

Regina BRUDER, Darmstadt

## **Ein didaktisches Konzept für nachhaltige mathematische Kompetenzentwicklung in aufgabenbasierten Lernumgebungen**

### **1. Was ist mit nachhaltiger Kompetenzentwicklung gemeint?**

Eine nachhaltige Förderung mathematischer Kompetenzen lässt sich insbesondere daran erkennen, dass die Lernenden

- mathematische Fragestellungen auch in Alltagssituationen erkennen und solche Fragestellungen formulieren und erläutern können,
- Mathematisierungsmuster und verschiedene heuristische Vorgehensweisen sowie Darstellungsarten zur Bearbeitung mathematischer Fragestellungen kennen und dass sie diese situations- und sachgerecht anwenden, interpretieren und begründen können,
- Anstrengungsbereitschaft und Reflexionsfähigkeit für ihr eigenes Handeln entwickeln.

Jedes dieser Ziele umfasst Intelligentes Wissen, Handlungskompetenz und Metakompetenz [1]. Bezogen auf das erst genannte Ziel, mathematische Fragestellungen erkennen und formulieren zu können, lassen sich diese Zielformate folgendermaßen konkretisieren:

*Intelligentes Wissen* wurde entwickelt, wenn die Lernenden in der Lage sind, die Frage zu beantworten: *In welche Richtungen kann man fragen?* (Wo ist Mathematik versteckt, wo hilfreich...). Dafür sollten sie „typische“ Mathematikerfragen kennen, die u.a. auch in Verbindung mit den fundamentalen Ideen der Mathematik stehen.

*Handlungskompetenz* wird benötigt und gefördert, wenn die Lernenden konkrete Fragen in einem Kontext finden und darstellen, was auf verschiedenen Orientierungsleveln (vgl. 2.) möglich ist.

Von *Metakompetenz* sprechen wir, wenn die Lernenden Beurteilungskriterien für mathematikhaltige Fragestellungen entwickeln bzw. bekannte Kriterien selbständig anwenden: *Wie kann man gegebene Situationen oder Zusammenhänge mathematisch beschreiben? Welche Vorteile, welchen Mehrwert kann eine mathematische Beschreibung bieten?*

Kompetenzförderung kann schließlich untersucht und gefördert werden:

- innerhalb eines Schuljahres über verschiedene Unterrichtsthemen bzw. Leitideen hinweg in horizontaler Verknüpfung (z.B. *Abschätzaufgaben in verschiedenen Kontexten*)

- innerhalb einer Leitidee, aber vertikal mit fachlicher Anreicherung an gelegt über mehrere Klassenstufen. (*Beispiel: Entfernungs- bzw. Abstandsbestimmungen*) [2]

Die in den KMK-Bildungsstandards ausgewiesenen 6 Kompetenzen lassen sich vor dem Hintergrund des sogenannten „Modellierungskreislaufs“ in den einzelnen Phasen gut verorten und geeignet zusammen führen. Es geht um folgende Phasen:

1 situiertes Strukturieren

2 Mathematisieren

3 Verarbeiten – mit mathematischen Werkzeugen umgehen

4 Interpretieren

5 Validieren.

## **2. Lerntheoretischer Hintergrund für ein Unterrichtskonzept zur nachhaltigen Kompetenzentwicklung**

Im Tätigkeitskonzept nach Lompscher u.a. [3] werden durch Lernmotive und (eigene) Lernziele Lernhandlungen ausgelöst, die sich unterscheiden in den Antrieben, in der Orientiertheit und im Verlauf. Sie werden erkennbar in den subjektiven Lernergebnissen und Handlungsprodukten. Individueller Lernfortschritt lässt sich dann so erklären:

Die/der Lernende stellt sich – angeregt durch eine Lernumgebung bzw. Lehrerinstruktion) eine Lernaufgabe und erarbeitet (konstruiert) sich seine Handlungsorientierung zur Bewältigung der Lernaufgabe (auf unterschiedlichem Niveau). Je umfassender und reichhaltiger die Lernaufgabe ist, je größer sind die Chancen, dass die entwickelte Orientierungsgrundlage einen größeren Allgemeinheitsgrad erreicht.

I Orientierung nach Versuch-Irrtum (Probierorientierung)

II Orientierung am Beispiel (Muster)

III Feldorientierung.

Lernfortschritt setzt also eine vom *Schüler verinnerlichte Lernaufgabe voraus und dokumentiert sich in der Erarbeitung von Orientierungsgrundlagen* für die entsprechenden Lernhandlungen - auf verschiedenen Niveaus.

Daraus ergeben sich Schlussfolgerungen für aufgabenbasierte Lernumgebungen für nachhaltiges Lernen von Mathematik [2]:

- Entwicklungsgemäße und entwicklungsfördernde Lernanforderungen (**bereit**) stellen

- Nicht nur anspruchsvolle Lernanforderungen stellen sondern auch zu deren Bewältigung **befähigen**.
- **Zieltransparenz** des Mathematikunterrichts für die Lernenden und deren Eltern mit klaren Informationen über Leistungserwartungen
- Klare **Strukturierung** des Unterrichts im Hinblick auf die zu lernenden Inhalte mit Reflexionselementen zur Beschreibung des Lernstandes

*Welche **Strategien** waren nützlich?*

*Welche **mathematischen Werkzeuge** haben uns geholfen, die Aufgabe zu lösen?*

Nach einer Dokumentation von Lösungswegen:

*Was ist das **Gemeinsame** aller Beispielaufgaben, die wir zuletzt bearbeitet haben? Worin **unterscheiden** sich die bearbeiteten Aufgaben voneinander?*

- Schaffen von **Lerngelegenheiten** für Selbsteinschätzungen der Schülerinnen und Schüler und für das individuelle und zunehmend eigenverantwortliche Schließen von Lücken im Basiswissen
- Effektiver Umgang mit der Lernzeit mit einem professionellen Klassenraum-**Management**
- **Kognitive Aktivierung** im Unterricht mit einem funktionalen Wechsel der Sozial- und Arbeitsformen
- Ein positives **Unterrichtsklima** mit einer lernförderlichen Arbeitsatmosphäre sowohl für Lernschwache als auch für Leistungsstarke und einer entsprechenden Gesprächs- und Feedback-Kultur.

### **3. Ein didaktischer Handlungsrahmen als Unterrichtskonzept**

Praktikable Wege zu nachhaltigem Lernen von Mathematik in heterogenen Lerngruppen zeigen die folgenden didaktischen Elemente:

- Intelligente regelmäßige Kopfübungen für die Grundlagensicherung
- Anforderungsgestufte Wahlmöglichkeiten, auch in Hausaufgaben[4],
- Aufgaben öffnen: „Blütenmodell“ [4]  
(selbst differenzierend, zum Lernen und Leisten geeignet)
- Schüler werden zu Experten – motivierende Fragestellungen
- Reflexion: Was hat uns geholfen, die Aufgabe zu lösen?
- Systematisierungen: Was können/wissen wir schon? [5]

Beispiel für eine auch testgeeignete „Blütenaufgabe“ ab etwa Klasse 7 mit Grundaufgabe, Umkehraufgabe und schwieriger Bestimmungsaufgabe:

Torsten hat sich einen Zaubertrick ausgedacht. Er sagt: „Denke dir eine Zahl. Verdopple deine Zahl und addiere 9. Multipliziere das Ganze nun mit 4 und ziehe 36 ab.“

Torsten behauptet, dass er anhand des Ergebnisses sofort die gedachte Zahl benennen kann.

- a) Jan denkt sich die Zahl 5. Welches Ergebnis nennt er Torsten?
- b) Beim nächsten Versuch hat Jan das Ergebnis 64. Welche Zahl hatte er sich gedacht?
- c) Wie kann Torsten schnell und einfach die gedachte Zahl berechnen? Erkläre, warum dieser Trick *immer* funktioniert.

Zu den Unterstützungsangeboten unserer aktuellen Fortbildungsprojekte für Mathematiklehrkräfte zur Kompetenzentwicklung der Schülerinnen und Schüler ([www.proLehre.de](http://www.proLehre.de)) gehören eine Aufgabendatenbank [www.madaba.de](http://www.madaba.de) und eine Plattform für erprobtes Unterrichtsmaterial [www.problemloesenlernen.de](http://www.problemloesenlernen.de).

## Literatur

- [1] Weinert, F.E. (1996): Lerntheorien und Instruktionsmodelle. In: Weinert, F. E. (Hrsg.): Psychologie des Lernens und der Instruktion: Enzyklopädie der Psychologie, D, Serie Pädagogische Psychologie, Bd. 2, Göttingen: Hogrefe, S. 1-48.
- [2] Bruder, R. (2006): Langfristiger Kompetenzaufbau. In: Blum, W., Drüke-Noe, C., Hartung, R. & Köller, O. (Hrsg.): Bildungsstandards Mathematik: konkret. Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen, Fortbildungsideen. S. 135-151. Berlin: Cornelsen Scriptor.
- [3] Lompscher, J. & Irrlitz, L. (1985). Persönlichkeitsentwicklung in der Lerntätigkeit
- [4] Bruder, R., Komorek, E. (2007): Aufgaben für Hausaufgaben. In: mathematik lehren 140, Fredrich Verlag, S. 11-17
- [5] Neupärtl, A. & Bruder, R. (2005): Systematisierungen mit mind maps. [www.proLehre.de](http://www.proLehre.de), Rubrik Lehrerfortbildungskurse