Abstract

Eine verallgemeinerte Tetraedergruppe ist gegeben durch folgende Präsentierung:

$$\langle x, y, z \mid x^l = y^m = z^n = W_1^p(x,y) = W_2^q(y,z) = W_3^r(x,z) = 1\rangle.$$

Diese Gruppen spielen in verschiedenen Kontexten eine wichtige Rolle, unter anderem als Fundamentalgruppen von gewissen hyperbolischen Orbifaltigkeiten oder als Untergruppen von verallgemeinerten Dreiecksgruppen.
Die Tits-Alternative geht auf ein Theorem von J. Tits zurück und besagt, dass eine endlich erzeugte lineare Gruppe entweder eine nicht-abelsche freie Untergruppe enthält oder virtuell auflösbar ist, d. h. sie enthält eine auflösbare Untergruppe von endlichem Index.
Durch das Spelling Theorem von Howie und Kopteva ist eine Einteilung der verallgemeinerten Tetraedergruppen in hyperbolische, euklidische und sphärische Gruppendreiecke möglich. Sowohl für die hyperbolischen als auch euklidischen Gruppendreiecke wurde die Tits-Alternative nachgewiesen.
In dieser Arbeit wird der sphärische Fall betrachtet, sofern $(p, q, r) \neq (2, 2, 2)$. Hauptsächlich wird durch wesentliche Darstellungen ein nicht-elementares Bild in der $\mathrm{PSL}(2, \mathbb{C})$ erzeugt und mittels des Fortsetzungssatzes die Existenz einer freien Untergruppe gezeigt. Aber auch durch Faktorgruppen- und Untergruppenbetrachtungen wird die Gültigkeit der Tits-Alternative nachgewiesen.