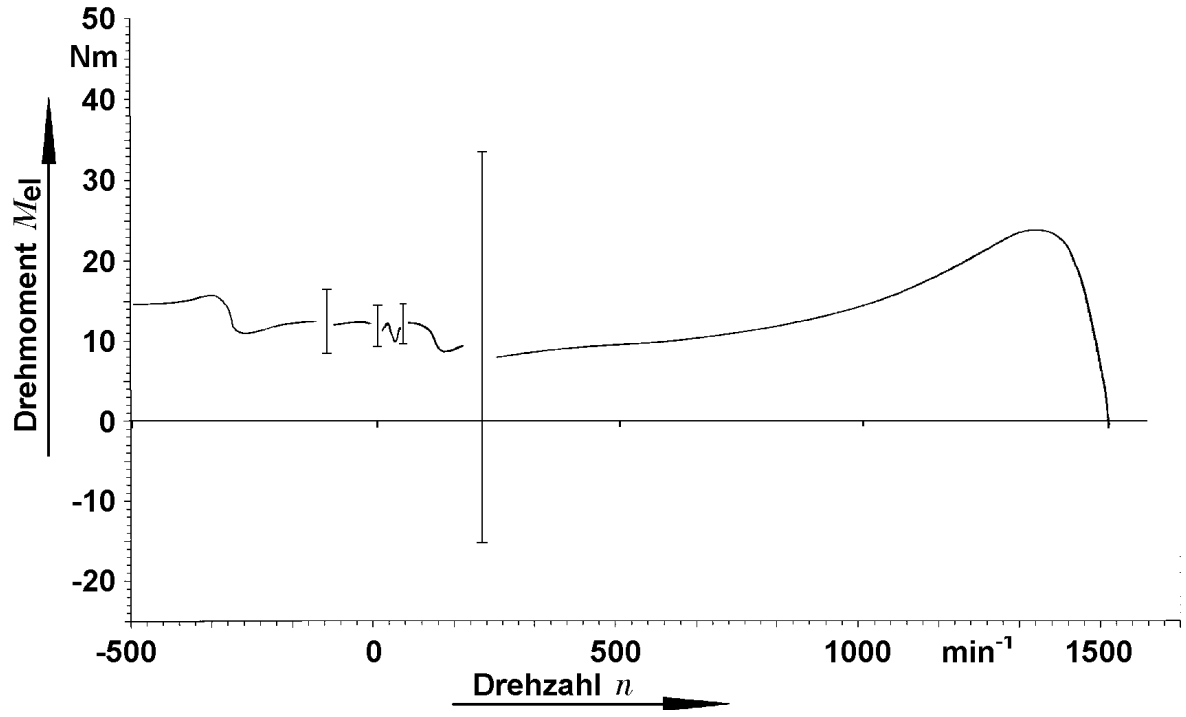


Bild 4.4: Stationäre Drehzahl-Drehmoment-Charakteristik aus stationärer Messung in [4] mit dem quadrierten Spannungsverhältnis umgerechnet, sonst wie Bild 4.3.

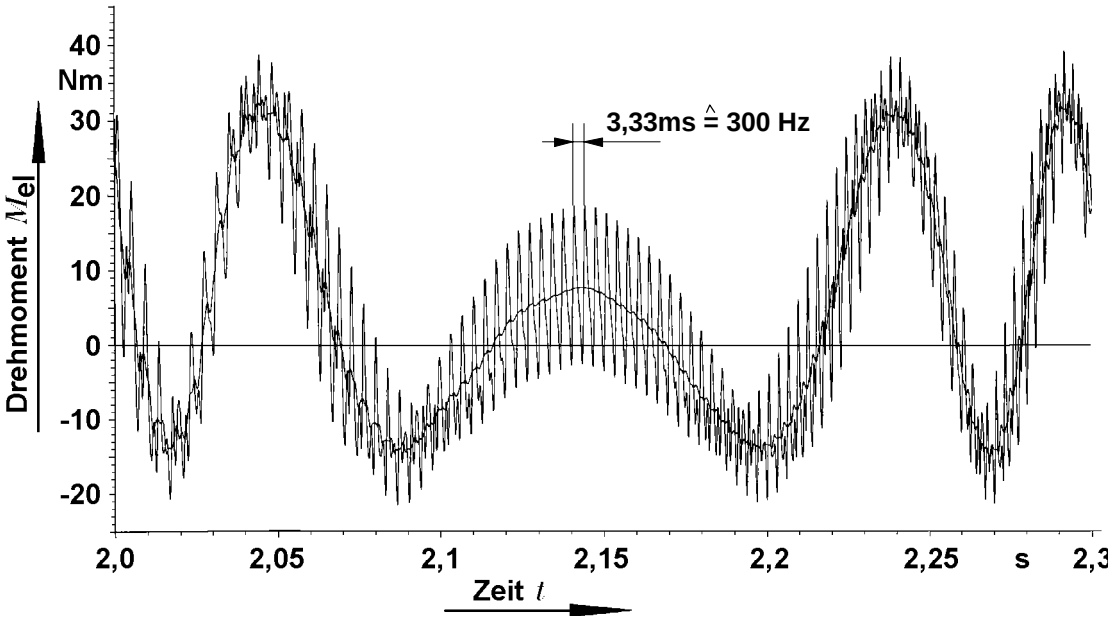


Bild 4.5: Resultierender Drehmomentverlauf („synchrones Moment“) beim Durchgang durch 214,28 min^{-1} aus FD-Rechnung. Ausschnitt aus Bild 4.1 von t = 2,0 s bis t = 2,3 s, der die dem mittleren synchronen Moment überlagerten Pendelmomente höherer Ordnung und Frequenz darstellt. Der mittlere Verlauf gibt das dominante synchrone Moment (b = -1) in Abhängigkeit von der Zeit an.

4.2 Finite-Differenzen-Zeitschrittrechnungen zum Hochlauf

Im folgenden werden einige Berechnungen dynamischer Hochläufe unter Berücksichtigung des Wellenstranges mit dem Finite-Differenzen-Zeitschrittprogramm vorgestellt. Die für ein einfaches Beispiel berechneten Zeitverläufe von Drehzahl und Drehmoment zeigen eine gute qualitative Übereinstimmung mit theoretischen Erwartungen und praktischen Messungen. Es zeigt sich jedoch, daß die rechenzeitintensiven numerischen Berechnungen zur Gewinnung von statistischen Aussagen über die Hochlaufwahrscheinlichkeit wenig geeignet sind.

Die rechnerisch untersuchte Anordnung besteht aus der zuvor vorgestellten Maschine 1, die sinusförmig mit U_{verk} = 270 V_{eff} gespeist wird und über eine relativ starre Welle eine zusätzliche Schwungmasse vom Stillstand aus beschleunigt. Die Lagerreibung der Asynchronmaschine wird linearisiert berücksichtigt. Bild 4.6 zeigt eine Prinzipskizze und gibt die konkreten Konstanten an.

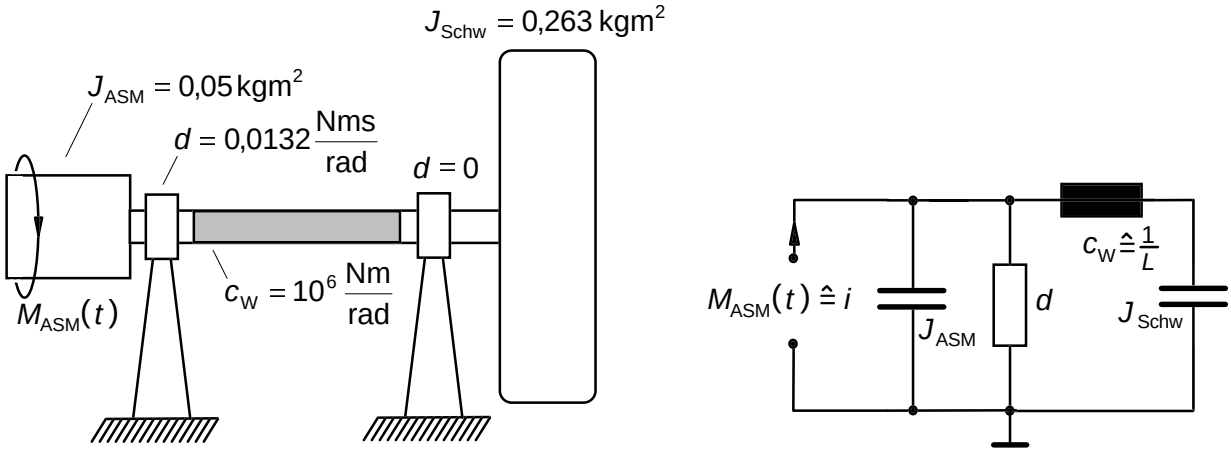


Bild 4.6: Prinzipieller mechanischer Aufbau und elektrisches Analogon des berechneten Maschinensatzes.

Die mechanische Eigenfrequenz des Antriebes liegt bei

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{c_W \cdot \left(\frac{1}{J_{ASM}} + \frac{1}{J_{Schw}} \right)} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{10^6 \cdot \left(\frac{1}{0{,}05} + \frac{1}{0{,}263} \right)}\,\mathrm{Hz} \approx 780\,\mathrm{Hz} \qquad (4.1)$$

und ist damit durch das dominierende Pendelmoment ${}^{b=-1}M_S(\beta_2)$ nicht in Resonanz anregbar, da die maximale Pendelfrequenz hierfür bei einem Hochlauf aus dem Stillstand ${}^{b=-1}f_{p,max} = {}^{-1}f_p\left(n = 1500\ \mathrm{min}^{-1}\right) = 600\ \mathrm{Hz}$ beträgt. Für die wesentlich schwächer ausgeprägten Pendelmomente höherer Ordnung liegen die kritischen Drehzahlen bei 729 min^{-1} für b = +2, 557 min^{-1} für b = +-3, 471 min^{-1} für b = -4, 291 min^{-1} für b = +5 und 279 min^{-1} für b = +-6

(gemäß Gl. (3) in [4]). Im interessierenden Bereich um ca. 214 min^{-1} ist insofern keine Resonanzerscheinung zu erwarten.

Die Bilder 4.7 und 4.8 zeigen verschiedene zeitliche Drehzahlverläufe für unterschiedliche Anfangswinkel β_{Anf} des Rotors. Während in 4.7 die Maschine im Synchronismus hängenbleibt und die Drehzahl eine schwach gedämpfte Pendelbewegung um $\frac{n_0}{7} \approx 214\,\text{min}^{-1}$ ausführt, wird dieser Verlauf in Bild 4.8 nur knapp verfehlt. Das gestrichelt gekennzeichnete Band von 205 min^{-1} bis 235 min^{-1} gibt dabei den empirisch durch mehrere Rechnungen bestimmten Bereich für das letzte Drehzahlmaximum vor dem Durchgang durch den Synchronismus, $205\ \text{min}^{-1} < n_{\text{max},-} < 214\ \text{min}^{-1}$, und das erste Maximum nach dem Durchgang, $214\ \text{min}^{-1} < n_{\text{max},+} < 235\ \text{min}^{-1}$, an. Das erste der beiden Maxima entspricht einem labilen Gleichgewicht zwischen synchronem und asynchronem bzw. resultierendem, beschleunigenden Drehmoment. Da sich dieser Gleichgewichtszustand etwas unterhalb des Synchronismus einstellt, ändert sich β_2 und damit das synchrone Moment, so daß zunächst die Drehzahl bis auf ein Minimum reduziert wird. Dieses ist um so weiter vom Synchronismus entfernt, je höher der anfängliche Drehzahlabstand im ersten Maximum ist.

In Bild 4.8 findet der folgende Durchgang durch 214 min^{-1} durch das synchrone Moment so stark beschleunigt statt, daß ein Rückpendeln unter die synchrone parasitäre Drehzahl nach dem Erreichen des zweiten Maximums offensichtlich nicht mehr stattfinden kann. Die nächste labile Gleichgewichtslage nach dem Maximum oberhalb der synchronen Drehzahl wird noch oberhalb des Synchronismus erreicht, so daß sich keine Pendelbewegung um die stabile Gleichgewichtslage ergibt. Da in Bild 4.8 diese Gleichgewichtslage fast im Synchronismus auftritt, ändert sich β_2 nur langsam, so daß eine starke Verzögerung des Hochlaufes gegeben ist.

In Bild 4.7, in dem $205\ \text{min}^{-1} < n_{\text{max},-} < 214\ \text{min}^{-1}$ gilt, ist dies nicht der Fall. $\dot{\beta}_2$ ist beim Überschreiten des labilen Gleichgewichtszustandes so klein, daß die Dämpfung ausreicht, um eine Verletzung der maximal möglichen Anfangsamplitude der Schwingung auszuschließen und eine gedämpfte Schwingung um die stabile Ruhelage zu erzwingen.

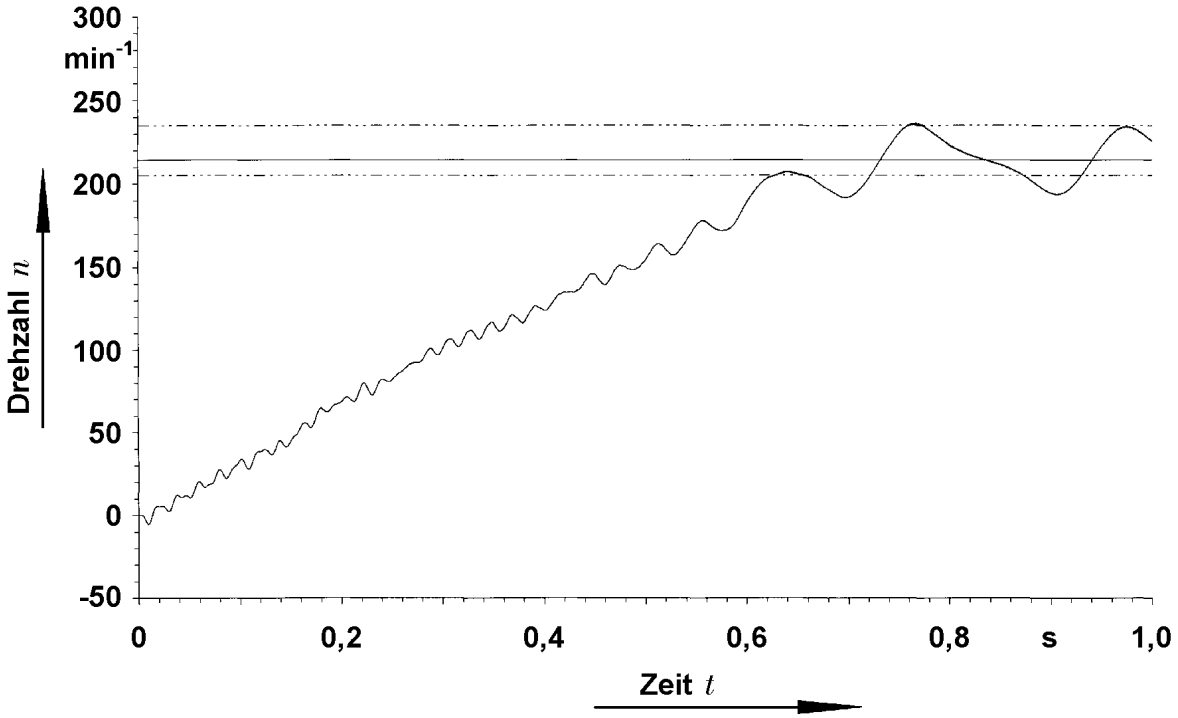


Bild 4.7: Einlaufen und Verharren von Maschine 1 in synchroner Drehzahl bei 214 min^{-1} , y/τ_p = 9/9, U_{verk} = 280 V = 0,43 U_N, Rotorstartwinkel β_{Anf} = 9,4290°, mechanische viskose Lagerreibung d = 0,0132 Nms/rad, Coulombreibungsmoment M_C = 0 Nm, Gesamtträgheitsmoment $J_{total} = J_{ASM}+J_{Schw}$ = 0,313 kgm^2. FD-Rechnung mit Zeitschrittpararmeter θ = 0,333, Schrittweite h = 133,3 µs, ca. 10 600 Knoten.

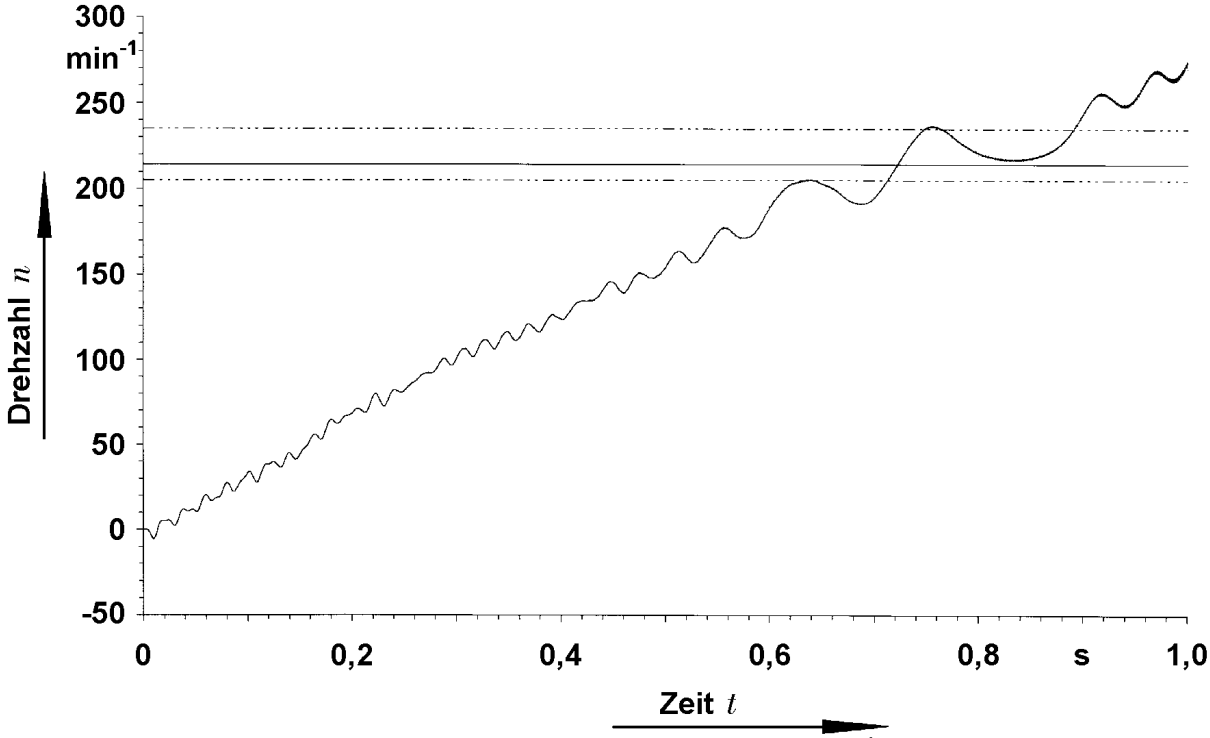


Bild 4.8: Beim Durchgang durch den Synchronismus bei 214 min^{-1} stark verzögerter Hochlauf von Maschine 1, Rotorstartwinkel β_{Anf} = 9,4294°, sonst wie Bild 4.7.

Die zu erwartende Pendelfrequenz bei kleinen Amplituden kann aus einer Linearisierung der Bewegungsgleichung um die stabile Ruhelage und Vergleich mit der allgemeinen Schwingungsdifferentialgleichung errechnet werden (vergl. auch Küpfmüller [52]).

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{|b|Z_2}{J}\cdot\sqrt{\left(\hat{M}_S{}^2 - \left(M_b'|_{\dot{\beta}_2=0}\right)^2\right)}} \quad . \tag{4.2}$$

$M_b'|_{\dot{\beta}_2=0}$ ist dabei das resultierende, beschleunigende Moment bei 214 min^{-1}, also die Differenz zwischen asynchronem Drehmoment und Gegenmoment in der synchronen Drehzahl.

Der Term $|b|Z_2\cdot\sqrt{\left(\hat{M}_S{}^2 - \left(M_b'|_{\dot{\beta}_2=0}\right)^2\right)}$ stellt die elektromagnetische Federsteife der Asynchronmaschine im Synchronismus dar. Da im linearen Fall sämtliche Drehmomentbeiträge dem Quadrat der Spannung proportional sind, gilt dies auch für die Federsteife. Die Pendelfrequenz ist deswegen proportional zur Spannung [4].
Für die hier vorliegende Rechnung ergibt sich eine theoretische Pendelfrequenz im eingeschwungenen Zustand von:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{28}{0{,}313\ \text{kgm}^2}\cdot\sqrt{\left(24^2 - 8{,}65^2\right)\ \text{Nm}}\cdot\frac{280\ \text{V}}{270\ \text{V}}} \approx 7{,}39\ \text{Hz} \quad .$$

In Bild 4.7 ist der eingeschwungene Zustand, für den sich die aus der Linearisierung berechnete Frequenz ergeben würde, noch längst nicht erreicht. Die Schwingungen sind eher sägezahn- als sinusförmig, was mit den jeweiligen Rückpendelungen in Richtung der labilen Ruhelage und dem entsprechend geringeren rückstellenden Drehmoment zusammenhängt. Die Pendelfrequenz ist dementsprechend geringer, nimmt aber von Periode zu Periode zu, wie man anhand der Zeitpunkte der Extrema (Bild 4.7) erkennen kann:

$$\frac{1}{0{,}91\ \text{s} - 0{,}70\ \text{s}} \approx 4{,}8\ \text{Hz} < \frac{1}{0{,}97\ \text{s} - 0{,}77\ \text{s}} \approx 5\ \text{Hz} < \frac{1}{1{,}08\ \text{s} - 0{,}91\ \text{s}} \approx 5{,}9\ \text{Hz} \quad .$$

Legt man für die Bestimmung der Pendelfrequenz jedoch die Dauer derjenigen Halbperiode zugrunde, die nicht durch die unmittelbare Nähe einer labilen Ruhelage beeinflußt wird und damit eher im linearen Bereich der Funktion $M_S(\beta_2)$ verläuft, so erhält man eine Frequenz von ca. 7,4 Hz, was gut mit der Erwartung übereinstimmt.

Das Lehr'sche Dämpfungsmaß geht ebenfalls durch Koeffizientenvergleich nach erfolgter Linearisierung der Bewegungsgleichung hervor,

$$D = \frac{d}{2 \cdot J \cdot \omega_0} = \frac{d}{2 \cdot \sqrt{J \cdot |b| Z_2 \cdot \sqrt{\left(\hat{M}_S{}^2 - \left(M_b' \big|_{\beta_2 = 0} \right)^2 \right)}}} \quad , \tag{4.3}$$

kann hier aber aufgrund der geringen Anzahl gerechneter Schwingungsperioden nur mit Unsicherheit ermittelt werden.

Für die hier gegebenen schwach gedämpften Schwingungen ergibt sich *D* in einfacher Weise aus dem logarithmischen Dekrement Λ.

$$D = \frac{\Lambda}{\sqrt{4\pi^2 + \Lambda^2}} \approx \frac{\Lambda}{2\pi} \quad . \tag{4.4}$$

Das logarithmische Dekrement Λ wird aus den Extremwerten des Verlaufes *n*(*t*), bzw. $\dot{\varphi}(t)$ bestimmt. Es ergibt sich z.B. über drei Halbperioden in Bild 4.7 ermittelt zu $\Lambda = 0{,}084$.

Hieraus erhält man nach (4.4) einen Wert *D* von ca. 0,0134.

Die Phasenportraits in Bild 4.9 stimmen qualitativ gut mit den von Jordan in [53] präsentierten überein. Die höherfrequenten Schwingungen rühren von der Eigendynamik des betrachteten Wellenstranges und den Pendelmomenten höherer Ordnung her und sind von vernachlässigbarer Bedeutung. Die Spiegelverkehrung im Vergleich zu [53] ist durch die unterschiedlichen Vorzeichenkonventionen für die jeweiligen Pendelwinkel bedingt. Die Berechnung der Kurven in Bild 4.9 aus den relevanten Ausgaben des Programmes, Drehzahl *n*(*t*) und Rotorstellungswinkel $\beta(t)$, gestaltet sich recht einfach durch lineare Zusammenhänge und soll für die vorliegenden Gegebenheiten kurz skizziert werden.

$\dot{\beta}_2(t)$ kann als Differenzwinkelgeschwindigkeit zum Synchronismus sofort bestimmt werden:

$$\dot{\beta}_2(t) \overset{b=-1}{=} \omega_{syn} - \omega_{mec}(t) = \frac{\pi}{30} \cdot \left(\frac{n_0}{7} - n(t) \right), \quad \left[\dot{\beta}_2 \right] = \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \quad [n] = \text{min}^{-1} \quad . \tag{4.5}$$

Die Integration nach der Zeit liefert den bezogenen Rotorpositionswinkel β_2:

$$\beta_2(t) = \frac{\pi}{30} \cdot \frac{n_0}{7} \cdot t - \int \omega_{mec}\left(\tilde{t}\right) \mathrm{d}\tilde{t} = \frac{\pi}{30} \cdot \frac{n_0}{7} \cdot t - \beta(t) + \beta_0 \quad . \tag{4.6}$$

Die Integrationskonstante β_0 spielt für die Darstellung eine untergeordnete Rolle, da sie nur eine Verschiebung der Kurven entlang der Abzisse bewirkt. Für Bild 4.9 ist gemäß Glchg. (3.1) aus [47] β_0 zu 60° bestimmt worden:

$$\beta_0 = \frac{\tau_{N1}}{2}\left(q(m+1) - \varepsilon\right) = 60° \mathrel{\hat{=}} \frac{\pi}{3} \quad . \tag{4.7}$$

Die Phasenportraits zeigen noch einmal deutlich, daß ein Hängenbleiben nur dann auftritt, wenn die letzte labile Gleichgewichtslage vor dem Einlauf in den Synchronismus mit hinreichend niedriger Differenzwinkelgeschwindigkeit zum Synchronismus durchlaufen wird.
Aus dem Verlauf der Kurven sind in Bild 4.9 die Winkel der Ruhelagen angenähert bestimmbar. Während ihre Werte wegen verschiedener Unsicherheiten in β_0 theoretisch schwer überprüfbar sind, sollte die Differenz zwischen dem Winkel der stabilen Ruhelage und der labilen Ruhelage davon nicht betroffen sein.
Die Lösungen von $M_{b,0}'+\hat{M}_S \cdot \sin(|b|Z_2 \cdot \beta_2) = 0$ sind für eine stabile Ruhelage

$$\beta_{2,0} = -\frac{1}{|b|Z_2}\arcsin\left(\frac{M_{b,0}'}{\hat{M}_S}\right) \tag{4.8a}$$

und für die nächste zurückliegende labile Ruhelage

$$\beta_{2,0}^{*} = -\frac{1}{|b|Z_2}\left(\pi - \arcsin\left(\frac{M_{b,0}'}{\hat{M}_S}\right)\right) \quad , \tag{4.8b}$$

so daß der Differenzwinkel also

$$\Delta\beta_{2,0} = \beta_{2,0} - \beta_{2,0}^{*} = \frac{1}{|b|Z_2}\left(\pi - 2\cdot\arcsin\left(\frac{M_{b,0}'}{\hat{M}_S}\right)\right) = \frac{1}{28}\left(\pi - 2\cdot\arcsin\left(\frac{8{,}65}{24}\right)\right) = 0{,}08586 \mathrel{\hat{=}} 4{,}920^\circ \tag{4.8c}$$

betragen sollte. Dies wird im Rahmen der Ablesegenauigkeit aus Bild 4.9 bestätigt.
Dieser Differenzwinkel kann auch bei Jordan [53] (Abb. 2) für die hier vorliegenden Verhältnisse ($\frac{M_{b,0}'}{\hat{M}_S} \approx 0{,}36$) abgelesen werden, wobei allerdings der Divisor $|b|Z_2 = 28$ berücksichtigt werden muß. Der Abb. 2 aus [53] liegt nämlich ein synchrones Moment der Periode 2π zugrunde.
Zusätzlich kann in [53] die Winkeldifferenz zwischen dem Grenzwinkel β_{Grenz} für das Hochlaufen und dem Winkel der stabilen Ruhelage $\beta_{2,0}$ zu ca. 1,47 rad abgelesen werden. Das entspricht für die vorliegenden Gegebenheiten $\beta_{Grenz} - \beta_{2,0} = 0{,}0525$ rad. Aus Bild 4.9 ist dagegen ein Wert von nur 0,0467 zu entnehmen. Auch diese Abweichung von ca. -11% hält sich aber in Grenzen. Möglicherweise wirken die vernachlässigten Pendelmomente oder die mechanische Eigendynamik senkend auf den Grenzwinkel ein.

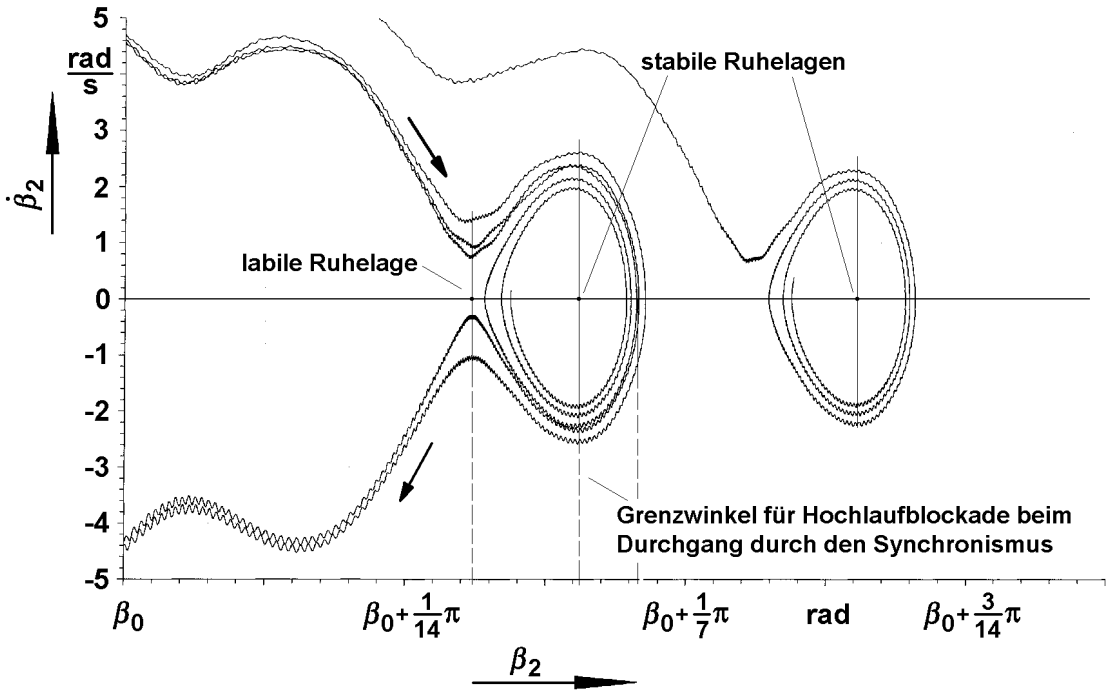


Bild 4.9: Darstellung von Phasenportraits $\dot{\beta}_2(\beta_2)$ verschiedener berechneter Hochläufe, Parameter wie in Bild 4.6 bzw. 4.7 und 4.8, jedoch verschiedene Anfangswinkel β_{Anf}. Hier: $\beta_{Anf,1}$ = 9,4294°; $\beta_{Anf,2}$ = 9,4306°;. $\beta_{Anf,3}$ = 6,3480° und $\beta_{Anf,4}$ = 9,4290°.

Bezüglich der Rotoranfangspositionen, bei denen der Hochlauf des Motors mit der parasitären synchronen Drehzahl endet, sollte zu vermuten sein, daß hierfür ein bestimmtes mehr oder weniger großes Intervall [$\beta_{Anf,\,min}$, $\beta_{Anf,\,max}$] innerhalb einer Periode des synchronen Momentes existiert. Unter der Voraussetzung einer zufälligen, gleichverteilten Wahl des Anfangswinkels β_{Anf} ergäbe sich dann die Wahrscheinlichkeit für ein Verharren des Antriebs im parasitären Synchronismus aus dem Verhältnis von Intervallbreite zur Periode des synchronen Momentes:

$$p_{HB} = \frac{|b|Z_2}{2\pi} \cdot \left(\beta_{Anf,max} - \beta_{Anf,min}\right) \quad . \tag{4.9}$$

Für die Bestimmung dieses Intervalls anhand schon gerechneter Hochläufe wäre nun folgende Überlegung denkbar. Trägt man wie in Bild 4.10 den Verlauf der mittleren Drehzahl über der Zeit auf, so sind grundsätzlich drei Fälle für die Auswirkung des synchronen Momentes denkbar. Der Durchgang durch den Synchronismus beschleunigt den Hochlauf (Fall a in Bild 4.10). Beispiele für solche Hochläufe finden sich z. B. in [4] und [47].

Ein beschleunigter Hochlauf findet dann statt, wenn die letzte labile Gleichgewichtslage vor dem Erreichen des Synchronismus mit hinreichend großer Differenzwinkelgeschwindigkeit überschritten wird, diese aber nicht so groß ist, daß die Umkehr unter dem verzögernden Einfluß der nachfolgenden labilen Gleichgewichtslage stattfindet. Ist die Geschwindigkeit dagegen so groß, daß eine starke Annäherung an die nächste labile Gleichgewichtslage stattfindet, so bewirkt dies eine Verzögerung des Hochlaufes (Bild 4.8, bzw. Fall b in Bild 4.10). Als letzter möglicher Fall bleibt noch das Hängenbleiben zu erwähnen, das auftritt, wenn die labile Gleichgewichtslage mit einer Differenzwinkelgeschwindigkeit nahe Null überschritten wird (Bild 4.7, bzw. Fall c in Bild 4.10).

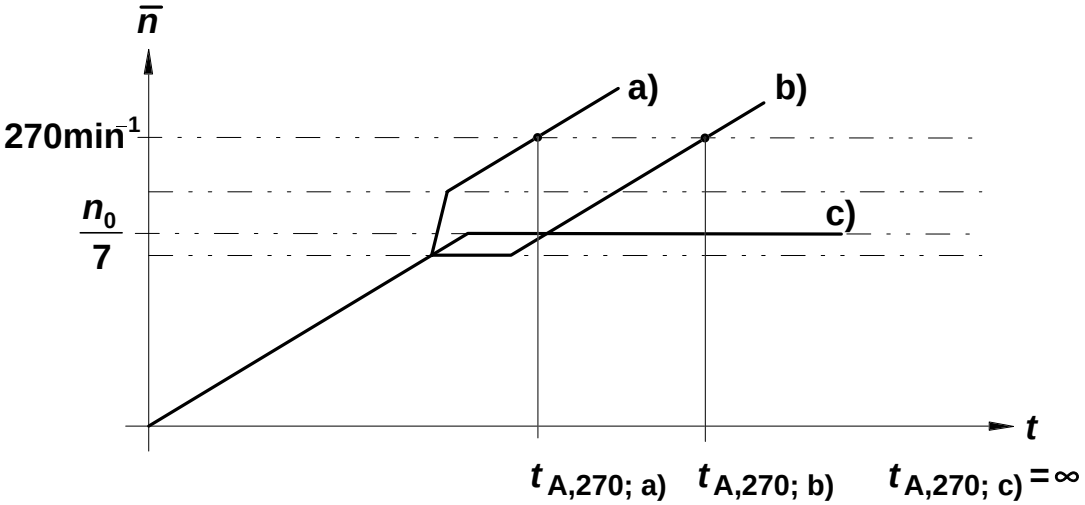


Bild 4.10: Skizzen grundsätzlich möglicher Verläufe der mittleren Drehzahl über der Zeit.

a) Hochlauf, beschleunigt

b) Hochlauf, verzögert

c) Hängenbleiben

Als Maß für die Hochlaufqualität kann z. B. die Zeit bis zum erstmaligen Erreichen der Drehzahl 270 min^{-1} dienen. Trägt man diese Hochlaufzeit $t_{A,270}$ über dem Anfangswinkel β_{Anf} auf, sollte sich die Nähe einer Anfangsstellung, aus der heraus der Motor hängen bleibt, durch eine Zunahme von $t_{A,270}$ ankündigen. Des weiteren sollte ein Intervall auftreten, in dem $t_{A,270}$ stets unendlich wird. Die Breite dieses Intervalls und damit die Wahrscheinlichkeit eines Hängenbleibens sollte von den Reibungsmomenten abhängig sein, wie in Bild 4.11 dargestellt.

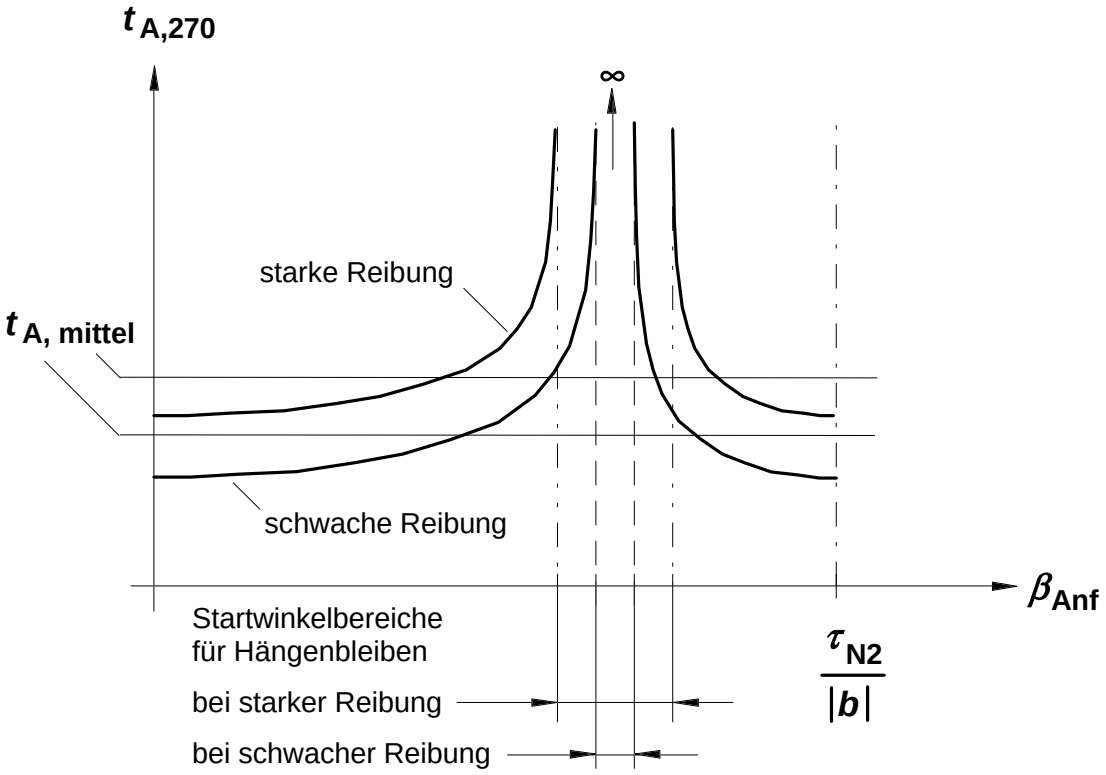


Bild 4.11: Hypothetischer Verlauf der Hochlaufzeit $t_{A,270}$ bis 270 min^{-1} in Abhängigkeit des Startwinkels β_{Anf} bei unterschiedlich starker Reibung.

Die durchgeführten Rechnungen zeigen jedoch, daß die Verhältnisse keineswegs so einfach und durchsichtig sind, wie geschildert. In Bild 4.12 sind die für verschiedene Anfangswinkel tatsächlich berechneten Hochlaufzeiten $t_{A,270}$ aufgetragen, wobei in a) und b) die mechanischen Parameter etwas varieren. Zunächst erkennt man in Bild 4.12a, daß es zumindest zwei Bereiche des Anfangswinkels gibt, aus denen ein Hochlauf nicht stattfindet. Weiterhin ist sowohl in a) wie auch in b) deutlich zu sehen, daß die gesuchten Winkelbereiche sehr viel schmaler sind, als daß man die in Bild 4.11 dargestellte Zunahme der Hochlaufzeit $t_{A,270}$ bei Annäherung an die Bereichsgrenze beobachten könnte. Die Wahrscheinlichkeiten für ein Einlaufen in den Synchronismus, die aus den Intervallbreiten nach (4.9) berechnet werden könnten, stimmen in keiner Weise mit experimentellen Befunden [4] überein. So sollte unter der Voraussetzung, daß der in Bild 4.12b dargestellte Startwinkelbereich mit unterbliebenem Hochlauf der einzige ist, gemäß (4.9) die Wahrscheinlichkeit hierfür lediglich

$$p_{HB} = \frac{9{,}4182° - 9{,}4158°}{\frac{360°}{28}} = \frac{0{,}0024°}{12{,}857143°} \approx 1{,}87 \cdot 10^{-4} \mathrel{\hat{\approx}} 0{,}019\%$$ betragen, d. h. die Maschine

dürfte im Durchschnitt bei ca. 5350 Hochläufen nur einmal hängenbleiben. In [4] ist jedoch für eine vergleichbare Anordnung angegeben, daß in einem von 30 Versuchen die Maschine

nicht hochläuft, somit die Wahrscheinlichkeit hierfür also rund 3,3% beträgt und damit ca. 180 mal so groß ist wie berechnet. Es ist dementsprechend zu vermuten, daß es nicht einen einzigen oder wie in Bild 4.12a zwei, sondern viele schmale Startwinkelbereiche für ein Verharren im Synchronismus gibt, die für die Rechnung allerdings schwer auffindbar sind, die aber letztlich zu einer entsprechend höheren Wahrscheinlichkeit führen. Diese Bereichsaufspaltung könnte durch die Pendelmomente höherer Ordnung und die mechanische Eigendynamik bedingt sein. Sie bewirkt in bezug auf die Finite-Differenzen-Rechnung, daß statistische Aussagen hierdurch nur mit großer Unsicherheit gewonnen werden können. Wegen der hohen Rechenzeiten können nur relativ wenige Fälle für β_{Anf} durchgerechnet werden. Eine die gesamte Periode des synchronen Moments deckende Analyse ist insofern nicht möglich. Sie wäre aber notwendig, um sämtliche Startwinkelbereiche aufzuspüren und einzugrenzen.

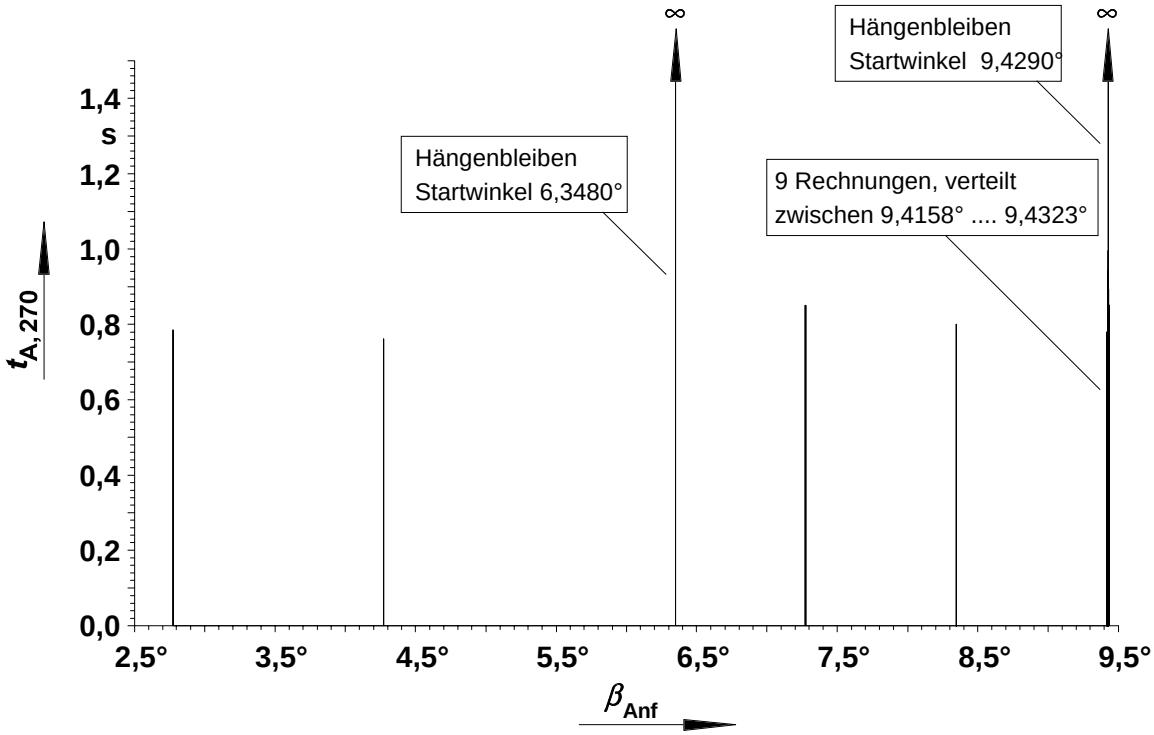


Bild 4.12a: Hochlaufzeit $t_{A,270}$ bis 270 min^{-1} in Abhängigkeit des Startwinkels β_{Anf} für verschiedene Rechnungsserien von Maschine 1, $2p = 4$, $Z_1/Z_2 = 36/28$, $y/\tau_p = 1/1$, Stern-Serienschaltung bei $U_{verk} = 280$ V = 0,43 U_N, nur drehzahlproportionale Lagerreibung (d = 0,0132 Nms/rad).

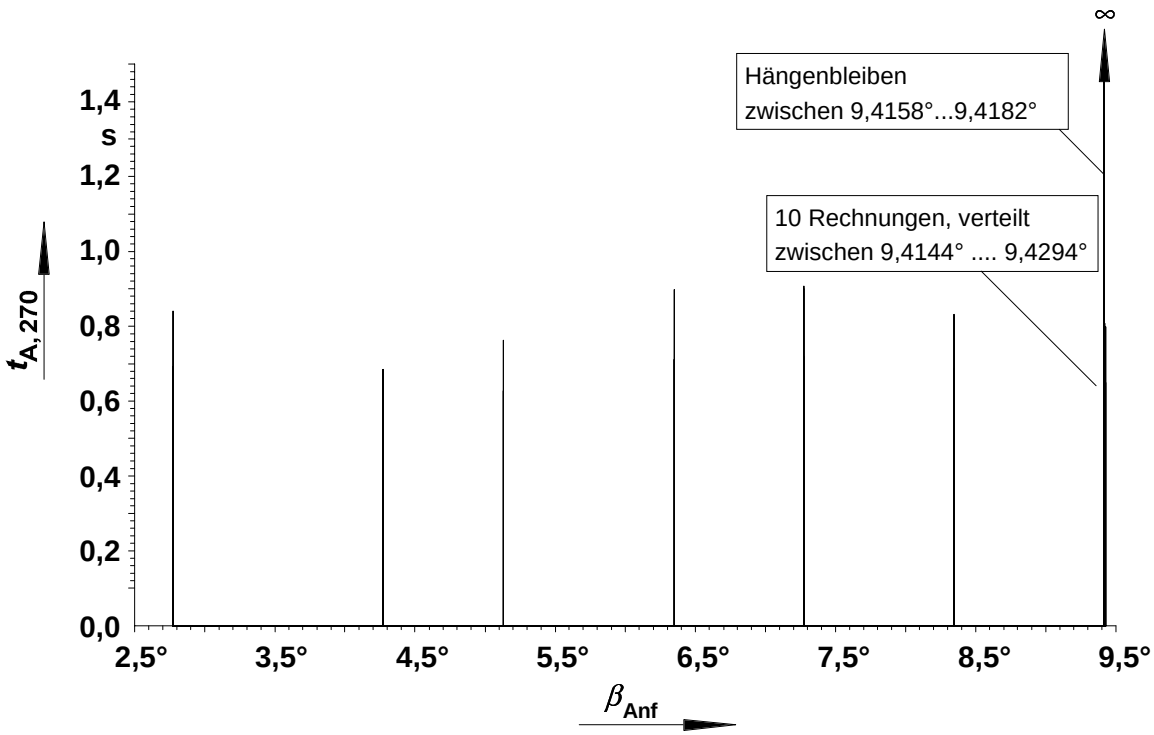


Bild 4.12b: Wie Bild 4.12a, jedoch mit drehzahlproportionaler (d = 0,005 Nms/rad) und Coulomb'scher Lagerreibung (M_C = 0,184 Nm).

4.3 Näherung für schnelle Parameterstudien zum Hochlaufverhalten unter der Annahme quasistationärer Verhältnisse

Zur Gewinnung zuverlässiger statistischer Aussagen über die Hochlaufwahrscheinlichkeit erweist sich die FD-Zeitschrittrechnung als zu zeitaufwendig. An dieser Stelle soll deshalb eine andere, stark vereinfachte Rechenmethode erprobt werden.

Bei sinusförmiger Speisung und quasistationären, d. h. hinreichend langsamen Drehzahländerungen erscheint es vertretbar, die elektrodynamische Netzwerk- und Feldberechnung des Asynchronmotors durch eine Darstellung des abgegebenen Drehmomentes als Funktion der Winkelgeschwindigkeit ω und der bezogenen Rotorposition β_2 zu ersetzen (ähnlich [51]). Hierfür dienen die in Kap. 2.2 angegebenen iterativen Gleichungen für das synchrone Moment und den quasistationären Drehmomentverlauf gemäß der Kloss'schen Gleichung. Diese Vereinfachung erlaubt die Diskussion des Hochlaufverhaltens in Abhängigkeit des Rotorstartwinkels β_{Anf} anhand einer intervalldeckenden Vielzahl von Rechnungen bei unterschiedlichen mechanischen Parametern.

4.3.1 Der Einfluß des parasitären asynchronen Drehmomentsattels bei 214 min^{-1}

Zunächst soll das Hochlaufverhalten des Maschinensatzes unter dem Einfluß des asynchronen Drehmomentsattels bei 214 min^{-1} diskutiert werden. Die Bilder 4.13a bis c zeigen dazu den nach genau 1,200 s eines berechneten Hochlaufs erreichten Augenblickswert der Drehzahl in Abhängigkeit des Rotorstartwinkels. Bei geglücktem Hochlauf sollte er mit den Trägheitsmomenten und Reibungsbeiwerten der Anordnung aus Kap. 4.2 weit oberhalb von 214 min^{-1} liegen, während eine Drehzahl unter 235 min^{-1} als relativ sicheres Zeichen für einen abklingenden Pendelvorgang um die synchrone Drehzahl 214 min^{-1} angesehen werden kann.

Bei der in Bild 4.13a dargestellten Rechnung ist neben einem synchronen bzw. pendelnden Drehmoment ${}^{b=-1}M_{\mathrm{S}}(\beta_2)$ lediglich das asynchrone Grundwellendrehmoment ${}^{\nu=p}M_{\mathrm{a}}(\omega)$ angesetzt worden. Obschon drei auffällige Drehzahlabsenkungen auf einem Startwinkelintervall von der Größe der Periode des synchronen Momentes beobachtet werden können, kann nur für einen einzigen (!) Wert des Rotoranfangswinkels von insgesamt über 4000 Werten ein Hängenbleiben im Synchronismus sicher nachgewiesen werden.

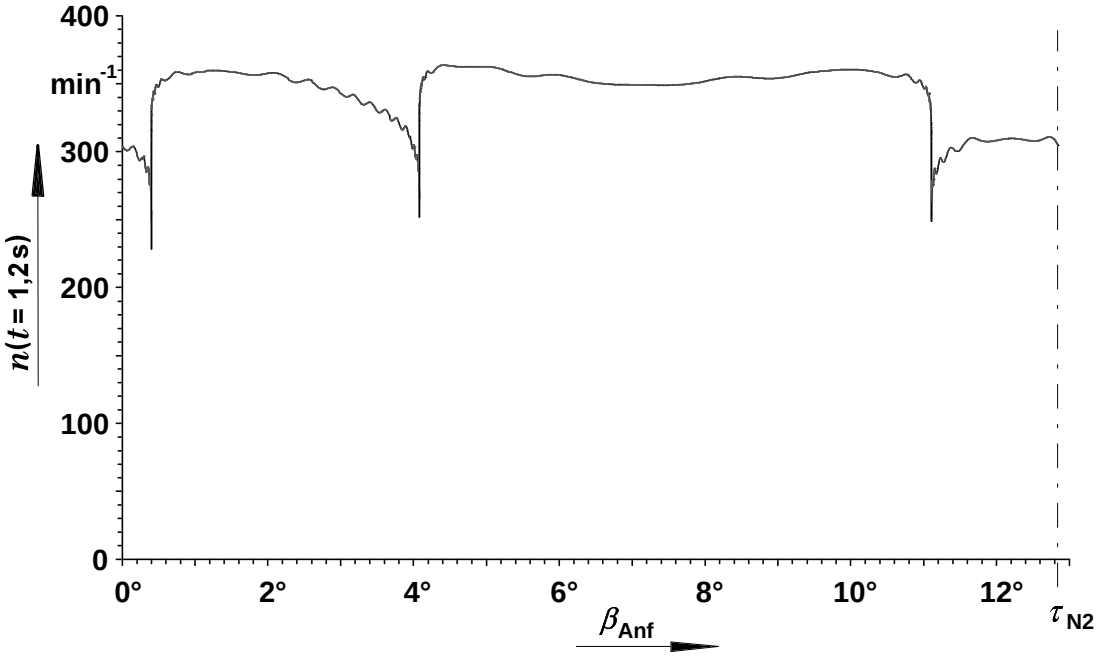


Bild 4.13a: Augenblickswerte der Drehzahl nach 1,200 s von Hochläufen in Abhängigkeit der Rotorstartposition β_{Anf} aus vereinfachter Berechnung des Hochlaufs anhand vorgegebener quasistationärer Kennlinie der ASM ohne parasitären, asynchronen Drehmomentsattel. Zeitschritt h = 133,3 µs, Parameter θ = 0,5.
Synchrones Moment: ${}^{b=-1}\hat{M}_{\mathrm{S}}$ = 26,05 Nm, $|b|Z_2 = 28$, $|b| = 1$.
Kippmoment- und schlupf: ${}^{\nu=p}M_{\mathrm{K}}$ = 27,5 Nm, ${}^{\nu=p}s_{\mathrm{K}} = 0{,}15$.
Mechanische Struktur und Parametrierung wie in Kap. 4.2:
J_{ASM} = 0,05 kgm^2, d = 0,0132 Nms/rad, c = 10^6 Nm/rad, J_{Schw} = 0,263 kgm^2.

Ein wesentlich anderes Ergebnis dagegen präsentiert Bild 4.13b. Hier gibt es genau einen, aber ausgedehnten Bereich einer signifikanten Drehzahlabsenkung, dessen Breite von ca. 0,3° in etwa der experimentell ermittelten Wahrscheinlichkeit eines Hängenbleibens entspricht:

$$p_{\mathrm{HB}} \approx \frac{0{,}3^\circ}{12{,}86^\circ} \approx 0{,}023 \quad .$$

Die quasistationäre Kennlinie des asynchronen Momentes ist bei der Rechnung vereinfachend aus Bild 4.3 entnommen worden und genügt folgender Gleichung:

$$\begin{aligned} M_{\mathrm{a,\,total}} &= M_0 + {}^{\nu=p}M_{\mathrm{K}} \cdot \frac{2}{\frac{s}{s_{\mathrm{K}}} + \frac{s_{\mathrm{K}}}{s}} + {}^{\nu=7p}M_{\mathrm{K}} \cdot \frac{2}{\frac{{}^{7p}s}{{}^{\nu=7p}s_{\mathrm{K}}} + \frac{{}^{\nu=7p}s_{\mathrm{K}}}{{}^{7p}s}} = \\ &= 2{,}72\,\mathrm{Nm} + 21{,}08\,\mathrm{Nm} \cdot \frac{2}{\frac{s}{0{,}123} + \frac{0{,}123}{s}} + 0{,}7\,\mathrm{Nm} \cdot \frac{2}{\frac{{}^{7p}s}{0{,}092} + \frac{0{,}092}{{}^{7p}s}} \end{aligned} \qquad (4.10)$$

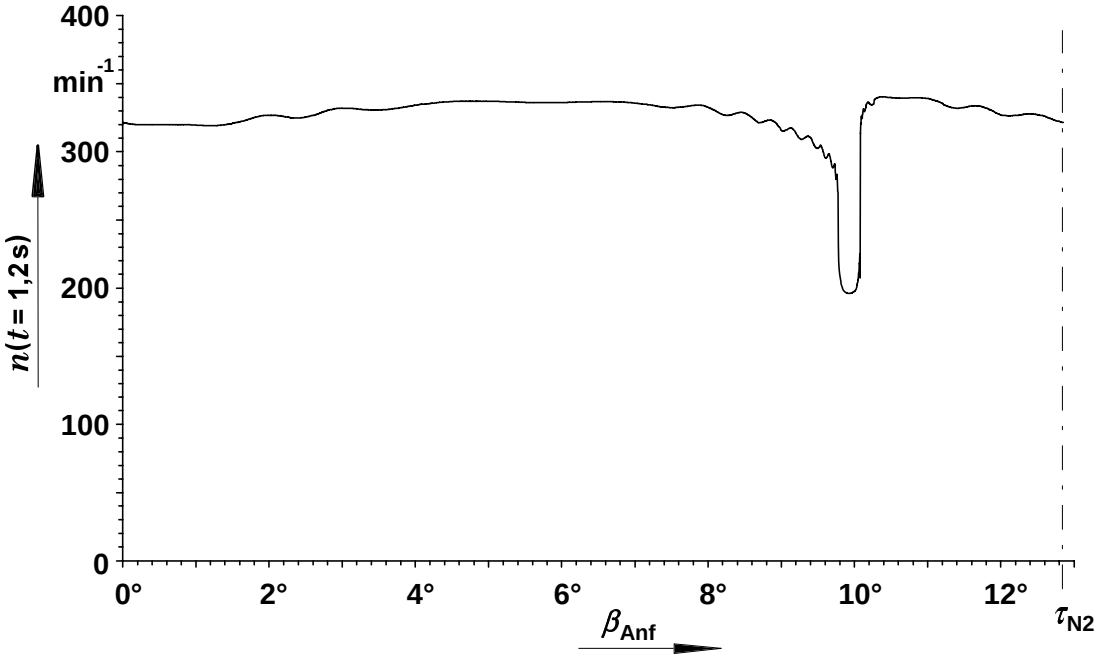


Bild 4.13b: Wie Bild 4.13a, jedoch quasistationäre Kennlinie der ASM mit parasitärem, asynchronen Drehmomentsattel bei $\frac{n_0}{7}$.

Vereinfachte Nachbildung von Bild 4.3 als quasistationäre Kennlinie der ASM.

Synchrones Moment: $^{b=-1}\hat{M}_S = 24$ Nm, $|b|Z_2 = 28$, $|b| = 1$.

Kippmoment- und schlupf: $^{\nu=p}M_K = 21{,}08$ Nm, $^{\nu=p}s_K = 0{,}123$,

$^{\nu=7p}M_K = 0{,}7$ Nm, $^{\nu=7p}s_K = 0{,}092$.

Zusatzmoment: $M_0 = 2{,}72$ Nm.

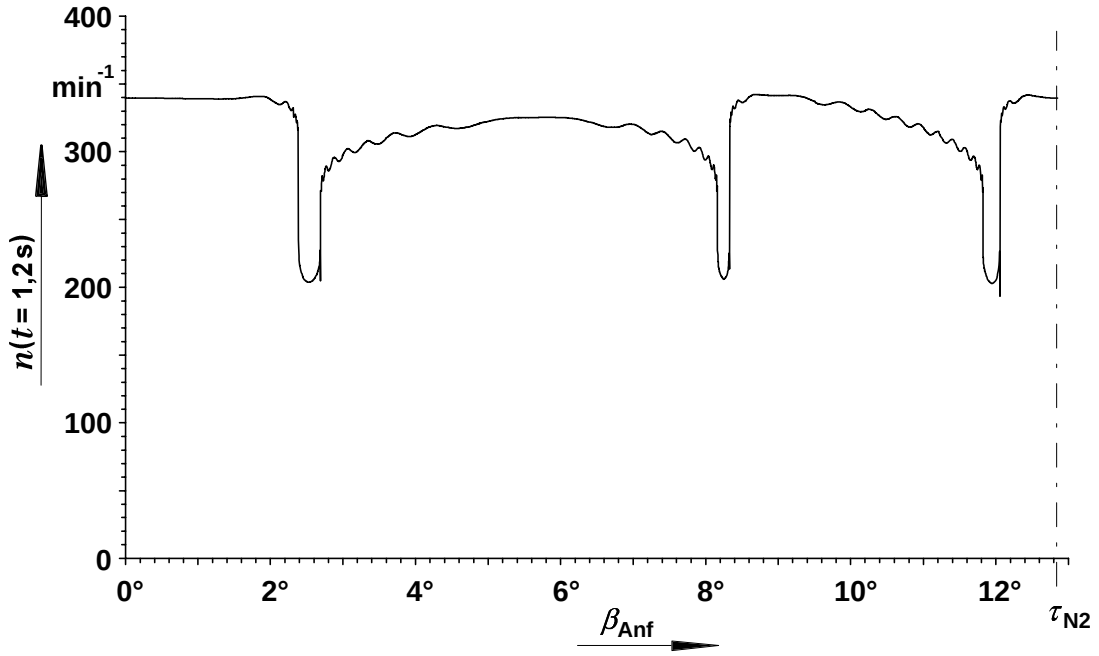


Bild 4.13c: Wie Bild 4.13a, jedoch fiktive Variation der Kennlinie von Bild 4.3.

Kippschlupf des Sattelmomentes: $^{\nu=7p}s_K = 0{,}30$.

Offenbar scheint das asynchrone Sattelmoment bei 214 min^{-1} die Hochlaufgefährdung entscheidend zu vergrößern. Eine Erhöhung der Hochlaufgefährdung hierdurch folgt auch aus [53] und indirekt über die Dämpfung der Pendelungen einer Synchronmaschine auch aus [52] und [54].

Die prinzipielle Form der quasistationären Kennlinie wird für die in Bild 4.13c dargestellte Rechnung beibehalten. Lediglich der Kippschlupf ${}^{7p}s_K$ des parasitären asynchronen Drehmomentsattels bei $n_0/7$ wird bei gleichem Kippmoment auf 30% angehoben. Vorangegangenen Überlegungen entsprechend sollte dies aufgrund des flacheren Drehmoment-Drehzahlverlaufs bei 214 min^{-1} die Dämpfung der Pendelbewegung im parasitären Synchronismus und damit auch die Wahrscheinlichkeit für ein Hängenbleiben senken. Tatsächlich ist diese aber offensichtlich erhöht:

$$p_{HB} \approx \frac{0{,}3° + 0{,}16° + 0{,}23°}{12{,}86°} \approx 0{,}054 \quad .$$

Eine Ursache hierfür besteht darin, daß der Drehzahlbereich, in dem eine negative Steigung der Drehzahl-Drehmoment-Charakteristik auftritt, durch die Erhöhung von ${}^{7p}s_K$ gegenüber vorher verbreitert ist.

Zu den Diagrammen in Bild 4.13 ist zusammenfassend anzumerken, daß es im Gegensatz zu den Ergebnissen der FD-Zeitschrittrechnung ausgeprägte, breite Bereiche von Rotoranfangspositionen gibt, aus denen kein Hochlauf stattfindet. Es ergeben sich je nach den energetischen Verhältnissen ein oder drei Intervalle von Startwinkeln für einen Einlauf in den parasitären Synchronismus, während im Rahmen der FD-Rechnungen mehrere, jedoch stets relativ schmale Bereiche gefunden werden können. Inwiefern diese Diskrepanz durch die bislang vernachlässigten Pendelmomente höherer Ordnung bedingt ist, wird gegen Ende dieses Kapitels untersucht.

4.3.2 Der Einfluß der Torsions-Eigenfrequenzen des Mehrmassenschwingers mit elastischer Kupplung über Keilriemen oder Meßwelle und deren Dämpfungen

Die experimentellen Untersuchungen in [4] zeigen, daß die Hochlaufwahrscheinlichkeit durch die Art des Antriebes stark beeinflußt wird. So ergibt sich, daß ein Riemenantrieb, bei dem eine Zusatzschwungmasse über einen Keilriemen an Maschine 1 angekuppelt ist, in 29 von 30 Fällen einen Hochlauf verhindert. Als Erklärungsversuch wird die mechanische Eigenfrequenz des Antriebes von ca. 23 Hz herangezogen, die sich den Pendelungen während des Durchgangs durch den Synchronismus überlagert und so einen Einlauf und ein Verharren im parasitären Synchronismus begünstigt.

Andererseits haben Messungen im Rahmen der vorliegenden Arbeit gezeigt, daß eine über eine Meßwelle angekuppelte leerlaufende Arbeitsmaschine z. B. nur in zwei von 27 Fällen ein Hängenbleiben des Antriebes bedingt. Die Eigenfrequenz des Zweimassenschwingers liegt hier bei ca. 135 Hz, ist also deutlich höher als beim Keilriemenantrieb und weniger dicht bei der Pendelfrequenz des Rotors im Synchronismus. Gleichzeitig gilt aber auch, daß die Dämpfung der Eigenbewegung des Wellenstranges mit Meßwelle weitaus niedriger ist, als die des Keilriemenantriebes.
Nachfolgend werden daher Hochlaufstudien für vier Fälle von Zweimassenschwingern präsentiert. Diese entsprechen in ihrer Struktur im wesentlichen dem in Kap. 4.2 berechneten Wellenstrang. Die Parametrierung ist im Grundsatz vereinfachend aus [55] übernommen worden. Es werden grob folgende vier Fälle unterschieden:

a) "realer Meßwellenantrieb" (hohe Eigenfrequenz f_0, niedrige Dämpfung D),

b) "realer Keilriemenantrieb" (niedrige Eigenfrequenz f_0, hohe Dämpfung D),

c) "fiktiver Meßwellenantrieb" (hohe Eigenfrequenz f_0, hohe Dämpfung D) und

d) "fiktiver Riemenantrieb" (niedrige Eigenfrequenz f_0, niedrige Dämpfung D).

Das zugrunde gelegte Verhalten der Asynchronmaschine entspricht dem von Bild 4.13b, d. h. der Momentensattel bei 214 min^{-1} wird berücksichtigt. Die Parametrierung und die sich daraus ergebenden Eigenfrequenzen und Lehr'schen Dämpfungsmaße zeigt die untenstehende Tabelle.

	J_{ASM} kgm^2	J_{Schw} kgm^2	c_K Nm/rad	d_{ASM} Nms/rad	d_{Schw} Nms/rad	d_K Nms/rad	f_0 Hz	D
Fall a)	0,09	0,09	32550	0,0073	0,0074	0	135	0,00014
Fall b)	0,15	0,15	560	0,0132	0	0,66	13,8	0,051
Fall c)	0,09	0,09	32550	0	0	3,9	135	0,051
Fall d)	0,15	0,15	560	0,0009	0,0009	0	13,8	0,00014

Tab. 4.1: Mechanische Parameter sowie resultierende Eigenfrequenzen und Dämpfungsmaße der untersuchten Antriebssätze.

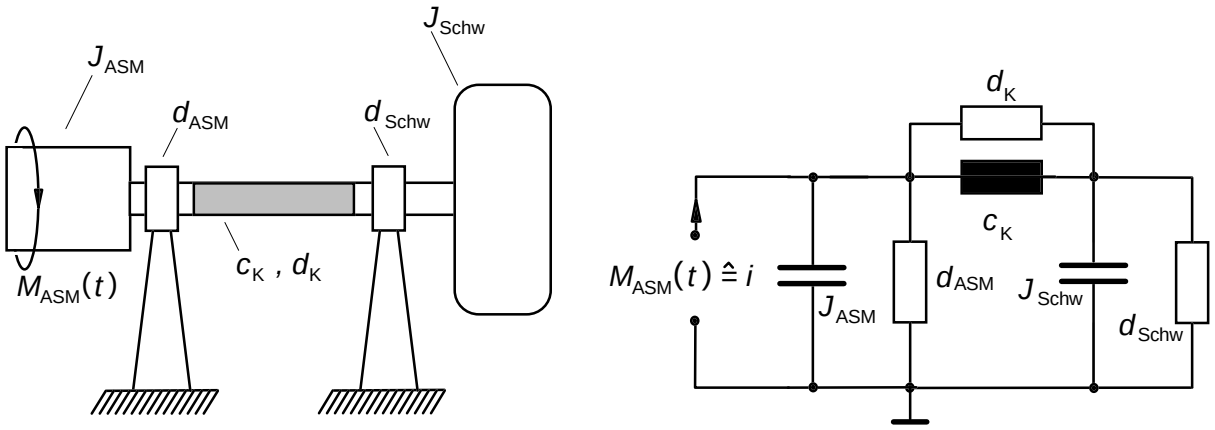


Bild 4.15: Grundstruktur der untersuchten Zweimassenschwinger mit elektrischem Analogon.

Bild 4.16 zeigt für den Fall a) die nach einem 1,200 s dauernden Hochlauf erreichte Drehzahl in Abhängigkeit des Rotorstartwinkels. Es ist zu erkennen, daß es wiederum nur einen scharf abgegrenzten Bereich von Startwinkeln gibt, aus dem kein Hochlauf stattfindet. Die Wahrscheinlichkeit für ein Hängenbleiben ergibt sich aus der Breite dieses Bereiches zu:

$$p_{HB} \approx \frac{0{,}27^\circ}{12{,}86^\circ} \approx 0{,}021 \quad .$$

Das Hochlaufverhalten unterscheidet sich kaum von demjenigen in Bild 4.13b. Genau wie dort die hohe Eigenfrequenz von ca. 780 Hz wenig Einfluß auf die Vorgänge in unmittelbarer Nähe des Synchronismus hat, spielt auch hier die Eigenbewegung mit 135 Hz trotz der niedrigen Dämpfung eine vernachlässigbare Rolle, weil sie im interessierenden Bereich um 214 min^{-1} nicht zusätzlich angeregt wird. Die Welligkeit der Augenblickswerte der Drehzahlen in Abhängigkeit des Startwinkels ist ein Hinweis auf starke Drehzahlpendelungen und damit auf die schwache Dämpfung der Eigenbewegung des Wellenstranges. Die Augenblickswerte der Drehzahlen nach 1,200 s liegen aufgrund des niedrigeren Gesamtträgheitsmomentes höher als in Bild 4.13.

Ein vollkommen anderes Hochlaufverhalten ergibt sich in Fall b). Die Wahrscheinlichkeit für ein Hängenbleiben ist gegenüber Fall a) stark erhöht, wie man dem Bild 4.17 entnehmen kann. Sie ergibt sich näherungsweise zu:

$$p_{HB} \approx \frac{4{,}0^\circ}{12{,}86^\circ} \approx 0{,}31 \quad .$$

Die ausgesprochen niedrige Eigenschwingung des Maschinensatzes mit Keilriemen bei 13,8 Hz wird in unmittelbarer Nähe des Synchronismus angeregt und überlagert sich den Pendelungen im Synchronismus. Gleichzeitig wird dem System durch die starke Riemendämpfung relativ viel Energie entzogen, so daß ein Durchpendeln durch den Synchronismus entsprechend erschwert ist.

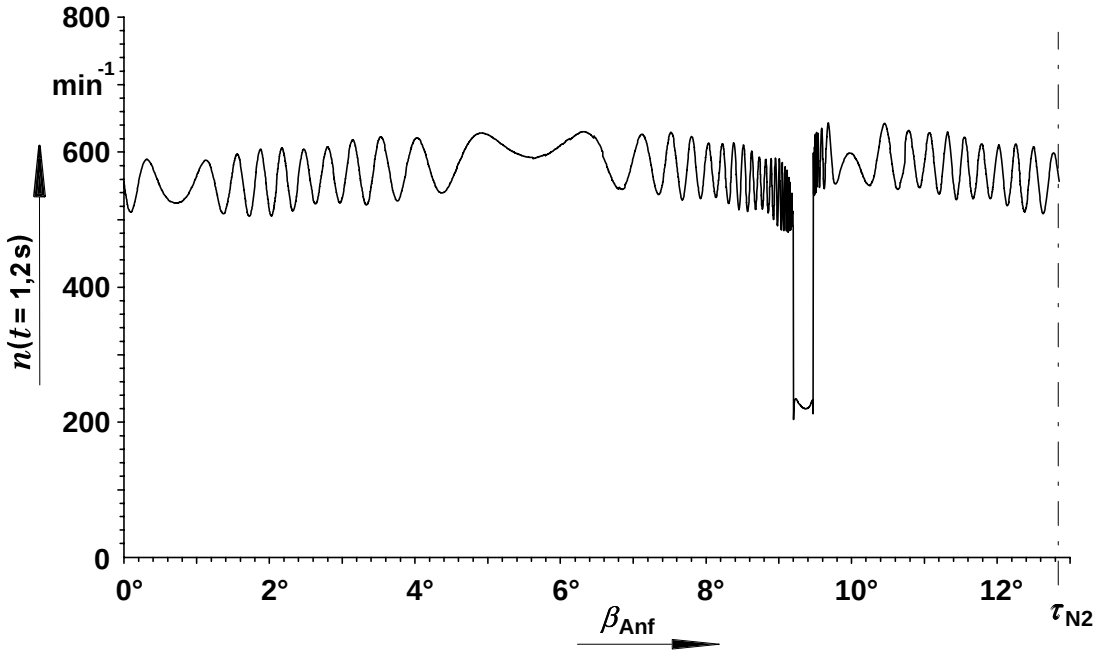


Bild 4.16: Augenblickswert der Drehzahl nach genau 1,200 s eines Hochlaufs in Abhängigkeit vom Startwinkel. Mechanische Struktur nach Bild 4.15 mit Parametrierung gemäß Fall a): "realer Meßwellenantrieb", f_0 = 135 Hz, D = 0,00014.

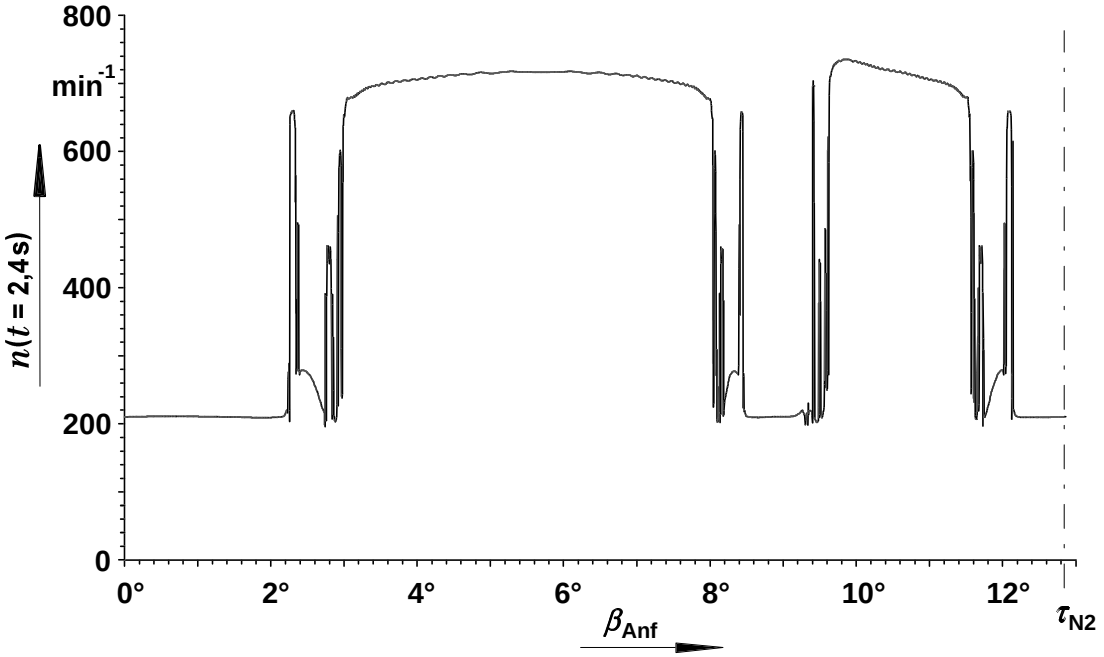


Bild 4.17: Augenblickswert der Drehzahl nach genau 2,400 s eines Hochlaufs in Abhängigkeit vom Startwinkel. Mechanische Struktur nach Bild 4.15 mit Parametrierung gemäß Fall b): "realer Keilriemenantrieb", f_0 = 13,8 Hz, D = 0,051.

Weiterhin ist zu erkennen, daß die Bereiche des Hängenbleibens und Hochlaufens keineswegs mehr so scharf voneinander getrennt sind wie bei den vorangegangenen Hochlaufstudien. Es ergeben sich vielmehr Übergangsbereiche, innerhalb derer eine zuverlässige Aussage über das Hochlaufverhalten allein anhand der erreichten Drehzahl nur schwer möglich ist. In [55] werden Fälle angegeben, bei denen der Hochlauf eines Keilriemenantriebes zunächst in eine quasistationäre Schwingung um die synchrone Drehzahl bei 214 min^{-1} mündet, nach einiger Zeit entsprechend bis zu 10 Perioden der Pendelschwingung aber unvermittelt hochläuft. Es sind dort auch Hochläufe beschrieben, bei denen ein Hängenbleiben nicht als gedämpfte Schwingung um 214 min^{-1}, sondern als ungedämpfte Schwingung um ca. 238 min^{-1} in Erscheinung tritt. Möglicherweise treten solche Fälle vermehrt in den unscharfen Übergangsbereichen von Bild 4.17 auf. Zur Verbesserung der Unterscheidbarkeit von Hochlauf und Hängenbleiben ist in Bild 4.17 nicht die Drehzahl nach 1,200 s des Hochlaufes aufgetragen, sondern nach 2,400 s. Diese Maßnahme erweist sich insbesondere auch für Fall d), d. h. bei niedriger Eigenfrequenz und niedriger Dämpfung als erforderlich.

Zur Unterscheidung, ob die signifikante Erhöhung der Wahrscheinlichkeit für ein Hängenbleiben primär eine Folge der niedrigen Eigenfrequenz oder der hohen Dämpfung ist, werden noch die Fälle c) und d) angegeben.

In Fall c) wird ein Antrieb mit der Eigenfrequenz des Wellenstranges mit Meßwelle und dem Lehr'schen Dämpfungsmaß des Keilriemenantriebes untersucht. Wie Bild 4.18 zeigt, ergeben sich drei scharf abgegrenzte Bereiche von Startwinkeln mit Hängenbleiben ähnlich wie in Bild 4.13. Die niedrige Welligkeit der Drehzahl nach 1,200 s in Abhängigkeit des Startwinkels ist ein deutliches Zeichen für die hohe Dämpfung. Die Wahrscheinlichkeit für einen Einlauf in den Synchronismus kann zu ungefähr

$p_{HB} \approx \frac{0{,}53° + 0{,}29° + 0{,}41°}{12{,}86°} \approx 0{,}096$ angegeben werden. Sie ist gegenüber dem Fall a) um einen Faktor von ca. 4,6 erhöht. Dies ist aber zum größten Teil auf die Verschiebung des energetischen Abstandes zur nächsten instabilen Ruhelage und auf die daraus resultierende Entstehung von drei Bereichen des Hängenbleibens zurückzuführen. Diese Verschiebung ist ein Effekt, der unter Umständen auch durch eine Absenkung der Verlustenergie durch Verringerung der Reibung zu erreichen wäre. Somit ist der eigentliche Einfluß der Dämpfungserhöhung auf die Wahrscheinlichkeit für ein Verharren im Synchronismus nicht so groß wie es zunächst erscheint.

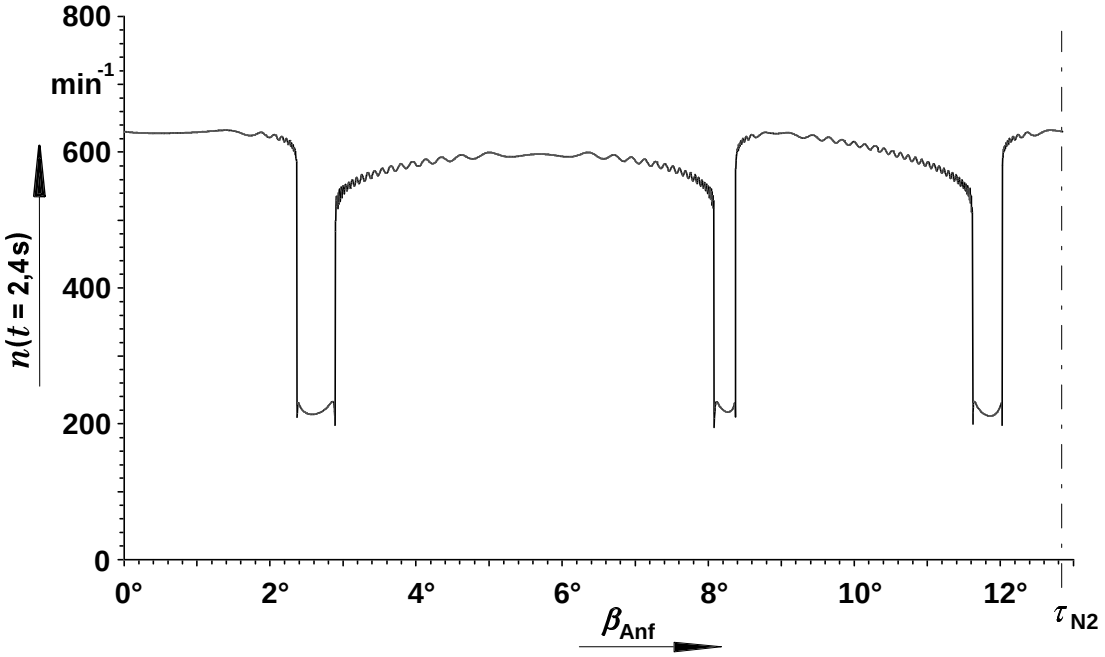


Bild 4.18: Augenblickswert der Drehzahl nach genau 1,200 s eines Hochlaufs in Abhängigkeit vom Startwinkel. Mechanische Struktur nach Bild 4.15 mit Parametrierung gemäß Fall c): „fiktiver Meßwellenantrieb", f_0 = 135 Hz, D = 0,051.

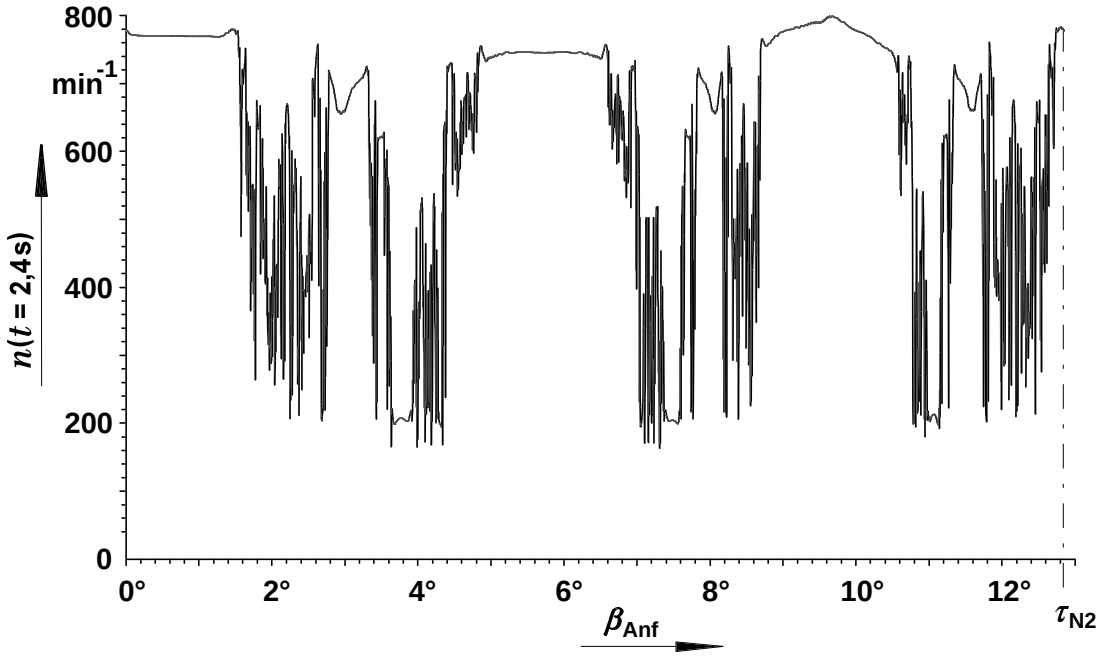


Bild 4.19: Augenblickswert der Drehzahl nach genau 2,400 s eines Hochlaufs in Abhängigkeit vom Startwinkel. Mechanische Struktur nach Bild 4.15 mit Parametrierung gemäß Fall d): "fiktiver Keilriemenantrieb", f_0 = 13,8 Hz, D = 0,00014.

Die Wahrscheinlichkeit für ein Verharren im Synchronismus von 0,31 beim Keilriemenantrieb mit gleichem Lehr'schen Dämpfungsmaß wird bei weitem nicht erreicht. Demzufolge hat es den Anschein, daß die Eigenfrequenz der Parameter mit dem größeren Einfluß ist.
In Fall d) wird daher der Keilriemenantrieb so modifiziert, daß sein Dämpfungsmaß demjenigen des Meßwellenantriebes entspricht. Mit dieser Modifikation ergibt sich bereichsweise eine geradezu chaotische Abhängigkeit der Drehzahl nach 2,400 s von dem Rotoranfangswinkel, wie Bild 4.19 darlegt.
Man erkennt, daß über weite Bereiche der Hochlauf des Maschinensatzes zwar stark verzögert wird, ein endgültiges stationäres Hängenbleiben bei 214 min^{-1} aber dennoch nicht wahrscheinlicher ist, als für z. B. den Meßwellenantrieb nach Fall c). Aufgrund der starken Fragmentierung des Startwinkelbereiches mit Hängenbleiben kann die Wahrscheinlichkeit p_{HB} anhand von Bild 4.19 allerdings nur ungenau abgeschätzt werden.
Durch Auswertung der zu dem Bild gehörenden Ausgabedatei erhält man unter Zugrundelegung einer Grenzdrehzahl von 235 min^{-1} den Wert:

$$p_{HB} \approx \frac{1{,}216^\circ}{12{,}86^\circ} \approx 0{,}095 \quad .$$

Auf jeden Fall ist die Wahrscheinlichkeit für ein Hängenbleiben in diesem Fall wiederum sehr viel geringer als für den stark dämpfenden Keilriemen nach Fall b).
Zum Abschluß dieser Untersuchung kann also angemerkt werden, daß beide Parameter, Eigenfrequenz und Dämpfungsmaß, gleichermaßen auf die Wahrscheinlichkeit für ein Hängenbleiben Einfluß nehmen. Eine schwach gedämpfte, hochfrequente Eigenbewegung hat den vorangegangenen Studien zufolge keinen nennenswerten Einfluß. Liegt die Eigenfrequenz aber in der Nähe der Pendelfrequenz im Synchronismus, so bleibt der Antrieb mit höherer Wahrscheinlichkeit im parasitären Synchronismus hängen. Ist diese niederfrequente Eigenbewegung zudem noch stark gedämpft, so verringert sich die Hochlaufwahrscheinlichkeit nochmals rapide.

4.3.3 Der Einfluß von synchronen Pendelmomenten des Asynchronmotors mit höherer Ordnung

In den vorangegangenen Kapiteln 4.3.1 und 4.3.2 wurde die Asynchronmaschine lediglich durch einen angenäherten Verlauf der asynchronen Drehmomentanteile und das dominierende synchrone Moment mit b = -1 bei ca. 214 min^{-1} beschrieben. Im Gegensatz zu den Ergebnissen der FD-Zeitschrittrechnungen zeigen sich relativ breite Startwinkelbereiche für ein Hängenbleiben.

Im folgenden soll kurz dargelegt werden, ob die zusätzliche Berücksichtigung der relativ niedrigen Pendelmomente höherer Ordnung bei der vereinfachten Hochlaufrechnung zu einer Unterteilung bzw. Aufsplittung der Startwinkelbereiche des Hängenbleibens führt.
Das asynchrone Drehmoment der Maschine wird nach wie vor gemäß Gleichung (4.10) berechnet. Die synchronen Momente bzw. Pendelmomente werden einer Rechnung nach der Oberfeldtheorie, wie sie Bild 4.3 zugrunde liegt, entnommen und werden ähnlich der Gleichung (40) in [56] als Zeitfunktionen angesetzt. Ordnungszahlen, Amplituden und synchrone Drehzahlen der berücksichtigten Pendelmomente sind in folgender Tabelle aufgeführt:

Ordnungszahl b	Periodenzahl $\lvert b\rvert Z_2$	synchrone Drehzahl ${}^{b}n_S$	Amplitude ${}^{b}\hat{M}_S$
-1	28	$n_0 / 7 \approx 214{,}29\ \mathrm{min}^{-1}$	24 Nm
+2	56	$-n_0 / 14 \approx -107{,}14\ \mathrm{min}^{-1}$	6,4 Nm
3	84	0	2,74 Nm
-4	112	$n_0 / 28 \approx 53{,}57\ \mathrm{min}^{-1}$	2,3 Nm
+5	140	$-n_0 / 35 \approx -42{,}86\ \mathrm{min}^{-1}$	1,6 Nm

Tab. 4.2: Ordnungszahlen, Periodenzahlen pro Umdrehung, synchrone Drehzahlen und Amplituden der angesetzten Pendelmomente.

Da an dieser Stelle nur eine exemplarische Betrachtung erfolgen soll, wird auf eine genaue Berücksichtigung der Anfangsphasenlagen der einzelnen Pendelmomentbeiträge zueinander bei ihrer Addition verzichtet.
Wie Bild 4.20 zeigt, tritt bezüglich der Verteilung der Startwinkel mit Hängenbleiben ein wesentlicher Unterschied zu den Ergebnissen aus Kap. 4.3.1 auf. Es existiert nicht etwa ein einziger, relativ breiter zusammenhängender Bereich von Rotorstartpositionen mit Hängenbleiben, sondern eine Vielzahl eng begrenzter Intervalle, aus denen kein Hochlauf stattfindet. Dementsprechend kann ein entscheidender Einfluß von Pendelmomenten höherer Ordnung auf das Hochlaufverhalten festgestellt werden.
Die Wahrscheinlichkeit eines Hängenbleibens kann aus den Bild 4.20 zugrunde liegenden Ausgabedaten ähnlich wie für Bild 4.19 ermittelt werden:

$$p_{HB} \approx \frac{0{,}79^\circ}{12{,}86^\circ} \approx 0{,}061 \quad .$$

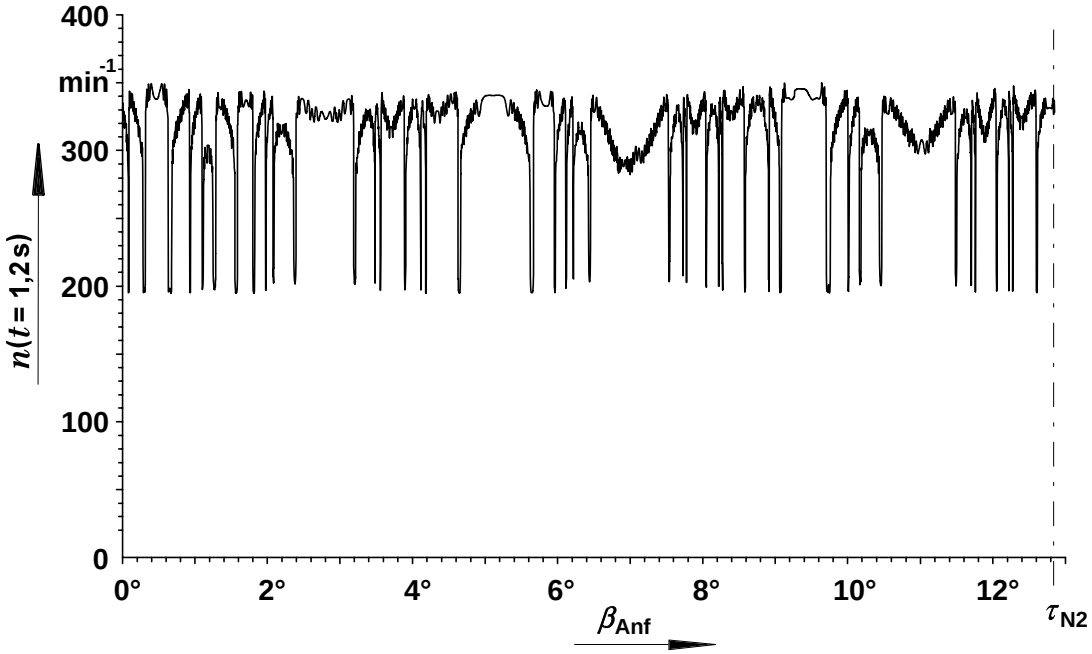


Bild 4.20: Augenblickswert der Drehzahl nach genau 1,200 s eines Hochlaufs in Abhängigkeit vom Startwinkel. Mechanische Struktur und Parametrierung sowie vereinfachte Nachbildung der quasistationären Kennlinie der ASM wie für Bild 4.13b. Synchrone Momente, bzw. Pendelmomente gemäß Tab. 4.2.

Sie ist etwas höher (ca. 0,7 Prozentpunkte im Vergleich mit Bild 4.13c) als für die Rechnung ohne Berücksichtigung der höheren Pendelmomente.

Die Pendelmomente höherer Ordnung führen also offensichtlich zu einer Einschnürung der Startwinkelbereiche mit Hängenbleiben auf die verschwindend geringe Breite dieser Bereiche in den FD-Hochlaufrechnungen. Ebenso kann eine Aufsplittung der Bereiche beobachtet werden. Diese ist ebenso bei den FD-Hochlaufrechnungen zu vermuten, da nur durch eine Vielzahl enger Startwinkelbereiche eine mit experimentell gewonnenen und vereinfacht berechneten Werten übereinstimmende Wahrscheinlichkeit für ein Hängenbleiben gegeben ist.

Als wesentliche Einschränkungen des vereinfachten Berechnungsverfahrens gegenüber der FD-Berechnung, die vermutlich auch das berechnete Hochlaufverhalten beeinflussen, sind zunächst der Einschaltvorgang mit seinen Rushstromspitzen und die daraus resultierenden 50 Hz-Pendelmomente zu nennen. Diese stören den Hochlauf über eine weitaus längere Zeit als Stromspitzen auftreten und liefern im Mittel, wie bei Rüther [47] gezeigt, auch einen von der Anfangsstellung abhängigen Zusatzdrehimpuls. Weiterhin ist nicht klar, inwieweit dynamisch bedingte, durch Verletzung der Quasistationarität hervorgerufene Abweichungen des zeitlichen Drehmomentverlaufes auftreten und das Hochlaufverhalten modifizieren.

4.4 Parameterstudium zum Einfluß des Rotorstartwinkels mittels Finite-Differenzen-Hochlaufrechnungen

Die in Kap. 4.2 gefundenen, wenigen sehr schmalen Bereiche von Rotorstartwinkeln mit Hängenbleiben ergeben eine viel zu niedrige Wahrscheinlichkeit des Hängenbleibens, die sowohl der experimentellen Erfahrung [4] als auch den Ergebnissen der vereinfachten, rein mechanischen Hochlaufrechnungen widerspricht.

Damit sich bezüglich dieser Wahrscheinlichkeit eine gewisse Übereinstimmung der FD-Rechnung mit den anderen Angaben ergibt, müssen wie bereits dargelegt weitaus mehr als die zwei in Bild 4.12a gezeigten Bereiche existieren. Weiterhin muß sich bei einer entsprechend großen Anzahl von FD-Hochlaufrechnungen mit beliebigen, zufällig gewählten Startwinkeln ein Verhältnis der Anzahlen von Fällen des Hängenbleibens zur Gesamtzahl von Hochläufen ergeben, das in etwa der Wahrscheinlichkeit eines Hängenbleibens entspricht.

Mit der mechanischen Struktur und Parametrierung aus Kap. 4.2 werden also zunächst für 50 mit einem Zufallszahlengenerator erzeugte Anfangswinkel Finite-Differenzen-Rechnungen durchgeführt. Hiebei ergibt sich ohne weiteres Durchsuchen verdächtiger Bereiche ein Hängenbleiben für den Anfangswinkel β_{Anf} = 11,8936°. Die Wahrscheinlichkeit von 2% für ein Hängenbleiben, die sich hieraus ergibt, deckt sich gut mit den Berechnungen in Kap. 4.3 und entspricht in etwa den experimentellen Ergebnissen, obschon aufgrund der Größe der zugrunde liegenden Stichprobe Zweifel gerechtfertigt erscheinen.

Unter den berechneten Drehzahlverläufen $n(t)$ weisen einige, namentlich jene für die Anfangswinkel 2,80°, 3,19°, 5,43°, 8,04° und 10,97°, die typische Gestalt einer relativ starken Hochlaufverzögerung wie in Bild 4.8 auf. Um diese Winkel wird daraufhin systematisch nach einer Anfangsposition mit Hängenbleiben gesucht, die auch stets nach z. B. maximal sieben weiteren Rechnungen gefunden werden kann.

Des weiteren werden zwei zu den in Bild 4.12a gezeigten Bereichen korrespondierende Anfangswinkel gesucht und bei 6,39° und 9,41° gefunden.

Insgesamt können auf die beschriebene Weise mit 76 Hochlaufrechnungen acht verschiedene, relativ gleichmäßig auf die Periode des synchronen Momentes verteilte Startwinkelbereiche mit Hängenbleiben nachgewiesen werden.

Abschließend ist zu sagen, daß beide genannten Kriterien für die Übereinstimmung der Wahrscheinlichkeiten für ein Hängenbleiben, nämlich eine der Wahrscheinlichkeit entsprechende Häufigkeit von Fällen des Hängenbleibens bei zufälliger Wahl der Anfangswinkel und die Existenz von weit mehr als drei Blockadebereichen von Startwinkeln, im Rahmen der zur Verfügung stehenden Mittel erfüllt werden können. Weitergehende numerische Untersuchungen mit dem FD-Zeitschrittverfahren zu diesem Thema erscheinen im Hinblick auf den enormen Rechenaufwand nicht tragbar.

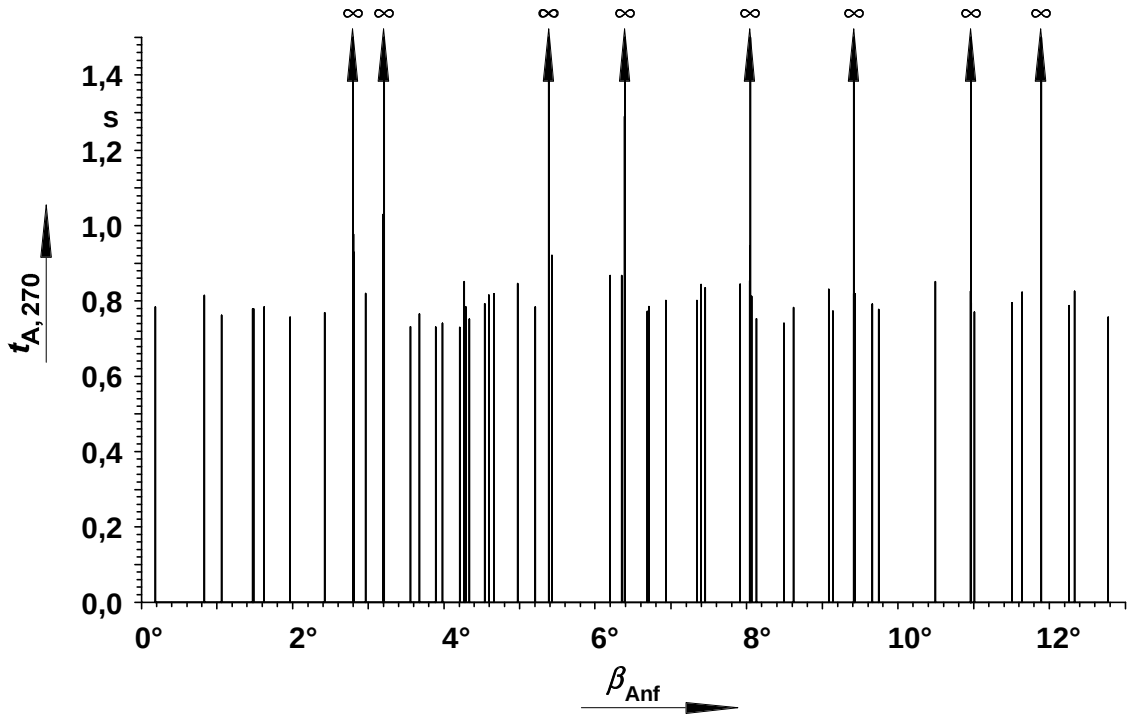


Bild 4.21a: Hochlaufzeit bis 270 min^{-1} in Abhängigkeit der Rotoranfangsposition β_{Anf}. Sinusförmige Speisung mit U_{verk} = 280 V. FD-Rechnungen mit grobem Gitter, ca. 4600 Knoten, Zeitschritt h = 133,3 µs, Zeitschrittparameter θ = 0,333. Mechanische Struktur und Parametrierung wie in Kap. 4.2: $J_{total} = J_{ASM}+J_{Schw}$ = 0,313 kgm^2, c_W = 10^6 Nm/rad; d = 0,0132 Nms/rad.

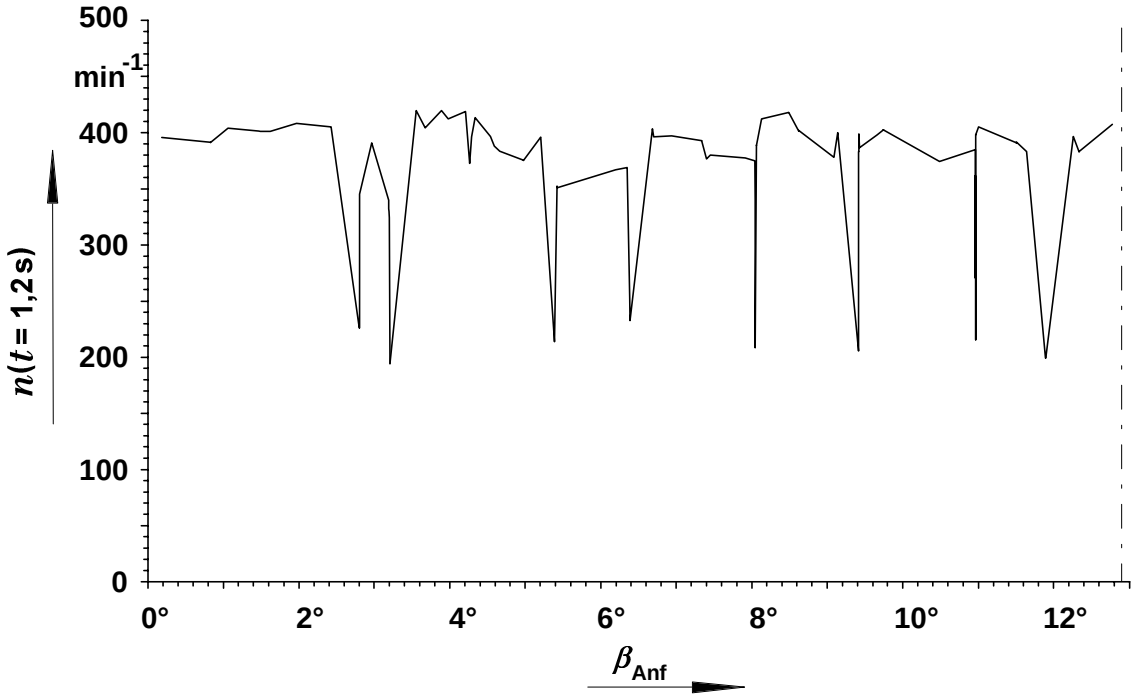


Bild 4.21b: Augenblickswerte der Drehzahl nach 1,200 s von Hochläufen in Abhängigkeit der Rotorstartposition β_{Anf}, ansonsten wie Bild 4.21a.

4.5 Finite-Differenzen-Zeitschrittrechnungen zum Hochlaufverhalten bei Speisung des Antriebes aus einem Drehstromsteller

Um die Funktionsfähigkeit des FD-Programmsystems bei simultaner Berechnung des dynamischen Verhaltens des Wellenstranges und des elektrischen Verhaltens eines Vorschaltnetzwerkes darzulegen, werden wesentliche Ergebnisse einer Rechnung zu diesem Thema vorgestellt.

Der Antrieb besteht nach wie vor aus der Maschine 1 mit der relativ starr angekuppelten Zusatzschwungmasse gemäß Bild 4.6. Das Leistungsteil des Drehstromstellers entspricht der in Kap. 5 vorgestellten Schaltung (Bild 5.1) mit dem Unterschied, daß die Kapazität *C* des Kondensators der Überspannungsschutzbeschaltung hier 4 µF beträgt.

Es werden sechzehn Rechnungen durchgeführt, deren unterschiedliche Rotorstartpositionen gleichmäßig über ein Intervall von $|b| \cdot \tau_{N2} \approx 12{,}86°$ gemäß β_{Anf} = 0°; 0,80357°; .....;12,05357° verteilt werden. Der Zündwinkel beträgt für alle Rechnungen α_z = 105° bei einer Speisespannung für den Drehstromsteller von $U_{L1,L2,eff}$ = 400 V.

Für einen Fall, nämlich bei β_{Anf} = 8,83929° ergibt sich ein Hängenbleiben. Dies entspricht einer Wahrscheinlichkeit von p_{HB} von ca. 6,3%, wenn man die sechzehn zwar gleichverteilten, aber ohne Vorkenntnisse über eventuelle kritische Startwinkelbereiche gewählten Rotoranfangspositionen als repräsentativ erachtet.

Nachfolgend werden für den Fall des Hängenbleibens bei 214 min^{-1} einige Zeitverläufe präsentiert.

Die qualitative Gestalt des Drehzahl-Zeitverlaufes in Bild 4.22 zeigt keine wesentlichen Unterschiede gegenüber dem Fall einer reinen Sinusspeisung. Das Einmünden in eine gedämpfte, zunächst sägezahnartige, mit zunehmender Zeit sich der Sinusform annähernden Drehzahlpendelung um 214 min^{-1} ist vergleichbar mit dem Verlauf in Bild 4.7 oder ähnlichen Beispielen in [4] und [47]. Die Anlaufzeit bis zu einer mittleren Drehzahl von 200 min^{-1} kann zu $t_{A,200}$ = 2,26 s abgelesen werden. In Bild 4.7 und 4.8 beträgt sie ca. 0,65 s was einem 3,48-fachen mittleren Drehmoment entspricht. Die Spannung unter Annahme sinusförmiger Speisung wäre dementsprechend hier gegeben zu:

$$U = \frac{1}{\sqrt{3{,}48}} \cdot 280\ V_{eff} \approx 150\ V_{eff} \quad .$$

Für den Grenzwert der Pendelfrequenz erhält man unter Zugrundelegung des Zeitabstandes der letzten beiden in Bild 4.22 dargestellten Extrema einen Wert von

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2 \cdot (3{,}8841 - 3{,}7566)\ s} \approx 3{,}92\ Hz \quad .$$

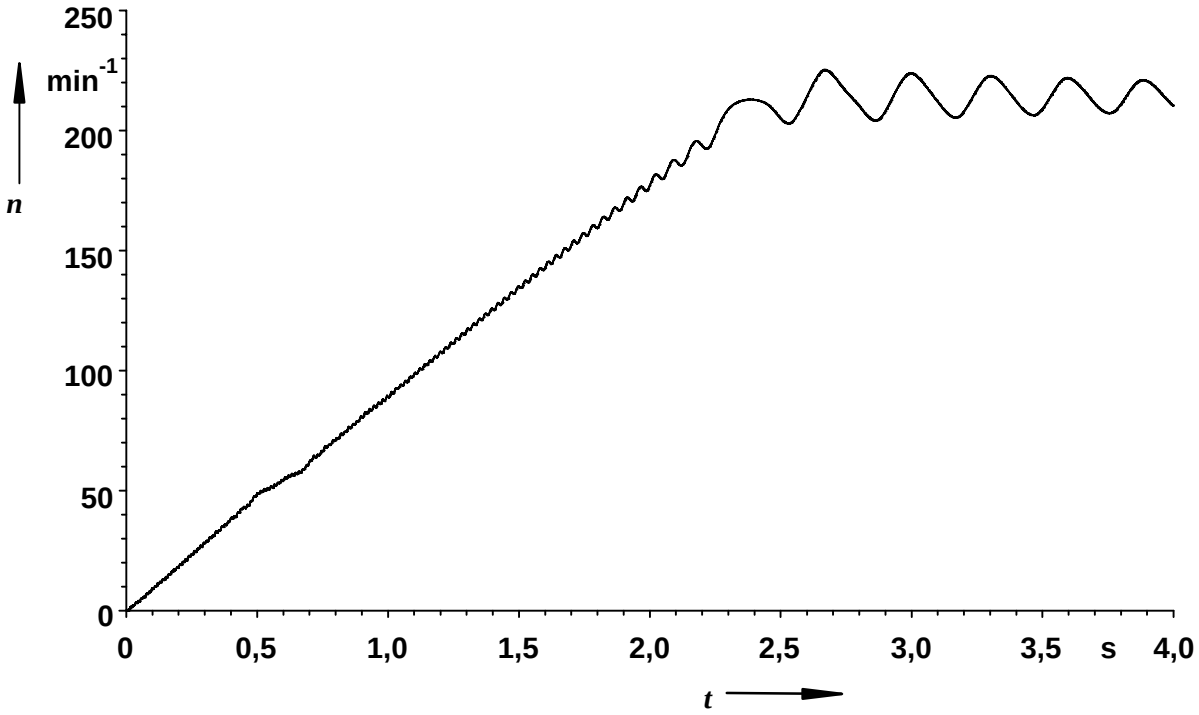


Bild 4.22: Berechneter zeitlicher Verlauf der Drehzahl beim Einlauf in den Synchronismus mit Speisung aus Drehstromsteller. Zeitschritt h = 133,3 µs,
Zeitschrittparameter θ = 0,167, „grobes“ Gitter mit ca. 4600 Knoten.
Einspeisung für den Drehstromsteller: $U_{L1,L2,eff}$ = 400 V, Zündwinkel α_Z = 105°.
Mechanische Struktur wie in Kap. 4.2.:
J_{total} =J_{ASM}+J_{Schw}= 0,313 kgm^2, c_W = 10^6 Nm/rad, d = 0,0132 Nms/rad.

Gemäß dem zu Glchg. (4.2) gegebenen Kommentar bezüglich der proportionalen Spannungsabhängigkeit der Pendelfrequenz entspräche dies bei sinusförmiger Speisung einer Speisespannung von

$U = \frac{3{,}92\,\text{Hz}}{7{,}4\,\text{Hz}} \cdot 280\,\text{V}_{\text{eff}} \approx 148\,\text{V}_{\text{eff}}$, wobei sich die Pendelfrequenz von 7,4 Hz in Kap. 4.2 bei einer Rechnung mit U_{verk} von 280 V_{eff} ergibt. Der zeitliche Verlauf des elektrisch erzeugten Drehmomentes läßt bis zum Zeitpunkt der parasitären Synchronisation keinerlei Auffälligkeiten erkennen. Erst die Pendelung im Synchronismus zeigt einen unmittelbaren Einfluß des durch die Stromrichterspeisung verzerrten Stromverlaufes. Im Gegensatz zu den bei Oberretl [4] und in Bild 4.14 von [47] angegebenen, berechneten Verläufen treten in Bild 4.23a in der Einhüllenden der positiven Halbwellen des Pendelmomentes deutliche Einbrüche auf. Diese sind auf die auslöschende Überlagerung von zusätzlichen Pendelmomenten höherer Ordnung zurückzuführen und im zeitlichen Mittelwert des Drehmomentes nicht vorhanden, wie zum einen der glatte Drehzahl-Zeitverlauf und zum anderen der Mittelwertverlauf des Drehmomentes in Bild 4.23b bestätigen.

Dieser Mittelwertverlauf berechnet sich durch eine viermal nacheinander ausgeführte Mittelwertbildung über die Drehmomentwerte von jeweils 300 benachbarten Zeitschritten (entspricht 40 ms). In ihm tritt deutlich der Durchgang durch den parasitären Synchronismus bei 53,57 min^{-1} auf, der im vorliegenden Fall eine leichte Absenkung des Drehmomentmittelwertes und damit eine geringfügige Hochlaufverzögerung bewirkt, die auch im Zeitverlauf der Drehzahl als Abflachung zu erkennen ist.

Die zeitlichen Verläufe der Klemmenspannung an der Maschine und des Netzstromes entsprechen in ihrem qualitativen Verlauf dem einer ohmsch-induktiven Last [24, 57, 58]. In Bild 4.24 sind die Klemmenspannung am Motor $u_{UV}(t)$ und der Strom $i_T(t)$ für die letzten 1,5 Perioden des dargestellten, berechneten Hochlaufes aufgeführt. Deutlich zu erkennen sind die zwei Einbrüche pro Halbschwingung in der Klemmenspannung, sowie die zwei dominierenden Maxima und das dazwischen liegende, weniger stark ausgeprägte Maximum in der Stromhalbperiode.

Weitaus interessanter ist dagegen die Betrachtung der Effektivwerte von Strom und Spannung über dem gesamten Zeitintervall. Bei rein periodischen Vorgängen ohne jegliche Zeitvarianz der einzelnen Perioden ist die Bildung des zeitllich quadratischen Mittelwertes über eine Periode unabhängig von der Lage des gewählten Zeitintervalls. Die Zeitfunktion

$$u_{\text{eff}}(t) = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} u(\tau)^2 \, \mathrm{d}\tau} \tag{4.11}$$

ist in einem solchen Fall eine Konstante. Wendet man jedoch (4.11) diskretisiert auf die berechneten Zeitverläufe von Strom und Spannung im vorliegenden Fall an, so treten offensichtliche Schwankungen auf. Der Einfluß des synchronisierenden Oberstromes $^{b=-1}I$ macht sich deutlich bemerkbar. Bei Speisung mit rein sinusförmiger Spannung ist hiervon nur der Strom betroffen. In Abhängigkeit der Rotorposition β_2 addiert sich der Oberstrom mit unterschiedlichen Phasenlagen zum Grundstrom und steigert oder verringert den Gesamtstrom (Bild 4 in [3]). Rotorbewegungen mit geringer Abweichung zur parasitären synchronen Drehzahl, d. h. insbesondere auch Drehzahlpendelungen, sind daher immer auch als periodisches An- und Abschwellen der Amplituden im zeitlichen Stromverlauf beobachtbar und wirken sich dementsprechend auf den jeweiligen Effektivwert aus.

Bei Speisung mit dem Drehstromsteller ist hiervon nicht nur der Stromverlauf betroffen, sondern auch die Klemmenspannung an der Maschine, wie Bild 4.25 zeigt.

Ihr Effektivwert schwankt von minimal ca. 227 V bis maximal ca. 244 V um einen Mittelwert von rund 236 V. Er ist damit weitaus größer als die aus der Hochlaufzeit bzw. der Pendelfrequenz berechnete äquivalente Sinusspannung (ca. 150 V).

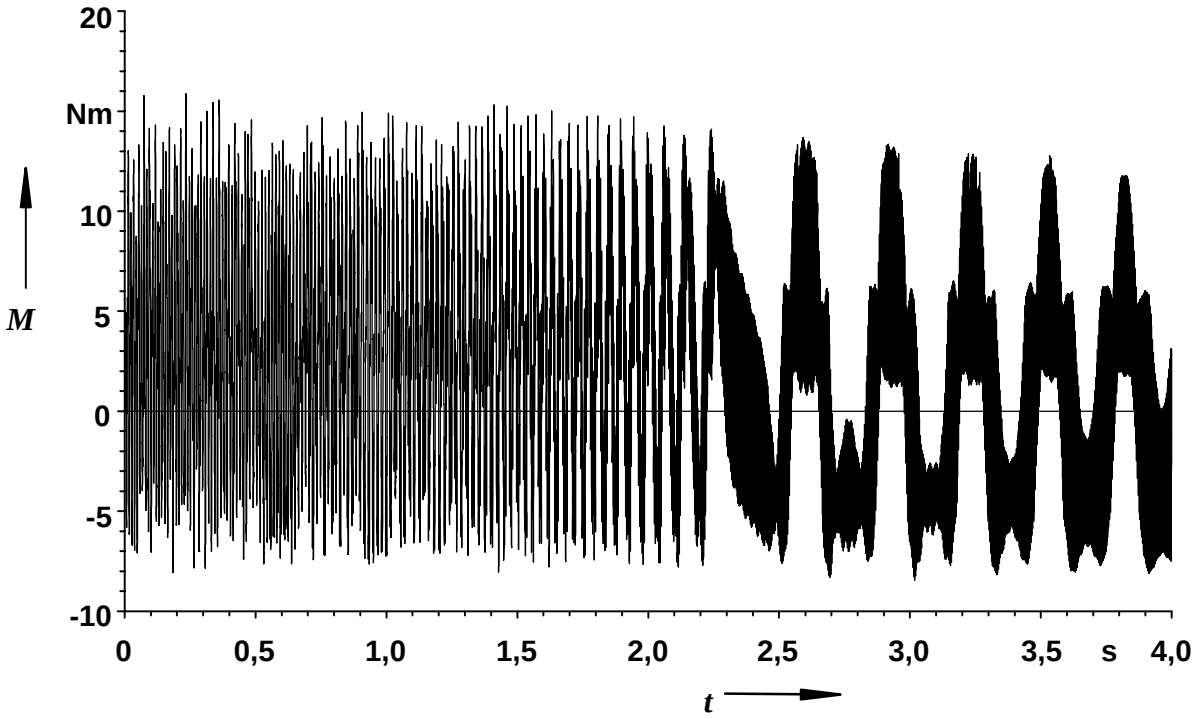


Bild 4.23a: Zeitlicher Verlauf des Drehmomentes beim Einlauf in den Synchronismus mit Speisung aus Drehstromsteller (zu Bild 4.22).
Einspeisung für den Drehstromsteller: $U_{L1,L2,eff} = 400$ V, Zündwinkel $\alpha_Z = 105°$.
Mechanische Struktur wie in Kap. 4.2:
$J_{total} = J_{ASM} + J_{Schw} = 0{,}313$ kgm^2, $c_W = 10^6$ Nm/rad, $d = 0{,}0132$ Nms/rad.

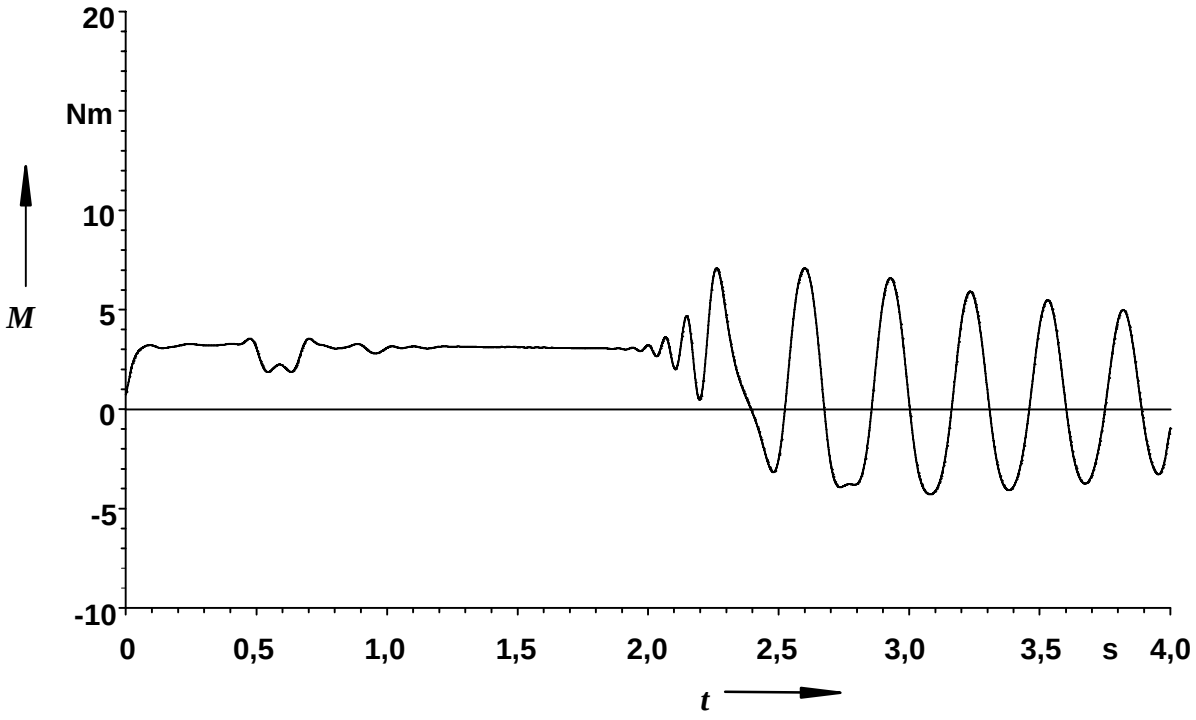


Bild 4.23b: Zeitlicher Verlauf des mittleren Drehmomentes beim Einlauf in den Synchronismus mit Speisung aus Drehstromsteller. Viermalige Mittelwertbildung über den Verlauf in Bild 4.23a über Intervalle von jeweils 40 ms Breite.

Insofern erscheint es interessant, die Grundschwingung des Spannungsverlaufes zu betrachten und ihren Effektivwert anzugeben. Greift man ein Intervall der Länge einer Periodendauer aus dem Zeitverlauf heraus und denkt sich dieses periodisch fortgesetzt, so kann man im Rahmen einer Fourieranalyse die Koeffizienten des Sinus- und des Cosinustermes berechnen, ihre geometrische Summe gemäß dem Satz des Pythagoras bilden und das Ergebnis durch $\sqrt{2}$ dividieren, um so den Effektivwert der Grundschwingung zu erhalten:

$$ {}^{\xi=1}u_{\text{eff}}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\left(\frac{2}{T} \cdot \int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} u(\tau) \cdot \cos(\omega\tau)\, \mathrm{d}\tau \right)^2 + \left(\frac{2}{T} \cdot \int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} u(\tau) \cdot \sin(\omega\tau)\, \mathrm{d}\tau \right)^2} \quad . \tag{4.12} $$

Neben den Schwankungen, die im Grundschwingungseffektivwert ebenso wie im Gesamteffektivwert auftreten, ist vor allem zu erkennen, daß seine Größe mit 149 V in etwa mit dem übereinstimmt, was zuvor aus der Hochlaufzeit und der Pendelfrequenz als äquivalente sinusförmige Spannung bestimmt worden ist.

Insofern zeigt sich, daß zur Drehmomentbildung fast ausschließlich die Grundschwingung der Klemmenspannung beiträgt, weil Oberschwingungen nur parasitäre Drehmomente verursachen. Zwar bilden auch die vierte, siebte, elfte, ... (*mg*+1)-te Harmonische des Spannungsverlaufes mitlaufende Systeme, aber die Lastimpedanzen für die um ein Vielfaches höheren Frequenzen sind so groß, daß sich die zugehörigen Oberströme nicht so stark ausprägen können und dementsprechend weniger zur Drehmomententwicklung beitragen. Dieses wird auch durch den Vergleich des Gesamteffektivwertes des Stromes mit seinem Grundschwingungseffektivwert bestätigt. Der Grundschwingungsgehalt beträgt hier ca. $11{,}6\ \text{A} / 11{,}9\ \text{A} \approx 97{,}5\%$, im Gegensatz zur Spannung mit $149\ \text{V} / 236\ \text{V} \approx 63{,}1\%$

Bildet man den Quotienten der Grundschwingungseffektivwerte von Spannung und Strom, so ergibt sich ein Wert von

$$ {}^{\xi=1}Z = \frac{{}^{\xi=1}U_{\text{eff}}}{\sqrt{3} \cdot {}^{\xi=1}I_{\text{eff}}} \approx \frac{149\ \text{V}}{\sqrt{3} \cdot 11{,}6\ \text{A}} \approx 7{,}42\ \Omega \quad . $$

Dieser Wert wird auch durch eine Messung in einem vergleichbaren Betriebszustand bestätigt, was als weiteres Indiz für die Richtigkeit des Berechnungsverfahrens dienen kann. Es wurden ${}^{\xi=1}U_{\text{eff}} = 213{,}2\ \text{V}$ und ${}^{\xi=1}I_{\text{eff}} = 16{,}5\ \text{A}$ aus den gemessenen zeitlichen Verläufen von Spannung und Strom bestimmt, woraus sich

$ {}^{\xi=1}Z = \frac{213\ \text{V}}{\sqrt{3} \cdot 16{,}5\ \text{A}} \approx 7{,}45\ \Omega $ ergibt, was einer Abweichung von nur ca. 0,5% entspricht.

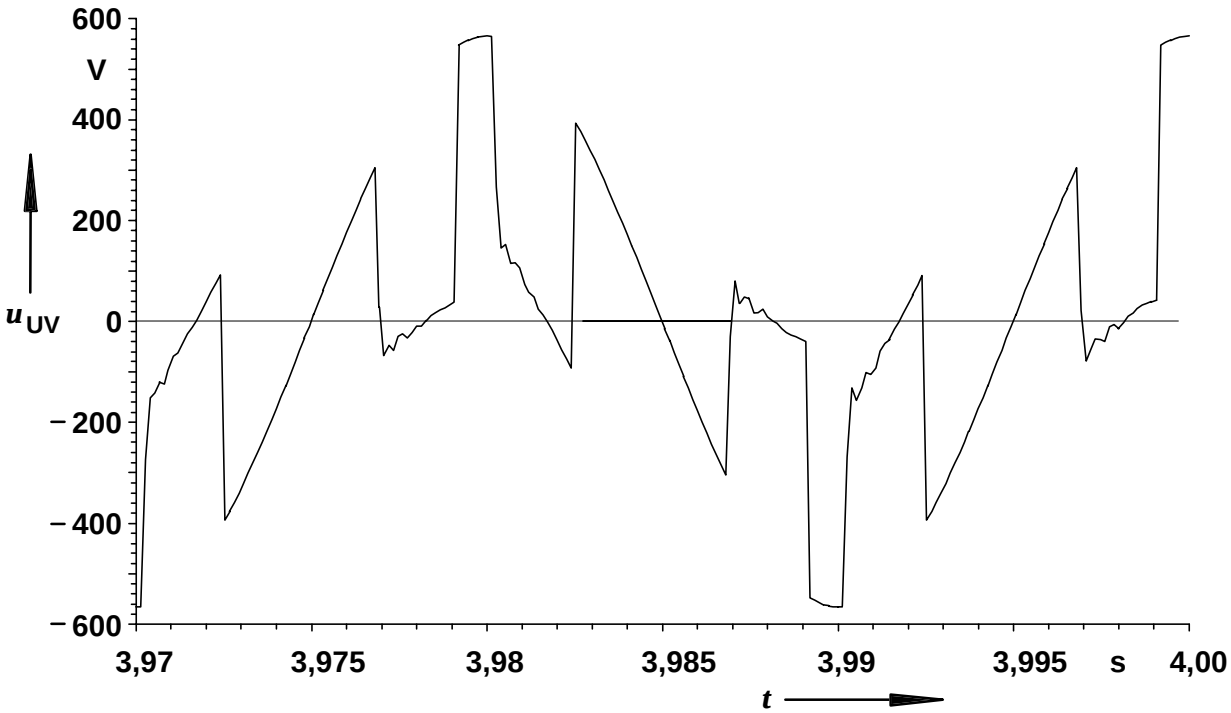


Bild 4.24a: Zeitlicher Verlauf der verketteten Spannung $u_{UV}(t)$ an der Asynchronmaschine beim Hängenbleiben mit Speisung aus Drehstromsteller.
Einspeisung für den Drehstromsteller: $U_{L1,L2,eff}$ = 400 V, Zündwinkel α_Z = 105°.

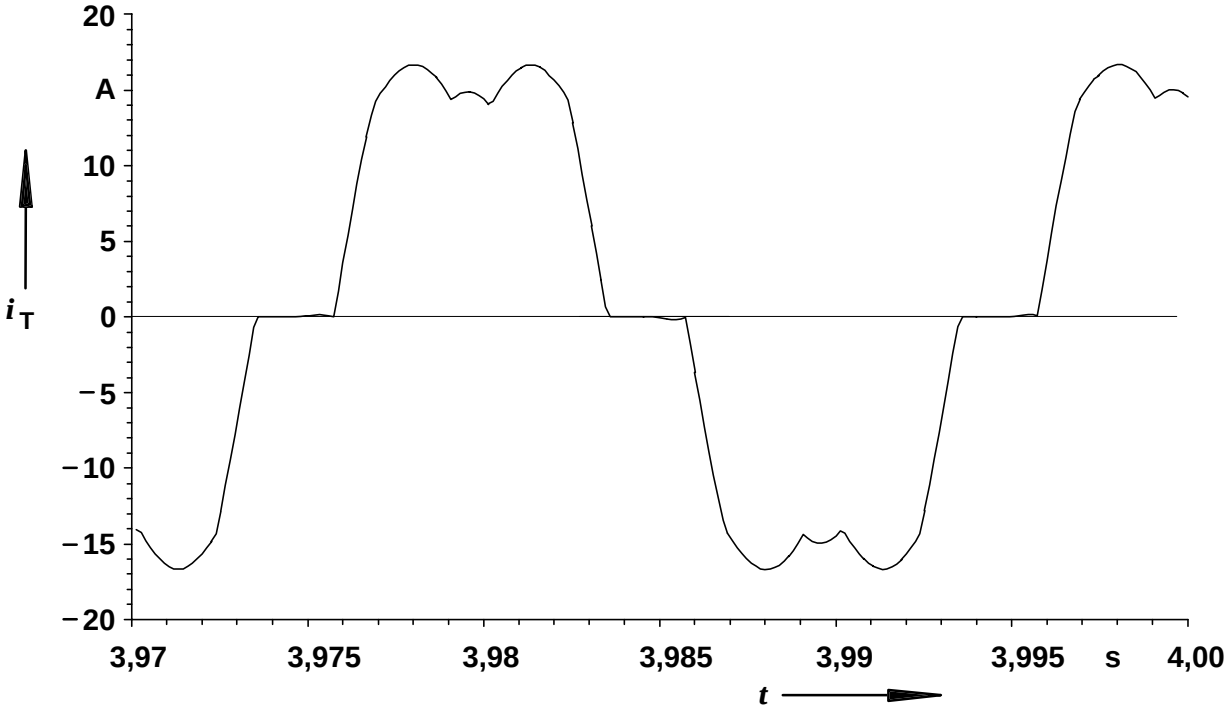


Bild 4.24b: Zeitlicher Verlauf des Netzstromes, bzw. Stromes in Strang T der Asynchronmaschine, $i_T(t)$ beim Hängenbleiben mit Speisung aus Drehstromsteller.
Einspeisung für den Drehstromsteller: $U_{L1,L2,eff}$ = 400 V, Zündwinkel α_Z = 105°.

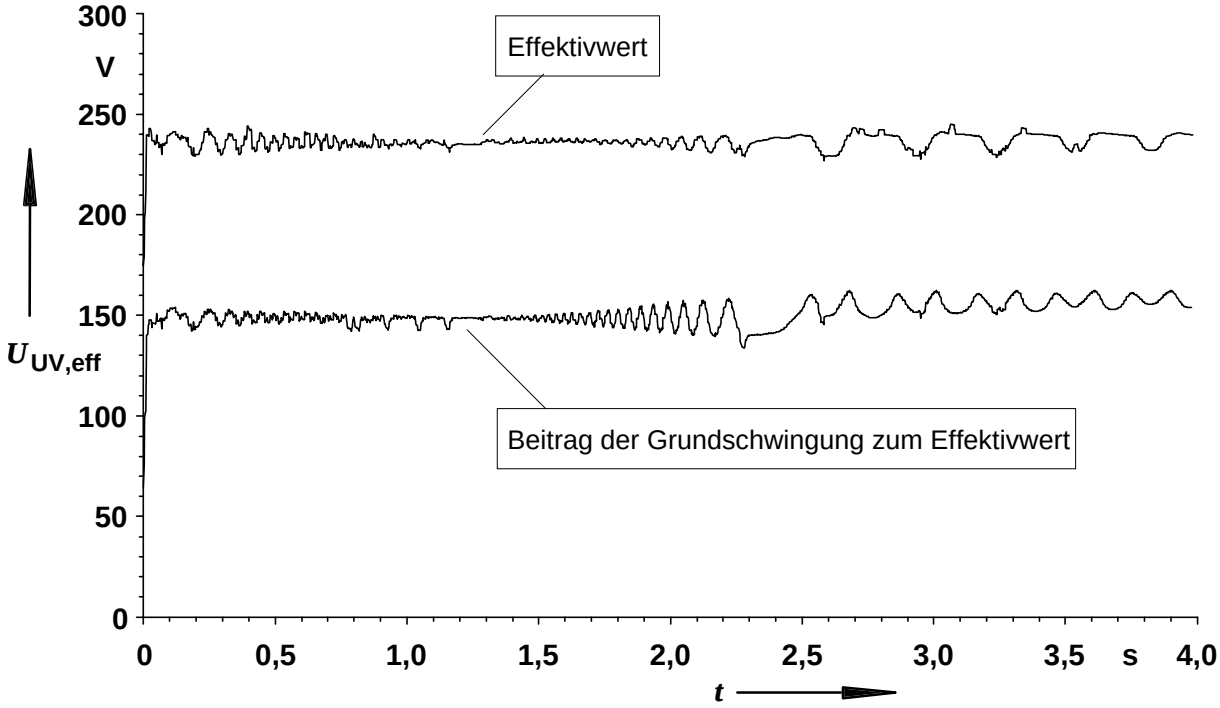


Bild 4.25a: Verlauf des Effektivwertes der verketteten Spannung $U_{UV,eff}$ an der Asynchronmaschine beim Hängenbleiben mit Speisung aus Drehstromsteller.
Einspeisung für den Drehstromsteller: $U_{L1,L2,eff}$ = 400 V, Zündwinkel α_Z = 105°.

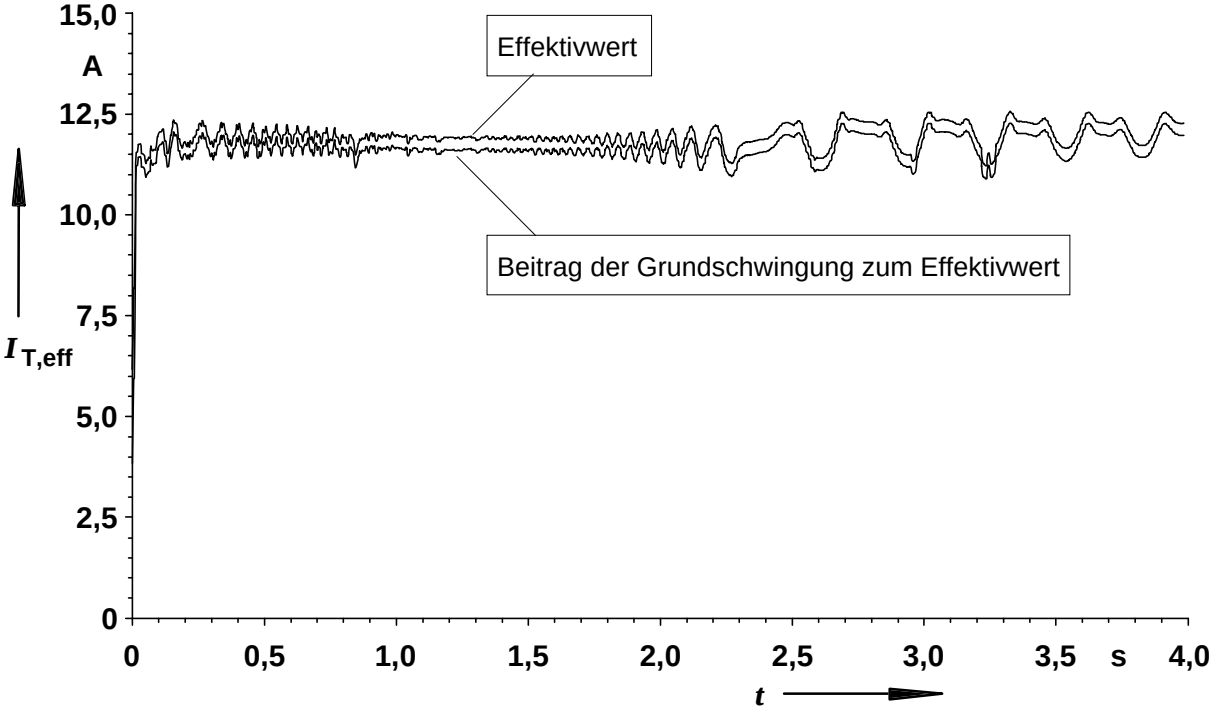


Bild 4.25b: Verlauf des Effektivwertes des Netzstromes, bzw. Stromes in Strang T der Asynchronmaschine, $I_{T,eff}$ beim Hängenbleiben mit Stromrichterspeisung.
Einspeisung für den Drehstromsteller: $U_{L1,L2,eff}$ = 400 V, Zündwinkel α_Z = 105°.

5. Resultate und Vergleich mit Messungen für Strom- und Spannungszeitverläufe an einem drehstromstellergespeisten 5 kW-Käfigläufermotor im Leerlauf und im Stillstand

Um die Richtigkeit des um die Berücksichtigung von Vorschaltnetzwerken erweiterten FD-Rechenverfahrens zu belegen, werden Rechnungen an einer drehstromstellergespeisten 5 kW-Maschine durchgeführt, zu der zahlreiche Messungen vorliegen. Im folgenden werden die Ergebnisse für Rechnungen mit konstantem Schlupf im Leerlauf (s = 0,013) und im Stillstand (s = 1) präsentiert und mit zugehörigen Messungen verglichen. Es zeigt sich eine befriedigende Übereinstimmung mit der Messung, wobei insbesondere der bei niedriger Aussteuerung des Drehstromstellers erkennbare Einfluß des Überspannungsschutzes deutlich wird.

Bild 5.1 zeigt den Stromlaufplan des Leistungsteils des verwendeten Drehstromstellers gemäß [26] und der Ständerwicklung der Asynchronmaschine. Diese ist im Stern geschaltet, wobei alle Spulengruppen eines Stranges in Serie liegen. Jeder Strang des Laststromkreises ist über ein antiparalleles Thyristorpaar mit dem zugehörigen Außenleiter des Drehstromsystems verbunden.

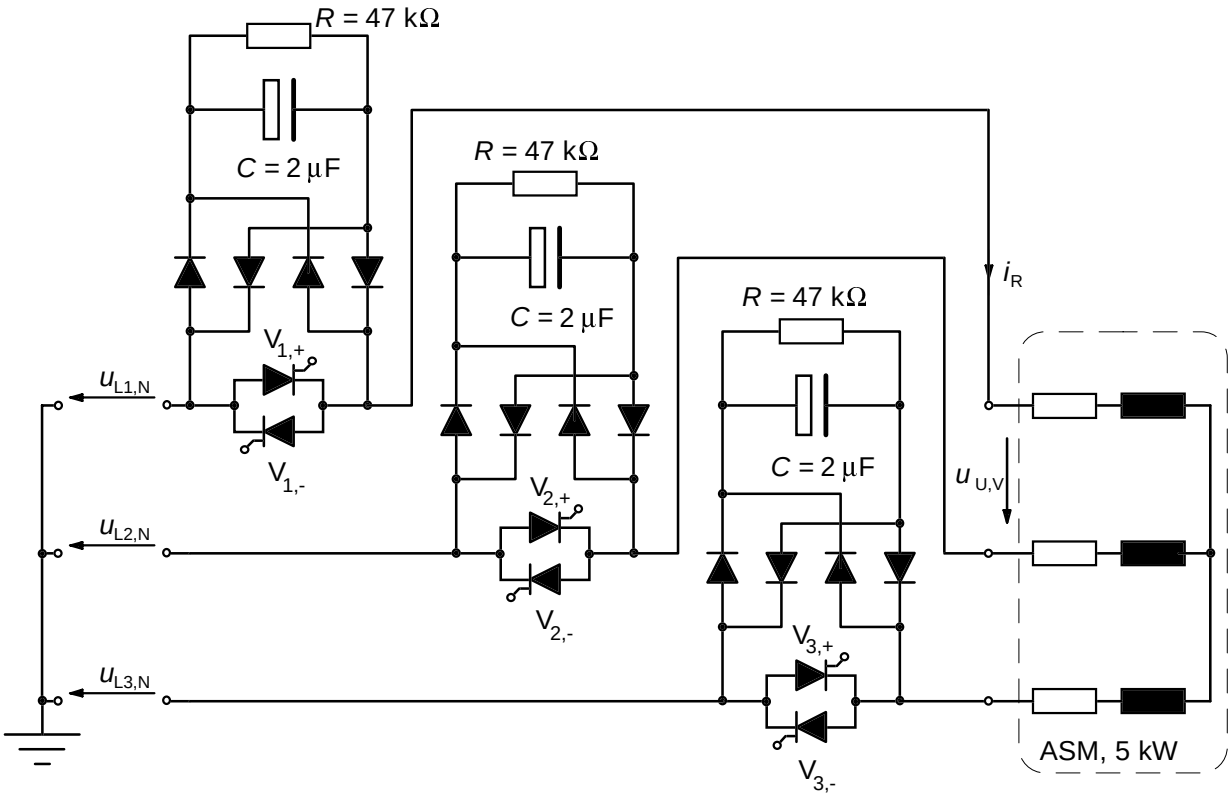


Bild 5.1: Drehstromsteller mit Überspannungsschutz (ähnlich wie in [60]) und leerlaufender Asynchronmaschine als Last (Maschine 2: P_N = 5 kW, 2 p = 8, n_N = 730 min^{-1}, y / τ_p = 5/6, Z_1/Z_2 = 48/38, U_N = 760 V (bei Dreieckserienschaltung), Blechdurchmesser, außen: 260 mm.)

Die Thyristoren werden zyklisch in der Reihenfolge $V_{1,+}$, $V_{3,-}$, $V_{2,+}$, $V_{1,-}$, $V_{3,+}$, $V_{2,-}$ jeweils um den Zündwinkel α_z gegenüber dem zugehörigen Nulldurchgang der entsprechenden Leiter-Erdspannung verschoben eingeschaltet [57, 58]. Parallel zu jedem Thyristorpaar liegt jeweils ein kapazitiver Überspannungsschutz, der aus einer mit einem *RC*-Parallelglied (R = 47 kΩ, C = 2 µF) belasteten Gleichrichterbrücke besteht [26]. Die Dioden werden für die Berechnung vereinfachend als ideal ab einer Schwellenspannung U_S zwischen einem Sperrleitwert und einem Durchlaßwiderstand umschaltende Elemente betrachtet. Der leerlaufende Asynchronmotor stellt im wesentlichen eine ohmsch-induktive Last dar.

Für die Finite-Differenzen-Feldberechnung wird der für die Rechnung erforderliche halbe Maschinenquerschnitt mit einem relativ engmaschigen Gitter überzogen. Die azimutale Gitterweite beträgt zwischen 0,4° und 0,58° geometrisch. Die in [1] empfohlene Mindestgitterweite von ca. 1° elektrisch wird aufgrund der hohen Polzahl im Rechengebiet mit Rücksichtnahme auf die Knoten- bzw. Gleichungszahl nicht eingehalten. Die radiale Gitterweite beträgt im Luftspalt ca. 0,14 mm. Insgesamt ergibt sich eine Diskretisierung mit ca. 11 600 Knoten bzw. 10 500 Feldgleichungen.

Die Bilder 5.2 bis 5.5 zeigen die gemessenen und berechneten zeitlichen Verläufe des Strangstromes und der verketteten Spannung am Motor im Leerlauf und im Stillstand. Die qualitative Übereinstimmung zwischen Rechnungen und Messungen ist deutlich erkennbar. So ist z. B. im Leerlauf das erste Strommaximum einer Halbwelle sowohl in der Rechnung, als auch in der Messung deutlich größer als das zweite. Auch der zugegebenermaßen praktisch unbedeutende zusätzliche Stromimpuls in der Austastlücke tritt in den berechneten Verläufen des Laststromes für den Leerlauf als auch für den Stillstand auf. Rechnet man ohne die Gleichrichter und *RC*-Schutzbeschaltung der Thyristoren, verschwindet der Strom in der Austastlücke exakt, und die Strommaxima sind gleich groß. Die Schutzbeschaltung bewirkt offensichtlich, daß trotz sperrender Ventilgruppe über den Gleichrichter bei einer Sperrspannung, die größer als die Kondensatorspannung ist, ein gewisser Ladestrom über den gesperrten Strang fließen kann. Die quantitativen Abweichungen der gerechneten Stromverläufe von maximal -16% beim ersten Maximum gegenüber der Messung im Leerlauf rühren zum einen von Abweichungen bei der Bestimmung des Anschnittwinkels der Messung her. Zum anderen läßt die Rechnung aufgrund des Zeitschrittrasters von 133,3 µs nur eine Vorgabe mit begrenzter Genauigkeit zu.

Die zeitlichen Verläufe der verketteten Spannung stimmen gut überein. Die Anordnung der Extremwerte innerhalb einer Halbwelle, im Leerlauf gegeben durch den ersten Anschnitt der Spannung, das lokale Maximum der Kuppe und den folgenden Anschnitt der Spannung, ist in Rechnung und Messung identisch. Im Stillstand wird der Spannungsimpuls in der Mitte der Halbwelle in Höhe und Dauer richtig bestimmt.

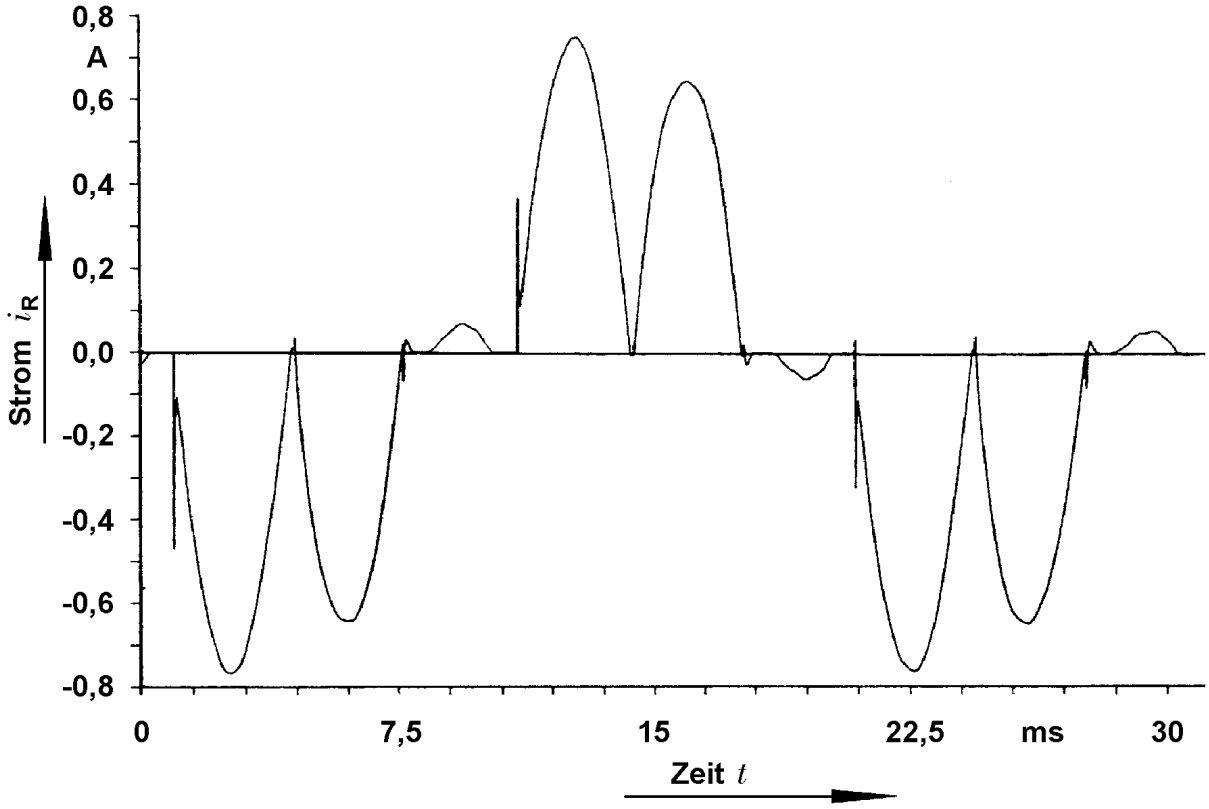


Bild 5.2a: Messung des zeitlichen Verlaufes des Strangstromes bei Speisung von Maschine 2 aus dem Drehstromsteller im Leerlauf (s = 0,013), Y-Serienschaltung.

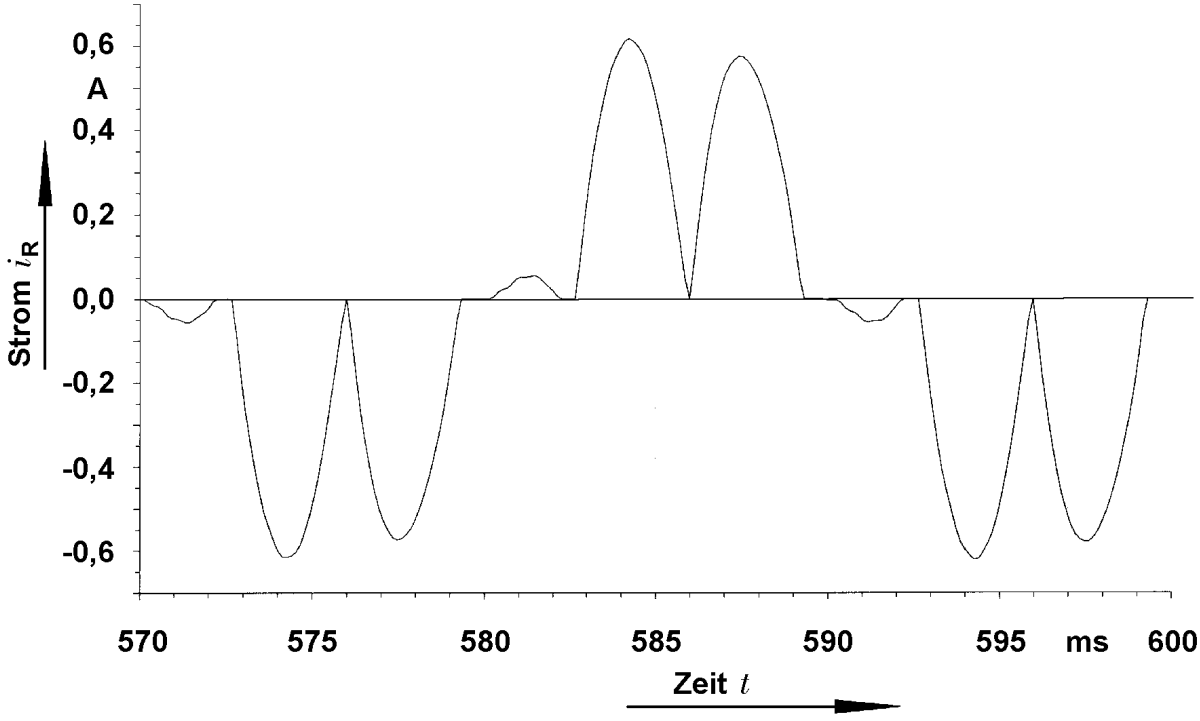


Bild 5.2b: Rechnung zu Bild 5.2a. Vorgaben: s = konst. = 0,013, Zündwinkel α_Z = 109°, Speisung des Drehstromstellers mit $U_{L1,L2,eff}$ = 407 V. h = 133,3 µs, θ = 0,167.

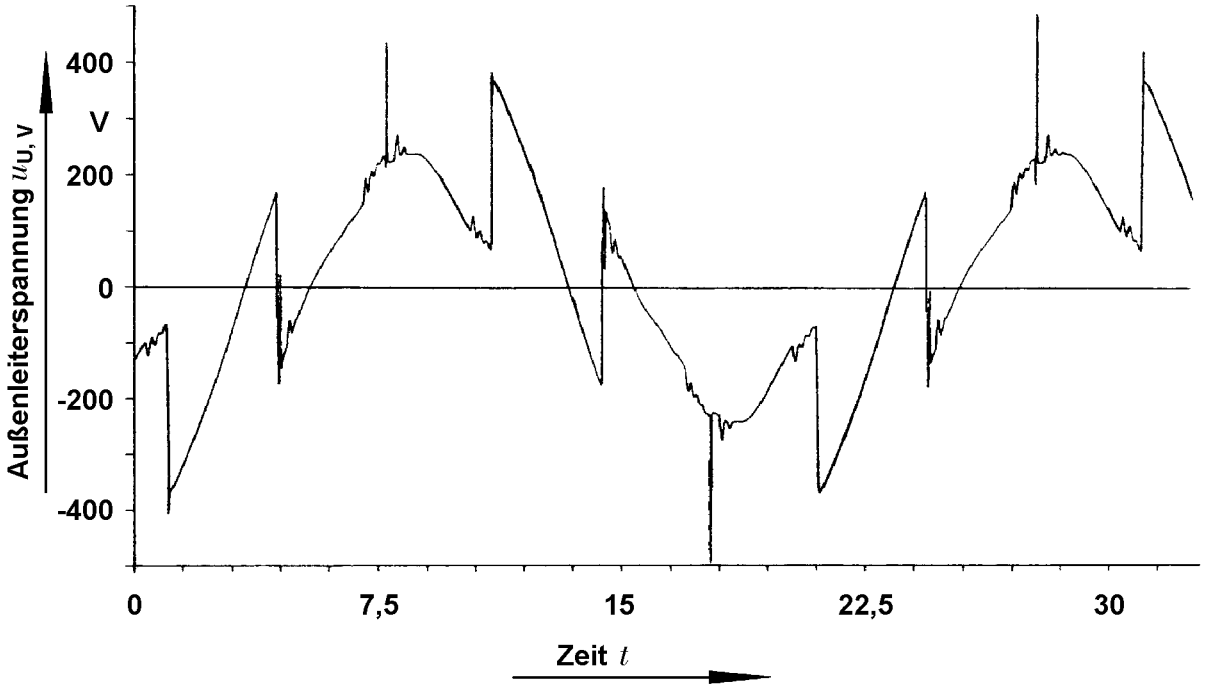


Bild 5.3a: Messung des zeitlichen Verlaufes der Klemmenspannung an Maschine 2 bei Speisung aus dem Drehstromsteller im Leerlauf (s = 0,013), Y-Serienschaltung.

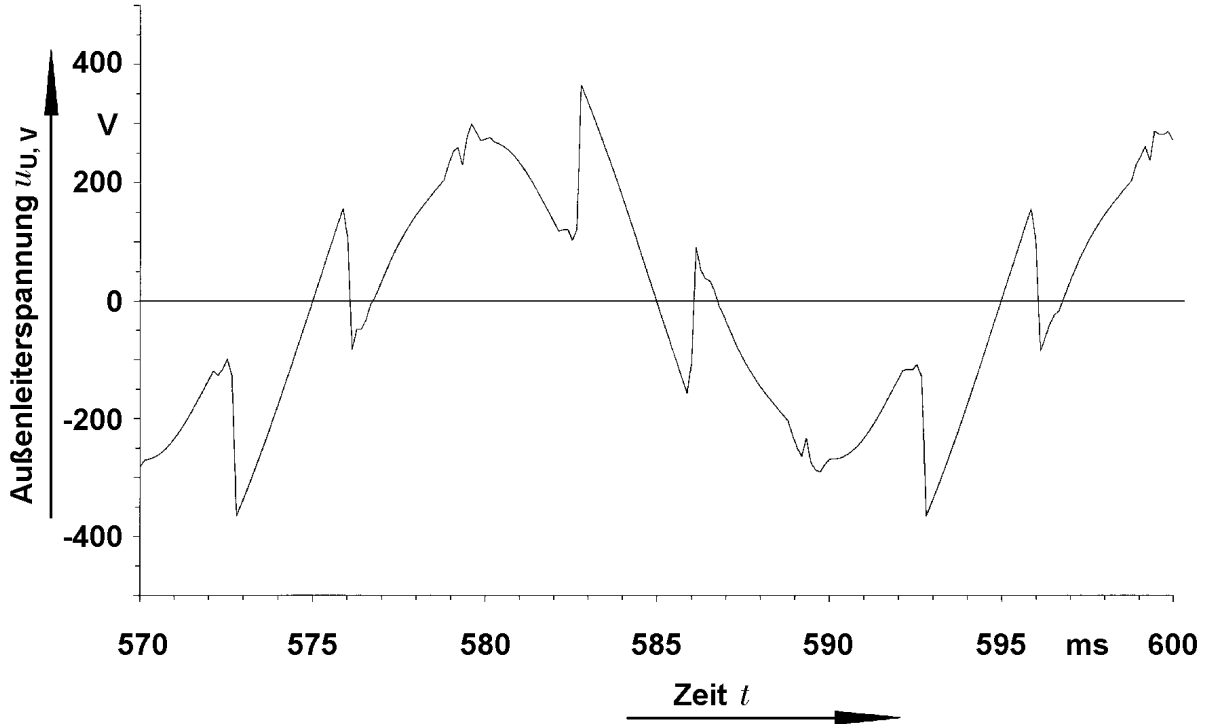


Bild 5.3b: Rechnung zu Bild 5.3a. Vorgaben: s = konst. = 0,013, Zündwinkel α_Z = 109°, Speisung des Drehstromstellers mit $U_{L1,L2,eff}$ = 407 V. h = 133,3 µs, θ = 0,167.

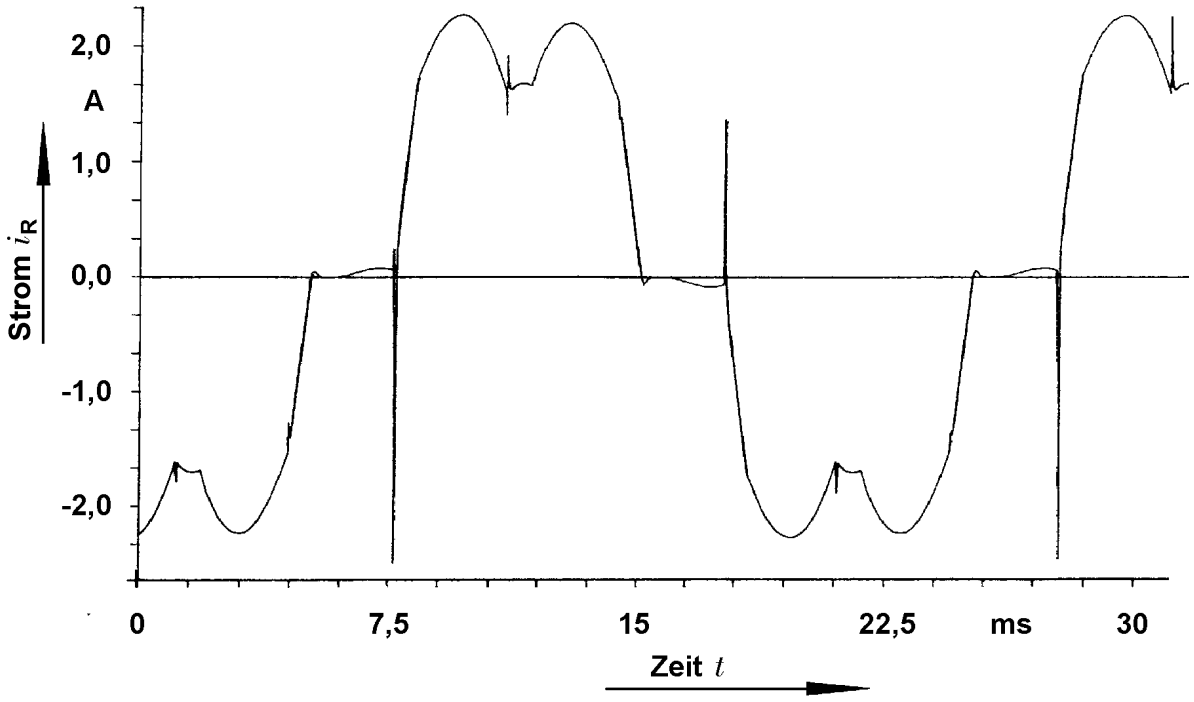


Bild 5.4a: Messung des zeitlichen Verlaufes des Strangstromes bei Speisung von Maschine 2 aus dem Drehstromsteller im Stillstand (s = 1), Y-Serienschaltung.

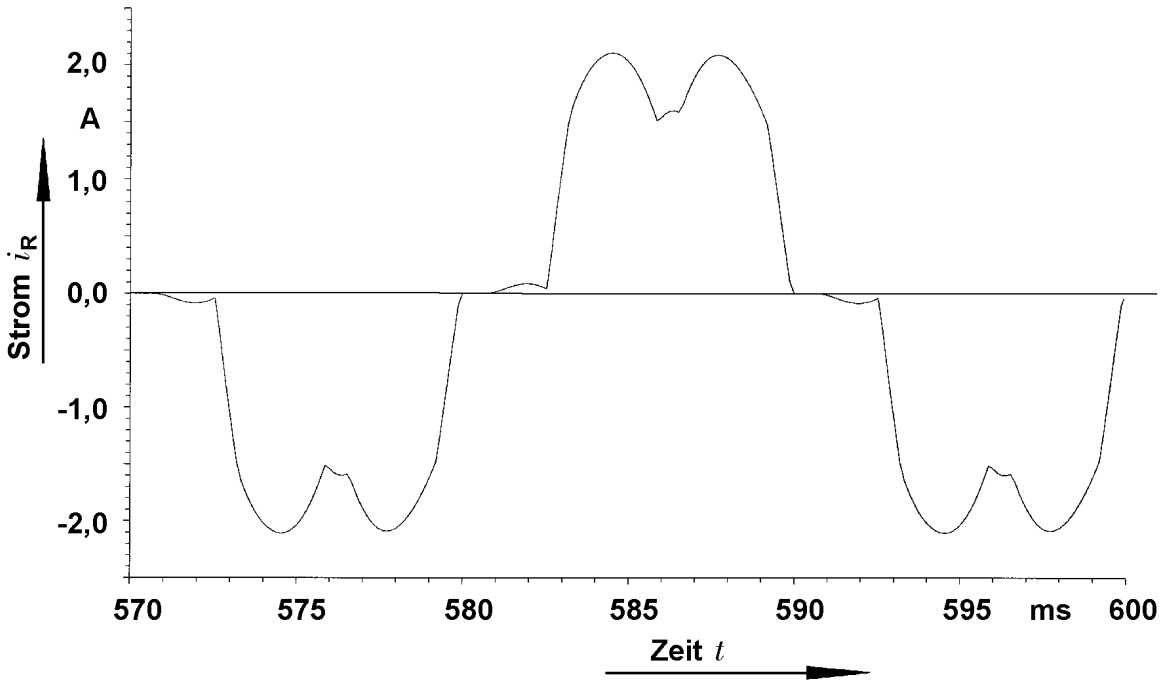


Bild 5.4b: Rechnung zu Bild 5.4a. Vorgaben: s = konst. = 1, Zündwinkel α_Z = 106°, Speisung des Drehstromstellers mit $U_{L1,L2,eff}$ = 407 V. h = 133,3 µs, θ = 0,167.

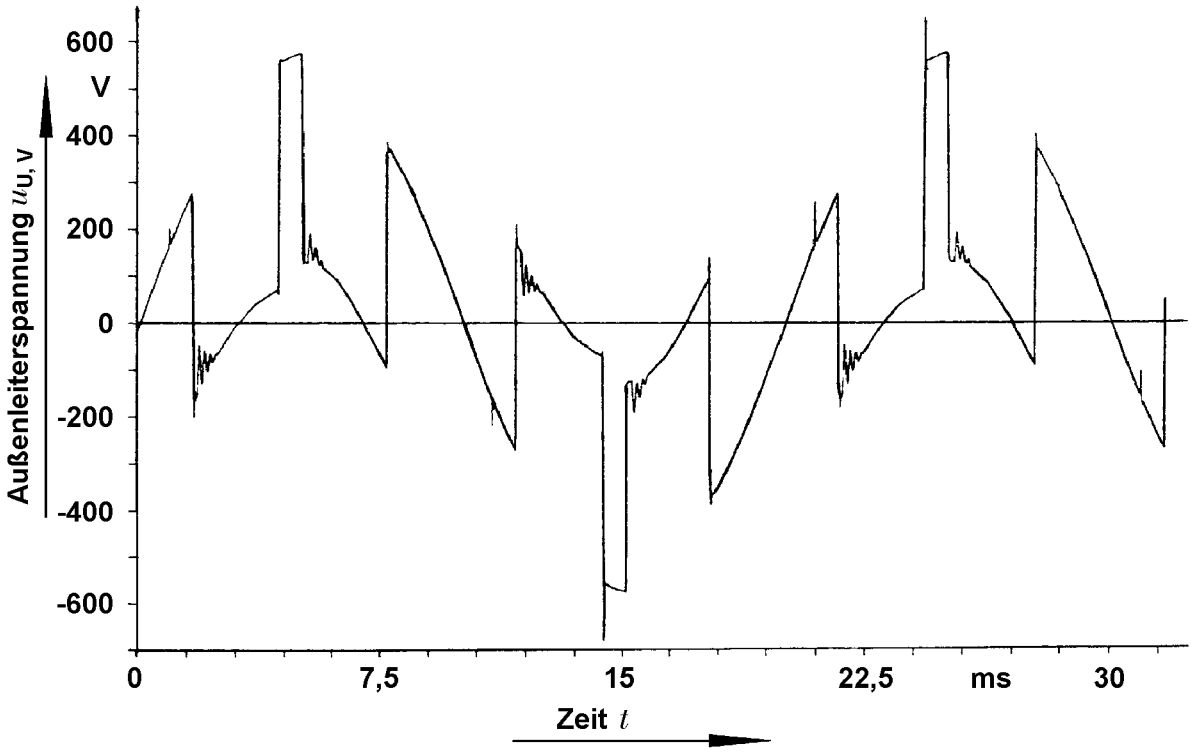


Bild 5.5a: Messung des zeitlichen Verlaufes der Klemmenspannung an Maschine 2 bei Speisung aus dem Drehstromsteller im Stillstand (s = 1), Y-Serienschaltung.

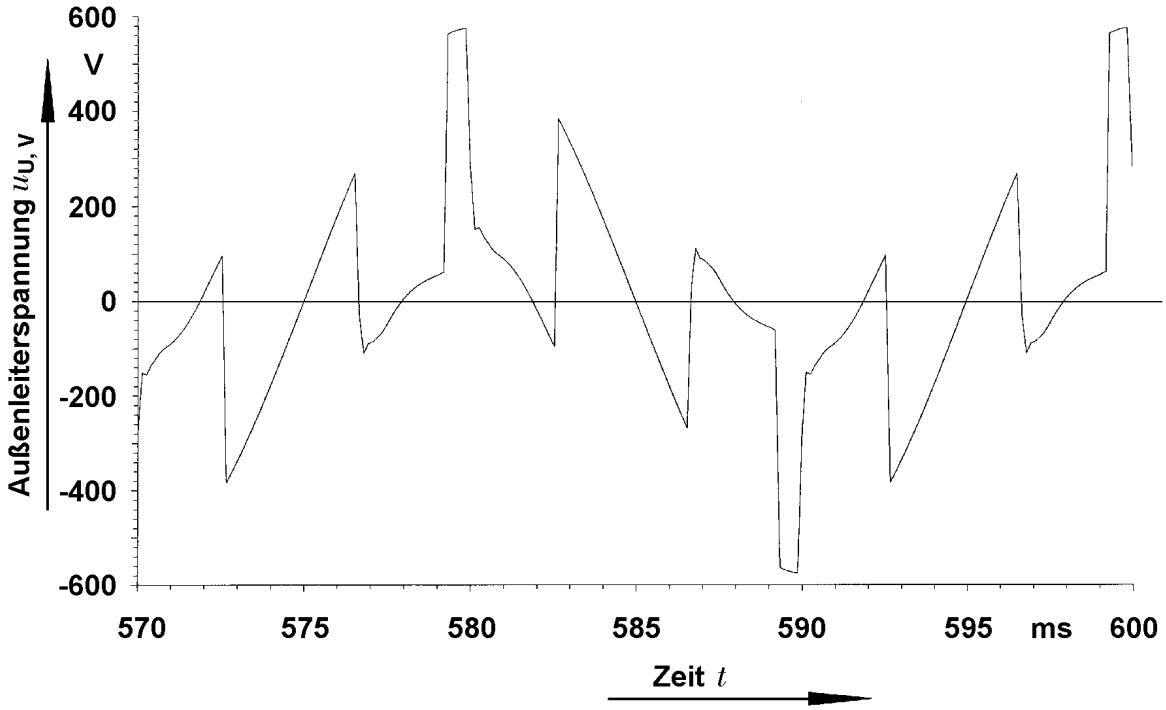


Bild 5.5b: Rechnung zu Bild 5.5a. Vorgaben: s = konst. = 1, Zündwinkel α_Z = 106°, Speisung des Drehstromstellers mit $U_{L1,L2,eff}$ = 407 V. h = 133,3 µs, θ = 0,167.

6. Resonanzüberhöhung der Torsionsschwingungen des Mehrmassenantriebes durch synchrone Pendelmomente bei sinusförmiger Klemmenspannung

Parasitäre synchrone Momente in Asynchronmaschinen sind nicht nur wegen der durch sie gegebenen Anlauf- oder Hochlaufgefährdung unerwünscht. Da sie bei allen anderen als der jeweiligen synchronen Drehzahl als Pendelmomente mit drehzahlabhängiger Frequenz im zeitlichen Drehmomentverlauf enthalten sind, können durch sie Resonanzüberhöhungen in Wellenmomenten und Winkelpendelungen verursacht werden. Dadurch können Maschinenteile unzulässig hoch, d. h. oberhalb ihrer Dauerfestigkeitsgrenze bzw. mit erheblicher Einschränkung ihrer Zeitfestigkeit belastet werden, was eine starke Beeinträchtigung ihrer Lebensdauer bedeutet. Resonanzen treten bei den Drehzahlen auf, bei denen die Frequenz eines Pendelmomentes mit einer Eigenfrequenz des mechanischen Aufbaus zusammenfällt, deren zugehörige Eigenbewegung durch den Motor anregbar ist. Sie können u. a. beim Hochlauf des Maschinensatzes durchfahren werden.
Im folgenden werden im wesentlichen einige Messungen und Berechnungen des von einer Drehmomentmeßwelle im Wellenstrang aufgezeichneten Drehmomentes dargestellt. Es zeigt sich, daß insbesondere die richtige rechnerische Nachbildung der Dämpfung mit großen Schwierigkeiten verbunden ist und überhaupt erst über Rückrechnungen möglich ist.

6.1 Beschreibung des Maschinensatzes mit Drehmomentmeßwelle

Der untersuchte Maschinensatz ist in Bild 6.1 schematisch dargestellt. Der Asynchronmotor (Maschine 1: P_N = 11 kW, y/τ_p = 9/9) treibt über eine Drehmomentmeßwelle mit 500 Nm Bemessungsmoment eine leerlaufende Gleichstrommaschine an. Das hohe Bemessungsmoment garantiert einen sicheren, überlastungsfreien Betrieb der Meßwelle auch bei weit überhöhten Resonanzamplituden. Um Verzerrungen des angezeigten zeitlichen Drehmomentverlaufes infolge von Kupplungsspiel und daraus resultierenden Prellvorgängen zu vermeiden, werden statt der üblicherweise zur Ankupplung der Drehmomentmeßwelle vorgesehenen Bogenzahnkupplungen starre Flansche verwendet. Die Ausrichtung des Maschinensatzes erfolgt dabei derart, daß zunächst die Verschraubung der Meßwellenflansche mit den Flanschen auf den Wellenenden der Maschinen erfolgt, bevor anschließend die Maschinen auf dem Fundament fixiert werden. Diese Praxis ist wegen der gleichen Wellenhöhe von Gleichstrommaschine und Asynchronmotor gangbar und begünstigt eine koaxiale Lage aller beteiligten Wellen. Das Gehäuse der Meßwelle wird lose mit dem Fundament verbunden, um es gegen Mitdrehen zu sichern.

Die Trägheitsmomente der Wellenflansche sind im Vergleich zu den Rotorträgheitsmomenten nicht vernachlässigbar. Ebenso können die Wellenstücke zwischen den Flanschen und den Rotoren nicht als starr angesehen werden und müssen mit ihrer Torsionssteifigkeit berücksichtigt werden. Die Anordnung ist somit als Viermassenschwinger zu beschreiben.
Die elastische Kupplung der Tachomaschine mit dem freien Wellenende der Asynchronmaschine ist für das dynamische Hochlaufverhalten wegen der um Größenordnungen unterschiedlichen Trägheitsmomente von Tachomaschine und Asynchronmotor ohne Belang. Sie wirkt sich aber auf die Drehzahlmessung in Form einer zusätzlichen Resonanz aus, weswegen sie in Bild 6.1 aufgeführt ist.

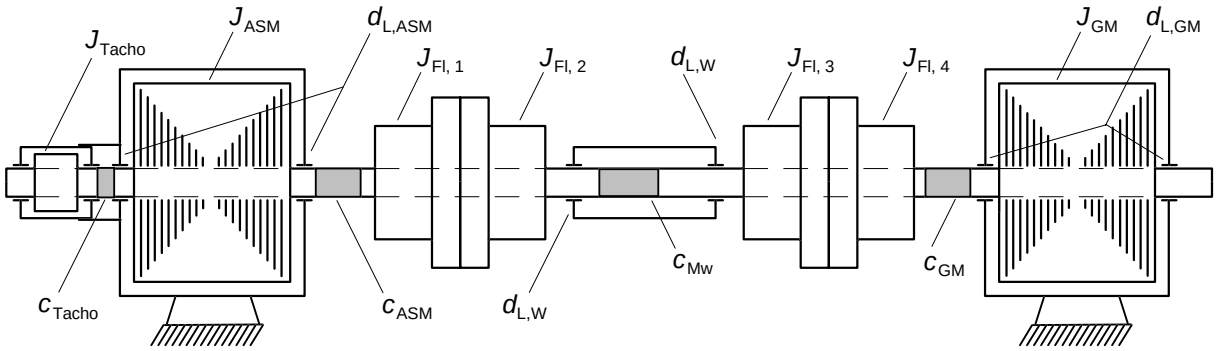


Bild 6.1: Schematischer Aufbau des untersuchten Maschinensatzes mit Drehmomentmeßwelle.

Die Trägheitsmomente der Kupplungsflansche lassen sich aus den Abmessungen und den Materialdaten mit hinreichender Genauigkeit durch Zerlegung der betrachteten Körper in Voll- und Hohlzylinder, bzw. Kreisringe und Punktmassen nach folgenden Gleichungen bestimmen:

$J = m \cdot r^2$ für eine Punktmasse oder einen Kreisring
($r \mathrel{\hat{=}}$ Abstand der Masse von der Rotationsachse),

$J \approx 2\pi \cdot A_q \cdot \rho \cdot r^3$ für einen Kreisring mit dem mittleren Radius r
($A_q \mathrel{\hat{=}}$ Flächeninhalt des Ringquerschnittes),

$J = \frac{m}{2} \cdot \left(r_a{}^2 + r_i^2\right) = \frac{\pi}{2} \cdot \rho \cdot l \cdot \left(r_a{}^4 - r_i^4\right)$ für einen Hohlzylinder der Masse m, bzw. Dichte ρ
($r_a \mathrel{\hat{=}}$ Außenradius, $r_i \mathrel{\hat{=}}$ Innenradius des Hohlzylinders , $r_i = 0$: Vollzylinder).

(6.1)

Mit einer Dichte von Stahl von ca. $\rho = 7800 \ \frac{kg}{m^3}$ und den Abmessungen der Maschinenteile erhält man mit (6.1) die in der Tabelle 6.1 angegeben Werte für $J_{Fl,1}$ bis $J_{Fl,4}$. Da die

Flansche verschraubt sind, ist die Summe ihrer Trägheitsmomente angegeben, wobei der dritte Beitrag die Verschraubung betrifft. Für den Rotor der Asynchronmaschine wurde J_{ASM} aus [47] bzw. [55] gerundet übernommen. Das Trägheitsmoment der Gleichstrommaschine folgt aus Herstellerangaben. J_{Tacho} wurde experimentell aus der Abrollzeit des Rotors an einer schiefen Ebene und rechnerisch bestimmt.

Zum Vergleich sind die im Rahmen von [55] berechneten Werte in der zweiten Zeile der Tabelle angegeben. Die geringfügigen Abweichungen sind neben den Meßtoleranzen u. a. auch darauf zurückzuführen, daß in [55] die Trägheitsmomente der Wellenstücke zwischen den Rotoren und Kupplungsflanschen jeweils zur Hälfte den Kupplungs- und Rotorschwungmassen zugeschlagen wurden, während sie hier vernachlässigt werden.

	$\frac{J_{Tacho}}{kgm^2}$	$\frac{J_{ASM}}{kgm^2}$	$\frac{J_{Fl,1} + J_{Fl,2}}{kgm^2}$	$\frac{J_{Fl,3} + J_{Fl,4}}{kgm^2}$	$\frac{J_{GM}}{kgm^2}$
a) hier	0,00013	0,05	0,01573 + 0,01294 + 0,00147 = 0,03014	0,01294 + 0,01247 + 0,00147 = 0,02688	0,05
b) in [55]	-	0,05046	0,03049	0,02677	0,05017

Tab. 6.1: Trägheitsmomente der Massenelemente des Maschinensatzes, im Rahmen der vorliegenden Arbeit verwendet (a) sowie in [55] angegeben (b).

Die Drehfedersteifigkeiten für die vollzylindrischen Wellenstücke lassen sich durch eine ähnlich einfache Rechnung bestimmen:

$$c = \frac{\pi}{2} \cdot r^4 \cdot \frac{G_{mec}}{l} = \frac{\pi}{2} \cdot r^4 \cdot \frac{E_{mec}}{2 \cdot (1 + \nu_{mec})} \cdot \frac{1}{l} \quad . \tag{6.2}$$

Der Schubmodul G_{mec} ergibt sich hierbei aus dem Elastizitätsmodul E_{mec} von ca. 210 kN/mm^2 und der Poissonschen Querkontraktionszahl ν_{mec} von ca. 0,28 [37] zu $G \approx 82\ \mathrm{kN/mm^2}$.

Sind mehrere Teilstücke mit unterschiedlichen Radien und Längen in einem Wellenstück zu berücksichtigen, so wird aus der Reihenschaltung der einzelnen Teilfedern näherungsweise die resultierende Drehfederkonstante bestimmt. Ihr Kehrwert ist gleich der Summe der Kehrwerte der einzelnen Teildrehfedersteifigkeiten.

In Tabelle 6.2 sind neben den berechneten Drehfedersteifigkeiten der Wellenenden von Asynchronmaschine und Gleichstrommaschine auch die Herstellerangaben für die Kupplung der Tachomaschine und die Drehmomentmeßwelle aufgeführt, wobei für die letztere ein Verdrehwinkel von 0,88° bei Belastung mit dem Bemessungsmoment von 500 Nm angeführt wird, woraus sich c_{Mw} berechnen läßt. Die Abweichungen zu den in [55] angegebenen Werten sind auf Meß- und Rundungsungenauigkeiten zurückzuführen.

	c_{Tacho}	c_{ASM}	c_{Mw}	c_{GM}
a) hier	$1500\,\frac{Nm}{rad}$	$267\,\frac{kNm}{rad}$	$32{,}6\,\frac{kNm}{rad}$	$112\,\frac{kNm}{rad}$
b) in [55]	-	$282{,}336\,\frac{kNm}{rad}$	$32{,}554\,\frac{kNm}{rad}$	$112{,}57\,\frac{kNm}{rad}$

Tab. 6.2: Drehfedersteifigkeiten der Federelemente des Maschinensatzes, im Rahmen der vorliegenden Arbeit verwendete Werte (a) sowie in [55] angegebene Werte (b).

Die Lagerreibungsbeiwerte und Coulomb'schen Reibungsmomente können der Tabelle 6.3 entnommen werden. Die Angaben für die Maschine 1 wurden dabei aus [47] übernommen, wo sie aus einem Auslaufversuch ermittelt wurden. Für die Gleichstrommaschine wurde die Coulombreibung durch langsames Abziehen eines auf dem Kupplungsflansch aufgewikkelten Fadens über einen Kraftmesser bestimmt, wobei die Maschinen und die Meßwelle entkuppelt waren. Unter der Annahme einer Drehzahlunabhängigkeit dieses Wertes kann dann ein drehzahlproportionaler Reibungsanteil aus dem im Leerlauf über die Meßwelle übertragenen Drehmoment berechnet werden. Die Angaben für die Lagerung der Meßwelle in ihrem Gehäuse wurden aus [55] übernommen.

	$d_{L,ASM}$	$M_{C,ASM}$	$d_{L,W}$	$d_{L,GM}$	$M_{C,GM}$
a) hier	$0{,}005\ \frac{Nms}{rad}$	$0{,}184\ Nm$	$0{,}0014\ \frac{Nms}{rad}$	$0{,}0059\ \frac{Nms}{rad}$	$0{,}377\ Nm$
b) in [55]	$0{,}0059\ \frac{Nms}{rad}$	-	$0{,}0014\ \frac{Nms}{rad}$	$0{,}006\ \frac{Nms}{rad}$	-

Tab. 6.3: Lagerreibungsbeiwerte und Coulombreibungsmomente des Maschinensatzes, im Rahmen der vorliegenden Arbeit verwendete Werte (a) sowie in [55] angegebene Werte (b).

Die Untersuchungen in [55] anhand z. B. verschiedener Auslaufversuche zeigen, daß die Reibungswerte starken Schwankungen unterliegen, wobei u. a. auch die Temperatur eine Rolle spielt. Außerdem geht aus späteren Ausführungen im Rahmen der vorliegenden Arbeit hervor, daß der Einfluß der Lagerreibungen auf das Dämpfungsverhalten vernachlässigbar gering ist, insofern die Resonanzüberhöhung, die sich unter ihrer alleinigen Berücksichtigung ergibt, als bei weitem zu niedrig berechnet wird. Die Resonanzüberhöhung wird vielmehr durch andere, dominierende, aber noch schwieriger meßtechnisch zu erfassende Einflüsse begrenzt, worauf später eingegangen wird.

Mit den Parametern aus Tab. 6.1 bis 6.3 lassen sich durch Aufstellung aller Differential- und Strukturgleichungen, Laplacetransformation und Lösung eines allgemeinen Eigenwertproblems [61] die komplexen Eigenwerte $p_i = -\delta_i + j \cdot \omega_i$ und somit die Eigenfrequenzen und zugehörigen Dämpfungen berechnen. Von Interesse sind hierbei primär nicht Real- und Imaginärteil der Eigenwerte, sondern daraus abgeleitete Größen, so z. B. die Eigenkreisfrequenz $\omega_{0,i}$ bzw. Eigenfrequenz $f_{0,i}$ des ungedämpften Systems. Desweiteren interessiert das Lehr'sche Dämpfungsmaß D_i der zugehörigen Eigenbewegung, aus dem sich die Resonanzüberhöhung $V_{max,i}$ bestimmen läßt. Die Ergebnisse sind in Tab. 6.4 aufgeführt.

Das Dämpfungsmaß D_i ist gegeben durch [38]:

$$D_i = \frac{\delta_i}{\omega_{0,i}} = \frac{\delta_i}{\sqrt{\delta_i^2 + \omega_i^2}} \quad (\approx \frac{\delta_i}{\omega_i} \quad , \text{ wenn } \delta_i << \omega_i) \quad . \tag{6.3}$$

Die Resonanzüberhöhung beträgt damit [38]:

$$V_{max,i} = \frac{1}{2 \cdot D_i \cdot \sqrt{1 - D_i^2}} \quad (\approx \frac{1}{2 \cdot D_i} \quad , \text{ wenn } D_i << 1) \quad . \tag{6.4}$$

Man erkennt sofort, daß die berechneten Resonanzüberhöhungen unrealistisch hoch, d. h. die Dämpfungsmaße viel zu niedrig berechnet werden. Die ersten beiden Eigenfrequenzen werden jedoch, wie der nachfolgende Vergleich mit Messungen zeigt, relativ genau erfaßt.

	i = 1	i = 2	i = 3
Eigenfrequenz $f_{0,i}$	133,1 Hz	427,4 Hz	616,2 Hz
Dämpfungsmaß D_i	$5{,}64 \cdot 10^{-5}$	$1{,}31 \cdot 10^{-5}$	$8{,}31 \cdot 10^{-6}$
Resonanzüberhöhung $V_{max,i}$	$8{,}87 \cdot 10^{3}$	$3{,}82 \cdot 10^{4}$	$6{,}01 \cdot 10^{4}$

Tab. 6.4: Berechnete Eigenfrequenzen, Dämpfungen und Resonanzüberhöhungen aus den in Tab.6.1 bis Tab. 6.3 angegebenen Parametern, ohne Tachomaschine.

6.2 Meßergebnisse von Hochlaufversuchen

Läßt man den Maschinensatz bei Speisung mit sinusförmiger Spannung von Null bis zur Leerlaufdrehzahl hochfahren, so durchläuft die Frequenz des Pendelmomentes der Ordnung b = -1 den Bereich von 0 Hz bis 600 Hz. Der vorangegangenen Rechnung zufolge sollten also bei 133 Hz und 427 Hz, d. h. bei Drehzahlen von ca. 500 min^{-1} und 1130 min^{-1}, Resonanzmaxima angeregt werden.

Bild 6.2 zeigt den Drehzahl-Zeitverlauf eines Hochlaufes bei Speisung mit U_{verk} = 270 V_{eff}. Die im Drehmomentverlauf erwarteten Resonanzerscheinungen spiegeln sich nur sehr schwach in $n(t)$ wieder. Die stärksten Drehpendelungen treten bei ca. 1370 min^{-1} mit einer anregenden Frequenz von etwa 540 Hz auf. Es handelt sich hier jedoch um einen reinen Effekt der Meßanordnung. Der Rotor der Tachomaschine bildet mit der Federkupplung einen Schwinger mit dieser Eigenfrequenz, der wegen des um ein Vielfaches größeren Trägheitsmomentes der Asynchronmaschine quasi als abgekoppelt vom Restsystem betrachtet werden kann und keine nachweisbaren Pendelmomente in der Meßwelle bewirkt.

Der zu Bild 6.2 gehörige Drehmoment-Zeitverlauf weist nur sehr schwache Resonanzüberhöhungen auf. Es zeigt sich jedoch, daß die gemessene Resonanzüberhöhung sehr stark abhängig ist von der Dauer eines vorherigen Leerlaufes des Maschinensatzes, wie die Bilder 6.4 und 6.5 veranschaulichen.

Die Ausschnittvergrößerungen aus Bild 6.5 (Bilder 6.6a und 6.6b) zeigen im wesentlichen einen sinusförmigen Verlauf des durch die Meßwelle aufgezeichneten Pendelmomentes. In Bild 6.6a sind aber auch geringfügige Verzerrungen des Verlaufes im Bereich der Maxima zu erkennen.

Die Schwebung bzw. das An- und Abschwellen der Amplitude nach dem Überschreiten der ersten Resonanzfrequenz läßt sich als Überlagerung der ausklingenden Eigenschwingung mit dem anregenden elektrisch erzeugten Moment, dessen Frequenz stetig zunimmt, interpretieren.

Die Abweichungen der Resonanzfrequenzen zu den zuvor berechneten Werten sind minimal. Sie betragen 0,8% für die erste Resonanz und 1,6% für die zweite. Anzumerken ist hierbei, daß die beobachtete Dämpfung die Resonanzfrequenzen senken sollte und sich eine gewisse Ungenauigkeit bei der Frequenzbestimmung aus dem zeitlichen Anstieg der Frequenz ergibt.

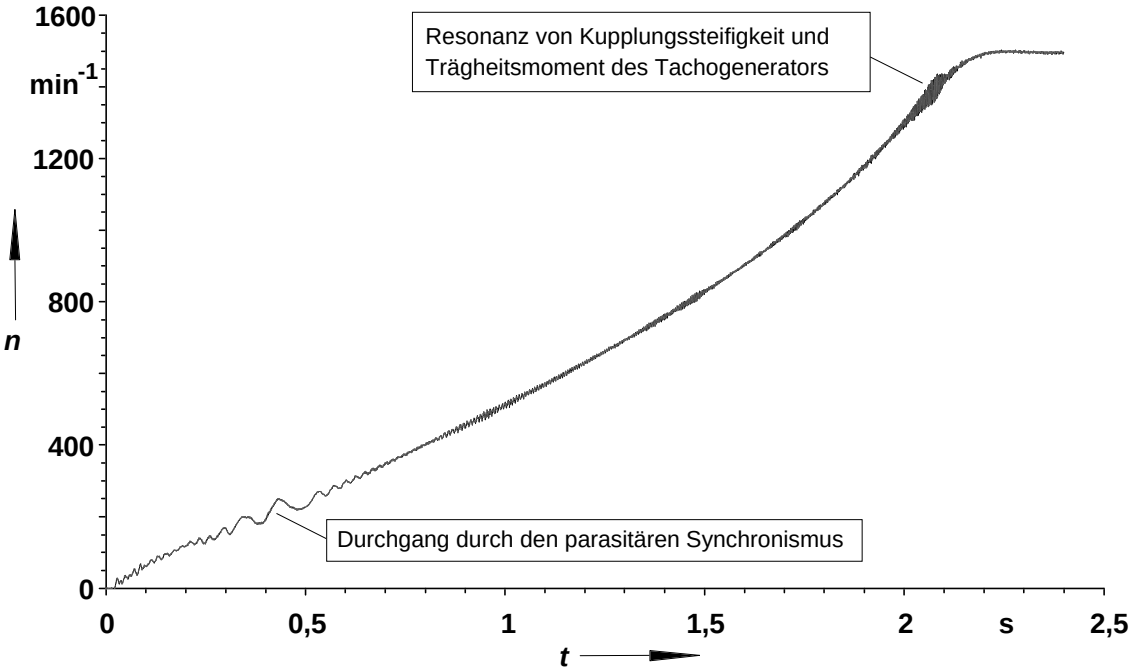


Bild 6.2: Gemessener Drehzahl-Zeitverlauf bei Speisung des Asynchronmotors mit sinusförmiger Spannung U_{verk} = 270 V_{eff}. Gleichstrommaschine nicht erregt, Bürsten vom Kommutator nicht abgehoben. Keine Leerlaufzeit vor Beginn der Messung.

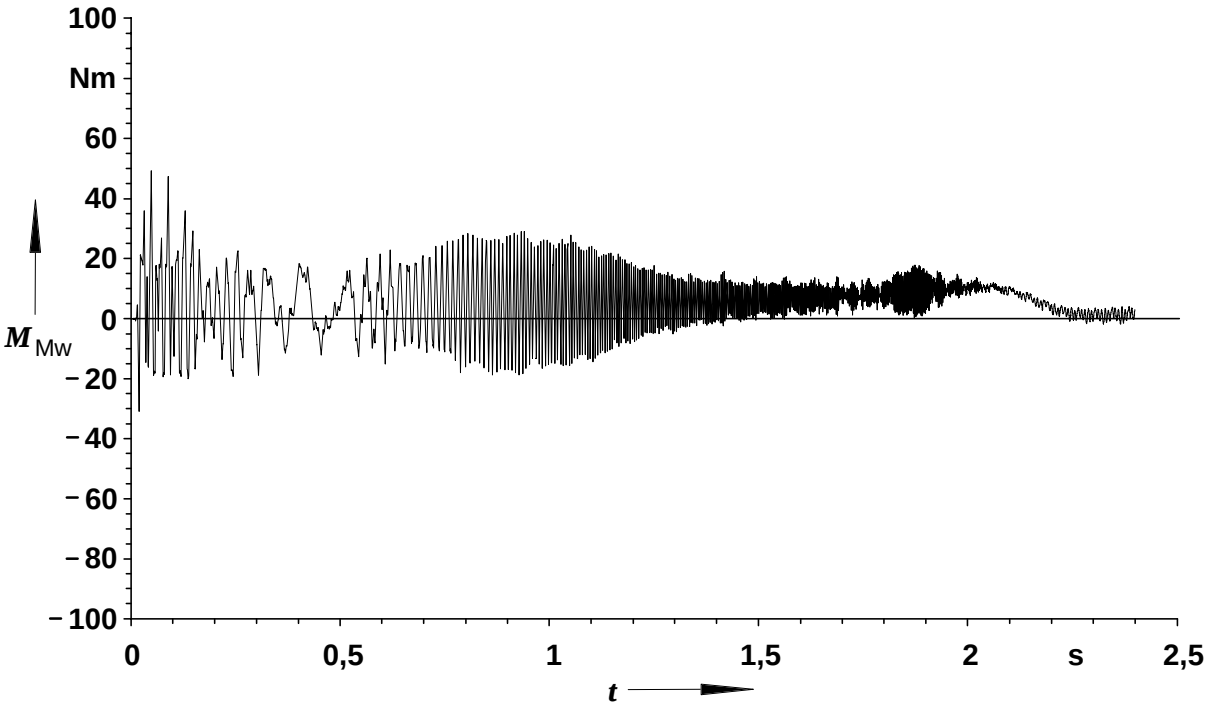


Bild 6.3: Gemessener Drehmoment-Zeitverlauf bei Speisung des Asynchronmotors mit sinusförmiger Spannung U_{verk} = 270 V_{eff}. Gleichstrommaschine nicht erregt, Bürsten vom Kommutator nicht abgehoben. Keine Leerlaufzeit vor Beginn der Messung.

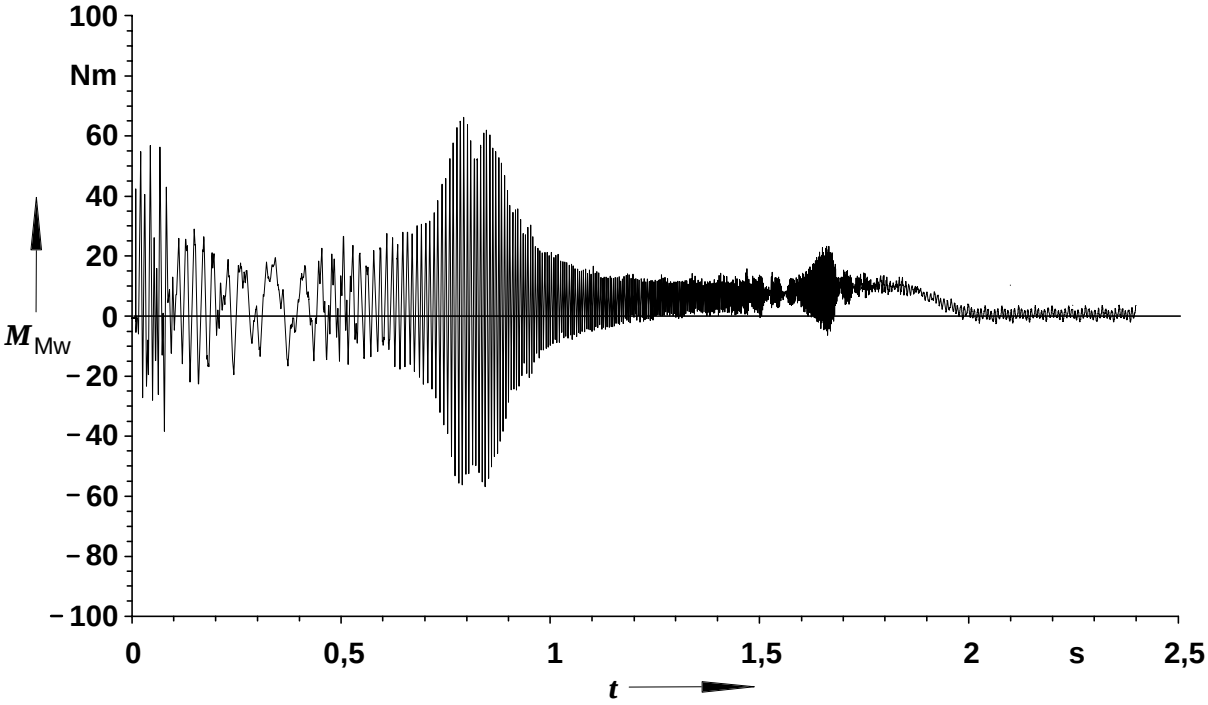


Bild 6.4: Gemessener Drehmoment-Zeitverlauf bei Speisung des Asynchronmotors mit sinusförmiger Spannung U_{verk} = 270 V_{eff}. Gleichstrommaschine nicht erregt, Bürsten vom Kommutator nicht abgehoben. Einstündiger Leerlaufbetrieb vor Beginn der Messung.

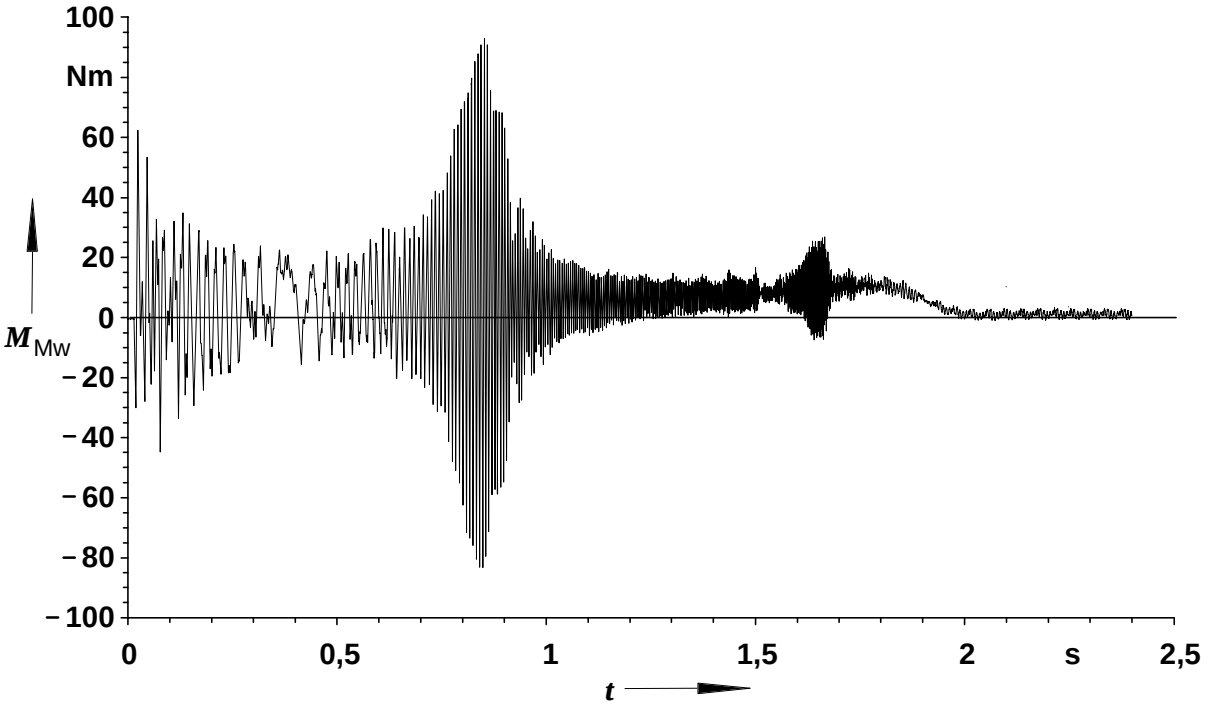


Bild 6.5: Wie Bild 6.4, jedoch vierstündiger Leerlaufbetrieb vor Beginn der Messung.

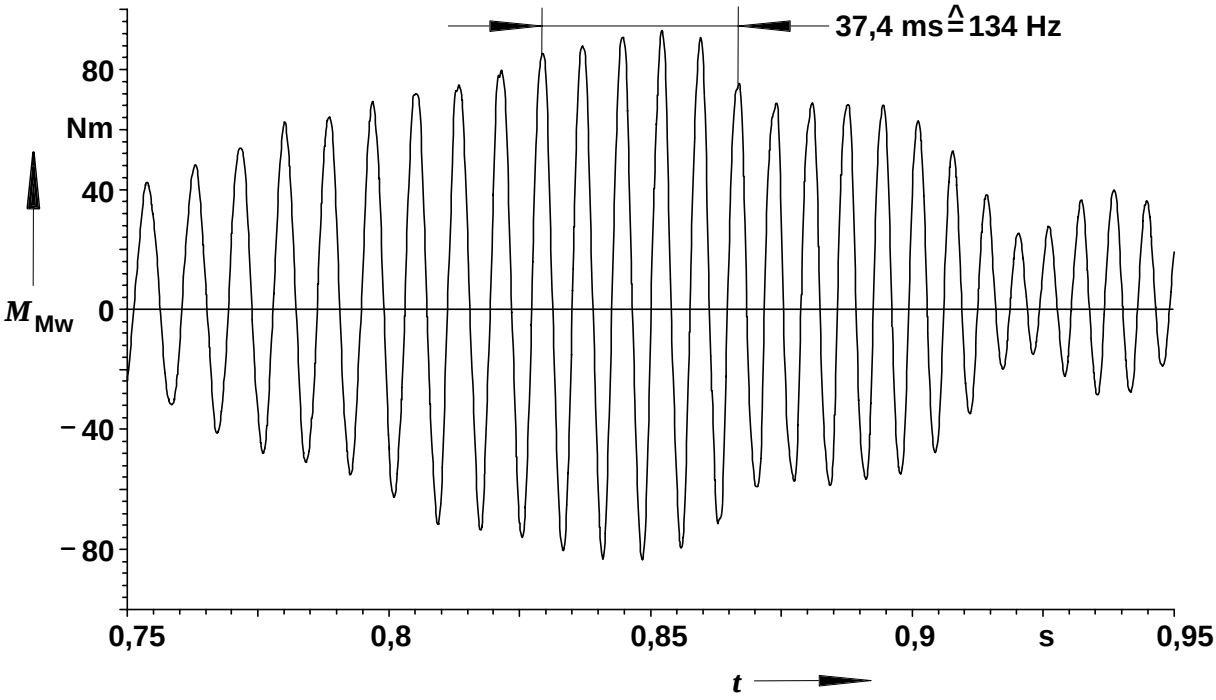


Bild 6.6a: Erstes Resonanzmaximum im Drehmomentverlauf nach Bild 6.5. Die Frequenz beträgt ca. 134 Hz, die Resonanzüberhöhung 5,15.

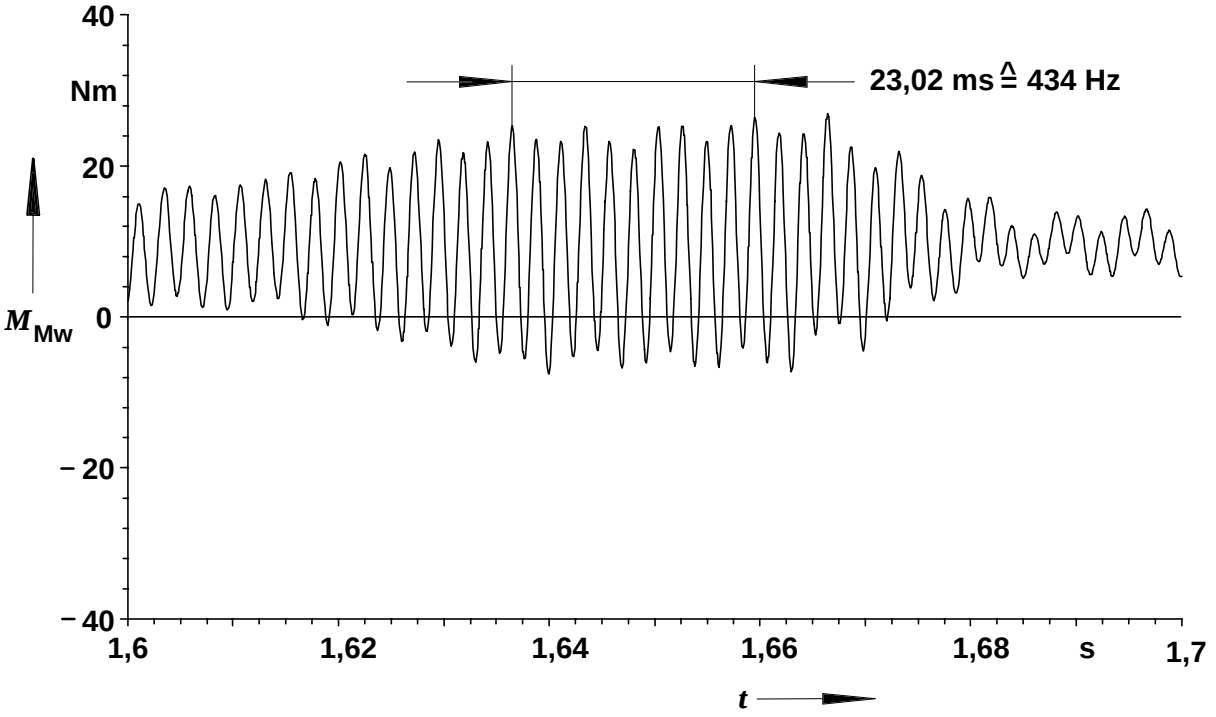


Bild 6.6b: Zweites Resonanzmaximum im Drehmomentverlauf nach Bild 6.5. Die Frequenz beträgt ca. 434 Hz.

Eine weitere Steigerung der Resonanzüberhöhung erzielt man durch Betrieb mit einer reduzierten Spannung von in diesem Fall U_{verk} = 180 V_{eff} , wie die Bilder 6.7 und 6.8 zeigen. Aufgrund der größeren Hochlaufzeit ergibt sich eine längere Verweildauer des Maschinensatzes in Resonanznähe, so daß sich die Drehmomentpendelungen stärker ausprägen können. Weiterhin fallen alle Dämpfungseinflüsse, die durch den elektrischen Betrieb der Asynchronmaschine hervorgerufen werden, d. h. Dämpfung durch Eisenverluste und Wirbelstromverluste niedriger aus.
Andererseits kann vermutet werden, daß es nichtlineare Dämpfungseinflüsse durch Verspannungen bzw. plastische Verformungen im mikroskopischen Bereich mit Hysteresenerscheinungen gibt, die eine progressive Charakteristik aufweisen, so daß das größere anregende elektrische Moment bei Speisung mit U_{verk} = 270 V_{eff} keine entsprechend höhere Resonanzamplitude bewirken kann.
Mit Hilfe dieser Verspannungsdämpfung ließe sich auch die Zeitvarianz der Resonanzüberhöhung erklären. Durch längeren Leerlaufbetrieb kommt es an den Kontaktstellen von Kupplungsverschraubungen und Wellenflanschen zu mikroskopischen Materialabnutzungen und -ermüdungen, die ihrerseits die Verspannungen reduzieren, was eine Herabsetzung des dämpfenden Einflusses bewirkt.

Die nachfolgende Tabelle 6.5 gibt einen Überblick über die unter verschiedenen Versuchsbedingungen gemessenen Resonanzüberhöhungen der dominierenden Eigenbewegung bei 134 Hz. Zusätzlich sind die Hochlaufzeiten eingetragen. Es zeigt sich, daß der Einfluß der Bürsten bzw. der Erregung auf die Resonanzüberhöhung vernachlässigbar gegenüber den durch den vorherigen Leerlaufbetrieb verursachten Drifterscheinungen ist. Die Hochlaufzeit wird neben den Versuchsparametern Bürsten und Erregung auch durch den zufälligen Durchgang durch den Synchronismus bei 214 min^{-1} maßgeblich beeinflußt.
Die Einträge in der Tabelle treten in chronologischer Reihenfolge der Messungen auf. Wie man erkennt, bewirkt der vorherige Leerlaufbetrieb eine zum überwiegenden Teil bleibende Entdämpfung des Maschinensatzes. Die Hypothese bleibender Materialabnutzung und plastischer Verformung erscheint insofern gerechtfertigt. Wäre dagegen der Einfluß der Leerlaufbetriebsdauer auf die Dämpfung allein durch Temperaturerhöhungen gegeben, müßte sich stets dasselbe stark gedämpfte Verhalten nach entsprechend kurzer Leerlaufdauer ergeben.

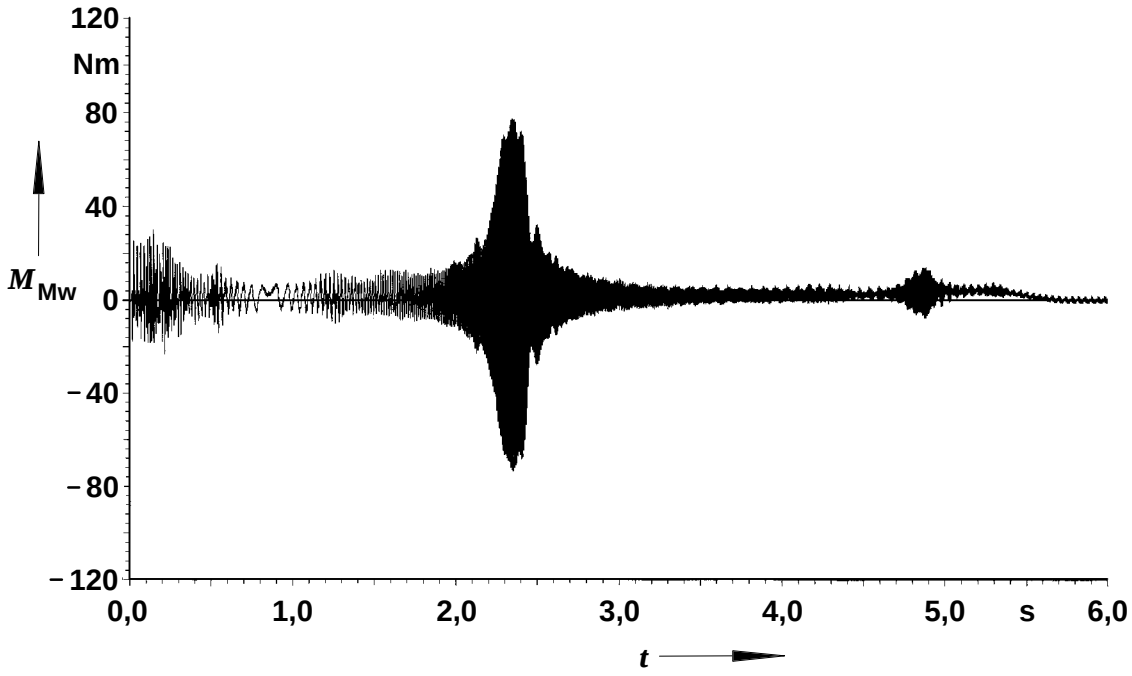


Bild 6.7: Gemessener Drehmoment-Zeitverlauf bei Speisung des Asynchronmotors mit sinusförmiger Spannung U_{verk} = 180 V_{eff}. Gleichstrommaschine nicht erregt, Bürsten vom Kommutator abgehoben. Halbstündiger Leerlaufbetrieb vor Beginn der Messung.

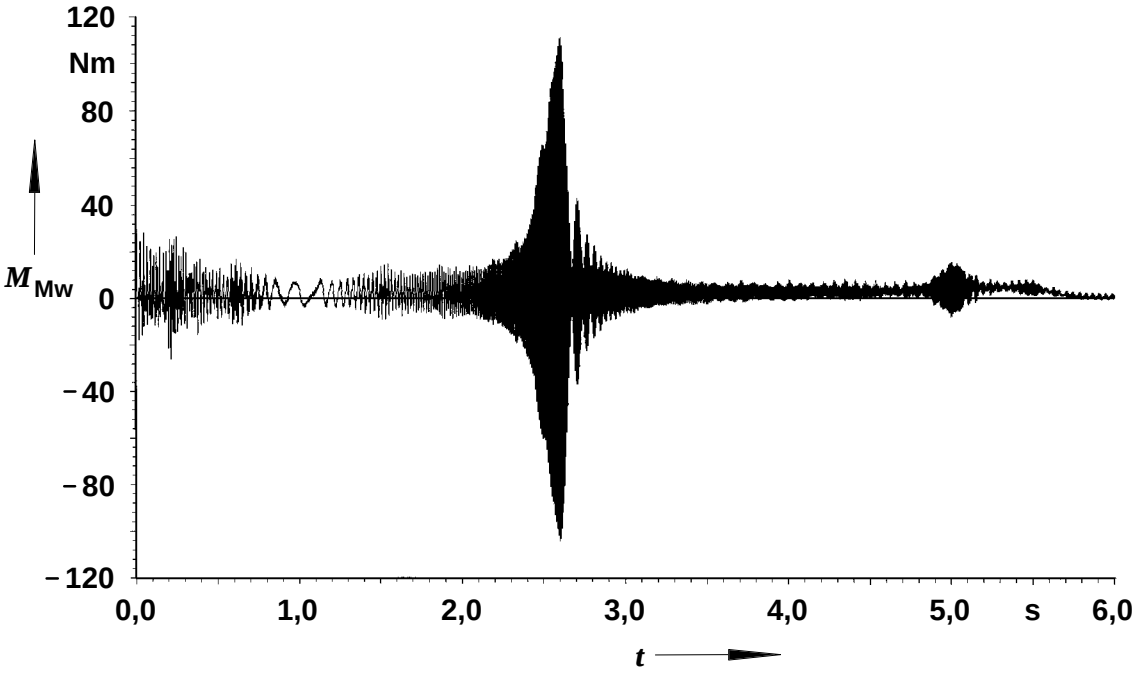


Bild 6.8: Wie Bild 6.7, jedoch vierstündiger Leerlaufbetrieb vor Beginn der Messung.

	U_{verk} = 270 V_{eff}:				
	Bürsten abgehoben	Erregung	Leerlaufbetrieb	V_{max}	t_H
1.	nein	-	-	1,62	2,1 s
2.	nein	-	-	1,52	2,16 s
3.	nein	-	-	1,62	2,24 s
4.	nein	-	-	1,6	2,1 s
5.	nein	-	0,5 h	3,2	1,95 s
6.	nein	-	1 h	3,57	2 s
7.	nein	2,3 A	2 h	4,56	2,14 s
8.	nein	-	2 h	4,7	2 s
9.	nein	-	4 h	5,15	2 s
10.	nein	-	-	4,2	2,15 s
	U_{verk} = 180 V_{eff}:				
	Bürsten abgehoben	Erregung	Leerlaufbetrieb	V_{max}	t_H
11.	ja	-	0,5 h	12,6	5,68 s
12.	ja	-	4 h	16,9	5,8 s
13.	ja	2,3 A	4 h	18,4	>6,4 s
14.	nein	-	4 h	17,1	>6 s
15.	nein	-	4 h	18	5,88 s
16.	nein	2,3 A	4 h	19,3	7 s

Tab. 6.5: Resonanzüberhöhungen und Hochlaufzeiten unter verschiedenen Versuchsbedingungen.

Andererseits zeigt das nachfolgende Bild 6.9, daß auch nach erfolgtem Einlaufen des Maschinensatzes keine definierte, reproduzierbare Resonanzamplitude auftritt. Die dargestellten Drehmomentverläufe wurden nach dreistündigem Leerlaufbetrieb in zwei unmittelbar aufeinanderfolgenden Hochlaufversuchen bei U_{verk} = 180 V_{eff} aufgezeichnet. Während beim ersten Versuch eine maximale Pendelmomentamplitude von ca. 139 Nm auftritt, beträgt sie beim zweiten Versuch lediglich 91 Nm.

Der deutliche Unterschied in den Resonanzamplituden bei Messungen, die abgesehen von unterschiedlichen Rotoranfangspositionen und Einschaltzeitpunkten unter den gleichen Bedingungen erfolgen, zeigt, daß die Ausprägung der Resonanzamplitude von zufälligen Einflüssen innerhalb des Maschinensatzes ahhängig ist. Diese sind rechnerisch im Rahmen des hier vorgestellten parametrischen Modells nicht vollständig erfaßbar und zeigen die Grenzen des Modells. Eine Übereinstimmung von gemessenen Drehmomentverläufen mit Ergebnissen der FD-Zeitschrittrechnung kann daher unmittelbar in Resonanz nur bedingt

erwartet werden. Außerhalb bzw. nahe der Resonanz sind die Ergebnisse der Berechnungen jedoch in guter Übereinstimmung zur Messung.

Für einen möglichen Erklärungsversuch für die Unterschiede zwischen Rechnung und Messung können Biegeschwingungen der Rotorwelle herangezogen werden. Schlägt infolge solcher Biegeschwingungen der Rotor an den Stator an, so führt dies zu einer Verringerung des abgegebenen Drehmomentes. Gleichzeitig wäre dies auch eine Erklärung für scheppernde Geräusche, die der Asynchronmotor in der Torsionsresonanz erzeugt, und für Verzerrungen des zeitlichen Drehmomentverlaufes, die dann gelegentlich auf dem Oszilloskop und andeutungsweise auch in Bild 6.6a zu beobachten sind. Eine Untersuchung des zerlegten Motors läßt gewisse Schleifspuren in der Statorbohrung und auf der Rotoroberfläche erkennen. Ein eindeutiger Hinweis auf Berührvorgänge zwischen Rotor und Stator im montierten Zustand ist dadurch jedoch nicht unbedingt gegeben, da Schleifvorgänge des Rotors in der Statorbohrung bei der Demontage unvermeidlich sind.

Ein anderer Erklärungsversuch für das eigentümliche Dämpfungsverhalten geht von einer zurückliegenden Reparatur des Motors aus, bei der in alle Bleche des Rotors eine Aussparung für eine Paßfeder gestanzt und die Rotorwelle genutet wurde. Da die Rotorbleche nicht ohne 0,1 mm - 0,2 mm Spiel auf die Welle und die Paßfeder aufgeschoben werden konnten, ließe sich eventuell eine gewisse Drehbarkeit des Rotorblechpaketes auf der Welle vermuten. Experimentell konnte diese jedoch nicht bestätigt werden.

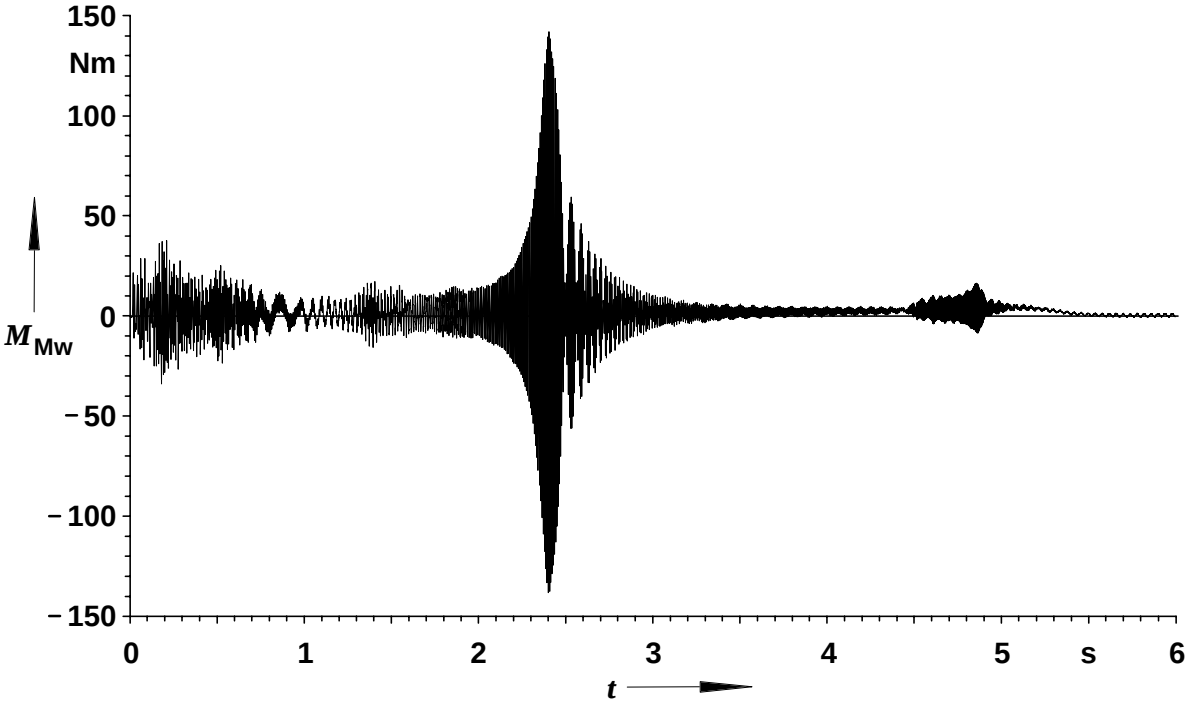


Bild 6.9a: Zeitlicher Verlauf des von der Meßwelle angezeigten Drehmomentes bei einem Hochlauf mit U_{verk} = 180 V_{eff} nach vorherigem dreistündigem Leerlaufbetrieb.

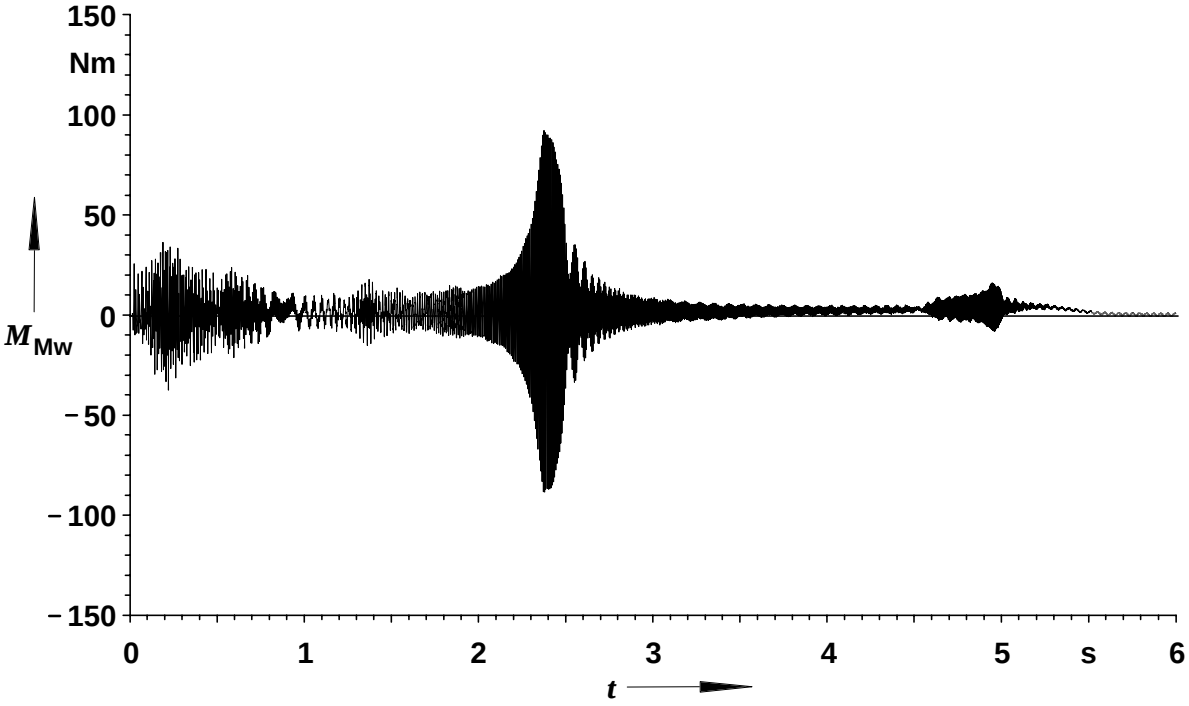


Bild 6.9b: Zeitlicher Verlauf des von der Meßwelle angezeigten Drehmomentes bei zweitem Hochlauf mit U_{verk} = 180 V_{eff} , unmittelbar durchgeführt nach demjenigen in Bild 6.9a.

6.3 Festlegung von Ort und Art der Dämpfungskonstanten

Die gemessenen Resonanzüberhöhungen sind weitaus niedriger als die aus den Lagerreibungsbeiwerten berechneten. Sie erweisen sich als zeitvariant und von vielerlei zusätzlichen zufälligen Einflußgrößen (Temperatur, Verspannung, etc.) abhängig. Die Berücksichtigung der Dämpfung über die Bauteilparameter erscheint insofern problematisch. Des weiteren können die dämpfenden Energieverluste schlecht lokalisiert werden. Den beiden zuvor geäußerten Hypothesen zufolge, Streifen des Rotors in der Statorbohrung bzw. Reibung des Rotorblechpaketes auf der Welle, sollte aber in jedem Fall der Motor in der einen oder anderen Weise die zusätzliche Dämpfung verursachen.

Durch einen Zuschlag auf die im Modell gegebenen Reibungsbeiwerte der Lager könnte eine Anpassung der Dämpfung an die gemessenen Werte erfolgen. Es zeigt sich jedoch, daß eine solche Erhöhung einen unzulässigen vergrößernden Einfluß auf die Hochlaufzeiten durch zu große Leerlaufverlustmomente hätte.

Da Reibungsvorgänge innerhalb des Asynchronmotors rechnerisch nachzubilden sind, liegt es nahe, zwischen dem Rotorblechpaket und dem Wellenende ein schleifendes Kupplungselement anzusetzen. Dies entspricht dem theoretischen Fall, daß sich das Rotorblechpaket auf der Welle ohne jegliche Begrenzung des Winkelbereiches durch einen Nutenkeil o. ä. drehen kann, aber dabei ein von der Relativwinkelgeschwindigkeit abhängiges Reibungsmoment erzeugt. Dieses schleifende Kupplungselement steht damit für die dämpfenden Reibungsvorgänge innerhalb des Motors und repräsentiert die hierdurch hervorgerufenen Energieverluste.

Die gewählte Strukturanpassung des Rechenmodells verursacht einen permanent vorhandenen Schlupf über dem auf Reibschluß beruhenden Kupplungselement und geht dadurch mit einem Drehzahlfehler gegenüber der realen formschlüssigen Anordnung einher. Dieser ist jedoch ohne Belang für die Berechnung der Pendelmomentamplituden in Resonanz und vernachlässigbar gering. Er bewegt sich für die sich hier ergebenden Drehmomente und Reibungsbeiwerte bezogen auf die Leerlaufdrehzahl im Promillebereich.

Der zeitliche Verlauf des von der Meßwelle angezeigten Drehmomentes beim Hochlauf kann vor der eigentlichen Finite-Differenzen-Zeitschrittrechnung durch eine Hochlaufrechnung mit dem vereinfachten Maschinenmodell wie in Kap. 4.3.3 abgeschätzt werden, wodurch eine geeignete Anpassung des Reibungsbeiwertes der schleifenden Kupplungsverbindung möglich ist. Wiederholte Berechnungen der Dämpfung durch die Eigenwertbestimmung mit verschiedenen Reibungsbeiwerten sowie Berechnungen der Amplitudenvergrößerungsfunktion für das neu strukturierte Rechenmodell können ebenfalls für die Auswahl einer geeignete Parametrierung angewandt werden.

Das folgende Bild veranschaulicht die rechnerische Behandlung des Kupplungsflansches, der der Asynchronmaschine zugewandt ist.

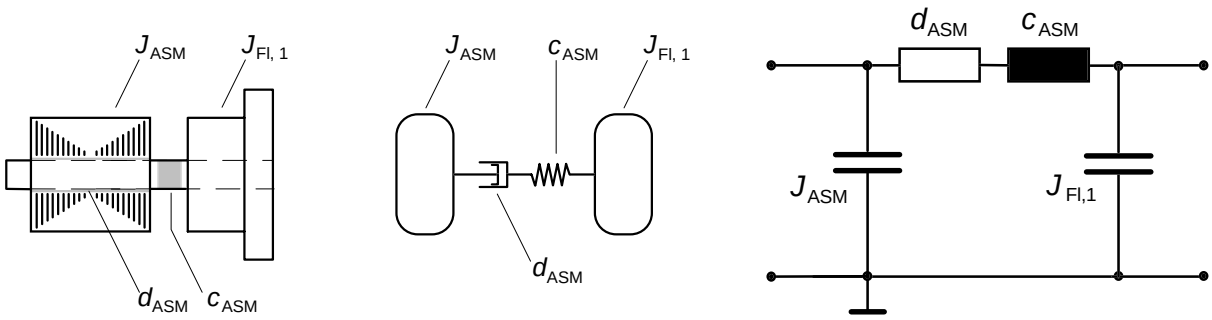


Bild 6.10: Ersatzanordnung für Asynchronmotor mit inneren Reibungsvorgängen und erstem Kupplungsflansch sowie elektrisches Analogon hierzu.

Für die FD-Zeitschrittrechnungen wird vereinfachend von linearen, d. h. winkelgeschwindigkeitsproportionalen Reibungsmomenten ausgegangen. Dies steht im Widerspruch zu den unterschiedlichen Resonanzüberhöhungen, die sich bei verschiedenen Spannungswerten ergeben (Tab. 6.5) und ist insofern als grobe Näherung zu sehen, die nur für einen engen Bereich der Speisespannung eine brauchbare Übereinstimmung der rechnerischen Resonanzamplitude des Wellenmomentes mit dem gemessenen liefern kann. Die degressive Charakteristik des Zuwachses der maximalen Pendelmomentamplitude mit der Speisespannung läßt eindeutig auf nichtlineares Dämpfungsverhalten schließen. Dessen Modellierung im Rahmen des vorliegenden parametrischen Rechenmodells des Wellenstranges erfordert jedoch zusätzliche, schwer verifizierbare Hypothesen über das Verhalten der mechanischen Komponenten. Auch gestaltet sich die Bestimmung der Parameterwerte als äußerst problematisch. Es ergeben sich leicht Widersprüche zu realen physikalischen Eigenschaften der beteiligten Baugruppen, wie z. B. in Anhang E gezeigt wird.

Für die Nachbildung der Resonanzerscheinungen beim Hochlauf mit 180 V hat sich die Annahme eines Reibungsbeiwertes $d_{ASM,180}$ von 0,5 kNms/rad als geeignet erwiesen. Aufgrund der Nichtlinearität des tatsächlichen, gemessenen Dämpfungsverhaltens liefert dieser Wert bei Hochlaufberechnungen mit 270 V eine zu niedrige Dämpfung und somit eine zu hohe Resonanzamplitude. Um die überproportional vergrößerten Reibungsverluste bei einer Speisung mit 270 V nachzubilden, ist die Ankopplung des Rotorblechpaketes an die Welle für die Rechnung nachgiebiger zu gestalten, so daß entsprechend erhöhte Verdrehwinkelamplituden rechnerisch zu höheren Dämpfungswerten führen. Für die Nachbildung der zeitlichen Verläufe des Meßwellenmomentes bei Hochläufen mit 270 V wird ein Reibungsbeiwert $d_{ASM,270}$ von 0,15 kNms/rad angenommen.

Die Berechnung der gedämpften Eigenfrequenzen liefert für $d_{ASM,180}$ die Werte f_1 = 133,1 Hz, f_2 = 427,5 Hz und f_3 = 614,4 Hz, die nur unwesentlich von den Werten ohne Berücksichtigung der zusätzlichen Maschinendämpfung abweichen. Für die Dämpfungsmaße ergibt sich D_1 = 0,014, D_2 = 0,0021 und D_3 = 0,0646. Für $d_{ASM,270}$ ergeben sich die Frequenzen f_1 = 133,6 Hz, f_2 = 428,7 Hz und f_3 = 596,7 Hz mit den zgehörigen Dämpfungsmaßen D_1 = 0,046, D_2 = 0,0056 und D_3 = 0,2177.

Bei der ersten Eigenfrequenz ergibt sich damit für $d_{ASM,180}$ eine Resonanzüberhöhung von $V_{max,1;180}$ = 35,7. Für $d_{ASM,270}$ wird $V_{max,1;270}$ = 10,9. Beides stimmt gut mit der in Bild 6.11 dargestellten Amplitudenvergrößerungsfunktion überein. Wendet man die streng genommen nur für den Einmassenschwinger gültige Formel für die Resonanzüberhöhung auch auf die höheren Eigenfrequenzen an, so bekommt man mit $V_{max,2}$ = 238,1 bzw. 89,3 und $V_{max,3}$ = 7,76 bzw. 2,35 allerdings Resultate, die nichts mit der tatsächlichen Amplitudenvergrößerung zu tun haben. Diese ist offensichtlich von der Anregbarkeit der entsprechenden Eigenform abhängig, was auch über die Betrachtung der modalen Schwingungsenergien gezeigt werden kann. Die Amplitudenvergrößerungsfunktion bzw. Übertragungsfunktion kann nur für die niedrige dominierende Eigenfrequenz durch die eines Einmassenschwingers angenähert werden.

Der Wert der Vergrößerungsfunktion für Anregungen mit nahezu verschwindender Frequenz von ca. 0,49 entspricht dem Teilungsverhältnis der Trägheitsmomente jenseits der Meßwelle, d. h. $J_{Fl,3}+J_{Fl,4}+J_{GM}$, zum Gesamtträgheitsmoment aller rotierenden Teile des Maschinensatzes. Bei gleichförmiger Beschleunigung des gesamten Maschinensatzes durch ein konstantes elektrisch erzeugtes Drehmoment teilt sich dieses auf die einzelnen Schwungmassen entsprechend ihrer Trägheitsmomente auf. Die Meßwelle zeigt demnach nur das beschleunigende Drehmoment für die Trägheitsmomente jenseits der Meßwelle, d. h. für $J_{Fl,3}+J_{Fl,4}+J_{GM}$, an. Bei einer Frequenz von ca. 400 Hz tritt eine völlige Schwingungstilgung auf, wie sie ansatzweise auch bei den Messungen in Bild 6.4 und Bild 6.5 beobachtet werden kann. Die dritte Eigenfrequenz bei ca. 600 Hz ist sehr stark gedämpft und in Bild 6.11 nur für Fall a) ($d_{ASM,180}$) schwach zu erkennen. Sie wird während eines Hochlaufes ohnehin kaum mehr angeregt, da die Pendelfrequenz im Leerlauf theoretisch 600 Hz beträgt. Der das Pendelmoment verursachende Oberstrom wird schon bei Drehzahlen im Bereich der Kippdrehzahl verschwindend gering, so daß in dem Frequenzbereich knapp unterhalb von 600 Hz, in dem evtl. eine erneute Anhebung der Pendelamplitude zu erwarten wäre, kein anregendes Pendelmoment mehr zur Verfügung steht.

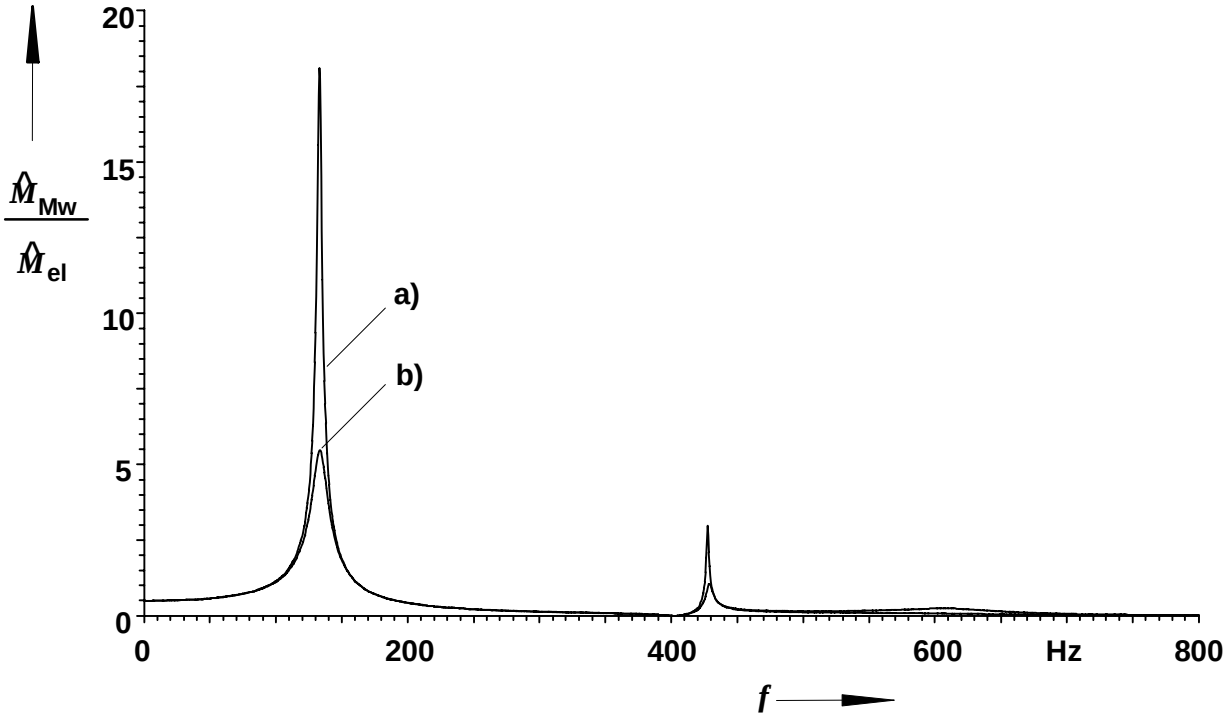


Bild 6.11: Verhältnis der Amplituden des von der Meßwelle angezeigten Pendelmomentes und des anregenden, elektrisch erzeugten Pendelmomentes der Asynchronmaschine. a) $d_{ASM,180}$ = 500 Nms/rad, b) $d_{ASM,270}$ = 150 Nms/rad .

Führt man mit der modifizierten Struktur des Wellenstranges und den Parametern zur Berücksichtigung der zusätzlichen inneren Maschinendämpfung eine vereinfachte Berechnung des Hochlaufes wie in Kap. 4.3.3 durch, so ergibt sich ein zeitlicher Verlauf des Meßwellenmomentes gemäß Bild 6.12. Das asynchrone Grundwellendrehmoment und der asynchrone Drehmomentsattel bei 214 min^{-1} werden dabei als quasistationär angenommen und die Pendelmomente inclusive der Pendelmomente höherer Ordnung gemäß der Gleichung (40) in [56] berücksichtigt.

Für die Rechnung mit $d_{ASM,180}$ und Speisung mit 180 V werden alle Amplituden der anregenden synchronen Momente und sonstige asynchrone Drehmomentbeiträge aus den Werten bei 270 V mit dem Spannungsquadrat, d. h. mit dem Faktor 4/9 umgerechnet. Die berechneten Pendelmomentamplituden der Meßwelle in Resonanz stimmen sehr gut mit Bild 6.9a überein. Die Resonanzüberhöhung beträgt hier allerdings $V_{max,1}$ = 26,1, im Gegensatz zur Messung in Bild 6.9a ($V_{max,1}$ = 19,2). Dies ist aber vermutlich durch Ableseungenauigkeiten bei der Bestimmung der anregenden Pendelmomentamplitude an der Stelle mit f_p = 0 Hz entsprechend 214 min^{-1} in der Messung (Bild 6.9) bedingt.

Der Unterschied von $V_{max,1}$ = 26,1 aus der vereinfachten Hochlaufrechnung zu $V_{max,1}$ = 35,7 aus dem Dämpfungsmaß bzw. der Vergrößerungsfunktion kann als dynamischer Einfluß

gewertet werden. Während des Durchlaufes durch die Resonanz reicht die Zeit nicht für ein vollständiges Aufschaukeln der weit überhöhten stationären Resonanzamplitude aus.

Im Gegensatz zur vollständigen Hochlaufberechnung durch die FD-Zeitschrittrechnung passen sich bei der vereinfachten Berechnung die Pendelmomentamplituden nicht der jeweiligen Drehzahl der Maschine an, was insbesondere in der Nähe des Leerlaufes zu Abweichungen führt. So wird fälschlicherweise eine zu große Pendelmomentamplitude aufgrund des Einflusses der dritten Eigenfrequenz berechnet.

Ein weiterer Unterschied zur FD-Berechnung ist durch die elektrodynamische Dämpfung der Asynchronmaschine über die I^2R-Verluste der beteiligten Oberströme gegeben, die durch die vereinfachte Berechnung ebenfalls nicht erfaßt werden und für eine FD-Rechnung mit dem gleichen mechanischen Modell eine etwas niedrigere Resonanzamplitude erwarten lassen.

Die am realen Maschinensatz durch Eisenverluste in der Asynchronmaschine bedingte zusätzliche Dämpfung findet in keinem Rechenverfahren Berücksichtigung.

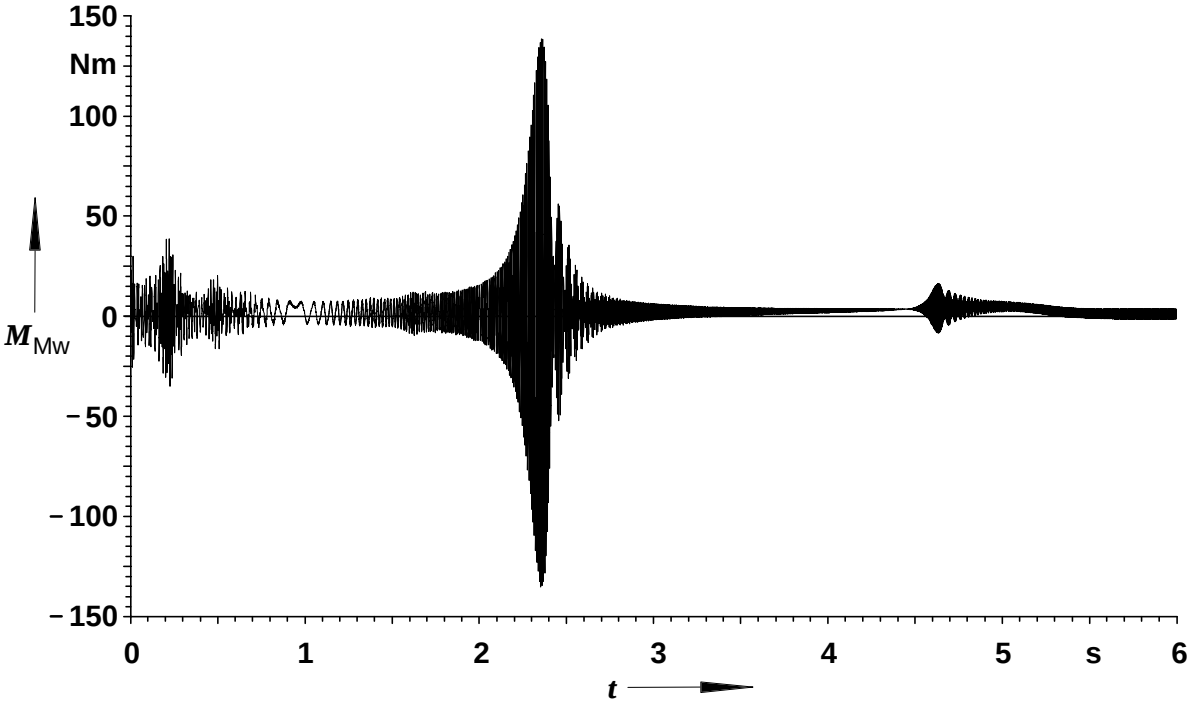


Bild 6.12: Vereinfacht berechneter zeitlicher Verlauf des Meßwellenmomentes.
Zeitschritt h = 66,7 µs, Zeitschrittparameter θ = 0,499.
Rechnerische Behandlung der Asynchronmaschine wie in Kap. 4.3.3, d. h. mit Berücksichtigung mehrerer Pendelmomente, Umrechnung der Drehmomente mit dem Spannungsquadrat entsprechend einer Reduzierung der Spannung von U_{verk} = 270 V_{eff} auf 180 V_{eff}. Mechanische Parameter des Wellenstranges gemäß vorangegangener Tabellen und Ausführungen, d. h. $d_{ASM,180}$ = 500 Nms/rad.

Die vereinfachte Berechnung eines Hochlaufes mit 180 V Speisespannung liefert mit der beschriebenen Parametrierung eine gute Übereinstimmung zur Messung in Bild 6.9a. Andere Fälle, wie z. B. der in Bild 6.9b dargestellte, würden im Gegensatz dazu eine andere Parametrierung erfordern. Die dahinter stehenden zufälligen Einflüsse können aber im Rahmen des vorliegenden parametrischen Modells nicht berücksichtigt werden.

Die für 270 V mit $d_{ASM,270}$ berechnete maximale Pendelmomentamplitude der Meßwelle entspricht am ehesten derjenigen in Bild 6.5, weicht von dieser aber um ca. 34% nach oben ab. Die Resonanzüberhöhung $V_{max,1}$ kann aus Bild 6.13 zu 9,8 abgelesen werden.

Dieser Wert liegt weit über den in Tab. 6.5 angegebenen.

Mit der Rechnung besser übereinstimmende Messungen liegen nicht vor, jedoch ist zu vermuten, daß die Resonanzüberhöhung für Hochläufe mit 270 V in demselben Maße von zufälligen bzw. alterungsbedingten Einflüssen abhängt, wie für Hochläufe mit 180 V. Insofern stellt die hohe Abweichung zwischen der präsentierten Rechnung und der zum Vergleich herangezogenen Messung keine Besonderheit dar.

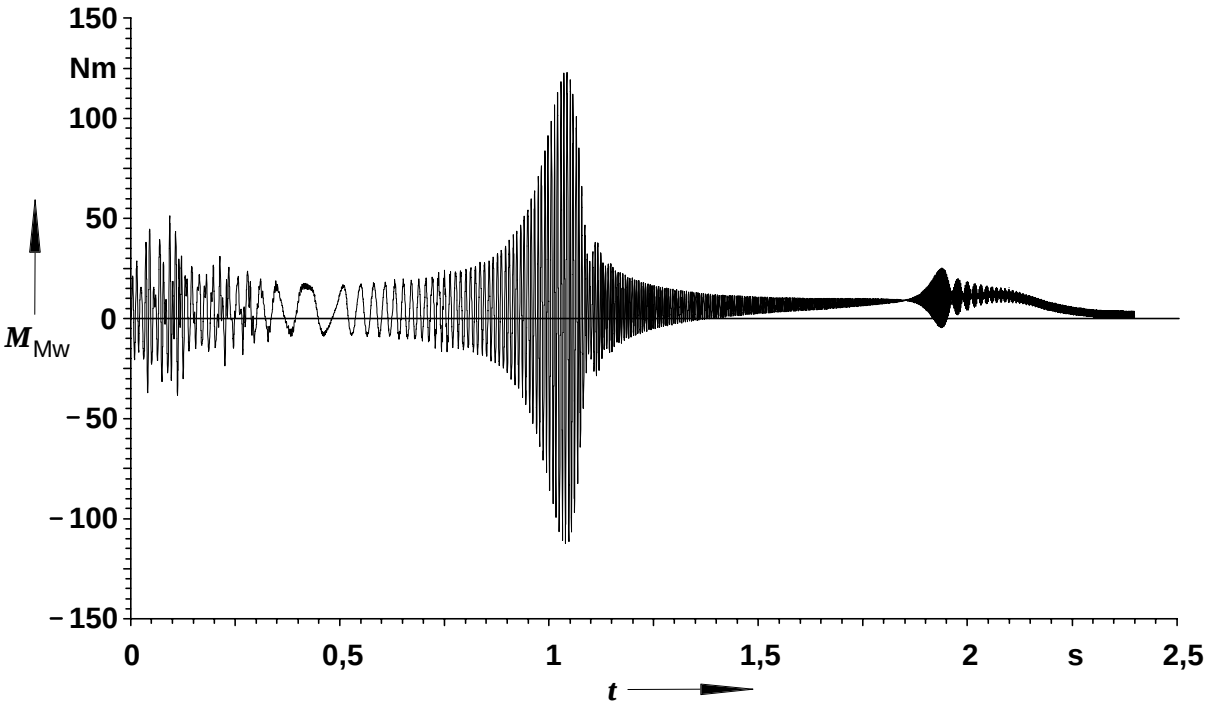


Bild 6.13: Vereinfacht berechneter zeitlicher Verlauf des von der Meßwelle angezeigten Drehmomentes. Zeitschritt h = 66,7 µs, Zeitschrittparameter θ = 0,499. Rechnerische Behandlung der Asynchronmaschine wie in Kap. 4.3.3, d. h. mit zusätzlicher Berücksichtigung von Pendelmomenten höherer Ordnung als b = -1. Spannung U_{verk} = 270 V_{eff} . Mechanische Parameter des Wellenstranges gemäß vorangegangener Ausführungen, d. h. $d_{ASM,270}$ = 150 Nms/rad.

6.4 Rechenergebnisse und Vergleich mit Messungen

Nachfolgend werden einige Ergebnisse der Finite-Differenzen-Zeitschrittrechnung mit der in Kap. 6.3 vorgestellten linearisierten mechanischen Struktur präsentiert. Es zeigt sich, daß die lineare Reibung zwischen Rotorblechpaket und Welle eine befriedigende Übereinstimmung mit dem gemessenen Verhalten liefert, sofern für die verschiedenen Spannungen die Größe des Reibungsbeiwertes angepaßt wird.

Gegenüber den Rechnungen in Kap. 4 wird für die genauere Berücksichtigung der Eindringtiefen höherfrequenter Oberströme in den Rotorkäfig der Maschinenquerschnitt mit einem verfeinerten Netz diskretisiert. Die Gitterweite in Umfangsrichtung beträgt ca. 0,25° mechanisch, also 0,5° elektrisch, wie sie auch in [1] für eine genaue Nachbildung der synchronen Momente gewählt wird. Im Luftspalt und in seiner unmittelbaren Nähe beträgt die radiale Gitterweite ca. 0,15 mm. Wegen der schwachen magnetischen Auslastung muß weder für die Rechnung mit U_{verk} = 270 V_{eff} noch für U_{verk} = 180 V_{eff} die Sättigung berücksichtigt werden. Es wird statt dessen eine konstante Permeabilität von μ_r = 1000 angenommen.

Die Zeitschrittweite beträgt für alle Rechnungen ca. $66{,}\overline{6}$ µs, so daß eine Netzperiode mit 300 Zeitschritten erfaßt wird.

Die Parameter des Wellenstranges entsprechen weitgehend den in Kap. 6.1 tabellierten Werten. Für die Kraftübertragung zwischen Rotorblechpaket und Welle werden die Reibungsbeiwerte gemäß Kap. 6.3 entsprechend den verschiedenen Speisespannungen von 180 V und 270 V angenommen.

Bild 6.14 zeigt den berechneten zeitlichen Verlauf des Meßwellendrehmomentes für eine Speisung mit 180 V. Die maximale Pendelmomentamplitude wird zu 130 Nm berechnet. Dieser Wert überschreitet den in Bild 6.8 präsentierten gemessenen Wert nach vierstündigem Leerlaufbetrieb um ca. 20%. Die maximale Pendelmomentamplitude beträgt dort nur ca. 109 Nm. Für die in Bild 6.9a präsentierte Messung bei 180 V ($\hat{M}_{p,max}$ = 140 Nm) besteht dagegen eine recht gute Übereinstimmung der Resonanzamplitude. Die prozentuale Abweichung liegt bei lediglich -7,2%.

Die Hochlaufzeit kann dem berechneten Drehmomentverlauf zu etwa 5,7 s entnommen werden, was den Messungen in Bild 6.8 (t_H = 5,8 s) und Bild 6.9a (t_H = 5,6 s) entspricht, wobei jeweils ein ähnlich guter, d. h. beschleunigter Durchgang durch den parasitären Synchronismus stattfindet.

Die weniger bedeutsame maximale Pendelmomentamplitude der zweiten Resonanz ergibt sich in der Rechnung zu ca. 10,5 Nm. Aus den Messungen entnimmt man ca. 12,6 Nm (Bild 6.9a) bzw. ca. 11,7 Nm (Bild 6.8).

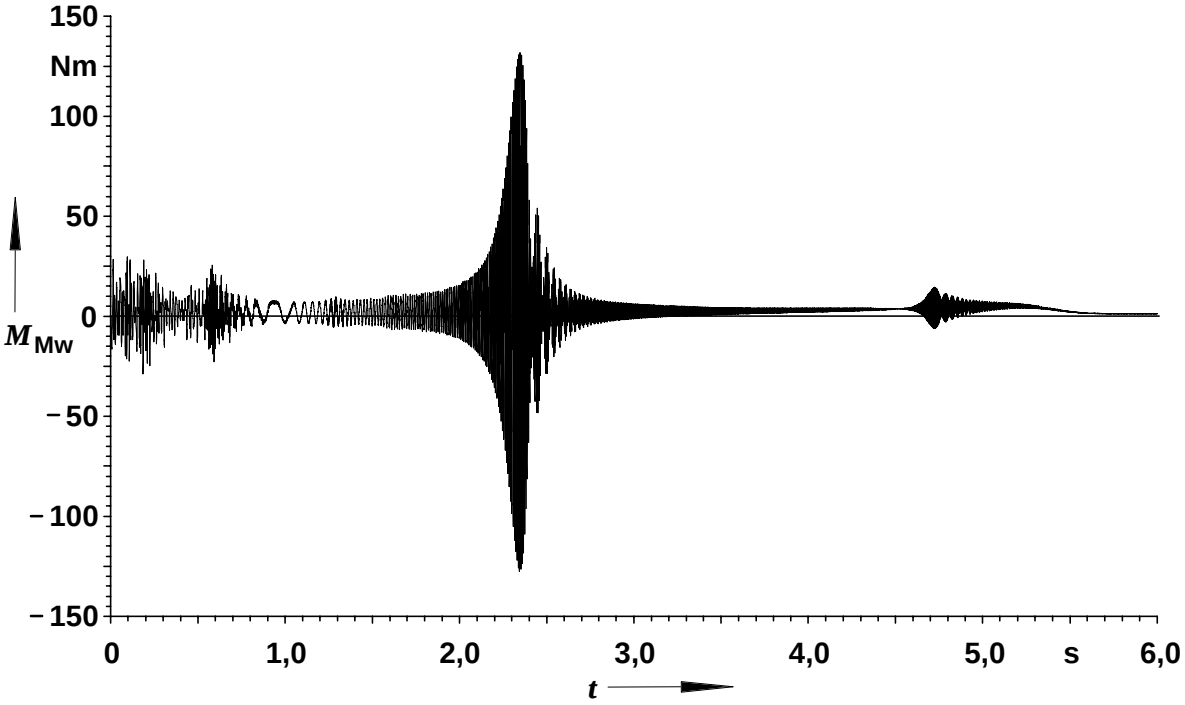


Bild 6.14: Zeitlicher Verlauf des von der Meßwelle angezeigten Drehmomentes aus Finite-Differenzen-Zeitschrittrechnung. Rechnerische Erfassung der zusätzlichen Dämpfung innerhalb der Asynchronmaschine durch ein zur Verdrehungswinkelgeschwindigkeit proportionales Reibungsmoment mit $d_{ASM,180}$ = 500 Nms/rad zwischen Rotorblechpaket und Welle, wie in Kap. 6.3 dargestellt. U_{verk} = 180 V. Rechnung mit Zeitschritt h = 66,7 µs, Parameter θ = 0,499, ca. 10600 Knoten.

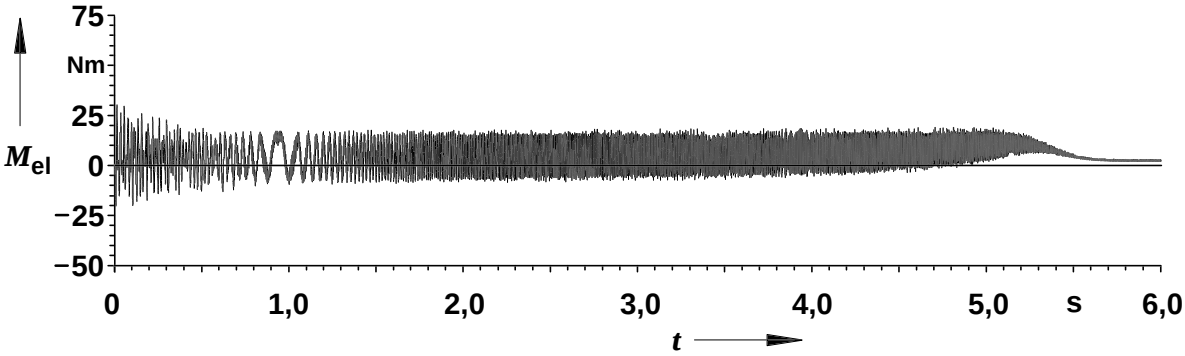


Bild 6.15: Zeitlicher Verlauf des vom Asynchronmotor elektrisch erzeugten Drehmomentes aus der zu Bild 6.14 gehörigen Finite-Differenzen-Zeitschrittrechnung. Maßstab von Zeit und Drehmoment wie in Bild 6.14.

Das elektrisch erzeugte Drehmoment in Bild 6.15 zeigt einen qualitativ ähnlichen Verlauf wie beim quasistationären Hochlauf bei 270 V mit erzwungen linearem Drehzahlanstieg in Bild 4.1. Über einen weiten Zeitbereich ist der durch die Pendelmomente überstrichene Drehmomentbereich von Spitze zu Spitze gleich. Erst mit zunehmender Annäherung an den Kippunkt nehmen die Amplituden der Pendelmomente ab. Das Verhältnis der Drehmomentschwankungsbreiten in Bild 6.15 (ca. 26 Nm von Spitze zu Spitze) und Bild 4.1 (60 Nm) entspricht in etwa dem Quadrat des Spannungsverhältnisses, nämlich 4/9.

Die Darstellung der Bilder 6.14 und 6.15 im gleichen Maßstab illustriert die Verstärkung des elektrisch erzeugten Drehmomentes in der Hauptresonanz.

Eine Ausschnittvergrößerung des elektrisch erzeugten Drehmomentes während des Durchlaufes durch die Hauptresonanz ist in Bild 6.16 dargestellt. Die Sinusform des Zeitverlaufes ist hier lediglich durch die Pendelmomente höherer Ordnung gestört. Eine Veränderung der ursprünglichen Sinusform des anregenden elektrischen Momentes durch eine gleichfrequente Rückwirkung, wie sie durch starke Pendelwinkelamplituden der Rotorstellung verursacht werden könnte, ist nicht zu erkennen.

Der in Bild 6.17 dargestellte Drehzahlverlauf weist kaum Besonderheiten auf und ist insofern genauso wenig spektakulär wie derjenige aus einer Messung stammende in Bild 6.2. Im Gegensatz zu diesem tritt in der Rechnung die durch die Tachomaschine bedingte Resonanz bei 1370 min^{-1} nicht auf, da sie in der Rechnung nicht als gesonderte, elastisch angekoppelte Schwungmasse berücksichtigt wird. Die Drehzahlpendelamplituden in der Hauptresonanz sind gegenüber der Messung in Bild 6.2 trotz der um den Faktor 2/3 niedrigeren Spannung etwas erhöht, da die mechanische Dämpfung bei der vorliegenden Rechnung sehr viel niedriger ist als für die Messung des ersten Hochlaufes mit starr gekuppelter Meßwelle ohne vorherigen Leerlaufbetrieb.

Beim Durchgang durch den parasitären Synchronismus zeigt sich für die präsentierte Rechnung eine Beschleunigung des Hochlaufes wie schon im Drehmomentverlauf zu erkennen war.

Eine Ausschnittvergrößerung (Bild 6.18) zeigt den sinusförmigen Verlauf der Drehzahlpendelungen in der Hauptresonanz und den bereichsweise nahezu linearen Anstieg des Drehzahlmittelwertes. Die maximale Drehzahlpendelamplitude beträgt ca. 20 min^{-1}, woraus sich bei der Resonanzfrequenz von 135 Hz eine Drehwinkelamplitude von gut

$$\hat{\varphi} = \frac{\frac{\pi}{30}\frac{\text{rad/s}}{\text{min}^{-1}} \cdot \hat{n}}{2\pi \cdot f_0} = \frac{20}{60 \cdot 135}\,\text{rad} \approx 0{,}0025\,\text{rad} \mathrel{\hat{=}} 0{,}141^\circ$$ ergibt.

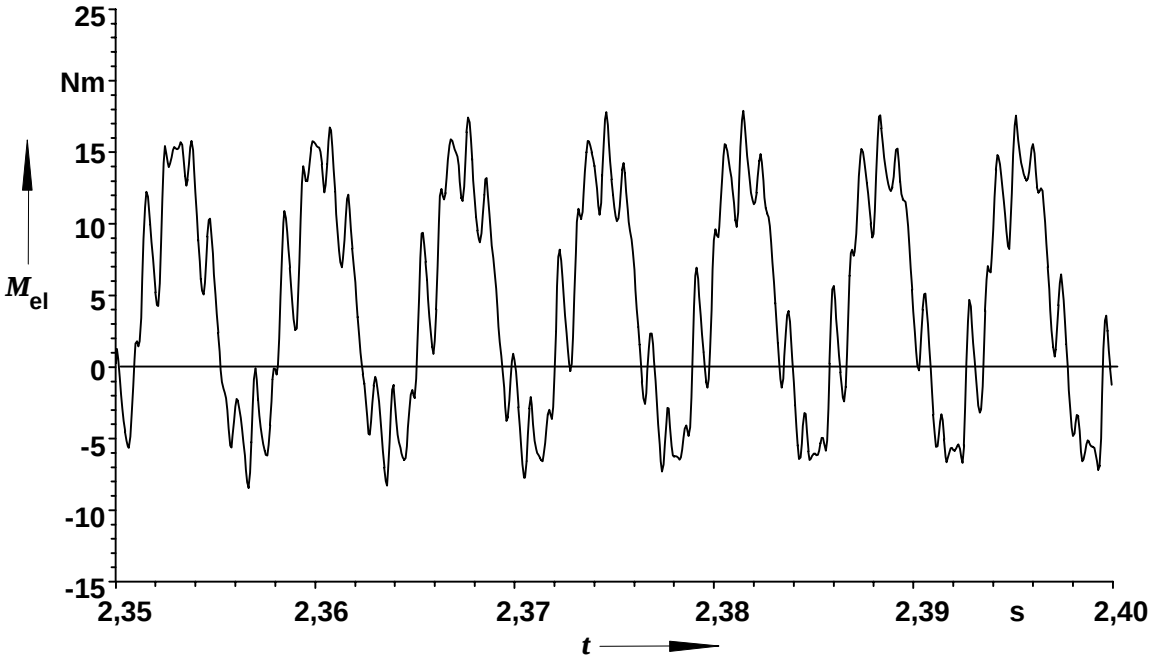


Bild 6.16: Ausschnittvergrößerung aus Bild 6.15. Elektrisch erzeugtes Drehmoment während des Durchlaufes durch die Hauptresonanz.

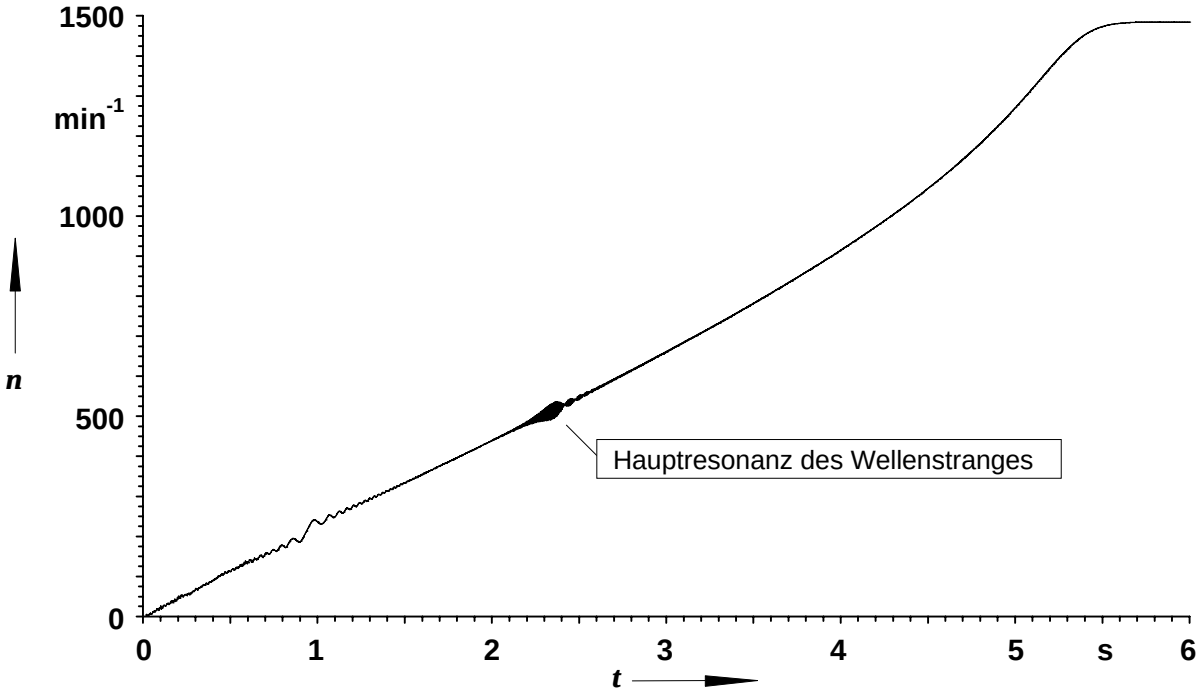


Bild 6.17: Zeitlicher Verlauf der Rotordrehzahl des Asynchronmotors aus der zu Bild 6.14 gehörigen Finite-Differenzen-Zeitschrittrechnung mit $U_{verk} = 180\ V_{eff}$.

Dieses entspricht lediglich 1,1% der Periode des anregenden synchronen Momentes für die Ordnung b = -1, die einer Rotornutteilung entspricht, also 360°/28=12,86° beträgt. Insofern ist es verständlich, daß trotz starker mechanischer Resonanz keine erkennbare Rückwirkung auf den zeitlichen Verlauf des elektrisch erzeugten Momentes auftritt.

Zur Fragestellung, ob die gewählte Modellbildung adäquat ist, sollte noch das Verhalten des linearen Reibungselementes zwischen Rotorblechpaket und Welle insbesondere im Hinblick auf den dort auftretenden maximalen Verdrehungswinkel untersucht werden.

Bild 6.19 zeigt den die Resonanz betreffenden Ausschnitt des zeitlichen Verlaufes der berechneten Verdrehungswinkel zwischen Rotorblechpaket und Motorwelle $\varphi_{1,\mathrm{d}}$. Man erhält diesen Winkel aus der zeitlichen Integration der relativen Winkelgeschwindigkeit ω_1 zwischen Rotor und Wellenende der Asynchronmaschine und anschließender Subtraktion des elastischen Anteils der Wellenverdrehung oder wahlweise durch Integration der Verdrehungswinkelgeschwindigkeit $\omega_{1,\mathrm{d}}$ zwischen Rotorblechpaket und Welle:

$$\varphi_{1,\mathrm{d}} = \int_0^t \omega_1(\tau)\,\mathrm{d}\tau - \frac{M_1(t)}{c_{\mathrm{ASM}}} = \int_0^t \omega_{1,\mathrm{d}}(\tau)\,\mathrm{d}\tau = \int_0^t \frac{M_1(\tau)}{d_{\mathrm{ASM}}}\,\mathrm{d}\tau \quad . \tag{6.5}$$

Der gleichsam lineare Anstieg des Mittelwertes wird durch den systematischen Fehler des Rechenmodells verursacht, keinerlei Formschluß zwischen Rotorblechpaket und Welle zu berücksichtigen und statt dessen einen permanenten Schlupf vorzutäuschen. Der dadurch hervorgerufene Drehzahlfehler ist aber wie schon in Kap. 6.3 angemerkt vernachlässigbar gering und hat insbesondere keinen Einfluß auf das Resonanzverhalten. Allenfalls führt er zu einer leichten Erhöhung der Hochlaufzeit gegenüber einer Rechnung mit starrer, formschlüssiger Kupplung der betrachteten Maschinenelemente.

Die maximale Amplitude des Verdrehungswinkels ergibt sich in der Rechnung zu ca. 0,0002 rad, was bei einem Wellendurchmesser von 48 mm einer Wegamplitude an der Wellenoberfläche von 4,8 µm entspricht. Geht man davon aus, daß die Blechpakete auf der Welle bezüglich der Wellennut und der Paßfeder darin ein Spiel von 0,1 mm haben, so wird dieses gerade zu 10% im Verlaufe der Pendelungen überstrichen. Dieses hypothetische Spiel ist durchaus als Folge einer vorangegangenen Reparatur des Rotors, bei der alle Bleche abgenommen, durch Stanzen mit einer Nut für die Paßfeder versehen und neu auf der Welle aufgepreßt wurden, interpretierbar. Auch bei Maschinen, bei denen eine Befestigung des Blechpaketes auf der Welle mittels Nut und Paßfeder von vornherein konstruktiv vorgesehen ist, lassen sich entsprechende Stanztoleranzen nicht vermeiden. Es liegt also keine grobe Verletzung der physikalischen Realität durch das vorausgesetzte Rechenmodell vor.

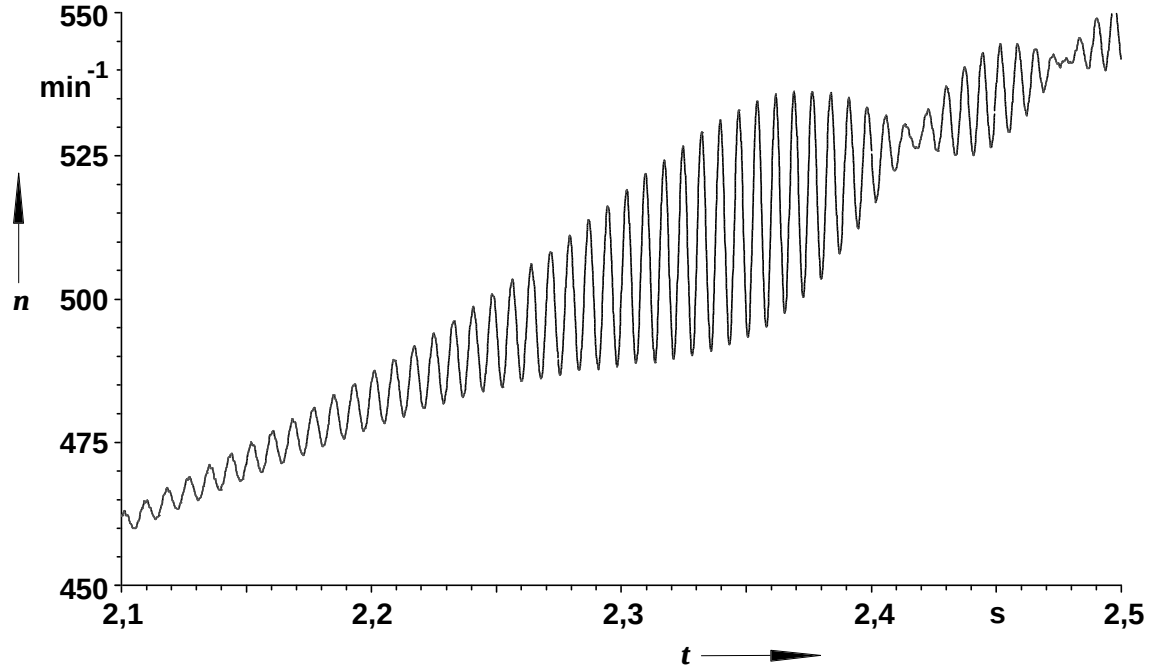


Bild 6.18: Ausschnittvergrößerung aus Bild 6.17. Zeitlicher Verlauf der Drehzahl beim Durchfahren der Hauptresonanz.

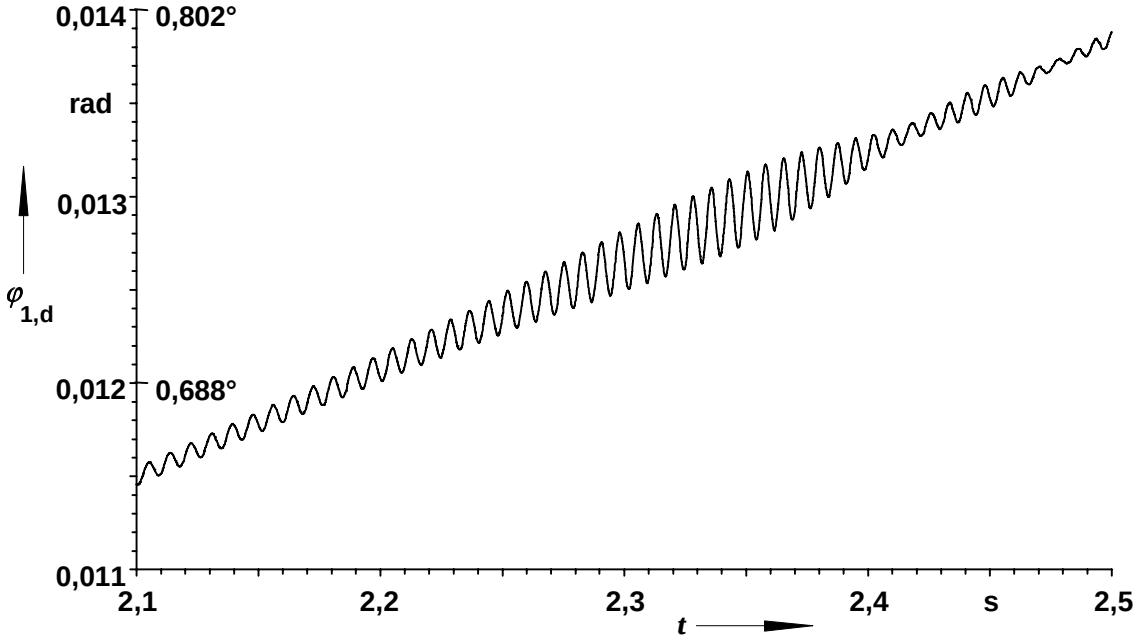


Bild 6.19: Ausschnitt aus dem zeitlichen Verlauf des Verdrehungswinkels $\varphi_{1,d}$ zwischen dem Rotorblechpaket und der Motorwelle aus FD-Hochlaufrechnung mit 180 V und $d_{ASM,180}$ = 500 Nms/rad.

Die Finite-Differenzen-Rechnung für U_{verk} = 270 V_{eff} mit dem angepaßten Reibungsbeiwert zwischen Rotor und Motorwelle von $d_{ASM,270}$ = 150 Nms/rad liefert keine wesentlichen, neuen Erkenntnisse. Die wichtigsten Ergebnisse werden der Vollständigkeit halber nachfolgend dargestellt.

Zu dem berechneten zeitlichen Verlauf des Drehmomentes an der Meßwelle gibt es im Prinzip keine unmittelbar vergleichbare Messung, wie dies mit Bild 6.9a für U_{verk} = 180 V_{eff} der Fall ist. Der berechnete Maximalwert der Pendelmomentamplitude in der Hauptresonanz liegt bei $\hat{M}_{p,max} = 111$ Nm. Er weicht damit um ca. 26% gegenüber der in Bild 6.5 dargestellten Messung ($\hat{M}_{p,max} = 88$ Nm) nach vierstündigem Leerlaufbetrieb ab. Die Hochlaufzeit wird mit ca. 2,4 s um ca. 20% größer als in Bild 6.5 berechnet. Die Ursache hierfür kann zum einen in den erhöhten, aufgrund des systematisch-strukturellen Modellierungsfehlers gegebenen Reibungsverlusten für den Drehmomentmittelwert in $d_{ASM,270}$ gesehen werden, zum anderen ist ein gewisser, den Ständerstrom erhöhender Sättigungseinfluß in der Messung zu vermuten, der somit auch ein höheres Drehmoment bewirkt. Dieser könnte im Prinzip durch eine gewisse Erhöhung der Speisespannung in der Rechnung kompensiert werden. Eine ungünstiger, verzögernder Durchlauf durch den parasitären Synchronismus bei 214 min^{-1} ist dagegen in der Rechnung nicht zu erkennen. Eine weitere mögliche Fehlerquelle ist auch das unsichere Gegenmoment der auf dem Kommutator schleifenden Bürsten bei der Gleichstrommaschine.

Die zweite Resonanzamplitude des Pendelmomentes bei ca. 433 Hz wird zu 12,2 Nm berechnet. In Bild 6.5 werden dagegen ca. 17 Nm gemessen.

Die Modellbildung mit $d_{ASM,270}$ = 150 Nms/rad für eine Speisung mit 270 V scheint also im Gegensatz zu derjenigen mit $d_{ASM,180}$ = 500 Nms/rad für eine Speisung mit 180 V zu stärkeren Abweichungen des berechneten Meßwellenmomentes in anderen Bereichen zu führen.

Der unmittelbare Vergleich des elektrisch erzeugten Drehmomentes in Bild 6.21 mit dem von der Meßwelle angezeigten Verlauf in Bild 6.20 zeigt die Verstärkung des elektrisch erzeugten Pendelmomentes in Resonanz. Sie ist nicht so ausgeprägt wie für eine Speisung mit 180 V.

Die Ausschnittvergrößerung des Drehmomentverlaufes in Resonanz (Bild 6.22) läßt ebenso wie bei 180 V keinerlei Rückwirkungen der Rotorpendelungen auf die Drehmomenterzeugung erkennen. Die erkennbaren höherfrequenten Schwingungen rühren von Pendelmomenten höherer Ordnung her.

Erwartungsgemäß ist das elektrisch erzeugte Drehmoment bei Speisung mit 270 V ca. 2,25 mal so groß wie für 180 V, wie der Vergleich der Bilder 6.22 und 6.16 zeigt.

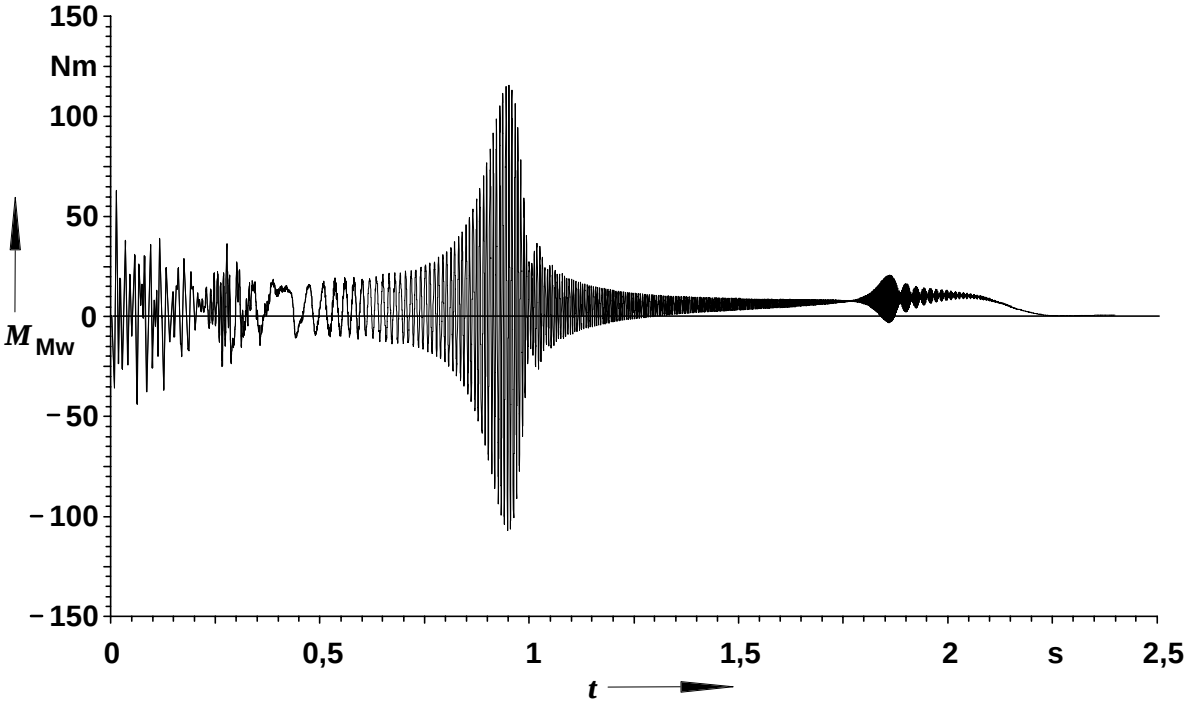


Bild 6.20: Zeitlicher Verlauf des Meßwellendrehmomentes aus Finite-Differenzen-Zeitschritt-rechnung. Rechnerische Erfassung der zusätzlichen Dämpfung innerhalb der Asynchronmaschine durch ein zur Verdrehungswinkelgeschwindigkeit proportionales Reibungsmoment mit $d_{ASM,270}$ = 150 Nms/rad zwischen Rotorblechpaket und Welle, wie in Kap. 6.3 dargestellt. U_{verk} = 270 V. Rechnung mit Zeitschritt h = 66,7 µs, Parameter θ = 0,499, ca. 10600 Knoten.

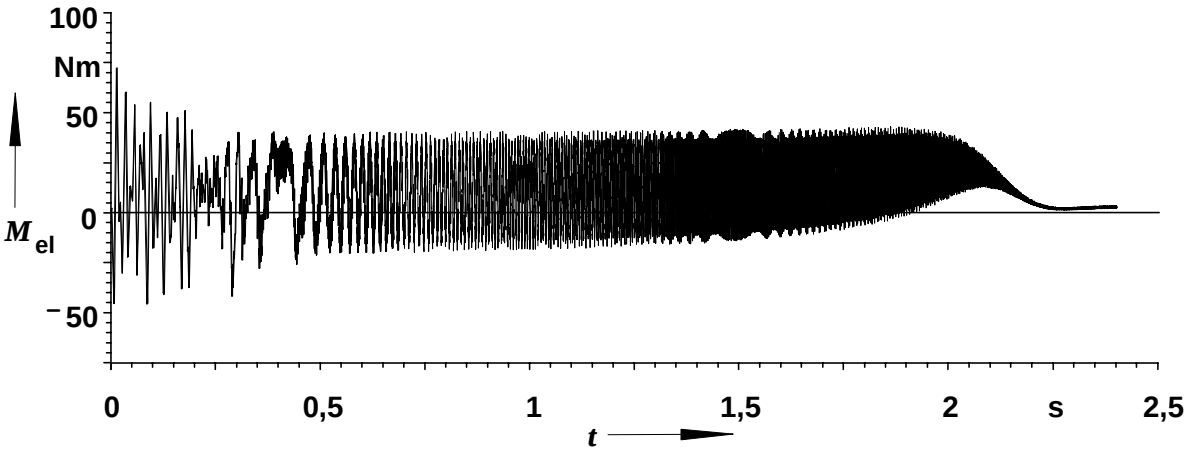


Bild 6.21: Zeitlicher Verlauf des vom Asynchronmotor elektrisch erzeugten Drehmomentes aus der zu Bild 6.20 gehörigen Finite-Differenzen-Zeitschrittrechnung. Maßstab von Zeit und Drehmoment wie in Bild 6.20.

Der berechnete Drehzahl-Zeit-Verlauf in Bild 6.23 läßt wie der Verlauf des Wellenmomentes die erhöhte Hochlaufzeit trotz begünstigenden Durchgangs durch den parasitären Synchronismus erkennen. Deutlich zu sehen sind auch die Drehzahlpendelungen bei ca. 500 min^{-1} in mechanischer Resonanz.

Aus der Ausschnittvergrößerung des Drehzahlverlaufes in Resonanz (Bild 6.24) läßt sich eine maximale Drehzahlpendelamplitude von ca. 19 min^{-1} entnehmen, also in ähnlicher Größe wie bei Speisung mit 180 V. Die Pendelwinkelamplitude ist damit ebenso gering wie bei 180 V, was den rückwirkungsfreien Verlauf des elektrisch erzeugten Drehmomentes begründet.

Aus Bild 6.25 läßt sich die maximale Amplitude der Pendelungen des hypothetischen Verdrehungswinkels zwischen Rotorblechpaket und Welle zu ca. 0,0006 rad ablesen. Sie ist damit drei mal so groß wie in der Rechnung mit 180 V. Die hieraus resultierende maximale Wegverschiebungsamplitude an der Oberfläche der Rotorwelle von

$$0{,}6 \cdot 10^{-3}\ \text{rad} \cdot 48\ \text{mm} / 2 = 14{,}4\ \mu\text{m}$$

bewegt sich noch im Rahmen der Plausibilität, wenn man ein Spiel von ca. 0,1 mm zwischen Blechpaket und Welle als realistisch ansieht.

Es ist erstaunlich, daß in den vorliegenden Berechnungsfällen Relativbewegungen an den Kontaktstellen einzelner Maschinenteile mit derart geringen Verschiebungsamplituden (4,8 µm bei 180 V und 14,4 µm bei 270 V) den größten Teil der Dämpfung verursachen. Auf den Dämpfungseinfluß von Fügestellen wird in der Literatur hingewiesen. Ziegler [62] erwähnt die „Energiedissipation“ durch „Mikro-Gleitbewegungen zusammengebauter Teile“ und geht auch auf den Einfluß der Einspanndämpfung auf die Anregbarkeit von Eigenschwingungen bei der schwingungstechnischen Untersuchung von Verdichter- oder Turbinenschaufeln ein. Quantitative Angaben zu diesen Einflüssen werden jedoch nicht gemacht.

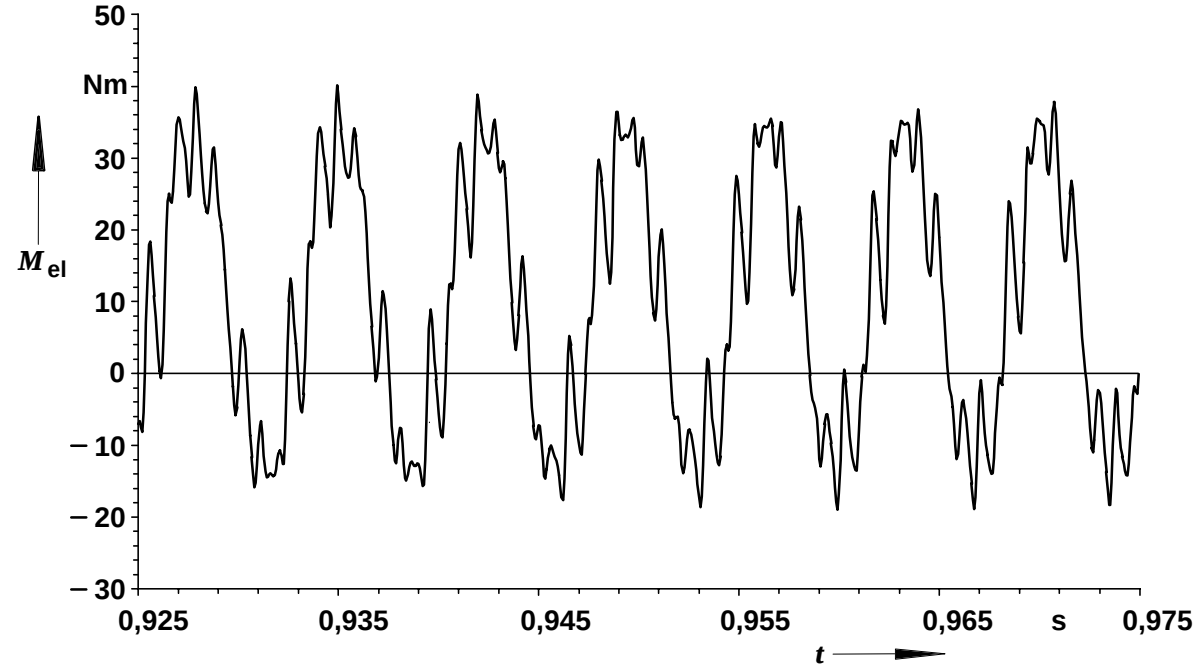


Bild 6.22: Ausschnittvergrößerung aus Bild 6.21. Elektrisch erzeugtes Drehmoment während des Durchlaufes durch die Hauptresonanz.

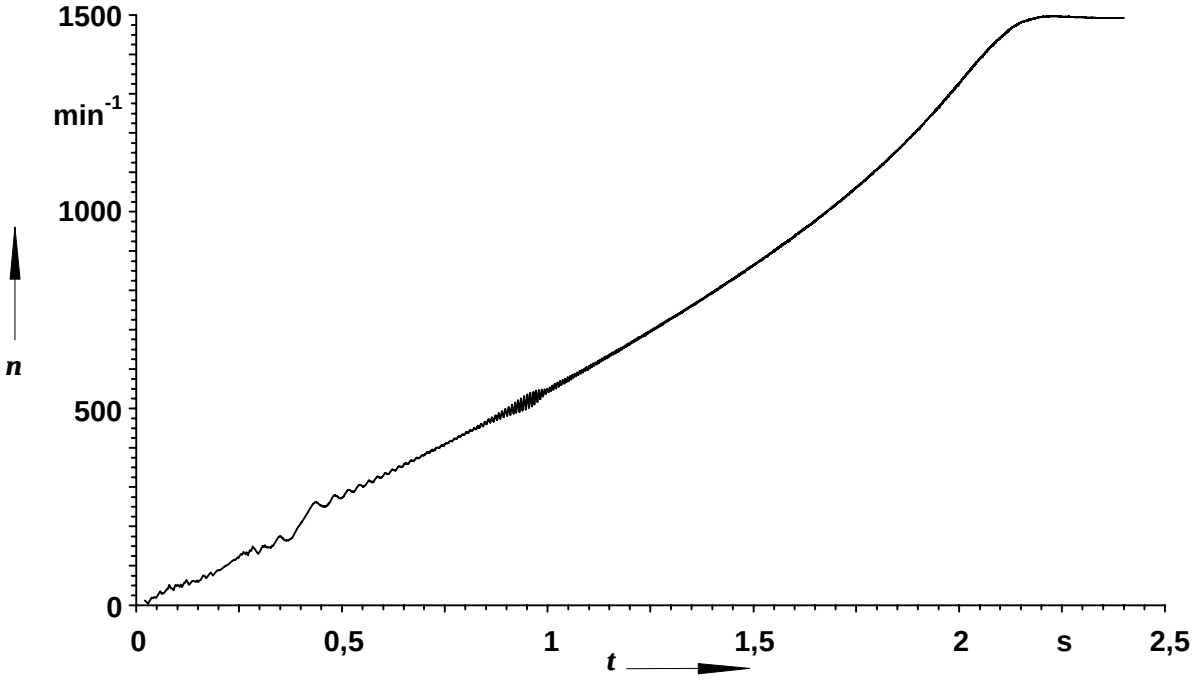


Bild 6.23: Zeitlicher Verlauf der Rotordrehzahl des Asynchronmotors aus der zu Bild 6.20 gehörigen Finite-Differenzen-Zeitschrittrechnung mit U_{verk} = 270 V_{eff}.

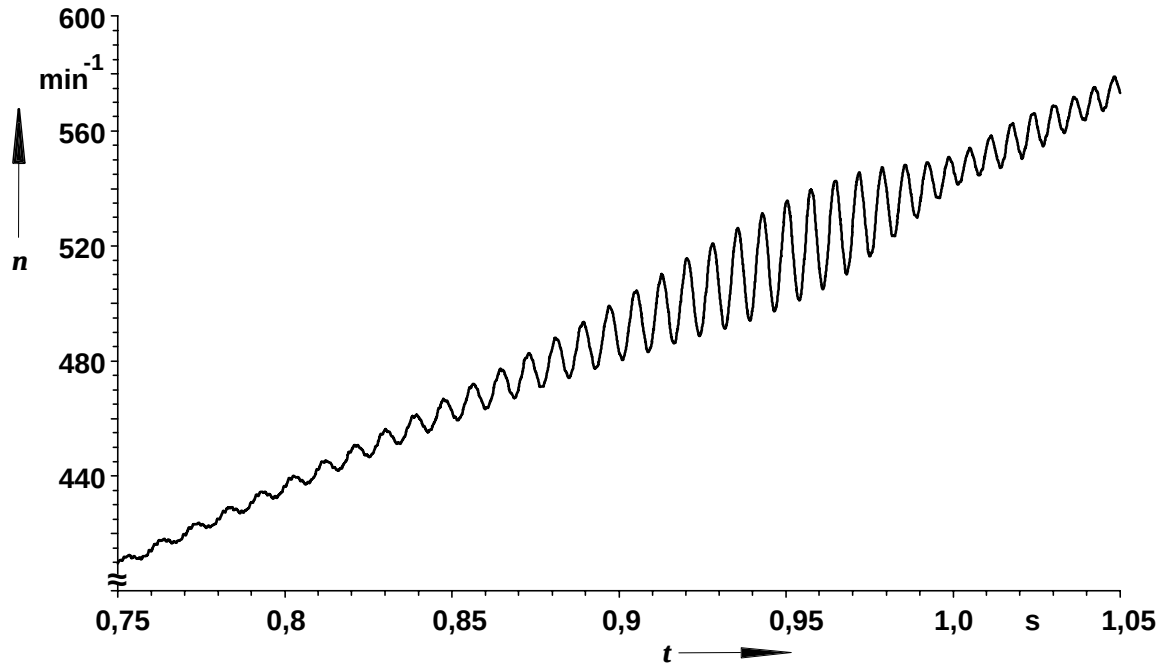


Bild 6.24: Ausschnittvergrößerung aus Bild 6.23. Zeitlicher Verlauf der Drehzahl beim Durchfahren der Hauptresonanz.

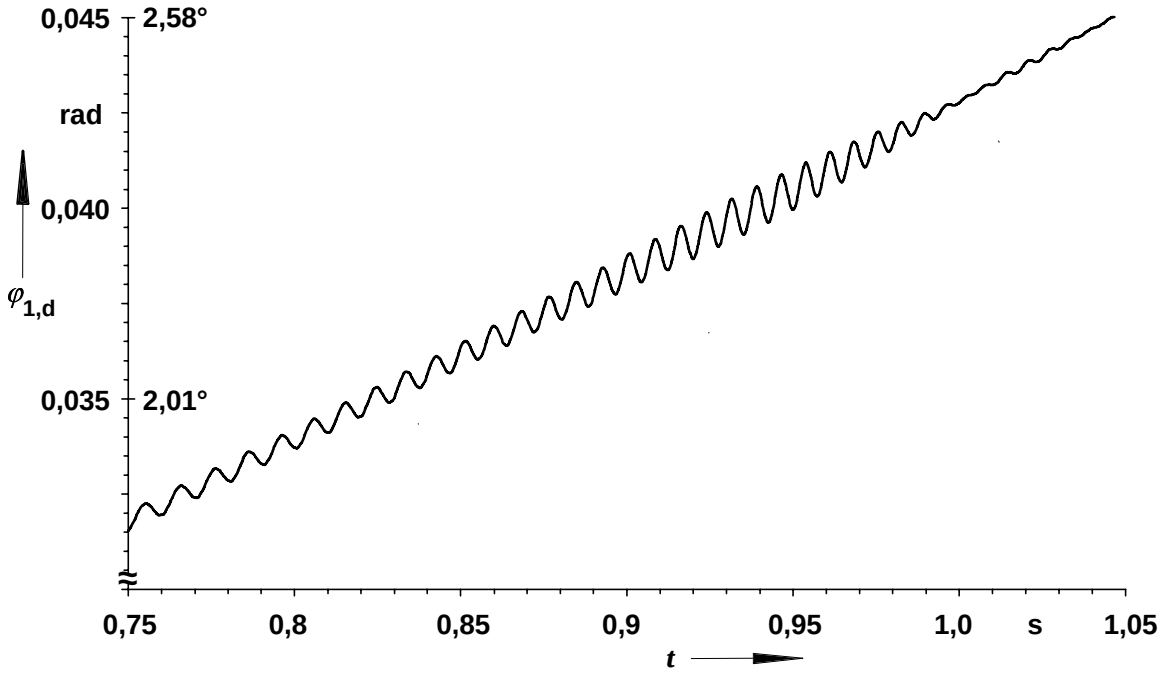


Bild 6.25: Ausschnitt aus dem zeitlichen Verlauf des Verdrehungswinkels $\varphi_{1,d}$ zwischen dem Rotorblechpaket und der Motorwelle aus FD-Hochlaufrechnung mit 270 V und $d_{ASM,270}$ = 150 Nms/rad.

7. Drehstromstellergespeister Mehrmassenantrieb, Einfluß von Pendelmomenten

7.1 Maschinensatz mit Meßwelle, Resonanzüberhöhung, Vergleich mit Messungen

Der schon in Kap. 6 eingehend dargestellte und für sinusförmige Speisung untersuchte Maschinensatz mit starr gekuppelter Meßwelle und einer dominierenden Torsionsresonanz bei ca. 135...140 Hz ([55]: Resonanzmaximum bei 138 Hz bei Vibrationsanregung) wird nachfolgend aus einem Drehstromsteller mit konstantem Zündwinkel gespeist. Dies entspricht in etwa einem Sanftanlauf, bei dem durch Spannungsreduktion mittels Drehstromsteller die Hochlaufzeit erhöht wird, wodurch die Torsionsbelastung des Wellenstranges gesenkt werden soll.

Bild 7.1 zeigt das von der Meßwelle angezeigte Drehmoment. Es ist zu erkennen, daß nach ca. 7,7 s bei einer Drehzahl etwas über 500 min^{-1} die dominierende Resonanz auftritt. Die maximale Pendelmomentamplitude ergibt sich zu $\hat{M}_{\text{p,max}} \approx 97\ \text{Nm}$. Sie erreicht damit ähnliche Größen wie in Bild 6.8 bei sinusförmiger Speisung mit U_{verk} = 180 V_{eff}. Die Resonanzüberhöhung als Verhältnis der maximalen Pendelmomentamplitude zum angezeigten Pendelmoment bei ca. 0 Hz anregender Frequenz liegt bei ungefähr 30. Diese Zunahme der Resonanzüberhöhung bei Absenkung der Amplitude des anregenden, elektrisch erzeugten Pendelmomentes, bzw. die geringe Beeinflussung der maximalen Pendelmomentamplitude durch die Anregung kann als weiteres Indiz für nichtlineares Dämpfungsverhalten des Maschinensatzes aufgefaßt werden.

Im Gegensatz zu rein sinusförmiger Speisung werden weitere Resonanzen durch Pendelmomente aus Strom- und Spannungsoberwellen des Drehstromstellers angeregt, die im Vergleich mit der Hauptresonanz jedoch vernachlässigbar sind.

In Bild 7.2 ist der durch eine FD-Zeitschrittrechnung unter Berücksichtigung der Schaltung des Drehstromstellers berechnete Zeitverlauf des von der Meßwelle angezeigten Drehmomentes dargestellt. Die FD-Rechnung findet aufgrund der sonst untragbaren Rechenzeiten anhand eines vereinfachten Gitters statt, das im Gegensatz zu dem in Kap. 6 verwendeten ähnlich wie in Kap. 4.2 eine azimutale Gitterweite von ca. 0,5° mechanisch entsprechend 1° elektrisch aufweist. Die feine radiale Diskretisierung im Bereich der Rotorstaboberkanten wird jedoch mit Rücksicht auf eine adäquate Erfassung der Stromverdrängung belassen. Des weiteren wird mit unendlicher Permeabilität des Rotor- und Statoreisens gerechnet. Dies entspricht einer Neumannschen Randbedingung für das Vektorpotential auf den Konturen von Rotor und Stator und bewirkt eine Reduktion des Rechengebietes um alle im Eisen gelegenen Knoten. Die Gleichungszahl kann durch alle Maßnahmen von ungefähr 9500 auf ca. 2050 gesenkt werden.

Der Drehstromsteller wird mit seinem Leistungsteil einschließlich der *RC*-Beschaltung der Thyristoren wie in Kap. 5 bzw. 4.5 berücksichtigt. Die Kondensatoren *C* in den Überspannungsschutzbeschaltungen der Thyristoren haben wie in Kap. 4.5 eine Kapazität von 4 μF.

Die mechanischen Parameter stimmen mit Ausnahme des Reibungsbeiwertes zwischen Rotorblechpaket und Welle mit den in Kap. 6 verwendeten überein.

Gemäß den Erfahrungen aus Kap. 6 ist die innere zusätzliche Maschinendämpfung, die hypothetisch auf Reibungsvorgängen zwischen Rotorblechpaket und Welle beruht, indirekt von der Speisespannung abhängig, da große anregende Pendelmomente offensichtlich überproportional gedämpte Resonanzamplituden bewirken. Für den Reibschluß zwischen Rotorblechpaket und Motorwelle wird dementsprechend ein etwas erhöhter Reibungsbeiwert von 0,7 kNms/rad angesetzt, also um 40% größer als in Kap. 6 bei sinusförmiger Speisung mit $U_{verk} = 180\ V_{eff}$.

Die maximale, dominierende Pendelmomentamplitude ergibt sich in der FD-Rechnung zu $\hat{M}_{p,max} \approx 92\ Nm$ und stimmt damit gemäß der Anpassung des Reibschlusses zwischen Rotor und Blechpaket an die niedrigere Anregung mit dem gemessenen Wert auf ca. 6% überein. Sie tritt in Bild 7.2 wie in Bild 7.1 bei einer Drehzahl von etwas über 500 min^{-1} auf, jedoch etwa 1 s früher.

In Bild 7.3 sind Messung und Rechnung des Drehzahlzeitverlaufes dargestellt. Der berechnete Verlauf ist allgemein glatter als der gemessene, da in ihm keine Störungen auftreten, die bei der Drehzahlmessung mittels Tachogenerator z. B. durch Vibrationen der Tachobefestigung oder der Bürsten gegeben sind. Die in der Messung auftretenden Resonanzen sind vermutlich zum größten Teil auf die Kupplung der Tachomaschine mit der Asynchronmaschine zurückzuführen. Im Gegensatz zu Bild 6.2 tritt in Bild 7.3a diese Resonanz jedoch am stärksten bei ungefähr der halben Drehzahl auf, was durch zusätzliche Pendelmomente bei Drehstromstellerspeisung hervorgerufen wird. Diese Pendelmomente haben letzlich ihre Ursache in den Oberstrom- und Oberspannungssystemen der nichtsinusförmigen Speisung.

Die Abweichungen in den Steilheiten des Drehzahlanstieges lassen auf unterschiedliche Größen des beschleunigenden Momentenmittelwertes in Rechnung und Messung schließen. Mögliche Ursachen hierfür sind zum einen in Abweichungen bei den Verlust- (Reibungs)-momenten zu sehen. Zum anderen wirken sich aber auch Abweichungen bei der Berechnung des asynchronen Momentes aus, die z. B. auf unterschiedliche Zündwinkel in Rechnung und Messung, bzw. auf die durch das Zeitschrittraster vorgegebene grobe Einstellbarkeit des Zündwinkels von 0,8° zurückgeführt werden können.

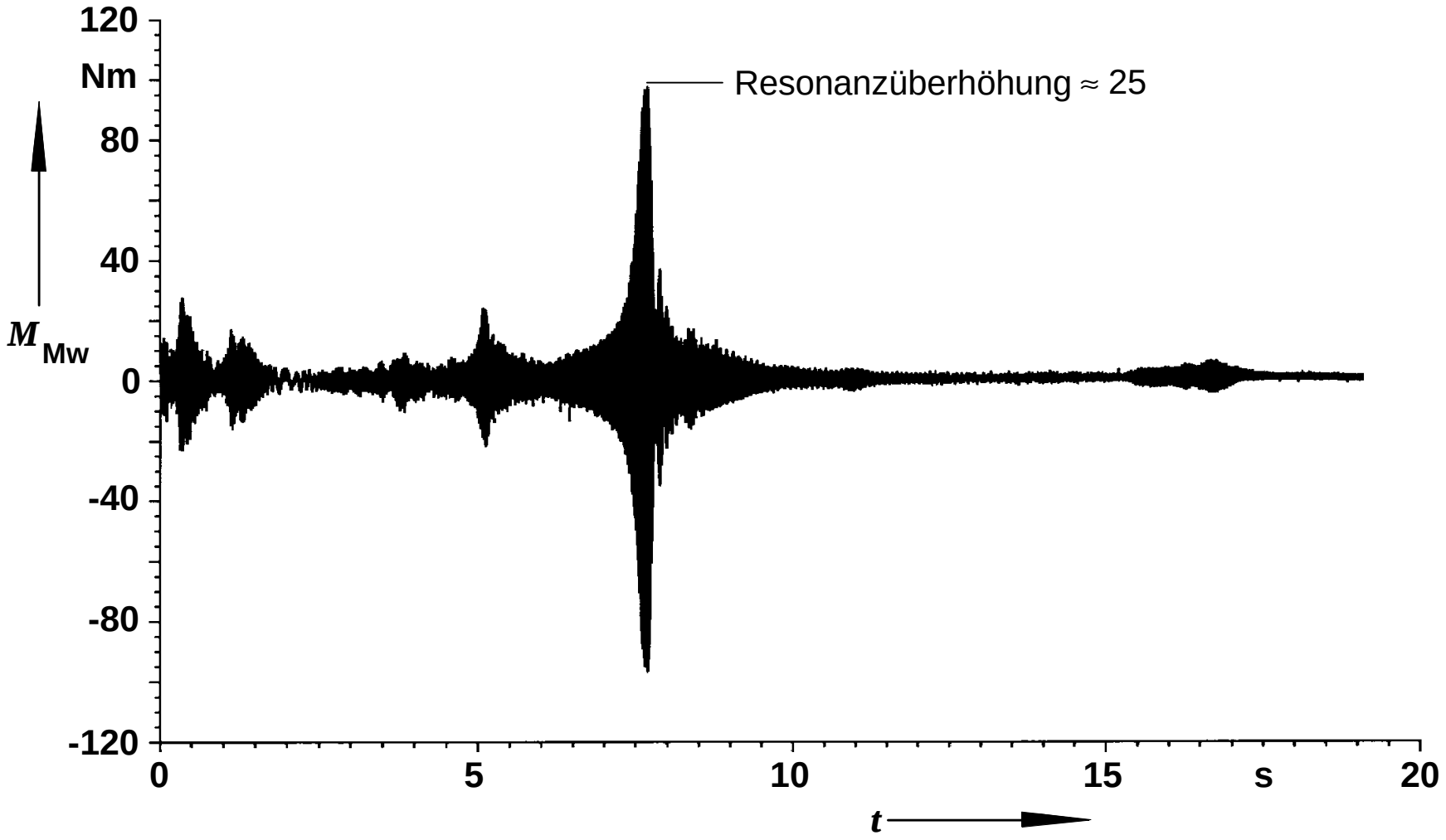


Bild 7.1: Gemessener zeitlicher Verlauf des von der Meßwelle angezeigten Drehmomentes bei einem durch Spannungsreduktion mittels Drehstromsteller stark verlängerten Hochlauf des Maschinensatzes. Speisung des Drehstromstellers mit ca. $U_{L1,L2,eff} = 420$ V, Zündwinkel $\alpha_z = 106°....109°$, Spannung am Motor ca. $U_{UV,eff} = 221$ V, Grundschwingung ${}^{\xi=1}U_{eff} = 127$ V.

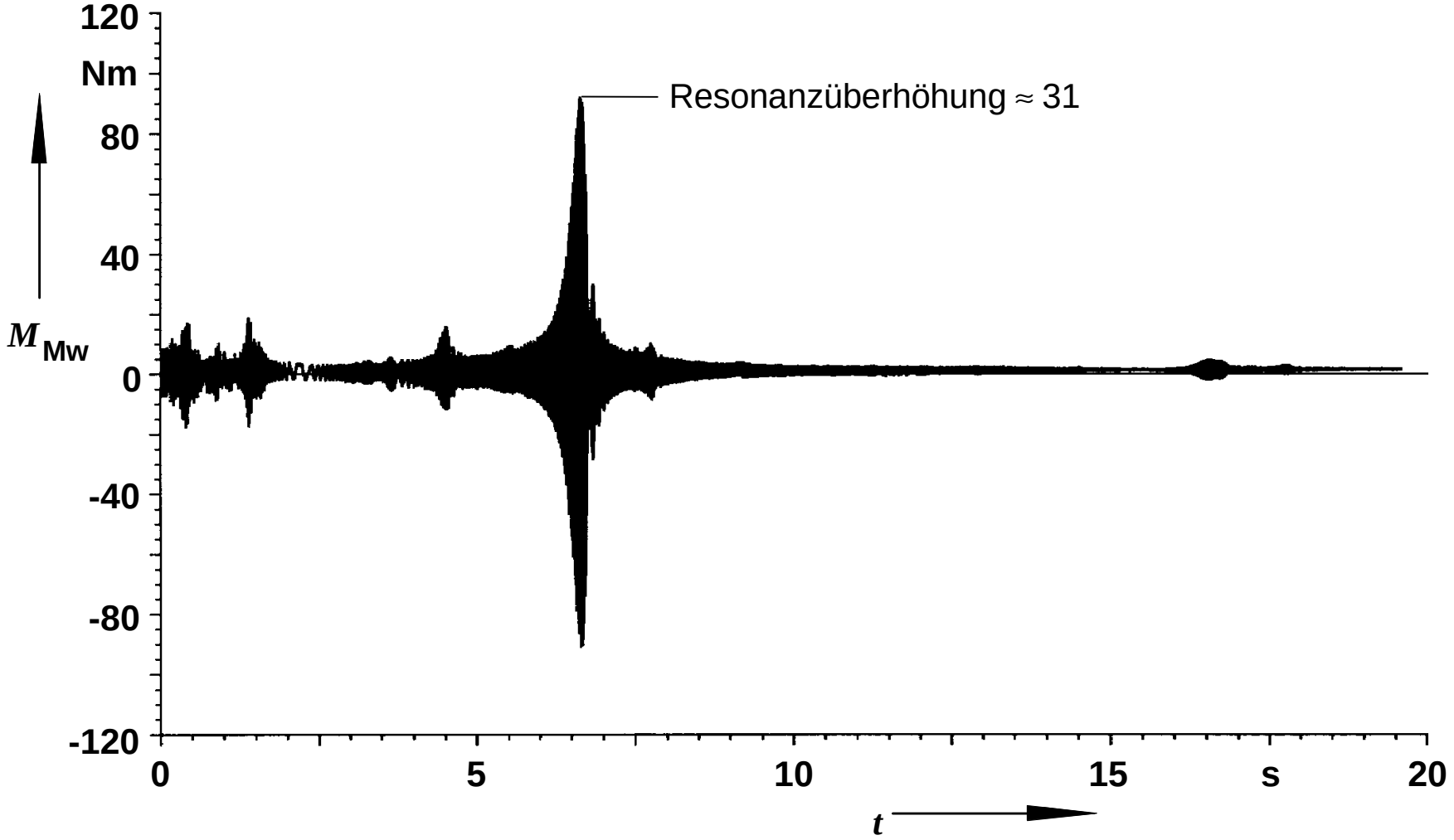


Bild 7.2: Berechneter zeitlicher Verlauf des von der Meßwelle angezeigten Drehmomentes bei einem durch Spannungsreduktion mittels Drehstromsteller stark verlängerter Hochlauf des Maschinensatzes. Speisung des Drehstromstellers mit $U_{L1,L2,eff}$= 420 V, Zündwinkel α_z = 108,5°, Spannung am Motor ca. $U_{UV,eff}$ = 212 V, Grundschwingung $^{\xi=1}U_{eff}$ = 116 V. FD-Zeitschrittrechnung mit mittelfeinem Gitter, ca. 2050 Gleichungen, azimutale Gitterweite 0,5° (mechanisch), Zeitschritt h = 44,4 µs, Zeitschrittparameter θ = 0,45. Reibschluß zwischen Blechpaket und Welle $d_{ASM,130}$ = 0,7 kNms/rad.

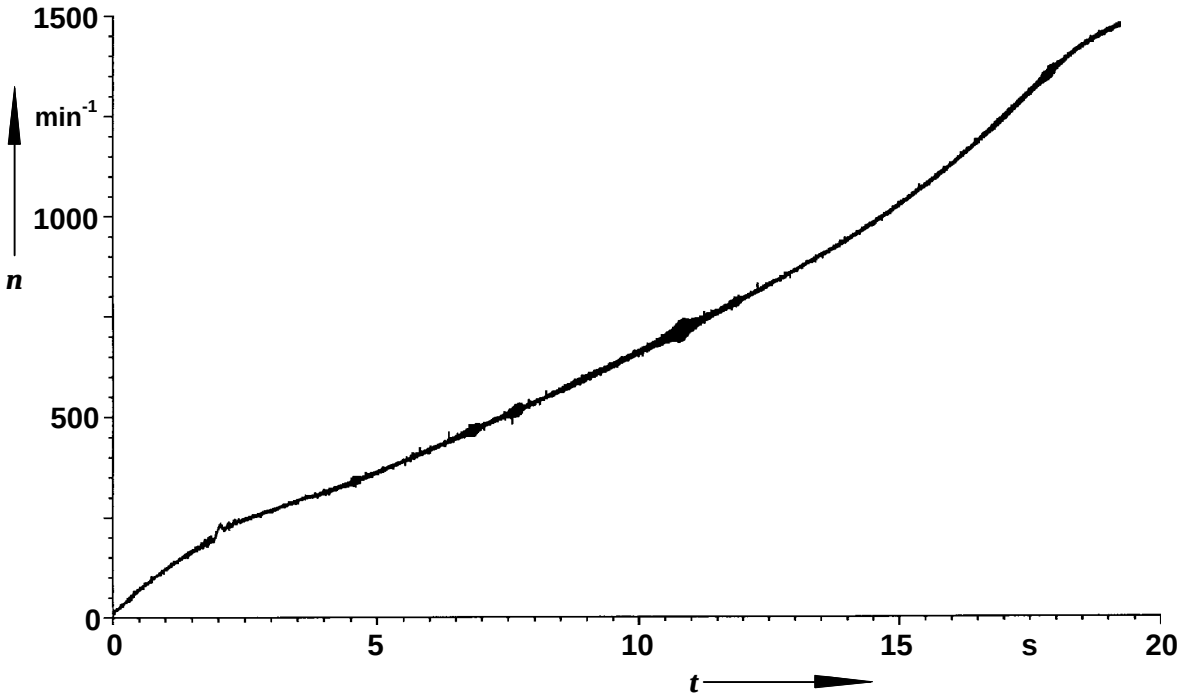


Bild 7.3a: Gemessener zeitlicher Verlauf der Drehzahl bei einem durch Spannungsreduktion mittels Drehstromsteller stark verlängerten Hochlauf des Maschinensatzes. Speisung des Drehstromstellers mit $U_{L1,L2,eff} = 420$ V, Zündwinkel $\alpha_Z = 106°...109°$, Spannung am Motor ca. $U_{UV,eff} = 221$ V, Grundschwingung ${}^{\xi=1}U_{eff} = 127$ V.

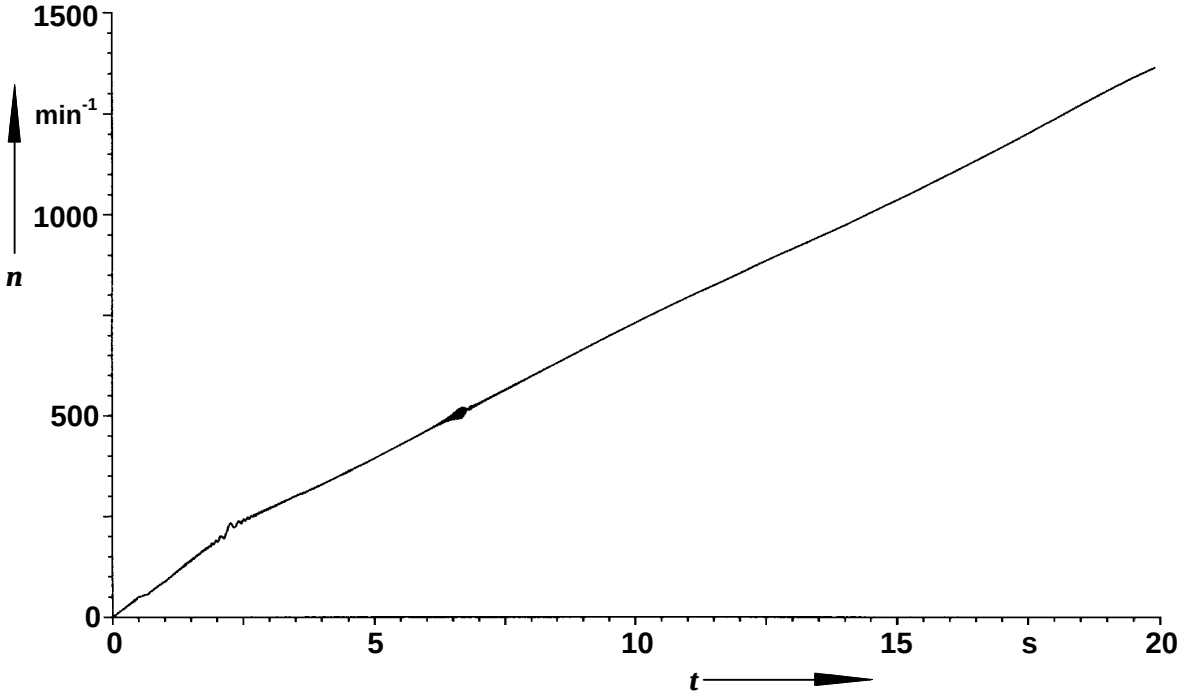


Bild 7.3b: FD-Rechnung zu Bild 7.3a. Speisung des Drehstromstellers mit $U_{L1,L2,eff} = 420$ V, Zündwinkel $\alpha_Z = 108{,}5°$, Spannung am Motor ca. $U_{UV,eff} = 212$ V, Grundschwingung ${}^{\xi=1}U_{eff} = 116$ V. Zeitschritt $h = 44{,}4$ µs, Zeitschrittparameter $\theta = 0{,}45$.

Die Darstellung der Zeitverläufe von Strom und Spannung an der Maschine über den gesamten Zeitraum von 20 s ist ungünstig. Statt dessen wird wie schon in Kap. 4.5 eine Bestimmung der Effektivwerte aus den gemessenen Zeitverläufen über Intervalle von jeweils einer Netzperiode Dauer durchgeführt. Im interessierenden Zeitbereich während des Hochlaufes ändert sich die Spannung im Mittel nur geringfügig. Aufgrund des starken Anschnittes sind der gesamte Effektivwert und der Grundschwingungseffektivwert sehr verschieden. Es werden $U_{\mathrm{eff}} \approx 220$ V und ${}^{\xi=1}U_{\mathrm{eff}} \approx 127$ V gemessen, d. h. der Grundschwingungsgehalt g_{U} beträgt nur ca. ${}^{\xi=1}U_{\mathrm{eff}} / U_{\mathrm{eff}} \approx 0{,}58 \mathrel{\hat{=}} 58\%$. Beim Strom liegt er dagegen aufgrund der starken Dämpfung der Oberwellen durch die induktive Last bei ca. 97%, so daß eine gesonderte Darstellung des Grundschwingungseffektivwertes von i(t) unangebracht erscheint.

Der Effektivwert des Stromes weist während des Hochlaufes deutliche Synchronisationserscheinungen (siehe Bild 7.5) auf. Durch überlagerte Oberströme, deren Frequenzen drehzahlabhängig sind und die bei bestimmten Drehzahlen netzfrequent werden, ergeben sich bei der Effektivwertberechnung zeitliche Schwankungen, deren Frequenz beim Durchlauf durch eine synchrone Drehzahl bis auf Null absinkt und anschließend wieder steigt.

Diese Synchronisationserscheinungen (Bild 7.5) treten bei Drehzahlen auf, bei denen auch synchrone Momente erwartet werden können. Die Berechnung deren maximaler Größe über eine Wirkleistungsbilanz scheitert im vorliegenden Fall jedoch an der Unbekanntheit mindestens eines weiteren Strangstromes. Es zeigt sich aus Vergleichsrechnungen, daß Wirkleistungsschwankungen in einem Wicklungsstrang durch entsprechend phasenverschobene Schwankungen der Wirkleistungen in den anderen Strängen kompensiert werden können.

Bei der Berechnung der Effektivwertverläufe von Strom und Spannung aus den Ergebnissen der FD-Rechnung zeigen sich qualitativ ähnliche Verläufe wie bei Zugrundelegung der gemessenen Zeitverläufe. Auch hier treten im Effektivwert des Stromes die schon in der Messung beobachteten Synchronisationserscheinungen auf.

Quantitativ treten gewisse Unterschiede auf, die nicht allein mit der Unbestimmtheit des Zündwinkels zu erklären sind, insofern schon die Grundschwingungsimpedanzen bei Rechnung und Messung im Stillstand voneinander abweichen. So wird im Stillstand bei ${}^{\xi=1}U_{\mathrm{eff}} \approx 127$ V ein Grundschwingungseffektivwert von Netz- bzw. Strangstrom von 9,65 A im Mittel gemessen. In der Rechnung ergeben sich ${}^{\xi=1}U_{\mathrm{eff}} \approx 116$ V und ${}^{\xi=1}I_{\mathrm{eff,\,K}} \approx 9{,}47$ A.

Damit erhält man die folgenden Eingangsimpedanzen der Maschine im Stillstand zu

$${}^{\xi=1}Z_{\mathrm{K,\,mess}} = \frac{{}^{\xi=1}U_{\mathrm{eff}}}{\sqrt{3}\cdot {}^{\xi=1}I_{\mathrm{eff,\,K}}} = \frac{127\ \mathrm{V}}{\sqrt{3}\cdot 9{,}65\ \mathrm{A}} \approx 7{,}60\ \Omega$$ aus der Messung und

$${}^{\xi=1}Z_{\mathrm{K,\,rech}} = \frac{{}^{\xi=1}U_{\mathrm{eff}}}{\sqrt{3}\cdot {}^{\xi=1}I_{\mathrm{eff,\,K}}} = \frac{116\ \mathrm{V}}{\sqrt{3}\cdot 9{,}47\ \mathrm{A}} \approx 7{,}07\ \Omega$$ aus der Rechnung, was den Wert aus der Messung um ca. 7% unterschreitet.

Die Abweichung des Grundschwingungseffektivwertes der Spannung von ca.

$\frac{116-127}{127} \approx -0{,}087 \mathrel{\hat{=}} -8{,}7\%$ ist maßgeblich hierdurch zu erklären. Der berechnete Gesamteffektivwert der Spannung von $U_{\mathrm{eff}} \approx 212\ \mathrm{V}$ weicht dagegen nur um

$\frac{212-220}{220} \approx -0{,}036 \mathrel{\hat{=}} -3{,}6\%$ von der Messung ab.

Der Grundschwingungsgehalt g_U der Spannungen ist in der Rechnung mit ca. 55% nicht so hoch wie in der Messung, was auf einen bezüglich der Spannungskurvenform zu großen Zündwinkel in der Rechnung schließen läßt.

Eine Vergleichsrechung mit einem FD-Gitter in ursprünglicher Feinheit (0,25° azimutale Gitterweite, ca. 3800 Feldgleichungen) bei einem Zündwinkel von $\alpha_Z = 107°$ liefert die Werte $U_{\mathrm{eff,\,total}} \approx 231\ \mathrm{V}$, ${}^{\xi=1}U_{\mathrm{eff}} \approx 136\ \mathrm{V}$ und ${}^{\xi=1}I_{\mathrm{eff,\,K}} \approx 10{,}43\ \mathrm{A}$.

Hieraus ergibt sich eine Grundschwingungsimpedanz von

$${}^{\xi=1}Z_{\mathrm{K,\,rech}} = \frac{{}^{\xi=1}U_{\mathrm{eff}}}{\sqrt{3}\cdot {}^{\xi=1}I_{\mathrm{eff,\,K}}} = \frac{136\ \mathrm{V}}{\sqrt{3}\cdot 10{,}43\ \mathrm{A}} \approx 7{,}53\ \Omega,$$ die nur geringfügig von dem aus der Messung bestimmten Wert abweicht.

Der Grundschwingungsgehalt der Spannung liegt bei ca. 59%. Er ist aufgrund eines niedrigeren Zündwinkels größer als bei der hier vorliegenden Messung.

Offenbar scheint bei der zuvor präsentierten Rechnung die gröbere azimutale Diskretisierung eine Absenkung der berechneten Eingangsimpedanz der Maschine zu bewirken.

Ein möglicher Erklärungsansatz liegt darin, daß aufgrund der größeren azimutalen Gitterweite die Oberfelder mit höheren Polpaarzahlen nicht hinreichend genau berücksichtigt werden, so daß sich eine zu niedrige doppelt verkettete Streuung bzw. Oberfeldstreuung in der FD-Rechnung einstellt.

Inwieweit dieser Erklärungsansatz auch quantitativ haltbar ist, müßte eingehender untersucht werden. In gewisser Weise ergibt sich an dieser Stelle ein Widerspruch zu der in Kap. 4.5 berechneten Impedanz von 7,42 Ω, die trotz des sowohl in azimutaler als auch radialer Richtung groben Gitters (0,5° azimutal, keine zusätzlichen azimutalen Linien an der Rotoroberfläche) besser mit der Messung übereinstimmt, als die hier präsentierte Rechnung mit lediglich azimutal grobem Gitter.

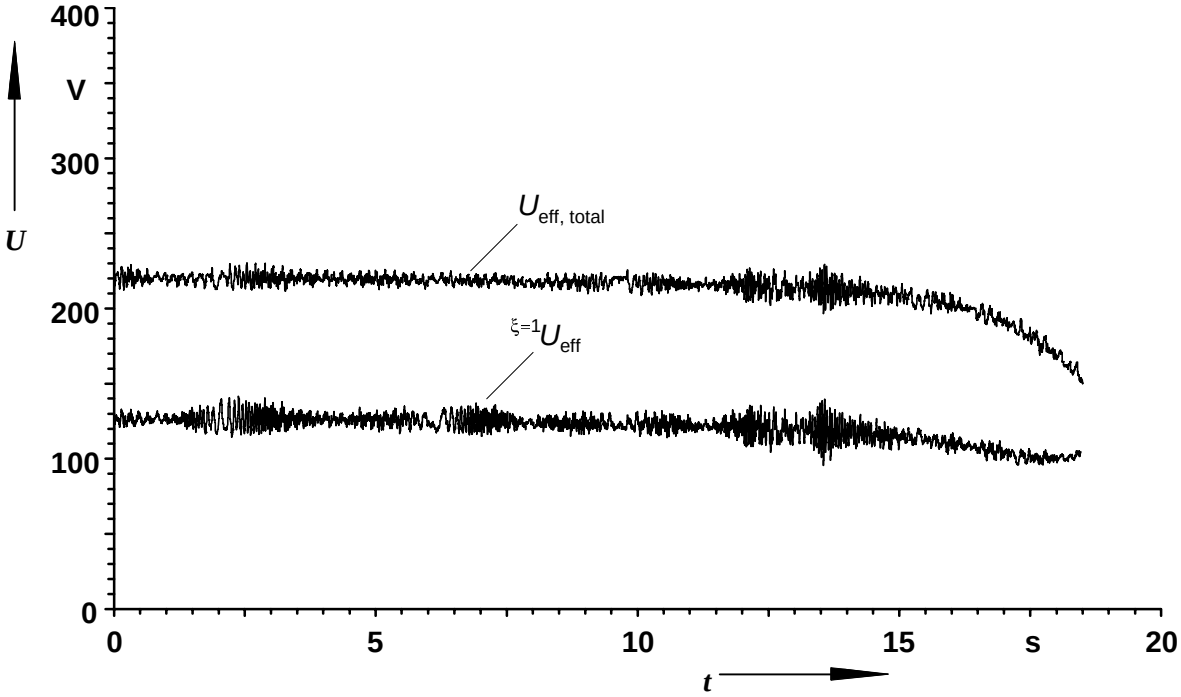


Bild 7.4a: Gesamt- und Grundschwingungseffektivwerte der Klemmenspannung an der Maschine beim Sanftanlauf mit Drehstromsteller aus Messung. Bestimmung über Zeitintervalle von jeweils einer Netzperiodendauer der Spannungszeitverläufe. Speisung des Drehstromstellers mit $U_{L1,L2,eff}$ = 420 V, Zündwinkel α_Z = 106°...109°, Spannung am Motor ca. $U_{UV,eff}$ = 221 V, Grundschwingung $^{\xi=1}U_{eff}$ = 127 V.

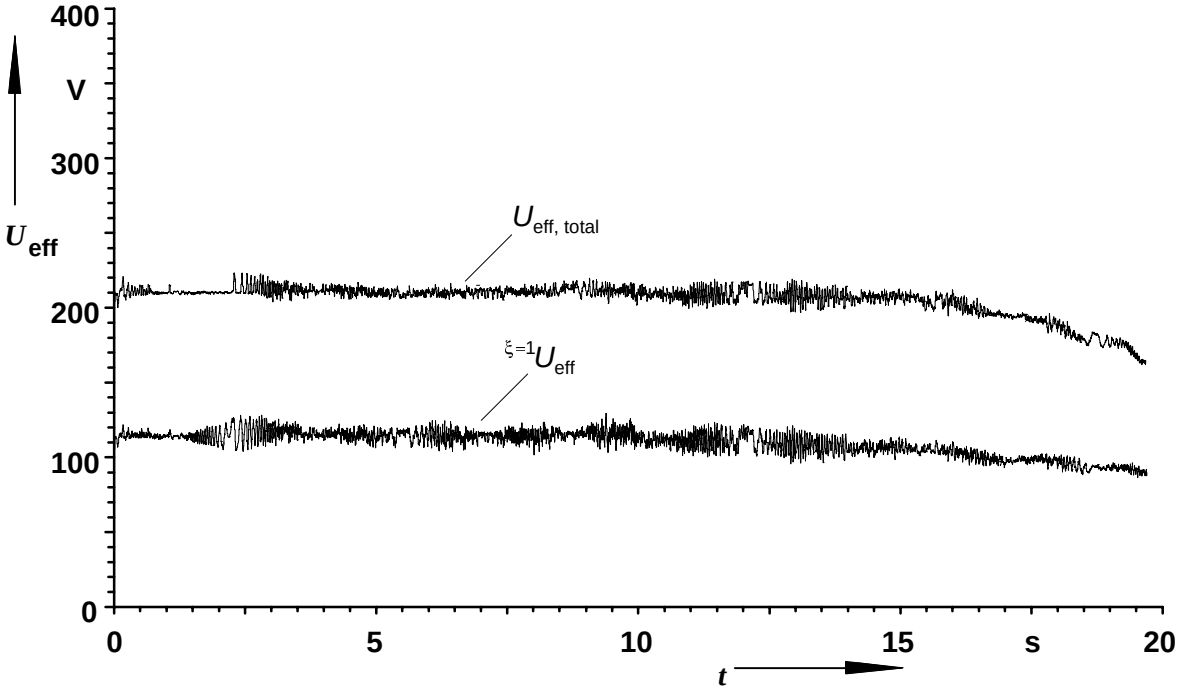


Bild 7.4b: FD-Rechnung zu Bild 7.4a. Speisung des Drehstromstellers mit $U_{L1,L2,eff}$ = 420 V, Zündwinkel α_Z = 108,5°, Spannung am Motor ca. $U_{UV,eff}$ = 212 V, Grundschwingung $^{\xi=1}U_{eff}$ = 116 V. Zeitschritt h = 44,4 µs, Parameter θ = 0,45.

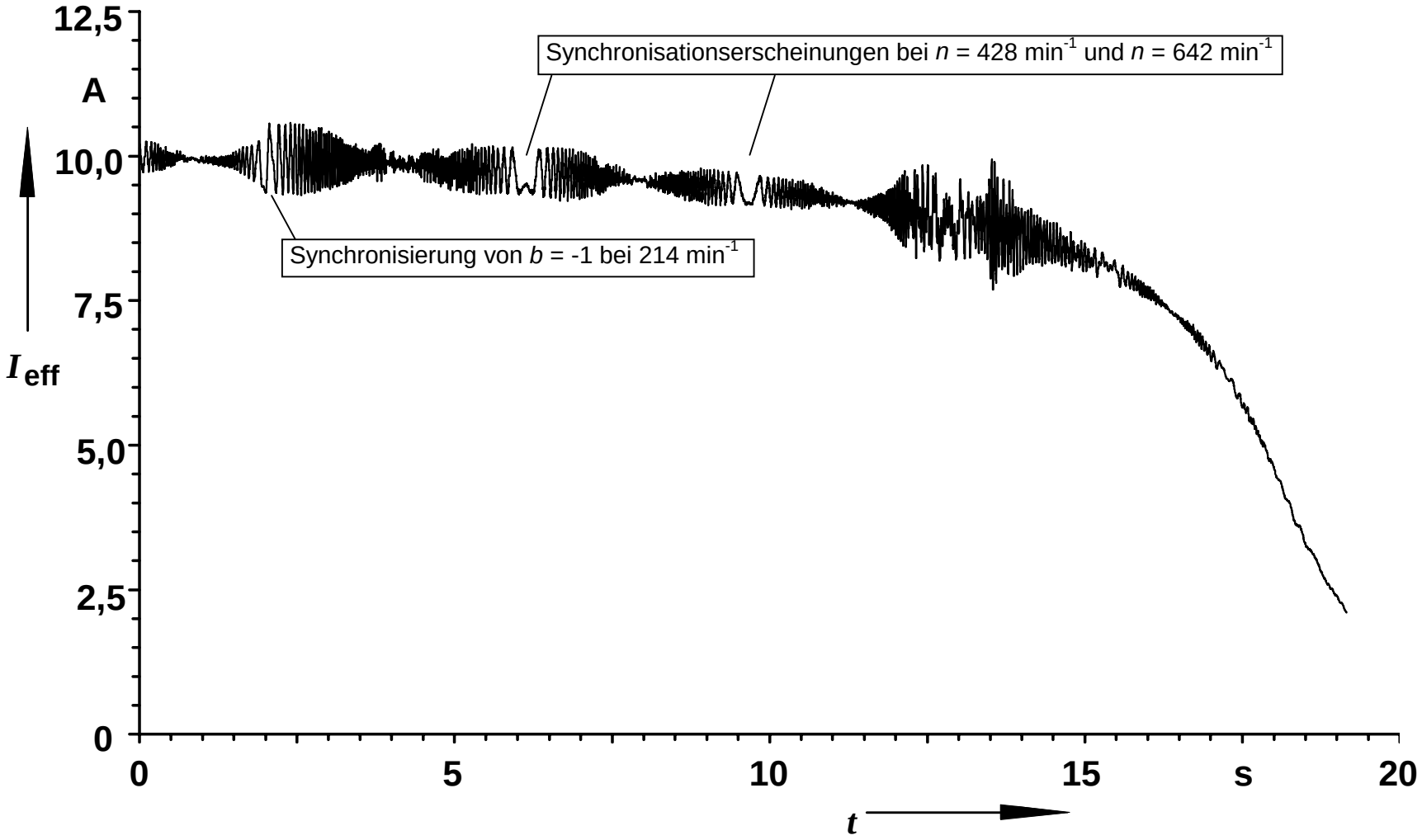


Bild 7.5: Gesamteffektivwert des Außenleiter- bzw. Strangstromes der Maschine bei Sanftanlauf (aus der gleichen Messung wie Bild 7.4a, Bild 7.3a und Bild 7.1). Bestimmung über Zeitintervalle von jeweils einer Netzperiodendauer des gemessenen Stromzeitverlaufes. Speisung des Drehstromstellers mit ca. $U_{L1,L2,eff}$ = 420 V, Zündwinkel α_Z = 106°....109°, Spannung am Motor ca. $U_{UV,eff}$ = 221 V, Grundschwingung $^{\xi=1}U_{eff}$ = 127 V.

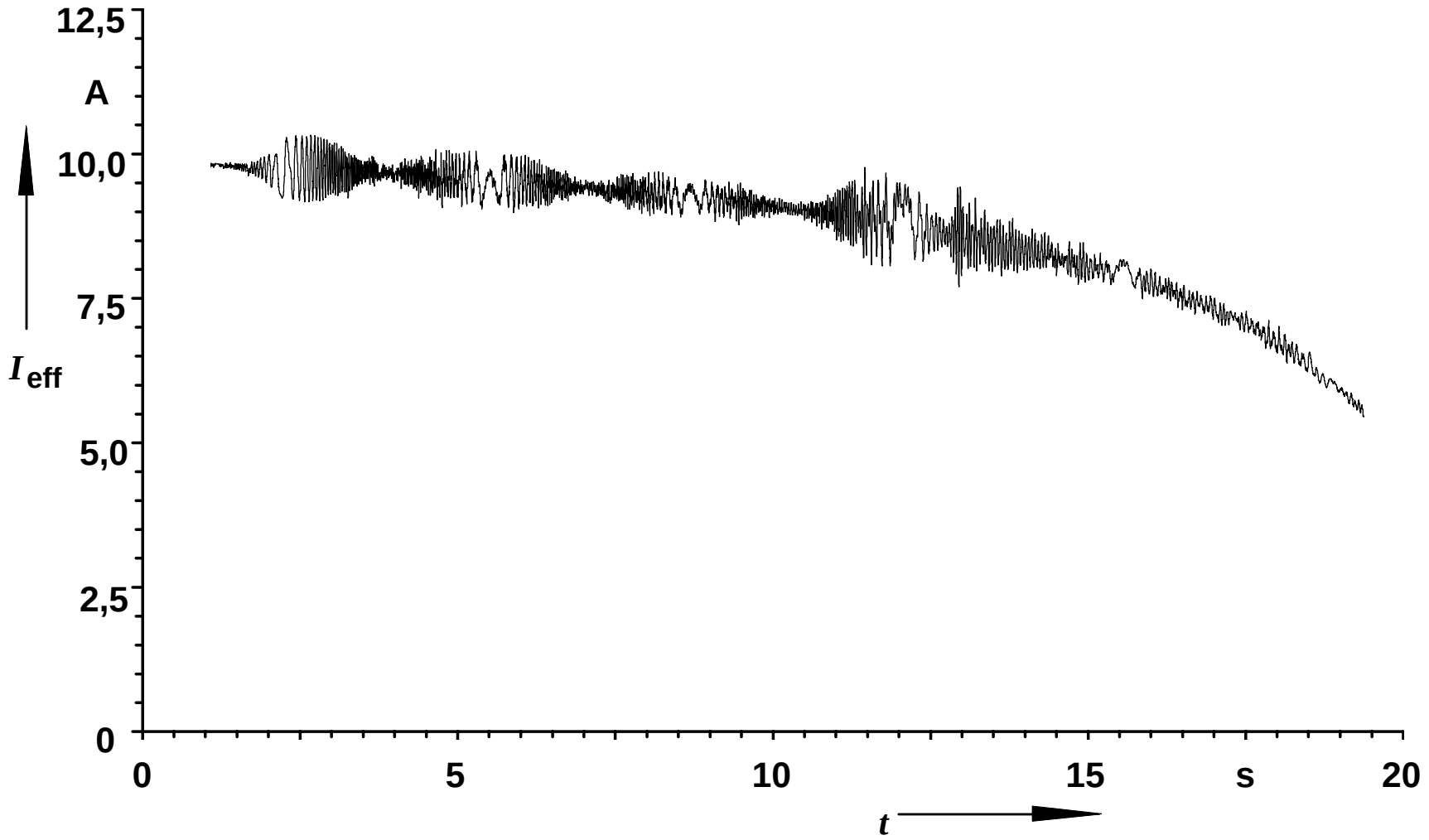


Bild 7.6: Gesamteffektivwert des Außenleiter- bzw. Strangstromes der Maschine bei Sanftanlauf (aus der gleichen Rechnung wie Bild 7.4b, Bild 7.3b und Bild 7.2). Bestimmung über Zeitintervalle von jeweils einer Netzperiodendauer des berechneten Stromzeitverlaufes. Speisung des Drehstromstellers mit $U_{L1,L2,eff}$ = 420 V, Zündwinkel α_Z =108,5°, Spannung am Motor ca. $U_{UV,eff}$ = 212 V, Grundschwingung $^{\xi=1}U_{eff}$ = 116 V.

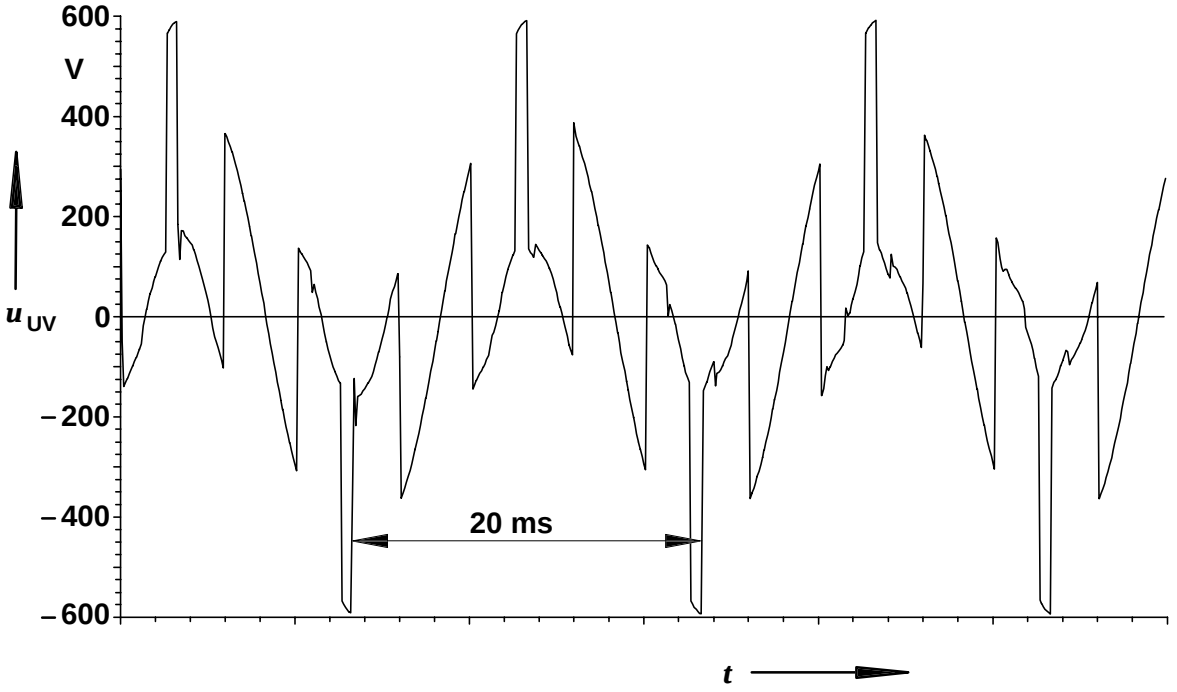


Bild 7.7a: Gemessener zeitlicher Verlauf der Spannung $u_{UV}(t)$ an den Klemmen der Maschine beim Sanftanlauf mit Drehstromsteller, Zündwinkel $\alpha_Z = 106°....109°$, Augenblickswert der Drehzahl ca. $n = 415\ \text{min}^{-1}$.

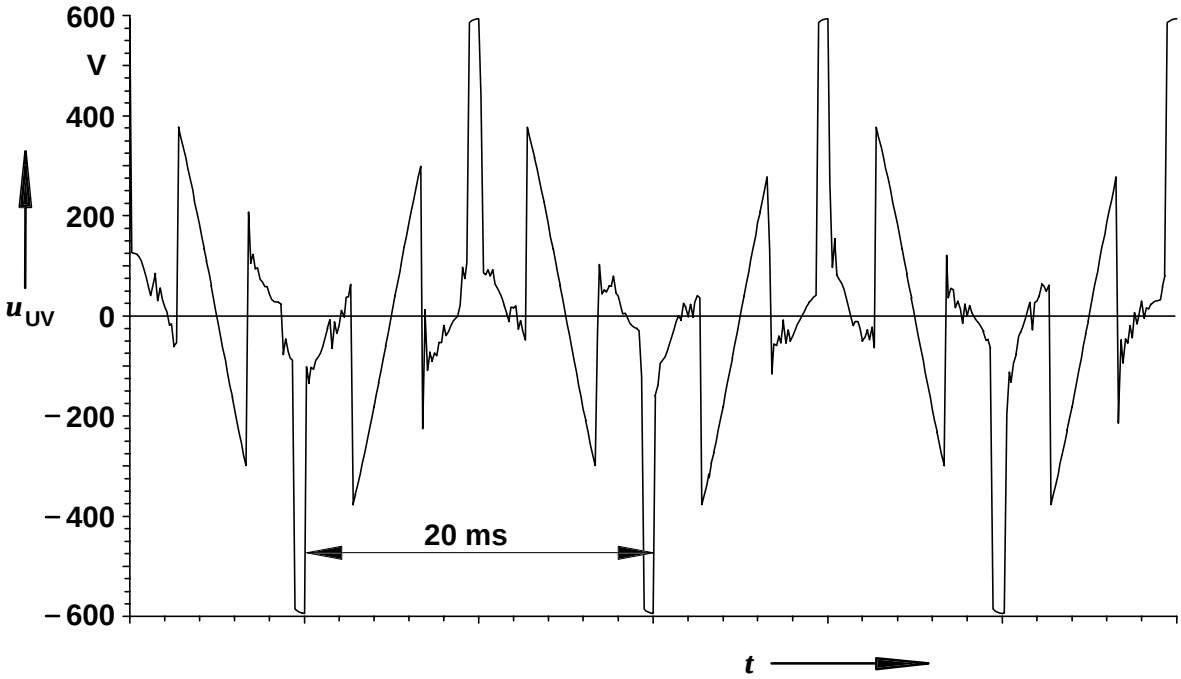


Bild 7.7b: Berechneter zeitlicher Verlauf der Spannung $u_{UV}(t)$ an den Klemmen der Maschine beim Sanftanlauf mit Drehstromsteller, Zündwinkel $\alpha_Z = 108{,}5°$, Augenblickswert der Drehzahl ca. $n = 415\ \text{min}^{-1}$. Zeitschritt $h = 44{,}4\ \mu\text{s}$, Zeitschrittparameter $\theta = 0{,}45$.

Der Unterschied der Klemmenspannungen an der Maschine bei Rechnung und Messung, der bei der Effektivwertberechnung deutlich wird, ist aus dem Spannungszeitverlauf nicht unmittelbar ersichtlich, wie die Bilder 7.7a und 7.7b zeigen. Wegen der Quasistationarität des Hochlaufes werden hier Ausschnitte aus den Zeitverläufen bei gleichen Drehzahlen gegenübergestellt. Die Übereinstimmung ist befriedigend, wenn man von den Austastlücken des Spannungsverlaufes absieht. In ihnen ist bei der Rechnung aufgrund der Abschaltung eines induktiven Zweiges verstärkt mit numerischen Schwierigkeiten in Form von Steifigkeitsproblemen zu rechnen. Aufgrund unterschiedlicher Einschaltzeitpunkte sind die Kurven trotz ganzer Anzahl von Netzperioden zwischen den Ausschnittintervallen gegeneinander verschoben. So erscheint im gemessenen Spannungsverlauf ein Maximum zum Zeitpunkt 5,96 s+3,27 ms, während ein vergleichbares Maximum in der Rechnung schon genau bei 5,32 s auftritt. Dieser zeitliche Verzug entspricht in etwa einer sechstel Netzperiode.
Insofern ist in Bild 7.8a und 7.8b die Verschiebung der Stromverläufe i_S(t) der Messung und i_R(t) der Rechnung um ziemlich genau eine halbe Netzperiode keineswegs verwunderlich, sondern ein Zeichen guter Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messung. Die Kurvenverläufe selbst stimmen bezüglich ihrer Gestalt ebenfalls gut miteinander überein. Da quasistationäre Verhältnisse vorliegen, ist ein Vergleich zweier verschiedener Stränge durchaus zulässig.

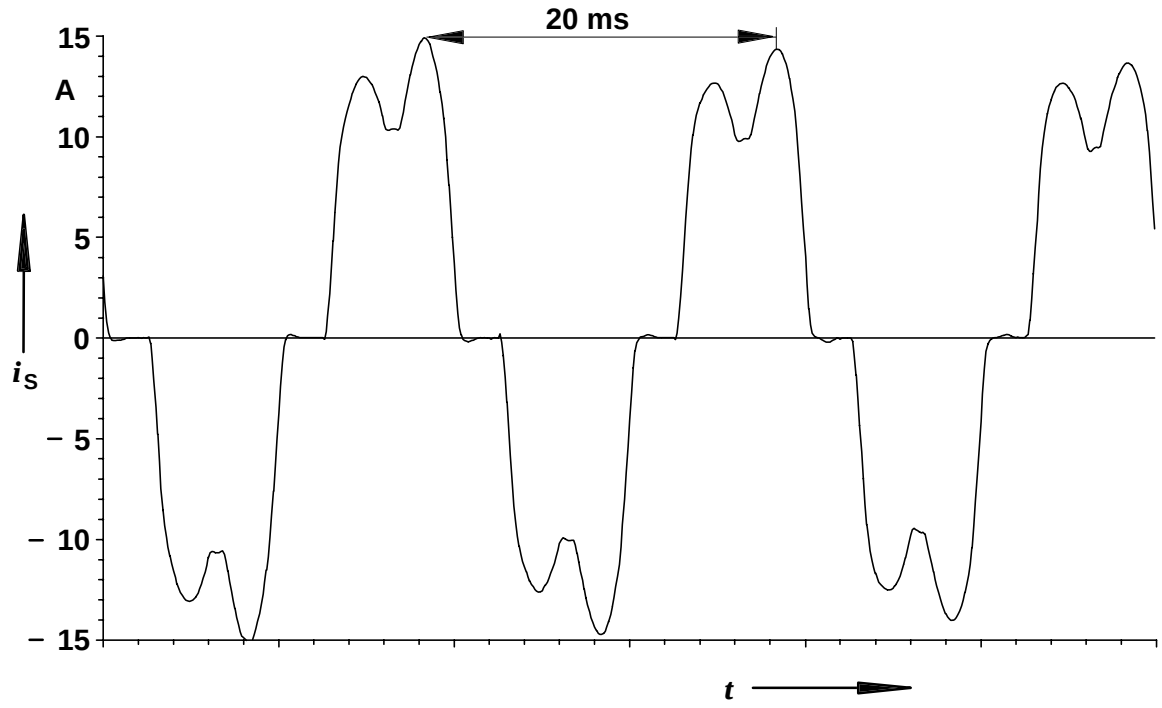


Bild 7.8a: Gemessener zeitlicher Verlauf des Strang- bzw. Außenleiterstromes $i_S(t)$ beim Sanftanlauf mit Drehstromsteller, Zündwinkel $\alpha_Z = 106°....109°$. Augenblickswert der Drehzahl ca. $n = 415\ \text{min}^{-1}$.

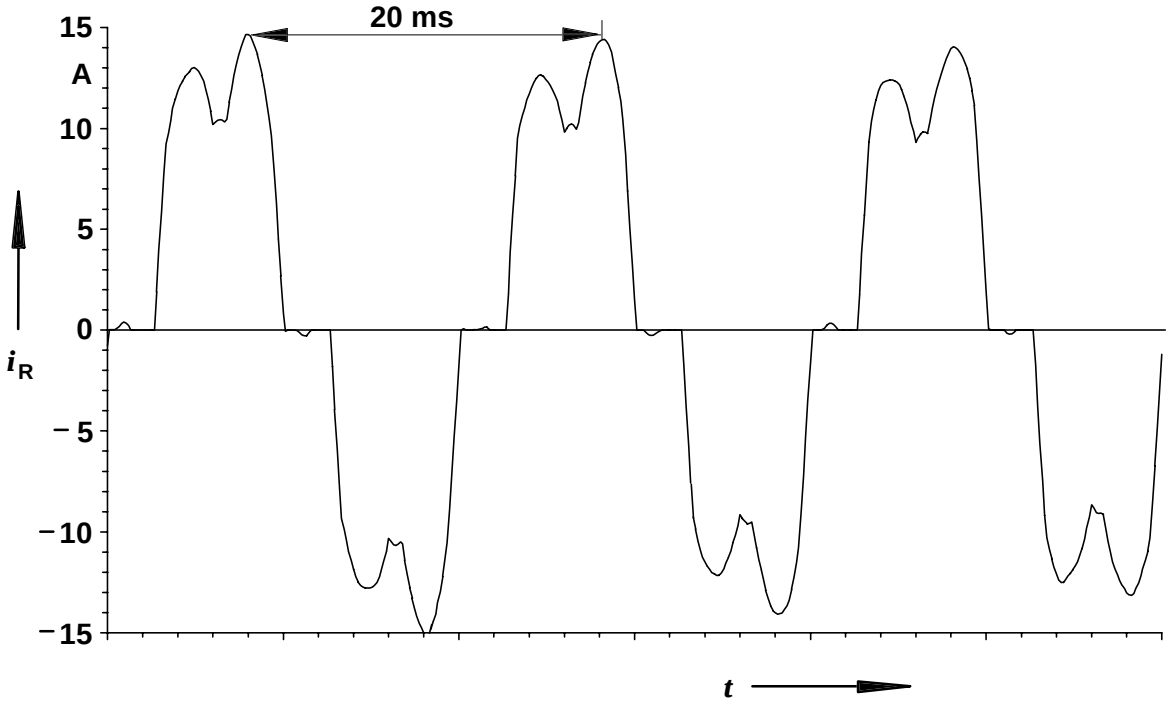


Bild 7.8b: Berechneter zeitlicher Verlauf des Strang- bzw. Außenleiterstromes $i_R(t)$ beim Sanftanlauf mit Drehstromsteller, Zündwinkel $\alpha_Z = 108{,}5°$. Augenblickswert der Drehzahl ca. $n = 415\ \text{min}^{-1}$. Zeitschritt $h = 44{,}4\ \mu\text{s}$, Zeitschrittparameter $\theta = 0{,}45$.

7.2 Maschinensatz mit zusätzlicher, über Keilriemen angekuppelter Schwungmasse, Hochlaufgefährdung

In [55] wird ein Maschinensatz mit Keilriemenantrieb bezüglich seines Hochlaufverhaltens untersucht. Es handelt sich um den in Kap. 6 dargestellten Antrieb, der jedoch mittels einer über einen ca. 2 m langen Keilriemen angekuppelten Asynchronmaschine um eine zusätzliche Schwungmasse erweitert ist, wie Bild 7.9 zeigt.

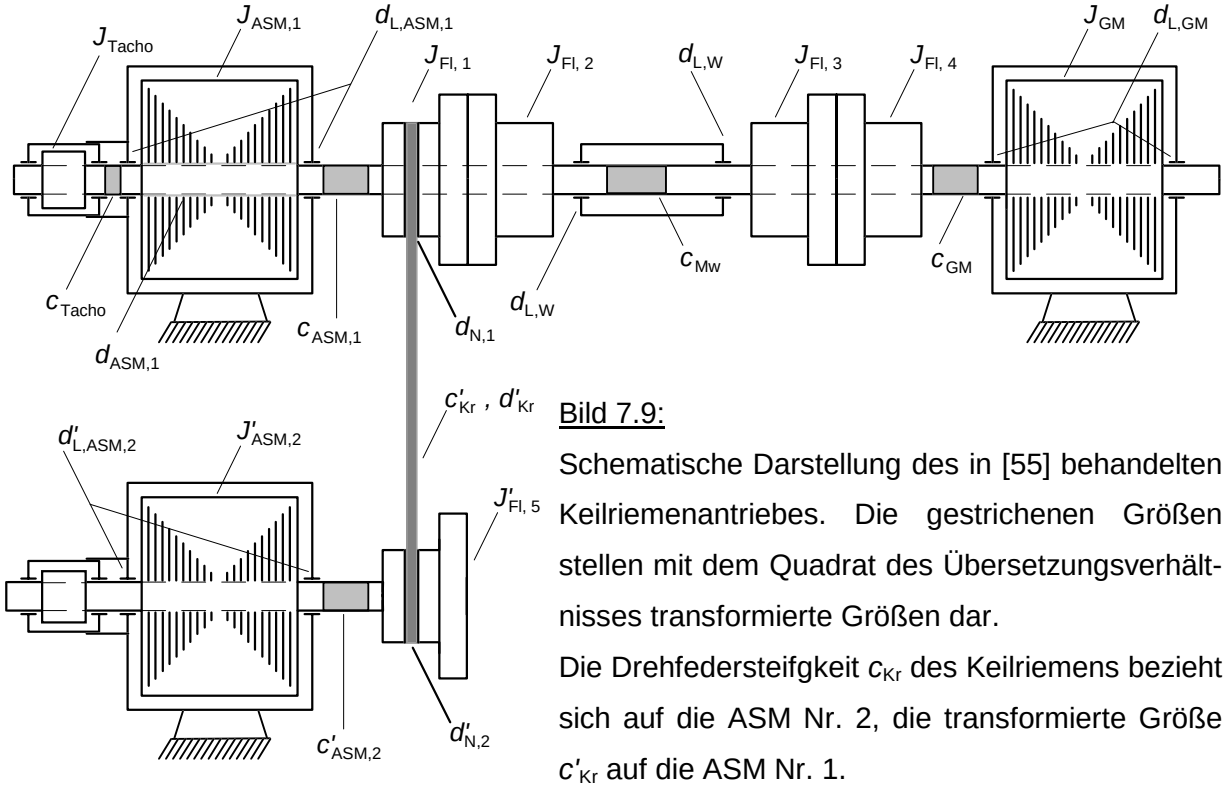


Bild 7.9:
Schematische Darstellung des in [55] behandelten Keilriemenantriebes. Die gestrichenen Größen stellen mit dem Quadrat des Übersetzungsverhältnisses transformierte Größen dar.
Die Drehfedersteifgkeit c_{Kr} des Keilriemens bezieht sich auf die ASM Nr. 2, die transformierte Größe c'_{Kr} auf die ASM Nr. 1.

In [55] werden für die zusätzlichen Parameter die nachfolgend tabellierten Werte angegeben, die aus Eigenfrequenz- und Dämpfungsbestimmungen anhand von Abklingvorgängen sowie Auslaufversuchen bestimmt wurden und an dieser Stelle im wesentlichen mit Ausnahme einiger vernachlässigbarer Reibungsbeiwerte übernommen werden:

$d_{N,1}$	d'_{Kr}	c'_{Kr}	$d'_{N,2}$	$J'_{FL,5}$	$c'_{ASM,2}$	$J'_{ASM,2}$	$d'_{L,ASM,2}$
$\frac{Nms}{rad}$	$\frac{Nms}{rad}$	$\frac{Nm}{rad}$	$\frac{Nms}{rad}$	kgm^2	$\frac{kNm}{rad}$	kgm^2	$\frac{Nms}{rad}$
-	0,66	561,4	0,0021	0,0063	577,6	0,1449	0,002

Tab. 7.1: Für Berechnungen der Hochläufe verwendete Parameter der zusätzlichen Komponenten.

Das Hochlaufverhalten des Maschinensatzes bei sinusförmiger Speisung wird in [55] ausgiebig meßtechnisch behandelt. Die Meßergebnisse bestätigen qualitativ die Ergebnisse der FD-Zeitschrittrechnungen. Für Hochläufe mit Drehstromstellerspeisung sind ebenfalls Messungen aufgeführt, die als Referenzen für die nachfolgend präsentierten Rechnungen herangezogen werden.

Bild 7.10a zeigt den Drehzahl-Zeitverlauf einer typischen Hochlaufblockade bei ca. 214 min^{-1}. Im Gegensatz zu Antrieben mit reinem Trägheitsverhalten oder hohen Torsionseigenfrequenzen kommt es bei dem vorliegenden Keilriemenantrieb mit einer relativ niedrigen, durch den weichen Riemen bedingten Eigenfrequenz von ca. 14 Hz [55] kurz vor dem ersten Durchlauf durch den parasitären Synchronismus zu einer Anfachung der entsprechenden Eigenschwingung. Nach dem Einlauf in den Synchronismus wird diese jedoch erkennbar stärker gedämpft als die Pendelungen um die stabile Ruhelage für β_2, so daß für fortgeschrittene Zeiten der pendelnde Drehzahlverlauf demjenigen bei reinem Trägheitsverhalten entspricht. Er ist dann maßgeblich durch die elektromagnetische Federsteife des synchronen Momentes und die Gesamtheit der Trägheitsmomente bestimmt, wobei allerdings die Federsteife des Keilriemens nicht vernachlässigbar ist, sondern auf die Pendelfrequenz erhöhend einwirkt.

In Bild 7.10b ist der Drehzahlverlauf aus einer vergleichbaren FD-Zeitschrittrechnung mit einer den Drehstromsteller speisenden Spannung von U_{eff} = 405 V bei einem Anschnittwinkel von α_z = 103,2° dargestellt. Das berechnete Verhalten entspricht weitgehend der Messung. Es zeigt sich, daß für eine genaue Berechnung sowohl des für die Hochlaufzeit maßgeblichen asynchronen Momentes als auch des die Pendelfrequenz und die Resonanzamplituden bestimmenden synchronen Momentes eine feine Diskretisierung in Raum und Zeit zu wählen ist. Die azimutale Gitterweite beträgt ca. 0,25° entsprechend 0,5° elektrisch. In den Rotorstäben liegen neun azimutale Schichten, deren radiale Weite auf ca. 0,45 mm an der Staboberfläche abnimmt, um so die Stromverdrängung auch höherfrequenter Oberströme zu erfassen. Im Luftspalt selbst nimmt die radiale Gitterweite auf 0,16 mm ab. Die Zeitschrittweite liegt bei 44,4 µs. Die Verwendung eines ausgedünnten Gitters mit 0,5° azimutaler Weite ohne zusätzliche Kreise an der Rotorstaboberkante bei einem Zeitschritt von 133,3 µs führt zu Resultaten, bei denen Hochlaufzeit, Resonanzamplitude und Pendelfrequenz keine Übereinstimmung zur Messung aufweisen, weil die Drehmomentberechnung zu fehlerhaft ist.

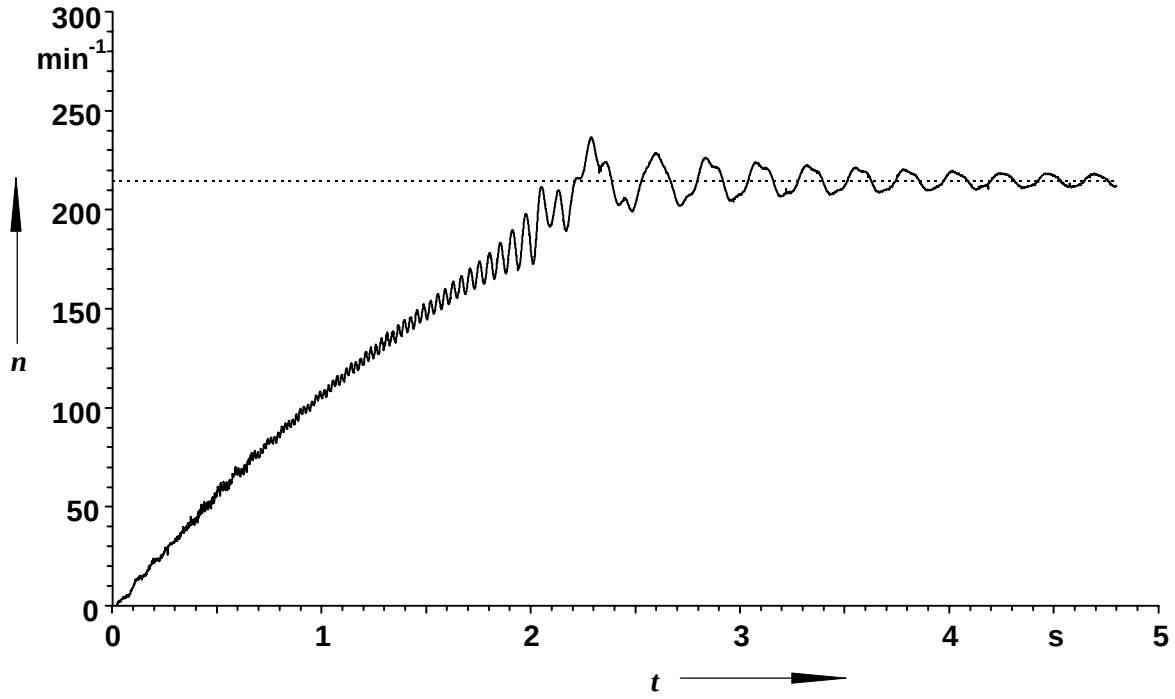


Bild 7.10a: Gemessener zeitlicher Verlauf der Drehzahl aus [55] bei einem Hochlauf bis zum synchronen Sattelmoment bei 214 min^{-1}. Speisung des Drehstromstellers mit ca. U_{eff} = 400 V.

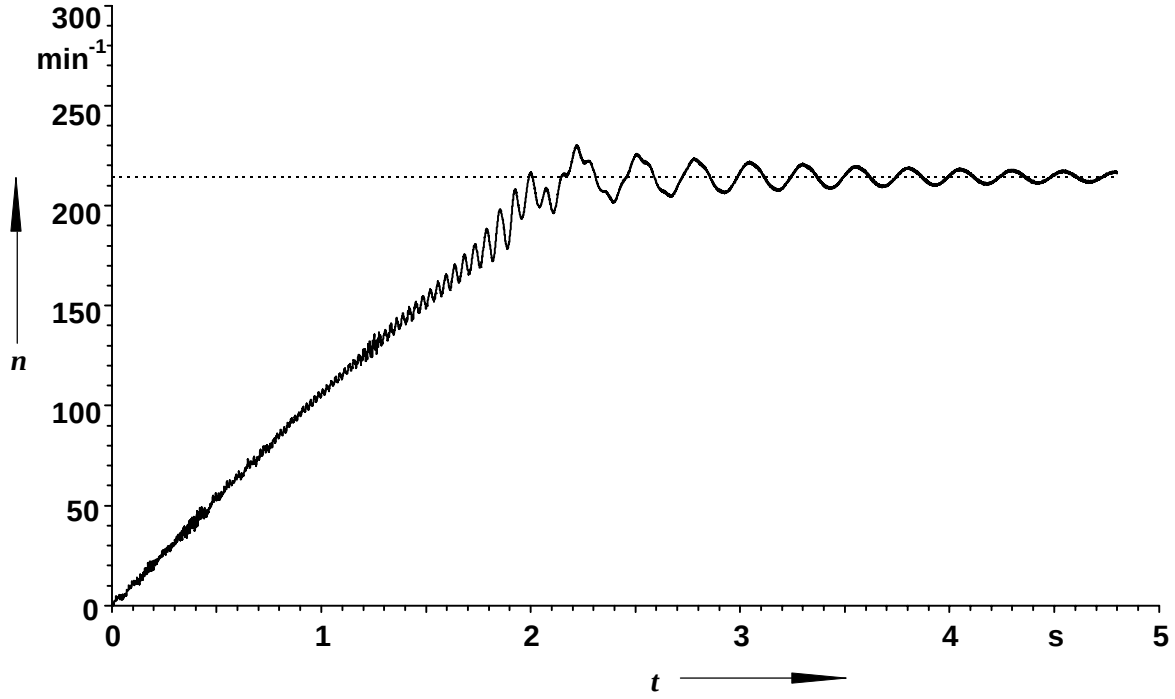


Bild 7.10b: Zeitverlauf der Drehzahl aus Finite-Differenzen-Zeitschrittrechnung, Speisung des Drehstromstellers mit $U_{L1,L2,eff}$ = 405 V, Motorspannung $U_{UV,eff}$ = 245 V, Grundschwingung ${}^{\xi=1}U_{eff}$ = 159 V. Anschnitt α_Z = 103,2°, Anfangsstellung des Rotors β_{Anf} = 7,369°. Zeitschritt h = 44,4 µs, Parameter θ = 0,45.

Permeabilität des Eisens μ_{Fe} unendlich: ca. 3800 zu berücksichtigende Knoten.

Eine gewisse, quantitative Abweichung tritt in der stationären Pendelfrequenz auf, die über die jeweils letzten 9 Halbperioden in der Rechnung zu 4,03 Hz, in der Messung dagegen zu 4,43 Hz berechnet wird und damit um ca. -9% von dem Meßergebnis abweicht. Die Resonanzüberhöhung in der Drehzahl ist in der Rechnung augenscheinlich ebenfalls etwas zu gering, auch ist die Dämpfung der 14 Hz-Eigenschwingung in der Rechnung etwas stärker ausgeprägt, wie man am schnelleren Abklingen dieser Schwingung erkennt. Diese Abweichungen beruhen vermutlich auf Parameterungenauigkeiten bzw. Schwankungen z. B. der Riemendämpfung oder des Anschnittwinkels.

In Bild 7.11a sind einige Perioden der mittels Meßwerterfassung im Rahmen von [55] aufgezeichneten verketteten Spannung an der Maschine dargestellt. Gegenüber der Rechnung in Bild 7.11b, die im wesentlichen, d. h. bezüglich der Lage der Spannungsaustastlücken, mit dieser Messung übereinstimmt, sind die auftretenden Spannungskuppen stark begrenzt, im negativen Bereich in geradezu rechteckiger Form. Das Spannungsmaximum entspricht keiner der laborüblichen Festspannungen. Ein Spannungsabfall von ca. 70 V im Drehstromsteller ist ausgeschlossen. Es ist hier vielmehr von einer Übersteuerung des Meßverstärkers in den nichtlinearen, durch Sättigung charakterisierten Bereich auszugehen. Andere Messungen an der vom Drehstromsteller gespeisten Maschine in ähnlichen Betriebszuständen (z. B. Bild 7.12a) zeigen, daß das auftretende Spannungsmaximum durchaus dem Scheitelwert der sinusförmigen Speisespannung von $U_{verk} \approx 400\ V_{eff}$ entspricht.

Eine zu Bild 7.10a gehörige Strommessung steht nicht zur Verfügung. Vergleicht man das Ergebnis der FD-Zeitschrittrechnung in Bild 7.12c mit einer anderen, nämlich der zu Bild 7.12a gehörenden Strommessung in Bild 7.12b, so erkennt man die qualitativ richtige Berechnung der Stromkurvenform. Quantitative Vergleiche verbieten sich im Hinblick auf die unterschiedliche Aussteuerung des Drehstromstellers bei der Vergleichmessung. Aufgrund des niedrigeren Zündwinkels von ca. 94°.... 98° ist die Stromamplitude gegenüber der FD-Rechnung mit α_z = 103,2° weit erhöht. Auch sind die Phasenlagen der Ströme verschieden, da in der Messung nicht der Strom im Leiter R, sondern in der Folgephase S dargestellt ist. Die genaue Bestimmung des Zündwinkels aus gemessenen Verläufen bereitet Schwierigkeiten bezüglich der zeitlichen Auflösung. Eine Winkeldifferenz von 1° entspricht bei 50 Hz einem Zeitintervall von ca. 55,6 µs. Die Abtastzeiten der Messungen liegen bei drei bis vierfachen Werten hiervon. Entsprechend ungenau sind die Anschnittwinkel ablesbar.

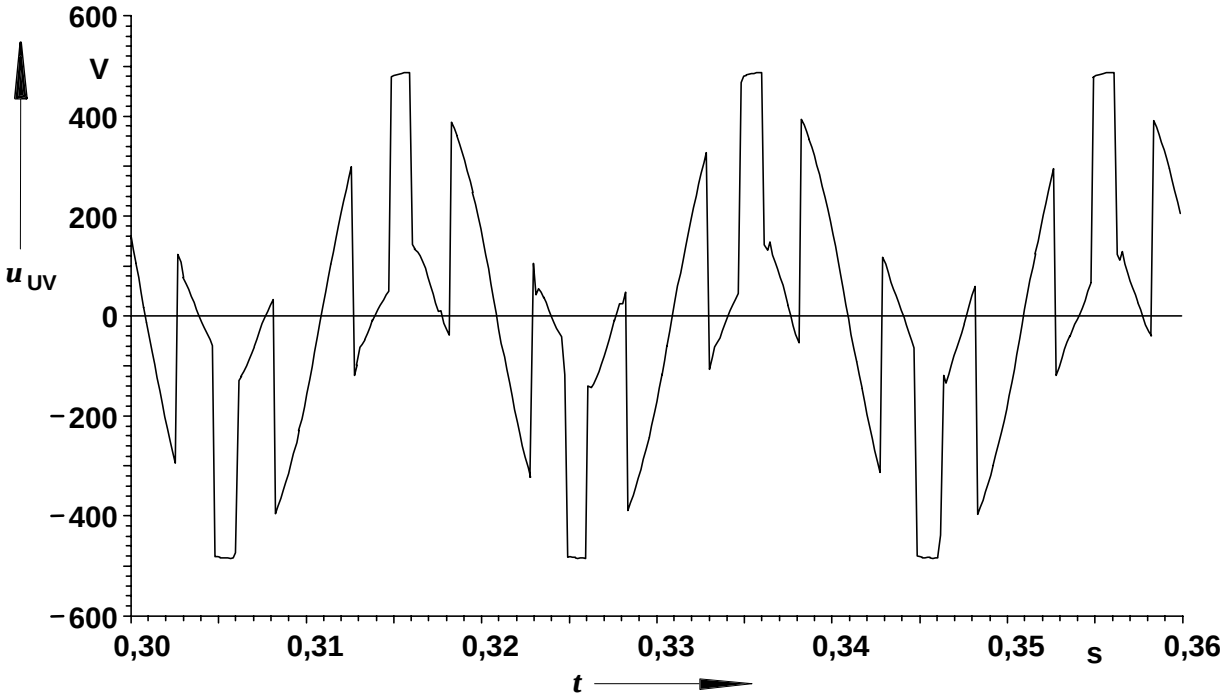


Bild 7.11a: Klemmenspannung am Motor bei der Messung nach Bild 7.10a.
Effektivwert (ohne Korrektur evtl. Übersteuerungsfehler) U_{eff} = 240 V,
Grundschwingung $^{\xi=1}U_{eff}$ = 164 V, Zündwinkel $\alpha_z \approx$ 101°.....104°.

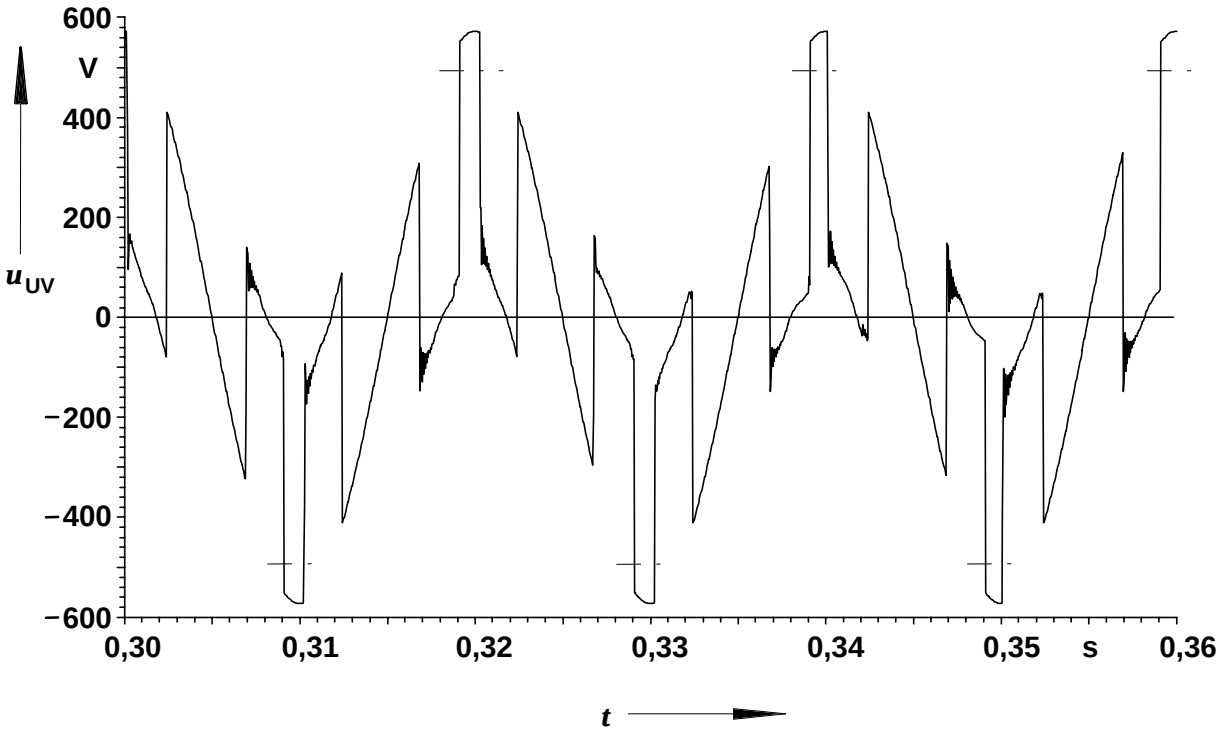


Bild 7.11b: Klemmenspannung am Motor gemäß Rechnung nach Bild 7.10b.
Effektivwert U_{eff} = 245V, Grundschwingung $^{\xi=1}U_{eff}$ = 159 V.
Speisung des Drehstromstellers mit $U_{L1,L2,eff}$ = 405 V, Zündwinkel α_z = 103,2°.

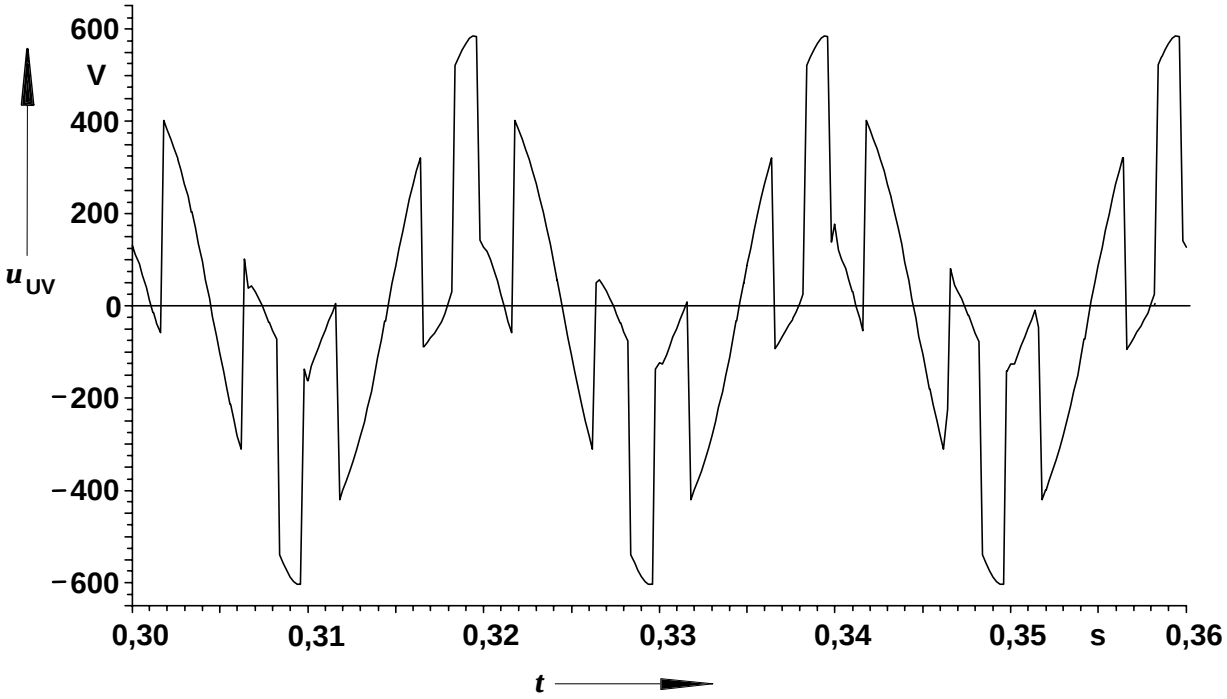


Bild 7.12a: Qualitativ zu Bild 7.11a und b ähnlicher gemessener Spannungsverlauf. Effektivwert U_{eff} = 280 V, Grundschwingung $^{\xi=1}U_{eff}$ = 203 V, Speisung des Drehstromstellers mit ca. $U_{L1,L2,eff}$ = 400 V, Zündwinkel α_z jedoch niedriger: $\alpha_z \approx$ 94°.....98°.

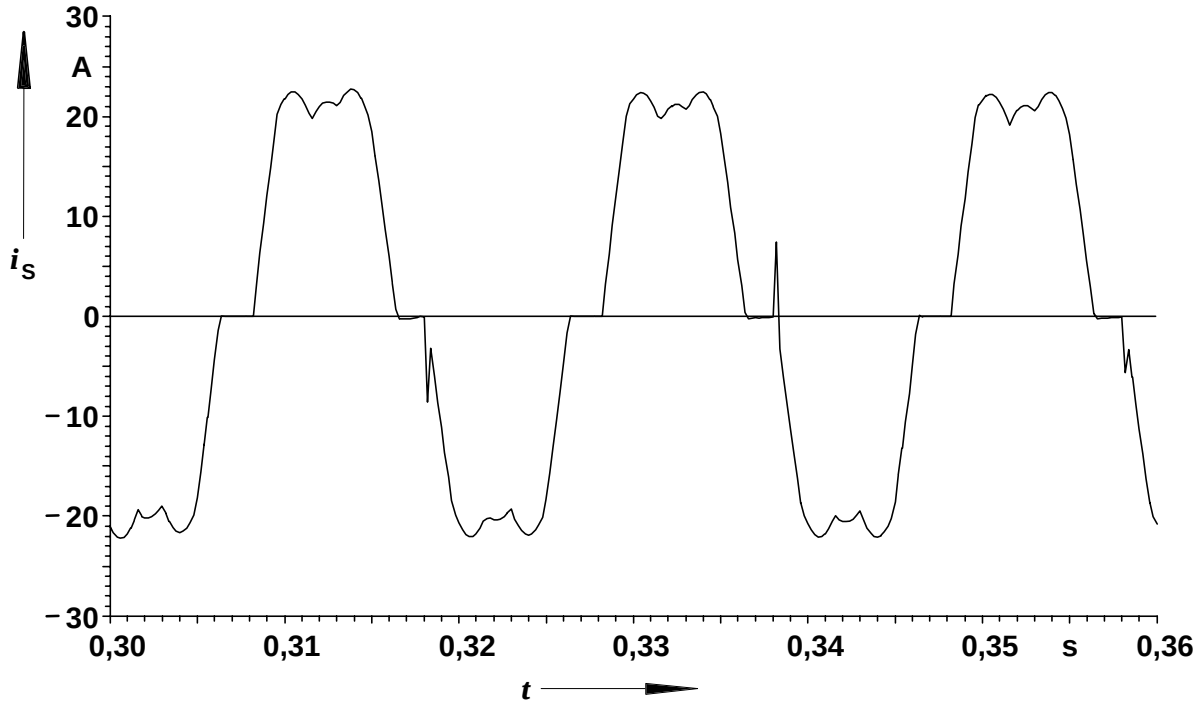


Bild 7.12b: Gemessener Stromverlauf zu Bild 7.12a, qualitativ zu Bild 7.12c ähnlich. Effektivwert I_{eff} = 17,1 A, Grundschwingung $^{\xi=1}I_{eff}$ = 16,8A. Speisung des Drehstromstellers mit ca. $U_{L1,L2,eff}$ = 400 V, Zündwinkel $\alpha_z \approx$ 94°.....98°.

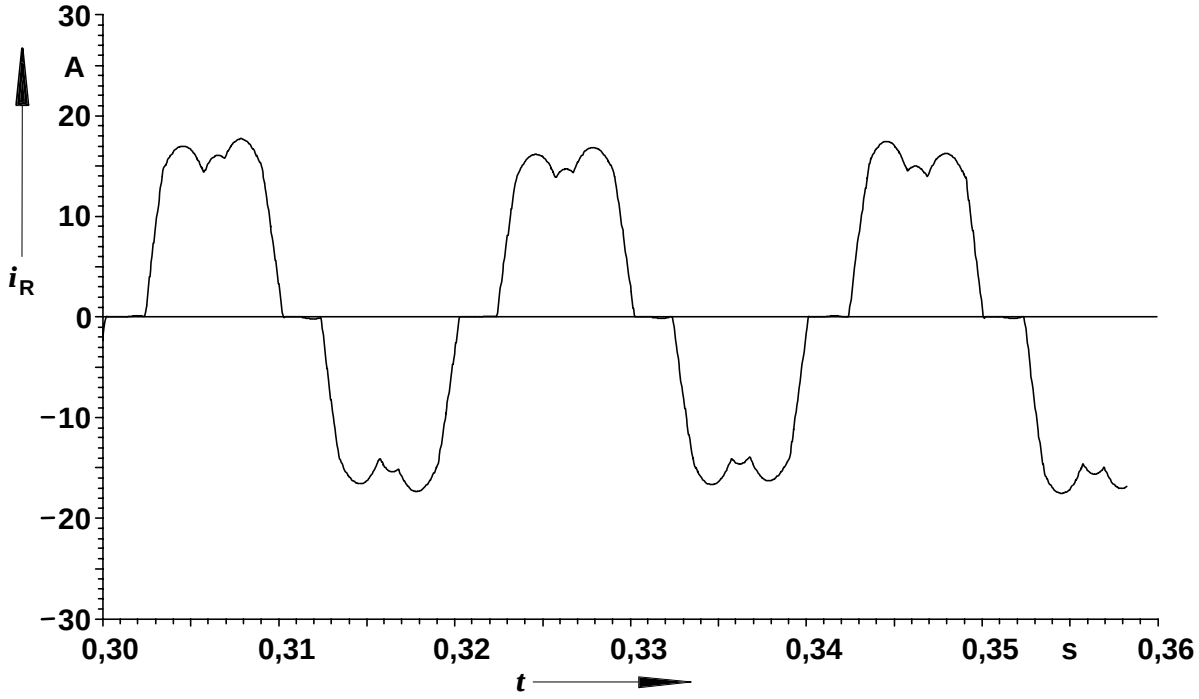


Bild 7.12c: Strang- (oder Außenleiter-) Strom im Motor gemäß Rechnung nach Bild 7.10b bzw. Bild 7.11b. Effektivwert I_{eff} = 12,5 A, Grundschwingung ${}^{\xi=1}I_{\text{eff}}$ = 12,2 A. Speisung des Drehstromstellers mit $U_{\text{L1,L2,eff}}$ = 405 V, Zündwinkel α_z = 103,2°.

In Bild 7.13 sind die zeitlichen Verläufe des gemessenen und berechneten Drehmomentes an der Meßwelle dargestellt. Die durch Pendelmomente höherer Ordnung verursachten Resonanzen mit jeweils 135 Hz Pendelfrequenz sind sowohl in der Messung als auch in der Rechnung deutlich zu erkennen. Es fällt auf, daß sich die maximale Resonanzamplitude, die nach ungefähr 0,45 s erreicht wird, in der Messung zu ca. 39 Nm ergibt, während in der Rechnung nur ca. 26 Nm auftreten. Eine mögliche Erklärung für diese Abweichung besteht darin, daß die Resonanz durch Pendelmomente sehr hoher Ordnung verursacht wird, die in der FD-Zeitschrittrechnung aufgrund des örtlichen Diskretisierungsfehlers unzureichend hoch berechnet werden. Denkbar wäre auch, daß hier Pendelmomente durch das Zusammenwirken der durch den Einschaltvorgang bedingten, exponentiell abklingenden Gleichstromkomponente mit passenden Oberströmen entstehen. Der Umstand, daß die hohen Abweichungen kurz nach dem Einschalten auftreten, während sich für fortgeschrittene Zeiten eine gute Übereinstimmung ergibt, stützt diese Hypothese. Ein weiterer Unsicherheitsfaktor ist auch durch die innere, zusätzliche Dämpfung der antreibenden Maschine 1, d_{ASM} = 0,5 kNms/rad, gegeben, die in derselben Höhe wie bei sinusförmiger Speisung mit 180 V angesetzt ist, jedoch wie bereits in Kap.6.3 festgestellt mit abnehmender Anregung des Wellenstranges zunimmt.

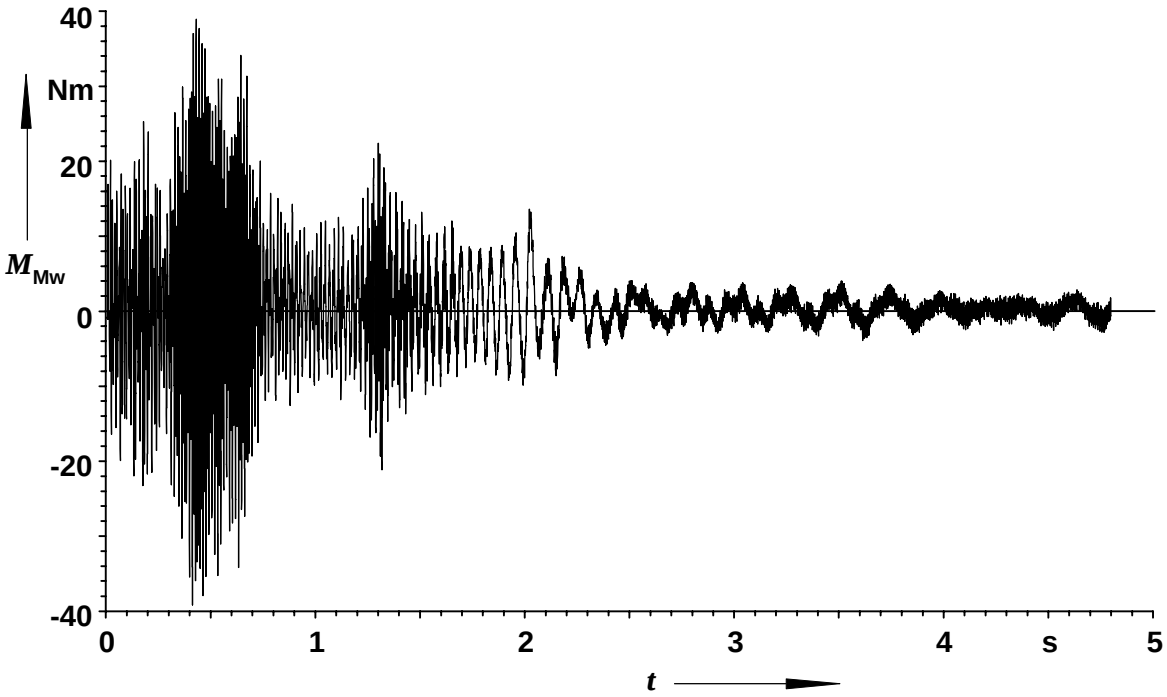


Bild 7.13a: Gemessener zeitlicher Verlauf des von der Meßwelle angezeigten Drehmomentes zu Bild 7.10a beim Hängenbleiben im Synchronismus bei 214 min^{-1} mit Speisung aus einem Drehstromsteller.

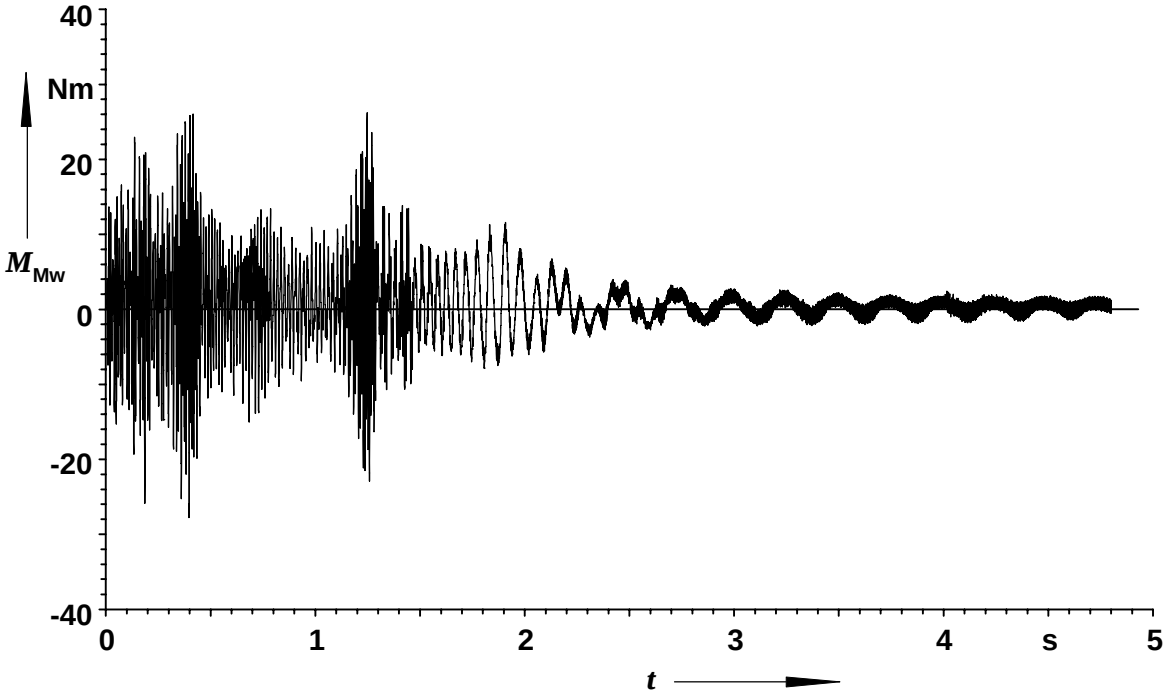


Bild 7.13b: Zeitverlauf des Meßwellendrehmomentes aus Finite-Differenzen-Zeitschrittrechnung. Speisung des Drehstromstellers mit $U_{L1,L2,eff}$ = 405 V, Zündwinkel α_z = 103,2°, Anfangsstellung des Rotors β_{Anf} = 7,369°. Zeitschritt h = 44,4 µs, Zeitschrittparameter θ = 0,45. Permeabilität des Eisens μ_{Fe} unendlich: ca. 3800 zu berücksichtigende Knoten (statt ca. 9600 bei endlicher Permeabilität).

Neben den üblichen Fällen eines Hochlaufes zur Leerlaufdrehzahl und dem Hängenbleiben bei ca. 214 min^{-1} tritt bei dem verwendeten Antrieb mit Keilriemen ein weiteres, sehr erstaunliches Phänomen auf, bei dem sich eine quasisynchrone Drehzahl von ca. 238 min^{-1} (Messung) einstellt. Um diesen zeitlich unveränderlichen Mittelwert führt die Drehzahl ungedämpfte Schwingungen aus, deren Frequenz mit der zu dem Drehzahlmittelwert gehörigen Frequenz des anregenden Pendelmomentes zusammenfällt. Dieses Phänomen wird auch in [55] anhand einer Messung bei Speisung aus dem Drehstromsteller dargestellt. Dort ist weiterhin eine FD-Zeitschrittrechnung zu dieser Erscheinung bei sinusförmiger Speisung mit U_{verk} = 270 V_{eff} aufgeführt. Bild 7.14 zeigt die zuvor erwähnte Messung aus [55] und eine hierzu im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführte FD-Rechnung unter Berücksichtigung des Drehstromstellers im Vergleich. Qualitativ zeigt die Rechnung das gleiche Verhalten wie die Messung.

Es zeigt sich aber, daß Amplitude und Frequenz der sich ergebenden stationären Schwingung zu groß berechnet werden. So ergibt sich in der Rechnung eine Frequenz von ca. 12,9 Hz im Gegensatz zur Messung mit 10,7 Hz. Die Drehzahlpendelamplitude beträgt 16 min^{-1} in der Rechnung, gemäß Messung liegt sie bei 11 min^{-1}. Die Abweichungen liegen jedoch mit ca. 20,5% für die Frequenz und 45% bei der Drehzahlpendelamplitude für ein derart komplexes, nichtlineares Phänomen im Rahmen des Vertretbaren.

Das Zustandekommen dieses Quasisynchronismus wird in [63] ausführlich erläutert. Entscheidend ist, daß die Pendelbewegung des Rotors derart auf die Drehmomentbildung zurückwirkt, daß der Mittelwert des Drehmomentes auf eine Größe absinkt, die lediglich die Reibung kompensieren kann, aber keine weitere Beschleunigung des Antriebes zuläßt. Das sinusförmig von der Rotorposition β_2 abhängige, dominierende Pendelmoment wird durch die überlagerte Pendelbewegung des Rotors mit relativ großer Amplitude in seiner Phase mit seiner eigenen Frequenz moduliert. Es ergibt sich für den Motor in den negativen Bereichen des Drehmomentes eine größere Verweildauer als in den positiven Halbwellen des Pendelmomentes, was eine Absenkung des Mittelwertes bewirkt. Dies kann auch dadurch erklärt werden, daß jedem Augenblickswert der Winkelgeschwindigkeit des Rotors eine augenblickliche Frequenz des Pendelmomentes zugeordnet werden kann. Nähert sich die Drehzahl der synchronen Drehzahl d. h. 214 min^{-1} an, sinkt diese Frequenz ab. Bei größerem Drehzahlabstand steigt sie entsprechend. Der Keilriemenantrieb mit seiner relativ niedrigen Eigenfrequenz von ca. 14 Hz filtert aus dem angreifenden pulsierenden Drehmoment die Komponenten nahe dieser Eigenfrequenz aus und erzwingt rückwirkend eine nahezu sinusförmige, d. h. symmetrische Pendelung der Drehzahl und somit auch des Rotorpositionswinkels β_2. Dadurch, daß aber die Täler im Drehzahlzeitverlauf nahe bei 214 min^{-1} einen niedrigeren Augenblickswert der Pendelmomentfrequenz gegenüber den

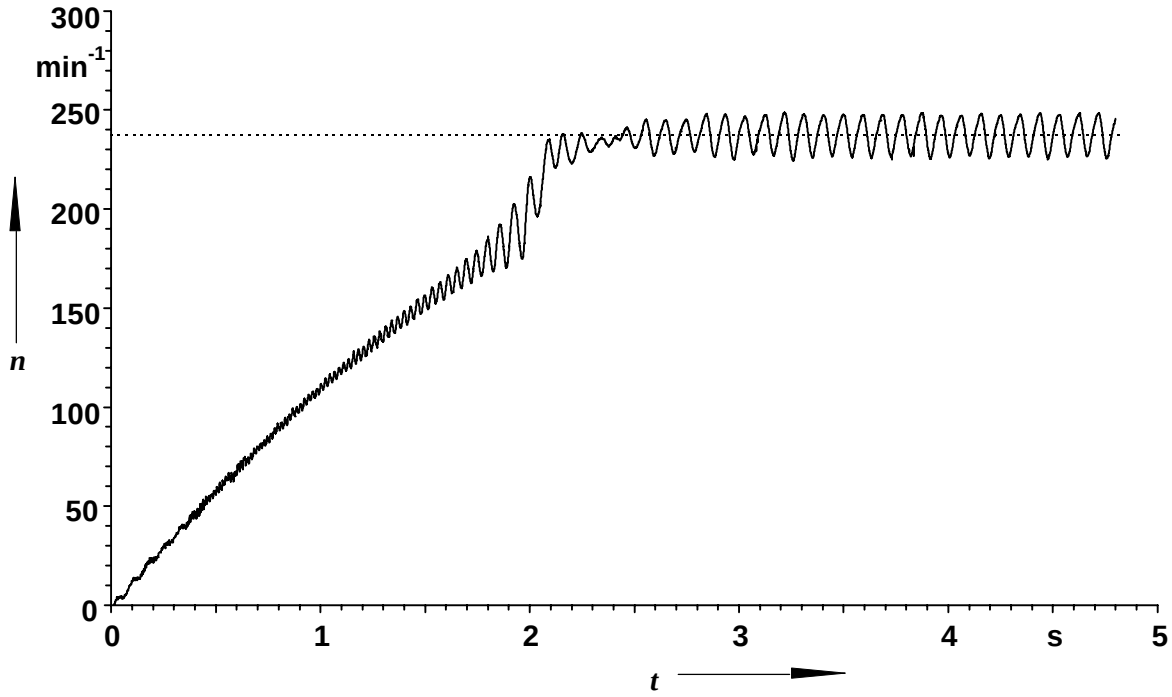


Bild 7.14a: Gemessener zeitlicher Verlauf der Drehzahl bei einem quasisynchronen Hängenbleiben mit Speisung aus einem Drehstromsteller aus [55].

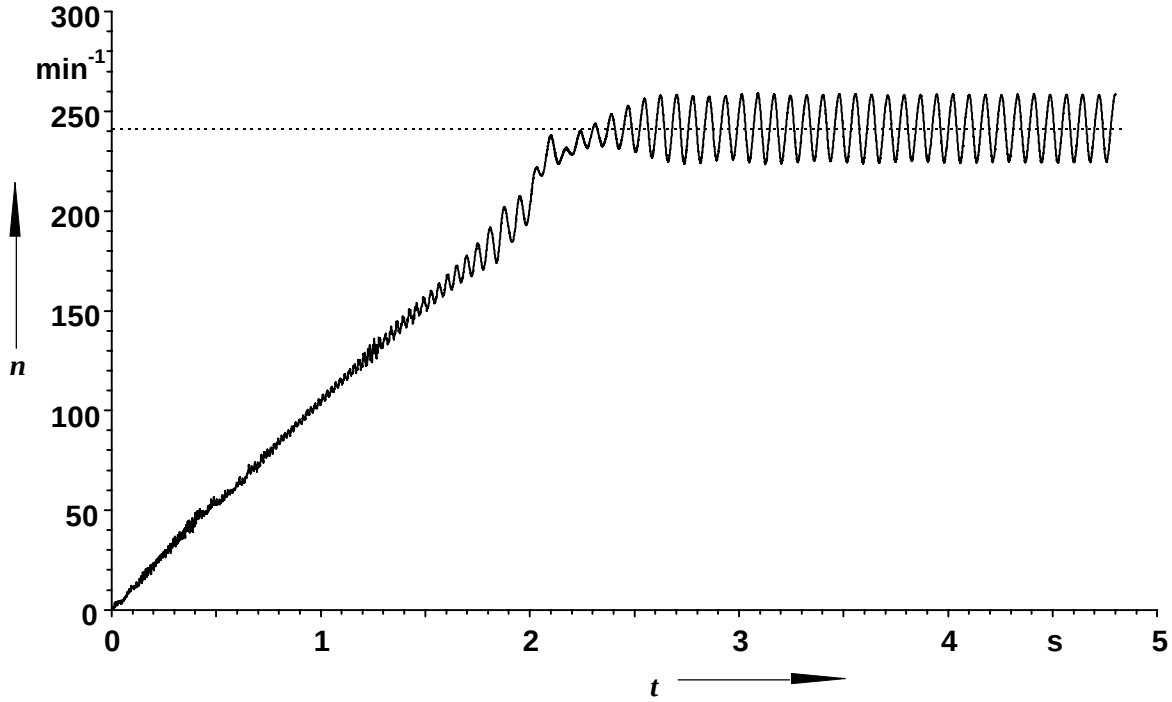


Bild 7.14b: Zeitverlauf der Drehzahl aus Finite-Differenzen-Zeitschrittrechnung. Speisung des Drehstromstellers mit $U_{L1,L2,eff}$ = 405 V, Zündwinkel α_z = 103,2°, Anfangsstellung des Rotors β_{Anf} = 10,488°. Zeitschritt h = 44,4 µs, Zeitschrittparameter θ = 0,45. Permeabilität des Eisens μ_{Fe} unendlich: ca. 3800 zu berücksichtigende Knoten (statt 9600 bei endlicher Permeabilität).

Kuppen fern der synchronen Drehzahl haben, erhöht sich für den Durchgang durch die Drehzahltäler die Verweildauer bei den entsprechenden Werten des Pendelmomentes. Ist die Phasenlage der Rotorpendelung derart, daß diese Momentanwerte gerade in die negative Halbperiode des Pendelmomentes fallen, so ergibt sich eine weitgehende Absenkung des Drehmomentmittelwertes.

Solche „Auswanderungserscheinungen“ werden im Rahmen von Drehmomentmessungen und Rechnungen an Asynchronmaschinen erstmals in [56] beschrieben, allerdings für den Stillstand. Mathematisch wird dort das elektromechanische Verhalten des blockierten Asynchronmotors für kleine Pendelwinkel durch eine inhomogene Matthieu’sche Differentialgleichung beschrieben. In [64] wird diese für verschiedene Asynchronmotoren mit synchronen Momenten im Stillstand mittels Runge-Kutta-Verfahren numerisch gelöst, wobei die besagten Auswanderungserscheinungen bestätigt werden. In [56] sind auch unterschiedliche zeitliche Verläufe des Drehmomentes für verschiedene vorausgesetzte Weg-Zeit-Funktionen des Rotors mit den sich jeweils ergebenden Mittelwerten aufgeführt, die graphisch aus der allgemeinen räumlich-zeitlichen Abhängigkeit des Drehmomentes konstruiert werden.

Im vorliegenden Fall ist -wie in [63] angegeben wird- die niedrige Torsionseigenfrequenz des Antriebes von entscheidender Bedeutung für das Entstehen des Quasisynchronismus.

Nur bei entsprechend niedriger Eigenfrequenz kann die auftretende Drehmomentpendelung in einer Pendelwinkelamplitude resultieren, deren Größe für eine den Drehmomentmittelwert senkende Phasenmodulation ausreicht. Dies hängt mit der doppelten zeitlichen Integration zusammen, durch die der Pendelwinkel aus dem wirksamen Drehmoment hervorgeht. Wie in Kap. 6.4 gezeigt wurde, ist z. B. für die Eigenfrequenz des Meßwellenstranges von ca. 135 Hz keinerlei Abweichung der Drehmomentschwingung von der Sinusform zu beobachten, was zumindest das dominierende Pendelmoment angeht. Die bei 135 Hz auftretenden Winkelamplituden sind bei weitem zu gering, um über die Rotorposition das Pendelmoment rückwirkend zu beeinflussen.

Im Gegensatz dazu läßt sich im vorliegenden Fall die Verzerrung der ursprünglichen Sinusform deutlich erkennen. In Bild 7.15 ist zunächst das gesamte elektrisch erzeugte Drehmoment über den Zeitraum von 0 s bis 4,8 s dargestellt. Man erkennt die im Hochlauf abnehmende Pendelfrequenz, den beschleunigenden Durchgang durch den parasitären Synchronismus und schließlich die stationäre Dauerschwingung und ihre Asymmetrie. In Bild 7.16 sind über die letzten 0,3 s der Rechnung drei Perioden dieser Dauerschwingung aufgeführt. Die dünn gezeichnete Kurve gibt hierbei das Gesamtmoment einschließlich aller höherfrequenten Pendelmomente an. Wendet man darauf eine gleitende Mittelwertbildung über Zeitspannen von ca. 6,67 ms Dauer entsprechend 150 Zeitschritten an, erhält man die

verzerrte bzw. eigenfrequent phasenmodulierte Grundschwingung (fett gedruckte Kurve). Die ersichtliche Verbreiterung der negativen Halbwellen führt zu einer Absenkung des Drehmomentmittelwertes auf ca. 0,74 Nm (gestrichelt-punktierte Linie), was dem gesamten Reibungsmoment des Maschinensatzes bei ca. 241 min^{-1} entspricht.

Eine weitere Mittelwertbildung zeigt Bild 7.17. Bei dieser wird dreimal aufeinander folgend der gleitende Mittelwert über 0,15 s (3375 Zeitschritte) gebildet. Das Ergebnis kann als Maß für das zur Beschleunigung und gegen die Reibung wirksame mittlere Moment aufgefaßt werden. Es ist zunächst ein Einbruch bei ca. 0,5 s zu verzeichnen, der wie schon in Kap. 4.1 aufgetreten, auf den Durchgang durch das synchrone Moment der Ordnung b = -4 bei ca. 53 min^{-1} zurückzuführen ist. Der Durchgang durch den Synchronismus bei 214 min^{-1} ist als stark beschleunigend zu erkennen, wie auch schon der Drehzahl-Zeitverlauf zeigt. Hieran schließt sich ein rapider Abfall des Drehmomentmittelwertes auf das Reibungsmoment an, dem in den vorangegangenen Darstellungen der Übergang in die stationäre Dauerschwingung entspricht. Die Einstellung des stationären Gleichgewichts von Drehmomentmittelwert und Reibungsmoment erfolgt nicht monoton-aperiodisch, sondern zeigt sich als Einschwingvorgang, der andeutungsweise auch in den Drehzahlamplituden von Bild 7.14 auftritt.

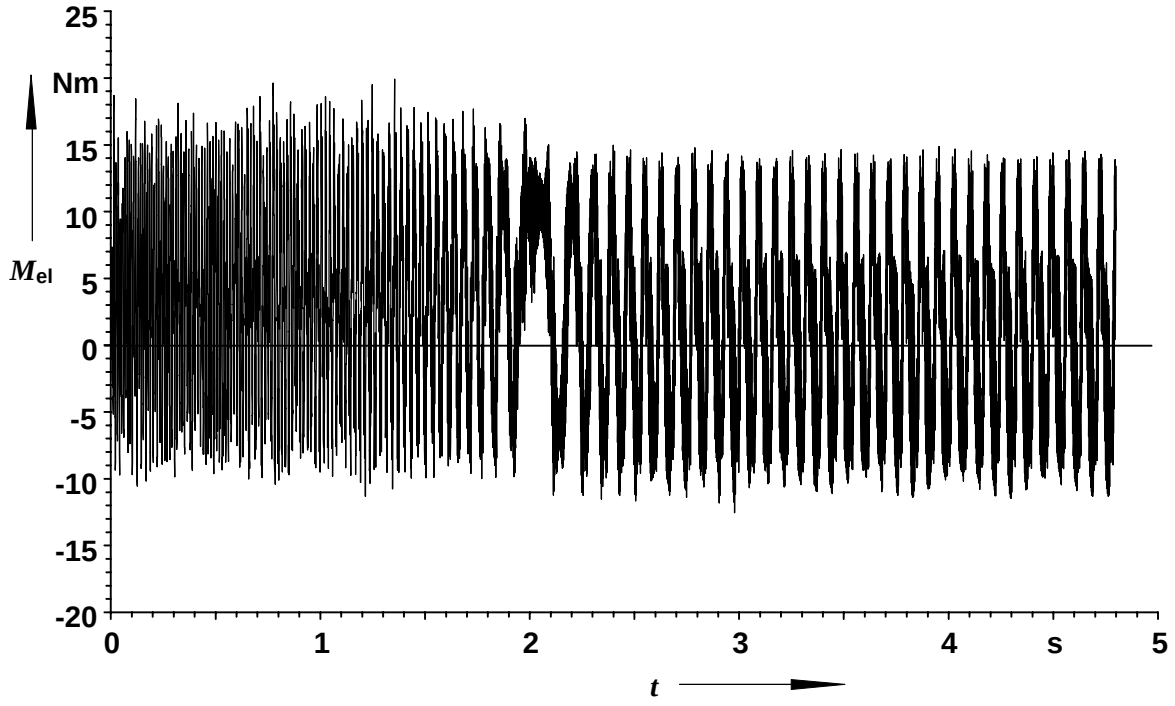


Bild 7.15: Zeitlicher Verlauf des mittels FD-Zeitschrittrechnung berechneten, von der Maschine 1 elektrisch erzeugten Drehmomentes (aus derselben Rechnung wie Bild 7.14b).

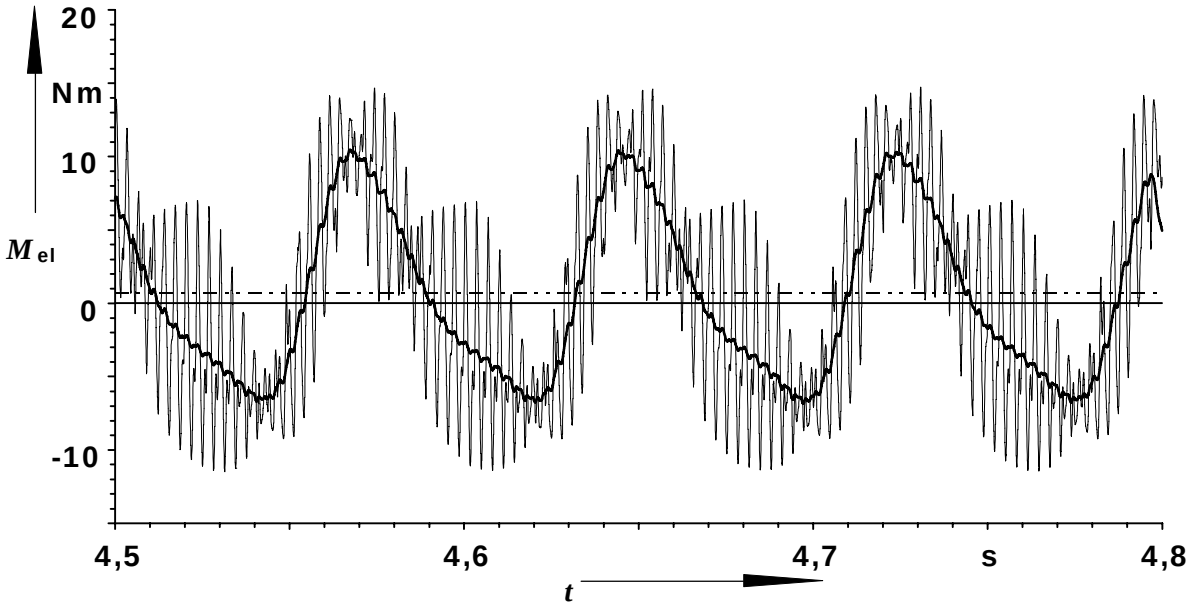


Bild 7.16: Verzerrter, von der Sinusform abweichender Zeitverlauf des dominierenden Pendelmomentes bei Dauerschwingung im Quasisynchronismus.

——— Ausschnitt aus Bild 7.15,

——— elektrisch erzeugtes Drehmoment ohne höherfrequente Pendelmomente aus Mittelwertbildung über jeweils 6,67 ms (150 Zeitschritte),

-·-·-·- Mittelwert der Dauerschwingung.

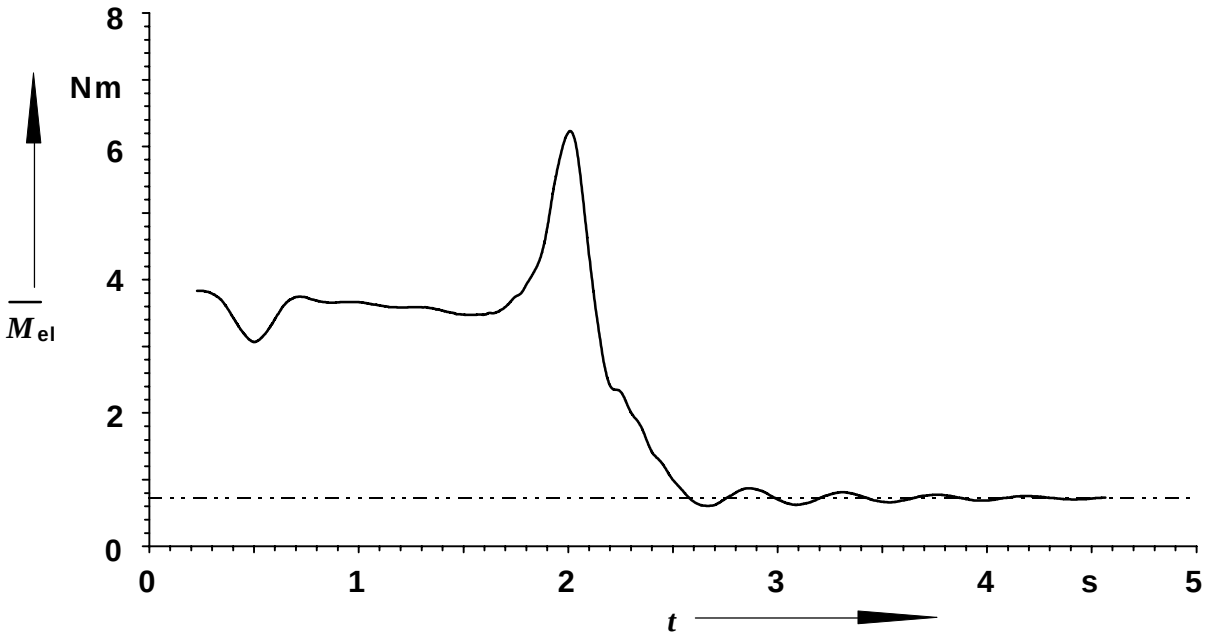


Bild 7.17: Wirksames mittleres Drehmoment beim Anlauf, Durchgang durch den Synchronismus bei 214 min^{-1} und im Quasisynchronismus.
Dreimalige Mittelwertbildung des elektrisch erzeugten Drehmomentes in Bild 7.15 über jeweils 3375 Zeitschritte, entsprechend 0,15 s.

8. Weitergehende Auswertungen von FD-Rechenergebnissen

8.1 Leistungen, Verluste und Wirkungsgrade

Nachfolgend wird der Einfluß eines vorgeschalteten Drehstromstellers auf die Leistungsbilanz und den Wirkungsgrad eines Asynchronmotorenantriebes anhand von drei Beispielrechnungen diskutiert. Die Rechnungen finden für die Maschine 1 (P_N = 11 kW, y/τ_p=9/9) bei vorgegebener, konstanter Drehzahl (Nenndrehzahl) von 1440 min^{-1} statt. Bei zwei Rechnungen wird ein Drehstromsteller wie in Kap. 7 berücksichtigt. Die erste Rechnung findet bei einem relativ großen Zündwinkel α_Z von 109° statt. Hierdurch ergibt sich an den Klemmen des Motors eine stark reduzierte Spannung. Gleichzeitig werden große Spannungsoberschwingungen erzeugt, die zusätzliche Verluste im Motor bewirken.

Für die zweite Rechnung beträgt der Zündwinkel α_Z 87,5°. Die Spannungsoberschwingungen und damit die zusätzlichen Verluste sind hierbei nicht mehr so groß wie im vorangegangenen Fall.

Bei der dritten Rechnung wird nur die Maschine allein betrachtet. Die Speisung ist sinusförmig und entspricht in etwa dem 4,4-fachen der Spannungsgrundschwingung an den Klemmen der Maschine bei der ersten Rechnung mit Drehstromsteller.

Die Rechnungen werden über 1 s mit einem Zeitschritt von ca. 44 µs ausgeführt. Tab. 8.1 stellt wesentliche Resultate der drei Rechnungen für den eingeschwungenen Zustand dar.

Gegenüber der Speisung mit sinusförmiger Klemmenspannung ist bei der ersten Beispielrechnung der Gesamtwirkungsgrad des Antriebes um 9,8 Prozentpunkte niedriger. Ein solcher Betriebfall, bei dem mittels Drehstromsteller mit starkem Anschnitt eine Absenkung der Klemmenspannung am Motor auf einen Grundschwingungseffektivwert von ca. 23% der gegebenen Netzspannung bewirkt wird, ist aber nicht als Dauerbetriebsfall zu werten.

Für den ersten berechneten Fall verursachen allein die Verluste im Drehstromsteller $P_{V,DSS}$ schon eine Absenkung des Gesamtwirkungsgrades um ca. 4,4 Prozentpunkte. Sie beruhen bei dem gewählten Betrieb zum großen Teil auf der Überspannungsschutzbeschaltung. Ihr Kondensator wird auf einen mittleren effektiven Spannungswert von ca. 480 V aufgeladen. Die mittleren Verluste im Parallelwiderstand von 47 kΩ ergeben sich damit zu ca. 4,9 W, also insgesamt 14,7 W in allen Strängen. Die restlichen 0,97 W pro Strang mittlerer Verlustleistung entfallen auf die Ventile und die Gleichrichterbrücken.

Bild 8.1 zeigt den zeitlichen Verlauf der Verlustleistung im Drehstromsteller. Die Leistung schwankt mit einer Frequenz von ca. 300 Hz und erreicht Spitzenwerte von ca. 160 W. Je Halbwelle der Sperrspannung und Strang entsteht ein Leistungsimpuls. Es ist zu erkennen, daß zunächst jeweils ein flacher Anstieg der augenblicklichen Verlustleistung im

Zusammenhang mit der zunehmenden Sperrspannung entsteht. Übersteigt diese den Wert der Kondensatorspannung, so wird der Brückengleichrichter über dem Thyristorpaar leitend und ein Ladestromimpuls in den Kondensator der Überspannungsschutzbeschaltung tritt auf, der mit einem Leistungsimpuls einhergeht. Die so im Kondensator gespeicherte Energie wird während der Sperrzeit des Brückengleichrichters durch Entladung im Parallelwiderstand in Verlustwärme umgewandelt. Blindleistung im Sinne einer periodischen Aufnahme, Zwischenspeicherung und Rückspeisung von elektrischer oder magnetischer Feldenergie wird im Drehstromsteller nicht umgesetzt, wie schon daran zu erkennen ist, daß keine negativen Augenblickswerte der Leistung im Drehstromsteller auftreten.

Die zusätzlichen, durch Stromoberschwingungen hervorgerufenen Verluste im Motor von ca. 23 W (bei Zugrundelegung der Grundschwingungswirkleistung des Asynchronmotors) verschlechtern den Wirkungsgrad um weitere 5,4 Prozentpunkte gegenüber der Speisung mit sinusförmiger Klemmenspannung.

Der Grundschwingungsgehalt der Klemmenspannung an der Maschine g_U von nur 65% zeugt gleichzeitig von ihrem hohen Oberschwingungsgehalt. Der Grundschwingungsgehalt des Stromes g_I ist aufgrund des induktiven Lastcharakters höher und beträgt ca. 87%.

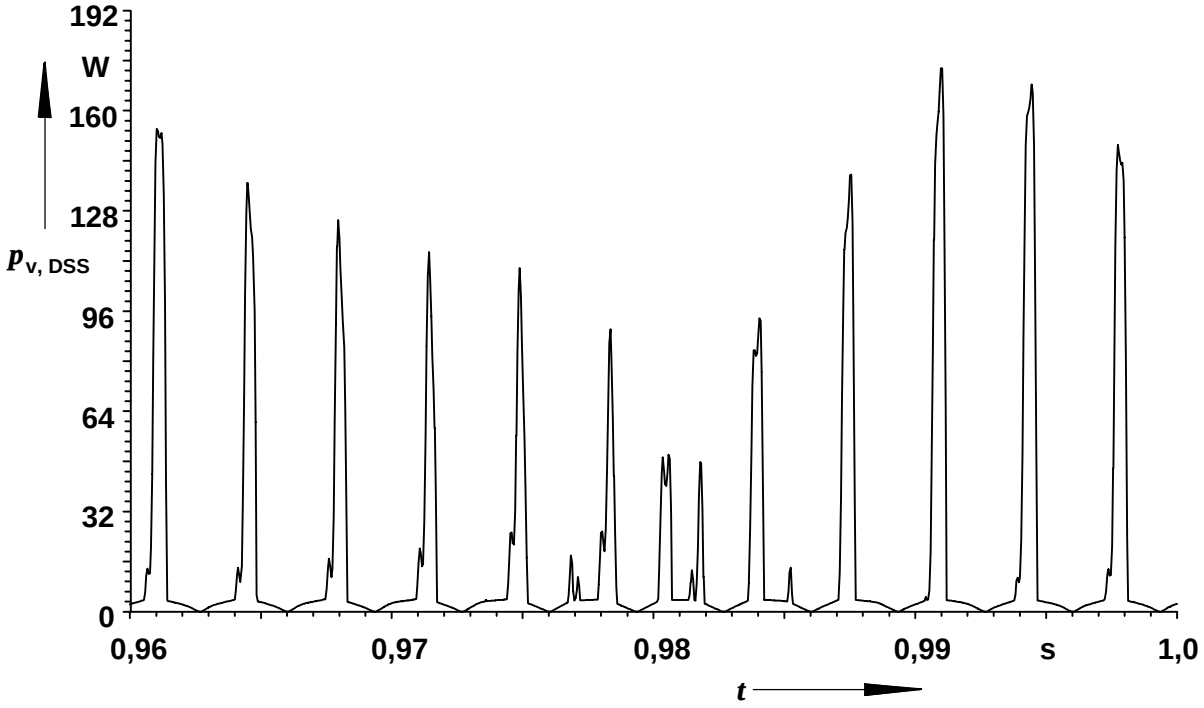


Bild 8.1: Berechneter zeitlicher Verlauf der durch den Drehstromsteller aufgenommenen Leistung. Speisung des Drehstromstellers mit $U_{L1,L2,eff}$ = 400 V, Zündwinkel α_Z = 109°. Betrieb des Asynchronmotors mit Nenndrehzahl n = 1440 min^{-1}. Zeitschritt h = 44 µs, Zeitschrittparameter θ = 0,45.

Anders sehen die Verhältnisse für den zweiten Fall aus, bei dem ein Anschnitt mit dem Zündwinkel α_Z = 87,5° eine Reduktion der Netzspannung von 400 V auf 211 V bewirkt. Der Gesamtwirkungsgrad ist gegenüber der Speisung mit rein sinusförmiger Klemmenspannung nur um 3,3 Prozentpunkte schlechter. Die zusätzlichen Verluste von 60 W verteilen sich zu gleichen Teilen auf die Asynchronmaschine und den Drehstromsteller.

Der Grundschwingungsgehalt der Klemmenspannung g_U beträgt ca. 84%, der des Stromes liegt bei g_I = 95%. Da der Oberschwingungsgehalt gegenüber dem ersten Fall sehr viel niedriger ist, sinken auch die durch ihn verursachten zusätzlichen Verluste.

Aus Tab. 8.1 geht des weiteren hervor, daß der Drehstromsteller eine enorme Phasenverschiebung der Stromgrundschwingung gegenüber der Netzspannung bewirkt. Die Phasenverschiebung, die durch den Asynchronmotor bewirkt wird, ist im Vergleich hierzu weitaus geringer. Die Grundschwingungsphasenverschiebung zwischen Netzspannung und Strom ist im zweiten Fall zwar immer noch weitaus größer als für die Maschine allein, aber nicht mehr so dramatisch wie für den ersten Fall.

Aufgrund der Erhöhung des Phasenverschiebungswinkels gegenüber dem Motor allein könnte man befinden, daß sich der Drehstromsteller wie eine induktive Last verhält. Mittels entsprechend geschalteten Wattmetern könnte man auch Blindleistung messen. Da jedoch die Kurvenform der Ströme nicht mit der Sinusform bei rein ohmsch-induktiver Belastung übereinstimmt, ist der Drehstromsteller mit einer Drossel nicht vergleichbar, ähnlich wie in [66] für einen über Wechselstromsteller gespeisten Widerstand ausgeführt.

Dort wird des weiteren aufgezeigt, daß man zur Dimensionierung elektrischer Geräte den genauen Kurvenverlauf der Anordnung berücksichtigen muß, da in Umrichtern, Generatoren, Leitungen usw. Zusatzverluste durch die Oberströme entstehen. In konventionellen Instrumenten (Leistungsmesser, Zähler usw.) wird nur die Grundwelle des Stromes berücksichtigt, wobei die Anordnung dann aufgrund der Unsymmetrie des Anschnittes Blindleistung erzeugt. Diese Blindleistung stellt jedoch kein Maß dar für die durch die Oberströme entstehenden Zusatzverluste.

Leistungspendelungen wie bei induktiven oder kapazitiven Lasten finden bei einem über Wechselstromsteller gespeisten Widerstand nicht statt, so gesehen entsteht also gemäß [66] keinerlei Blindleistung bei der Anordnung antiparalleler Thyristoren und Widerstand.

Bei Leistungspendelungen infolge induktiver oder kapazitiver Lasten sind die erhöhten Verluste in den Leitungen sowie die Vergrößerung des Generators (z. B. für cos φ = 0,8 ü) anhand der Blindleistung bestimmbar [66].

Welche Leistungspendelungen im vorliegenden Fall eines Drehstromstellers mit Asynchronmotor auftreten, soll kurz beleuchtet werden.

Die nachfolgenden Bilder 8.2 - 8.4 zeigen die Zeitverläufe der elektrischen Eingangs- und mechanischen Ausgangsleistung des Asynchronmotors für die drei betrachteten Fälle im Zeitraum von 0,4 s bis 1 s. Es ist zu erkennen, daß der Drehstromsteller starke Leistungsschwankungen bewirkt, die mit niedrigerem Zündwinkel abnehmen. Ohne Anschnitt (Bild 8.4) ist die aufgenommene Leistung nahezu konstant wie für einen dreiphasigen symmetrischen Verbraucher üblich. Die geringen, noch verbleibenden Schwankungen beruhen auf den Oberströmen des Asynchronmotors. Ihre Frequenz beträgt 572 Hz und entspricht damit der Frequenz des dominierenden Pendelmomentes bei der gegebenen Drehzahl. Der mechanischen Ausgangsleistung, die aufgrund der konstanten Drehzahl dem entsprechend umskalierten Drehmomentverlauf entspricht, sind Schwingungen größerer Amplitude überlagert, die auf diesem ausgeprägten Pendelmoment ${}^{b=-1}M_S$ beruhen.

Für den ersten Fall mit α_Z = 109° (Bild 8.2) sind dagegen die Schwankungen der Eingangsleistung größer als die der Ausgangsleistung. Ihre Pendelfrequenz beträgt 300 Hz, was man einfach dahingehend interpretieren kann, daß je Halbwelle und Strang eine Pendelschwingung der Eingangsleistung erzeugt wird. Die Einhüllende des Leistungszeitverlaufes schwingt mit ca. 28 Hz, was vermutlich durch das Oberstrom- bzw. Oberspannungssystem $\xi = 7$ hervorgerufen wird. Dieses erzeugt als Mitsystem der siebenfachen Grundfrequenz einen parasitären Synchronismus bei 1500 min^{-1}, für den bei der gegebenen Drehzahl von 1440 min^{-1} ein Schlupf von s = 0,04 auftritt. Im Stillstand (s = 1) ergeben sich aus dem Oberstrom- und Spannungssystem $\xi = 7$ Leistungs- und Drehmomentpendelungen mit 700 Hz. Diese Pendelfrequenz nimmt bis 1500 min^{-1} linear bis auf Null ab und beträgt somit bei 1440 min^{-1} gerade $s \cdot 700\ \text{Hz} = 28\ \text{Hz}$.

Den Auswertungen in Tab. 8.1 liegen die letzten beiden gerechneten Netzperioden zugrunde, für die sich ein nahezu eingeschwungenes Verhalten zeigt. Einen Auszug aus den Daten zeigt Tab. 8.2. Aus dieser geht hervor, daß sich die z. B. bei der Auslegung thermischer Anlagen übliche Umrechnung der Ausgangsleistung mit dem Quadrat des Effektivwertes der angeschnittenen Klemmenspannung hier als grob falsch erweist. Mit dem Quadrat des Grundschwingungseffektivwertes der angeschnittenen Spannung lassen sich hingegen alle Leistungen ($P_{1,ASM}$, ${}^{\xi=1}Q_{1,ASM}$ und $P_{2,mec}$) mit guter Genauigkeit umrechnen.

In der Literatur wird nicht immer in ausreichendem Maße auf diesen wichtigen Unterschied hingewiesen. Es ist z. B. in der Einleitung von [69] nur undifferenziert von einer quadratischen Beeinflussung der Drehmoment-Drehzahl-Charakteristik durch die Größe der Spannung die Rede.

In [24] sind die Steuerkennlinien des Drehstromstellers für den Effektivwert der Ausgangsspannung angegeben. Für den Grundschwingungseffektivwert finden sich dort

dagegen keine Diagramme. Auch wird im Kapitel „Stationärer Betrieb mit Drehstromsteller“ die Gleichung (6.27),

$$\frac{M}{M_{kN}} = \left(\frac{U_s}{U_{s,N}}\right)^2 \cdot \frac{2s}{s^2+1} \approx \left(\frac{U_s}{U_{s,N}}\right)^2 \cdot 2s \quad , \tag{8.1}$$

ohne Hinweis darauf angeführt, welche Größe der Ständerspannung das Symbol U_s hierin darstellt, (so daß der Leser üblicherweise vom Effektivwert ausgehen muß).

	sinusförmige Klemmenspannung	Speisung über Drehstromsteller	
$U_{L1,L2,eff}$ (verk. Netzspannung)	400 V, (Motor in Y)	400 V, (Motor in Y), bei α_Z=87,5°	400 V, (Motor in Y), bei α_Z=109°
$U_{UV,eff}$	400,0 V	252,1 V	140,0 V
${}^{\xi=1}\underline{U}_{UV,eff}$	$400{,}0\ V \cdot e^{j\,0°}$	$211{,}4\ V \cdot e^{-j\,31{,}6°}$	$91{,}5\ V \cdot e^{-j\,47{,}1°}$
$P_{1,\,DSS}$	-	1,90 kW	0,395 kW
$P_{1,\,ASM}$	6,57 kW	1,87 kW	0,378 kW
${}^{\xi=1}P_{1,\,ASM}$	6,57 kW	1,84 kW	0,355 kW
$P_{v,\,DSS}$	-	0,03 kW	0,0176 kW
$P_{2,\,mec}$	6,00 kW	1,67 kW	0,322 kW
η_{DSS}	-	87,9%	81,4%
η_{ASM}	91,2%	89,3%	85,8%
I_{eff}	10,95 A	6,10 A	2,97 A
${}^{\xi=1}\underline{I}_{R,eff}$	$10{,}91\ A \cdot e^{-j\,59{,}5°}$	$5{,}83\ A \cdot e^{-j\,91{,}8°}$	$2{,}60\ A \cdot e^{-j\,107{,}3°}$
${}^{\xi=1}\underline{I}_{S,eff}$	$10{,}91\ A \cdot e^{-j\,179{,}5°}$	$5{,}84\ A \cdot e^{j\,147{,}9°}$	$2{,}59\ A \cdot e^{j\,132{,}7°}$
${}^{\xi=1}\underline{I}_{T,eff}$	$10{,}91\ A \cdot e^{j\,60{,}5°}$	$5{,}81\ A \cdot e^{j\,27{,}9°}$	$2{,}59\ A \cdot e^{j\,12{,}7°}$
$\cos {}^{\xi=1}\varphi_{DSS}$	-	0,47	0,22
$\cos {}^{\xi=1}\varphi_{ASM}$	0,87	0,86	0,86
$S_{1,\,DSS}$	-	4,23 kVA	2,06 kVA
${}^{\xi=1}S_{1,\,DSS}$	-	4,03 kVA	1,798 kVA
${}^{\xi=1}S_{1,\,ASM}$	7,57 kVA	2,13 kVA	0,41 kVA
${}^{\xi=1}Q_{1,\,DSS}$	-	3,56 kVar	1,76 kVar
${}^{\xi=1}Q_{1,\,ASM}$	3,73 kVar	1,08 kVar	0,206 kVar

Tab. 8.1: Ströme, Leistungen, cos φ und Wirkungsgrade bei verschiedenen Zündwinkeln α_Z. Maschine läuft mit konstanter Nenndrehzahl n = 1440 min^{-1}.
Indizes: DSS: auf gesamten Antrieb incl. Drehstromsteller bezogene Angaben,
ASM: auf Asynchronmaschine allein bezogene Angaben,
UV: Klemmen des Asynchronmotors.

Zündwinkel	α_Z=0°		α_Z=87,5°		α_Z=109°	
Klemmenspannung	Effektivwert U_{eff} = 400 V	Grundschwingung $^{\xi=1}U_{eff}$ = 400 V	Effektivwert U_{eff} = 252,1 V	Grundschwingung $^{\xi=1}U_{eff}$ = 211,4 V	Effektivwert U_{eff} = 140 V	Grundschwingung $^{\xi=1}U_{eff}$ = 91,5 V
$P_{1,ASM}$ genau mittels FD	6,57 kW		1,87 kW		0,378 kW	
umgerechnet mit $\left(\frac{U}{400\ V}\right)^2$			2,61 kW	1,84 kW	0,804 kW	0,344 kW
Abweichung zu FD			+39,6%	-1,6%	+113%	-9,0%
$^{\xi=1}Q_{1,ASM}$ genau mittels FD	3,73 kVar		1,08 kVar		0,206 kVar	
umgerechnet mit $\left(\frac{U}{400\ V}\right)^2$			1,48kVar	1,04 kVar	0,457 kVar	0,195 kVar
Abweichung zu FD			+37%	-3,7%	+122%	-5,3%
$P_{2,mec}$ genau mittels FD	6,00 kW		1,67 kW		0,322 kW	
umgerechnet mit $\left(\frac{U}{400\ V}\right)^2$			2,38 kW	1,68 kW	0,735 kW	0,314 kW
Abweichung zu FD			+42,5%	+0,6%	+128%	-2,5%

Tab. 8.2: Aufgenommene Wirk- und Blindleistung des Asynchronmotors bei verschiedenen Zündwinkeln α_Z. Maschine läuft mit konstanter Nenndrehzahl n = 1440 min^{-1}. Vergleich zwischen den genauen Werten aus den FD-Zeitschrittrechnungen und quadratischen Umrechnungen mit Spannungsverhältnissen (Effektivwerte und Grundschwingungen) unter Zugrundelegung der Ergebnisse der Rechnung mit sinusförmiger Speisung (α_Z = 0°). Indizes: ASM: auf Asynchronmaschine allein bezogene Angaben, mec: mechanisch.

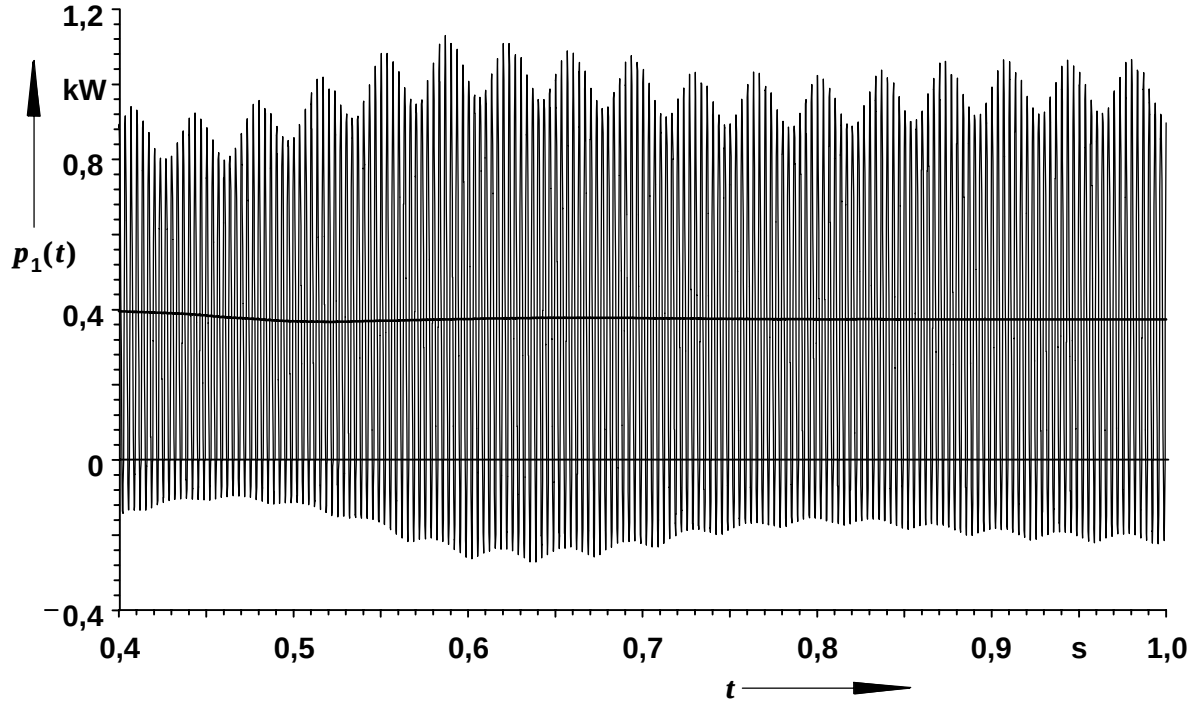


Bild 8.2a: Augenblickswert und Mittelwert der elektrischen Eingangsleistung $p_1(t)$ des Asynchronmotors (dreiphasig) im Antrieb mit Drehstromsteller, erster berechneter Fall. Speisung des Drehstromstellers mit $U_{L1,L2,eff} = 400$ V bei $\alpha_Z = 109°$. Klemmenspannung am Motor $U_{UV,eff} = 140$ V, Grundschwingung ${}^{\xi=1}U_{UV,eff} = 91{,}5$ V.

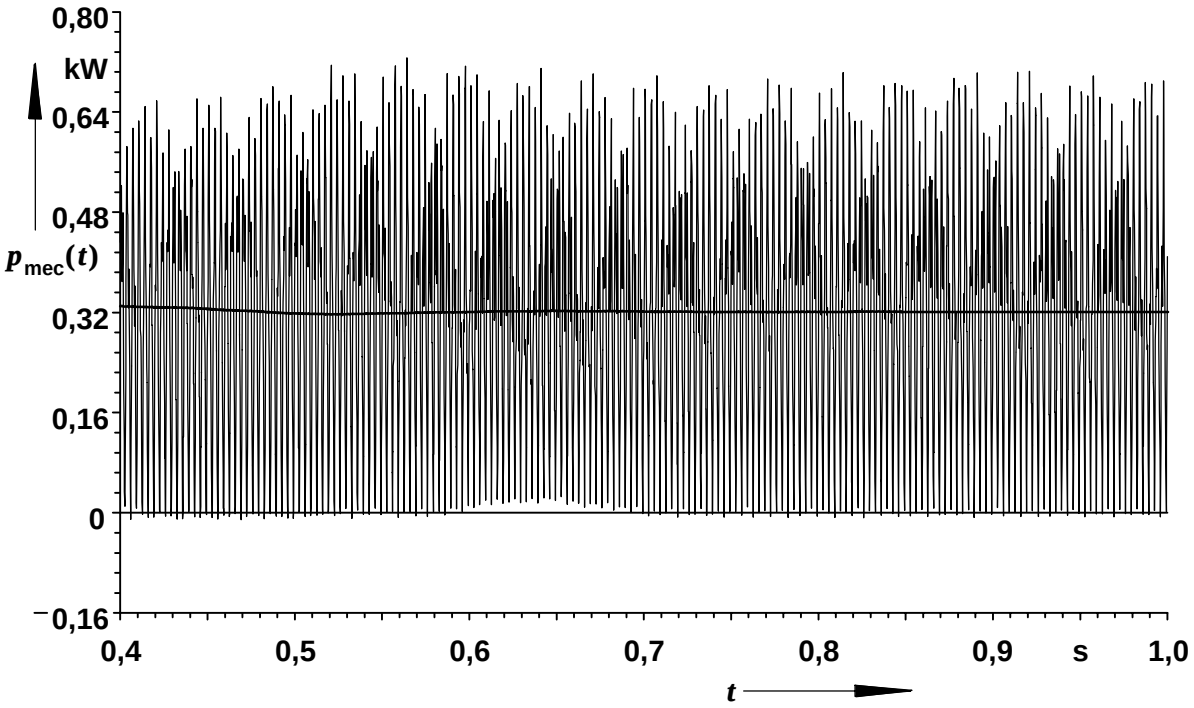


Bild 8.2b: Augenblickswert und Mittelwert der mechanischen Ausgangsleistung $p_{2,mec}(t)$, sonst wie Bild 8.2a. Zeitschritt $h = 44$ µs, Parameter $\theta = 0{,}45$ wie für Bild 8.1.

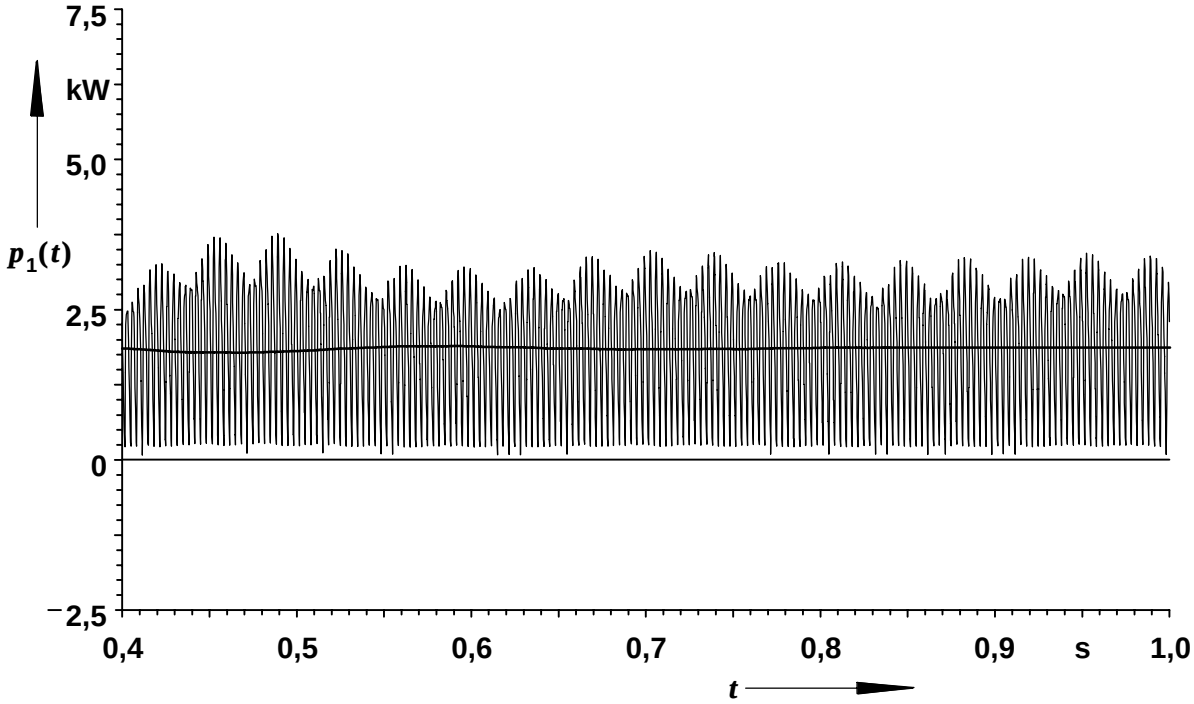


Bild 8.3a: Augenblickswert und Mittelwert der elektrischen Eingangsleistung $p_1(t)$ des Asynchronmotors (dreiphasig) im Antrieb mit Drehstromsteller, zweiter berechneter Fall. Speisung des Drehstromstellers mit $U_{L1,L2,eff} = 400$ V bei $\alpha_Z = 87{,}5°$. Klemmenspannung am Motor $U_{UV,eff} = 252$ V, Grundschwingung $^{\xi=1}U_{UV,eff} = 211$ V.

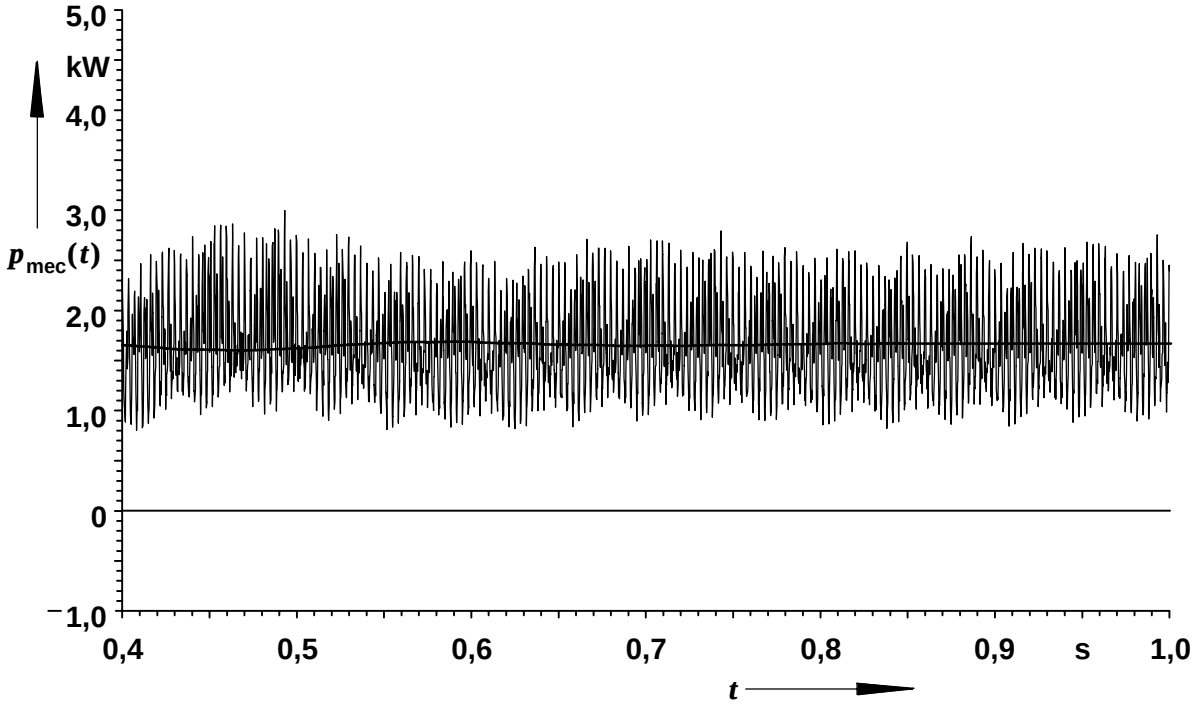


Bild 8.3b: Augenblickswert und Mittelwert der mechanischen Ausgangsleistung $p_{2,mec}(t)$, sonst wie Bild 8.3a. Zeitschritt $h = 44$ µs, Parameter $\theta = 0{,}45$ wie für Bild 8.1.

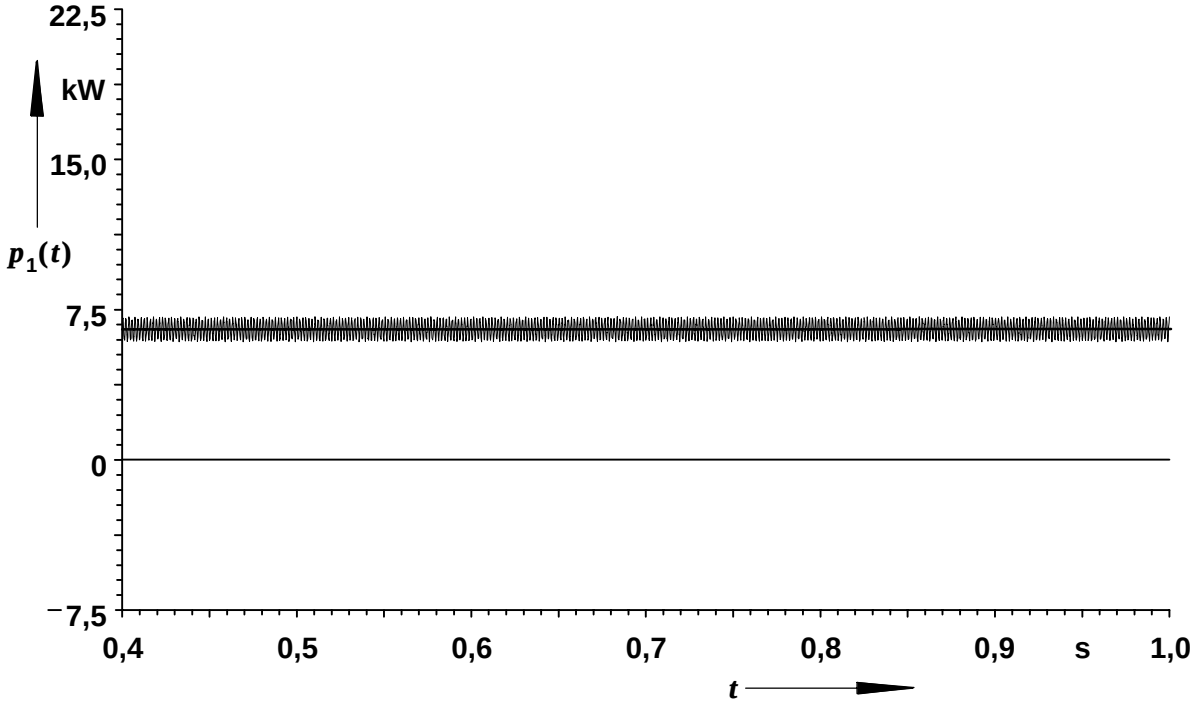


Bild 8.4a: Augenblickswert und Mittelwert der elektrischen Eingangsleistung $p_1(t)$ des Asynchronmotors (dreiphasig) bei sinusförmiger Klemmenspannung am Motor $U_{UV,eff} = {}^{\xi=1}U_{UV,eff} = 400$ V, dritter berechneter Fall.

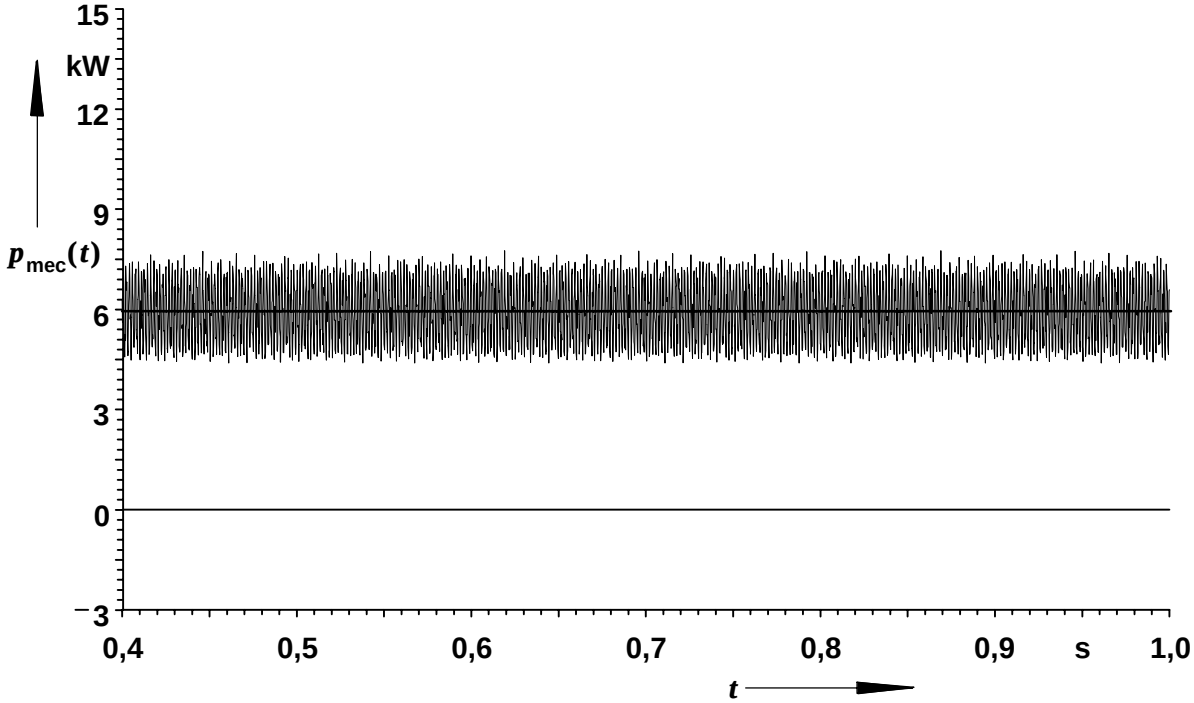


Bild 8.4b: Augenblickswert und Mittelwert der mechanischen Ausgangsleistung $p_{2,mec}(t)$, sonst wie Bild 8.4a. Zeitschritt $h = 44$ µs, Parameter $\theta = 0{,}45$ wie für Bild 8.1.

Es wurde bereits ausgeführt, daß im Drehstromsteller keine Blindleistung im Sinne einer Energiezwischenspeicherung und Rückspeisung umgesetzt wird. Für eine weitere Erörterung der Frage, ob und inwieweit Blindleistung im Antrieb auftritt, muß daher nur noch die magnetische Leistung des Asynchronmotors, d. h. die zeitliche Änderung der magnetischen Energie bestimmt werden. Diese erhält man aus der Leistungsbilanz des Asynchronmotors:

$$p_{\mathrm{m}}(t) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} W_{\mathrm{m}}(t) = p_{1,\mathrm{ASM}}(t) - p_{2,\mathrm{mec}}(t) - p_{1,\mathrm{V}}(t) - p_{2,\mathrm{V}}(t) = \\ = p_{1,\mathrm{ASM}}(t) - p_{2,\mathrm{mec}}(t) - R_1 \cdot \left({i_{\mathrm{R}}}^2(t) + {i_{\mathrm{S}}}^2(t) + {i_{\mathrm{T}}}^2(t) \right) - p_{2,\mathrm{V}}(t) . \tag{8.2}$$

Mit den Ausgaben des Programms läßt sich somit $p_{\mathrm{m}}(t)$ berechnen.
Es läßt sich zeigen, daß bei einer einphasig sinusförmig gespeisten ohmsch-induktiven Last die Amplitude der magnetischen Leistung $\hat{p}_{\mathrm{m}}$ gerade gleich der Blindleistung Q ist.

Bei einer idealen, symmetrischen, ohmsch-induktiven, dreiphasig sinusförmig gespeisten Last ergibt sich jedoch im eingeschwungenen Zustand aufgrund der Phasenverschiebung zwischen den drei Strängen eine gesamte magnetische Leistung von Null, so daß hier kein unmittelbarer Zusammenhang zur Blindleistung hergestellt werden kann.

Die mittlere magnetische Energie der Anordnung $\overline{W_{\mathrm{m}}}$ ist aber in jedem Fall ungleich Null. Sie ergibt sich aus einer numerischen Integration der magnetischen Leistung über der gesamten Zeit einschließlich des Einschwingvorganges. Zwischen der mittleren magnetischen Energie und der Blindleistung besteht nach [56] der Zusammenhang:

$$\overline{W_{\mathrm{m}}} = \frac{Q}{2 \cdot \omega_{\mathrm{Netz}}} \quad . \tag{8.3}$$

In [56] wird zur Herleitung von (8.3) zwar ein verschwindender ohmscher Widerstand R = 0 Ω und keine abgegebene mechanische Leistung vorausgesetzt. Die Allgemeingültigkeit von (8.3) läßt sich jedoch anhand einer vervollständigten Leistungsbilanz zeigen.
In Bild 8.5 ist die magnetische Leistung für den ersten berechneten Fall dargestellt. Es sind starke Schwingungen mit einer Amplitude von ca. 0,48 kW bis 0,64 kW zu erkennen. Die Frequenz beträgt 300 Hz. Diese Schwingungen werden durch den starken Anschnitt verursacht. Im einphasigen Fall schwingt die magnetische Leistung mit 100 Hz. Nur für einen solchen Fall gilt $\hat{p}_{\mathrm{m}} = Q$. Die hier vorliegende Leistungsamplitude entspricht keiner der in Tab. 8.1 aufgeführten Blindleistungen. Sie ließe sich eher als Verzerrungsleistung interpretieren, insofern hier die Oberströme und -spannungen eine entscheidende Rolle bei der Leistungsbildung spielen.

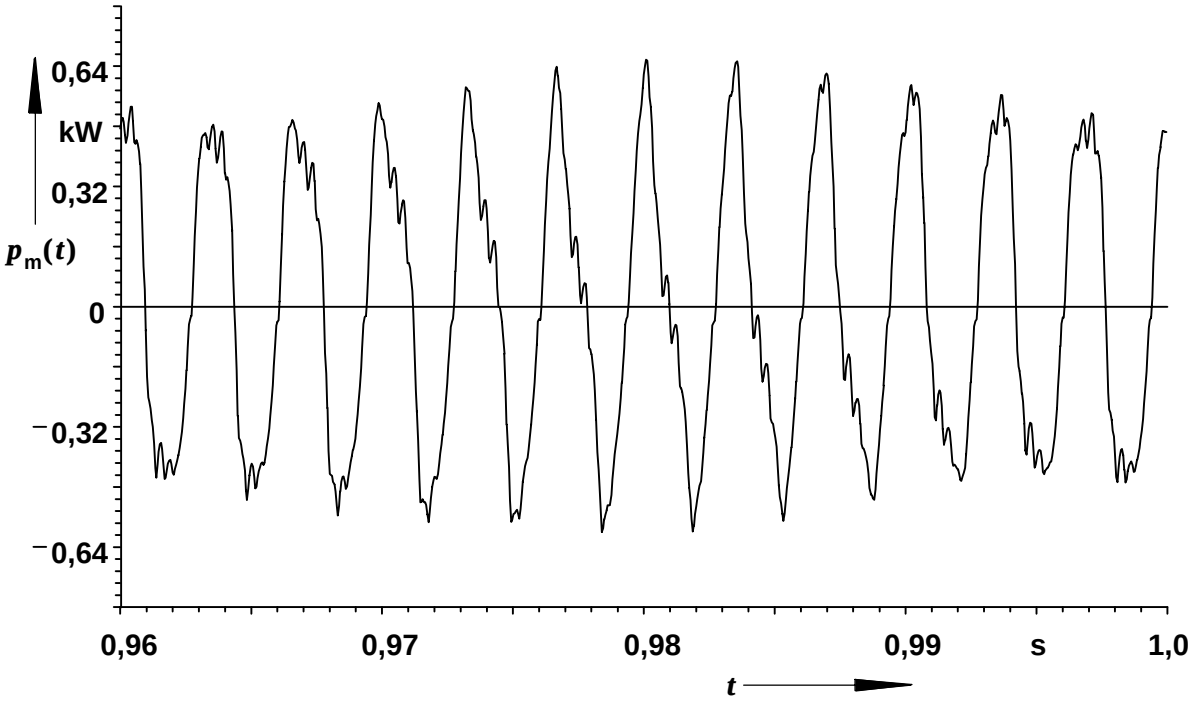


Bild 8.5: Magnetische Leistung, d. h. zeitliche Änderung der magnetischen Energie des Asynchronmotors, bei Speisung über Drehstromsteller, $\alpha_Z = 109°$ (erster berechneter Fall). Zeitschritt $h = 44\ \mu s$, Parameter $\theta = 0{,}45$ wie für Bild 8.1.
Spannung am Motor $U_{UV,eff} = 140$ V, Grundschwingung $^{\xi=1}U_{UV,eff} = 91{,}5$ V.

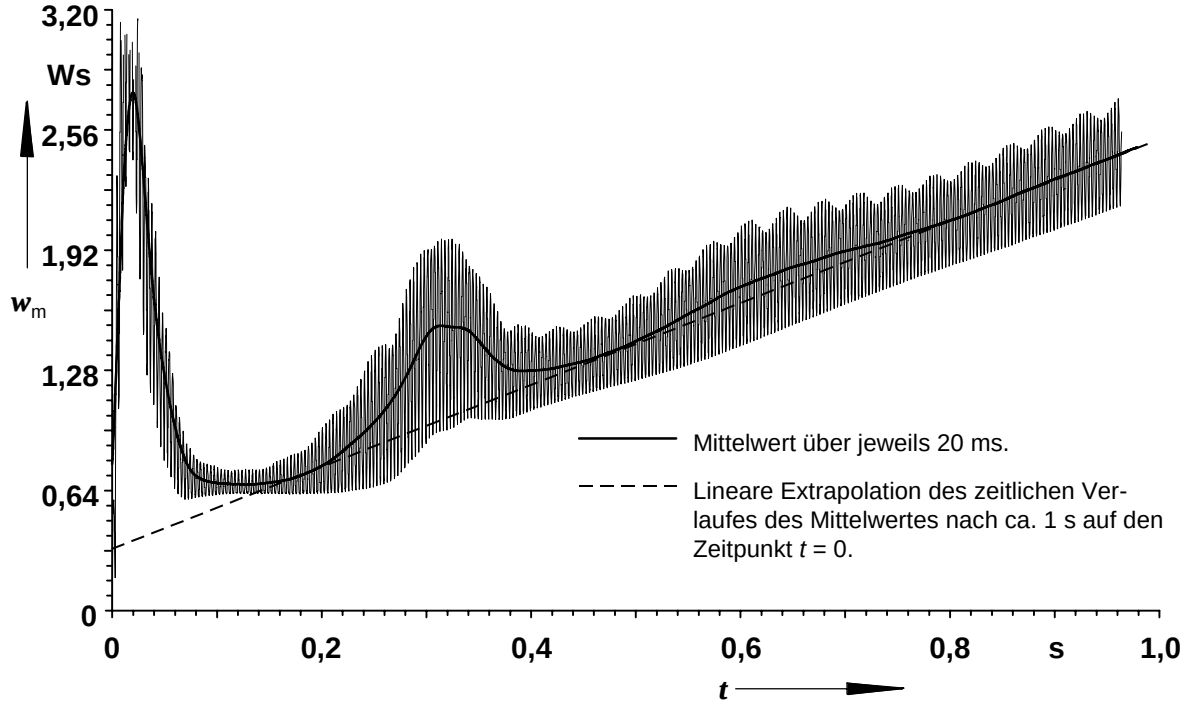


Bild 8.6: Zeitliches Integral der magnetischen Leistung zur Abschätzung des Mittelwertes der magnetischen Energie im Asynchronmotor. Elimination des Fehlers der Leistungsbilanz durch lineare Extrapolation.

In Bild 8.6 ist das zeitliche Integral der nach (8.2) berechneten magnetischen Leistung dargestellt. Im nahezu eingeschwungenen Zustand nach ca. 1 s sollte der Mittelwert von p_m über eine Periode verschwinden, so daß W_m um einen konstanten Wert pendelt. Tatsächlich ergibt sich in der Leistungsbilanz nach (8.2) jedoch ein mittlerer Fehler von ca. 2 W, der zu einem konstanten zeitlichen Anstieg des Integrals führt. Ursache hierfür ist der Diskretisierungsfehler, der zu einer fehlerhaften Drehmoment- und damit Leistungsberechnung führt. Weiterhin kann sich der Zeitschrittparameter θ (hier: 0,45) fehlervergrößernd auswirken. Ein Fehler der Leistungsbilanz in der Größe von ca. 0,5% der Eingangsleistung erscheint jedoch durchaus akzeptabel, bzw. nur durch unverhältnismäßig hohen Aufwand weiter reduzierbar.

Der zeitliche Mittelwert der magnetischen Energie im Asynchronmotor kann trotz dieses Fehlers abgeschätzt werden. Dazu bildet man zunächst aus der Integralfunktion

$$w_m(t) = \int_0^t p_m(\tau)\,\mathrm{d}\tau \tag{8.4}$$

den Mittelwert über Intervalle von jeweils einer Netzperiode gleich 20 ms Breite. Aufgrund der Fehlerleistung steigt dieser Mittelwert zu fortgeschrittenen Zeiten nach ca. 1 s nahezu linear an. Geht man davon aus, daß diese Fehlerleistung zeitunabhängig ist, d. h. also schon während des Einschwingvorganges wirksam war, so kann ihr Beitrag zum numerischen Integral der magnetischen Leistung graphisch durch Anlegen einer Extrapolationsgeraden eliminiert werden. Der lineare Verlauf des Mittelwertes von $\widetilde{W}_m(t)$ nach ca. 1 s wird also rückwirkend auf den Zeitpunkt t = 0 s extrapoliert. Der sich dort ergebende Abschnitt dieser Geraden mit der Ordinaten liefert einen Schätzwert für die mittlere magnetische Energie des Asynchronmotors. Aus Bild 8.6 ist in der beschriebenen Weise $\overline{W}_m \approx 0{,}32$ Ws zu entnehmen. Dies stimmt gut mit der Anwendung von (8.3) auf die Grundschwingungsblindleistung des Asynchronmotors ${}^{\xi=1}Q_{1,\,\mathrm{ASM}} = 0{,}206$ kVar überein:

$$\overline{W}_m = \frac{{}^{\xi=1}Q_{1,\,\mathrm{ASM}}}{2\cdot\omega_{\mathrm{Netz}}} \approx \frac{206}{2\cdot 2\pi\cdot 50}\ \mathrm{Ws} \approx 0{,}328\ \mathrm{Ws}\ .$$

In Bild 8.7 ist die magnetische Leistung für den Fall ohne Drehstromsteller dargestellt. Man erkennt Leistungspendelungen mit Amplituden von ca. 1,2 kW, die bezogen auf den Mittelwert von $p_1(t)$ wesentlich geringer sind als für den Fall mit starkem Spannungsanschnitt. Die Frequenz beträgt wie bei der Eingangsleistung 572 Hz, so daß auch hier wie bei der Eingangsleistung und der Ausgangsleistung bzw. dem Pendelmoment der Statoroberstrom ${}^{b=-1}I_1$ die entscheidende Rolle spielt.

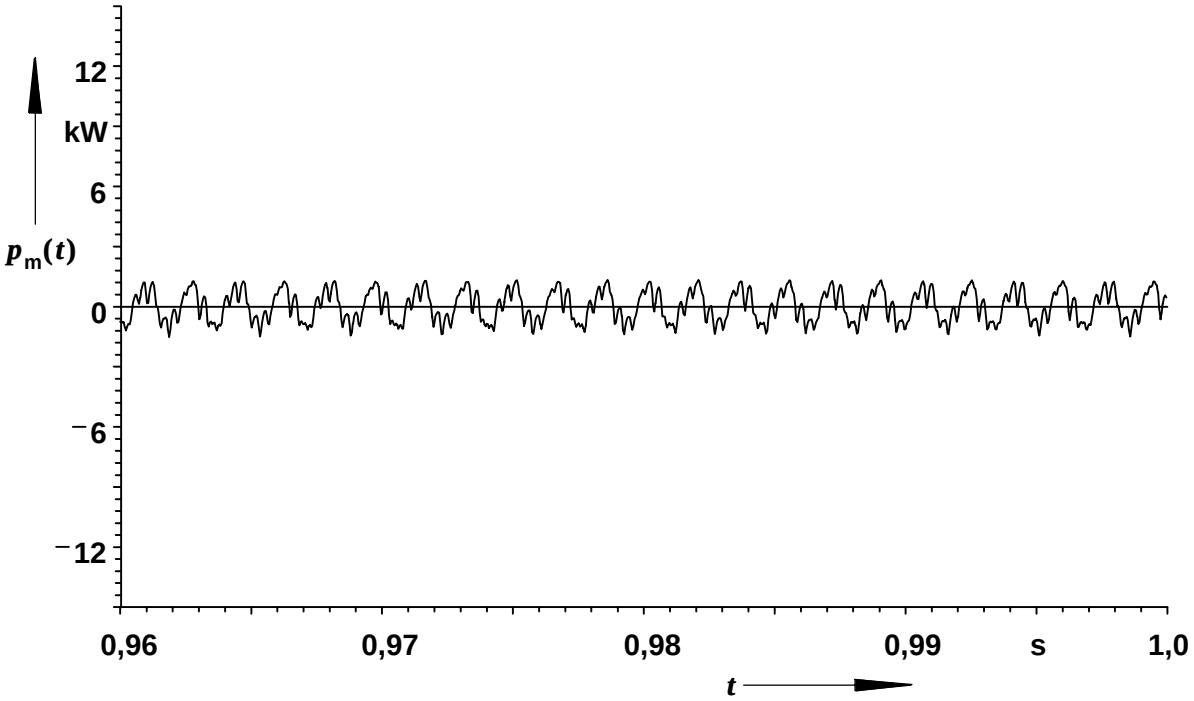


Bild 8.7: Magnetische Leistung, d. h. zeitliche Änderung der magnetischen Energie des Asynchronmotors, bei Speisung mit sinusförmiger Klemmenspannung am Motor $U_{UV,eff} = {}^{\xi=1}U_{UV,eff} = 400$ V, dritter berechneter Fall. Zeitschritt $h = 44$ µs, $\theta = 0{,}45$.

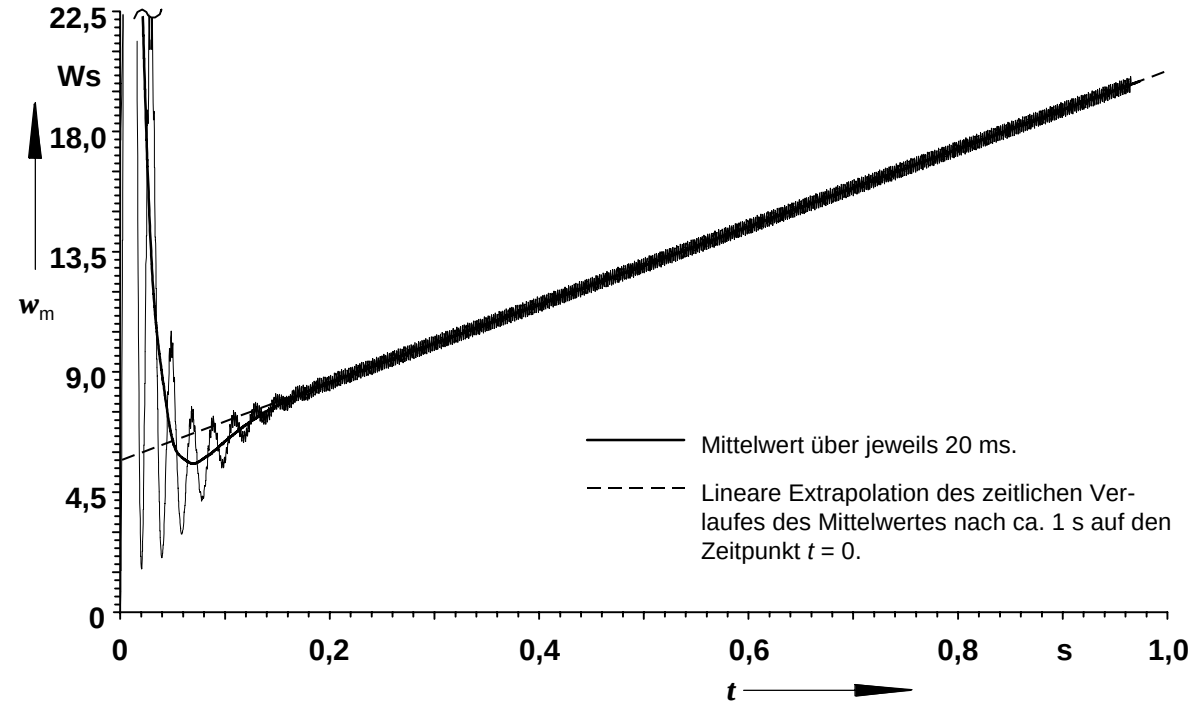


Bild 8.8: Zeitliches Integral der magnetischen Leistung zur Abschätzung des Mittelwertes der magnetischen Energie im Asynchronmotor. Elimination des Fehlers der Leistungsbilanz durch linaeare Extrapolation.

Aus Bild 8.8 kann nach der oben beschriebenen Extrapolationsmethode eine mittlere magnetische Energie des Asynchronmotors im eingeschwungenen Zustand von ca. 5,7 Ws abgelesen werden. Berechnet man die mittlere magnetische Energie aus (8.3), so ergibt sich:

$$\overline{W_m} = \frac{{}^{\xi=1}Q_{1,\,ASM}}{2 \cdot \omega_{Netz}} \approx \frac{3730}{2 \cdot 2\pi \cdot 50}\ \text{Ws} \approx 5{,}94\ \text{Ws}\ .$$

Dies stimmt bis auf ca. 4% mit dem aus Bild 8.8 abgelesenen Wert überein.

Sowohl für den Fall sinusförmiger Klemmenspannung als auch für den Fall einer Speisung über den Drehstromsteller ergibt sich, daß die im eingeschwungenen Zustand in dem Asynchronmotor auftretende mittlere Feldenergie der Grundschwingungsblindleistung des Asynchronmotors proportional ist. Der Drehstromsteller selbst hingegen speichert keinerlei Feldenergie, abgesehen von der elektrischen Energie der Kondensatoren des Überspannungsschutzes, die in den Parallelwiderständen abgebaut wird.
Insofern ist die einzige, in dem Gesamtantrieb auftretende Blindleistung durch diejenige des Asynchronmotors gegeben. Der zugehörige cos ${}^{\xi=1}\varphi_{ASM}$ = 0,86 ist als eigentlicher Leistungsfaktor des Antriebes in bezug auf die Aufnahme elektrischer Energie aus dem Netz, Zwischenspeicherung als magnetische Feldenergie und Rückspeisung ins Netz anzusehen.
Der Phasenverschiebungsfaktor cos ${}^{\xi=1}\varphi_{DSS}$ = 0,22 (erster Fall), der sich bei der Betrachtung der Grundschwingungsphasenverschiebung zwischen Spannung und Strom in dem Gesamtantrieb ergibt, ist für die tatsächliche, zugrundeliegende Leistungs- bzw. Energiependelung ohne Bedeutung. Es ist dementsprechend fragwürdig, ob und inwieweit er als Grundlage für eine eventuelle Blindleistungsvergütung durch die EVU herangezogen werden sollte, und ob nicht die zusätzlichen, durch Stromoberschwingungen hervorgerufenen Wirkverluste in den elektrischen Betriebsmitteln eine angemessenere Vergütungsgrundlage darstellen.
In Bild 8.9 sind ergänzend die einphasigen Leistungsflüsse vom Netz zum Drehstromsteller dargestellt. Die 100 Hz-Grundschwingung ist deutlich zu erkennen, ebenso wie die starke Abweichung des Zeitverlaufes von der Sinusform. Eine Periode des Leistungszeitverlaufes kann in drei Teilintervalle unterteilt werden, die sich grob als positiver Impuls und negativer Impuls der Leistung sowie Austastlücke charakterisieren lassen. Bei der Summierung der drei einphasigen Leistungen zur dreiphasigen Leistung heben sich aufgrund der Phasenverschiebung um eine bzw. zwei Drittel Perioden alle Fourierkomponenten mit nicht durch drei teilbarem Vielfachen der Grundfrequenz (einschließlich der Grundschwingung selbst) auf. Zurück bleibt ein Zeitverlauf mit dominierender 300 Hz-Schwingung (Bild 8.10).

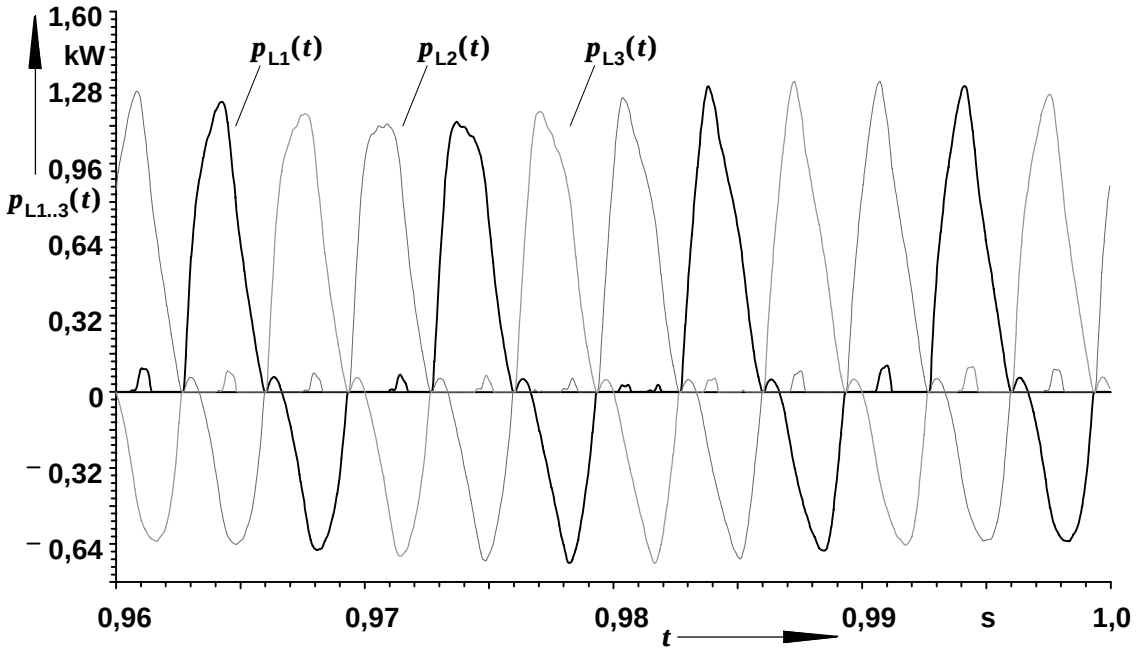


Bild 8.9: Einphasige Leistungen der drei Außenleiter für den ersten berechneten Fall. Speisung des Drehstromstellers mit $U_{L1,L2,eff}$ = 400 V bei α_Z = 109°. Grundfrequenz der Leistungspendelung ${}^{\xi=1}f$ = 100 Hz, zeitl. Leistungsmittelwert P_{L1} = 131,8 W (= $P_{1,DSS}$ /3), Grundschwingungsamplitude der Leistungspendelung ${}^{\xi=1}p_{L1}$ = 600 W, dritte Harmonische ${}^{\xi=3}p_{L1}$ = 204 W.

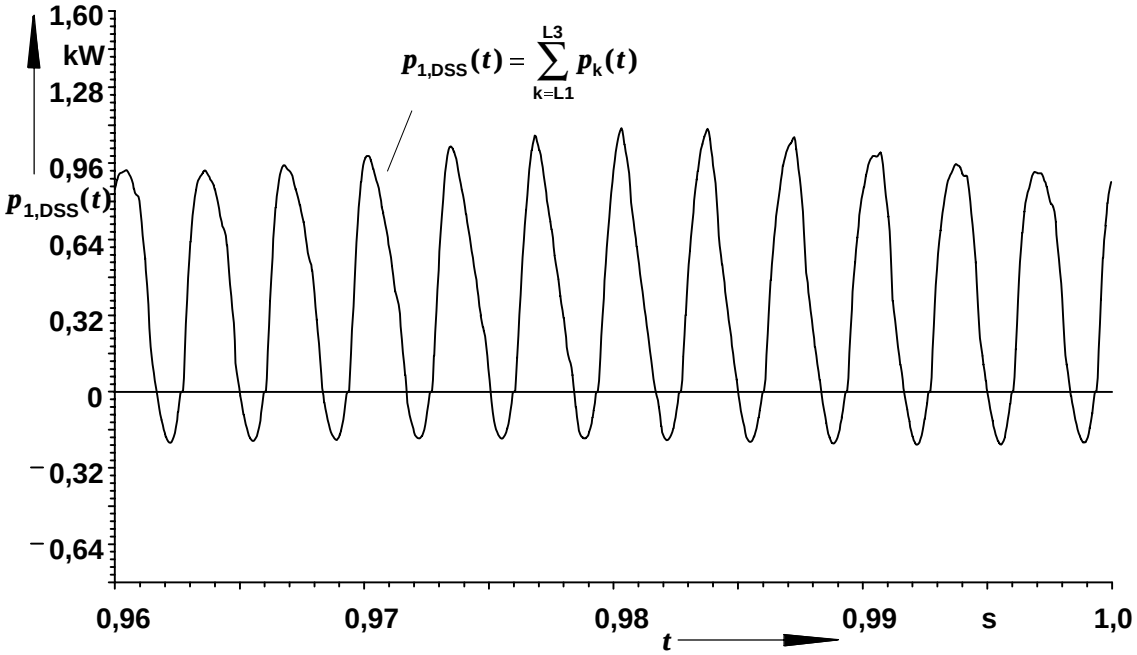


Bild 8.10: Summe der einphasigen Leistungen der drei Außenleiter für den ersten berechneten Fall. Grundfrequenz der dreiphasigen Leistungspendelung ${}^{\xi=3}f$ = 300 Hz, Leistungsmittelwert $P_{1,DSS}$ = 395 W, Amplitude der dreiphasigen Leistungspendelung ${}^{\xi=3}p_{L1}$ = 611 W. Zeitschritt h = 44 µs, Parameter θ = 0,45.

8.2 Luftspaltfelder und Radialkraftwellen

Die Kenntnis des Luftspaltfeldes ist für die Vorausberechnung von Geräuschen und Vibrationen von entscheidender Bedeutung. Die Radialkomponente des Luftspaltfeldes bewirkt eine raum- und zeitabhängige Kraftdichteverteilung auf dem Statorblechpaket, die gemäß

$$T_r(\beta,t) = \frac{1}{2\mu_0}\cdot\left[B_r(\beta,t)\right]^2 \tag{8.5}$$

berechnet werden kann.

Diese Radialkraftdichteverteilung regt das Blechpaket zu Schwingungen an, die als Geräusch oder Vibration in Erscheinung treten. Hierbei kommen je nach Lage der Resonanzfrequenzen des Blechpaketes einzelne Kraftwellen verstärkt zur Geltung.

Die prinzipiellen Voraussetzungen für eine numerische Berechnung der anregenden Radialkraftwellen mit dem hier verwendeten Programmsystem sind gegeben. Das Luftspaltfeld wird für ausgewählte Zeitpunkte in Abhängigkeit des Ortes ausgegeben. Mit Glchg. (8.5) kann daraus die Radialkraftdichteverteilung bestimmt werden.

Für eine Beurteilung der Geräuschentwicklung ist jedoch zusätzlich eine zweidimensionale Fourieranalyse erforderlich. Diese wird auch in [67] zur Bestimmung von Luftspaltoberfeldern unter dem Einfluß der Sättigung herangezogen. Im Zusammenhang mit dem magnetischen Geräusch muß sie zur Berechnung der einzelnen Radialkraftwellen nach Amplitude, Frequenz und Wellenlänge auf $T_r(\beta,t)$ angewandt werden. Hierbei ergeben sich für die Radialkraftwellen ähnliche Ausdrücke wie in [67] für die Drehfeldwellen:

$$T_r(\beta,t) = \sum_{\kappa}\sum_{\xi} {}^{\kappa,\xi}\hat{T}_1 \sin(\kappa\beta)\cos(\xi\omega t) + {}^{\kappa,\xi}\hat{T}_2 \cos(\kappa\beta)\sin(\xi\omega t) \tag{8.6}$$

Folgende Fallunterscheidungen können bezüglich der Amplituden getroffen werden:

$\left|{}^{\kappa,\xi}\hat{T}_1\right| = \left|{}^{\kappa,\xi}\hat{T}_2\right|$: Die betrachtete Welle ist eine kreisförmige Drehkraftwelle.

$\left|{}^{\kappa,\xi}\hat{T}_1\right| \neq \left|{}^{\kappa,\xi}\hat{T}_2\right|$: Die betrachtete Welle ist eine elliptische Drehkraftwelle.

$\left|{}^{\kappa,\xi}\hat{T}_1\right| = 0$ oder $\left|{}^{\kappa,\xi}\hat{T}_2\right| = 0$: Die betrachtete Welle ist eine stehende Wechselkraftwelle.

An dieser Stelle soll lediglich eine Präsentation von Feldverteilungen im Luftspalt zu verschiedenen Zeitpunkten in Abhängigkeit unterschiedlicher Zündwinkel des Drehstromstellers erfolgen. Eine weitergehende Auswertung den vorangegangen Ausführungen entsprechend findet nicht statt.

Die Berechnungen werden ähnlich wie zuvor in Kap. 8.1 für den stationären Lauf bei Nenndrehzahl vorgenommen. Für die eigentliche Auswertung der Feldverteilungen im Luftspalt wird zunächst der eingeschwungene Zustand abgewartet.

Um eine unmittelbare Vergleichbarkeit der Feldverteilungen zu gewährleisten, wird für jeden Zündwinkel α_Z der Rechnungsanfangszeitpunkt t_{Anf} und damit die Phasenlage der Speisespannung des Drehstromstellers so variert, daß bei der für alle Rechnungen gleichen Rotoranfangsposition die Phasenlage der Spannungsgrundschwingung stets identisch ist.

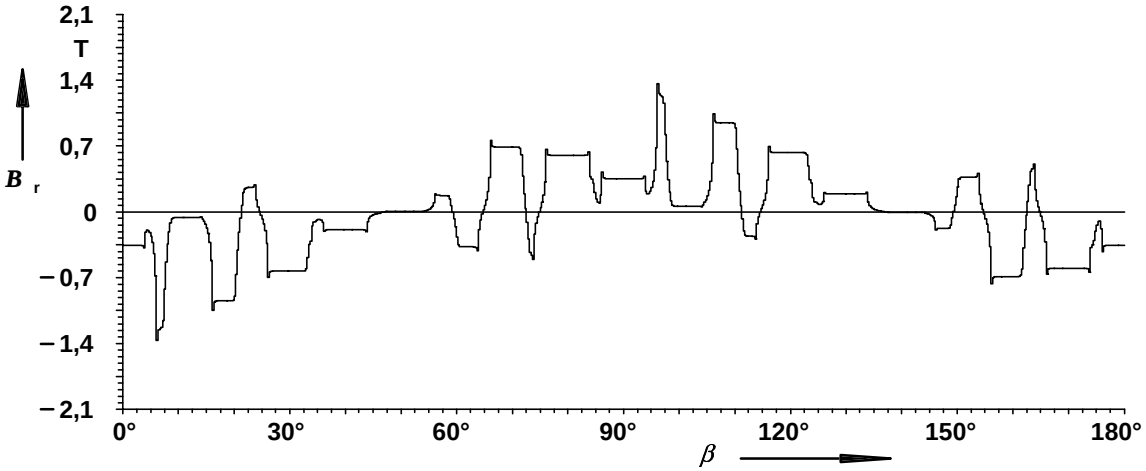
So zeigen die Bilder 8.11a-c sowohl die durch die Nutungen verursachten Feldeinbrüche als auch die Maximalwerte der Luftspaltinduktion stets an den gleichen Stellen bzw. für den gleichen Umfangswinkel β. Die qualitativen Gestalten der drei Verläufe erweisen sich als weitgehend ähnlich. Markante Unterschiede zwischen dem Verlauf in Bild 8.11a und denjenigen in Bild 8.11b bzw. c treten im wesentlichen nur im Bereich der Nulldurchgänge auf. Dies mag u. a. darauf zurückzuführen sein, daß dem Verlauf in Bild 8.11a eine Augenblicksverteilung der Statorströme mit von Null verschiedenem Strom i_T zugrunde liegt, während die Feldverteilungen in Bild 8.11b bzw. c auf einer Ständerstromverteilung mit verschwindendem Strom i_T beruhen. Die Geringfügigkeit der qualitativen Unterschiede der Feldverläufe ergibt sich maßgeblich daraus, daß diese von der Wicklungs- und Stabverteilung in den Nuten von Ständer und Rotor bzw. den jeweiligen Augenblickswerten der Durchflutungen darin bedingt sind. Eine direkte Auswirkung von unterschiedlichen zeitlichen Verläufen der erregenden Ströme auf die qualitative örtliche Verteilung der Luftspaltflußdichte ist dagegen nicht gegeben.

Quantitativ ist die Flußdichte im Luftspalt durch die Größe der erregenden Ströme bestimmt. Bezieht man in Bild 8.11a-c den Maximalwert der auftretenden Luftspaltinduktion auf das Maximum der Beträge der Ständerströme, so erhält man Werte ähnlicher Größe:

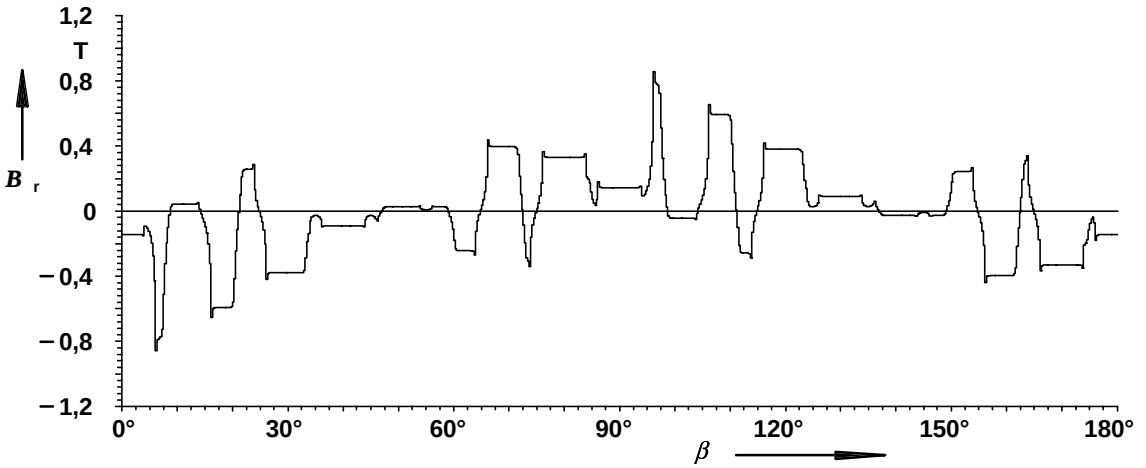
a) $\alpha_Z = 0°$: $\dfrac{B_{max}}{|i|_{max}} = \dfrac{1{,}37\ \mathrm{T}}{13{,}7\ \mathrm{A}} = 0{,}1\dfrac{\mathrm{T}}{\mathrm{A}}$, b) $\alpha_Z = 87{,}5°$: $\dfrac{B_{max}}{|i|_{max}} = \dfrac{0{,}86\ \mathrm{T}}{8{,}3\ \mathrm{A}} = 0{,}104\ \dfrac{\mathrm{T}}{\mathrm{A}}$

c) $\alpha_Z = 109°$: $\dfrac{B_{max}}{|i|_{max}} = \dfrac{0{,}44\ \mathrm{T}}{4{,}6\ \mathrm{A}} = 0{,}096\ \dfrac{\mathrm{T}}{\mathrm{A}}$

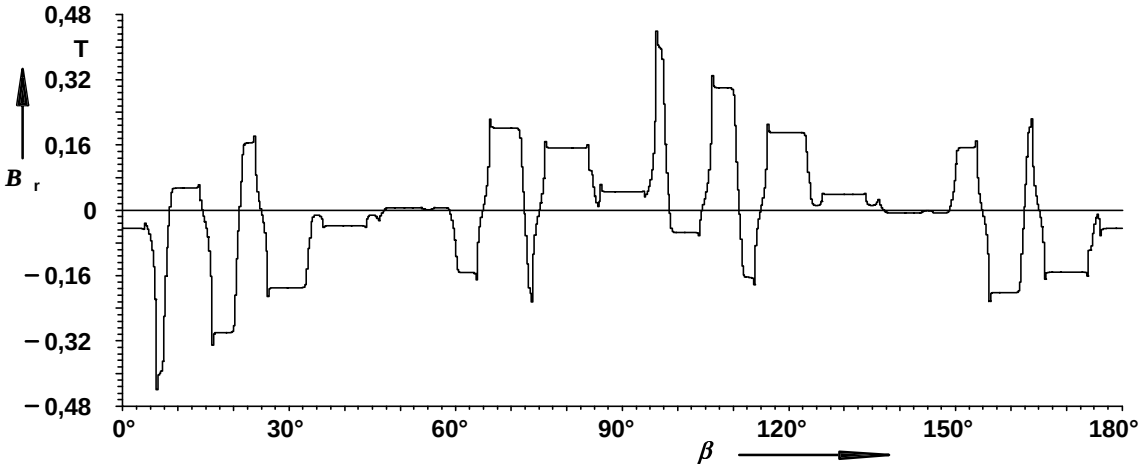
Die Bilder 8.12a bis 8.12e geben eine Übersicht über die Zeitabhängigkeit der Feldverteilung im Luftspalt. Im Groben ist ein Fortschreiten der Feldverteilung in Richtung größerer Umfangswinkel mit zunehmender Zeit zu erkennen, was der Dominanz der Drehfeldgrundwelle zuzuschreiben ist. Die genaue Zusammensetzung der fortschreitenden Feldverteilung in bezug auf mit- und gegenlaufende Drehfeldwellen sowie stehende Wechselfelder kann aber nur durch eine zweidimensionale Fourieranalyse wie in [67] erhalten werden.



a) Zündwinkel α_Z = 0°; Ströme i_R = 11,5 A, i_S = -13,7 A, i_T = 2,2 A; Flußdichte B_{max}= 1,37 T.

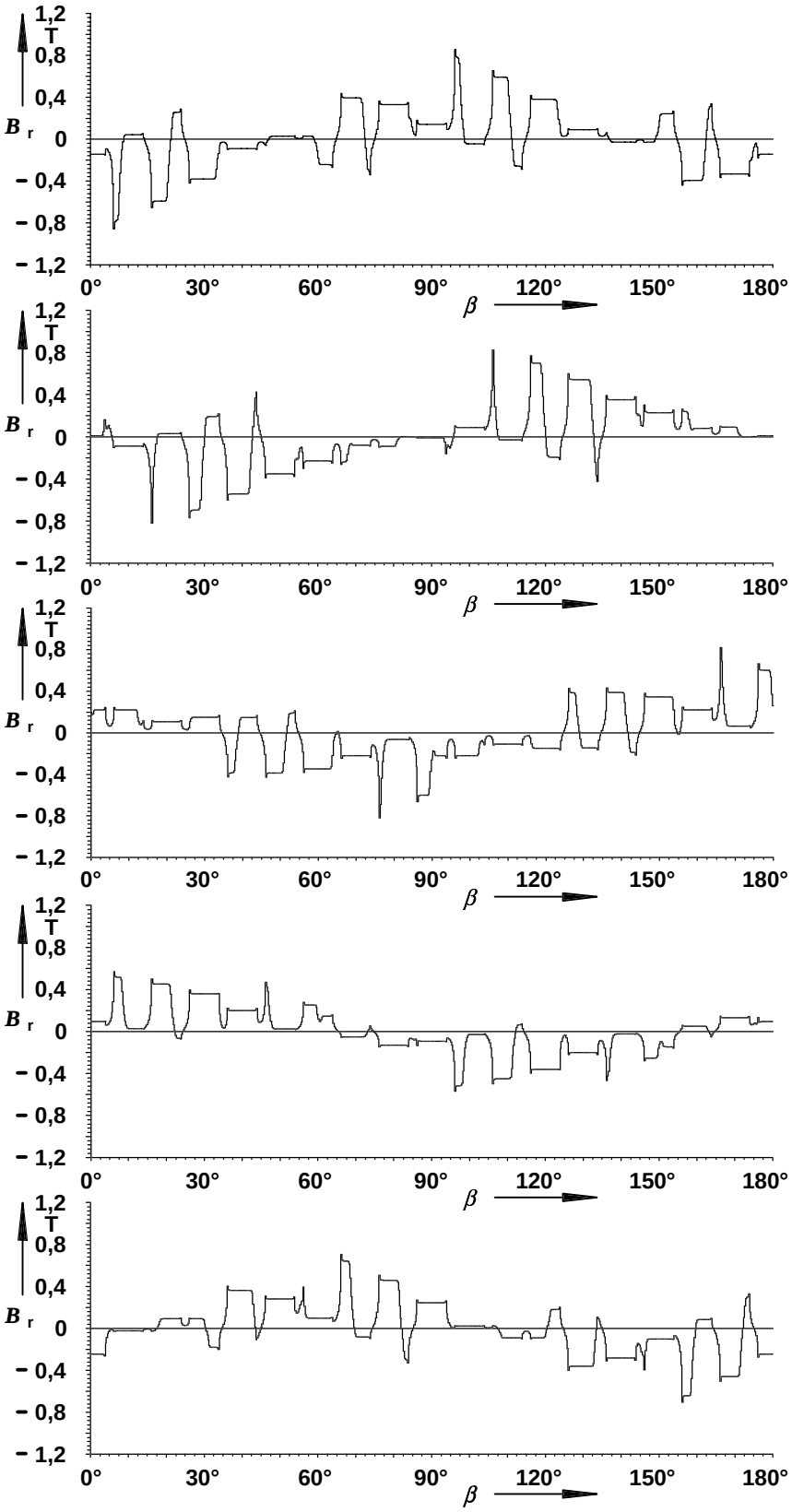


b) Zündwinkel α_Z = 87,5°; Ströme i_R = 8,3 A, i_S = -8,3 A, i_T = 0,0 A; Flußdichte B_{max}= 0,86 T.



c) Zündwinkel α_Z = 109°; Ströme i_R = 4,6 A, i_S = -4,6 A, i_T = 0,0 A; Flußdichte B_{max}= 0,44 T.

Bild 8.11: Radialkomponente B_r der Flußdichte im Luftspalt über zwei Polteilungen, augenblickliche Verteilung nach 90 Zeitschritten einer Fortsetzungsrechnung im eingeschwungenen Zustand, entsprechend t = 4 ms. $U_{L1,L2,eff}$ = 400 V, n = 1440 min^{-1}.



a) t = 4 ms:
(entspricht Bild 8.11b)
i_R = 8,30 A,
i_S = -8,30 A,
i_T = 0,00 A.

b) t = 8 ms:
i_R = 9,48 A,
i_S = 0,13 A,
i_T = -9,61 A.

c) t = 12 ms:
i_R = 0,00 A,
i_S = 6,99 A,
i_T = -6,99 A.

d) t = 16 ms:
i_R = -5,53 A,
i_S = 2,56 A,
i_T = 2,97 A.

e) t = 20 ms:
i_R = 0,00 A,
i_S = -7,07 A,
i_T = 7,07 A.

Bild 8.12: Radialkomponente B_r des Luftspaltfeldes zu verschiedenen Zeitpunkten, $U_{L1,L2,eff}$ = 400 V, α_Z = 87,5°, n = 1440 min^{-1}. Rechnung mit h = 44 µs, θ = 0,45.

9. Rechenzeiten und verwendete Rechner

Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit präsentierten Ergebnisse stammen aus Rechnungen auf unterschiedlichen Computersystemen. Bei ihnen handelt es sich um die Rechner des Hochschulrechenzentrums der Universität Dortmund, nämlich einen IBM RS6000, Modell 990 und den Cluster aus elf IBM Workstations 43P-133, und die Rechner des Lehrstuhls MAL, Workstations sun-ultrasparc 1. Anfänglich wurden auch die Vektorrechner s600 bzw. vpp300 der RWTH Aachen verwendet. Es zeigte sich aber bald, daß die Beschaffenheit des Programmsystems einen ungünstigen Einfluß auf den Vektorisierungsgrad des ausführbaren Programms hatte. Dieser sank auf etwa 50%, so daß eine Weiterführung der Rechnungen auf einem Vektorrechner nicht lohnenswert erschien.
Einer praxisnahen Anwendung des vorgestellten Finite-Differenzenverfahrens stehen unabhängig vom Rechnersystem die hohen Rechenzeiten entgegen. In Tab. 9.1 sind für einige exemplarische Rechnungen die spezifischen CPU-Zeiten pro Lösung des FD-Gleichungssystems aufgeführt.

FD-Gittertyp		„grob“		„mittel“		„fein“	
Anzahl der Feldgleichungen	bei $\mu_{r,Fe} = 1000$	4050		4806		9474	
	bei $\mu_{r,Fe} = \infty$ (Ausschluß der Knoten im Eisen)		1793		2045		3821
IBM RS6000 Modell 990		0,64 s	-	1,01 s	0,21 s	1,84 s	-
IBM Workstation 43P-133		-	0,28 s	2,47 s	0,37 s	4,46 s	0,64 s
sun WS ultrasparc 1		1,27 s	0,26 s	-	-	3,74 s	-

Tab. 9.1: Durchschnittliche CPU-Zeit pro Auflösung des Finite-Differenzen-Gleichungssystems.

Im linearen Fall ergibt sich hieraus die gesamte CPU-Zeit einer Rechnung durch Multiplikation mit der Anzahl zu rechnender Zeitschritte. Wird gleichzeitig als Versorgungseinrichtung ein Drehstromsteller mitberechnet, erhöht sich aufgrund der Iterationen während der Umschaltvorgänge der Rechenaufwand um einen Faktor von ca. 1,2 .... 1,4, je nach gewünschter Genauigkeit.

Eine Berücksichtigung der Eisensättigung läßt die Anzahl notwendiger Auflösungen des Gleichungssystems um den Faktor 2,5 .... 4,7 steigen, ebenfalls abhängig von der gewünschten Genauigkeit.
Der Anteil eines evtl. mechanischen Teilsystems an der Gesamtrechenzeit wird an dieser Stelle vernachlässigt, da er für die im Rahmen der vorliegenden Arbeit behandelten Antriebe weniger als 5% ausmacht.
Man erkennt schnell, daß sich sehr große Rechenzeiten ergeben können, wie folgendes Beispiel zeigt:
Für die Rechnung aus Kap. 7.1 mit dem „mittelfeinen“ Gitter unter Ausschluß der Knoten im Eisen (2045 Feldgleichungen) läßt sich aus Tab. 9.1 eine spezifische Rechenzeit von 0,37 s auf der Workstation 43P-133 ablesen. Bei einer Zeitschrittweite von ca. $400/9\ \mu s = 44{,}\overline{4}\ \mu s$ sind für die Erfassung eines 20 s dauernden Hochlaufvorganges 450000 Zeitschritte zu rechnen. Die Berücksichtigung des Drehstromstellers führt auf maximal ca. $1{,}4 \cdot 450000 = 630000$ notwendige Auflösungen des Gleichungssystems, was eine Rechenzeit von $630000 \cdot 0{,}37\ s = 233{,}1 \cdot 10^3\ s = 64{,}75\ h$ ergibt.

Aus Tab. 9.1 kann allgemein entnommen werden, daß der durch die Annahme unendlicher Eisenpermeabilität bewirkte Ausschluß der im Eisen gelegenen Knoten von der Berechnung die Anzahl der Gleichungen und damit die Rechenzeit erheblich reduziert.
Die Rechenzeit steigt in jedem Fall monoton mit der Gleichungszahl. Ein einfacher formelmäßiger Zusammenhang ist aber nur schwer angebbar, da in die Auflösungszeit für das Gleichungssystem nicht nur die Punktezahl, sondern auch die Bandbreite der Matrix eingeht. Man kann beobachten, daß die Einführung zusätzlicher azimutaler Linien in ein Gitter die Rechenzeit mehr erhöht als die Einfügung einer gleichen Anzahl von Punkten als radiale Linien. Im ersten Fall wird wegen der radialen, alternierenden Numerierung die Bandbreite erhöht, im zweiten Fall nicht. Wenn gewisse Gebiete durch die Annahme unendlicher Eisenpermeabilität ausgeschlossen werden, spielt auch die komplexe Geometrie des Rechengebietes eine Rolle.
Eine Senkung der CPU-Zeiten könnte außer durch immer schnellere Rechner allenfalls durch eine Ersetzung der FD-Zeitschrittrechnung durch ein einfacheres Maschinenmodell z. B. auf der Basis von stellungsabhängigen Induktivitätsmatrizen erreicht werden. Hiermit wären jedoch Vereinfachungen verbunden, die z. B. die Berücksichtigung der Sättigung und der Stromverdrängung beträfen.

10. Zur Wahl des Zeitschrittparameters θ

Nachstehend soll gezeigt werden, daß sich nur mit $\theta \leq$ ½ gesichert stabile Lösungen ergeben. Außerdem zeigen die nachfolgenden Diagramme 10.1, 10.2 und 10.3, daß mit kleiner werdendem θ alle Schwingungen, sowohl numerisch bedingte Fehlerschwingungen als auch die gesuchte Lösungsfunktion, stärker gedämpft werden (mit zunehmender Frequenz).

Die komplexen Lösungen $\underline{\lambda}$ der charakteristischen Gleichung (z. B. wie in Anhang C von einer Differentialgleichung zweiter Ordnung $\underline{\lambda}^2 + 2D\omega_0\underline{\lambda} + {\omega_0}^2 = 0$, $\underline{\lambda} = -D\omega_0 \pm \mathrm{j}\cdot\omega$ mit $\omega = \omega_0 \cdot \sqrt{1-D^2}$) eines stabilen, linearen, zeitinvarianten und zeitkontinuierlichen Systems (hier: "Eigenwerte", zu diesem Begriff siehe u. a. DIN 5486 [55], Anmerkung zu 2.12) besitzen einen negativen Realteil und werden durch die Anwendung des modifizierten Trapezregelverfahrens mit dem Zeitschrittparameter θ gemäß der Gleichung

$$\underline{\nu} = \frac{1+\theta h\cdot\underline{\lambda}}{1-(1-\theta)h\cdot\underline{\lambda}} = -\frac{\theta}{1-\theta} + \frac{1}{1-\theta}\cdot\frac{1}{1-(1-\theta)h\cdot\underline{\lambda}} \quad , \; h = \text{Zeitschrittweite} \tag{10.1}$$

auf die Eigenwerte $\underline{\nu}$ des durch die zeitliche Diskretisierung entstandenen Differenzengleichungssystems abgebildet.

Eine Anwendung der modifizierten Trapezregel wie in Kap. 2 beschrieben auf ein explizit gegebenes Differentialgleichungssystem $\dot{\vec{x}}(t) = (A)\cdot\vec{x}(t)$ mit der Systemmatrix (*A*) liefert nämlich über $\int_{t_1}^{t_1+h}\dot{\vec{x}}(t)\,\mathrm{d}t = \int_{t_1}^{t_1+h}(A)\cdot\vec{x}(t)\,\mathrm{d}t$, also $\vec{x}\big|_{t+h} - \vec{x}\big|_t = (1-\theta)h\cdot(A)\cdot\vec{x}\big|_{t+h} + \theta h\cdot(A)\cdot\vec{x}\big|_{t+h}$,

schließlich nach $\vec{x}\big|_{t+h}$ aufgelöst das Differenzengleichungssystem

$$\vec{x}\big|_{t+h} = \left[(E)-(1-\theta)h\cdot(A)\right]^{-1}\cdot\left[(E)+\theta h\cdot(A)\right]\cdot\vec{x}\big|_t \quad , \quad (E) = \text{Einheitsmatrix.} \tag{10.2}$$

Ein Eigenvektor $\vec{v}$ mit dem Eigenwert $\underline{\nu}$ muß die Gleichung

$$\left[(E)-(1-\theta)h\cdot(A)\right]^{-1}\cdot\left[(E)+\theta h\cdot(A)\right]\cdot\vec{v} = \underline{\nu}\cdot\vec{v} \tag{10.3}$$

erfüllen. Multiplikation der Gleichung mit der Matrix $\left[(E)-(1-\theta)h\cdot(A)\right]$ und Ausmultiplizieren mit dem Vektor $\vec{v}$ ergibt

$$(E)\cdot\vec{v} + \theta h\cdot(A)\cdot\vec{v} = \underline{\nu}\cdot\left[(E)\cdot\vec{v} - (1-\theta)h\cdot(A)\cdot\vec{v}\right] \; . \tag{10.4}$$

Zur nichttrivialen Erfüllung von (10.4) muß $\vec{v}$ offensichtlich Eigenvektor von (A) sein, also $(A)\cdot\vec{v} = \underline{\lambda}\cdot\vec{v}$ mit dem komplexen Eigenwert $\underline{\lambda}$. Mit $(E)\cdot\vec{v} = \vec{v}$ und $(A)\cdot\vec{v} = \underline{\lambda}\cdot\vec{v}$ gilt dann

$$(1+\theta h\cdot\underline{\lambda})\cdot\vec{v}=\underline{\nu}\cdot(1-(1-\theta)h\cdot\underline{\lambda})\cdot\vec{v}\quad , \tag{10.5}$$

bzw. $$\left[(1+\theta h\cdot\underline{\lambda})-\underline{\nu}\cdot(1-(1-\theta)h\cdot\underline{\lambda})\right]\cdot\vec{v}=\vec{0}\quad . \tag{10.6}$$

Da der Eigenvektor $\vec{v}$ vom Nullvektor verschieden ist, muß der Vorfaktor gleich Null sein, woraus (10.1) folgt.

Für $\theta > ½$ nimmt das Lösungsverfahren explizite Gestalt an, bis die Differentialgleichungen für $\theta = 1$ nach dem Euler´schen Polygonzugverfahren behandelt werden. Absolute Stabilität ist hierfür i. a. nicht gegeben, weswegen von einer Wahl für $\theta > ½$ abzusehen ist.

Für $\theta = ½$ ergibt sich eine Integration der Differentialgleichungen nach der Trapezregel. Hierfür läßt sich absolute Stabilität (A-Stabilität nach [12]) nachweisen.

Ist θ kleiner oder gleich ½ , so werden alle $\underline{\lambda}$ mit Re $\{\underline{\lambda}\} < 0$ in den Einheitskreis der komplexen $\underline{\nu}$-Ebene transformiert. Wie Bild 10.1 erkennen läßt, fällt für den Grenzfall $\theta = ½$ der Stabilitätsrand des zeitkontinuierlichen Systems Re $\{\underline{\lambda}\} = 0$ genau auf sein Pendant im zeitdiskreten Fall $|\underline{\nu}| = 1$. Hieraus folgt, daß die Eigenschwingung eines ungedämpften harmonischen Oszillators (konjugiert komplexes Eigenwertpaar auf der imaginären Achse der $\underline{\lambda}$-Ebene) auch in der numerischen Rechnung ungedämpft erscheint, was für $\theta < ½$ i. a. nicht der Fall ist, wie die Bilder 10.2 und 10.3 zeigen.

Andererseits können aber in der numerischen Rechnung unerwünschte oszillierende Eigenbewegungen entstehen, auch wenn der zugehörige Eigenwert rein reel ist und die Eigenlösung demzufolge monoton (e-Funktion) gegen Null läuft. Dies ist für $h\lambda < -2$ der Fall. Die zugehörige Eigenlösung der Differenzengleichung, die Zahlenfolge $\{a_n\} = \{a_0\cdot\nu^n\}$, stellt für negative Werte von ν eine alternierende geometrische Folge dar, die umso langsamer

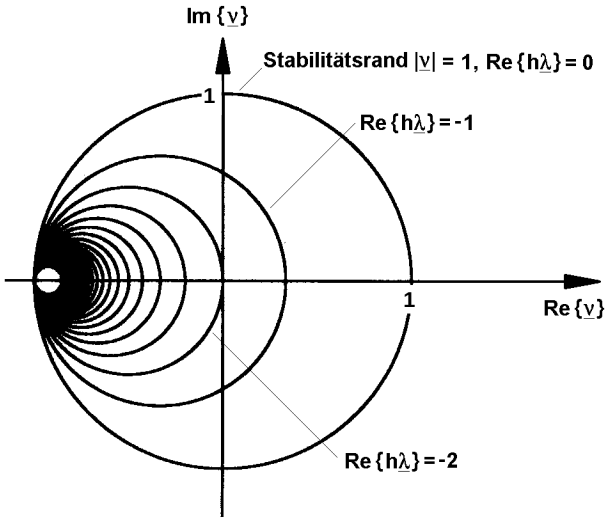


Bild 10.1:
Ortskurven der Eigenwerte $\underline{\nu}$ nach (10.1) in der komplexen Zahleneben für Re $\{h\,\underline{\lambda}\} = 0, -1, ...-25$ und **$\theta = ½$**.

gegen Null strebt, je größer $|\nu|$ ist. Ist $h\lambda$ << -2, d. h. hat das System eine im Vergleich zur Zeitschrittweite h sehr viel kleinere Zeitkonstante $\tau = -1/\lambda$, so strebt ν immer weiter gegen -1, was dem Grenzfall einer ungedämpften alternierenden Folge entspricht.

Wählt man hingegen $\theta = 0$, können bei einem stabilen System keine Werte $\underline{\nu}$ mit negativem Realteil autreten, so daß insbesondere aus monotonen Eigenbewegungen des zeitkontinuierlichen Systems keine alternierenden Zahlenfolgen resultieren können.

Allerdings muß bei diesem rein impliziten Verfahren mit $\theta = 0$ ein höherer Diskretisierungsfehler in Kauf genommen werden. Während seine Ordnung für $\theta = ½$ zwei wird, tritt für $\theta = 0$ ein Fehler erster Ordnung auf.

Zwischen diesen beiden Extremen kann θ gewählt werden, wobei zwischen dem Diskretisierungsfehler und der richtigen Nachbildung sehr schneller, aber nicht dominierender subtransienter Vorgänge abzuwägen ist. Bild 10.3 zeigt das Eigenwertdiagramm für eine Kompromißlösung mit $\theta = 1/3$. Aus dem Diagramm ist zu erkennen, daß rein relle Eigenwerte λ mit $h\lambda < -3$ auf alternierende Lösungsfolgen führen. Es besteht jedoch keine Gefahr, daß ein Eigenwert ν in unmittelbarer Nähe von -1 entsteht, also eine schwach gedämpfte alternierende Folge in der numerischen Lösung auftritt. Selbst in Extremfällen kann ν höchstens den Wert -½ annehmen.

Nach maximal zehn Zeitschritten ist also auch die schnellste Eigenbewegung auf ca. eine Promille ihres Anfangswertes abgeklungen, so daß dann nur noch die langsamen, dominierenden Eigenbewegungen numerisch dargestellt werden.

Dennoch kann eine Wahl von $\theta = 1/3$ im Falle eigenschwingungsfähiger Systeme sehr ungünstig im Hinblick auf die richtige Berechnung der Dämpfung sein.

Die Eigenlösungen des zeitkontinuierlichen Systems $e^{\underline{\lambda} \cdot t}$ gehen über in die Eigenlösungen des Differenzengleichungssystems $\underline{\nu}^k = \underline{\nu}^{t/h} = e^{(\ln \underline{\nu}) \cdot \frac{t}{h}}$, so daß für eine dämpfungs- und frequenztreue Wiedergabe von Eigenschwingungen eigentlich die Entsprechung $\underline{\lambda} = \frac{\ln \underline{\nu}}{h}$, bzw. $\underline{\nu} = e^{h\underline{\lambda}}$ gelten müßte, wofür (10.1) aber lediglich eine Näherung darstellt.

Aus den Bildern 10.2 und 10.3 geht hervor, daß die Kreise mit Re $\{h\ \underline{\lambda}\} = 0$, die einer ungedämpften Eigenschwingung entsprechen, nicht mit dem Stabilitätsrand $|\underline{\nu}| = 1$ der numerischen Lösung zusammenfallen, sondern daß i. a. $|\underline{\nu}| < 1$ gilt, wobei die Abweichung mit zunehmender Eigenfrequenz und abnehmendem θ (siehe markierte Sektoren in Bild 10.2 und 10.3) größer wird. Dies entspricht einem gedämpften Verhalten der numerischen Lösung, wobei diese fehlerhafte, numerisch bewirkte Dämpfung mit der Eigenfrequenz steigt und umso größer ist, je niedriger der Zeitschrittparameter θ ist.

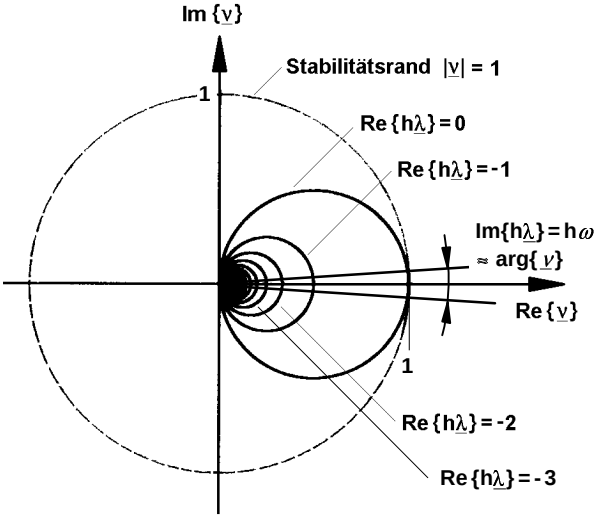


Bild 10.2:

Ortskurven der Eigenwerte $\underline{\nu}$ in der komplexen Zahleneben für Re $\{h\,\underline{\lambda}\}$ = 0, -1, -2, -3, ... und $\boldsymbol{\theta = 0}$.
Eingezeichneter Sektor = Frequenzbereich niedrigen Dämpfungsfehlers.

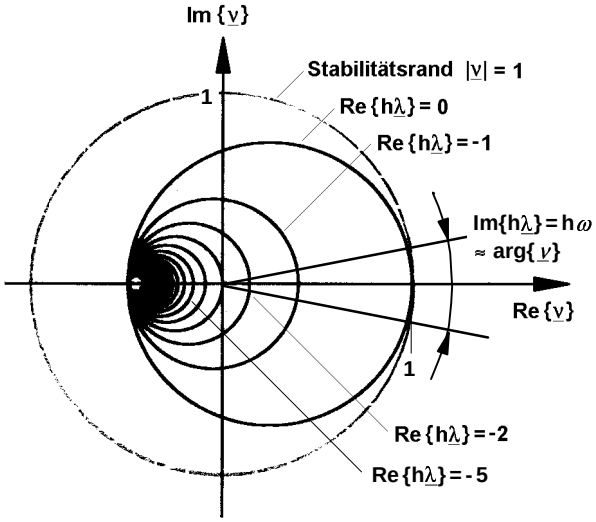


Bild 10.3:

Ortskurven der Eigenwerte $\underline{\nu}$ in der komplexen Zahleneben für Re $\{h\,\underline{\lambda}\}$ = 0, -1, -2, ... , -5, ... und $\boldsymbol{\theta = 1/3}$.
Eingezeichneter Sektor = Frequenzbereich niedrigen Dämpfungsfehlers.

Der Dämpfungsfehler, der durch das Verfahren mit $\theta < ½$ verursacht wird, hat also insbesondere bei schwach gedämpften Systemen erheblichen Einfluß auf die Gestalt der Resonanzkurvenverläufe, die berechnete maximale Resonanzamplitude und die Ausklingzeit der angeregten Eigenschwingung.

Je niedriger der Zeitschrittparameter θ ist, desto größer ist die Abweichung, wie das Beispiel in Anhang C zeigt.

Unabhängig davon wurden anfänglich in der vorliegenden Arbeit aufgrund von Empfehlungen von Krawczyk und Tegopoulos [11], Zlamal [65] und Krawczyk [59] Rechnungen mit relativ niedrigen Werten von $\theta < ½$ durchgeführt. Eine kritische Betrachtung von [11] zeigte aber, daß infolge einer unzulässigen Randbedingung (zeitlicher Sprung der Feldstärke *H* in einer massiven Kupferplatte) starke, numerisch bedingte Oszillationen der (aus dem Unendlichen kommenden) Stromdichte *J* auftreten, die dann mittels θ = 1/3 am besten gedämpft werden.

In [65] werden ebenfalls verschiedene Beispiele präsentiert, bei denen θ = 1/3 bzw. θ = 0,45 die geringsten Fehler verursacht (Lösung der Wärmeleitungsgleichung). Man muß hierbei jedoch beachten, daß die aus der örtlichen Diskretisierung der parabolischen partiellen Differentialgleichung allein hervorgehenden Differenzengleichungssysteme kein Eigenschwingungsverhalten beschreiben, d. h. nur reelle Eigenwerte besitzen.

In Anhang C wird an einem Beispiel gezeigt, daß die unkritische Ausweitung der modifizierten Trapezregel auf eigenschwingungsfähige Systeme zu erheblichen Fehlern bei der richtigen Nachbildung der Dämpfung führen kann, die den berechneten Zeitverlauf vollkommen verfälschen. Ein Dämpfungsfehler ist dagegen für $\theta = 0{,}5$, d. h. für die unmodifizierte Trapezregel, nicht erkennbar.

In Kap. 7 wurde θ mit Rücksicht auf den zu berechnenden Drehstromsteller etwas niedriger gewählt, da damit die Dämpfung numerisch bedingter Oszillationen erreicht wird, die gemäß den Bildern 7.11b, D.3a und D.3b in den Klemmenspannungsverläufen an den Schaltflanken auftreten. Der hochohmige Zustand der Ventile bedingt zusammen mit den Induktivitäten der Maschine einen *RL*-Kreis mit sehr niedriger Zeitkonstante, der numerische Oszillationen in der Lösung verursachen kann. Daß ein Verfahren zur Berechnung von Stromrichterschaltungen für solche niedrigen Zeitkonstanten geeignet sein muß, findet in [24] Erwähnung.

In Kap. 5 wurde dagegen für die alleinige Berechnung der Spannungs- und Stromverläufe bei Drehstromstellerspeisung $\theta = 0{,}167$ gewählt, wodurch keine numerischen Oszillationen auftreten. Die relativ niedrige Wahl von θ ist hier unkritisch, da keine Eigenschwingungsvorgänge auftreten.

Weitergehende Untersuchungen im Rahmen der vorliegenden Arbeit zeigen, daß in allen untersuchten Fällen Rechnungen mit dem in bezug auf den Diskretisierungsfehler und die richtige Nachbildung der Dämpfung optimalen Zeitschrittparameter θ von 0,5 möglich und zu empfehlen sind.

Die Verwendung des Wertes $\theta = 0{,}5$ entspricht auch genau dem Verfahren von Crank-Nicholson. Es wurde in den Untersuchungen von [1] und [4] ausschließlich verwendet. Bei einer Wahl $\theta < ½$ käme noch erschwerend hinzu, daß bei Vorausberechnungen keine Meß- oder Referenzwerte vorliegen und daher eine hierdurch mögliche Verfälschung der Lösungsfunktion gar nicht auffällt.

Wenn anfängliche Testrechnungen eines Antriebes mit $\theta = 0{,}5$ also physikalisch unerklärbare Schwingungen im Zeitschrittrhythmus aufweisen, sollten zunächst andere Maßnahmen als eine Reduktion von θ ergriffen werden.

Wird z. B. der Klemmenspannungsverlauf durch numerisch bedingte Oberschwingungen in den Austastlücken zu stark verfälscht (Bild 10.4), so hängt dies mit der extrem niedrigen Zeitkonstanten des aus sperrendem Ventil und der Lastinduktivität gebildeten *RL*-Gliedes zusammen, wobei die Abschaltung eine Stoßanregung für die numerische Eigenbewegung darstellt. Diese Stoßanregung kann durch die Berücksichtigung der am realen Drehstrom-

steller gegebenen Überspannungsschutzbeschaltung in der Rechnung stark reduziert werden (Bild 10.5), so daß der berechnete Verlauf der Klemmenspannung nicht mehr numerische Oberschwingungen aufweist als vergleichbare Rechnungen mit θ = 0,45 (z. B. Anhang D, Bild D.3a).

Eine Senkung der Zeitschrittweite zur besseren Erfassung extrem schneller Eigenvorgänge des Antriebes ist ebenfalls denkbar, kann jedoch schnell zu untragbaren Rechenzeiten führen.

Bei Rechnungen mit Sättigung ist auch in Erwägung zu ziehen, die Fehlerschranke ε_{sat} um ein bis zwei Zehnerpotenzen zu senken (auf z. B. 10^{-5}), um so die Anregung numerischer Oberschwingungen durch den Fehler in der Vektorpotentialverteilung und damit in den Flußverkettungen der Wicklungen zu vermeiden.

Im Rahmen einer künftigen Fortentwicklung des Programmsystems könnte eine Entkopplung der Berechnung der unterschiedlichen Systeme Vorschaltnetzwerk, Asynchronmotor, Wellenstrang vorgenommen werden, derart, daß für jedes einzelne System ein eigener Zeitschrittparameter vorgegeben werden kann. Für das mechanische System mit seinen kritischen Torsionsresonanzen und für den Asynchronmotor, der mit dem Crank-Nicholson-Verfahren behandelt wird, könnte damit θ = 0,5 vorgegeben werden. Für das Vorschaltnetzwerk, bzw. den Drehstromsteller, dessen Schaltverhalten erst die numerischen Oberschwingungen hervorruft und der i. a. selbst nicht eigenschwingungsfähig ist, wären Werte von $\theta < 0{,}5$ denkbar, vorausgesetzt, ausreichende Informationen über das Lösungs-verhalten stehen zur Verfügung.

Es wäre auch zu überlegen, in wie weit eine adaptive Steuerung der Zeitschrittweite in das Programmsystem zu integrieren wäre. Kritische Vorgänge, die z. B. durch das Schalten der Ventile gegeben sind, könnten dann mit einem angepaßt niedrigen Zeitschritt behandelt werden, während die hinreichend glatten Bereiche der Zeitverläufe mit einem größeren Zeitschritt erfaßt werden.

Eine denkbare Regel für die Anpassung des Zeitschrittes bestünde beispielsweise darin, steile Schaltflanken im Verlauf der Klemmenspannung durch mindestens fünf Zeitschritte nachzubilden, so daß zwischen zwei Zeitschritten nur jeweils 20 % der gesamten Sprunghöhe wirksam wird.

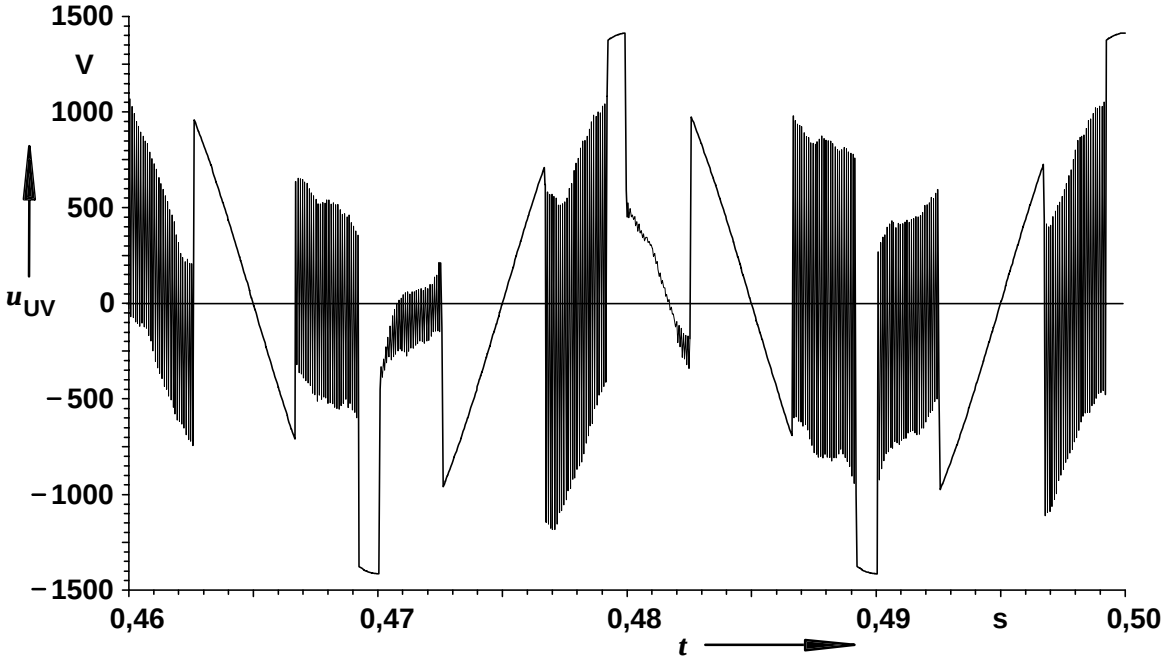


Bild 10.4: Spannung am Asynchronmotor als Funktion der Zeit. Rechnung mit Berücksichtigung der Eisensättigung (wie Bild D.1a), $\varepsilon_{sat} = 2 \cdot 10^{-4}$, h = 44,4 µs , $\boxed{\theta = 0{,}5}$. Ventile ohne Überspannungsschutzbeschaltung .

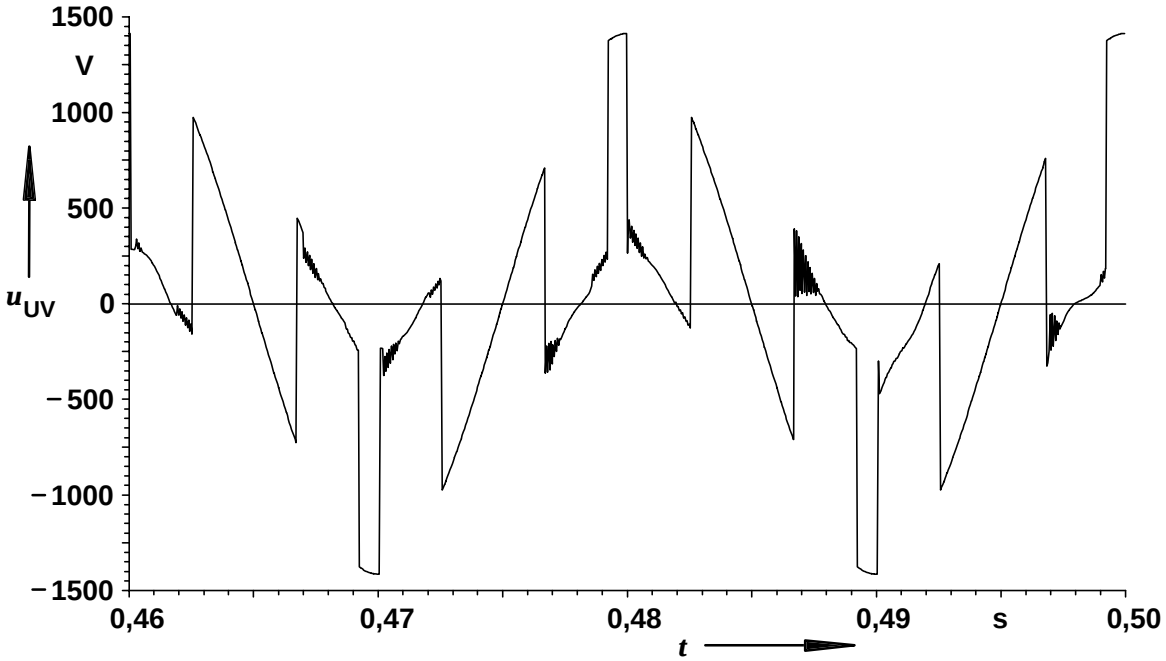


Bild 10.4: Spannung am Asynchronmotor als Funktion der Zeit. Rechnung mit Berücksichtigung der Eisensättigung (wie Bild D.1a), $\varepsilon_{sat} = 2 \cdot 10^{-5}$, h = 44,4 µs, $\boxed{\theta = 0{,}5}$. Ventile mit Überspannungsschutzbeschaltung wie in Bild 5.1, jedoch Durchlaßwiderstand 10 Ω, Sperrwiderstand 500 kΩ in den Gleichrichterzweigen der Ventilbeschaltungen.

11. Zusammenfassung

Es wird ein numerisches Verfahren zur Berechnung von Asynchronmaschinenantrieben mit einem Drehstromsteller als Speisevorrichtung unter Berücksichtigung mechanischer Ausgleichsvorgänge im Wellenstrang eines Mehrmassenschwingers vorgestellt, wobei der Antrieb mittels der bekannten Feldberechnungsmethode der Finiten Differenzen und Zeitschrittverfahren (mit z. B. 9500 Gleichungen, ca. 50 μs Zeitschrittweite) behandelt wird.

Das Verfahren wird auf einen Antrieb angewandt, der aus einem 4poligen 11 kW-Asynchronmotor mit einem Drehstromsteller zum Sanftanlauf und einer Gleichstrommaschine als Lastmaschine, gekuppelt über eine Drehmomentmeßwelle, besteht. Zusätzlich wird eine weitere Schwungmasse über einen Keilriemen angetrieben.

Die zeitlichen Verläufe des von der Meßwelle angezeigten Drehmomentes, der Drehzahl und der Klemmenspannung sowie des Ständerstromes werden für unterschiedliche Hochläufe berechnet und mit Messungen verglichen. Hierbei liegt ein Schwerpunkt auf der Hochlaufgefährdung durch parasitäre synchrone Drehmomente, ein anderer auf der Berechnung von Verdrehwinkelamplituden der Meßwelle, insbesondere in Resonanz.

Es zeigt sich, daß die hierzu notwendigen mechanischen Dämpfungskonstanten nur aus Rückrechnungen bestimmbar sind. Die Dominanz der Resonanzen bei den Drehmomentmessungen bewirkt, daß das von der Meßwelle angezeigte Drehmoment kein Maß für das elektrisch erzeugte Drehmoment darstellt.

Neben den Finite-Differenzen-Zeitschrittrechnungen zum Hochlaufverhalten werden speziell für das Hängenbleiben in synchronen Drehmomentsätteln Rechnungen mit einer praktischen Näherung bei sinusförmiger Klemmenspannung durchgeführt. Deren Ergebnisse entsprechen qualitativ den experimentellen Beobachtungen. Insbesondere ergibt sich eine höhere Hochlaufgefährdung bei einem Keilriemenantrieb gegenüber der direkten Kupplung.

Beim Betrieb mit Drehstromsteller zeigt sich, daß in bezug auf die Drehmomentbildung bei verzerrter Klemmenspannung bzw. Strom fast ausschließlich die Grundschwingung zur Entwicklung des asynchronen und des synchronen Drehmomentes beiträgt. Eine Dimensionierung des Anlaufes z. B. bezüglich der Hochlaufzeit ist daher nicht nach dem Effektivwert, sondern nach der Grundschwingung von Klemmenspannung bzw. Strom vorzunehmen.

Auch eine Umrechnung der Wirk- bzw. Blindleistung des Motors ist nur über die Grundschwingungen zulässig. Die Verwendung des Effektivwertes führt zu unbrauchbaren Werten.

Beim Antrieb mit Keilriemen kann eine zusätzliche „quasisynchrone Schleichdrehzahl“ von hier ca. 238 min^{-1} auch bei Drehstromstellerspeisung rechnerisch und experimentell nachgewiesen werden.

Anhang A

Daten, Gitter und Feldbilder der Maschine 1 (Kapitel 4, 6 und 7)

Hersteller und Typenbezeichnung:	Maschinenfabrik Oerlikon ORK151d4
Bemessungsspannung:	U_N = 380 V
Schaltung:	Δ-Serie
Bemessungsleistung:	P_N = 11 kW
Bemessungsdrehzahl:	n_N = 1440 min^{-1}
Statornutenzahl:	Z_1 = 36
Strangzahl:	m = 3
Polpaarzahl:	p = 2
Spulen pro Spulengruppe:	q = 3
Windungen pro Spule:	N = 15
Wicklungsschritt:	y/τ_p = 9/9 (ungesehnt)
Netzfrequenz:	f = 50 Hz
Widerstand einer Spulengruppe:	$R_{1\rho}$ = 0,19518 Ω
Stirnkopfstreuleitwert:	λ_{S1} = 0,41
Wickelkopflänge (einseitig):	l_S = 0,2166 m
Statorbohrungsradius:	r_{Stat} = 70,185 mm
Außendurchmesser des Blechpaketes:	$D_{außen}$ = 238 mm
Luftspalt (geometrisch):	δ_g = 0,49 mm
Eisenlänge (ideell):	l_e = 0,172 m
Stabzahl:	Z_2 = 28
Ringsegmentwiderstand (Gleichstrom):	R_R = 1,175 $\mu\Omega$
Stabwiderstand außerhalb der Eisenlänge:	R_S = 4,590 $\mu\Omega$
Leitfähigkeit des Rotorstabmaterials:	γ_{Cu} = 56 S/μm
Stirnkopfstreuleitwert:	λ_{S2} = 0
Stabhöhe:	h_{Stab} = 20 mm
Stabbreite:	b_{Stab} = 3,5 mm
Streusteghöhe im Rotor:	h_{Steg} = 0,94 mm
Streustegbreite im Rotor:	b_{Steg} = 1,5 mm
Rotoraußenradius:	r_{Rot} = 69,695 mm

keine Nutenschrägung

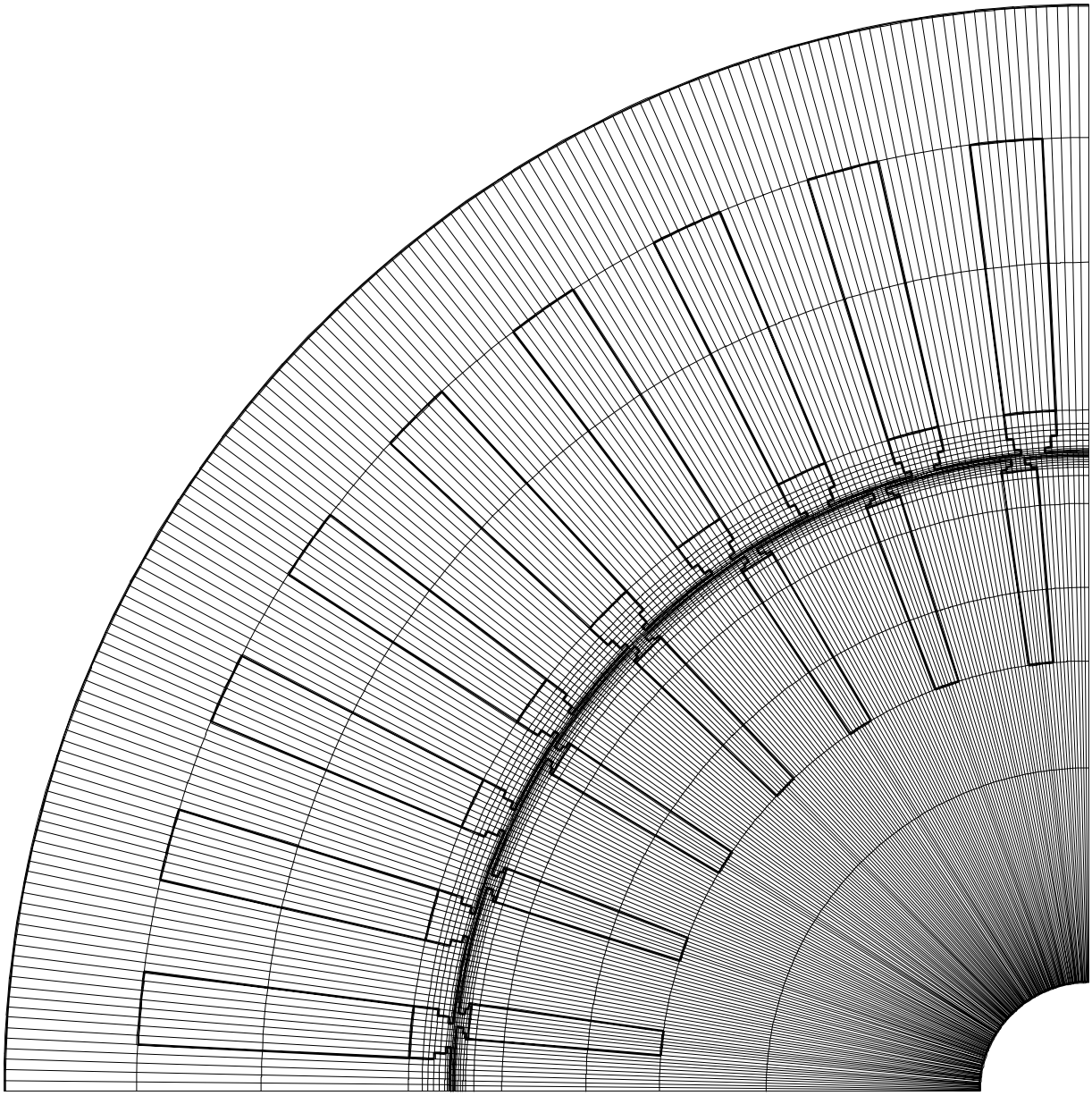


Bild A.1: „Grobes“ Gitter für Maschine 1 mit 4616 Knoten und 4050 Feldgleichungen bei endlicher Permeabilität bzw. 1793 Feldgleichungen bei Ausschluß aller Eisengebiete durch Annahme unendlicher Eisenpermeabilität, verwendet für die dynamischen Hochlaufberechnungen in Kap. 4 und für Testrechnungen im Rahmen von Kap. 6 und Kap. 7.
Azimutale Gitterweite ca. 0,5° mechanisch, radiale Gitterweite im Luftspalt ca. 0,16 mm.

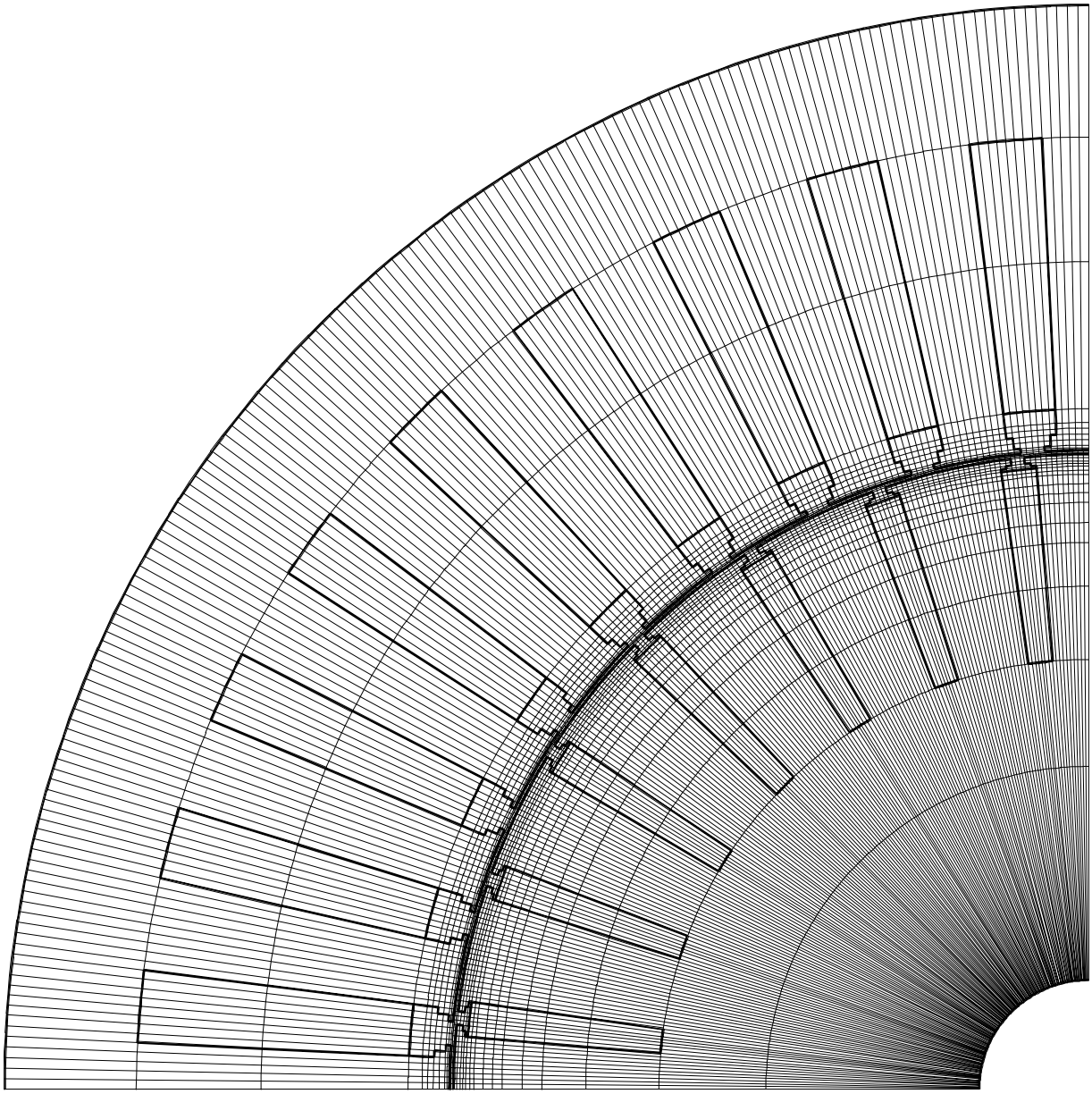


Bild A.2: „Mittelfeines“ Gitter für Maschine 1 mit 5376 Knoten und 4806 Feldgleichungen bei endlicher Permeabilität bzw. 2045 Feldgleichungen bei Ausschluß aller Eisengebiete durch Annahme unendlicher Eisenpermeabilität, verwendet für die FD-Rechnung in Kap. 7.1 und für Testrechnungen im Rahmen von Kap. 7.2. Azimutale Gitterweite ca. 0,5° mechanisch, radiale Gitterweite im Luftspalt ca. 0,16 mm, verglichen mit dem Gitter in Bild A.1 zusätzliche azimutale Linien in der Nähe der Rotoroberfläche und der Staboberkante.

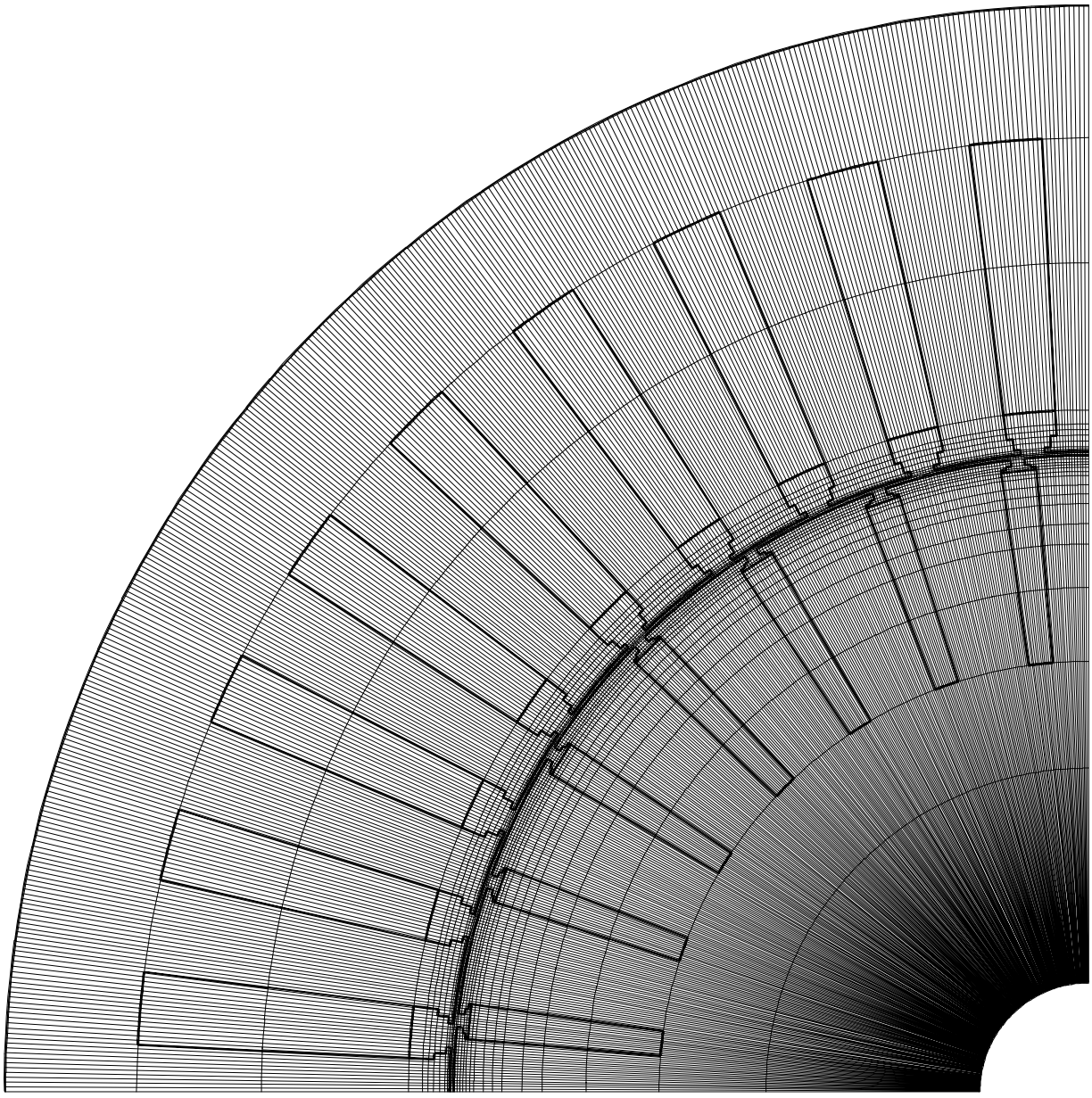


Bild A.3: „Feines“ Gitter für Maschine 1 mit 10560 Knoten und 9474 Feldgleichungen bei endlicher Permeabilität bzw. 3821 Feldgleichungen bei Ausschluß aller Eisengebiete durch Annahme unendlicher Eisenpermeabilität, verwendet für die FD- Rechnungen in Kap. 6 und Kap. 7.2, sowie die quasistationäre Hochlaufberechnung in Kap. 4.
Azimutale Gitterweite ca. 0,25° mechanisch, radiale Linien wie beim Gitter in Bild A.2.

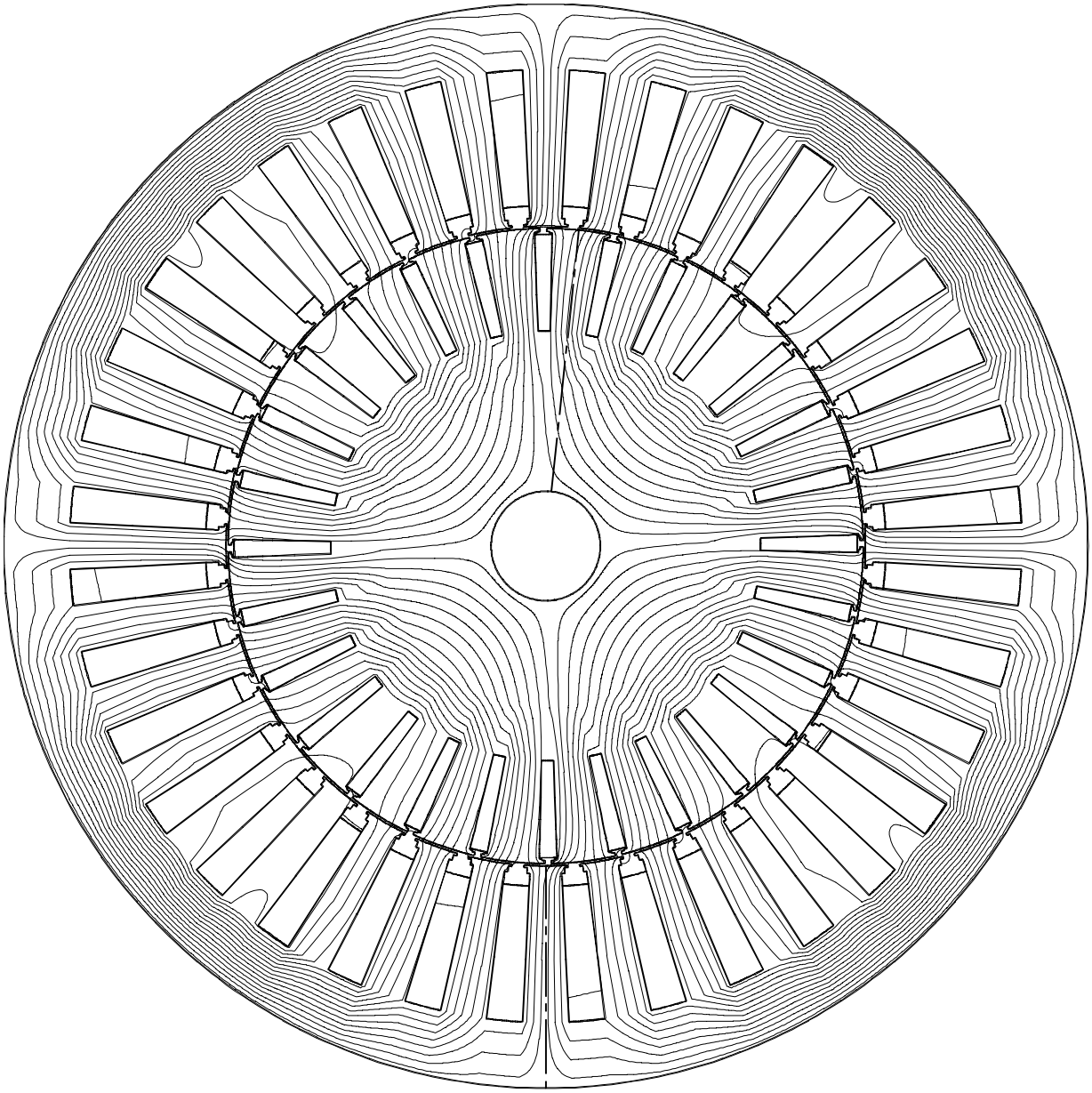


Bild A.4: Feldbild für Maschine 1 nach abgeschlossenem Hochlauf (n = 1485 min^{-1}, s = 0,01), t = 6 s nach dem Einschalten, entsprechend 90 000 Zeitschritten. FD-Rechnung anhand von „feinem“ Gitter in Bild A.3 über ein Viertel des Maschinenquerschnittes mit 9474 Feldgleichungen. Vervollständigte Darstellung über ganze Maschine. FD-Rechnung zu Bild 6.14 bis 6.19.
Sinusförmige Speisung des Motors mit $U_{UV,eff}$ = 180 V, $\mu_{r,Fe}$ = 1000.

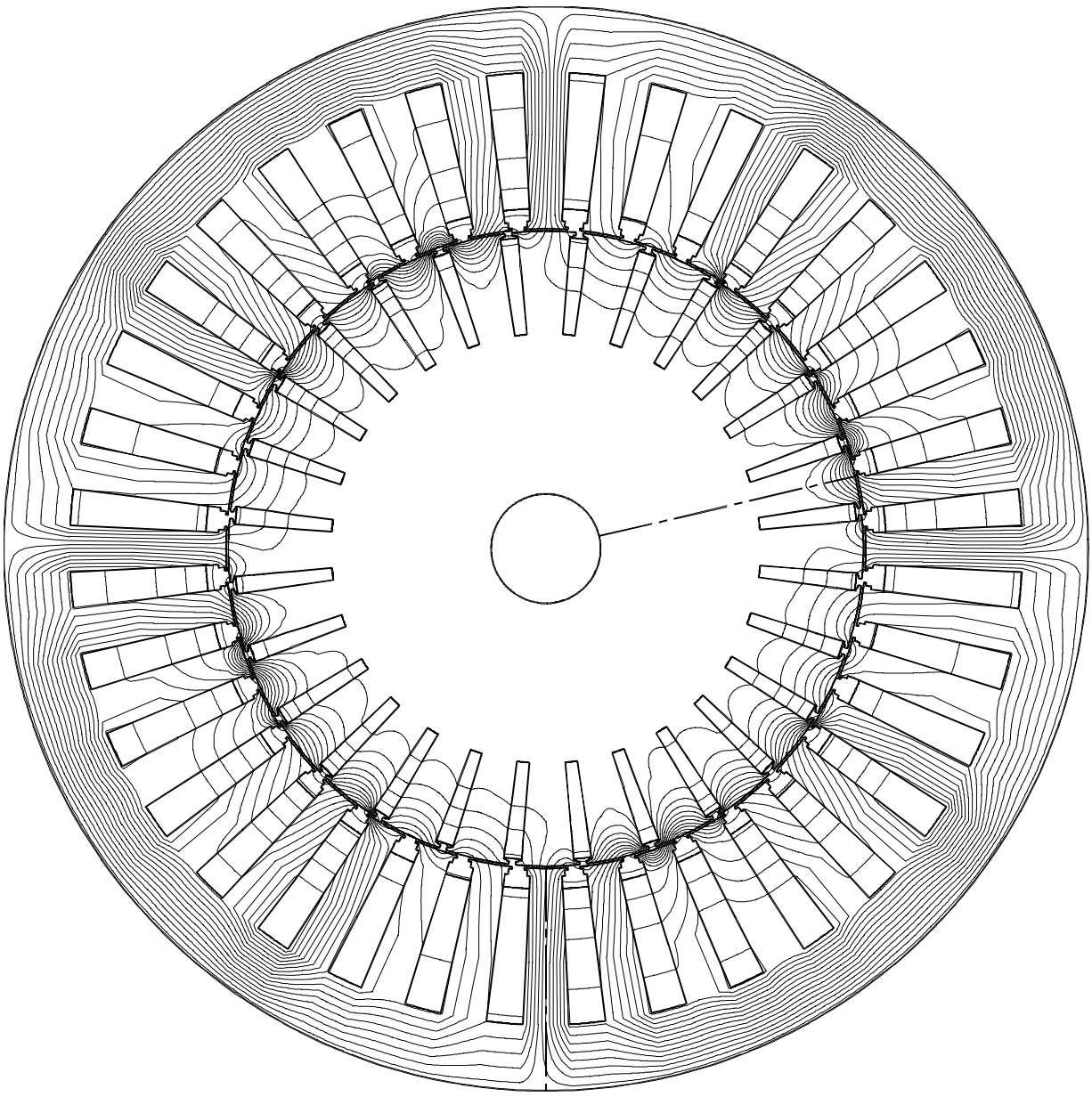


Bild A.5: Feldbild für Maschine 1 während des Hochlaufes (n = 132 min^{-1}, s = 0,912), t = 0,6 s nach dem Einschalten, entsprechend 9000 Zeitschritten. FD-Rechnung anhand von „feinem“ Gitter in Bild A.3 über ein Viertel des Maschinenquerschnittes mit 9474 Feldgleichungen. Vervollständigte Darstellung über ganze Maschine. Sinusförmige Speisung des Motors mit $U_{UV,eff}$ = 180 V, $\mu_{r,Fe}$ = 1000.

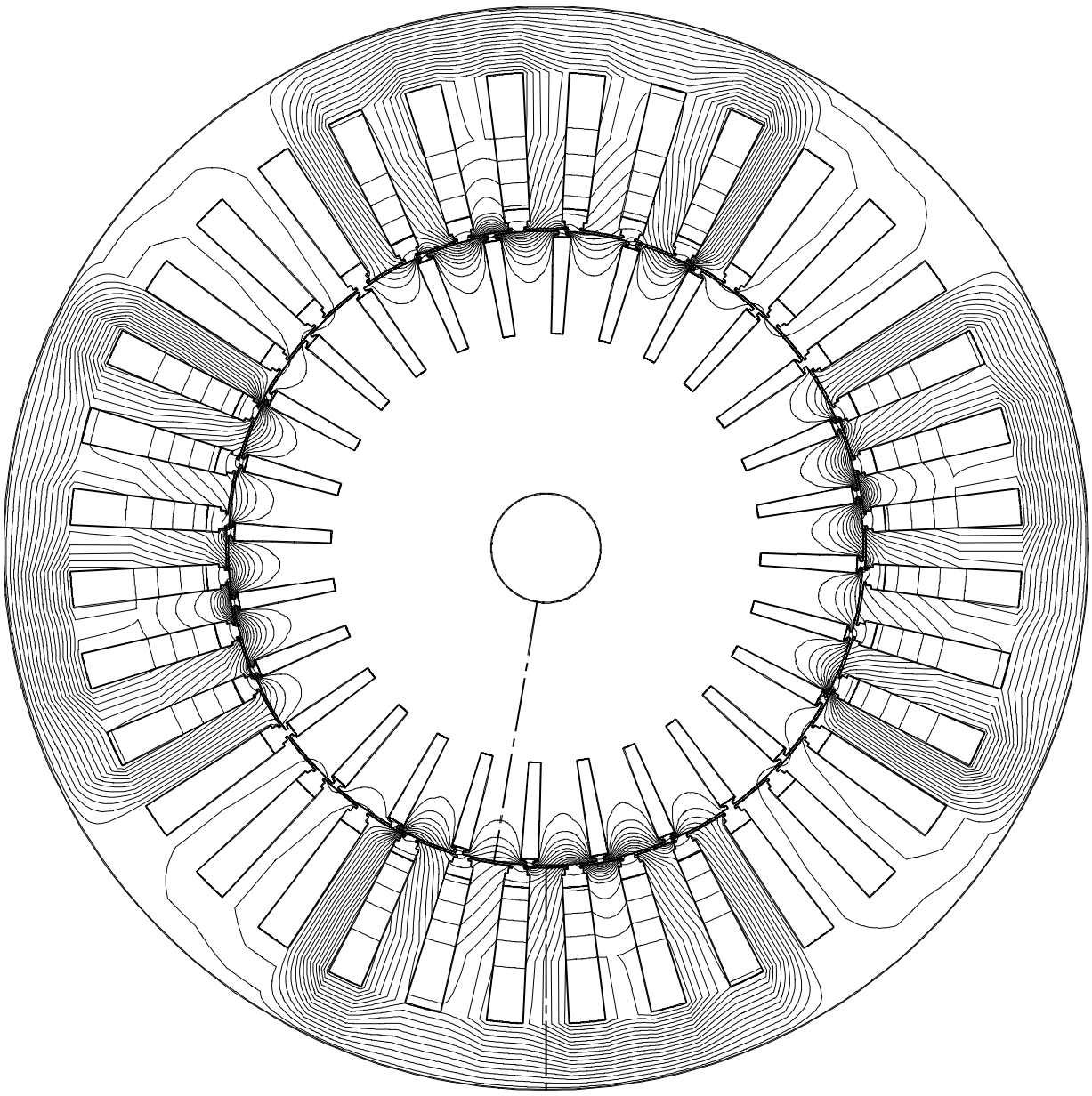


Bild A.6: Feldbild für Maschine 1 unmittelbar nach dem Einschalten (s = 1, t = 0 s). FD-Rechnung anhand von „feinem“ Gitter in Bild A.3 über ein Viertel des Maschinenquerschnittes mit 9474 Feldgleichungen. Vervollständigte Darstellung über ganze Maschine. FD-Rechnung bei sinusförmiger Speisung des Motors mit $U_{UV,eff}$ = 404 V und Berücksichtigung der Sättigung (feldabhängige Permeabilität).

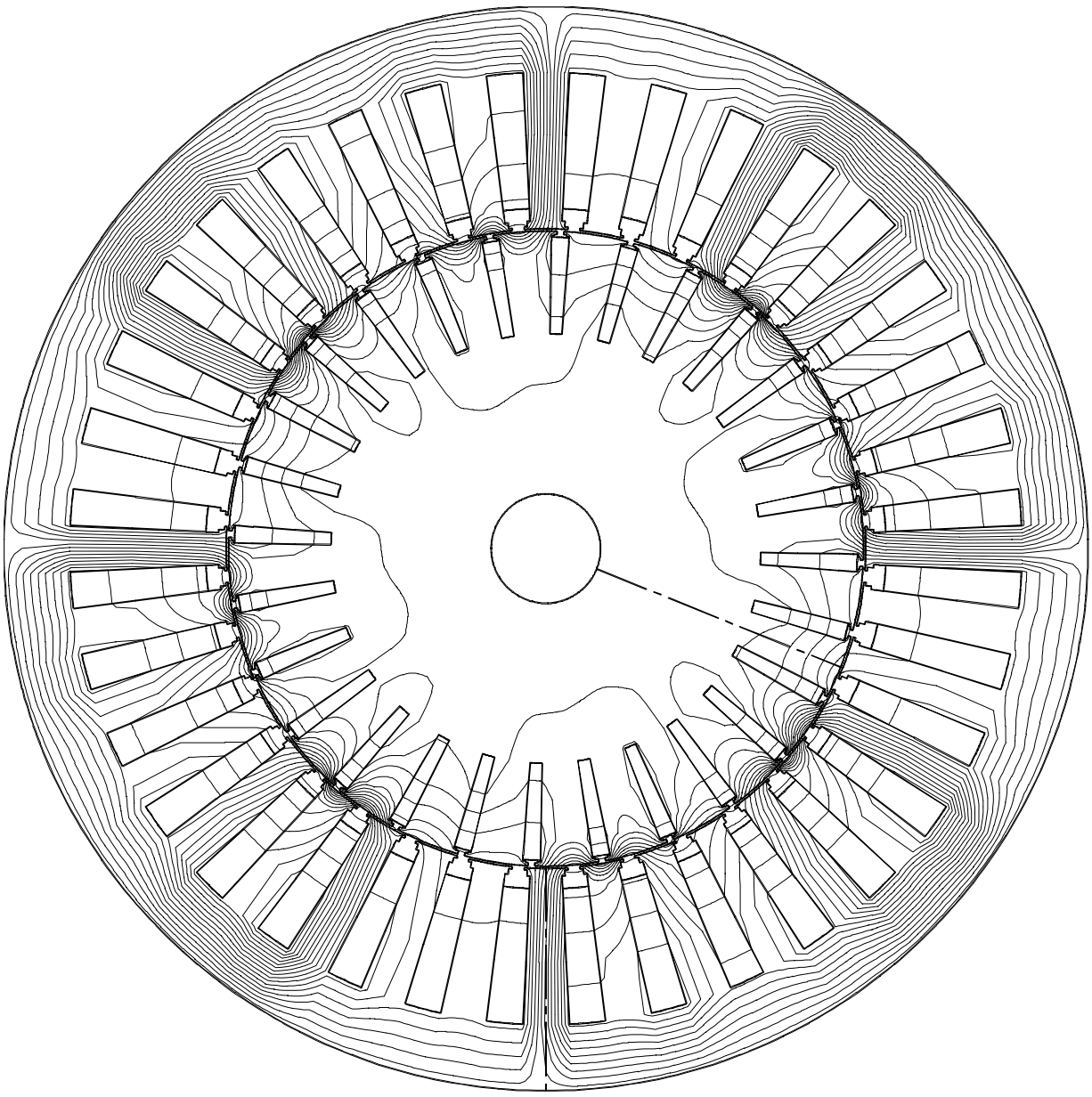


Bild A.7: Feldbild für Maschine 1 beim Pendeln in der synchronen Drehzahl $n_0/7$, t = 3,6 s nach dem Einschalten, entsprechend 27 000 Zeitschritten, n = 208 min^{-1}. Testrechnung im Rahmen von Kap. 7.2.: FD-Rechnung anhand von „grobem“ Gitter in Bild A.1 über ein Viertel des Maschinenquerschnittes mit 4050 Feldgleichungen. Vervollständigte Darstellung über ganze Maschine. Speisung des Drehstromstellers mit $U_{L1,L2,eff}$ = 405 V, Zündwinkel α_Z = 99,5°, $\mu_{r,Fe}$ = 1000.

Anhang B

Daten, Gitter und Feldbilder der Maschine 2 (Kapitel 5)

Hersteller und Typenbezeichnung:	Loher INGA 160 LB08
Bemessungsspannung:	U_N = 760 V
Schaltung:	Δ-Serie
Bemessungsleistung:	P_N = 5 kW
Bemessungsdrehzahl:	n_N = 730 min^{-1}
Statornutenzahl:	Z_1 = 48
Strangzahl:	m = 3
Polpaarzahl:	p = 4
Spulen pro Spulengruppe:	q = 2
Windungen pro Spule:	N = 44
Wicklungsschritt:	y/τ_p = 5/6
Netzfrequenz:	f = 50 Hz
Widerstand einer Spulengruppe:	$R_{1\rho}$ = 1,06 Ω
Stirnkopfstreuleitwert:	λ_{S1} = 0,35
Wickelkopflänge (einseitig):	l_S = 0,148 m
Statorbohrungsradius:	r_{Stat} = 82,125 mm
Außendurchmesser des Blechpaketes:	$D_{außen}$ = 260 mm
Luftspalt (geometrisch):	δ_g = 0,415 mm
Eisenlänge (ideell):	l_e = 0,151 m
Stabzahl:	Z_2 = 38
Ringsegmentwiderstand (Gleichstrom):	R_R = 0,4728 $\mu\Omega$
Stabwiderstand außerhalb der Eisenlänge:	R_S = 13,28 $\mu\Omega$
Leitfähigkeit des Rotorstabmaterials:	γ_{Cu} = 56 S/μm
Stirnkopfstreuleitwert:	λ_{S2} = 0
Stabhöhe:	h_{Stab} = 20,3 mm
Stabbreite:	b_{Stab} = 3,8 mm
Streusteghöhe im Rotor:	h_{Steg} = 0,5 mm
Streustegbreite im Rotor:	b_{Steg} = 2,5 mm
Rotoraußenradius:	r_{Rot} = 82,54 mm

keine Nutenschrägung

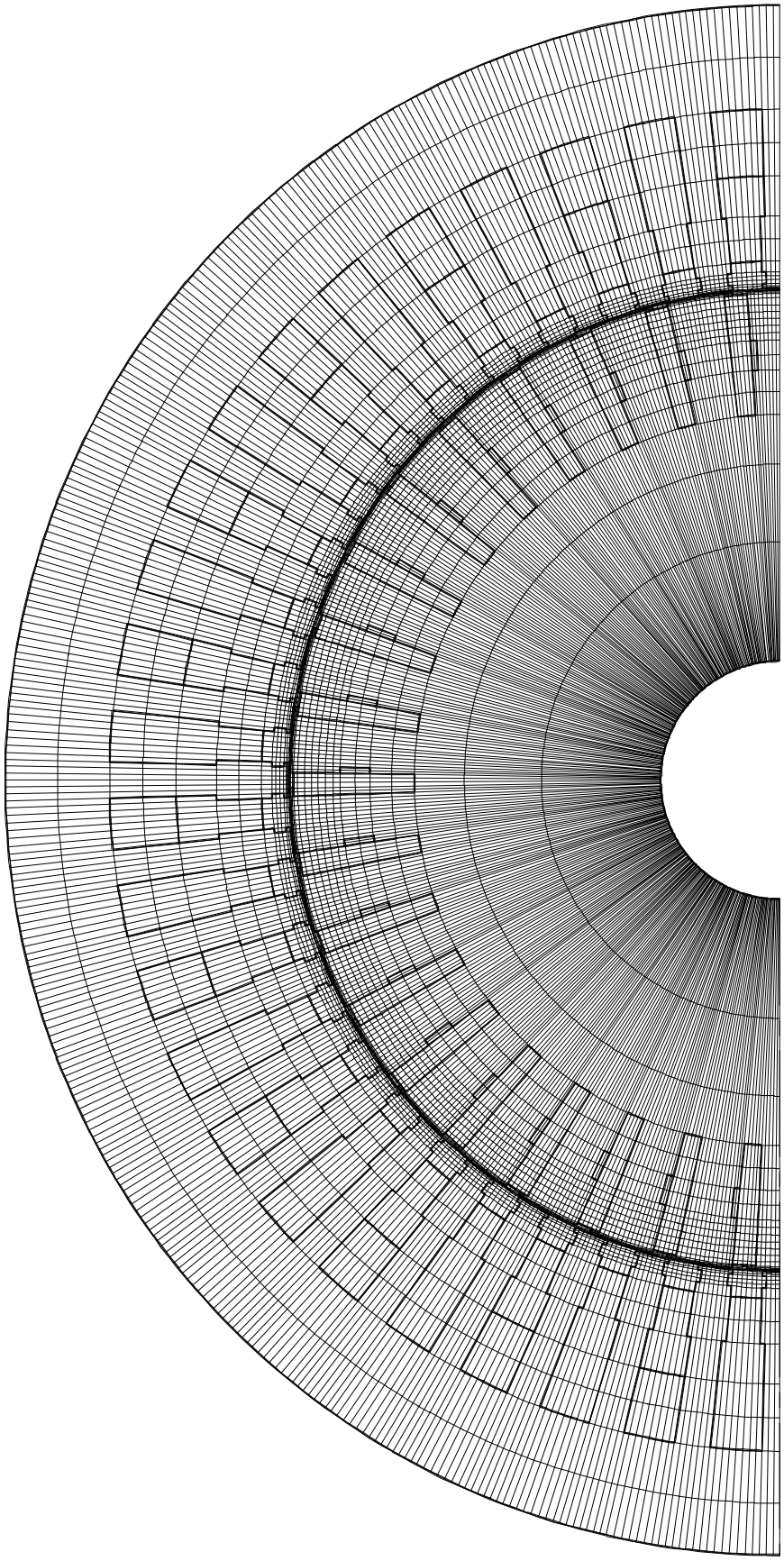


Bild B.1: Gitter für Maschine 2 mit 11572 Knoten, verwendet für die FD-Rechnungen in Kap. 5.

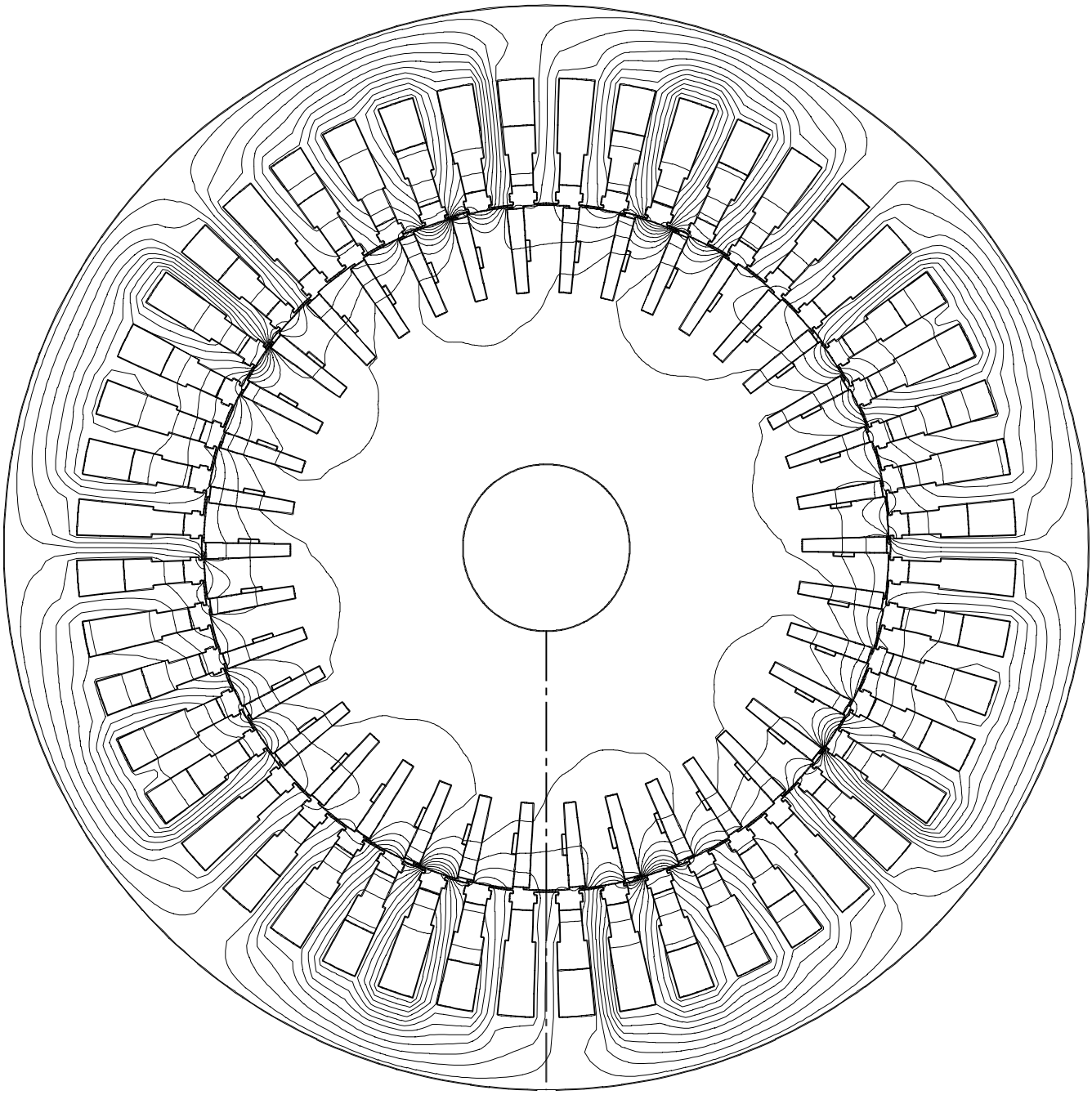


Bild B.2: Feldbild für Maschine 2 im Stillstand (s = 1), t = 0,6 s nach dem Einschalten. FD-Rechnung anhand von Gitter in Bild B.1 über halben Maschinenquerschnitt mit 10 518 Feldgleichungen. Vervollständigte Darstellung über ganzen Maschinenquer schnitt. FD-Rechnung zu Bild 5.4 und 5.5 mit Zündwinkel α_z = 106°, Speisung des Drehstromstellers mit $U_{L1,L2,eff}$ = 407 V, $\mu_{r,Fe}$ = 1000.

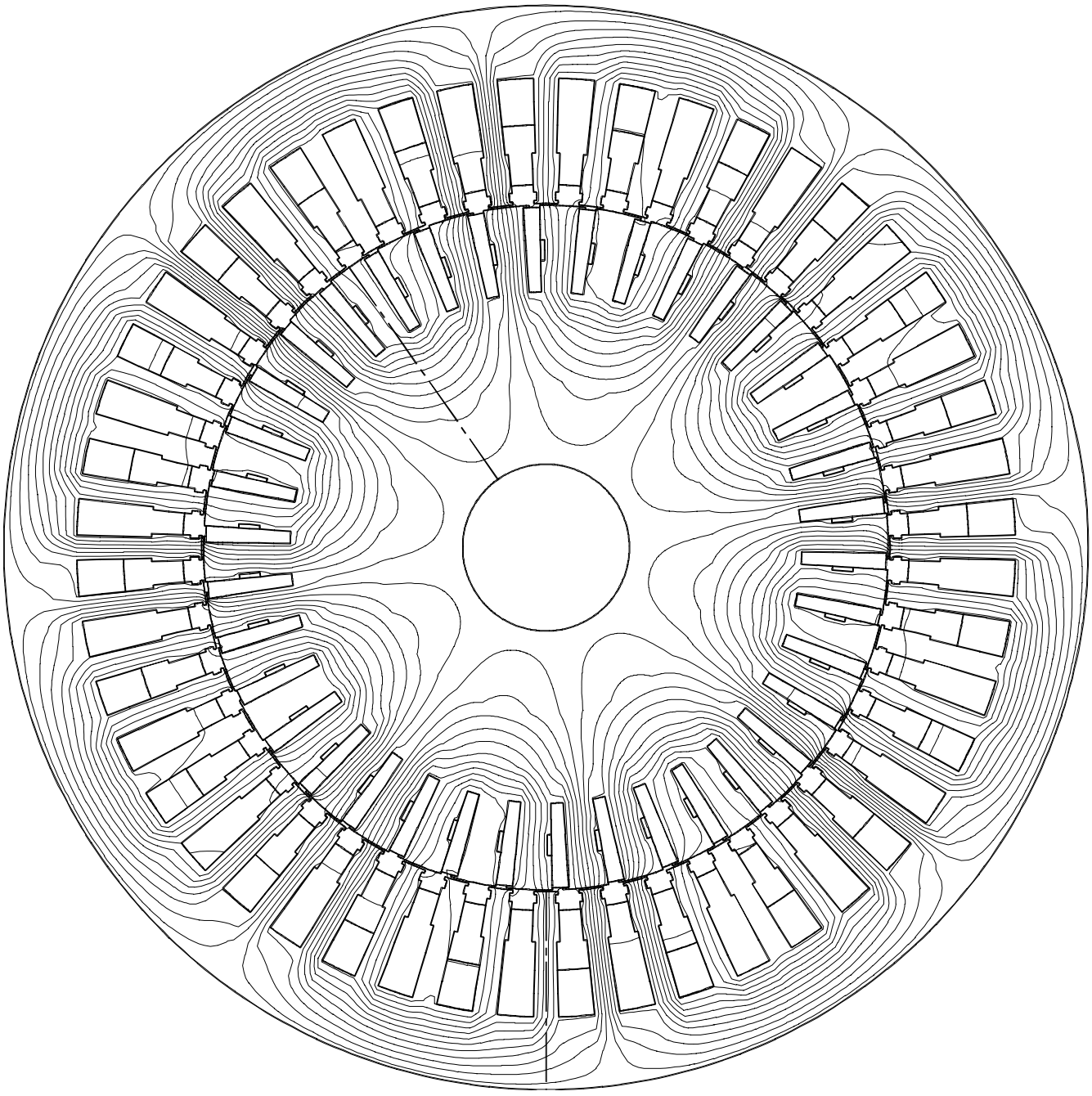


Bild B.3: Feldbild für Maschine 2 im Leerlauf (s = 0,013), t = 0,6 s nach dem Einschalten. FD-Rechnung anhand von Gitter in Bild B.1 über halben Maschinenquerschnitt mit 10518 Feldgleichungen. Vervollständigte Darstellung über ganzen Maschinenquerschnitt. FD-Rechnung zu Bild 4.2 und 4.3 mit Zündwinkel α_z = 109°, Speisung des Drehstromstellers mit $U_{L1,L2,eff}$ = 407 V, $\mu_{r,Fe}$ = 1000.

Anhang C

Vergleich zwischen Runge-Kutta-Verfahren und modifizierter Trapezregel-Methode bezüglich der Dämpfung

Der in Kap. 10 erwähnte Dämpfungsfehler, der durch die Anwendung der modifizierten Trapezregel verursacht wird, hat insbesondere bei schwach gedämpften Systemen erheblichen Einfluß auf die Gestalt der Resonanzkurvenverläufe, die berechnete maximale Resonanzamplitude und die Ausklingzeit der angeregten Eigenschwingung.

Je größer der Zeitschrittparameter θ ist, d. h. je mehr sich das Lösungsverfahren der expliziten Euler'schen Polygonzugmethode nähert, desto größer ist die Abweichung zwischen den numerisch berechneten Zeitverläufen und den tatsächlichen.

Dies wird nachfolgend am Beispiel eines Zweimassenschwingers mit sinusförmiger Anregung bei stetig zunehmender Frequenz gezeigt.

Die betrachtete Anordnung stellt im wesentlichen eine Vereinfachung des Maschinensatzes aus Kap. 4 und 6 dar. Die Maschine 1 gemäß Anhang A ist hierbei über die Drehmoment-meßwelle an eine leerlaufende Gleichstrommaschine gekuppelt, die als zusätzliche Schwungmasse dient. Der Einfluß der Maschinenwellen wird wegen der hohen, an Starrheit grenzenden Drehfedersteifigkeiten vernachlässigt. Die Trägheitsmomente der Kupplungs-flansche werden näherungsweise den Rotoren zugeschlagen, so daß ein Schema gemäß Bild C.1 entsteht. Die mechanische Dämpfung wird als fiktive Materialdämpfung der Meßwelle berücksichtigt und variiert.

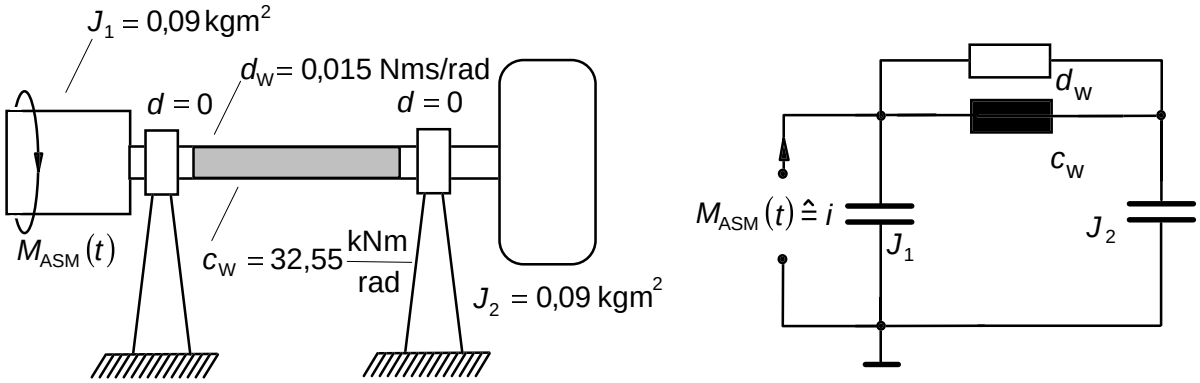


Bild C.1: Betrachteter Zweimassenschwinger mit elektrischem Analogon. Die Anregung erfolgt durch das synchrone Moment der Asynchronmaschine.

Zunächst wird ein Fall niedriger Dämpfung untersucht, für den der Materialdämpfungsbeiwert der Welle d_W auf 0,015 Nms/rad gesetzt wird. Dies führt auf ein Lehr'sches Dämpfungsmaß D von 0,000196 und eine Resonanzüberhöhung V_{max} bei stationärer Anregung von 2551(!). In einem weiteren Fall wird d_W auf 2,551 Nms/rad gesetzt, was ein Dämpfungsmaß von ca. 0,0333 und damit $V_{max} = 15$ ergibt.
Das Drehmoment des Asynchronmotors wird vereinfacht als synchrones Pendelmoment $\hat{M}_S \sin(bZ_2\beta + 2\omega_N t)$ (siehe (40) in [56]) und konstantes asynchrones Moment M_a angesetzt.
Die Pendelmomentamplitude $\hat{M}_S$ wird im Rechenbereich (von 0 bis 1000 min^{-1}) ebenfalls als konstant betrachtet, sie beträgt nach Bild 4.5 ca. $\hat{M}_S = 24\,\text{Nm}$ mit $bZ_2 = -28$, $M_a = 10$ Nm.
Für die Rechnung nach Runge-Kutta ist ein explizites Differentialgleichungssystem notwendig. Im gegebenen Beispiel hat man die Winkelgeschwindigkeiten ω_1 und ω_2 der Schwungmassen J_1 und J_2, den elastischen Anteil des Meßwellenmomentes $M_{Mw,e}$ und den Rotorpositionswinkel β als unbekannte Variablen. Damit lassen sich 4 gekoppelte Differentialgleichungen 1. Ordnung für die 4 Unbekannten angeben und lösen:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\omega_1 = -\frac{d_W}{J_1}\cdot\left(\omega_1(t)-\omega_2(t)\right) - \frac{1}{J_1}\cdot M_{Mw,e}(t) + \frac{\hat{M}_S}{J_1}\cdot\sin\left[bZ_2\cdot\beta(t) + 2\,\omega_N\,t\right] + \frac{M_a}{J_1}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\omega_2 = \frac{d_W}{J_2}\cdot\left(\omega_1(t)-\omega_2(t)\right) + \frac{1}{J_2}\cdot M_{Mw,e}(t)$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}M_{Mw,e} = c_W\cdot\left(\omega_1(t)-\omega_2(t)\right)$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\beta = \omega_1(t) \equiv \omega_{mec}(t) \quad . \tag{C.1}$$

Das angezeigte Meßwellenmoment ergibt sich als Summe des elastischen Anteils und des inneren, durch die Materialdämpfung verursachten Reibungsanteils:

$$M_{Mw}(t) = M_{Mw,e}(t) + M_{Mw,d}(t) = M_{Mw,c}(t) + d_W\cdot\left(\omega_1(t)-\omega_2(t)\right) \quad . \tag{C.2}$$

Die Bilder C.2a bis C.2d zeigen deutlich den Einfluß des Zeitschrittparameters θ auf die Lösung. Für das Runge-Kutta-Verfahren und die Trapezregelintegration mit $\theta = 0{,}5$ werden nahezu identische Verläufe des Meßwellenmomentes berechnet, deren fast ungedämpftes Verhalten aus der relativ großen Abklingzeitkonstante von ca. 6 s ersichtlich ist.

Diese Zeitkonstante enspricht auch dem theoretisch zu erwartenden Wert von

$$\tau_{ab} = \frac{1}{D\omega_0} = \frac{1}{1{,}96 \cdot 10^{-4} \cdot 2\pi \cdot 135}\,\mathrm{s} \approx 6\,\mathrm{s}\,.$$

Kontrollrechnungen mit unterschiedlichen Zeitschritten beim Runge-Kutta-Verfahren lieferten die gleichen Ergebnisse wie in Bild C.2a.

Die für $\theta = 0$ bzw. 0,333 berechneten Schwingungen weisen dagegen einen völlig falschen Verlauf auf. Die Abklingzeitkonstanten liegen weit unterhalb des theoretischen Wertes, der sich durch Anwendung des Runge-Kutta-Verfahrens oder der Trapezregel mit $\theta = 0{,}5$ ergibt.

Die maximale Pendelmomentamplitude der Meßwelle wird für $\theta = 0$ um 42% zu niedrig und für $\theta = 0{,}333$ um 21% zu niedrig berechnet.

Geht man von einer im Rahmen der vorliegenden Arbeit realistischeren Dämpfung aus, so sind die Unterschiede zwischen den Ergebnissen der verschiedenen Berechnungsverfahren nicht so frappierend. Dies geht aus den Bildern C.3a bis C.3d hervor. Die maximale Pendelmomentamplitude wird für wird für $\theta = 0$ um 23% zu niedrig und für $\theta = 0{,}333$ lediglich um 9% zu niedrig berechnet.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden FD-Rechnungen zur Bestimmung von Resonanzamplituden mit einem Wert von θ nahe bei 0,5, z. B. $\theta = 0{,}499$ in Kap. 6 und $\theta = 0{,}45$ in Kap. 7 durchgeführt.

Für einige FD-Hochlaufberechnungen in Kap. 4 beträgt $\theta = 0{,}333$ und für die Berechnung der Zeitverläufe der Motorklemmenspannung und des Strangstroms in Kap. 5 wird $\theta = 0{,}167$ gesetzt.

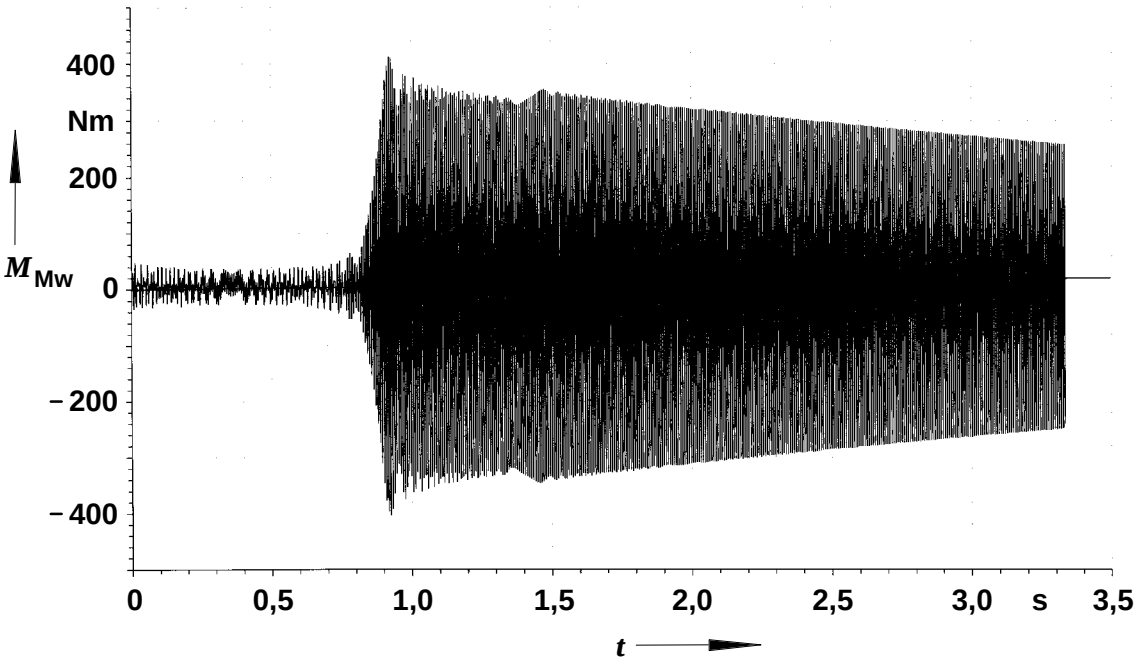


Bild C.2a: Mit dem Runge-Kutta-Verfahren aus Gl. (C.1) und (C.2) berechneter Verlauf des Meßwellenmomentes für den Antrieb in Bild C.1 bei sehr schwacher Dämpfung (d_W = 0,015 Nms/rad).

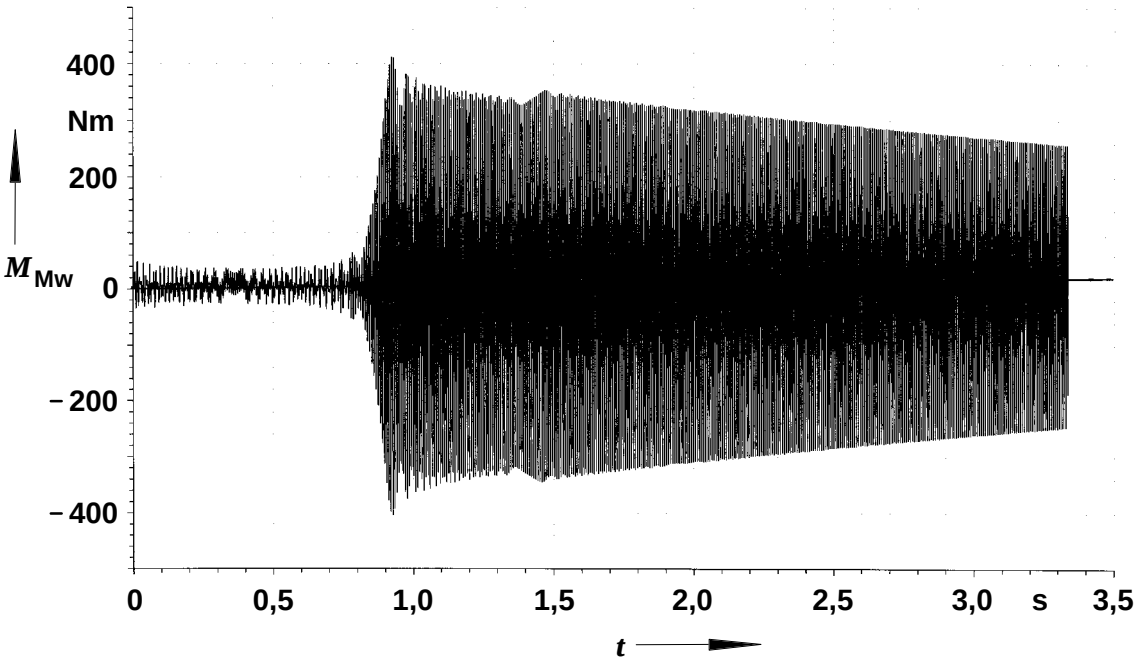


Bild C.2b: Mit der Trapezregel (θ = 0,5) und dem Programmsystem ASM_MNT5 berechneter Verlauf des Meßwellenmomentes für den Antrieb in Bild C.1 bei sehr schwacher Dämpfung (d_W = 0,015 Nms/rad).

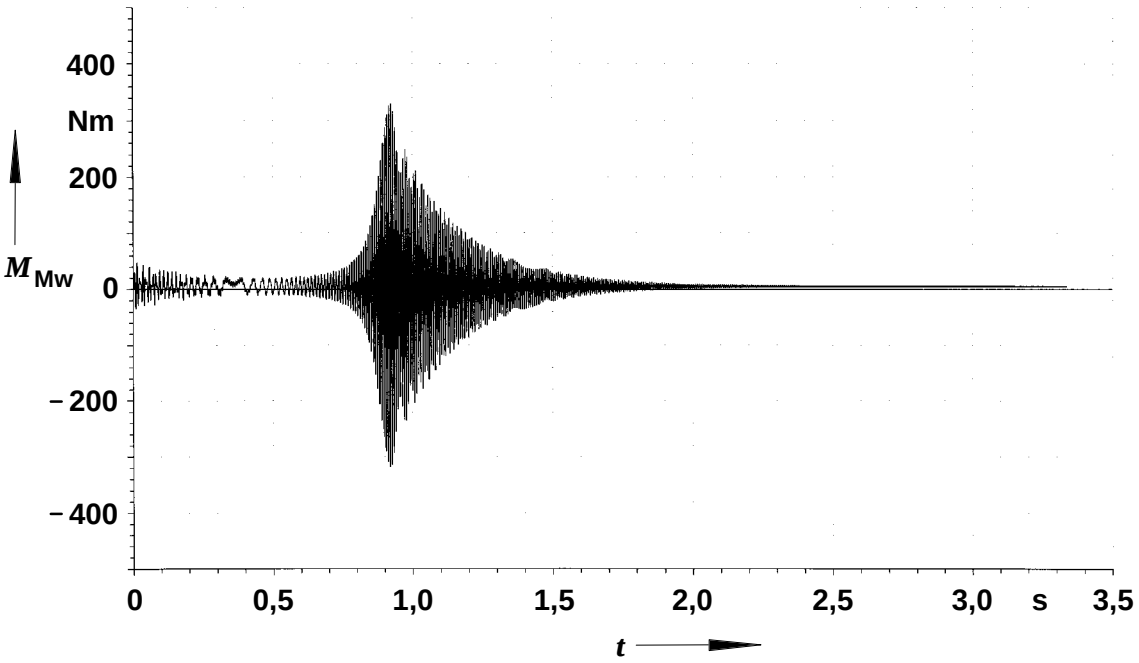


Bild C.2c: Mit der modifizierten Trapezregel ($\theta = 0{,}333$) und dem Programmsystem ASM_MNT5 berechneter Verlauf des Meßwellenmomentes für den Antrieb in Bild C.1 bei sehr schwacher Dämpfung ($d_W = 0{,}015$ Nms/rad).

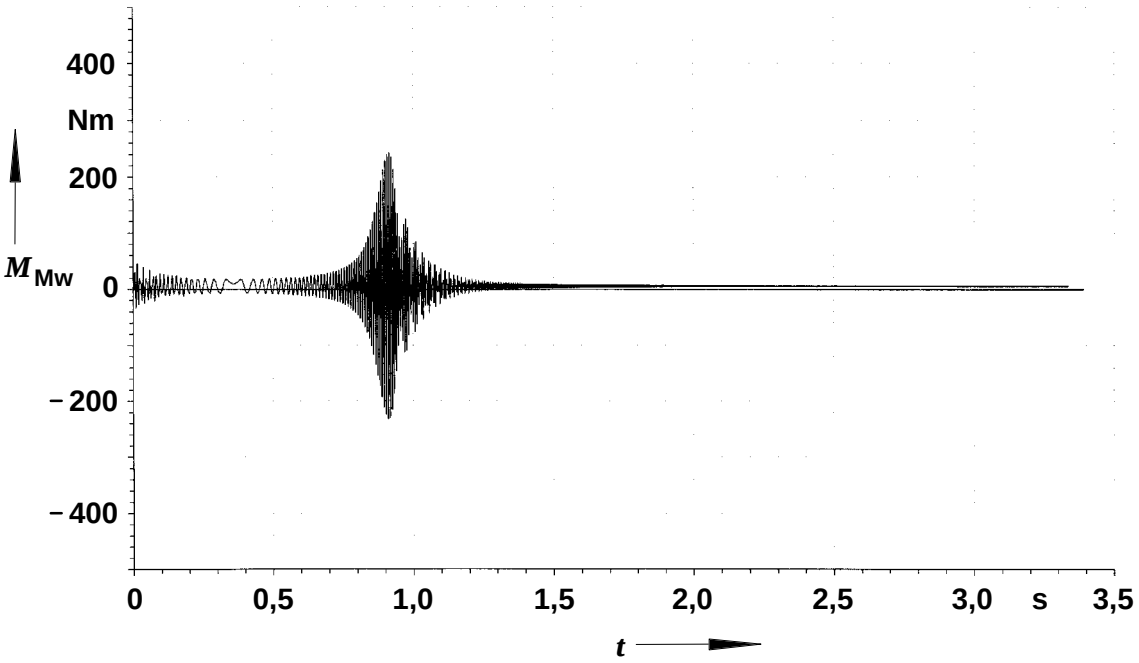


Bild C.2d: Mit der modifizierten Trapezregel ($\theta = 0$) und dem Programmsystem ASM_MNT5 berechneter Verlauf des Meßwellenmomentes für den Antrieb in Bild C.4 bei sehr schwacher Dämpfung ($d_W = 0{,}015$ Nms/rad).

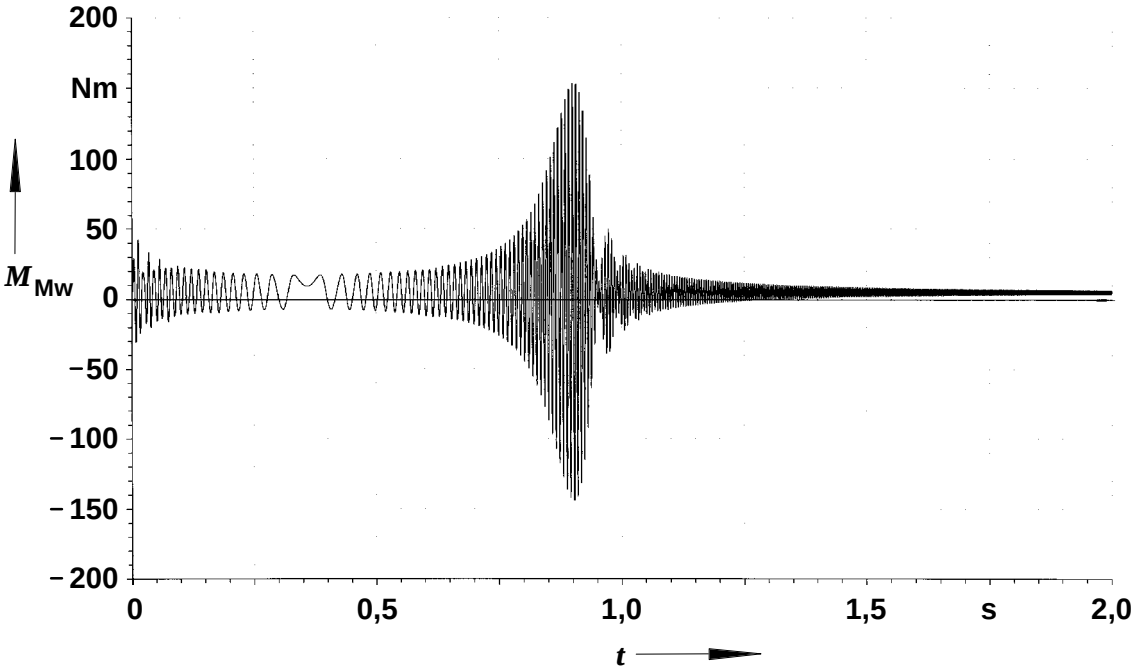


Bild C.3a: Mit dem Runge-Kutta-Verfahren aus Gl. (C.1) und (C.2) berechneter Verlauf des Meßwellenmomentes für den Antrieb in Bild C.1 bei eher realistischer Dämpfung (d_W = 2,551 Nms/rad, V_{max}=15), (vergleiche hierzu auch Bild 6.20).

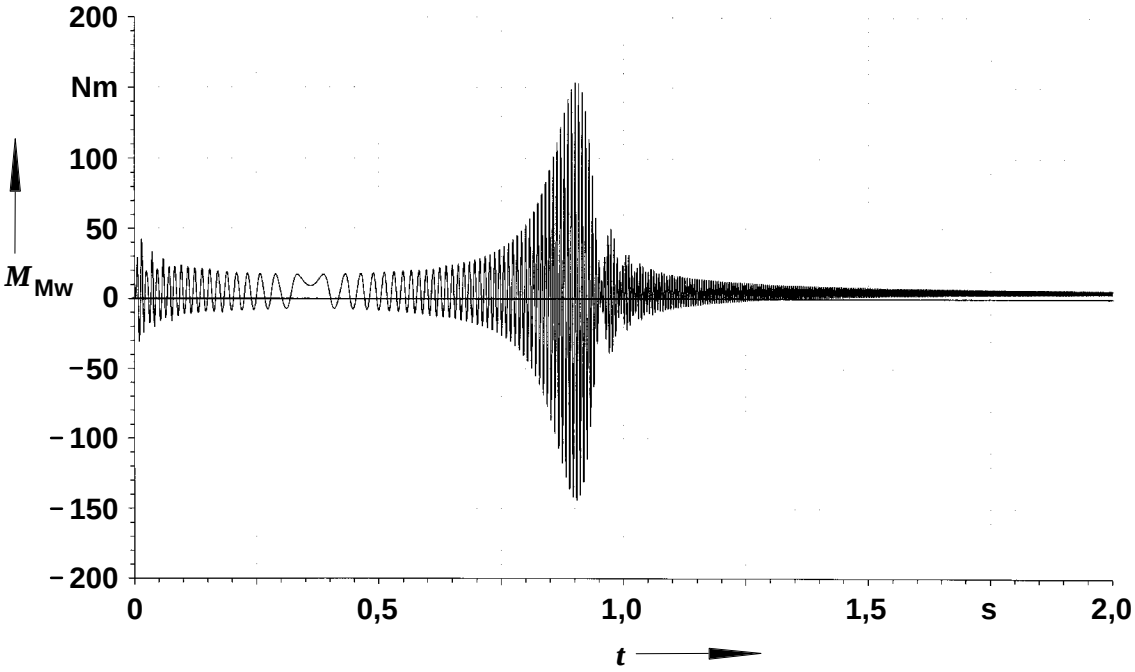


Bild C.3b: Mit der Trapezregel (θ = 0,5) und dem Programmsystem ASM_MNT5 berechneter Verlauf des Wellenmomentes für den Antrieb in Bild C.1 bei eher realistischer Dämpfung (d_W =2,551 Nms/rad, V_{max}=15).

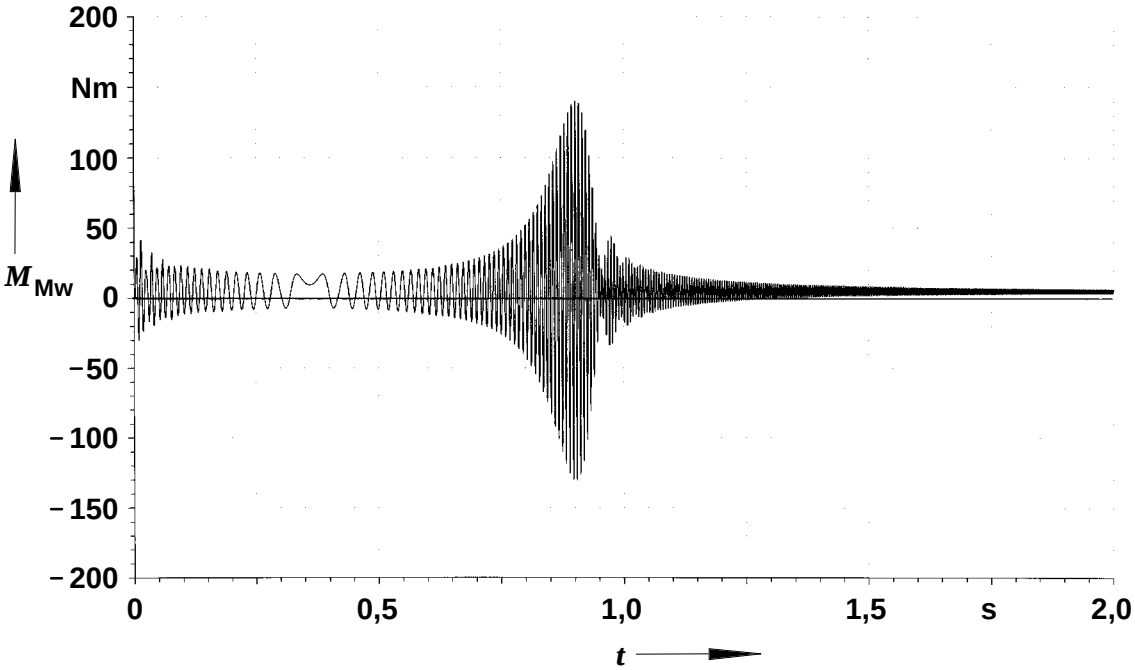


Bild C.3c: Mit der modifizierten Trapezregel ($\theta = 0{,}333$) und dem Programmsystem ASM_MNT5 berechneter Verlauf des Meßwellenmomentes für den Antrieb in Bild C.1 bei eher realistischer Dämpfung ($d_W = 2{,}555$ Nms/rad, $V_{max} = 15$).

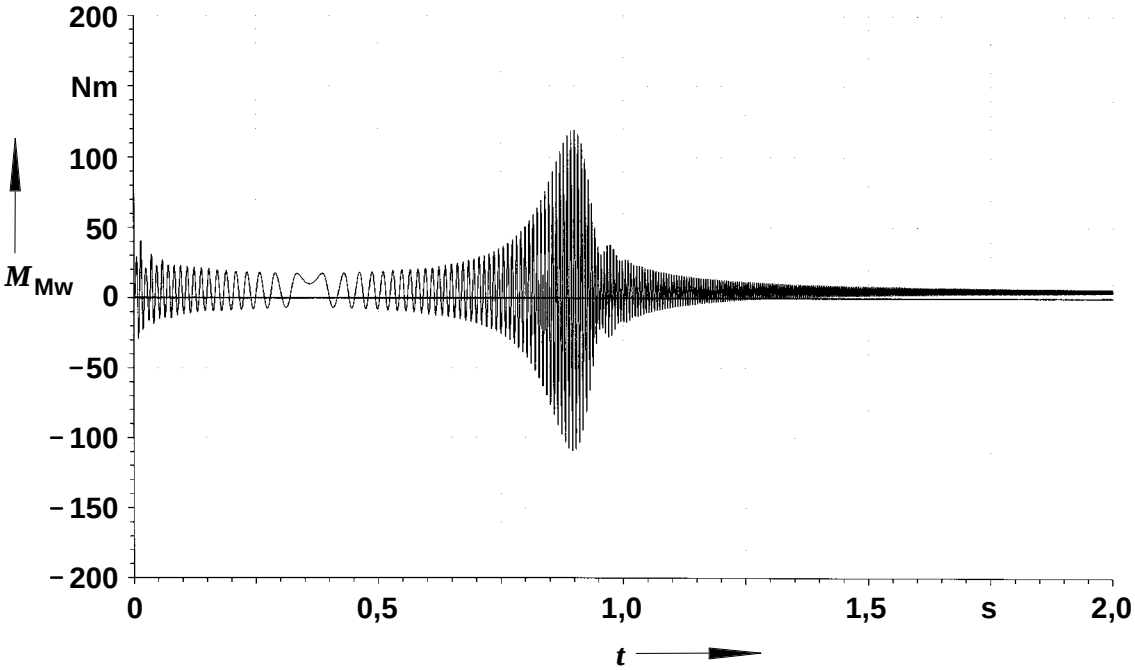


Bild C.3d: Mit der modifizierten Trapezregel ($\theta = 0$) und dem Programmsystem ASM_MNT5 berechneter Verlauf des Meßwellenmomentes für den Antrieb in Bild C.1 bei eher realistischer Dämpfung ($d_W = 2{,}551$ Nms/rad, $V_{max} = 15$).

Anhang D

Rechnung mit Eisensättigung bei Speisung des Maschinensatzes aus einem Drehstromsteller, Einfluß auf die maximale Pendelmomentamplitude

Nachfolgend werden Ergebnisse einer Beispielrechnung für einen Maschinensatz mit Drehstromsteller und Drehmomentmeßwelle präsentiert, bei der die Eisensättigung im Asynchronmotor berücksichtigt wird. Ein Vergleich mit den Ergebnissen bei Vernachlässigung der Eisensättigung ($\mu_{r,Fe}$ = 1000 = konst.) wird durchgeführt, wobei besonders die maximale Pendelmomentamplitude in der Meßwelle interessiert.
Die Rechnungen basieren auf dem in Kap. 6 vorgestellten Maschinensatz. Für den Reibungsbeiwert zwischen Motorwelle und Blechpaket wird hier ohne weitere Rückrechnungen ein Wert von d_{ASM} = 0,2 kNms/rad angesetzt. Da lediglich der prinzipielle Einfluß der Eisensättigung anhand der beiden Rechnungen mit und ohne Sättigung herausgestellt werden soll und ein Vergleich mit Messungen nicht stattfindet, ist dies im vorliegenden Fall hinreichend.
Der Drehstromsteller wird im Gegensatz zu Kap. 4, 5, 6 und 7 vereinfacht erfaßt, wobei nur drei antiparallele Thyristorpaare angesetzt und die Überspannungsschutzbeschaltungen vernachlässigt werden. Die netzseitige Speisespannung beträgt $U_{L1,L2,eff}$ = 1kV. Durch den relativ großen Zündwinkel von α_z = 106° wird sie reduziert. Wie Bild D.1a jedoch zeigt, findet der Hochlauf schneller statt als z. B. bei sinusförmiger Speisung mit einer verketteten Spannung von 270 V_{eff}. Tatsächlich ergibt eine Fourieranalyse des Spannungsverlaufes zur Zeit des Resonanzmaximums der Pendelmomentamplitude (t = 0,46 s...0,50 s) einen Grundschwingungseffektivwert von ca. ${}^{\xi=1}U_{UV,eff} \approx 315$ V bei einem Gesamteffektivwert von $U_{UV,eff} \approx 538$ V, was einem Grundschwingungsgehalt von 58,6% entspricht. Bei der linearen Vergleichsrechnung ergibt sich zur Zeit des Resonanzmaximums der Pendelmomentamplitude (t = 0,50 s...0,54 s) ein Grundschwingungseffektivwert von ca. ${}^{\xi=1}U_{UV,eff} \approx 325$ V bei einem Gesamteffektivwert von $U_{UV,eff} \approx 557$ V (also Grundschwingungsgehalt g_U = 58,3%). Der etwas schnellere Hochlauf bei Berücksichtigung der Eisensättigung hängt direkt mit der aufgrund der Absenkung der Eingangsimpedanz erhöhten Stromaufnahme des Asynchronmotors zusammen. So ergibt sich mit Eisensättigung ein Grundschwingungseffektivwert des Stromes von ${}^{\xi=1}I_{R,eff} \approx 27{,}1$ A bei insgesamt $I_{R,eff} \approx 28{,}3$ A, während die lineare Vergleichsrechnung nur ${}^{\xi=1}I_{R,eff} \approx 25{,}7$ A, bzw. einen Gesamteffektivwert von $I_{R,eff} \approx 26{,}6$ A liefert. Diese Erhöhung des Ständerstromes gegenüber der linearen Rechnung um 5,4% hat um ca. 11% höhere Drehmomente zur Folge.

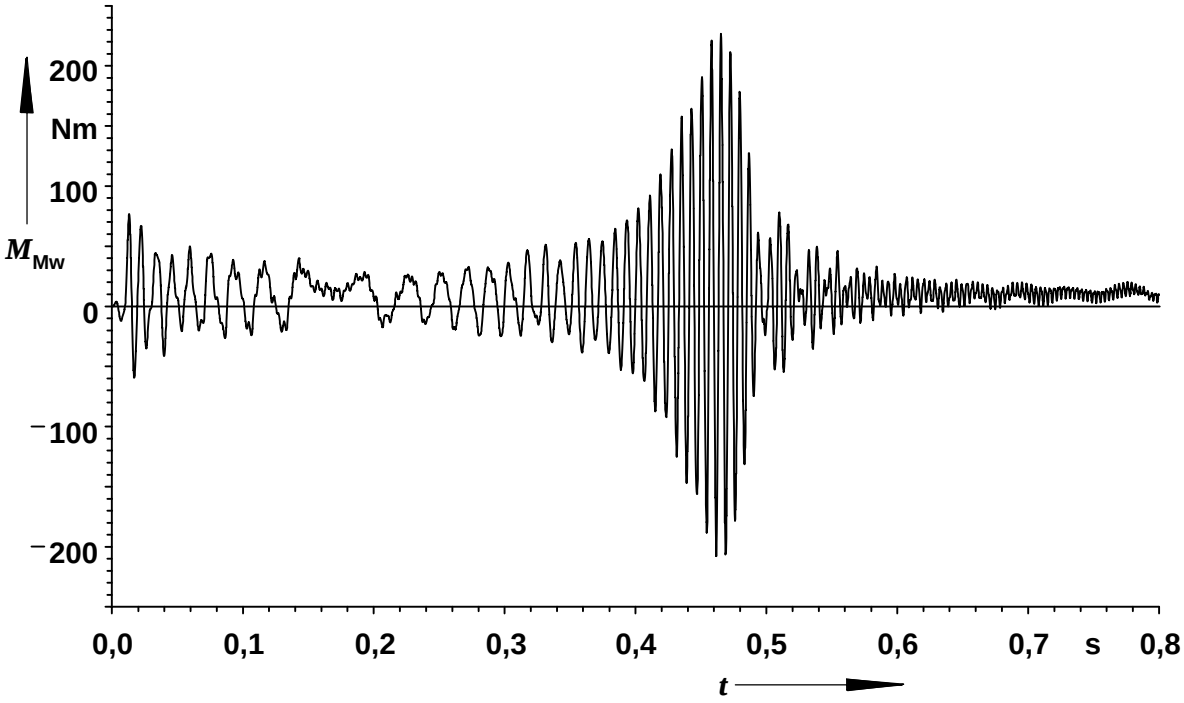


Bild D.1a: Zeitverlauf des von der Meßwelle angezeigten Drehmomentes aus FD-Hochlaufrechnung. Maschinensatz gemäß Kap. 6, jedoch mit d_{ASM} = 0,2 kNms/rad. Speisung des Drehstromstellers mit $U_{L1L2,eff}$ = 1 kV, Zündwinkel α_Z = 106°. Rechnung mit Eisensättigung (feldabhängige Permeabilität), ε_{sat}= 3,5·10^{-4} , h = 44,4 µs, θ = 0,45. Spannungsgrundschwingung am Motor $^{\xi=1}U_{UV,eff}$ = 315 V.

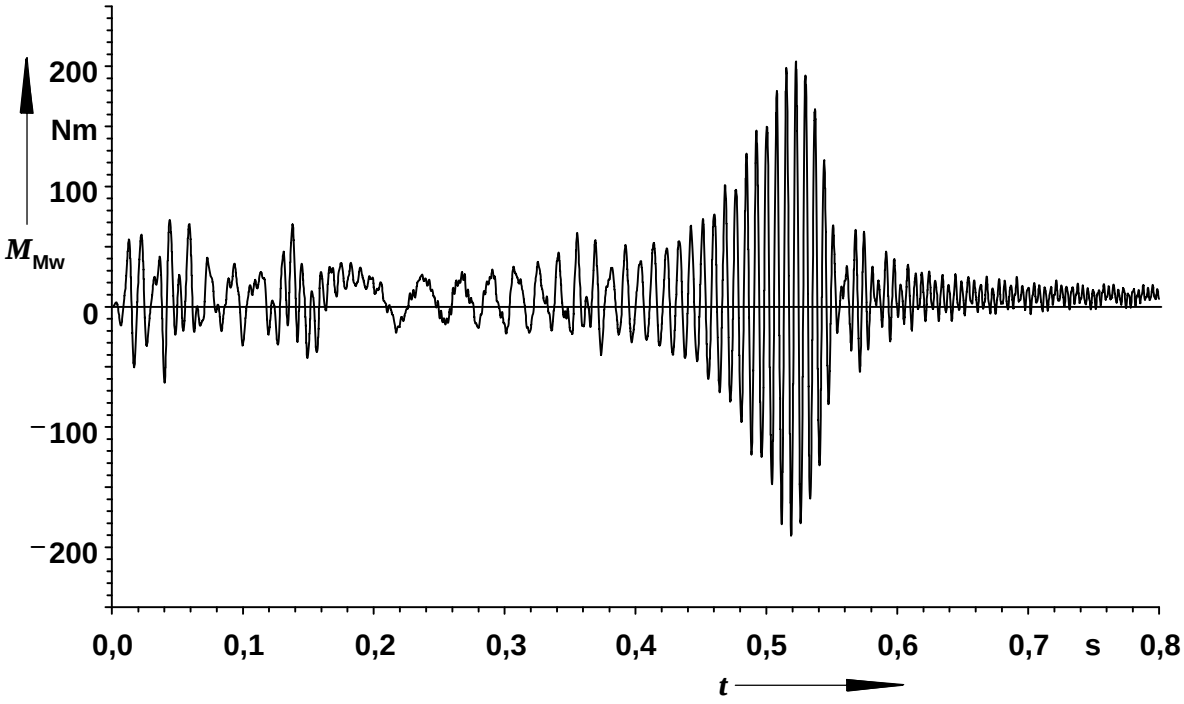


Bild D.1b: Wie Bild D.1a, jedoch Rechnung mit konstanter Permeabilität $\mu_{r,Fe}$ = 1000, h = 44,4 µs, θ = 0,45. Spannungsgrundschwingung am Motor $^{\xi=1}U_{UV,eff}$ = 325 V.

Die Drehmomentanhebung bewirkt einerseits einen leicht beschleunigten Hochlauf aufgrund des asynchronen Drehmomentmittelwertes. Die maximale Pendelmomentamplitude tritt in der Rechnung mit Eisensättigung nach 0,464 s auf, bei der linearen Vergleichsrechnung jedoch erst nach ca. 0,521 s, was dem Drehmomentunterschied von ca. 11% entspricht.
Die maximale Pendelmomentamplitude ergibt sich für die Rechnung mit Eisensättigung zu 217 Nm und liegt damit ca. 9,6% über dem Wert bei der linearen Vergleichsrechnung von 198 Nm. Dies stimmt ebenfalls gut mit der Zunahme des Stromgrundschwingungseffektivwertes überein.
Qualitativ ist an den Zeitverläufen des Meßwellendrehmomentes in Bild D.1 zu erkennen, daß sich bei der Rechnung mit Sättigung nicht so große Pendelmomente höherer Frequenz ergeben wie bei der linearen Vergleichsrechnung. Dies zeigen die unterschiedlichen Gestalten der Kurven insbesondere im Anlaufbereich bis ca. 0,2 s.
Wie erwähnt, werden mit Eisensättigung höhere Ständerströme berechnet als im linearen Fall. In der qualitativen Gestalt des zeitlichen Verlaufes von Spannung und Strom treten hingegen für den hier betrachteten Fall keine wesentlichen Unterschiede auf, wie die Bilder D.2 und D.3 zeigen.

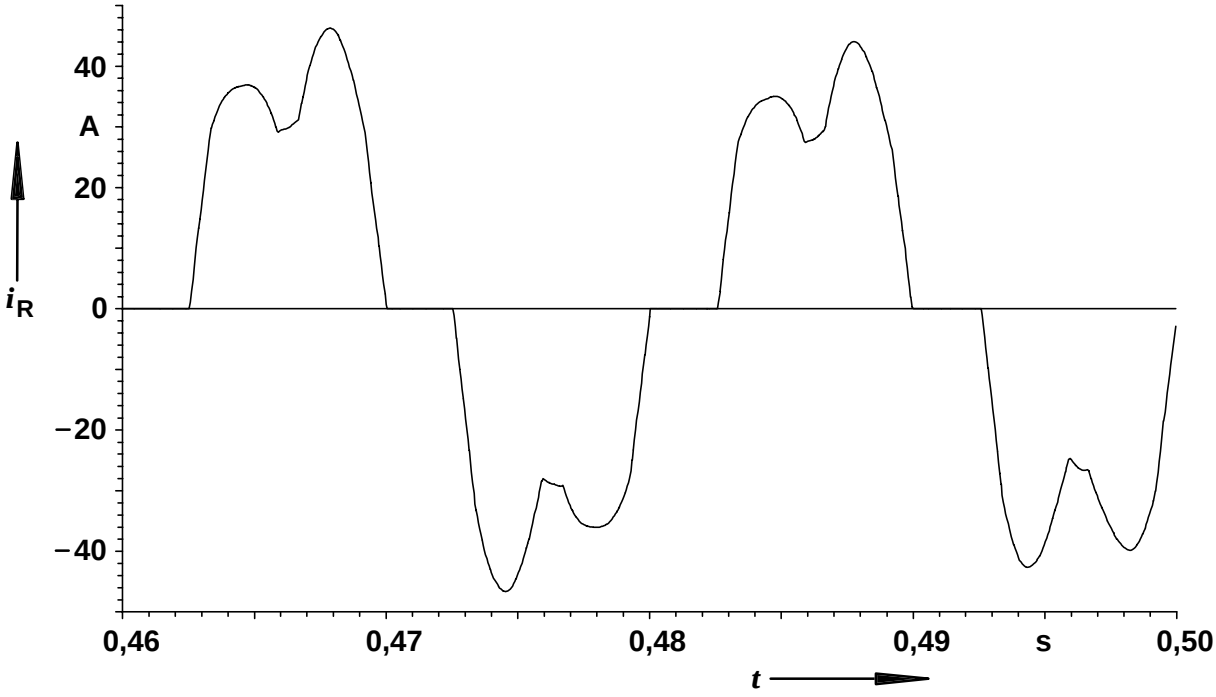


Bild D.2a: Strangstrom als Funktion der Zeit während des Auftretens der dominierenden Torsionsresonanz im Wellenstrang. Rechnung mit Berücksichtigung der Eisensättigung (zu Bild D.1a). Grundschwingungseffektivwert: ${}^{\xi=1}I_{R,eff}$ = 27,1 A, Effektivwert gesamt: $I_{R,eff}$ = 28,3 A.

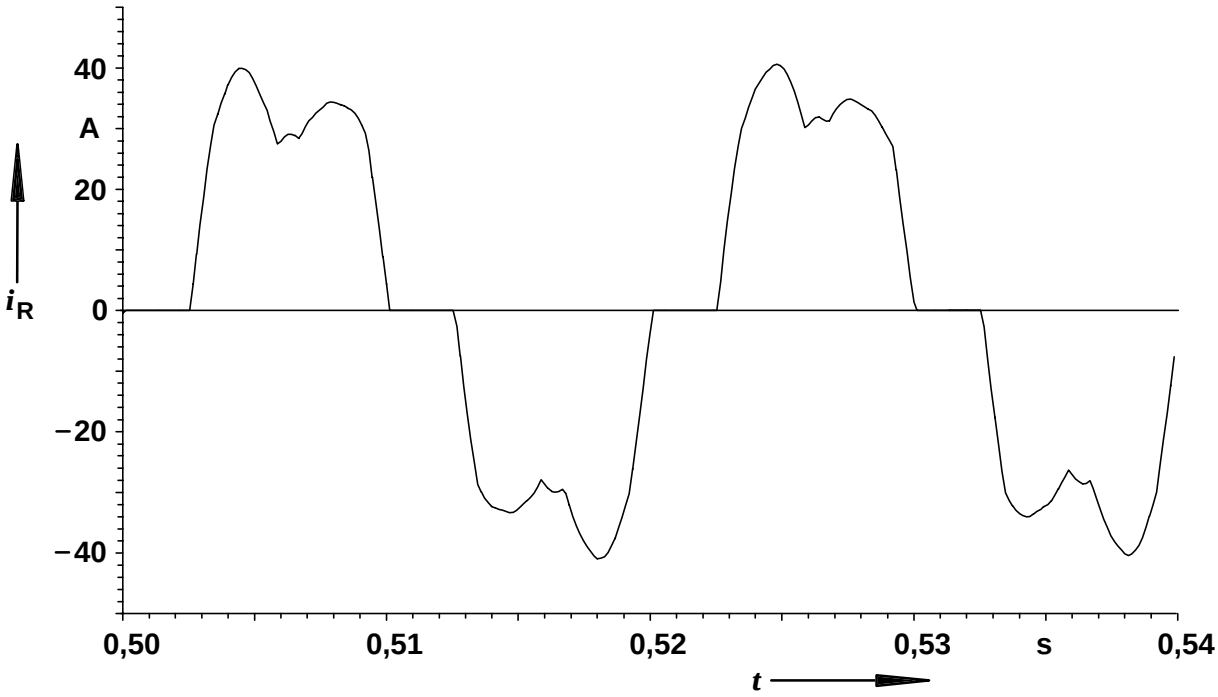


Bild D.2b: Wie Bild D.2a, jedoch Rechnung mit konstanter Eisenpermeabilität $\mu_{r,Fe}$ = 1000 (zu Bild D.1b). Grundschwingungseffektivwert: ${}^{\xi=1}I_{R,eff}$ = 25,7 A, Effektivwert gesamt: $I_{R,eff}$ = 26,6 A.

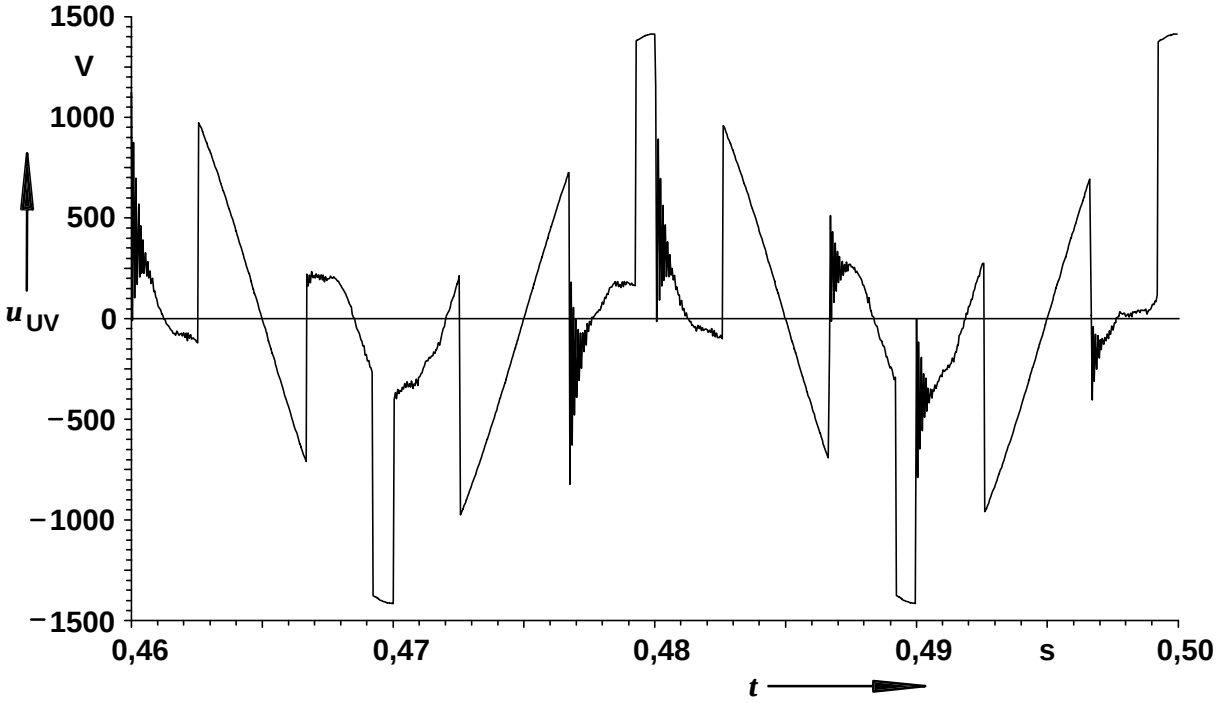


Bild D.3a: Spannung am Asynchronmotor als Funktion der Zeit während des Auftretens der dominierenden Torsionsresonanz im Wellenstrang. Rechnung mit Berücksichtigung der Eisensättigung (zu Bild D.1a), $\varepsilon_{sat}= 3{,}5\cdot10^{-4}$, h = 44,4 µs, θ = 0,45.
Effektivwerte: Grundschwingung ${}^{\xi=1}U_{UV,eff}$ = 315V, gesamt $U_{UV,eff}$ = 538 V.

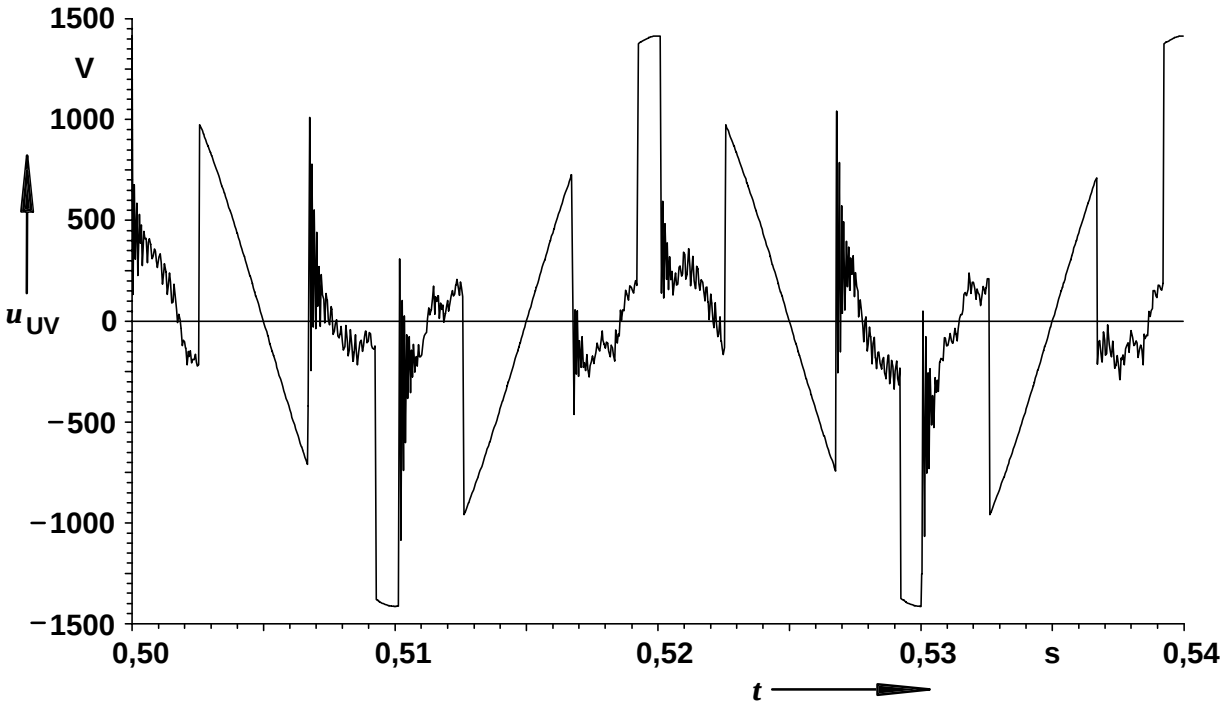


Bild D.3b: Wie Bild D.3a, jedoch Rechnung mit konstanter Eisenpermeabilität $\mu_{r,Fe}$ = 1000 (zu Bild D.1b), Zeitschritt h = 44,4 µs, Parameter θ = 0,45.
Effektivwerte: Grundschwingung ${}^{\xi=1}U_{UV,eff}$ = 325V, gesamt $U_{UV,eff}$ = 557 V.

Anhang E

Versuch einer rechnerischen Erfassung des nichtlinearen Dämpfungsverhaltens

Nachfolgend wird das nichtlineare Dämpfungsverhalten des Maschinensatzes im Rahmen des gegebenen parametrischen Ansatzes mathematisch-numerisch modelliert. Die Resonanzamplituden des Pendelmoments werden für zwei Werte der Speisespannung vergleichsweise gut berechnet. Andererseits ergibt sich jedoch mit den zugrundeliegenden Hypothesen über das Verhalten bestimmter mechanischer Komponenten des Maschinensatzes an anderer Stelle ein stark von der Realität abweichendes Verhalten.
Die Überlegungen basieren auf der in Kap. 6.2 erwähnten Verspannungsdämpfung.
Diese Verspannungsdämpfung wurde auch schon in [68] im Rahmen von Untersuchungen durch Resonanz verursachter Zahnbrüche in Asynchronmaschinen erwähnt. In diesen Untersuchungen zeigte sich, daß die Art und Weise der Einspannung eines Modellzahnes in eine Halterung an einem Maschinenfundament erheblichen Einfluß auf das Abklingverhalten der Zahnbiegeschwingung nach Stoßanregung hatte. Insbesondere ergab sich eine sehr viel größere Dämpfung der Biegeschwingung, als sie allein durch die Materialdämpfung des Stahls und die Dämpfung durch Luftreibung hätte verursacht werden können.
Ziegler weist in [62] auf die "Energiedissipation“ durch „Mikro-Gleitbewegungen zusammengefügter Teile" hin, macht allerdings keine quantitativen Aussagen.
Setzt man also für die Verspannungsdämpfung mikroskopische Relativbewegungen z. B. zwischen den verschraubten Kupplungsflanschen, bzw. zwischen den Wellenstümpfen und den Bohrungen in den Flanschen voraus, liegt es nahe, die verschraubten Kupplungsflansche in zwei über ein geeignet dissipatives Kupplungselement gekoppelte Teilmassen aufzuteilen. Dieses schleifende Kupplungselement steht damit für die Verluste durch Verspannungsvorgänge bzw. Mikrogleitreibungsvorgänge.
Die Tatsache, daß bei einer Speisung mit 180 V nahezu gleich große oder sogar etwas größere Pendelmomentamplituden in Resonanz gemessen werden als bei 270 V, legt folgende Hypothese für das Verhalten der Kupplungsflansche, ihrer Verschraubungen und der anderen mechanischen Verbindungen nahe: Im Bereich niedriger Drehmomente verhalten sich die Übergänge ziemlich star, so daß kaum Relativbewegungen und daher nur geringe Verluste durch mikroskopische Gleitreibungen entstehen. Mit zunehmender Belastung dagegen werden die elastischen Kopplungen an den Verbindungsstellen weicher und die Amplituden der mikroskopischen Verdrehpendelungen nehmen zu. Damit steigen aber auch -selbst bei Annahme eines linearen Reibungselementes- die Verluste und damit der Dämpfungseinfluß.

Das nichtlineare Dämpfungsverhalten der Verspannung wird der vorangegangenen Überlegung zufolge also durch ein nichtlineares, stark degressives Federelement zusätzlich zur linearen Reibung zwischen den Kupplungsteilmassen nachgebildet. Seiner Struktur nach entspricht dies dem Voigt-Kelvin-Modell für viskoelastisches Stoffverhalten [37], allerdings hier mit einer nichtlinearen Elastizität.

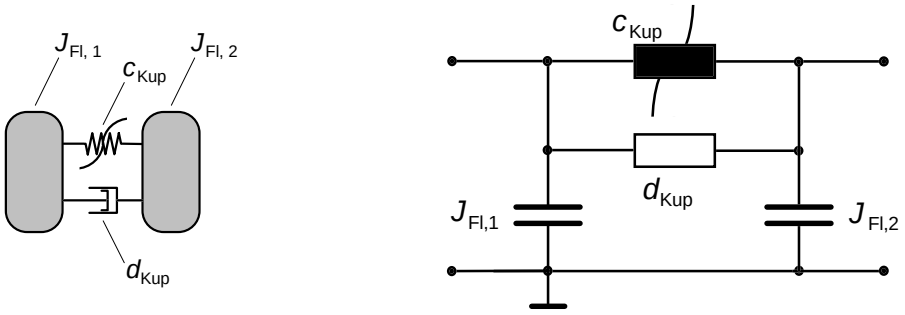


Bild E.1: Hypothetische Ersatzanordung für verspannungsgedämpfte Kupplungsflansche mit nichtlinearem Verhalten und zugehöriges elektrisches Analogon.

Eine tiefere physikalische Begründung für die rein phänomenologisch angenommene degressive nichtlineare Elastizität erscheint schwierig. Es ist jedoch bekannt, daß das Spannungs-Dehnungs-Diagramm von Stahl für den Anfangsbereich zwischen Proportionalitätsbereich und Streckgrenze eine Sättigungscharakteristik zeigt. Kommt es also an den Stellen der Kraftübertragung in dem System Kupplung-Welle zu lokalen Spannungsüberhöhungen im Bereich der Streckgrenze, kann das vorgeschlagene Vorgehen zur Modellierung der Kupplungsflansche als gerechtfertigt gelten. Die Entstehung lokaler Materialüberlastungen könnte eventuell schon durch geringfügige Fehler in der Ausrichtung der Wellen begünstigt werden. Durch sie sind nämlich im Verlaufe einer Wellenumdrehung wegen der starren Montage der Kupplungsflansche starke Vorspannungen in den Verschraubungen bedingt. Die zusätzliche tangentiale Beanpruchung durch zu übertragende Drehmomente könnte damit -auch wenn diese weit unterhalb des Bemessungsmomentes der Kupplungen liegen- zu einer Überschreitung der Streckgrenze in den betroffenen Paßschrauben führen.

Ein gewisser Umfang von nichtlinearen, progressiven wie degressiven Federkennlinien läßt sich durch eine Funktion folgender Gestalt abdecken, bei der sich der Verdrehungswinkel aus einer arctan-Funktion und einem linearen Anteil zusammensetzt:

$$\varphi(M) = \frac{2 \cdot \varphi_g}{\pi} \cdot \arctan\left(\frac{M}{M_{ref}}\right) + \frac{M}{c_\infty} \quad . \tag{E.1}$$

Hierbei ist M_{ref} ein Bezugsmoment, das die Anfangssteilheit und die Knickschärfe der Kennlinie beeinflußt. c_∞ ist die Federkonstante bei sehr großer Beanspruchung. φ_{g} ist der asymptotische Grenzwinkel des nichtlinearen Elastizitätsanteiles. Die Ableitung dieser Funktion ist:

$$\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}M} = \frac{2 \cdot \varphi_{\mathrm{g}}}{\pi} \cdot \frac{M_{\mathrm{ref}}}{{M_{\mathrm{ref}}}^2 + M^2} + \frac{1}{c_\infty} \quad . \tag{E.2}$$

Gibt man statt M_{ref} die differentielle Steifigkeit im ungespannten Zustand c_0 an, so berechnet sich das Bezugsmoment M_{ref} zu:

$$M_{\mathrm{ref}} = \left(\frac{1}{c_0} - \frac{1}{c_\infty} \right)^{-1} \cdot \frac{2 \cdot \varphi_{\mathrm{g}}}{\pi} \quad . \tag{E.3}$$

Die transzendente Gleichung (E.1) ist für die Bestimmung von $\tilde{M}(\varphi)$ iterativ z. B. mittels Newtonverfahren auszuwerten. Mit extremen Werten von c_0 , c_∞ und φ_{g} sollte es auch möglich sein, Kupplungsspiele in Zahnkupplungen und resultierende Prallvorgänge als stark progressive Federkennlinie angenähert zu berücksichtigen.

Im vorliegenden Fall wird jedoch ein nichtlineares Federelement mit degressiver Charakteristik benötigt. Deswegen ist ein negativer Wert für die asymptotische Grenzverdrehung φ_{g} sowie eine asymptotische Federkonstante c_∞, die sehr viel kleiner ist als die Anfangssteifigkeit c_0, vorzugeben.

Erste Rechnungen mit dem Modell nach Bild E.1 zeigen, daß das nichtlineare Dämpfungsverhalten noch nicht genügend erfaßt wird. Eine nahezu identische Größe der maximalen Pendelmomentamplituden für die Spannungen 180V und 270V wie in den Messungen wird nicht erreicht. Es ist:

$\left.\hat{M}_{\mathrm{p,max}}\right|_{U=180\mathrm{V}} \Big/ \left.\hat{M}_{\mathrm{p,max}}\right|_{U=270\mathrm{V}} = \frac{49{,}5}{76{,}1} \approx 0{,}65$, was im Gegensatz zu $\left.\hat{M}_{\mathrm{p,max}}\right|_{U=180\mathrm{V}} \Big/ \left.\hat{M}_{\mathrm{p,max}}\right|_{U=270\mathrm{V}} = \frac{43{,}2}{93{,}0} \approx 0{,}465$ bei einer vergleichbaren linearen Testrechnung der angestrebten etwaigen Gleichheit der Pendelmomentamplituden schon etwas entgegen kommt, aber immer noch eine hohe Abweichung darstellt.

Der Übergang zwischen einer relativ niedrigen Dämpfung bei geringen Pendelamplituden und der hohen Dämpfung bei entsprechend großen Pendelmomentamplituden ist offensichtlich noch abrupter, als durch das Modell nach Bild E.1 darstellbar.

Ein solcher abrupter Übergang ähnelt in gewisser Weise einem Losbrechverhalten wie es bei trockener Reibung beobachtet werden kann. Eine solche trockene Reibung weist in der

Praxis gelegentlich neben dem konstanten Coulombschen Reibungsmoment und dem wenig darüber liegenden Losbrechmoment auch eine schwache negativ differentielle Abhängigkeit von der Relativgeschwindigkeit auf. Die Vorstellung einer trockenen Reibung im mikroskopischen Bereich an den Grenzflächen der zusammengefügten Teile entspricht auch im Hinblick auf das Nichtvorhandensein von Schmiermitteln eher der technischen Praxis.
Nachfolgend wird den vorangegangenen Überlegungen zufolge die bestehende nicht-lineare Vorstellung um einen coulombschen Reibungsanteil erweitert:

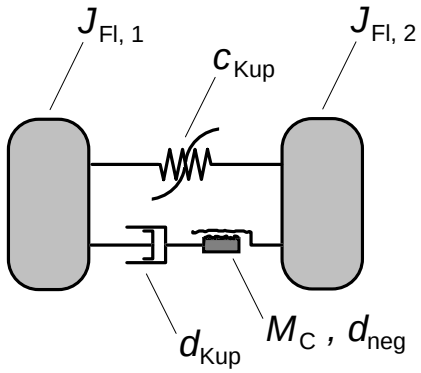


Bild E.2:
Mechanische Ersatzanordnung zur erweiterten Modellvorstellung bezüglich der nichtlinearen Verspannungsdämpfung.

Die Bedeutung der Parameter kann folgende Anschauung illustrieren:
Die Elemente c_{Kup} und d_{Kup} beschreiben das Materialverhalten an den Verspannungsstellen, während Mikrogleitvorgänge an den Fügestellen bzw. Kontaktflächen durch das Coulomb'sche Reibungsmoment M_C und den geringfügigen differentiellen negativen Reibungsbeiwert d_{neg} dargestellt werden.
Den Ergebnissen vereinfachter Testrechnungen zufolge erweisen sich folgende Werte für die angeführten Parameter beider Kupplungen als geeignet:

d_{Kup}	φ_g	c_0	c_∞	d_{neg}	M_C
$2000\ \frac{\text{Nms}}{\text{rad}}$	–0,0049 rad	$2 \cdot 10^6\ \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$	$2 \cdot 10^4\ \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$	$-12\ \frac{\text{Nms}}{\text{rad}}$	70 Nm

Tab. E.1: Parameter für die Darstellung des nichtlinearen Verspannungsverhaltens.

Nachfolgend werden zwei Finite-Differenzen-Zeitschrittrechnungen mit der vorgestellten nichtlinearen mechanischen Struktur präsentiert.
Gegenüber den Rechnungen in Kap. 4 wird für die genauere Berücksichtigung der Eindringtiefen höherfrequenter Oberströme in den Rotorkäfig der Maschinenquerschnitt mit einem verfeinerten Netz diskretisiert. Die Gitterweite in Umfangsrichtung beträgt ca. 0,25°

mechanisch, also 0,5° elektrisch, wie dies in [1] für eine genaue Nachbildung der synchronen Momente empfohlen wird. Im Luftspalt und in seiner unmittelbarer Nähe beträgt die radiale Gitterweite ca. 0,15 mm. Für die Rechnung mit U_{verk} = 270 V wird die Sättigung berücksichtigt. Die Fehlerschranke für die Permeabilitätsabweichung ε, die für die angestrebte Genauigkeit der Drehmomentberechnung nach [1] ca. 10^{-4} betragen sollte, wird hier mit Rücksicht auf die enormen Rechenzeiten lediglich auf 0,0008 gesetzt. Aufgrund der schwachen magnetischen Auslastung wäre ohnehin auch eine konstante Permeabilität annehmbar, wobei die leichte Zunahme des Kurzschlußstromes durch die Sättigung um ca. 3-5% durch die Vorgabe einer etwas höheren Spannung berücksichtigt werden könnte. Für U_{verk} = 180 V ist dagegen die Sättigung vollständig vernachlässigbar.

Die Zeitschrittweite beträgt für alle Rechnungen $66,\overline{6}\,\mu s$, d. h. eine Netzperiode wird mit 300 Zeitschritten erfaßt.

Die Parameter des Wellenstranges entsprechen weitgehend den in Kap. 6 tabellierten Werten. Für die nichtlinear visko-elastischen Kraftübertragungen gemäß dem vorgestellten Ansatz werden nach einigen vereinfachten Testrechnungen Parameter nach Tabelle E.1 angenommen.

Die Werte werden anhand von Vorüberlegungen und Testrechnungen angepaßt. Das Produkt aus dem negativen Grenzwinkel φ_g und der asymptotischen Steifigkeit für hohe Belastungen c_∞ liefert den Achsenabschnitt M_{Sat} der Asymptote der $M(\varphi)$-Charakteristik auf der M-Achse und damit einen Richtwert für die Pendelmomentamplitude, ab der vermehrt Relativbewegungen der Kupplungsflansche wegen der nachlassenden Federkraft und aufgrund von Losbrechverhalten auftreten. Diese überproportional erhöhten Verdrehungsamplituden liefern dann verstärkte Verluste über den Reibungselementen, während bei schwachen Belastungen das Drehmoment fast ausschließich über den sehr harten elastischen Anteil bei nur geringen Verdrehungsamplituden geführt wird. Gemäß den Messungen sollte der Wert M_{Sat} im Bereich von etwa 100 Nm liegen, wobei zu berücksichtigen ist, daß die Krümmung der Federkennlinie gemäß dem nach (E.1) gemachten Ansatz über die arctan-Funktion schon bei niedrigeren Drehmomentwerten einsetzt.

In Bild E.3 sind die unter Verwendung dieser Parameter mit der Finite-Differenzen-Zeitschrittrechnung des Maschinensatzes ermittelten Drehmomentverläufe an der Messwelle für die Spannungen 270 V und 180 V dargestellt. Das Verhältnis der maximalen Pendelmomentamplituden beträgt

$$\frac{\hat{M}_{\mathrm{p,max}}\big|_{U=180\mathrm{V}}}{\hat{M}_{\mathrm{p,max}}\big|_{U=270\mathrm{V}}} = \frac{104{,}6}{119{,}4} \approx 0{,}876$$, und entspricht damit schon eher den gemessenen Verhältnissen, wobei die für 180 V berechnete maximale Pendelmomentamplitude um lediglich 3,7% gegenüber Bild 6.8 zu niedrig berechnet wird. Die Pendelmomentamplitude für 270 V wird dagegen im Vergleich mit Bild 6.5 um ca. 36% zu groß bestimmt.

Der berechnete zeitliche Verlauf des Meßwellendrehmomentes für 180 V entspricht qualitativ recht gut der Messung in Bild 6.8. Insbesondere tritt in der Rechnung auch die Schwebung nach dem Durchlaufen der Hauptresonanz auf, wobei die Amplitudenminima etwas zu niedrig ausfallen. Die relativ starke, in der Messung nicht gegebene Schwebung nach dem Durchlauf der zweiten Resonanz in der Nähe des Kippmomentes weist dagegen auf eine zu geringe Dämpfung bei niedrigen Pendelmomentamplituden hin, ebenso wie die großen Pendelmomentamplituden im Anlaufbereich.

Für die Rechnung mit 270 V gilt ähnliches. Die Schwebung nach dem Durchlaufen der Hauptresonanz wird hier allerdings nur angedeutet, während die Schwebung nach der zweiten Resonanz, die in der Messung nach Bild 6.5 praktisch nicht vorhanden ist, noch stärker auftritt als in der Rechnung mit 180 V.

Beiden berechneten Verläufen ist eine Abnahme der Pendelmomentamplitude kurz vor dem Erreichen der zweiten Resonanz auf nahezu Null gemeinsam, die auch in den Messungen auftritt, wo sie aber nicht so ausgeprägt ist, bzw. von Störeinflüssen überlagert ist.

Die verbesserte Übereinstimmung des berechneten Meßwellendrehmomentes mit der Messung ist kein sicheres Anzeichen dafür, daß die vorgebrachten Hypothesen bezüglich des mechanischen Verhaltens der verschraubten Kupplungsflansche tatsächlich der physikalisch-technischen Realität entsprechen. Eine Betrachtung der berechneten Relativwinkelgeschwindigkeit zwischen zwei starr verschraubten Kupplungsflanschen bzw. des Verdrehungswinkels zwischen ihnen zeigt vielmehr unrealistisch hohe Werte.

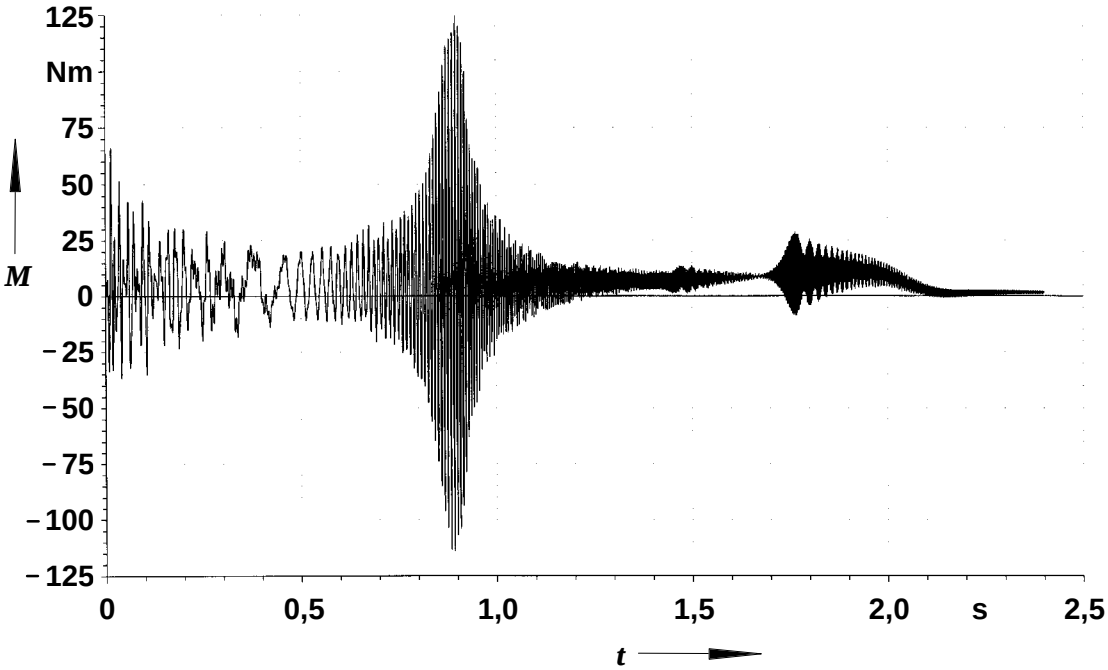


Bild E.3a: Zeitlicher Verlauf des Meßwellendrehmomentes aus Finite-Differenzen-Zeitschritt-rechnung (h = 66,7 µs, θ = 0,499). Rechnerische Erfassung der Verspannungs-dämpfung über ein nichtlineares, degressives Federelement und u. a. ein coulombsches Gleitreibungselement wie in Bild E.2 dargestellt. U_{verk} = 270 V, Berücksichtigung der Eisensättigung, Bürsten der Gleichstrommaschine aufgesetzt (M_C = 0,377 Nm).

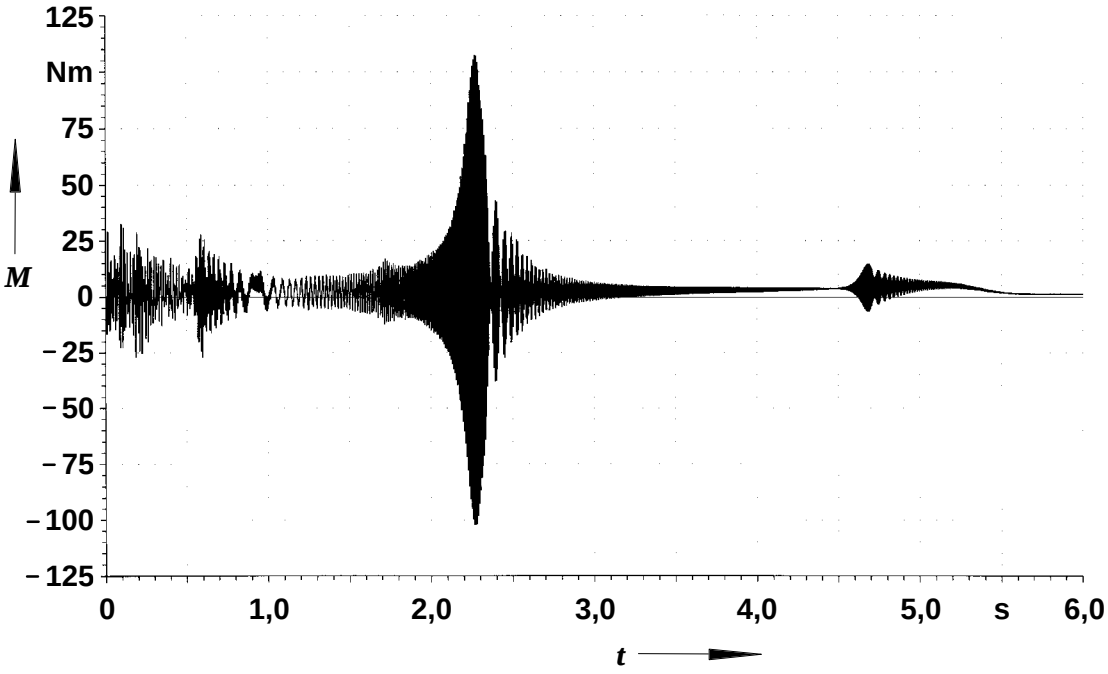


Bild E.3b: Wie Bild E.3a, jedoch U_{verk} = 180 V, konstante Eisenpermeabilität μ_r = 1000, Bürsten der Gleichstrommaschine abgehoben (M_C = 0,067 Nm).

In Bild E.4 ist die berechnete tangentiale Wegverschiebung der Kupplungsflansche gegeneinander auf Höhe der Paßschrauben (r = 72,5 mm) angegeben. Man erkennt, daß sich im Resonanzfall die Paßschraubenenden von -40 µm bis +60 µm gegeneinander verschieben. Eine solch starke Scherung der Paßschrauben müßte aber sichtbare mechanische Spuren in Form von Einkerbungen oder Spannmarken auf den beteiligten Maschinenteilen hinterlassen. Solche Spuren konnten aber nach der Demontage des Maschinensatzes weder an den Kupplungsflanschen noch an den Paßschrauben selbst nachgewiesen werden. Insofern erscheint der vorliegende Ansatz einer nichtlinear-elastischen Reibungsdämpfung zwischen den Kupplungsflanschen trotz relativ guter Nachbildung der Pendelmomentamplituden in Resonanz bei unterschiedlichen Speisespannungen fragwürdig.

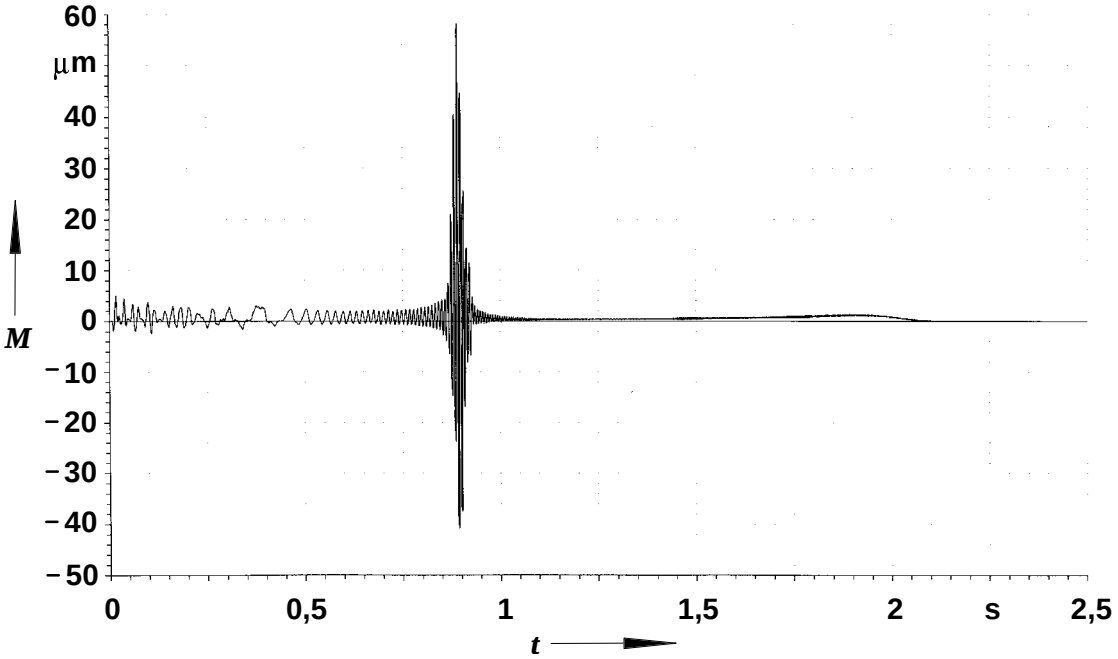


Bild E.4: Verdrehung der ASM-seitigen Kupplungsflansche. Berechnung aus der FD-Zeitschrittrechnung des Hochlaufs mit U = 270 V und nicht-linear elastischer und mit Coulombreibung behafteter Verbindung der Kupplungsflansche. Berechnung aus Integration der Relativwinkelgeschwindigkeit zwischen den Flanschen und Multiplikation mit dem Radius, d. h. Abstand der Paßschraubenbohrungen von der Wellenachse.

Formelzeichen, Indizes und Schreibweisen

Symbol	Einheit	Bedeutung
A	Wb/m	magnetisches Vektorpotential
$A_{0...4}$	Wb/m	magnetisches Vektorpotential eines zentralen Knotens „0“ oder seiner vier Nachbarn im Fünf-Punkte-Stern
A_Q	m^2	Querschnittsfläche einer Spulenseite oder Rotorstabes
B	T	magnetische Flußdichte
(B_U)		Maschenmatrix der Maschinenwicklungen mit den Ausgangsspannungen des Vorschaltnetzwerkes
b		Ordnungszahl der Statoroberströme und Pendelmomente
$b_{1...NElm}$		Koeffizienten des Gleichungssystems für das mechanische System (Wellenstrang)
$b_{1...NZwg}$, $b_{A,1...m}$		Koeffizienten der rechten Seite des Gleichungssystems für das Vorschaltnetzwerk
(b_{Zwg}), (b_A)		Vektoren der rechten Seite des Netzwerkgleichungs-systems nach Umformung auf obere Dreiecksgestalt
C	F	Kapazität
c	Nm/rad	Drehfedersteifigkeit
d	Nms/rad	Reibungsbeiwert, Dämpfungskonstante
$d_{1...NElm}$		Koeffizienten des Gleichungssystems für das mechanische System (Wellenstrang)
E	V/m	elektrische Feldstärke
E_{mec}	kN/mm^2	Elastizitätsmodul
F_N		Flächenwindungszahl, d. h. Anteil des betrachteten Flächenelementes an der gesamten Windungszahl im Nutenquerschnitt
F_γ	Am/V	Flächenleitwert
f_0	Hz	Eigenfrequenz des ungedämpften Systems
f_N	Hz	Netzfrequenz
f_p	Hz	Frequenz der Pendelmomente
G	S	Leitwert
G_{mec}	kN/mm^2	Schubmodul
g_D	S	differentieller Leitwert einer Diode
$g'_{1...NZwg}$		Koeffizient des Gleichungssystems für das Vorschaltnetzwerk
g_I, g_U		Grundschwingungsgehalt eines nichtsinusförmigen, periodischen Stromes, einer nichtsinusförmigen, periodischen Spannung

Symbol	Einheit	Bedeutung
H	A/m	magnetische Feldstärke
h	µs	Zeitschrittweite
I	A	Stromstärke
I_S	A	Sperrstrom einer Diode, bzw. eines pn-Übergangs
$i_{1...NZwg}$, $i_{A,1...m}$	A	Stromstärken im Vorschaltnetzwerk
i_K	A	Kurzschlußstrom
i_ρ	A	Strom der Spulengruppe ρ
J	kgm^2	Massenträgheitsmoment
(K_A), (K_{AZ}), (K_I)		Matrizen des Gleichungssystems für das Vorschaltnetzwerk, die mit den Ausgangsspannungen und Strangströmen verknüpfen, nach Triangulierung
L	H	Selbstinduktivität
L_R	H	Ringstreuinduktivität
$L_{S,\rho}$	H	Stirnstreuinduktivität einer Spulengruppe
L_{mec}	kgm^2/s	Drehimpuls
l	m	Länge
l_e	m	Eisenlänge
$M_{l,j}$	H	Gegeninduktivität zwischen Zweig l und Zweig j
$M_{1...NElm}$	Nm	Drehmomente an den Maschinenelementen des Wellenstranges
M_a	Nm	asynchrones Drehmoment
M_b'	Nm	resultierendes beschleunigendes Drehmoment
M_C	Nm	Coulomb'sches Reibungsmoment
M_{el}	Nm	elektrisch erzeugtes Moment (Luftspaltmoment)
M_e	Nm	elastischer Anteil des Drehmomentes bei nichtlinearer, viskos gedämpfter Drehfeder
M_G	Nm	Gegenmoment
M_K	Nm	Kippmoment
M_{Mw}	Nm	von Meßwelle angezeigter Augenblickswert des Drehmomentes
$\hat{M}_{p,max}$	Nm	maximale, von der Meßwelle angezeigte Pendelmomentamplitude
$\hat{M}_S$	Nm	maximales synchrones Moment
M_W	Nm	Drehmoment an der Maschinenwelle der ASM

Symbol	Einheit	Bedeutung
m	kg	Masse
m_{ph}		Phasenzahl
m_{ε}		Emissionsvermögen
N		Windungszahl einer Spule
N_{Zwg}		Anzahl der Zweige im Vorschaltnetzwerk
$N_{K,i}$		Anzahl der inneren Knoten im Vorschaltnetzwerk
N_{Elm}		Anzahl der Maschinenelemente im Wellenstrang
N_{Vz}		Anzahl der Drehmomentverzweigungen im Wellenstrang
n	$\min^{-1}$	Drehzahl
n_0	$\min^{-1}$	Leerlaufdrehzahl, synchrone Drehzahl
${}^{b}n_S$	$\min^{-1}$	parasitäre synchrone Drehzahl des synchronen Drehmomentsattels der Ordnung *b*
P	kW	Leistung
${}^{\xi=1}P$	kW	Grundschwingungsleistung
p		Polpaarzahl
	1/s	komplexer Eigenwert
p_1, p_2	W	stator- und rotorseitige Augenblickswerte der Leistungen eines Asynchronmotors
p_m	W	Augenblickswert der magnetischen Leistung
p_i	rad	azimutale Weite zwischen den radialen Linien i und i+1
p_{HB}		Wahrscheinlichkeit für Hängenbleiben im parasitären Synchronismus
Q	var	Blindleistung
${}^{\xi=1}Q$		Grundschwingungsblindleistung
q		Lochzahl, Anzahl der Spulen pro Spulengruppe und Strang
q_k	m	radiale Weite zwischen den azimutalen Linien k und k+1
$q_{k,j}$ $q_{A,k}$		Knoten-Zweig-Inzidenzkoeffizient für Ausgangsknoten k mit Zweig j des Vorschaltnetzwerkes
R	Ω	Widerstand
R_D	Ω	absoluter Widerstand einer Diode
R_R	Ω	Ringwiderstand zwischen zwei benachbarten Stäben
R_S	Ω	Stabwiderstand außerhalb des Eisens (beidseitig)
R_ρ	Ω	ohmscher Widerstand einer Spulengruppe
r	m	Radius, radiale Koordinate

Symbol	Einheit	Bedeutung
r_D	Ω	differentieller Widerstand einer Diode
r_k	m	Radius der azimutalen Gitterlinie k
$r_{1...NElm}$		Koeffizienten der rechten Seite des Gleichungssystems für das mechanische Teilsystem (Wellenstrang)
$r'_{1...NZwg}$, $r'_{A,1...m}$		Koeffizienten des Gleichungssystems für das Vorschaltnetzwerk
S	kVA	Scheinleistung
${}^{\xi=1}S$	kVA	Grundschwingungsscheinleistung
s		Schlupf
s_K		Kippschlupf
T	N/m^2	mechanische Flächenspannung
(T_Z), (T_A)		obere Dreiecksmatrizen nach Triangulierung des Netzwerk-gleichungssystems
t	s	Zeit
$t_{A,200}$, $t_{A,270}$	s	Anlaufzeit bis 200 min^{-1} bzw. 270 min^{-1}
t_H	s	Hochlaufzeit
U	V	Spannung
U_T	V	Temperaturspannung
U_0	V	Leerlaufspannung
$u_{1...NZwg}$	V	Spannungen im Vorschaltnetzwerk
$u_{A,1...m}$	V	Leiter-Erdspannungen an den Ausgangsklemmen des Vorschaltnetzwerkes
V	V	elektrisches Potential
V_{max}		Resonanzüberhöhung
$\overline{W}_m$		mittlere magnetische Energie
w_m		Integral der numerisch berechneten magnetischen Leistung
(X_{Zwg})		Vektor der inneren Zweigströme und Spannungen des Vorschaltnetzwerkes
y		Wicklungsschritt
Z_1, Z_2		Statornutenzahl, Rotornutenzahl
${}^{\xi=1}Z$	Ω	Grundschwingungsimpedanz
${}^{\xi=1}Z_K$	Ω	Grundschwingungsimpedanz eines Asynchronmotros im Stillstand (Kurzschluß)
$\alpha_{0...4}$	Am/Vs	Koeffizienten der Feldgleichung zum Knoten 0, Verknüpfung mit Vektorpotentialen der Nachbarknoten 1....4

Symbol	Einheit	Bedeutung
α_Z	Grad	Zündwinkel
β	rad bzw. Grad	Rotorposition allgemein
β_{Anf}	rad bzw. Grad	Rotoranfangswinkel bei FD-Rechnungen
β_2	rad bzw. Grad	Rotoranfangsposition in der Oberfeldtheorie
γ	S/m	Leitfähigkeit
δ	1/s	Dämpfungskoeffizient
η		Wirkungsgrad
θ		Zeitschrittparameter der modiftzierten Trapezregel
θ_0	A	Durchflutung zum zentralen Knoten 0
Λ		logarithmisches Dekrement
μ	Vs/Am	Permeabilität
μ_r		relative Permeabilität
ν_{mec}		Poisson'sche Querkontraktionszahl
ν		Ordnungszahl von Statoroberfeldern und Rotoroberströmen
ρ	kg/m^3	Dichte
τ_{N1}, τ_{N2}	rad bzw. grad	Stator- , Rotornutteilung
τ_p	rad bzw. grad	Polteilung
Φ	N/m^2	Flächenspannungstensor
$\hat{\varphi}$	rad	Pendelwinkelamplitude
$\varphi_{1,d}$	rad	Verdrehwinkel zwischen Blechpaket und Motorwelle
φ_i	rad	Winkel der radialen Gitterlinie i
${}^{\xi=1}\varphi$		Grundschwingungsphasenverschiebungswinkel
Ψ_ρ	Wb	Flußverkettung der Spulengruppe ρ
ω	1/s	Eigenkreisfrequenz
ω_0	1/s	Eigenkreisfrequenz des ungedämpften Systems
$\omega_{1,d}$	rad/s	Verdrehwinkelgeschwindigkeit zwischen Blechpaket und Motorwelle
$\omega_{1...NElm}$	rad/s	Winkelgeschwindigkeiten im Wellenstrang
ω_E	rad/s	Eingangswinkelgeschwindigkeit für den Wellenstrang
ω_{mec}	rad/s	Winkelgeschwindigkeit (mechanisch, zur Unterscheidung von elektrischer Kreisfrequenz)

Indizes

1	statorseitig
2	rotorseitig
A	Ausgang des Vorschaltnetzwerkes
ASM	Asynchronmaschine
D	Diode
DSS	Drehstromsteller
eff	Effektivwert
i	radiale Gitterlinie i, Sektor zwischen i und i+1
i, k	Knoten (i, k)
j	j-ter Zweig, j-tes Maschinenelement
k	azimutale Gitterlinie k, Kreisring zwischen k und k+1
L1, L2, L3	Außenleiter
Mw	Meßwelle
mec	mechanisch
N	Neutralleiter, Nulleiter; Bemessungswert
r, φ, x, y, z	Koordinatenrichtungen
U, V, W	Klemmen des Asynchronmotors
St,m bzw. R,m	Stab Nr. m, bzw. Ring Nr. m
syn, s	synchron
Th	Thyristor
v	Verlust
verk	verkettete (Spannung)
W	Welle (des Asynchronmotors)

Schreibweisen

$\vec{B}$	vektorielle Größe
(A)	Matrix oder Spaltenvektor
$\underline{U}$	komplexe Größe
$\hat{M}$	Amplitude
$\vec{e}_r$, $\vec{e}_\varphi$, $\vec{e}_z$	Einheitsvektoren
$u(t)$	Funktion der Zeit t
$u\|_t$	diskreter, numerisch für den Zeitpunkt t berechneter Wert von u
${}^{b=-1}M_S$	synchrones Moment vom Oberstrom der Ordnung b herrührend
${}^{\xi=1}U$	1. Harmonische (Grundschwingung) von U
${}^{(n)}u$	n-ter Iterationsschritt
$\mathrm{d}\vec{a}$	Flächenelement
$\mathrm{d}\vec{l}$	Linienelement
$\mathrm{d}t$, $\mathrm{d}\tau$	Zeitdifferential
$\mathrm{d}r$	Radiendifferential
$\mathrm{d}\varphi$	Winkeldifferential

Literaturverzeichnis

[1] Gottkehaskamp, R.: „Nichtlineare Berechnung von Asynchronmaschinen mit massiveisernem Rotor und zusätzlichem Käfig im transienten Zustand mittels Finiter Differenzen und Zeitschrittrechnung“,
Dissertation am Lehrstuhl TEM, Universität Dortmund, 1992.

[2] Gottkehaskamp, R.: „Asynchronkurzschlußläufer in beliebigen gesättigten Betriebszuständen unter Anwendung der Finiten Differenzen mit zeitlicher Schrittrechnung“,
Programmbeschreibung PB 92/2, Lehrstuhl TEM, Universität Dortmund, 1991.

[3] Oberretl, K.: „Parasitäre synchrone Dreh- und Pendelmomente in Asynchronmotoren, Einfluß von Ausgleichsvorgängen und Eisensättigung, Teil I“,AfE 77 (1994),S.179-190.

[4] Oberretl, K.: „Parasitäre synchrone Dreh- und Pendelmomente in Asynchronmotoren, Einfluß von Ausgleichsvorgängen und Eisensättigung, Teil II“,
AfE 77 (1994), S. 277-288.

[5] Büchner, P.: „Stromrichter-Netzrückwirkungen und ihre Beherrschung“,
VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig.

[6] Rajagopalan, V.: „Computer-aided analysis of power electronic systems“,
Marcel Dekker, inc., New York, 1987.

[7] Vökler, K. D.: „Digitale Simulation netzgeführter Stromrichter-Stellglieder“,
Wissenschaftliche Zeitschrift der TU Dresden 21 (1972) H. 2, S. 337-340.

[8] Vökler, K. D.: „Digitale Simulation von Stromrichter-Stellgliedern“,
Elektrie 27 (1973) H. 1, S. 12-14.

[9] Siebert, G.: „Digitalsimulation der Netzrückwirkungen von Stromrichterantrieben“,
Elektrie 34 (1980) H. 2, S. 77-80.

[10] Berger, H. und Kulig, S.: „Erfassung der Dämpfung bei Torsionsschwingungen von Turbosätzen, Ergebnisse von Dämpfungsmessungen in Kraftwerken“,
VDI-Berichte Nr. 320 (1978).

[11] Krawczyk, A., Tegopoulos, J. A.: „Numerical Modelling of Eddy Currents“,
Clarendon Press, Oxford, 1993.

[12] Großmann, Ch. und Roos, H.-G.: „Numerik partieller Differentialgleichungen“,
2. Auflage, Teubner Studienbücher Mathematik, 1992.

[13] Paul, R.: „Elektrotechnik, Grundlagenlehrbuch, Band I“, Springer-Verlag, 1985.

[14] Pregla, R.: „Grundlagen der Elektrotechnik, Teil I: Felder und Gleichstromnetzwerke“,
3. Auflage, Hüthig-Verlag Heidelberg, 1986.

[15] Linnert, U.: „Neue Differenzenleitwertverfahren zur Simulation dynamischer Ausgleichsvorgänge mit großer Schrittweite“, AfE 76 (1992) , S. 101-110.

[16] Hui, S. Y. R., Zhu, J.: „Numerical modelling and simulation of hysteresis effects in magnetic cores using transmission-line modelling and the Preisach theory“, IEE Proc.-Electr. Power Appl., Vol. 142, No. 1, Jan. 1995, p. 57-62.

[17] Hui, S. Y. R., Zhu, J.: „Discrete transform technique for solving nonlinear circuits and equations“, IEE Proc.-Electr. Power Appl., Vol. 139, No. 6, Nov. 1992, p. 321-328.

[18] Bronstein, I. N., Semendjajew, K. A.: „Taschenbuch der Mathematik“, 22. Auflage, Verlag Harri Deutsch, 1985.

[19] Patzwald, D.: „Berechnung von Asynchron- und Linearmotoren mit Käfigläufer unter Berücksichtigung der Nichtlinearität des Eisens“, Dissertation am Lehrstuhl TEM, Universität Dortmund, 1988.

[20] Lütke-Daldrup, B., Bolte, E. und Stöber, P.: „Eindimensionales Wirbelstromproblem bei feldstärkeabhängiger Permeabilität und beliebigen Randbedingungen“, AfE 64 (1981), S. 210-213.

[21] Lütke-Daldrup, B.: „Verfahren zur Lösung zweidimensionaler, nichtlinearer elektromagnetischer Feld- und Wirbelstromprobleme mit Anwendungen“, Dissertation am Lehrstuhl TEM, Universität Dortmund, 1983.

[22] Runge, B.: „Zweidimensionales Finite Elemente Programm zur Berechnung von Asynchronmotoren mit Einfach- und Doppelkäfigläufer im Stillstand unter Berücksichtigung der Stator- und Rotorspannungsgleichungen sowie der Eisensättigung“, Technischer Bericht TB 94/9, Lehrstuhl TEM, Universität Dortmund, 1994.

[23] Runge, B.: „Finite-Elemente Programm mit automatischer Gitternetzgenerierung und komplexem Ansatz des Vektorpotentials, Berechnung von Motoren mit Stator- und Rotorspannungsgleichungen“, Programmbeschreibung PB 91/2, Lehrstuhl TEM, Universität Dortmund, 1991.

[24] Lappe, R. und andere: „Handbuch Leistungselektronik“, 5. Auflage, Verlag Technik GmbH Berlin-München, 1994.

[25] Lindner, H., Brauer, H. und Lehmann, C.: „Taschenbuch der Elektrotechnik und Elektronik“ , 5. Auflage, Fachbuchverlag Leipzig-Köln, 1991.

[26] ABB Drives: „Projektierungskatalog und Inbetriebnahme für Veritron-Drehstromsteller Typenreihe EVN“.

[27] Väänänen, J.: „Construction of a power electronic simulator including two-dimensional finite element modelling of electrical machines“, Electrical Engineering 78 (1994), p. 41-50.

[28] Volschenk, A. F., Williamson, S.: „Time-stepping finite element analysis for a synchronous generator feeding a rectifier load“, IEE Proc.-Electr. Power Appl., Vol. 142, No. 1, Jan. 1995, p. 50-56.

[29] Clément, R., Graf, R., Meyr, H., Oberretl, K.: „Berechnung der Ausgleichsvorgänge von untersynchronen Umrichterkaskaden auf dem Analogrechner, Teil II“, Elektrotechnik und Maschinenbau, Heft 8 (1975).

[30] Tracht, R.: „Vorlesung Simulationstechnik“ (Mitschrift), Universität Dortmund, 1990.

[31] Rüger, J. J.: „Skript zur Vorlesung Simulationstechnik“, Universität Dortmund, 1995.

[32] Deutsches Institut für Normung e.V.: „DIN-Taschenbuch 22, Einheiten und Begriffe für physikalische Größen“, Beuth Verlag GmbH, Berlin, Köln, 1990.

[33] Schindler, A.: „Betriebsverhalten und Verluste von Asynchron-Käfigläufermotoren beim Betrieb am Transistor-Pulswechselrichter“, Dissertation am Fachbereich Elektrische Energietechnik, TH Darmstadt, 1985.

[34] Gerthsen, Kneser, Vogel: „Physik“, 15. Auflage, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1987.

[35] Philippow, E.: „Taschenbuch Elektrotechnik, Band 1: Allgemeine Grundlagen“, 3. Auflage, VEB Verlag Technik Berlin, 1986.

[36] Vikopoulos, T.: „Induction motors in electromechanical systems with a periodical moment of inertia - Analytical calculation of forced oscillations and test, Part 1“, AfE 68 (1985), S. 211-216.

[37] Czichos, H. (Herausgeber): „Hütte - Die Grundlagen der Ingenieurwissenschaften“, 29. Auflage, Springer-Verlag, 1991.

[38] Winkler, J.; Aurich, H.: „Taschenbuch der Technischen Mechanik“, 6. verbesserte Auflage, Fachbuchverlag Leipzig, 1991.

[39] Eckhardt, H.: „Numerische Verfahren in der Energietechnik“, Teubner Studienskripten, Stuttgart, 1978.

[40] Sundermann, U.: „Überprüfung der Genauigkeit von elektromagnetischen Feldberechnungen mittels der Methode der Finiten Differenzen für verschiedene Modellsterne", Diplomarbeit am Lehrstuhl TEM, Universität Dortmund, 1987.

[41] Oberretl, K.: „Allgemeine Oberfeldtheorie für ein- und dreiphasige Asynchron- und Linearmotoren mit Käfig unter Berücksichtigung der mehrfachen Ankerrückwirkung und der Nutöffnungen, Teil I“, AfE 76 (1993), S. 111-120.

[42] Lehner, G.: „Elektromagnetische Feldtheorie für Ingenieure und Physiker“, 2. Auflage, Springer-Verlag, 1993.

[43] Kratki, N.: „Spannungskurvenform, Dämpferströme und Zusatzverluste in Dämpferstäben bei Synchronmaschinen mit ausgeprägten Polen im Leerlauf“, Dissertation am Lehrstuhl TEM, Universität Dortmund, 1984.

[44] Oberretl, K.: „Über den Einfluß von parallelen Wicklungszweigen, Dreieckschaltung, Spulensehnung, Nutschlitzbreite und Nutenschrägung auf das Drehmoment von Käfigläufermotoren“, ETZ-A 86, H. 19, S. 619-627.

[45] Oberretl, K.: „Die Ermittlung von magnetischen Feldern, Wirbelströmen und Kräften in komplizierten Fällen durch Simulation an Gittermodellen“, AfE 48 (1963), H. 5.

[46] Oberretl, K.: „Streufelder, Wirbelstromverluste, Erwärmungen, Kräfte und Eisenbrand im Stirnraum von Turbogeneratoren“, EuM 80 (1963), H. 23.

[47] Rüther, M.: „Berechnung des Drehmoments von Asynchronmotoren mittels numerischer Feldberechnungsprogramme unter Berücksichtigung variabler Permeabilität“, Diplomarbeit am Lehrstuhl TEM, Universität Dortmund, 1993.

[48] Demenko, A.: „Time-Stepping FE Analysis of Electric Motor Drives with Semiconductor Converters“, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 30, No. 5, Sep. 1994.

[49] Kahnert, A.: „Simulation gekoppelter dynamischer Systeme mit Hilfe der transienten numerischen Feldberechnung“, Dissertation an der TH Darmstadt, 1995.

[50] Oberretl, K.: „Die Oberfeldtheorie des Käfigmotors unter Berücksichtigung der durch die Ankerrückwirkung verursachten Statoroberströme und der parallelen Wicklungszweige“, AfE 49 (1965), S. 343-364.

[51] Rust, S.: „Einfluß synchroner Oberwellenmomente auf das Anlaufverhalten von Asynchronmotoren mit Käfigläufer“, Dissertation am Institut für Elektrische Maschinen und Antriebe der Universität Hannover, 1994.

[52] Küpfmüller, K.: „Einführung in die theoretische Elektrotechnik“, 13. verbesserte Auflage, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, etc., 1990.

[53] Buttkereit, H.; Jordan H. und Weis, M.: „Das Durchfahren von synchronen Drehmomentsätteln von Drehstromasynchronmotoren mit Käfigläufern“, EuM, Jg. 85, Heft 8, (1968), S. 350-354.

[54] Bonfert, K.: „Betriebsverhalten der Synchronmaschine“, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1962.

[55] Kappel, U.: „Einfluß des synchronen Satteldrehmomentes auf das Hochlaufverhalten eines Asynchronmotor-Antriebes mit Keilriemen“, Studienarbeit am Lehrstuhl MAL, Universität Dortmund, 1997.

[56] Oberretl, K.: „Neue Erkenntnisse über parasitäre Drehmomente in Käfigläufermotoren“, Bulletin Oerlikon Nr. 348 (1962), S. 130-155.

[57] Ponner, J.: „Skriptum zur Vorlesung Stromrichtertechnik I, II“, Universität Dortmund, 1990.

[58] Ponner, J. und Sikemma, U.: „Versuchsbeschreibung SRT 4 (Drehstromsteller)“, Universität Dortmund, 1994.

[59] Krawczyk, A.: „The application of FEM to transient problems of electromagnetic engineering“, Rozprawy Elektrotechniczne 29 (1983), (2), S. 331-344.

[60] Habiger, E., Schönfeld R., Stock, W. und Zenkel, D.: „Die Technik der elektrischen Antriebe, Grundlagen“, VEM-Handbuch, VEB Verlag Technik Berlin, 1963.

[61] Zurmühl, R.: „Praktische Mathematik für Ingenieure und Physiker“, 5. neubearbeitete Auflage, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1965.

[62] Ziegler, G.: „Maschinendynamik, Reihe Skripte Band 3“,
Westarp-Verlag für Wissenschaften, 1990.

[63] Oberretl, K.: „Entstehung von quasisynchronen Drehmomentsätteln in Asynchronmotoren durch Torsionsschwingungen zwischen Motor und Arbeitsmaschine“,
Technischer Bericht TB 97/1 am Lehrstuhl MAL, Fak. ET, Uni Dortmund.

[64] Reese, J.: „Nichtlineare Drehmomentschwingungen in Asynchronmotoren“,
Studienarbeit am Lehrstuhl TEM, Universität Dortmund, 1991.

[65] Zlamal, M.: „Finite element method in heat conduction problems“. In: „The mathematics of finite elements and applications“, Academic Press, New York (1976).

[66] Oberretl, K.: „Zur Frage der Blindleistung bei der Speisung eines Widerstandes *R* über Thyristoren“,
Technischer Bericht TB 87/6 am Lehrstuhl TEM, Universität Dortmund, 1987.

[67] Oberretl, K.: „Über Sättigungsoberfelder in Induktionsmaschinen“,
Elektrotechnik und Maschinenbau Bd. 78, H. 8, S. 285-294.

[68] Oberretl, K.: „Zahnbrüche und Zahnkräfte in Asynchronmotoren“,
Electrical Engineering 80 (1997), S. 309-323.

[69] Jaschke, R.: „Brems- und Pendelmomente in Asynchronmaschinen mit Drehstromsteller bei Ventilausfall“, Electrical Engineering 80 (1997), S. 135-144.

Lebenslauf

Personalien:	Meinolf Klocke geboren am 19. Mai 1966 in Osnabrück, Land Niedersachsen Familienstand: ledig
Schulausbildung:	1972 bis 1976 Johannisgrundschule in Hollage-Ost 1976 bis 1978 Orientierungsstufe, Thomas-Morus-Schule in Osnabrück-Haste 1978 bis 1985 Gymnasium Bramsche, (heute: Greselius-Gymnasium) Abschluß: Abitur
Militärdienst:	07/1985 bis 09/1986 Grundwehrdienst bei PzArtBtl 325, 4. Bttr, in Neuenkirchen/Schwanewede 03/1988, 12/1989, 10/1990, 27.03.1992 Mobilmachungsrahmenübungen
Studium:	10/1986 bis 09/1988 Grundstudium der Elektrotechnik an der Universität Dortmund 10/1988 bis 08/1992 Hauptstudium der Elektrotechnik an der Universität Dortmund Abschluß: Diplom
Berufstätigkeit:	seit 09/1992 wissenschaftlicher Angestellter am Lehrstuhl für Theoretische Elektrotechnik und Elektrische Maschinen der Universität Dortmund unter der Leitung von Prof. Dr. techn. K. Oberretl, seit 1996 Lehrstuhl für Elektrische Maschinen, Antriebe und Leistungselektronik unter der Leitung von Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. S. Kulig