

Zum Einfluss der Zwangsschnittgrößen aus Temperatur bei Tragwerken aus Konstruktionsbeton mit und ohne Vorspannung

Von der Fakultät Bauwesen der Technischen Universität Dortmund genehmigte

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Andreas Arnold

Vorsitzender der Prüfungskommission: Prof. Dr.-Ing. A. Ötes

1. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. R. Maurer

2. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. J. Hegger

Tag der mündlichen Prüfung: 05.05.2008

Dortmund 2008

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit am Lehrstuhl für Betonbau an der Technischen Universität Dortmund.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Reinhard Maurer danke ich für die mir zuteil gewordene Unterstützung, die vielfältigen Anregungen sowie die stets vorhandene Diskussionsbereitschaft.

Bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Hegger möchte ich mich für die Übernahme des Koreferates bedanken.

Ich bedanke mich bei allen Kollegen am Lehrstuhl für Betonbau sowie im Büro KHP für die fruchtbare Zusammenarbeit und Unterstützung, insbesondere bei Gudrun Djouahra für die stets interessanten und intensiv geführten Diskussionen.

Die Arbeit wurde durch den Deutschen Ausschuss für Stahlbeton im Rahmen des Forschungsvorhabens V438 „Einfluss der Zwangsschnittgrößen aus Temperatur im Grenzzustand der Tragfähigkeit bei Tragwerken aus Konstruktionsbeton mit und ohne Vorspannung“ gefördert. Auch ihm gebührt mein Dank.

Nicht zuletzt danke ich meiner Frau Verena, sowie meinen Eltern Almut und Klaus Arnold für die umfassende Unterstützung. Ohne sie wäre diese Arbeit niemals möglich gewesen.

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	5
1 Problemstellung und Zielsetzung	7
1.1 Allgemeines	7
1.2 Temperatureinwirkungen auf Betonbrücken	8
Bemessungskonzept nach DIN 1045-1	9
1.3 Bemessungskonzept nach DIN-Fachbericht 102	10
1.4 Regelungen nach DIN 1075	12
1.5 Auswirkungen des derzeitigen Nachweiskonzeptes auf die Bemessung	12
2 Bisherige Untersuchungen zu kombinierten Beanspruchungen infolge Last und Zwang	14
2.1 Allgemeines	14
2.2 Temperatur- bzw. kombinierte Temperatur-Last-Beanspruchung	14
2.3 Schnittgrößenumlagerung und Zwangabbau	19
3 Rechenmodell	21
3.1 Allgemeines	21
3.2 Räumliches Stabelement	21
3.3 Nichtlineare Schnittgrößenermittlung	23
3.3.1 Allgemeines	23
3.3.2 Nichtlineare Steifigkeiten bei Stahl- und Spannbetonquerschnitten	23
4 Modellierung des Stahlbeton Werkstoffverhaltens	28
4.1 Beton	28
4.2 Betonstahl, Spannstahl	30
4.3 Berücksichtigung der Betonzugfestigkeit und der Verbundwirkung	32
4.4 Einfluss einer Schubrissbildung	34
5 Sicherheitskonzept für nichtlineare Berechnungen	37
6 Verifikation Rechenmodells durch Versuchsnachrechnungen	38
6.1 Allgemeine Erläuterungen	38
6.2 Versuche mit Stahlbetonbalken	38
6.3 Versuche mit Spannbetonbalken	51
6.3.1 Versuche von Zink	51
6.3.2 Versuche von Eibl, Mora, Strauß	57
6.4 Wertung	61
7 Verhalten unter kombinierter Last-Zwang-Beanspruchung	62
7.1 Einführende Erläuterungen	62
7.2 Betrachtungen auf Querschnittsebene	69
7.2.1 Allgemeines	69
7.2.2 Einfluss der Querschnittsform und des Bewehrungsgrades	72
7.2.3 Einfluss einer Vorspannung	83
7.2.4 Einfluss der Betondruckfestigkeit	86
7.2.5 Einfluss der Betonzugfestigkeit	88
7.2.6 Zusammenfassung und Schlussfolgerungen	90
7.3 Betrachtungen auf Bauteilebene	91

7.3.1	Untersuchungen am Referenzbalken	91
7.3.2	Einfluss des mechanischen Bewehrungsgrades	101
7.3.3	Einfluss der Duktilität der Betondruckzone	103
7.3.4	Einfluss der Querschnittsform.....	106
7.3.5	Einfluss einer Vorspannung.....	112
7.3.6	Einfluss einer planmäßigen Momentenumlagerung	117
7.4	Maximal aufnehmbare Temperaturbeanspruchung bei konstantem Lastniveau	125
7.5	Einfluss einer zusätzlichen Temperaturdifferenz auf die Systemtraglast.....	128
7.6	Einfluss einer zusätzlichen Temperaturbeanspruchung auf die Rissbreite im Gebrauchszustand.....	129
8	Untersuchungen an Betonbrücken	143
8.1	Stahlbetonrahmen.....	143
8.1.1	Allgemeines	143
8.1.2	Untersuchungen am Bezugssystem	145
8.1.3	Bemessung ohne ΔT_M und ΔT_N	156
8.2	Zweistegige Plattenbalkenbrücke aus Spannbeton	161
8.2.1	Allgemeines	161
8.2.2	Untersuchungen am Bezugssystem	163
8.2.3	Einfluss der Dehnungsbegrenzung.....	173
8.2.4	Einfluss des Vorspanngrades	175
8.2.5	Einfluss des Elastizitätsmoduls des Betons (E_{cm}).....	177
8.2.6	Einfluss der Betonzugfestigkeit.....	179
8.2.7	Einfluss einer zusätzlichen Temperaturbeanspruchung auf die Größe der Systemtraglast.....	180
8.2.8	Maximal aufnehmbare Temperaturbeanspruchung	181
8.3	Spannbetonrahmenbrücke.....	183
8.3.1	Tragsystem und Belastung	183
8.3.2	Verhalten unter einer kombinierten Last-Zwang-Beanspruchung	186
8.3.3	Einfluss der Temperaturbeanspruchung auf die Systemtraglast.....	194
8.3.4	Maximal aufnehmbare Temperaturbeanspruchung	195
9	Auswertung	197
9.1	Zielsetzung.....	197
9.2	Abbau der Zwangsschnittgrößen beim Verbundbaustoff Stahlbeton	199
9.2.1	Zwangabbau durch Rissbildung	199
9.2.2	Abbau des Zwangs durch plastische Verformungen – Fließen der Bewehrung.....	201
9.3	Rissbreite bei kombinierter Beanspruchung aus Last und Zwang.....	210
9.4	Besonderheiten bei kurzen Rahmenbrücken aus Stahlbeton	213
10	Zusammenfassung und Ausblick	215
	Literatur	217
	Formel- und Abkürzungsverzeichnis	221

1 Problemstellung und Zielsetzung

1.1 Allgemeines

Im Hinblick auf die Beanspruchungen durch Schnittgrößen bei den Tragwerken des Betonbaus lassen sich grundsätzlich folgende Arten von Einwirkungen unterscheiden:

- Lasten und Kräfte
- Vorspannung
- Zwängungen

Bei statisch unbestimmten Systemen sind die Schnittgrößen infolge von Lasten und Kräften sowie die statisch unbestimmten Schnittgrößen aus Vorspannung abhängig von den Steifigkeitsverhältnissen. Bei einem Abfall der Steifigkeit durch Rissbildung oder durch nichtlineares Materialverhalten kommt es lediglich zu Umlagerungen dieser Schnittgrößen.

Im Unterschied dazu sind Zwangsschnittgrößen – z.B. infolge von behinderten Verformungen aus Temperatureinwirkungen – direkt proportional zur absoluten Systemsteifigkeit. Darüber hinaus sind sie ebenfalls von den Steifigkeitsverhältnissen abhängig. Die im Betonbau beanspruchungsabhängige Querschnitts- und Systemsteifigkeit wird bereits durch Rissbildung stark reduziert. Bei sehr duktilen Systemen kann nach dem Fließbeginn des Stahls die Ausbildung von Fließzonen im Grenzzustand der Tragfähigkeit einen vollständigen Abfall der Systemsteifigkeit zur Folge haben. Zwangbeanspruchungen sind mithin nicht proportional zur Größe der Verformungseinwirkung. Bei ausreichend duktilen Systemen mit ausgeprägter Fließzonenbildung bis hin zur Ausbildung einer Fließgelenkkette werden im Grenzzustand der Tragfähigkeit die Zwangbeanspruchungen nahezu vollständig abgebaut und brauchen daher bei den Nachweisen nicht berücksichtigt zu werden (Bild 1).

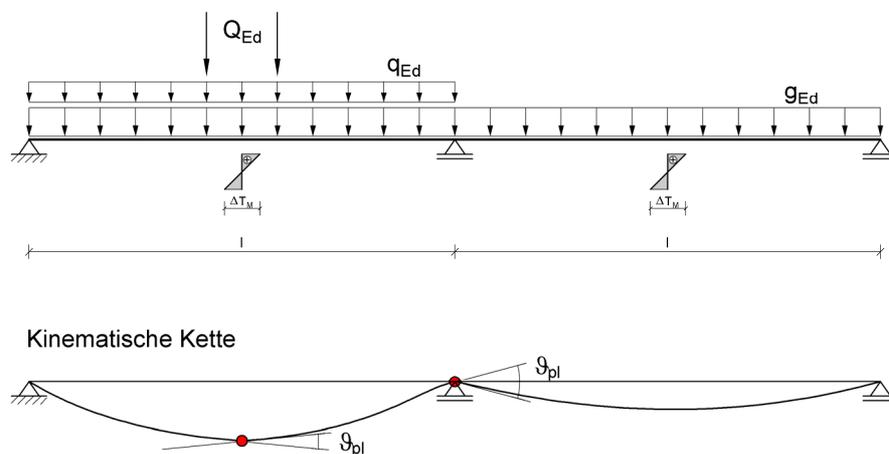
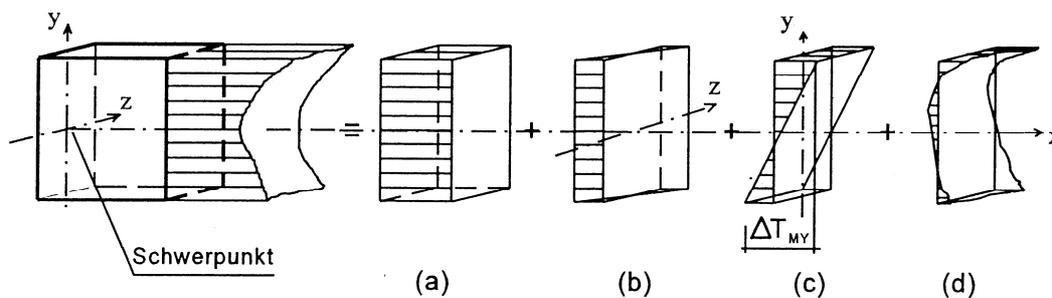


Bild 1 Bei der Ausbildung einer Fließgelenkkette werden die Zwangsschnittgrößen vollständig abgebaut

Ziel des Forschungsvorhabens ist es, durch wirklichkeitsnahe Berechnungen unter Berücksichtigung von materialbedingten Nichtlinearitäten sowie beanspruchungsabhängiger Steifigkeiten für Stabtragwerke aus Stahlbeton und Spannbeton zu ermitteln, wie stark der Zwang im Grenzzustand der Tragfähigkeit abgebaut wird. Normativer Bezug sind DIN 1045-1 [10] und DIN-Fachbericht 102 [16]. Bei den nachfolgenden Untersuchungen stehen insbesondere Betonbrücken im Mittelpunkt des Interesses.

1.2 Temperatureinwirkungen auf Betonbrücken

Die klimatischen Einflüsse wie z.B. tägliche und jahreszeitliche Schwankungen der Außenlufttemperatur, Sonneneinstrahlung, Regen, Schnee usw. verursachen Änderungen der Temperaturverteilung in Brückenüberbauten [58]. Diese lassen sich in Form eines Temperaturprofils darstellen, welches üblicherweise in die Anteile $-\Delta T_N$, ΔT_M , ΔT_E – zerlegt wird (Bild 2).



- a) Konstanter Temperaturanteil ΔT_N
- b) Linear veränderlicher Temperaturanteil ΔT_{Mz}
- c) Linear veränderlicher Temperaturanteil ΔT_{My}
- d) Nichtlineare Temperaturverteilung ΔT_E

Bild 2 Anteile des Temperaturprofils

Die Temperatureinwirkungen auf Brücken waren vor der Einführung der DIN-Fachberichte zunächst seit 1979 in der DIN 4227, später ab 1985 in der DIN 1072 geregelt. Der bei üblichen Durchlaufträgern hauptsächlich Zwängungsschnittgrößen erzeugende linear veränderliche Temperaturanteil ΔT_M wurde erst mit der Neueinführung der DIN 1072 im Jahre 1985 [13] berücksichtigt.

Aktuell sind die Temperatureinwirkungen in DIN 1055-7 [12] bzw. für Brücken im derzeit gültigen DIN-FB 101, Kap. V [15] geregelt. Dabei ist für Brücken in der Regel sowohl eine über den Querschnitt konstante Temperaturänderung ΔT_N , als auch eine über den Querschnitt linear veränderliche Temperaturdifferenz ΔT_M anzusetzen. Die beiden Einwirkungen können mit den Beiwerten ω_N und ω_M kombiniert werden. Nichtlineare Temperaturanteile ΔT_E dürfen i. A. vernachlässigt werden.

Kombinationswerte für ΔT_N und ΔT_M :

$$\omega_N = 0,35$$

$$\omega_M = 0,75$$

Teilsicherheitsbeiwert (DIN-FB 101, C.2.3, Tab. C1) $\gamma_Q = 1,5$

Kombinationsbeiwert (DIN-FB 101, C.2.4, Tab. C2) $\psi_0 = 0,8$ (falls nachweisrelevant)

Durchgeführte Temperaturmessungen an Bauwerken bestätigten die Größenordnung der nach DIN-FB 101 anzusetzenden charakteristischen Werte [41].

Bemessungskonzept nach DIN 1045-1

DIN 1045-1 lässt folgende Verfahren der Schnittgrößenermittlung zu:

- linear elastische Verfahren
- linear-elastische Verfahren mit Umlagerung
- Verfahren nach der Plastizitätstheorie
- Nichtlineare Verfahren

Bei der Kombination der Einwirkungen im GZT gehen für die Temperatureinwirkungen folgende Teilsicherheits- und Kombinationsbeiwerte in den Nachweis ein:

Teilsicherheitsbeiwert (DIN 1055-100) [11] $\gamma_Q = 1,5$ bzw. $\gamma_Q = 1,0$ ¹⁾

Kombinationsbeiwert (DIN 1055-100, Tab. A.2) $\psi_0 = 0,6$

Die Regelungen der DIN 1045-1 bieten also dem Anwender die Möglichkeit, die Zwangsschnittgrößen durch eine wirklichkeitsnahe nichtlineare Berechnung zu erfassen. Da nichtlineare Berechnungen jedoch immer noch recht aufwändig und in der Praxis i. A. trotz zunehmender Verbreitung entsprechender Programmsysteme nicht die Regel sind, soll nachfolgend untersucht werden, um wieviel die Zwangsschnittgrößen infolge von Temperatureinwirkungen auf der Grundlage einer linearen Schnittgrößenermittlung bei der Bemessung im GZT abgemindert werden dürfen.

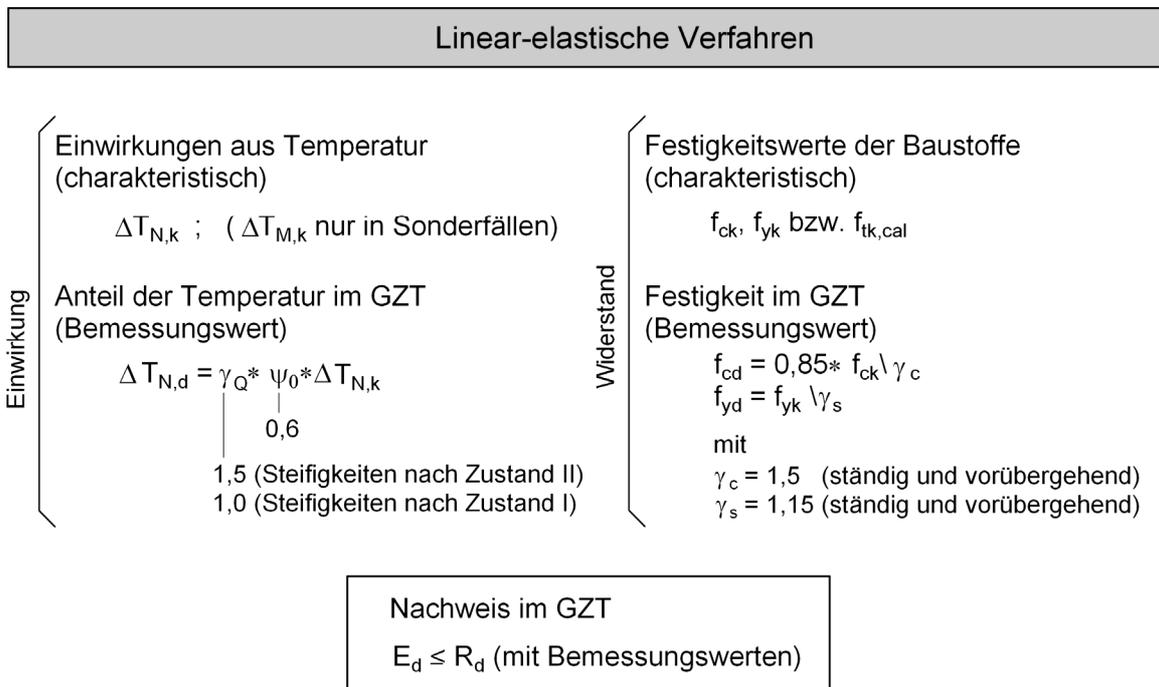


Bild 3 Nachweisverfahren und Sicherheitskonzept für das linear-elastische Verfahren nach DIN 1045-1 für den allgemeinen Hochbau (GZT: Grenzzustand der Tragfähigkeit)

¹⁾ bei linear-elastischer Schnittgrößenermittlung mit den Steifigkeiten nach Zustand I siehe DIN 1045-1, 5.3.3 (3)

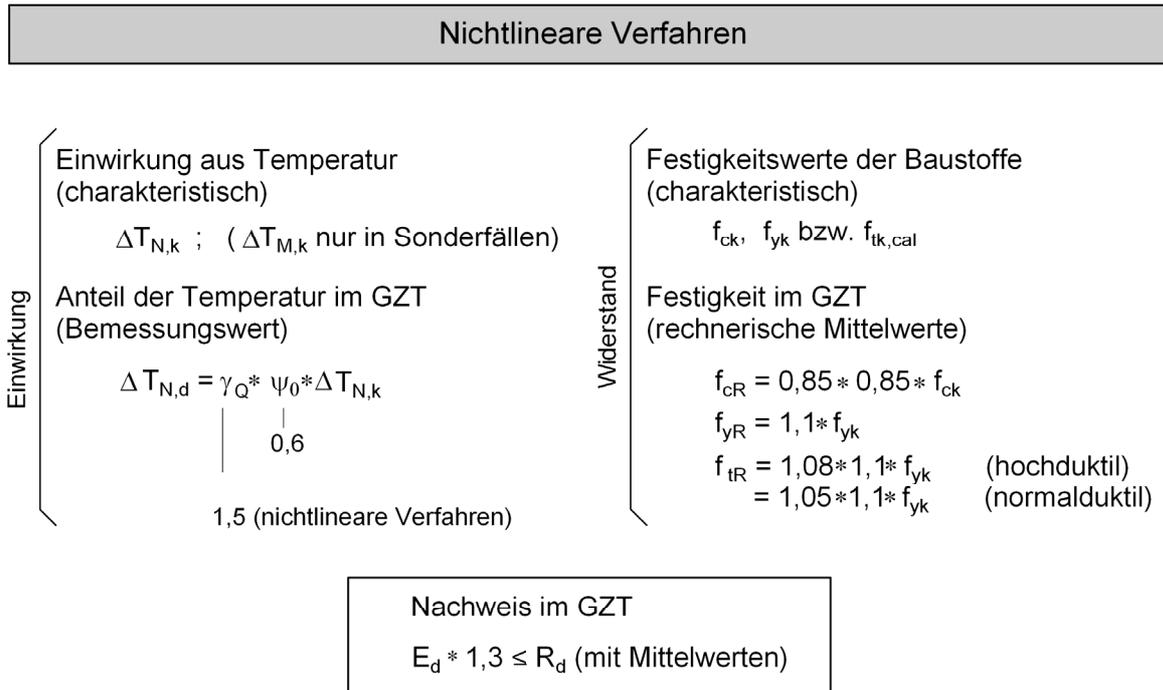


Bild 4 Nachweisverfahren und Sicherheitskonzept für das nichtlineare Verfahren nach DIN 1045-1 für den allgemeinen Hochbau (GZT: Grenzzustand der Tragfähigkeit)

1.3 Bemessungskonzept nach DIN-Fachbericht 102

Für die Schnittgrößenermittlung bei Brücken dürfen im Allgemeinen nur lineare Verfahren mit und ohne begrenzte Umlagerung der Schnittgrößen angewendet werden, DIN-FB 102, 2.5.3.4.1. Bei der Ermittlung von Zwangsschnittgrößen infolge indirekter Einwirkungen dürfen die Steifigkeiten nach Zustand II mit nichtlinearen Verfahren abgeschätzt werden.

Darüber hinaus enthält DIN-FB 102, 2.3.2.2, (102) P folgende Aussage:

Im Grenzzustand der Tragfähigkeit ist es erforderlich, Zwangsschnittgrößen aus klimatischen Temperatureinwirkungen zu berücksichtigen.

Dies gilt jedoch nicht für Tragwerke, für die im Grenzzustand der Tragfähigkeit der Abbau der Zwangsschnittgrößen infolge klimatischer Temperatureinwirkungen gewährleistet ist, wie z. B. übliche Durchlaufträger mit gleichmäßigen Spannweitenverhältnissen, die ohne nennenswerte Momentenumlagerung bemessen werden.

Der letzte Absatz wird durch die Regelungen des ARS 11/2003 [3] außer Kraft gesetzt. Das ARS 11/2003 (7) enthält hierzu folgende ergänzende Regelung:

Zwangsschnittgrößen sind bei den Nachweisen des Grenzzustandes der Tragfähigkeit zu berücksichtigen. Sofern kein genauere Nachweis erfolgt, dürfen sie mit den 0,6fachen Werten der Steifigkeit des Zustandes I berechnet werden. Erfolgt ein genauere Nachweis gemäß DIN-FB 102, so sind mindestens die 0,4fachen Werte der Steifigkeit des Zustandes I anzuwenden.

Damit beträgt der Faktor zur Steifigkeitsabminderung gemäß ARS 11/2003

$$\eta = 0,6 \quad (\text{ohne genauen Nachweis})$$

$$\eta = 0,4 - 0,6 \quad (\text{bei Abschätzung der Steifigkeit mit nichtlinearen Verfahren})$$

Eine Differenzierung nach Stahlbeton- und Spannbetontragwerken erfolgt bei der Steifigkeitsabminderung ohne genauen Nachweis ($\eta = 0,6$) nicht, obwohl der Vorspanngrad einen erheblichen Einfluss auf den Abbau der Steifigkeiten durch die Rissbildung im Zustand II hat. Daher soll auch dieser Einfluss nachfolgend systematisch untersucht werden.

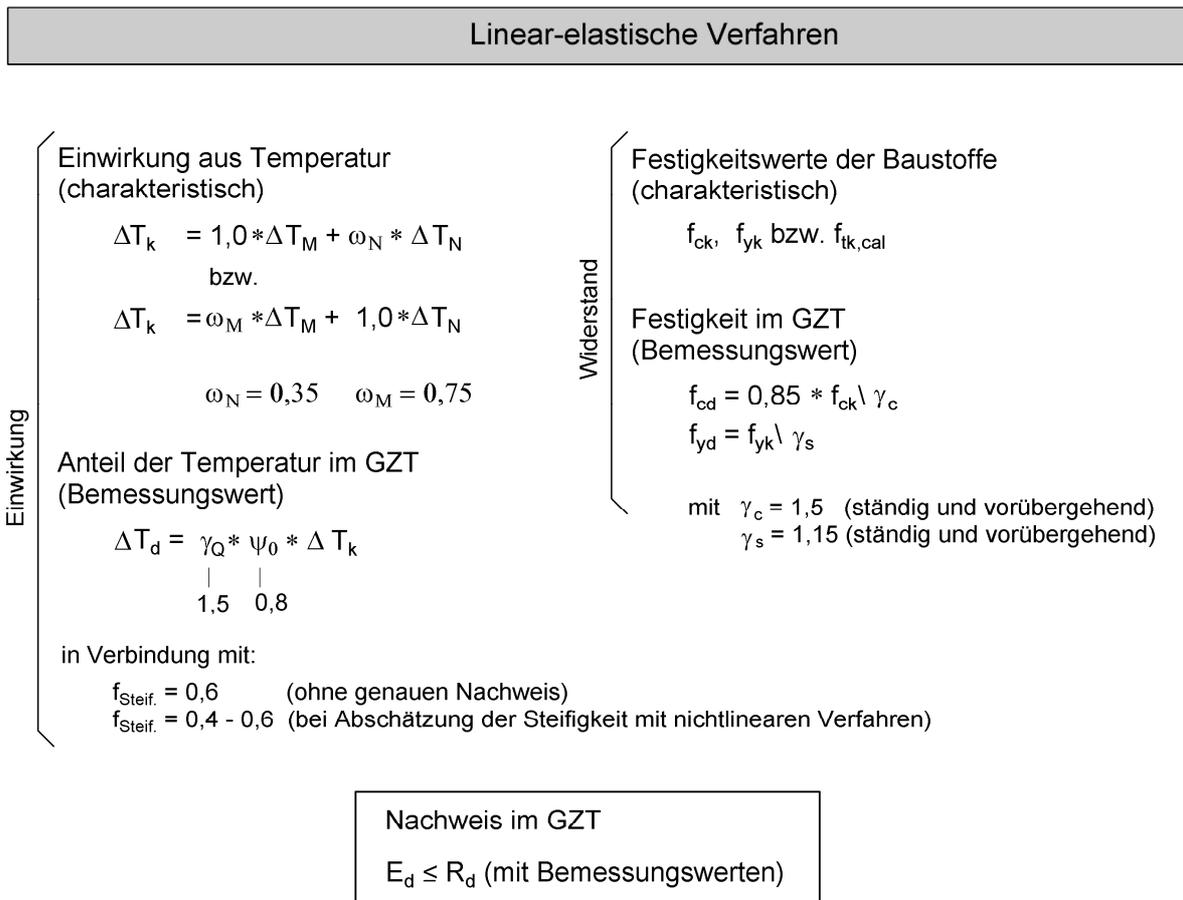


Bild 5 Nachweisverfahren und Sicherheitskonzept nach DIN-FB 102 mit Ergänzungen durch ARS 11/2003

Die derzeitigen Regelungen zeigen, dass unter den beteiligten Fachleuten offensichtlich keine einheitliche Auffassung besteht, ob der Lastfall Temperatur im GZT vollständig vernachlässigbar ist. Ziel der Arbeit ist es daher, die für die Klärung maßgebenden mechanischen Grundlagen zu erarbeiten und die Zusammenhänge für Stabtragwerke aus Stahlbeton und Spannbeton systematisch zu untersuchen.

1.4 Regelungen nach DIN 1075

DIN 1075 (Ausgabe 1981) [14] bzw. Ergänzende Bestimmungen ARS 10/89 [2]:

Abschnitt 7.1.2 Widerlager in Verbindung mit dem Überbau:

Sind die flach gegründeten Widerlager von Platten- und Balkenbrücken aus Stahlbeton mit dem Überbau ausreichend verbunden, so darf vereinfachend für die Bemessung der Widerlager und deren Fundamente – bei Straßenbrücken bis etwa 20 m, bei Eisenbahnbrücken bis etwa 10 m – an der Widerlager-Oberkante gelenkige Lagerung und an dem Fundament für das Einspannmoment der Wand volle Einspannung angenommen werden. Für das Feldmoment der Wand ist dann als zweiter Grenzfall am Fundament gelenkige Lagerung anzunehmen.

Zwangschnittkräfte dürfen vernachlässigt werden.

D.h. bei Durchläßen und kleinen Rahmenbauwerken, bei Straßenbrücken bis etwa 20 m Spannweite, brauchen die Zwangschnittgrößen bei der Bemessung nicht berücksichtigt werden.

1.5 Auswirkungen des derzeitigen Nachweiskonzeptes auf die Bemessung

Anhand des nachfolgenden Beispiels einer Rahmenbrücke soll gezeigt werden, welchen Einfluss die Berücksichtigung des Lastfalls Temperatur nach den derzeit gültigen Regelungen des DIN-FB 102 auf die Bemessung und somit auf die einzulegende Bewehrungsmenge hat.

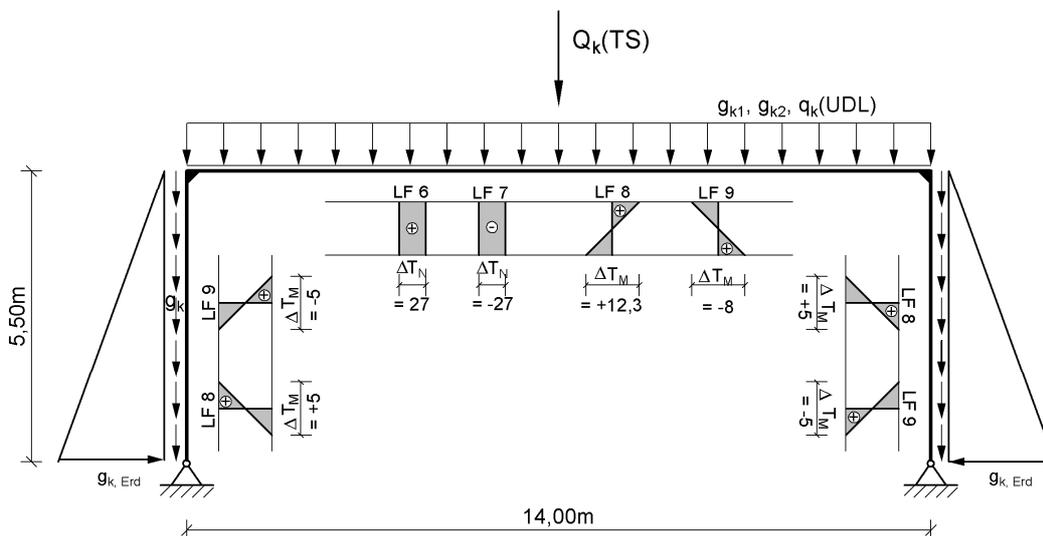


Bild 6 System einer Rahmenbrücke

Beim Nachweis des kleinen Rahmentragwerks sind im Gegensatz zur DIN 1075 [14] Temperaturlastfälle mit konstanter Temperaturänderung ΔT_N und mit linear verteilter Temperaturänderung ΔT_M zu berücksichtigen.

Für den Rahmenriegel wurde die erforderliche Bewehrung mit und ohne Temperatureinwirkung ermittelt (siehe Tabelle 1).

Tabelle 1 Ergebnisse der Rahmenberechnung (linear-elastische Berechnung nach Zustand I)

Rahmenriegel: Schnittgrößen und erforderliche Bewehrung					
		M_{Ed} [kNm/m]	N_{ED} [kN/m]	erf. a_s [cm ² /m]	
Rahmen- ecke	GZT – ohne T	-671	-169	20,2	100 %
	GZT – mit T	-769	-187	23,6	117 %
Riegel- mitte	GZT – ohne T	671	169	20,3	100 %
	GZT – mit T	806	-144	25,5	125 %

Die statisch erforderliche Bewehrung bei Berücksichtigung der Temperatur liegt deutlich (i.M. ca. 20 %) höher als die erforderliche Bewehrung für den Fall ohne Temperatureinwirkung. Dies zeigt, dass in Fällen, in denen der Nachweis im GZT maßgebend ist, bei derartigen Bauwerken durchaus ein Einsparpotential vorhanden ist.

Es gibt Fälle, in denen nicht der Nachweis im GZT, sondern der Nachweis zur Begrenzung der Rissbreiten im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (GZG) maßgebend wird. Die Anforderungen an die rechnerische Rissbreite werden vom Bauherrn festgelegt. Das ARS 11/2003 [3] fordert eine rechnerische Rissbreite für Stahlbetonbauteile von $w_k \leq 0,2$ mm unter der maßgebenden Einwirkungskombination (häufige Einwirkung). Dabei ist für die Ermittlung der Zwangsschnittgrößen die volle Steifigkeit der ungerissenen Querschnitte anzusetzen. Oder die Steifigkeiten dürfen alternativ mit nichtlinearen Verfahren nach Zustand II abgeschätzt werden.

Tatsächlich befinden sich zumindest die Tragwerke in Stahlbetonbauweise bereits im Gebrauchszustand in der Regel im gerissenen Zustand. Die daraus resultierende Reduzierung der Steifigkeit und somit auch der auftretenden Zwangsschnittgrößen kann mit nichtlinearen Verfahren erfasst werden.

2 Bisherige Untersuchungen zu kombinierten Beanspruchungen infolge Last und Zwang

2.1 Allgemeines

Das Augenmerk liegt auf der Reduzierung der Zwangsschnittgrößen nach dem Übergang in den gerissenen Zustand II. Besonders interessant sind Untersuchungen, die Aussagen bezüglich des Einflusses der Temperatur auf die Traglast treffen. Dabei ist grundsätzlich zwischen Stahlbeton- und Spannbetonbauwerken zu unterscheiden, da die Spannbetonbauwerke auf Grund der Vorspannung in der Regel auf Gebrauchslastniveau wesentlich steifer sind und somit die Zwangsschnittgrößen erst auf einem höheren Lastniveau durch einen Steifigkeitsabfall infolge Rissbildung abgebaut werden.

Im Grenzzustand der Tragfähigkeit stellen sich bei statisch unbestimmten Tragwerken unter Lastbeanspruchung zusätzlich Schnittgrößenumlagerungen infolge der Ausbildung plastischer Zonen ein. Wenn diese bei der Schnittgrößenermittlung gezielt angesetzt werden sollen (nichtlineare Verfahren, Plastizitätstheorie), muss eine ausreichende Duktilität und Rotationsfähigkeit in den Fließzonen bzw. idealisierten plastischen Gelenken gegeben sein.

Nachfolgend werden sowohl experimentelle als auch theoretische Untersuchungen ausgewertet, die den Abbau der Zwangsschnittgrößen unter gleichzeitiger Lastbeanspruchung infolge von Steifigkeitsänderungen zum Gegenstand haben.

2.2 Temperatur- bzw. kombinierte Temperatur-Last-Beanspruchung

Falkner

Falkner [23] untersucht experimentell unter anderem auch die entstehenden Zwangkräfte bei einem reinen Zugstab aus Stahlbeton bei Temperaturänderung (Abkühlung) mit konstanter Temperaturverteilung über den Querschnitt ($\Delta T_N = -60 \text{ °K}$). Die in den Versuchen gemessenen Zwangkräfte betragen infolge der Rissbildung nur etwa 11% der berechneten Zwangnormalkräfte nach Zustand I.

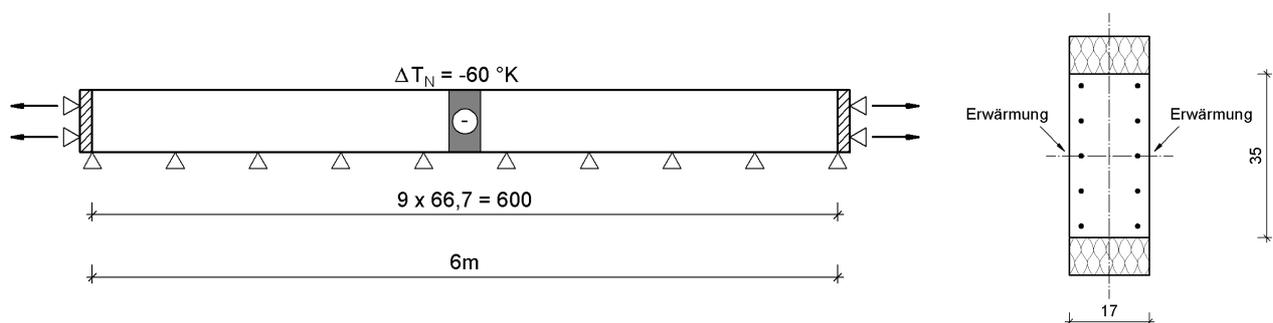


Bild 7 Untersuchtes System nach [23]

Holschemacher

Holschemacher [27] führt theoretische Untersuchungen an einem Zweifeldträger aus Stahlbeton unter Linienlast und Temperatureinwirkung $\Delta T_M = 35 \text{ °K}$ durch. Das angesetzte Lastniveau der Untersuchung liegt bei 70% der Bruchlast, d.h. im Gebrauchslastbereich.

Die im Rechenmodell angenommenen Materialkennwerte basieren auf Mittelwerten. Für den Beton auf Druck wurde eine nichtlineare Spannungs-Dehnungslinie angesetzt. Die Betonzugfestigkeit sowie der Verbund gehen über die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen in die Verformungsberechnung und Bestimmung der Bauteilsteifigkeiten ein. Die Verformungsberechnung erfolgt iterativ mit Hilfe einer linearisierten Schnittkraft-Verformungs-Beziehung.

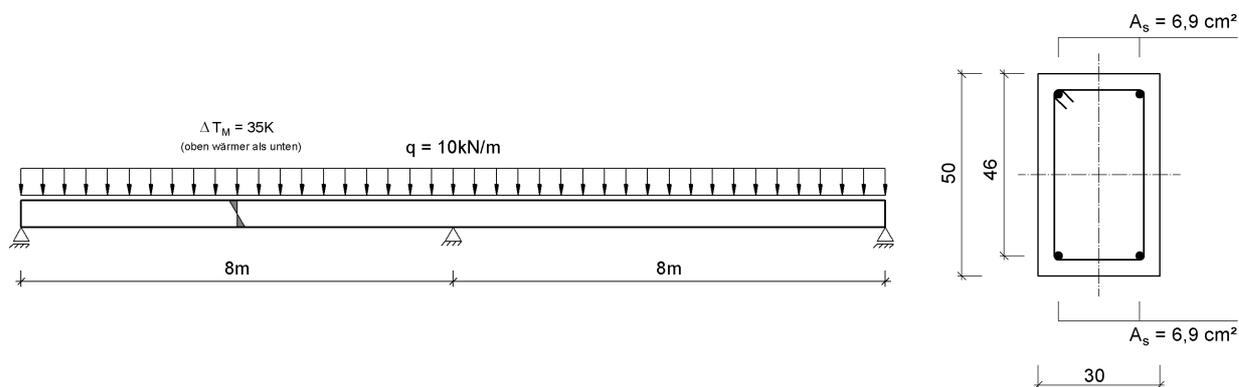


Bild 8 Untersuchtes System Holschemacher

Exemplarisch stellt Holschemacher die Ergebnisse einer solchen Iterationsberechnung an einem Zweifeldträger dar. Während sich die Stütz- und Feldbereiche im gerissenen Zustand II befinden, sind unter dem untersuchten Lastniveau noch Bereiche mit geringer Momentenbeanspruchung unterhalb des Rissmomentes und der vollen Biegesteifigkeit nach Zustand I vorhanden. Die Biegesteifigkeit des Trägers sinkt im Bereich über der Stütze auf 23% und im Feldbereich auf 42% seiner Steifigkeit nach Zustand I ab.

Das durch den Temperaturunterschied auftretende Zwangmoment über der Stütze beträgt nur ca. 25% des berechneten Zwangmoments nach Zustand I.

Alavizadeh-Farhang

Alavizadeh-Farhang [1] untersucht unter anderem das Tragverhalten von Stahlbetonbalken unter kombinierter Last- und Temperaturbeanspruchung. Die durchgeführten Versuche fanden an einem statisch unbestimmt gelagerten Träger mit Teileinspannung statt.

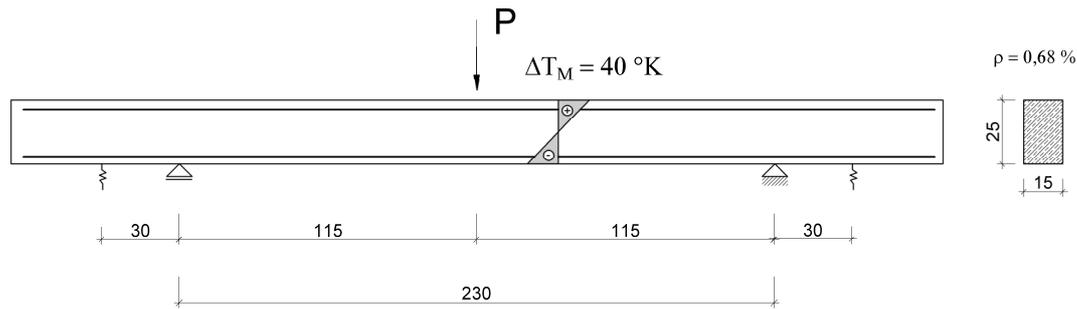


Bild 9 Versuchsaufbau von Alavizadeh-Farhang

Wesentliche Ergebnisse seiner experimentellen Untersuchungen im GZT sind:

Es kann infolge einer zusätzlichen Temperaturbeanspruchung nur eine minimale Reduktion der Versagenslast festgestellt werden (ca. 5%). Dieser Abfall liegt noch im üblichen Streubereich für die Traglast, der sich aus den Streuungen der Materialeigenschaften ergibt.

Hingegen hat die zusätzliche Temperaturbeanspruchung einen Einfluss auf die Rotationsfähigkeit des Balkens. Die Temperatureinwirkung verbraucht einen Teil der verfügbaren plastischen Dehnungen im Bereich der Fließzonen und damit einen Teil der verfügbaren Rotationskapazität, welche ansonsten noch für die Aufnahme von weiteren Laststeigerungen zur Verfügung stände.

Joleka

Joleka [28] untersuchte experimentell statisch unbestimmte Stahlbetonbalken unter kombinierter Last- und Zwangbeanspruchung aus Temperatur ($\Delta T_M = 80 \text{ °K}$) im GZG und im GZT.

In den Versuchsreihen 1a und 1c wurden Balken ohne Temperatur, mit positivem Temperaturunterschied $\Delta T_M = +80 \text{ °K}$ (Erwärmung von unten) sowie mit negativem Temperaturunterschied $\Delta T_M = -80 \text{ °K}$ (Erwärmung von oben) bis zum Bruch belastet. Es ergab sich keine nennenswerte Reduzierung der Traglast infolge einer zusätzlichen Temperatureinwirkung ($< 5\%$). Bei dem etwas höher bewehrten Balken der Reihe 1c (1,29%) war qualitativ ein geringer Einfluss der Temperatur auf die erreichte Traglast erkennbar. Bei einer Erwärmung des Balkens von unten 1c/2 (negatives Einspannmoment) reduzierte sich die Traglast leicht, bei einer Erwärmung von oben 1c/3 (positives Einspannmoment) wirkte sich dieses günstig auf die erreichte Traglast aus.

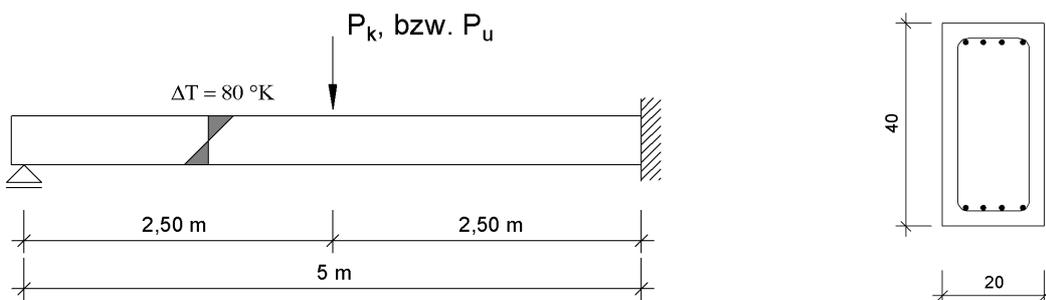


Bild 10 Versuchsaufbau Joleka

Bohl

Bohl [5] führte theoretische Untersuchungen zur Ermittlung von Zwangsschnittgrößen aus Temperaturunterschieden ΔT_M am Beispiel einer 3-feldrigen Spannbetonbrücke durch. Bei den nichtlinearen Berechnungen wurden verschiedene Momenten-Krümmungs-Beziehungen berücksichtigt. Eine Mitwirkung des Betons auf Zug wurde nicht immer angesetzt. Bei der Untersuchung wurde der Vorspanngrad variiert. Für die Berechnungen wurde der Mittelwert der Betondruckfestigkeit angesetzt.

Wesentliche Aussagen seiner Arbeit sind:

Der Abbau von Zwangsschnittgrößen wird wesentlich von der Größe der wirksamen Vorspannkkräfte bestimmt (Vorspanngrad).

Die wirksamen Zwangsschnittgrößen werden direkt von der Ausdehnung der gerissenen Tragwerksbereiche bestimmt.

Bei Erreichen der Streckgrenze des Betonstahls betragen die Zwangsmomente noch 8 – 17 % (Gleichlast) bzw. 14 – 35 % (Einzellast) ihrer Ursprungsgröße im Zustand I.

Die vollen Zwangsmomente nach Zustand I sind nur anzusetzen, wenn die Risschnittgrößen nicht erreicht werden.

Bei dem von Bohl betrachteten statischen System mit seinen spezifischen Randbedingungen sind die Zwangsschnittgrößen im Traglastbereich vernachlässigbar klein (5-12 %).

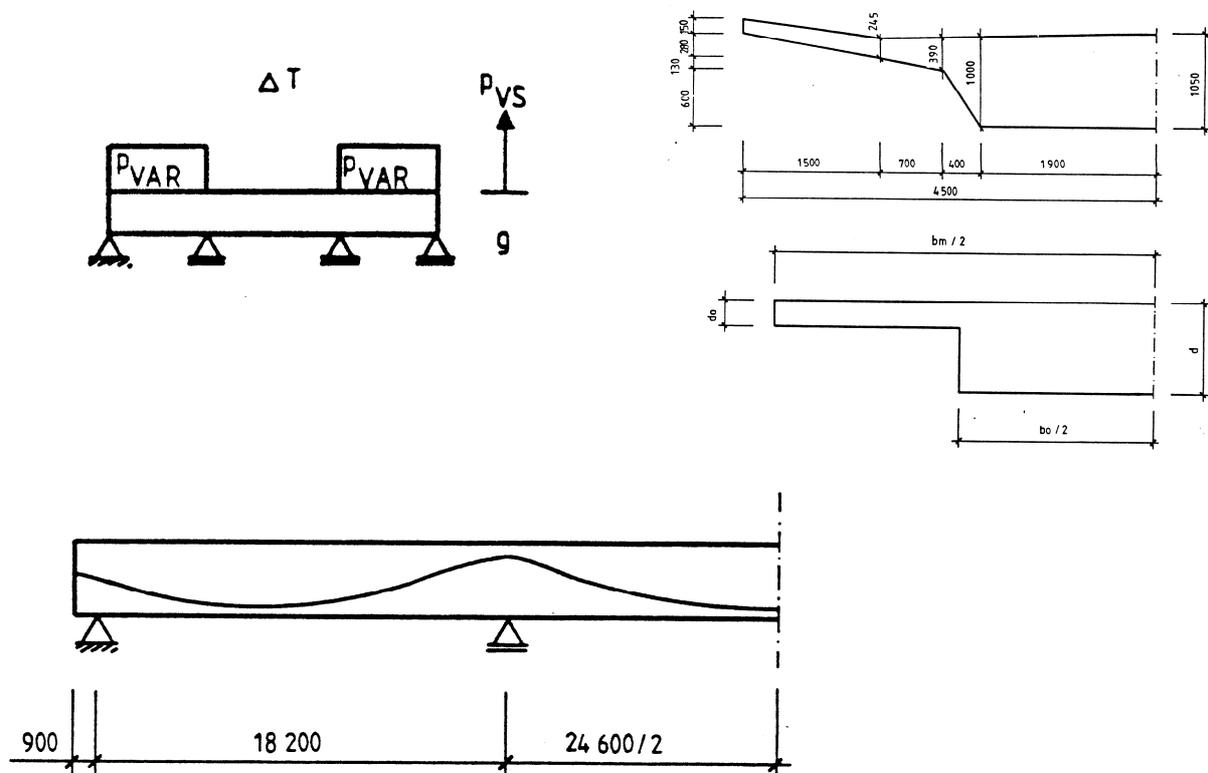


Bild 11 Untersuchtes System: vorgespannter Durchlaufträger über drei Felder

Kühlen

Kühlen [37] untersuchte das Verhalten von Stahlbetonträgern unter reiner Zwangbeanspruchung infolge einer aufgetragenen Temperaturdifferenz ΔT_M an vierpunktgelagerten Biegeversuchen. Er zeigte, dass bei einer reinen Zwangbeanspruchung durch Temperaturen infolge klimatischer Einflüsse das abgeschlossene Erstrissbild i. d. R. nicht erreicht oder überschritten wird. Die in den Versuchen gemessenen Rissbreiten lagen in der Größenordnung der gerechneten Rissbreiten nach König/Tue [33].

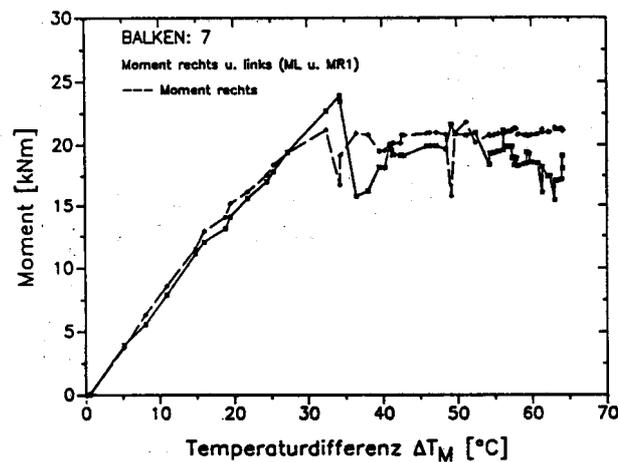


Bild 12 Zwangmoment in Abhängigkeit zur aufgetragenen Temperaturdifferenz [37]

Novák

Novák [47] führte Versuche an Spannbetonbalken zur Untersuchung der Rissbreiten und Rissabstände bei vorgespannten Bauteilen unter kombinierter Last-Zwangbeanspruchung durch. Er zeigte, dass bei Bauteilen, die sich bereits aus der alleinigen Lastbeanspruchung im abgeschlossenen Rissbild befinden, sich bei einer zusätzlichen Temperaturbeanspruchung alle Risse durch leichte Aufweitung gleichermaßen an der Herstellung der Verformungskompatibilität beteiligen. Dies stellt i. d. R. keine Gefahr für die Dauerhaftigkeit des Tragwerkes dar, da die Zwängungen infolge Temperatur zeitlich begrenzt sind. Bei Verringerung des Temperaturzwanges nehmen auch die Rissbreiten wieder ab (Bild 13).

Bei Bauteilen, deren Beanspruchung allein durch Last noch unter der Rissschnittgröße verbleibt, wird die Rissbildung durch eine zusätzliche Temperaturbeanspruchung ausgelöst. Die Bildung einzelner Risse stellt die Verformungskompatibilität zur behinderten Temperaturverformung her. Bei Einlegen einer Mindestbewehrung gemäß Eurocode 2, Teil 2 [19] entwickeln sich die Risse gleichmäßig über den gesamten kritischen Bereich. Es kommt zu keiner unkontrollierten Rissbildung.

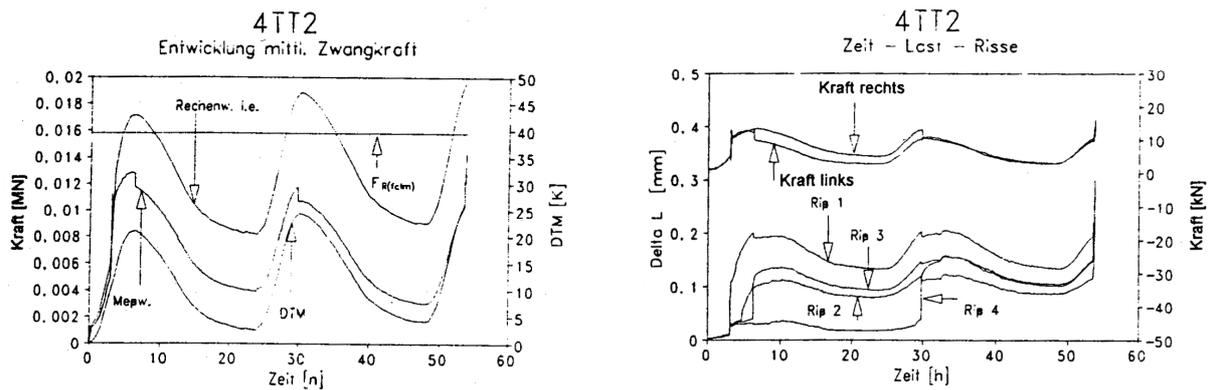


Bild 13 Entwicklung der Zwangsschnittgrößen und der Risse [47]

2.3 Schnittgrößenumlagerung und Zwangabbau

Woidelko

Woidelko [57] führte Traglastversuche an Stahlbetonplattenbalken durch, um den Einfluss einer Bemessung nach dem Traglastverfahren zu untersuchen. Das Versuchsprogramm bestand aus zwei Versuchsserien mit 4 bzw. 2 von den Abmessungen her identischen Versuchsträgern. Als Versuchsparameter wurden der Momentendeckungsgrad η_{st} über der Stütze, der Stabdurchmesser der Stützbewehrung, die Höhe der rechnerischen Traglast und die Verteilungsbreite der Stützbewehrung untersucht. Zusätzlich wurde der Einfluss aus einer kombinierten Zwangbeanspruchung infolge einer Stützensenkung experimentell untersucht.

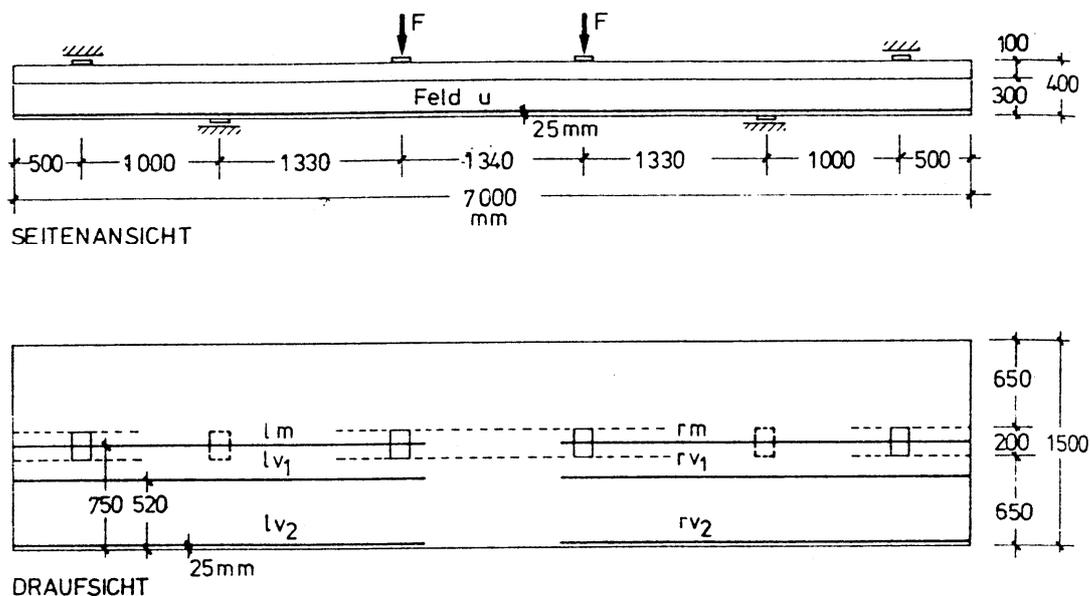


Bild 14 Versuchsaufbau und Abmessungen

Die zugehörigen Schnittgrößen bestimmte Woidelko experimentell über die Messung der Auflagerkräfte.

Wesentliche Aussagen der Arbeit sind:

- Die Bemessung nach dem Traglastverfahren im Stahlbetonbau für Momentendeckungsgrade $\eta_{st} \geq 0,5$ ist möglich
- Die Rissbreiten waren im Gebrauchslastbereich bei den nach dem Traglastverfahren bemessenen Versuchsträgern geringfügig größer als bei den nach der Elastizitätstheorie bemessenen.
- Die Rotationsfähigkeit reichte bei allen Versuchsträgern aus, sodass keiner vor dem Erreichen der rechnerischen Traglast versagte.
- Die Zwangbeanspruchung infolge einer eingepprägten Stützensenkung nahm mit zunehmender Belastung und damit einhergehender Steifigkeitsreduzierung sehr stark ab (Bild 15).
- Ein Einfluss der Zwangbeanspruchung auf die Traglast konnte nicht beobachtet werden.

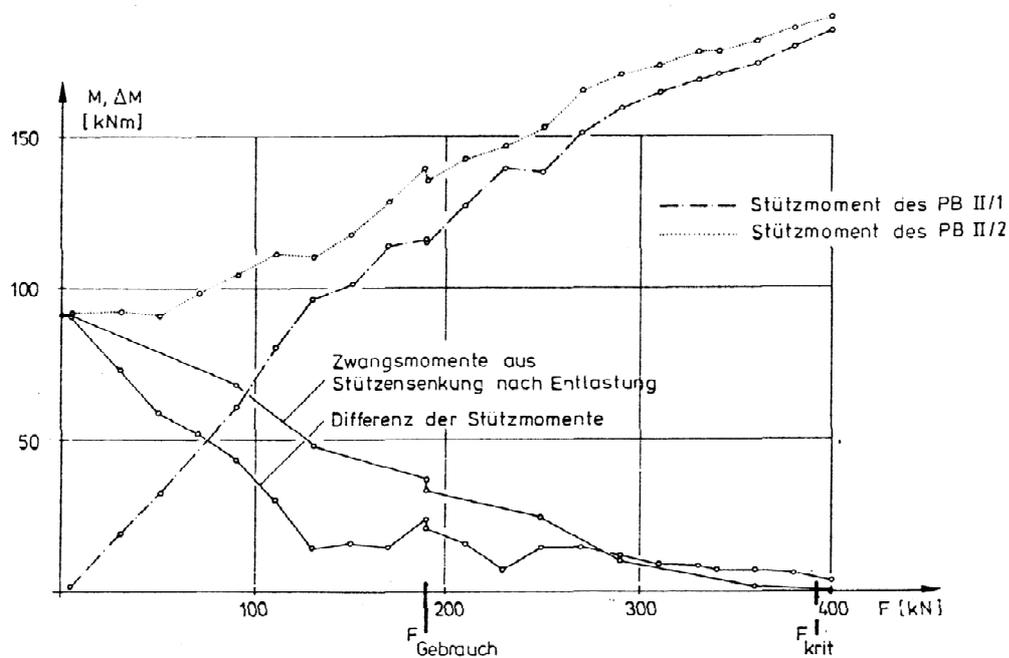


Bild 15: Abbau des Zwangmomentes über der Stütze mit zunehmender Belastung [57]

3 Rechenmodell

3.1 Allgemeines

Für die Durchführung der nichtlinearen Berechnungen wird auf das Programmsystem SOFiSTiK [53] zurückgegriffen. Dieses ist in der Lage sowohl geometrische Nichtlinearitäten als auch physikalische Nichtlinearitäten infolge nichtlinearer Werkstoffgesetze sowie der Rissbildung im Beton zu berücksichtigen.

Zur Schnittgrößenermittlung wird das Modul STAR verwendet. Es arbeitet nach dem Übertragungsmatrizenverfahren [29]. Der Grundgedanke dieses Verfahrens besteht darin, mit Hilfe von Übertragungsmatrizen unter Berücksichtigung der Stabelastung die Zustandsgrößen vom Stabanfang bis zu einer beliebigen Stelle längs des Stabes zu übertragen.

$$\{z\}_e = [U]_i \cdot \{z\}_a + \{p\}_i \quad (3.1)$$

Dabei ist:

$\{z\}_e$ Zustandsvektor im Schnitt i+1

$\{z\}_a$ Zustandsvektor im Schnitt i

$[U]_i$ Übertragungsmatrix des Stababschnittes i

$\{p\}_i$ Lastvektor

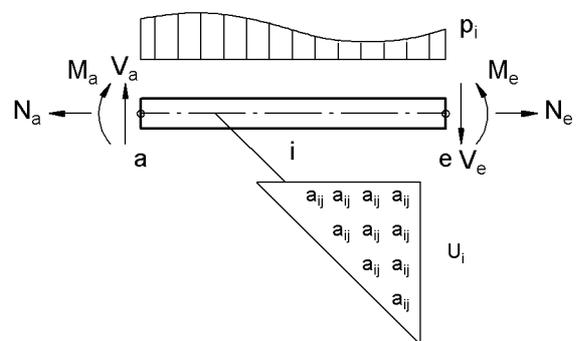


Bild 16 Schematische Darstellung des Übertragungsmatrizenverfahrens

3.2 Räumliches Stabelement

Am Stabanfang und –ende besitzt das räumliche Stabelement 12 Zustandsgrößen (jeweils 3 Verschiebungen und Drehwinkel sowie jeweils 3 Kräfte und Momente), welche durch den Zustandsvektor $\{z\}_a$ bzw. $\{z\}_e$ beschrieben werden.

$$\{z\}_{a,e} = \begin{pmatrix} v_x & N \\ d_x & M_T \\ v_y & d_y & M_y & V_z \\ v_z & d_z & M_z & V_y \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Das Stabelement selbst wird durch seine Übertragungsmatrix $[U]$ beschrieben. Die Übertragungsmatrix eines Stabes kann indirekt als Elementsteifigkeitsmatrix für diesen Stab aufgefasst werden. In ihr werden die Steifigkeiten des Querschnitts für den betrachteten Stababschnitt verwendet. Sie lässt sich beispielhaft für die Beanspruchungen N_x und M_y in entkoppelter Form darstellen.

Normalkraft in x-Richtung

$$U_N = \begin{bmatrix} 1 & CN \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad CN = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{EA_i} + \frac{1}{EA_{i+1}} \right) \quad (3.3)$$

Biegung um die y-Achse (Primärbiegung)

$$U_P = \begin{bmatrix} 1 & -C1 & CH \cdot C2 & CH \cdot C3 \\ 0 & C0 & CH \cdot C1 & CH \cdot C2 \\ 0 & -C4/CH & C0 & C1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

mit

$$CH = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{EI_{y,i}} + \frac{1}{EI_{y,i+1}} \right)$$

$$CSH = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{GA_{z,i}} + \frac{1}{GA_{z,i+1}} \right)$$

$$KV = \frac{CSH}{CH \cdot l^2}$$

$$\epsilon = \sqrt{(CH \cdot N) \cdot l}$$

$$AK = \epsilon \cdot \sqrt{1 + \epsilon^2 \cdot KV}$$

$$C0 = \cos AK$$

$$C1 = l \cdot \sin AK / \epsilon$$

$$C2 = l^2 \cdot (\cos AK - 1) / \epsilon^2$$

$$C3 = l^3 \cdot (\cos AK - AK) / \epsilon^3$$

$$C4 = \epsilon \cdot \sin AK / l$$

Für die Torsion und sekundäre Querbiegung wird auf [53] verwiesen. Der Belastungsvektor $\{p\}$ beschreibt die möglichen Stabelastungen. Er erhält seine Anteile aus:

	Belastung	Moment	Zwangsdehnung bzw. -krümmung	Vorverformung
Normalenrichtung	p_x, dp_x	m_x, dm_x	e_x, dex	
Hauptbiegerichtung	p_z, dp_z	m_y, dm_y	$k_y, dk_y, d2k_y, d3k_y$	$u_y, du_y, d2u_y, d3u_y$
Querbiegerichtung	p_y, dp_y	m_z, dm_z	$k_z, dk_z, d2k_z, d3k_z$	$u_z, du_z, d2u_z, d3u_z$

Mit den Zwangsdehnungen bzw. -krümmungen lassen sich auch Temperatur- und Vorspannlastfälle abbilden.

3.3 Nichtlineare Schnittgrößenermittlung

3.3.1 Allgemeines

Bei nichtlinearem Tragverhalten besteht zwischen der Beanspruchung eines Tragwerkes und seinen Verformungen und Schnittgrößen kein linearer Zusammenhang mehr. Die Steifigkeiten im Tragwerk verändern sich mit zunehmender Belastung. Aus diesem Grund ergibt sich bei nichtlinearen Berechnungen im Vergleich zu linear-elastischen ein deutlich höherer Rechenaufwand.

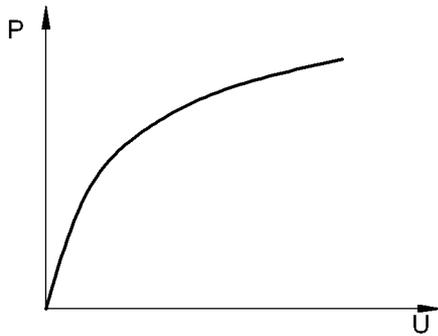


Bild 17 Nichtlinearer Zusammenhang zwischen den Verformungen und der Belastung

Bei auf Biegung beanspruchten Stahl- und Spannbetonquerschnitten wird die Nichtlinearität in erster Linie hervorgerufen durch

- die einsetzende Rissbildung bei Überschreitung der Betonzugfestigkeit,
- die nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons,
- die nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Beton- bzw. des Spannstahls im plastischen Bereich.
- die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen.

Es handelt sich hierbei um materialbedingte physikalische Nichtlinearitäten.

3.3.2 Nichtlineare Steifigkeiten bei Stahl- und Spannbetonquerschnitten

Für eine realistische Ermittlung der Steifigkeiten müssen die unter 3.3.1 genannten Einflüsse im Rechenmodell berücksichtigt werden.

Grundlage für die Ermittlung der nichtlinearen Steifigkeiten in jedem Stababschnitt sind unmittelbar die Spannungs-Dehnungs-Linien der Baustoffe, die über frei definierbare Polygonzüge beschrieben werden (Bild 18). Dadurch ist es möglich, die Stoffgesetze für die Simulationsrechnungen beliebig anzupassen.

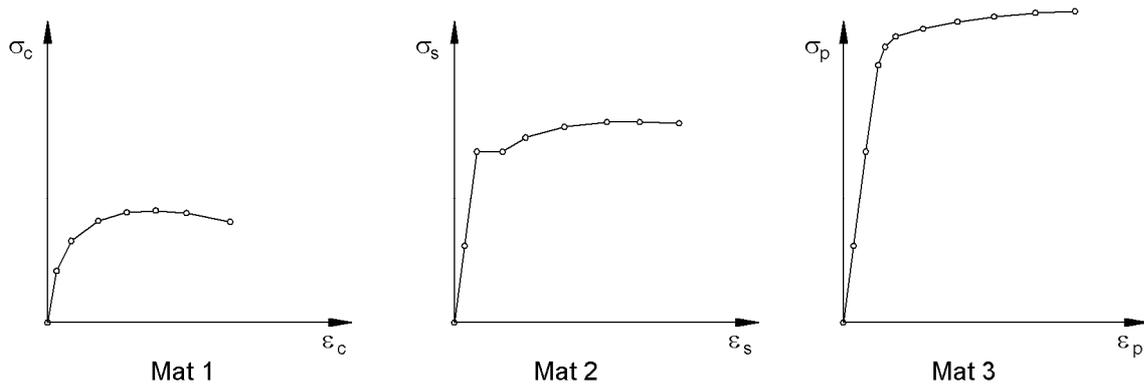


Bild 18 Beschreibung der Spannungsdehnungslinien durch Polygonzüge

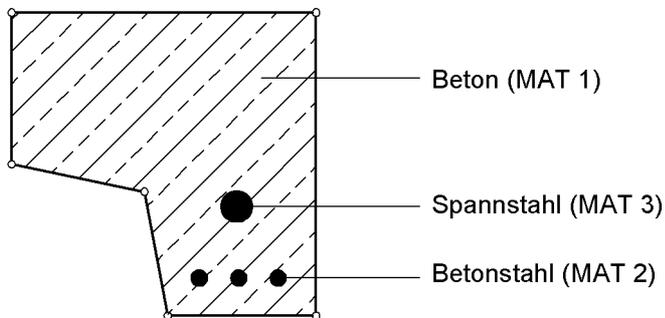


Bild 19 Beispiel zur Querschnittsdefinition und Materialzuweisung

Bei Annahme einer Dehnungsebene können die zugehörigen inneren Schnittgrößen ermittelt werden. Sie ergeben sich durch numerische Integration der Spannungen [49] entsprechend den definierten Materialarbeitslinien.

Für die Normalkraft und Biegung um beide Achsen gilt allgemein:

$$N_x = \int_A \sigma_x \, dA, \quad (3.5)$$

$$M_y = \int_A \sigma_x \cdot z \, dA, \quad (3.6)$$

$$M_z = - \int_A \sigma_x \cdot y \, dA. \quad (3.7)$$

Die Dehnungsebene ist durch die Dehnung im Schwerpunkt ε_{cs} und die Krümmung κ eindeutig definiert.

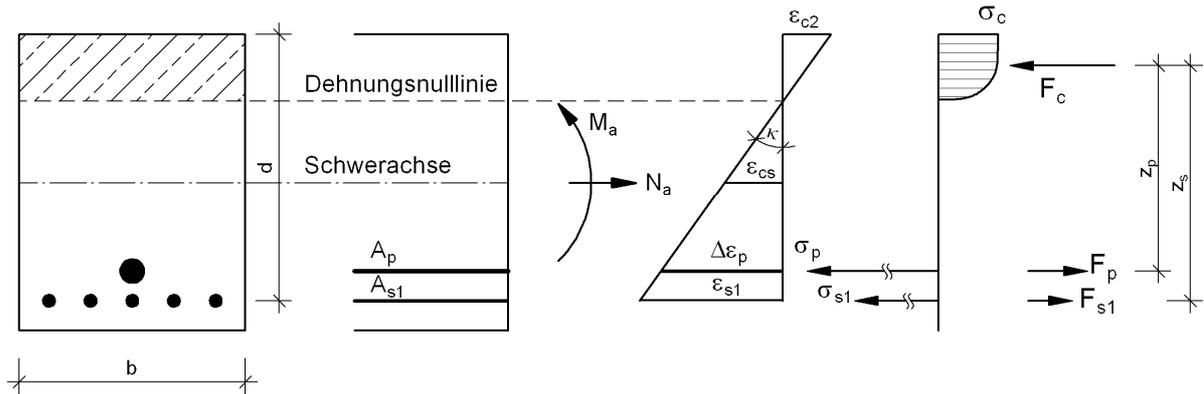


Bild 20 Dehnungsebene am Querschnitt für einachsige Biegung

Sind die inneren Schnittgrößen zu einer Dehnungsebene ermittelt, können auch die Steifigkeiten unmittelbar daraus abgeleitet werden.

Allgemein gilt:

$$\begin{vmatrix} -k_y \\ k_z \end{vmatrix} = \frac{1}{EID} \begin{vmatrix} EI_z & EI_{yz} \\ EI_{yz} & EI_y \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} M_y \\ M_z \end{vmatrix} \quad (3.8)$$

Dabei ist

$$EID = EI_y \cdot EI_z - (EI_{yz})^2$$

Für Fälle in denen das Flächenzentrifugalmoment I_{yz} gegen Null geht, ergeben sich die Steifigkeiten in bekannter einfacher Weise.

$$EI_y = \frac{k_y}{M_y}; \quad EI_z = \frac{k_z}{M_z} \quad (3.9)$$

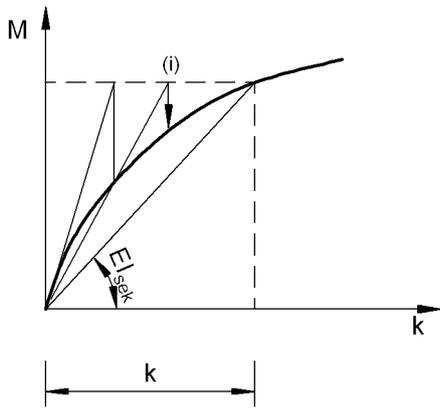
Die so ermittelten Steifigkeiten müssen für alle Stababschnitte im Rahmen einer iterativen Berechnung so lange angepasst werden, bis die Differenz der inneren und äußeren Kräfte am Gesamtsystem verschwindet, bzw. einen definierten Grenzwert unterschreitet.

$$P_i = P_a \quad \text{mit} \quad P_i = K(U) \cdot U \quad (3.10)$$

In der Praxis haben sich eine Reihe von Iterationsverfahren etabliert. Im Folgenden werden die zwei im SOFiSTiK Rechenprogramm implementierten Verfahren kurz angerissen.

Sekanten-Verfahren (Quasi-Newton-Verfahren)

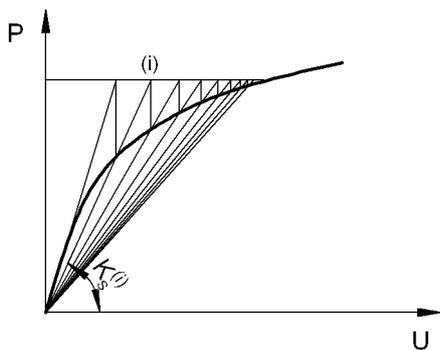
Bei der Sekanteniteration muss die Gesamtsteifigkeitsmatrix $K_s^{(i)}$ in jedem Iterationsschritt neu aufgestellt und zerlegt werden.



$$EI = \frac{k}{M} \quad (3.11)$$

Bild 21 Sekanten-Verfahren (Steifigkeit auf Elementebene)

Die Elementsteifigkeiten für den neuen Iterationsschritt ergeben sich hierbei direkt aus den ermittelten Krümmungen und Momenten des vorangegangenen Iterationsschrittes. Somit kann die Gesamtsteifigkeitsmatrix $K_s^{(i)}$ für den nächsten Iterationsschritt neu aufgestellt werden.



$$K_s^{(i)} \cdot U^{(i+1)} = P \quad (3.12)$$

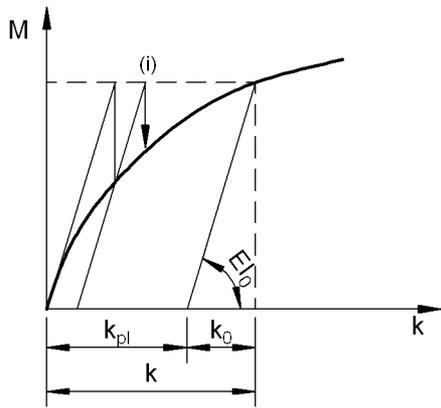
Bild 22 Sekanten-Verfahren (Quasi-Newton-Verfahren)

Das Verfahren konvergiert in der Regel schnell. Im Traglastbereich kann es jedoch zu Konvergenzproblemen kommen.

Modifiziertes Newton-Raphson-Verfahren

Bei diesem Verfahren bleibt die Steifigkeit unverändert. Es werden jedoch plastische Zusatzkrümmungen k_{pl} erzeugt.

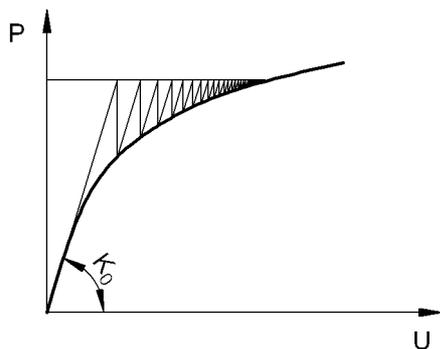
Die Steifigkeit auf Elementebene wird also zerlegt in einen konstanten Teil EI_0 und einen veränderlichen Teil, der sich aus den plastischen Krümmungen k_{pl} ergibt.



$$k_{pl} = k - \frac{M}{EI_0} \quad (3.13)$$

Bild 23 Modifiziertes Newton-Raphson-Verfahren mit konstanter Anfangssteifigkeit (Steifigkeit auf Elementebene)

Aus dem konstanten Teil wird die Gesamtsteifigkeitsmatrix K_0 aufgebaut. Die Nichtlinearitäten werden über die rechte Seite in jedem Iterationsschritt mit $K_{NL}^{(i)}$ angepasst



$$K_0 \cdot U^{(i+1)} = P - K_{NL}^{(i)}(U^{(i)}) \cdot U^{(i)} \quad (3.14)$$

Bild 24 Modifiziertes Newton-Raphson-Verfahren (mit konstanter Anfangssteifigkeit)

Der Vorteil dieses Verfahrens besteht darin, dass das aufwendige Aufstellen und Zerlegen der Gesamtsteifigkeitsmatrix K_0 nur einmal durchgeführt werden muss.

Das Verfahren benötigt in der Regel mehr Iterationen, ist aber im Bereich der Traglast hinsichtlich der Konvergenz sehr stabil.

Bei den durchgeführten Berechnungen wurde hauptsächlich das modifizierte Newton-Raphson-Verfahren verwendet.

4 Modellierung des Stahlbeton Werkstoffverhaltens

4.1 Beton

Die Spannungs-Dehnungs-Linie für Beton hat bei einaxialer Druckbeanspruchung den in Bild 25 dargestellten schematischen Verlauf. Eine Reihe von Modellierungen des spezifischen Materialverhaltens des Betons finden sich z.B. in [44], [30].

Bereits vor der Belastung des Betons sind Mikrorisse und Poren im Zementstein und vor allem Mikrorisse in den Grenzflächen zwischen dem Zementstein und den Zuschlägen vorhanden. Die feinen Mikrorisse sind i. d. R. gleichmäßig im Zementstein und an den Grenzschichten verteilt; sie sind kürzer als die Größe der größten Gesteinskörner.

Bis zu Druckspannungen von etwa 30% bis 40% der Druckfestigkeit des Betons verläuft die Spannungs-Dehnungs-Linie näherungsweise geradlinig. Bei weiterer Erhöhung der Druckbeanspruchungen kommt es dann als Folge des Anwachsens, der Neubildung und der Vereinigung von Mikrorissen zu einer fortschreitend zunehmenden Krümmung der Arbeitslinie. Das Verhalten des Betonkörpers ist nicht mehr linear. Bei einer Spannung von etwa 80 % der Druckfestigkeit setzen sich die Risse in der Mörtelphase des Betons fort, so dass die Risse mit zunehmender Belastung sehr schnell anwachsen.

Die Druckfestigkeit des Betons ist erreicht, sobald in einem meist örtlich begrenzten Bereich Mikrorisse bis auf eine kritische Länge gewachsen sind und der Bruch eintritt. Eine weitere Steigerung der Last ist nicht mehr möglich. Der abfallende Ast der Spannungs-Dehnungs-Linie tritt nur bei weggesteuerten Versuchen auf. Wird die Kraft kontinuierlich gesteigert, kommt es in der Regel zu einem schlagartigen Versagen.

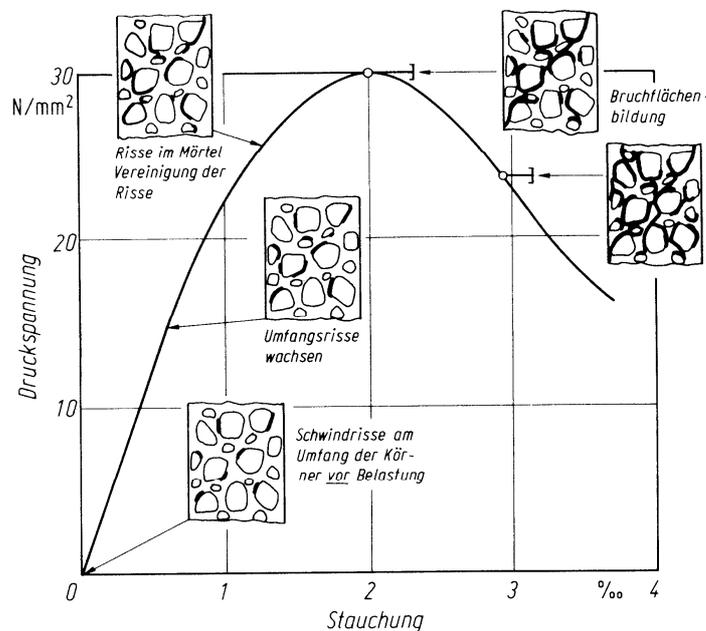


Bild 25 Spannungs-Dehnungs-Diagramm und fortschreitende Mikrorissbildung bei einachsiger Druckbeanspruchung des Betons

Die analytische Beschreibung einer wirklichkeitsnahen Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons für nichtlineare Berechnungen basiert im Wesentlichen auf den Arbeiten von Grasser [25]. Mit den in DIN 1045-1 gültigen Bezeichnungen kann sie für eine kurzzeitig wirkende Beanspruchung und einaxialen Spannungszustand beschrieben werden durch:

$$\sigma_c = -f_c \cdot \left(\frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k-2)\eta} \right) \quad \text{für } 0 \geq \varepsilon_c \geq \varepsilon_{c1u} \quad (4.1)$$

mit $\eta = \varepsilon_c / \varepsilon_{c1}$

$$k = -E_{c0m} \cdot \varepsilon_{c1} / f_c$$

Dabei ist

ε_{c1} die Dehnung bei Erreichen des Höchstwerts der Betondruckspannung

E_{c0m} der mittlere Tangentenmodul

f_c maßgebender Wert der Betondruckfestigkeit

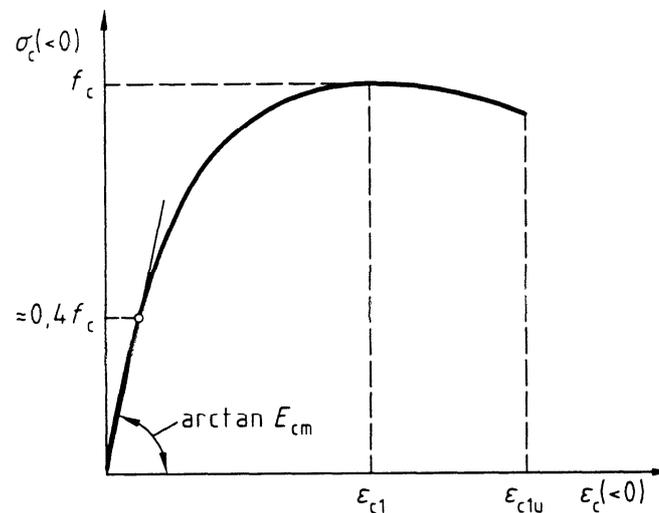


Bild 26 Spannungs-Dehnungs-Linie für die Schnittgrößenermittlung mit nichtlinearen Verfahren und für Verformungsberechnungen nach DIN 1045-1

Für Verformungsberechnungen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit sollte mit „echten“ Mittelwerten der Betondruckfestigkeit $f_c = f_{cm}$ gerechnet werden.

Für nichtlineare Berechnungen zur Ermittlung der Traglast sind die Streuungen der Betondruckfestigkeiten angemessen zu berücksichtigen, um ein ausreichendes Sicherheitsniveau zu erhalten. Nach DIN 1045-1 erfolgt dies durch modifizierte rechnerische Mittelwerte $f_c = f_{cR}$ (siehe Abschnitt 4).

Für einige Festigkeitsklassen sind die Spannungs-Dehnungs-Linien für die Schnittgrößenermittlung mit dem nichtlinearen Verfahren ($f_c = f_{cR}$) in Bild 27 dargestellt.

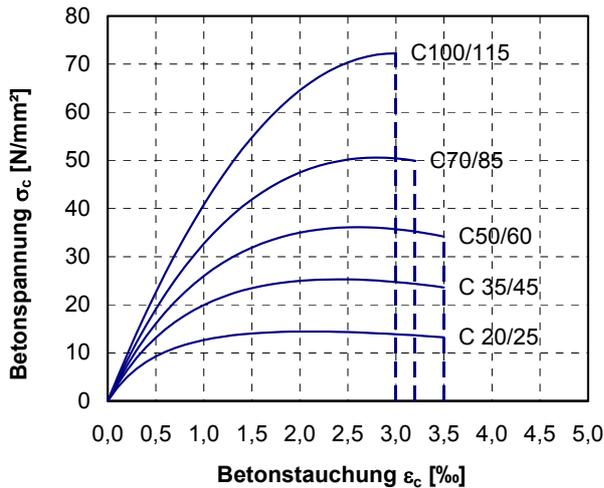


Bild 27 Spannungs-Dehnungs-Linien für die Schnittgrößenermittlung mit dem nichtlinearen Verfahren nach DIN 1045-1, 8.5

4.2 Betonstahl, Spannstahl

Betonstahl

Betonstähle werden als naturharte, wärmebehandelte oder kaltverformte Stähle hergestellt. Naturharte Stähle beziehen ihre Festigkeitseigenschaften allein aus der chemischen Zusammensetzung. Wärmebehandelte Stähle erfahren durch gezielte Abschreckung im Wasserbad und anschließender Wiedererwärmung (Anlassen) eine Festigkeitssteigerung. Bei kaltverformten Stählen wird die Festigkeit des Ausgangsmaterials durch Walzen oder Ziehen (Recken) im kalten Zustand erhöht. Je nach Herstellungsart unterscheiden sich die Spannungs-Dehnungs-Linien dieser Stähle. Während für warmgewalzte und naturharte Stähle ein ausgeprägter Fließbereich mit anschließendem Verfestigungsbereich kennzeichnend ist, fehlt bei den kaltverformten Stählen der ausgeprägte Fließbereich. Die plastischen Verformungen sind durch das Verformen im kalten Zustand quasi zum Teil vorweggenommen. Man bezeichnet den Stahl aus diesem Grund auch als vorgereckten Stahl.

Spannstahl

Spannstähle werden als glatte oder profilierte Einzeldrähte, als Litzen, die aus drei oder sieben Einzeldrähten bestehen, sowie als Stäbe mit aufgewalzten Gewinderippen bzw. aufgerolltem Gewinde hergestellt. Die Festigkeiten liegen deutlich über denen des herkömmlichen Betonstahls.

Diese hohen Festigkeiten werden bei den Stabspanngliedern durch Warmwalzen, Kaltrecken und anschließendes Anlassen erreicht. Drähte werden heutzutage vorwiegend kaltgezogen.

Warmgewalzter Spannstahl für Stabspannglieder weist einen ausgeprägten Fließbereich mit anschließendem Verfestigungsbereich auf. Bei den kaltverformten Drähten fehlt der ausgeprägte Fließbereich ebenso wie beim kaltverformten Betonstahl.

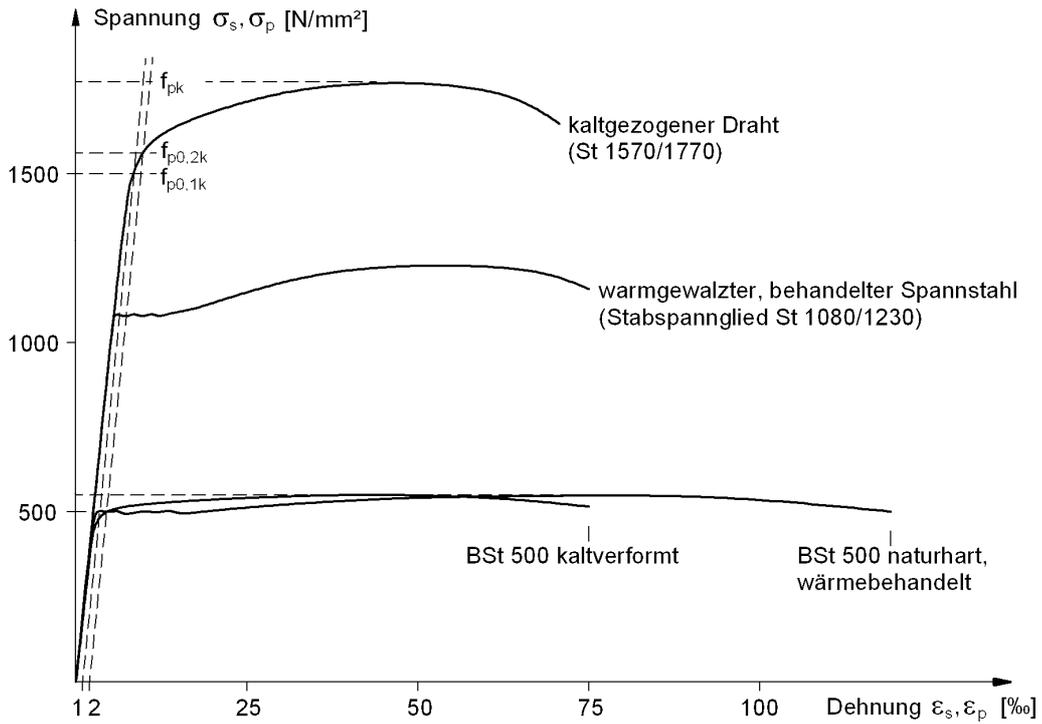


Bild 28 Spannungs-Dehnungs-Linien von kaltverformten, wärmebehandelten und naturharten Beton- und Spannstählen

Für die nichtlineare Schnittgrößenermittlung wird das Verformungsverhalten des Beton- und des Spannstahls vereinfacht durch idealisierte bilineare Spannungs-Dehnungs-Linien beschrieben. Hierbei werden die rechnerischen Mittelwerte nach DIN 1045-1 zugrunde gelegt (Bild 29).

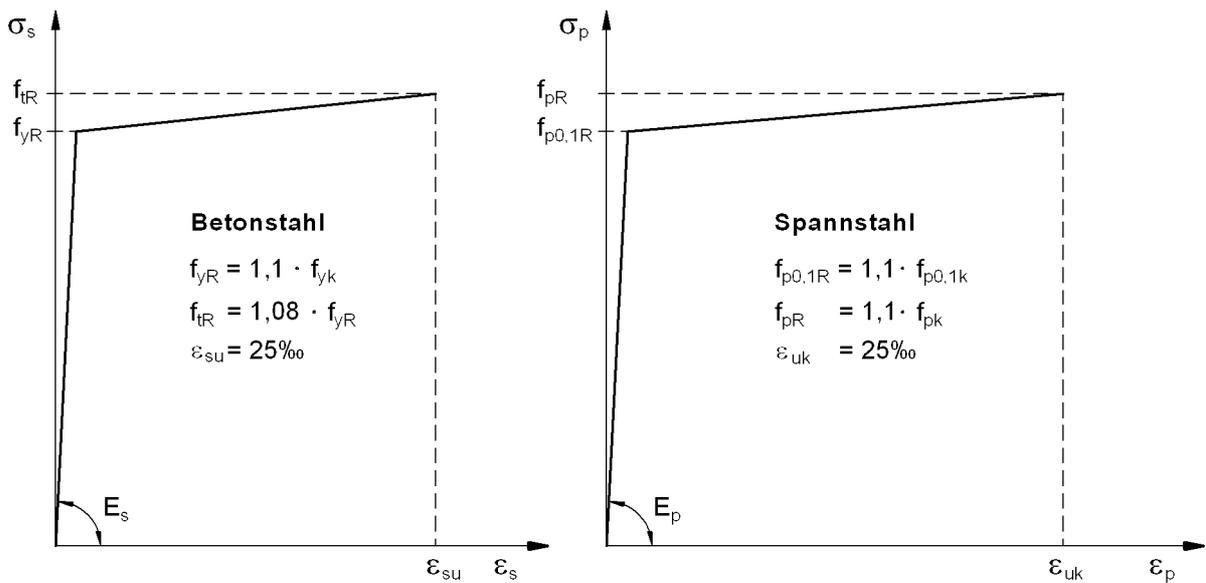


Bild 29 Idealisierte Spannungs-Dehnungs-Linien für Betonstahl (hochduktil) und Spannstahl

4.3 Berücksichtigung der Betonzugfestigkeit und der Verbundwirkung

Die Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen kann sich auf das Rechenergebnis sowohl günstig als auch ungünstig auswirken. Sie führt zu einer Erhöhung der Steifigkeit (*tension stiffening* – Zugversteifung) gegenüber dem „reinen“ Zustand II.

Bei der Untersuchung der Zwangsschnittgrößen im Grenzzustand der Tragfähigkeit führt die Berücksichtigung zu größeren Zwangsschnittgrößen, da sich diese proportional zur Steifigkeit verhalten. Ebenso verringert sich das Umlagerungsvermögen des Systems infolge der Verminderung der plastischen Stahldehnungen. Aus diesem Grund ist die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen in den folgenden Berechnungen in jedem Fall zu berücksichtigen.

Zur Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen, existieren eine Reihe von Mitwirkungsmodellen [26], [46], [48], [51], [34]

In der vorliegenden Arbeit erfolgt die Berücksichtigung der Zugversteifung über modifizierte Stahlkennlinien. Die Grundlagen basieren im Wesentlichen auf den Arbeiten von König und Fehling [34], [35]. Der Einfluss einer gemischten Bewehrung wird in Anlehnung an Tue [54] über das Verhältnis der Verbundsteifigkeiten des Betonstahls und des Spannstahls berücksichtigt.

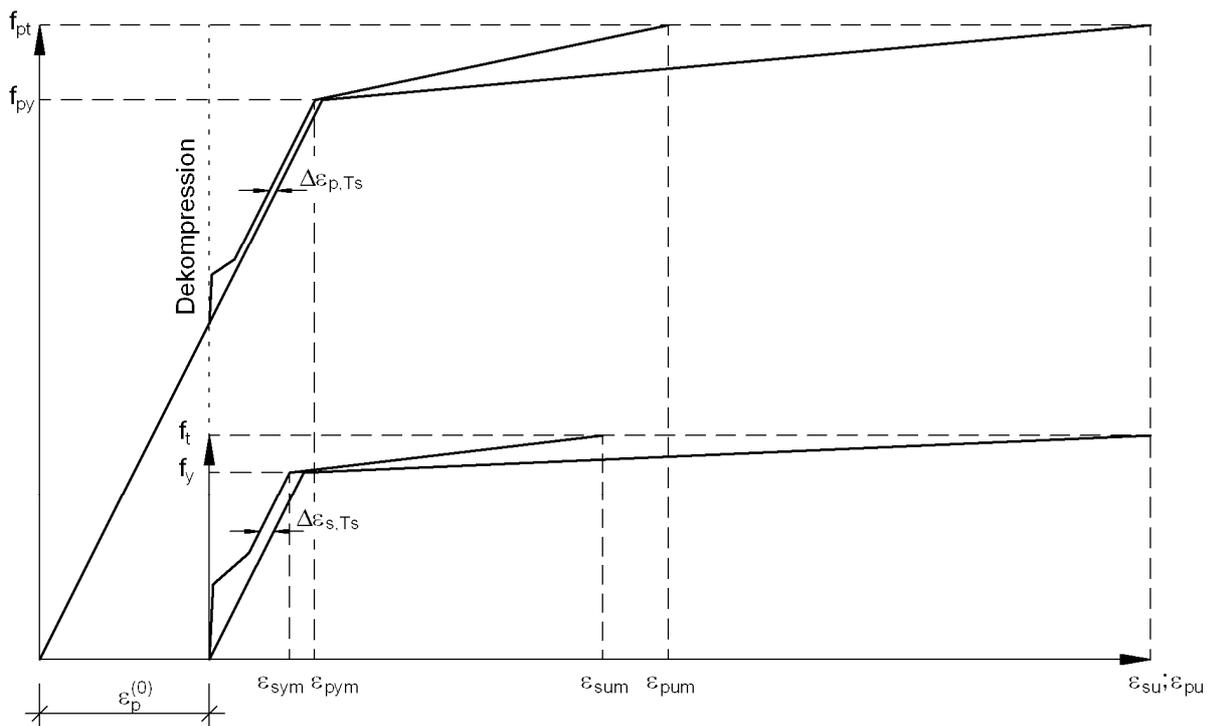


Bild 30 Modifizierte Stahlkennlinie des Betonstahls und des Spannstahls zur Berücksichtigung der Zugversteifung

Ausgehend von den Stahlspannungen im Zustand II unter Annahme starren Verbundes sowie Ebenbleiben des Querschnittes werden die Spannungen im Betonstahl und die Spannungsänderungen im Spannstahl unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Verbundeigenschaften modifiziert.

$$\sigma_{sr} = \eta_s \cdot \sigma_{sr}^{II}, \text{ bzw. } \Delta\sigma_{pr} = \eta_p \cdot \Delta\sigma_{pr}^{II} \quad (4.2)$$

Dabei ist

σ_{sr}^{II} Betonstahlspannung im Zustand II unter Annahme starren Verbundes

$\Delta\sigma_{pr}^{II}$ Spannungsänderung im Spannstahl im Zustand II unter Annahme starren Verbundes

$$\eta_s = \frac{A_s + A_p}{A_s + \xi_1 \cdot A_p} \quad (4.3)$$

$$\eta_p = \xi_1 \cdot \frac{A_s + A_p}{A_s + \xi_1 \cdot A_p} \quad (4.4)$$

$$\xi_1 = \sqrt{\xi \cdot \frac{d_s}{d_p}} \quad (4.5)$$

Für den Betonstahl ergibt sich aufgrund seines besseren Verbundes i. d. R. eine Vergrößerung, für den Spannstahl aus Kompatibilitätsgründen eine Abminderung der wirksamen Spannungen.

Mit den wirksamen Spannungen können die versteifenden Anteile für den Betonstahl und den Spannstahl ermittelt werden.

Bei der Erstrissbildung stellt sich im Rissquerschnitt ein Stahldehnungssprung ein. Dieser berechnet sich zu:

$$\Delta\varepsilon_{sr} = \varepsilon_{sr2} - \varepsilon_{sr1} \quad \Delta\varepsilon_{pr} = \Delta\varepsilon_{pr2} - \Delta\varepsilon_{pr1} \quad (4.6)$$

$$\varepsilon_{sr2} = \frac{\sigma_{sr}}{E_s} \quad \Delta\varepsilon_{pr2} = \frac{\Delta\sigma_{pr}}{E_p} \quad (4.7)$$

Der Abzugswert $\Delta\varepsilon_{sm}$ bzw. $\Delta\varepsilon_{pm}$ für die Betonmitwirkung wird im Bereich der elastischen Stahldehnungen oberhalb der Erstrissbildung aus dem Dehnungssprung $\Delta\varepsilon_{sr}$ bzw. $\Delta\varepsilon_{pr}$ ermittelt:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{sm} &= \varepsilon_{s2} - \Delta\varepsilon_{sm} \\ &= \varepsilon_{s2} - \beta_t \cdot (\varepsilon_{sr2} - \varepsilon_{sr1}) \end{aligned} \quad \begin{aligned} \varepsilon_{pm} &= \varepsilon_{p2} - \Delta\varepsilon_{pm} \\ &= \varepsilon_{p2} - \beta_t \cdot (\Delta\varepsilon_{pr2} - \Delta\varepsilon_{pr1}) \end{aligned} \quad (4.8)$$

Dabei ist:

$\beta_t = 0,4$ einzelne kurzzeitige Belastung

$\beta_t = 0,25$ andauernde Last oder häufige Lastwechsel

Für den Bereich oberhalb der Streckgrenze des Stahls hat Kreller [36] einen annähernd linearen Zusammenhang zwischen der Stahldehnung im Riss σ_s und der mittleren Dehnung ε_{sm} nachgewiesen. Wird die Erstrissbildung σ_{sr} bzw. $\Delta\sigma_{pr}$ auf die Stahlstreckgrenze bezogen, lässt sich die mittlere Dehnung durch eine lineare Funktion annähern.

$$\varepsilon_{sm} = \underbrace{\varepsilon_{sy} - \beta_t \cdot (\varepsilon_{sr2} - \varepsilon_{sr1})}_{\text{elastischer Anteil}} + \underbrace{\delta_d \left(1 - \frac{\sigma_{sr}}{f_y} \right)}_{\text{plastischer Anteil}} \cdot (\varepsilon_{s2} - \varepsilon_{sy}) \quad (4.9)$$

$$\varepsilon_{pm} = \varepsilon_{py} - \beta_t \cdot (\Delta\varepsilon_{pr2} - \Delta\varepsilon_{pr1}) + \delta_d \left(1 - \frac{\Delta\sigma_{pr}}{f_{py} - \sigma_p^{(0)}} \right) \cdot (\varepsilon_{p2} - \varepsilon_{py}) \quad (4.10)$$

δ_d Beiwert zur Berücksichtigung der Duktilität der Bewehrung
 = 0,8 für hochduktilen Stahl
 = 0,6 für normalduktilen Stahl

$$\varepsilon_{s2} = \frac{\sigma_s}{E_s} \quad \text{bzw.} \quad \varepsilon_{p2} = \frac{\sigma_p}{E_p} \quad \text{Stahldehnung im Riss}$$

σ_s, σ_p Stahlspannungen im Riss

4.4 Einfluss einer Schubrissbildung

Werden im Beton die Hauptzugspannungen infolge Querkraft ausreichend groß, bilden sich ausgehend von Biegeanrissen geneigte Risse aus. Durch diese „Schubrisse“ ändert sich das innere Tragverhalten des Trägers, das sich dann idealisiert mit dem eines Fachwerkes beschreiben lässt. Das Fachwerktragverhalten verändert durch die schräg laufenden Druckstreben den Zugkraftverlauf im Zuggurt, der um das so genannte Versatzmaß a gegenüber der M/z-Linie verschoben wird.

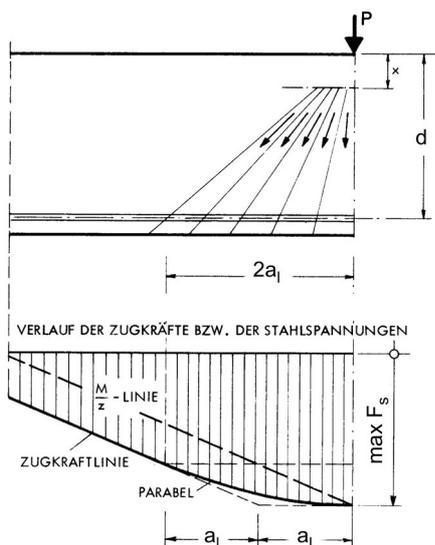


Bild 31 Verlauf der Zugkräfte im Bereich des maximalen Momentes nach dem Auftreten von Schubrisse (Dilger [9])

Die Auswirkung der Schubrisse auf die Krümmungen und die plastische Rotationsfähigkeit wird in Bild 32 am Beispiel gezeigt. Der gestrichelt eingetragene Zugkraft- und Krümmungsverlauf

gilt, wenn nur Biegerisse vorhanden sind. Die entsprechenden Verläufe der Zugkraft und Krümmungen unter Berücksichtigung einer Schubrissebildung unter 45° sind mit durchgezogener Linie dargestellt. Der schraffierte Bereich zwischen den Krümmungsverläufen liefert den Zuwachs an Verdrehung infolge einer Schubrissebildung. Die Verdrehungszunahme resultiert hauptsächlich aus dem Krümmungsanstieg in und zwischen den Rissen neben dem Bruchquerschnitt.

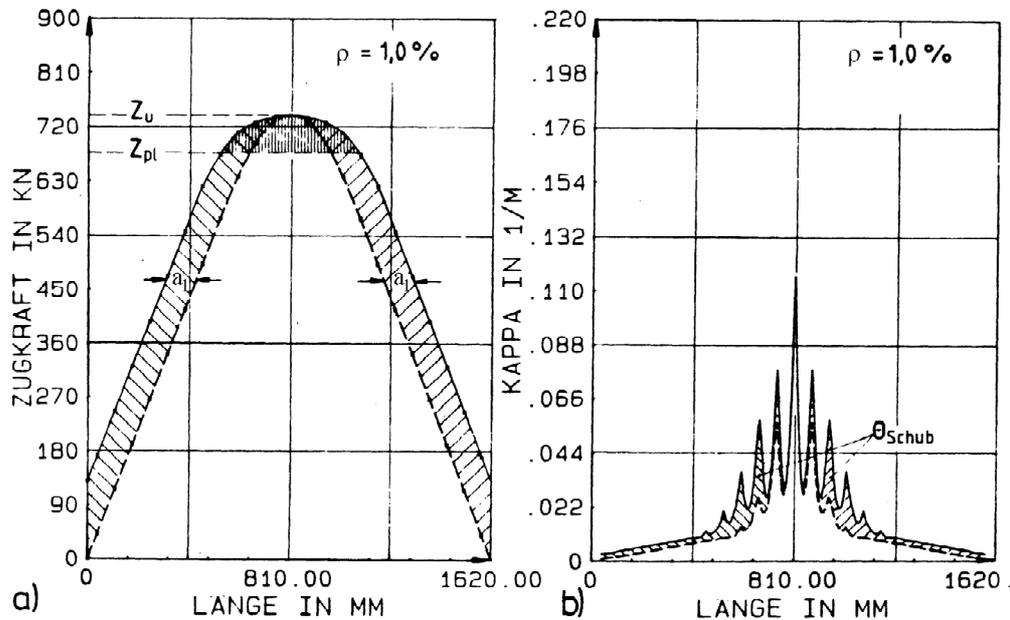


Bild 32 Zugkraft- und Krümmungsverlauf mit und ohne Schubrisse (Versatzmaß) bei $\rho = 1,0\%$ (Langer [38])

Bei kleinen Querkraftbeanspruchungen sind nur Biegerisse vorhanden. Geneigte Schubrisse treten nur auf, wenn die Schubspannungen aus der Querkraftwirkung so groß sind, dass die schiefen Hauptzugspannungen die Betonzugfestigkeit überschreiten. Die Folge ist eine Zunahme der plastischen Rotation insbesondere im Stützbereich (Bild 33).

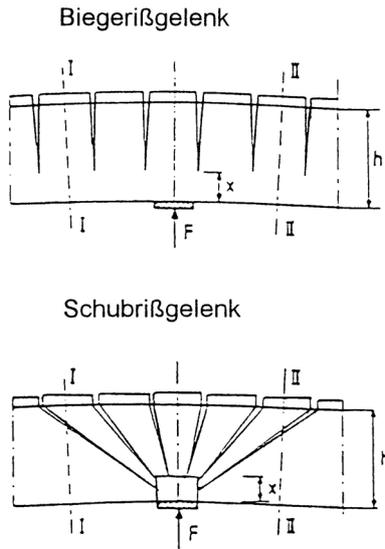


Bild 33 Biegerißgelenk und Schubrißgelenk (Bachmann [4])

Insgesamt gesehen wirkt sich eine Schubrißbildung bei Biegeversagen günstig auf die plastische Rotationsfähigkeit aus. Dies ist eine Folge der durch die Schubrißbildung vergrößerten Trägerbereiche mit plastischen Stahldehnungen in der Biegezugbewehrung. Die plastische Verformbarkeit nimmt zu. Aus diesem Grund sollte die Schubrißbildung nur dann berücksichtigt werden, wenn die Schubrißbildung mit Sicherheit auftritt.

Im Rechenmodell wird nachfolgend der Einfluss der Schubrißbildung näherungsweise über das Versatzmaß a_1 bzw. die daraus resultierende Versatzkraft F_v berücksichtigt. Wichtig ist hierbei die korrekte Modellierung von angreifenden Einzellasten und Zwischenauflagern. Werden diese im Rechenmodell als singuläre Punkte behandelt, werden die wirksamen Stahldehnungen über der Stütze und in den Lastangriffspunkten überschätzt.

Dagegen werden die Schubverzerrungen nachfolgend vereinfacht nur für den ungerissenen Zustand I berücksichtigt, da überwiegend biegeschlanke Bauteile bzw. Tragwerke untersucht werden.

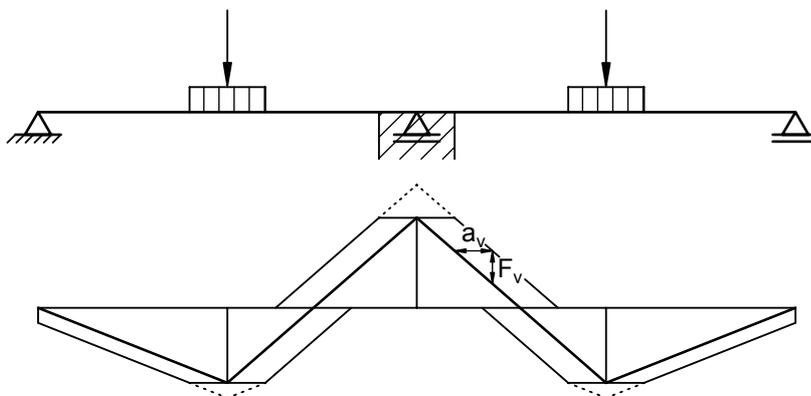


Bild 34 Berücksichtigung der Schubrißbildung über die Versatzkraft F_v

5 Sicherheitskonzept für nichtlineare Berechnungen

Das in der DIN 1045-1 bzw. DIN-FB 102 verwendete Sicherheitskonzept für nichtlineare Berechnungen basiert auf den Arbeiten von König [32].

Mit der Festlegung rechnerischer Mittelwerte, die die unterschiedlichen Streuungen der Materialfestigkeiten berücksichtigen, sowie eines Teilsicherheitsbeiwertes γ_R für den Systemwiderstand wird erreicht, dass unabhängig von der Art des Versagens – spröd (Beton) oder duktil (Stahl) – ein ausreichendes Sicherheitsniveau gewährleistet ist.

$$R_d = \frac{1}{\gamma_R} R(f_{cR}; f_{yR}; f_{tR}; f_{p0,1R}; f_{pR}) \quad (5.1)$$

Dabei ist

$f_{cR}; f_{yR}; f_{tR}; f_{p0,1R}; f_{pR}$ der jeweilige rechnerische Mittelwert der Festigkeiten des Betons, des Betonstahls bzw. des Spannstahls

$\gamma_R = 1,3$ der Teilsicherheitsbeiwert für den Systemwiderstand für ständige und vorübergehende Bemessungssituationen

Der Bemessungswert des Tragwiderstands als Traglast darf nicht kleiner sein als der Bemessungswert der maßgebenden Einwirkungskombination.

Für den Nachweis im Grenzzustand der Tragfähigkeit ist folgende Bedingung zu erfüllen:

$$\gamma_R \cdot E_d \leq R_d \quad (5.2)$$

Als Materialwerte sind die sogenannten Rechenwerte (Index R) zu verwenden. Durch die Festlegung der Rechenwerte wird erreicht, dass unabhängig von der tatsächlichen Versagensart (spröd oder duktil) mit einem einheitlichen Teilsicherheitsbeiwert auf der Widerstandsseite für die Systemtraglast operiert werden kann.

$$\frac{f_{cR}}{f_{cd}} = \frac{0,85 \cdot \alpha \cdot f_{ck}}{\alpha \cdot f_{ck} / \gamma_c} = 1,275 \approx 1,3 \quad \text{und} \quad \frac{f_{yR}}{f_{yd}} = \frac{1,1 \cdot f_{yk}}{f_{yk} / \gamma_s} = 1,265 \approx 1,3 \quad (5.3)$$

Der Grenzzustand der Tragfähigkeit gilt als erreicht, wenn in einem beliebigen Querschnitt des Tragwerks

- die kritische Stahldehnung oder
- die kritische Betondehnung oder
- am Gesamtsystem oder Teilen davon der kritische Zustand des indifferenten Gleichgewichts (Theorie II. Ordnung) erreicht ist.

6 Verifikation Rechenmodells durch Versuchsnachrechnungen

6.1 Allgemeine Erläuterungen

Bei den Versuchsnachrechnungen wird mit den Mittelwerten der dokumentierten Materialeigenschaften gerechnet. Beim Beton werden die Kurzzeitfestigkeiten angesetzt. Damit ist hinsichtlich der Steifigkeiten und Verformungen die größtmögliche Übereinstimmung von Versuch und Berechnung zu erwarten.

6.2 Versuche mit Stahlbetonbalken

Die Richtigkeit des Rechenprogramms wurde durch Nachrechnung zahlreicher Versuche [1], [23], [57], auch mit kombinierter Beanspruchung durch Last und Zwang, bestätigt [17]. Nachfolgend werden lediglich die Nachrechnungen der Versuche von Woidelko [57] dargestellt.

Versuchsdurchführung

An der Universität Stuttgart wurden Traglastversuche an Stahlbetonplattenbalken durchgeführt. Ziel war es, das Verhalten von nach dem Traglastverfahren bemessenen Versuchskörpern zu untersuchen.

Das Versuchsprogramm bestand aus zwei Versuchsserien mit jeweils 4 bzw. 2 von den Abmessungen her identischen Versuchsträgern. Die Versuchsträger stellen einen Ausschnitt aus einem durchlaufenden Plattenbalkentragwerk dar. Das Mittelfeld, mit zwei Einzellasten belastet und mit einer Spannweite von 4,0 m, war in kurze 1,0 m lange Endfelder elastisch eingespannt.

Die theoretischen Traglasten der Versuchsträger der Versuchserie I waren mit 210 kN identisch. Variiert wurde der Momentendeckungsgrad in den Stützbereichen, um Erkenntnisse über das Umlagerungsverhalten zu gewinnen (siehe Tabelle 2).

In der Versuchsserie II wurde die theoretische Traglast auf 330 kN erhöht, um den Einfluss höherer Bewehrungsgrade zu untersuchen. Neben den äußeren Belastungen wurde ein Versuchsträger zusätzlich durch eine Stützensenkung von 3 mm beansprucht. Der Vergleich beider Versuchsträger sollte Erkenntnisse über den Einfluss der Zwangbeanspruchung auf die Momentenumlagerung und Rotationsfähigkeit bringen.

Der Versuchsaufbau ist in Bild 35 dargestellt.

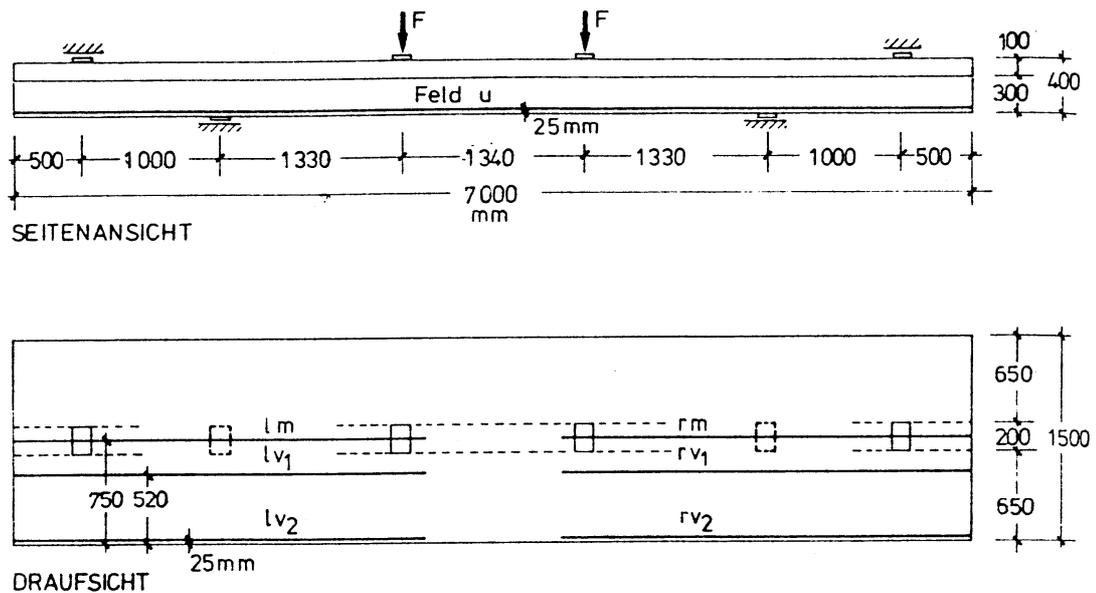


Bild 35 Versuchsaufbau (Woidelko [57])

Die wesentlichen Angaben zur Geometrie und zum Bewehrungsgrad der Versuchsträger enthält Tabelle 2.

Tabelle 2 Zusammenstellung der erforderlichen und gewählten Biegebewehrung

Versuchsträger		b_w [m]	b_0 [m]	h [m]	erf. A_s [mm ²]	gewählte Stäbe	vorh. A_s [mm ²]	$\mu = \frac{A_s}{b \cdot h}$ [%]	η_{St} vorh.
PB I.1	Stütze		0,2	0,375	1194	10 ϕ 12	1130	1,510	0,95
	Feld	1,20		0,37	797	4 ϕ 16	804	0,181	
PB I.2	Stütze		0,2	0,375	860	8 ϕ 12	904	1,210	0,78
	Feld	1,20		0,37	1062	2 ϕ 14 2 ϕ 16	1112	0,250	
PB I.3	Stütze		0,2	0,375	548	4 ϕ 12	452	0,603	0,41
	Feld	1,20		0,35	1436	4 ϕ 14 4 ϕ 16	1420	0,338	
PB I.4	Stütze		0,2	0,375	548	10 ϕ 8	503	0,670	0,46
	Feld	1,20		0,35	1436	4 ϕ 14 4 ϕ 16	1420	0,338	
PB II.1	Stütze		0,2	0,375	906	18 ϕ 8	905	1,210	0,50
	Feld	1,30		0,355	2297	4 ϕ 18 4 ϕ 20	2272	0,492	
PB II.2	Stütze		0,2	0,375	906	18 ϕ 8	905	1,210	0,50
	Feld	1,30		0,355	2297	4 ϕ 18 4 ϕ 20	2272	0,492	

Für die Versuchskörper war ein Beton der Festigkeitsklasse B 35 vorgesehen. Die gemessenen Spannungs-Dehnungs-Linien der zugehörigen Betonprismen sind in Bild 36 enthalten. Diese wurden der nichtlinearen Nachrechnung zugrunde gelegt.

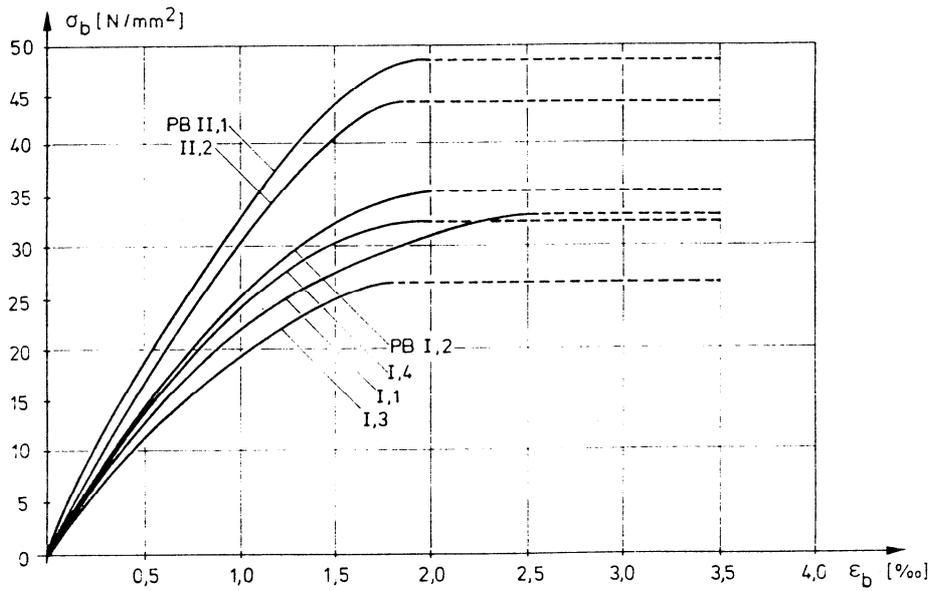


Bild 36 Gemessene Spannungs-Dehnungslinien des Betons

Als Bewehrung kam Betonstahl der Sorte BST 420/500 RU zum Einsatz. Die Ergebnisse der Prüfung sind in Tabelle 3 zusammengestellt.

Tabelle 3 Materialeigenschaften der verwendeten Betonstähle

Versuchs-träger	Durch-messer	Betonstahlgüte	vorh. A _s	Streck-grenze β _{0z}	Zug-festigkeit β _z	Bruch-dehnung δ	Beginn der Ver-festigung
	mm		mm ²	N/mm ²	N/mm ²	%	%
PB I.1-4	6	420/500 RU	28	504	533	20,8	1,90
	8	420/500 RU	52,2	512	730	20,3	> 1,50
	12	420/500 RU	119,5	473	763	17,2	1,07
	14	420/500 RU	156,2	439	709	22,5	0,93
	16	420/500 RU	201,5	450	753	18,9	1,13
	8	420/500 RK	49,7	460	551	13,1	
PB II.1+2	6	420/500 RU	28,5	513	540	23,1	
	8	420/500 RU	51,2	451	706	19,8	0,50
	10	420/500 RU	78,6	455	677	22,3	
	18	420/500 RU	259,8	448	676	19,1	1,30
	20	420/500 RU	318,4	490	658	23,9	1,20

Beispielhaft für ist für den Ø 12 die Spannungs-Dehnungs-Linie dargestellt (siehe Bild 37).

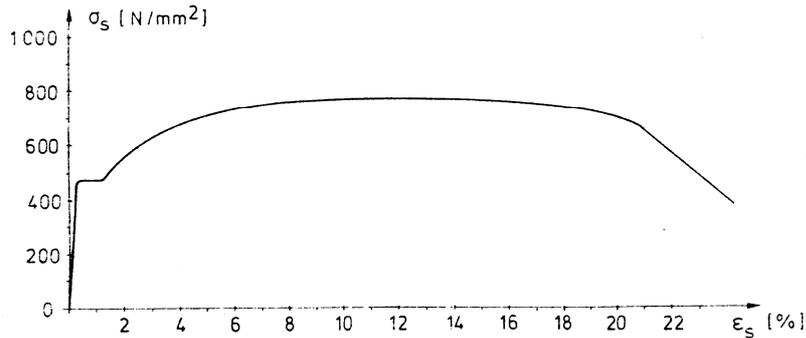


Bild 37 Gemessene Spannungs-Dehnungslinie des Betonstahls Ø 12

Ergebnisse der Versuchsnachrechnungen

Die Versuchsnachrechnungen erfolgten mit dem Ziel, die gemessenen Werte so gut als möglich nachzuvollziehen, um das Rechenmodell zu verifizieren. Von besonderem Interesse waren hierbei die Traglasten, die Verformungen sowie das Umlagerungsverhalten der Versuchsträger.

Den nichtlinearen Berechnungen liegen die o. a. Spannungs-Dehnungs-Linien der Werkstoffe zugrunde.

Die Zugfestigkeit des Betons und die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen werden über eine modifizierte Stahlkennlinie nach Kapitel 4.3 berücksichtigt. Hierbei wird die aus der Risslast der Versuchsträger abgeleitete Betonzugfestigkeit σ_{BZ} verwendet.

Tabelle 4 Risslasten und abgeleitete Zugfestigkeit der Versuchsträger

Versuchs-träger	Risslast [kN]	Rissmoment [kNm]	σ_{BZ} [N/mm ²]	β_{BZ} [N/mm ²]	σ_{BZ} / β_{BZ}
PB I. 1	84	72,50	3,39	4,29	0,79
PB I. 2	100	80,92	3,79	4,77	0,79
PB I. 3	84	67,51	3,16	4,32	0,73
PB I. 4	100	72,75	3,40	4,11	0,83
PB II.1	130	99,78	4,57	5,75	0,81
PB II.2		89	4,16	5,57	0,75

Beispielhaft ist in Bild 38 die modifizierte Stahlkennlinie der oberen Bewehrung Ø 12 im Stützbereich des Versuchsträgers PBI.1 im Bereich bis $\varepsilon_{sm} = 25$ ‰ dargestellt.

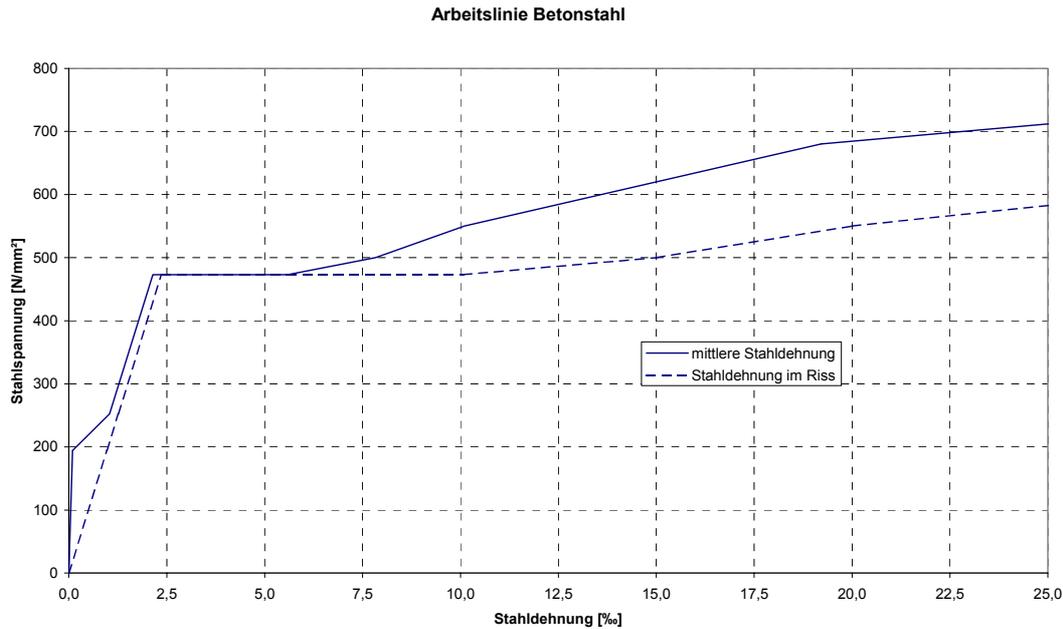


Bild 38 modifizierte Spannungs-Dehnungs-Linie des Betonstahls (Versuchsträger PB I.1)

Um den Einfluss der Schubrissbildung zu erfassen, wurden die nichtlinearen Berechnungen für jeden Versuchsträger mit und ohne Vergrößerung der Zugkraft durch die Versatzmaßregel durchgeführt. Somit ergibt sich eine obere und untere Eingrenzung für die rechnerischen Kraft-Durchbiegungs-Linien des Ergebnisbereiches.

Das Versatzmaß wird, aus den aufgezeichneten Rissbildern abgeleitet, für eine Schubrissneigung von 45° ermittelt und ergibt sich näherungsweise zu

$$a_i = \frac{z}{2} \cot \vartheta \approx \frac{0,9d}{2} = 0,45d . \quad (6.1)$$

Im Folgenden werden für die Versuchsserie I die rechnerisch ermittelten Kraft-Durchbiegungs-Linien und die bezogene Momentenumlagerung im Vergleich zu den gemessenen Werten dargestellt.

Sowohl die berechneten Traglasten, als auch die Verformungen weisen eine gute Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen auf.

Die bezogene Momentenumlagerung stimmt sowohl dem Verlauf als auch der Größe nach gut mit den gemessenen Werten überein. Mit zunehmend geringeren Momentendeckungsgraden in den Stützbereichen ist von der Risslast bis zum Erreichen der Traglast eine nahezu linear verlaufende Umlagerung zu verzeichnen.

Der Einfluss der Schubrissbildung ist, wie auch Woidelko schon feststellte, signifikant. Die rechnerische Berücksichtigung liefert bei den vorliegenden Versuchsträgern durchweg eine bessere Übereinstimmung zwischen Versuch und Rechnung. Eine Vernachlässigung der Schubrissbildung überschätzt die Steifigkeit und liegt daher für die Beurteilung von Zwangsschnittgrößen auf der sicheren Seite.

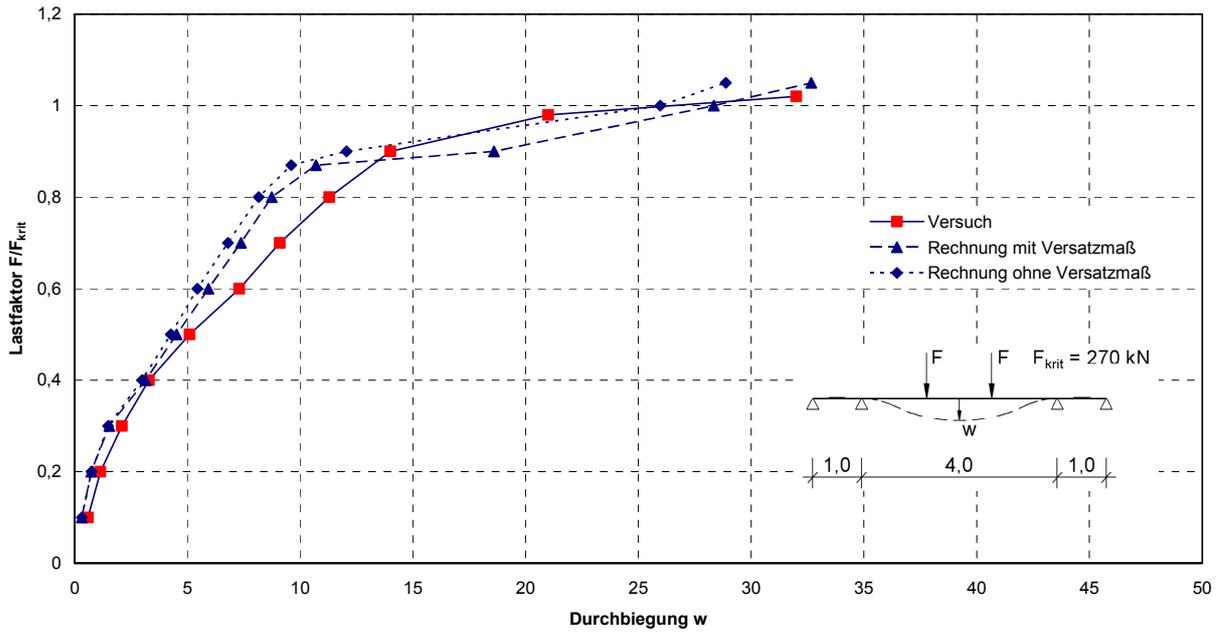


Bild 39 Last-Verformungs-Diagramm PB I.1 ($\eta_{St} = 1,0$)

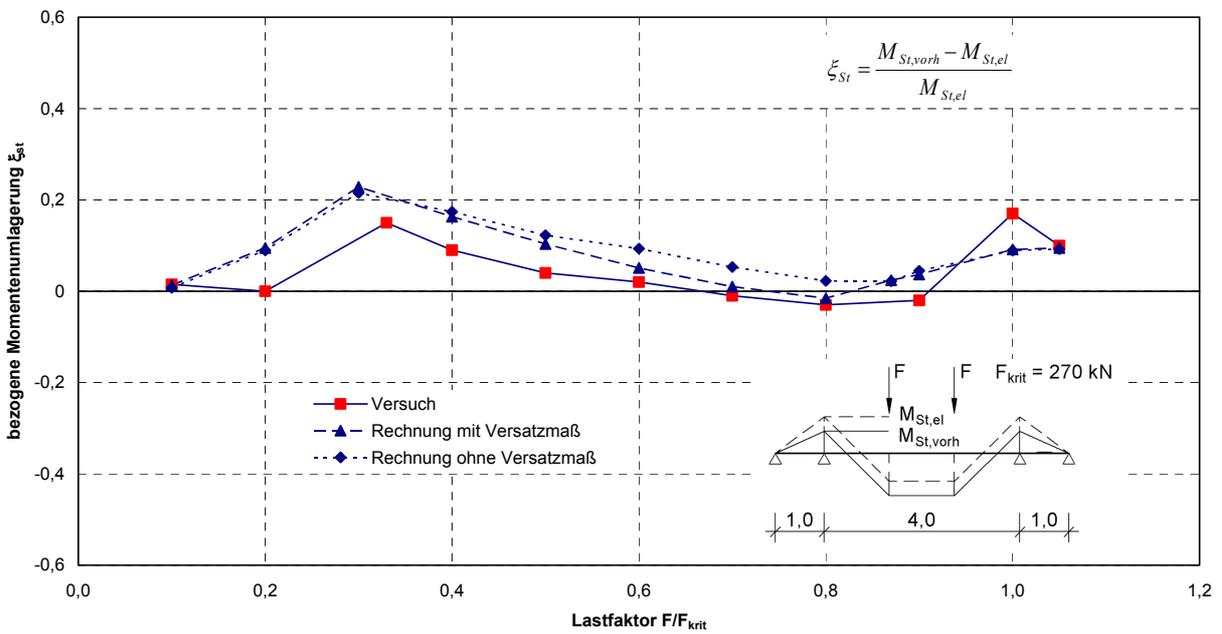


Bild 40 Bezugene Momentenumlagerung PB I.1 ($\eta_{St} = 1,0$)

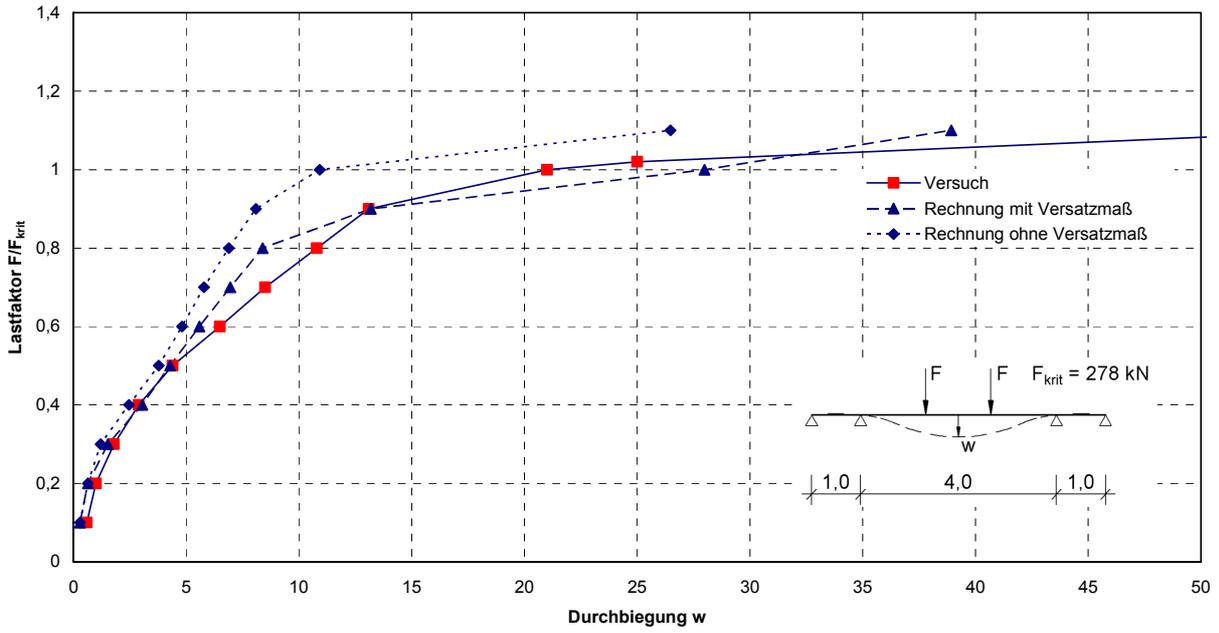


Bild 41 Last-Verformungs-Diagramm PB I.2 ($\eta_{st} = 0,78$)

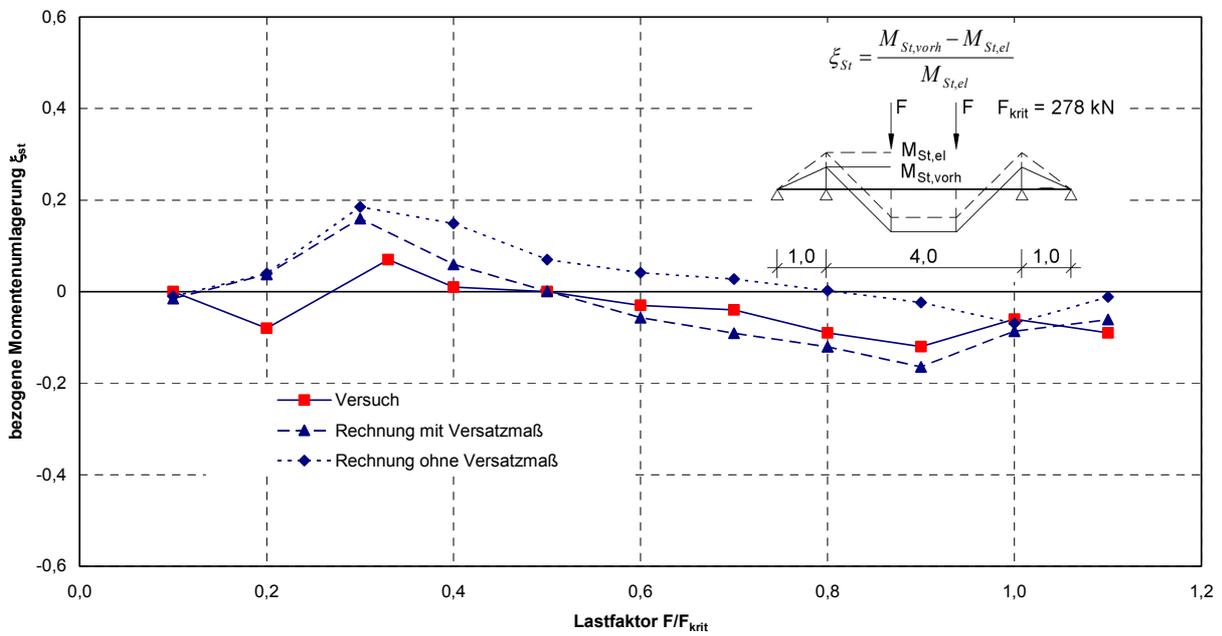


Bild 42 Bezogene Momentenumlagerung PB I.2 ($\eta_{st} = 0,78$)

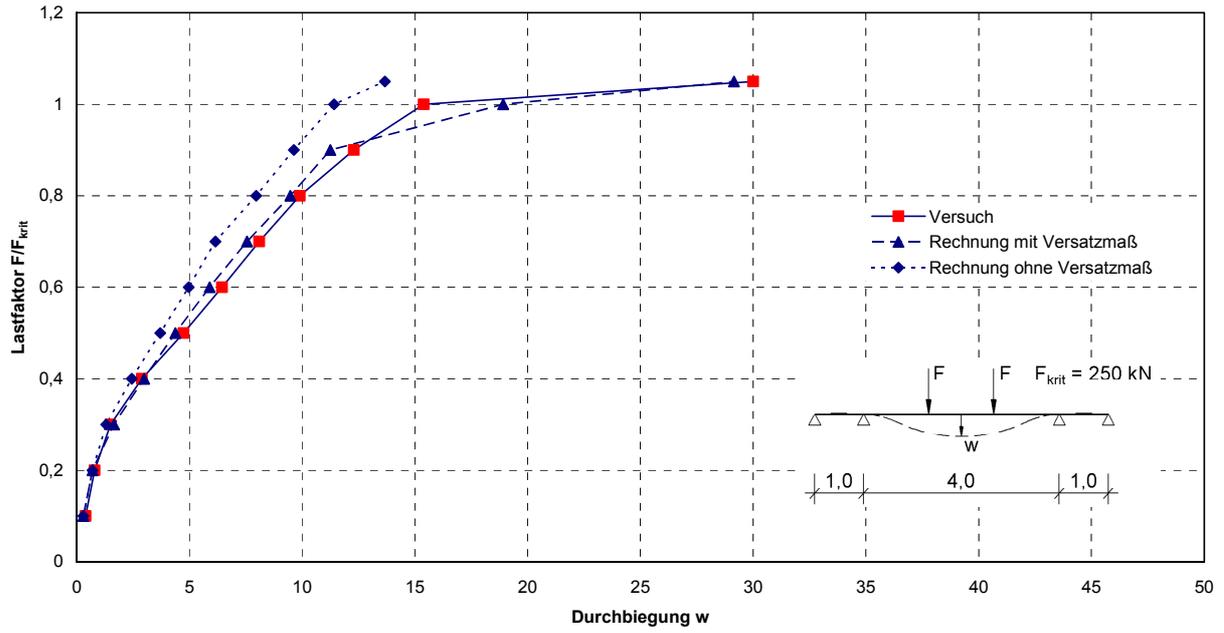


Bild 43 Last-Verformungs-Diagramm PB I.3 ($\eta_{St} = 0,41$)

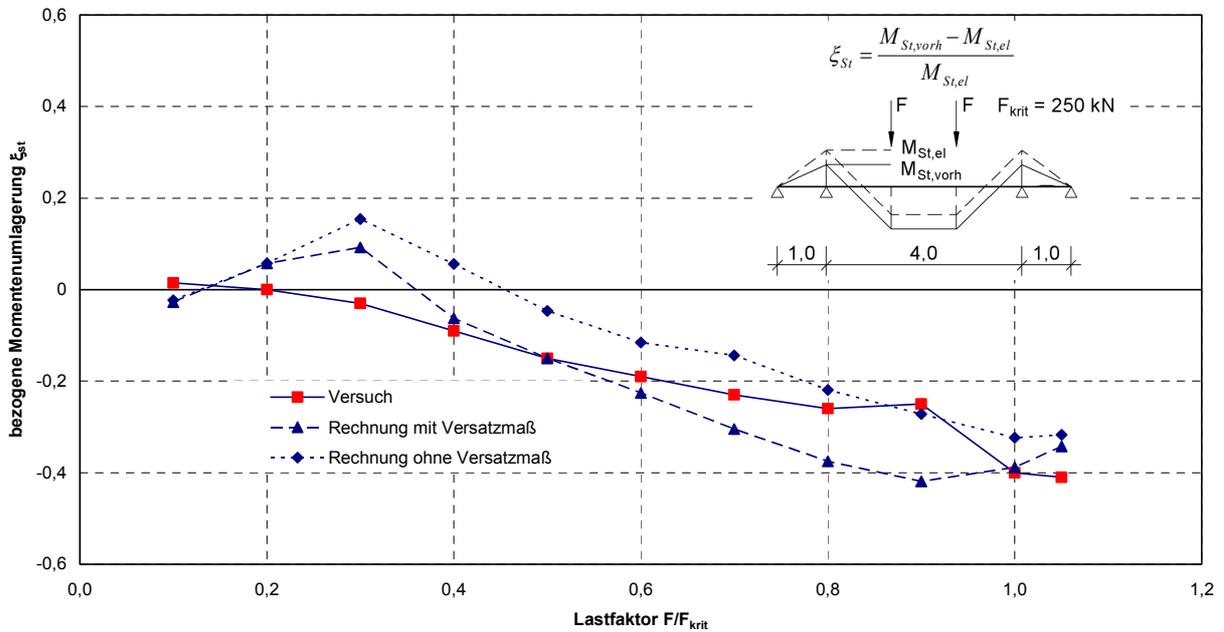


Bild 44 Bezogene Momentenumlagerung PB I.3 ($\eta_{St} = 0,41$)

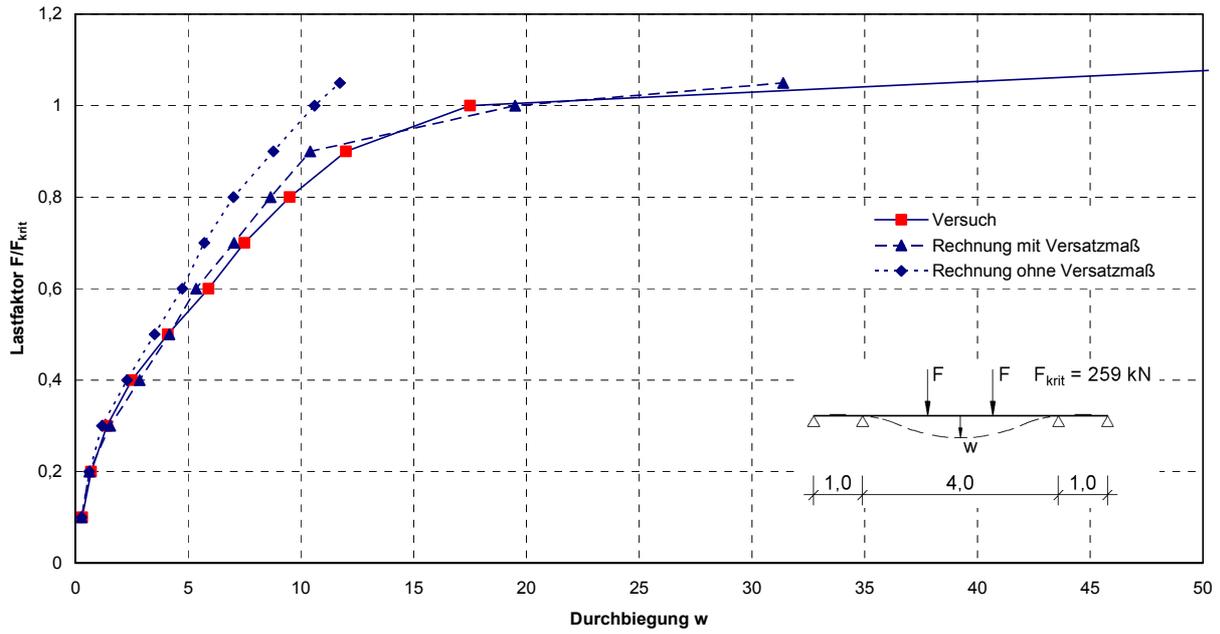


Bild 45 Last-Verformungs-Diagramm PB I.4 ($\eta_{St} = 0,46$)

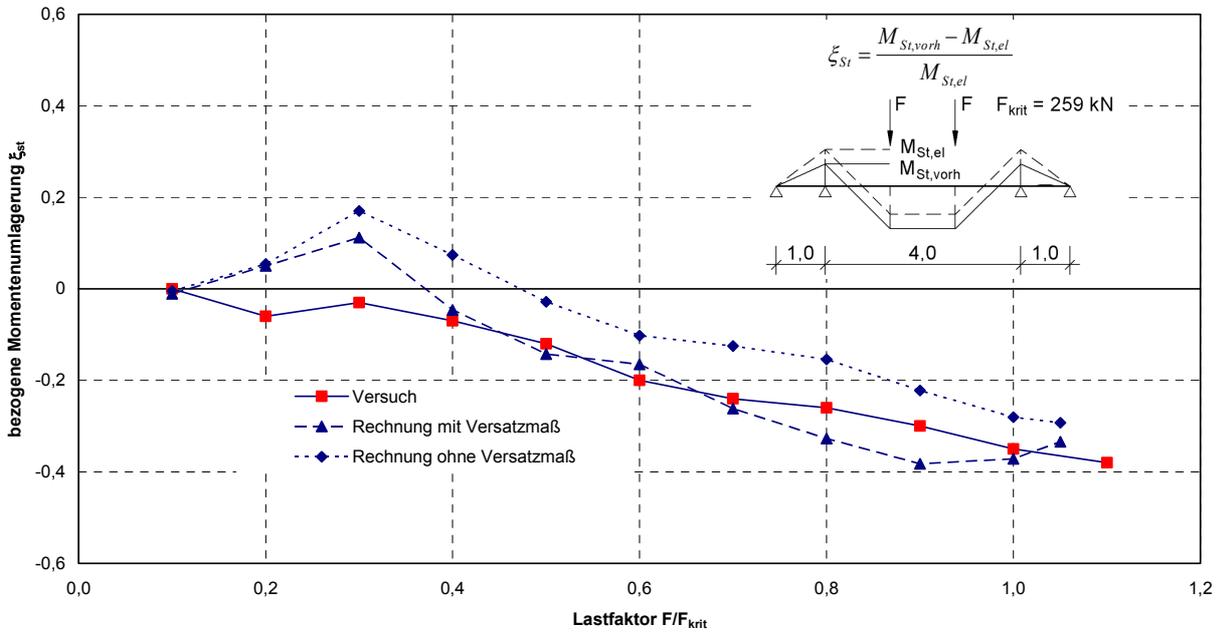


Bild 46 Bezogene Momentenumlagerung PB I.4 ($\eta_{St} = 0,46$)

Bei der Versuchserie II wurde die Traglast gegenüber der Versuchserie I von 210 kN auf 330 kN erhöht, um den Einfluss höherer Bewehrungsgrade zu untersuchen. Neben den Lastbeanspruchungen erhielt der Versuchskörper PBII.2 zusätzlich eine Zwangbeanspruchung aus Stützensenkung. Durch den Vergleich der beiden Versuchskörper PBII.1 und PBII.2 war eine Beurteilung der Entwicklung der Zwangsnittgrößen in Abhängigkeit von der Höhe der Belastung möglich.

Die Traglasten konnten auch hier in guter Übereinstimmung mit den gemessenen Werten ermittelt werden. Die berechnete Kraft-Durchbiegungs-Linie verläuft im gerissenen aber noch elastischen Zustand II etwas steiler als im Versuch. Dies wird mit der im Rechenmodell gültigen Bernoulli-Hypothese erklärt, welche das Ebenbleiben des Querschnittes voraussetzt. Die im Versuch gemessenen Betondehnungen über die Höhe weichen bei höheren Laststufen von der linearen Dehnungsverteilung ab. Die Steifigkeit wird also etwas überschätzt.

Die berechneten bezogenen Momentenumlagerungen im Gebrauchslast- und im Traglastbereich stimmen dem Verlauf und der Größe nach gut mit den gemessenen überein. Auch hier ergibt sich eine mit steigender Belastung nahezu linear verlaufende Umlagerung des Stützmomentes.

Am Versuchsträger PBII.2 wurde vor dem Aufbringen der äußeren Belastung schrittweise eine Stützensenkung von 3,0 mm eingeprägt. Bild 51 zeigt die Entwicklung des Stützmomentes bei Aufbringen der Stützensenkung. Bei einer Stützensenkung von 2 mm beginnt die Rissbildung und damit einhergehend eine unterproportionale Zunahme des Zwangmomentes gegenüber der elastischen Lösung. Dieser Effekt konnte durch die Berechnung in guter Übereinstimmung mit den gemessenen Werten bestätigt werden.

Der Vergleich beider Versuchsträger zeigt, dass die Zwangmomente aus der Stützensenkung mit steigender Belastung nahezu vollständig abgebaut werden (Bild 52). Auch hier ergeben Versuch und Nachrechnung eine gute Übereinstimmung. Während die Unterschiede der mit und ohne Versatzmaß ermittelten Stützmomente noch erkennbar sind, verlaufen die Differenzmomente ΔM (verbleibendes Zwangmoment) nahezu deckungsgleich. Für den Abbau des Zwangmomentes ist es danach offensichtlich von untergeordneter Bedeutung, ob der Einfluss der Schubrissbildung berücksichtigt oder vernachlässigt wird. Hinsichtlich der Last-Verformungs-Kurve ergibt sich allerdings mit Berücksichtigung des Versatzmaßes a_1 eine bessere Übereinstimmung zwischen Versuch und Rechnung.

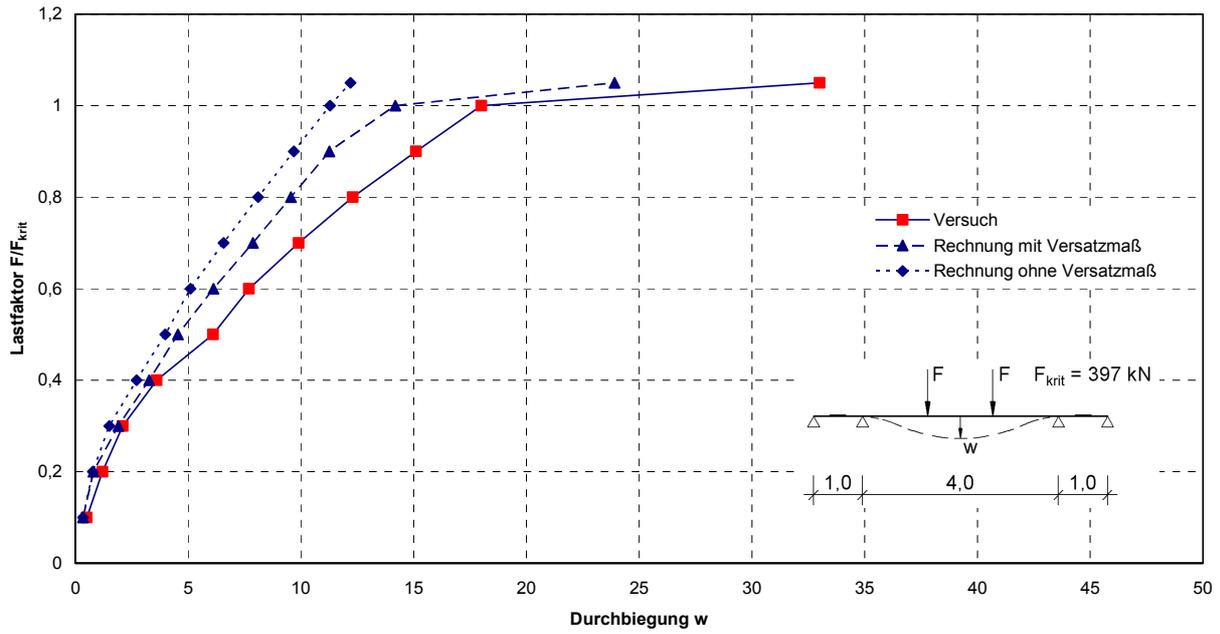


Bild 47 Last-Verformungs-Diagramm PB II.1 ($\eta_{St} = 0,50$)

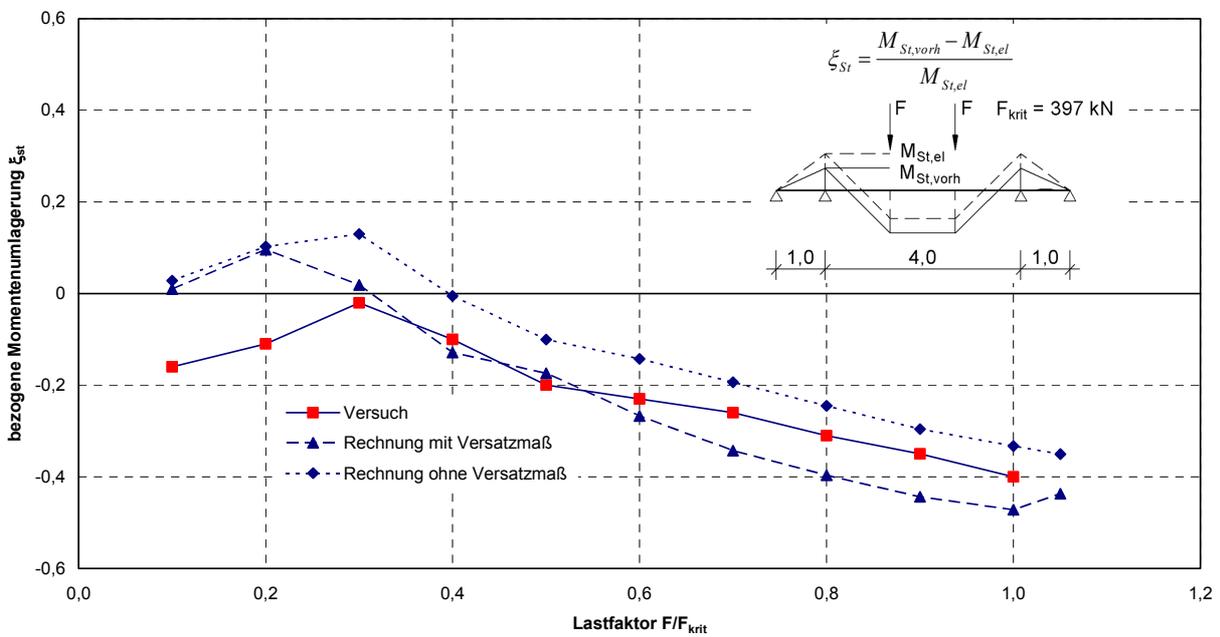


Bild 48 Bezugene Momentenumlagerung PB II.1 ($\eta_{St} = 0,50$)

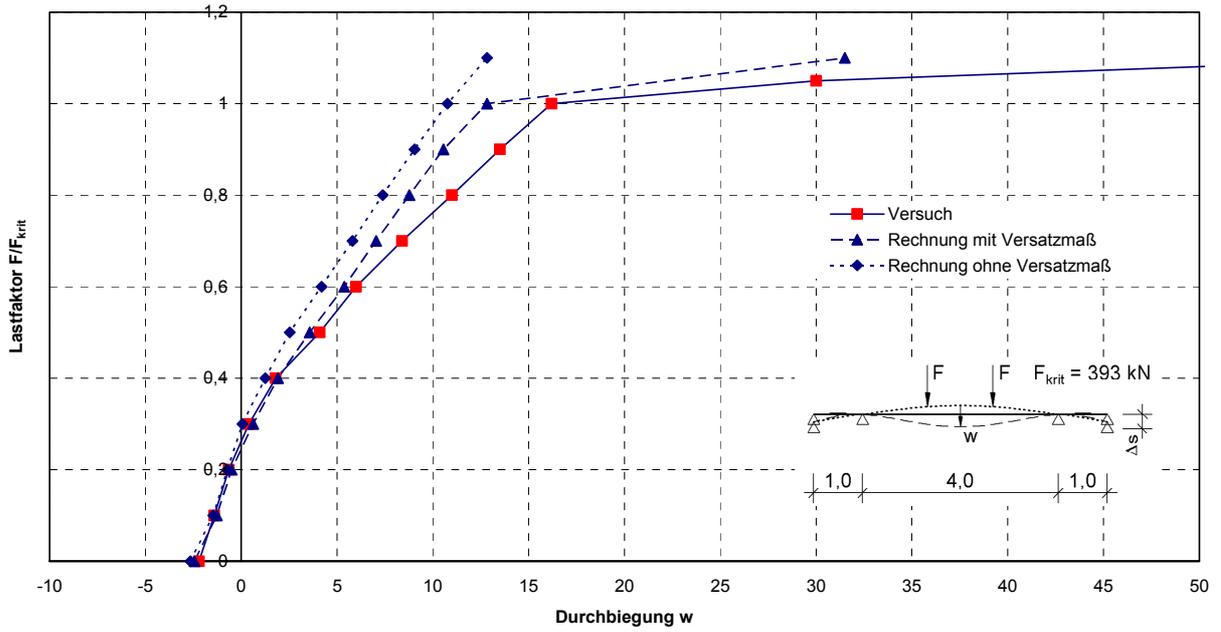


Bild 49 Last-Verformungs-Diagramm PB II.2 ($\eta_{st} = 0,50$)

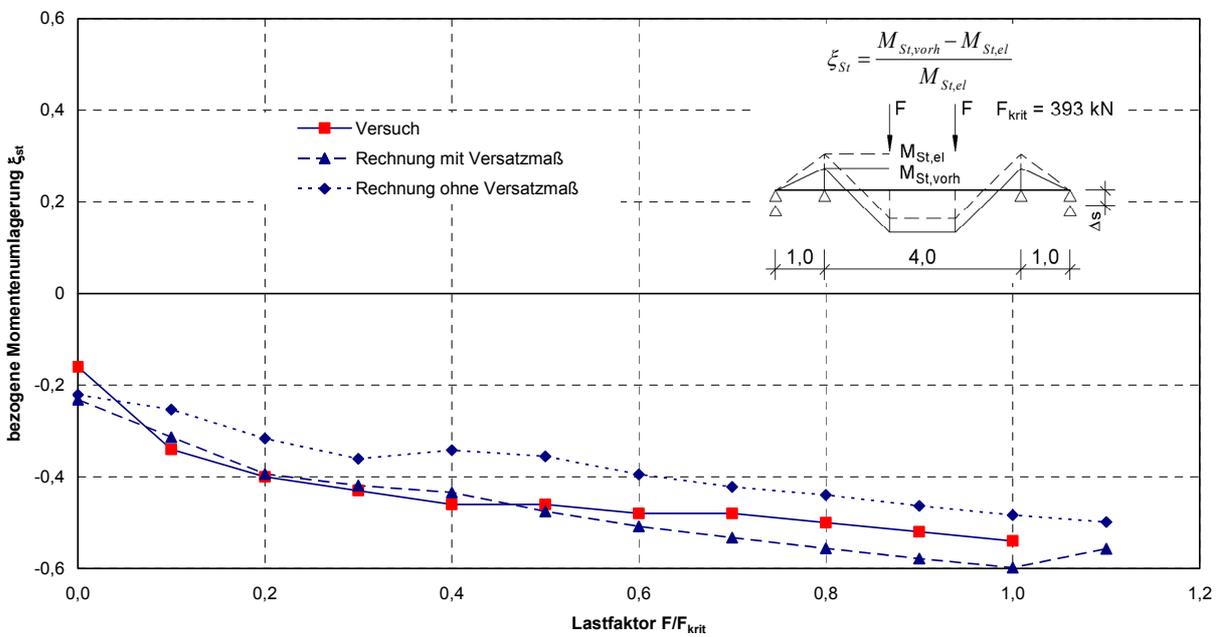


Bild 50 Bezugene Momentenumlagerung PB II.2 ($\eta_{st} = 0,50$)

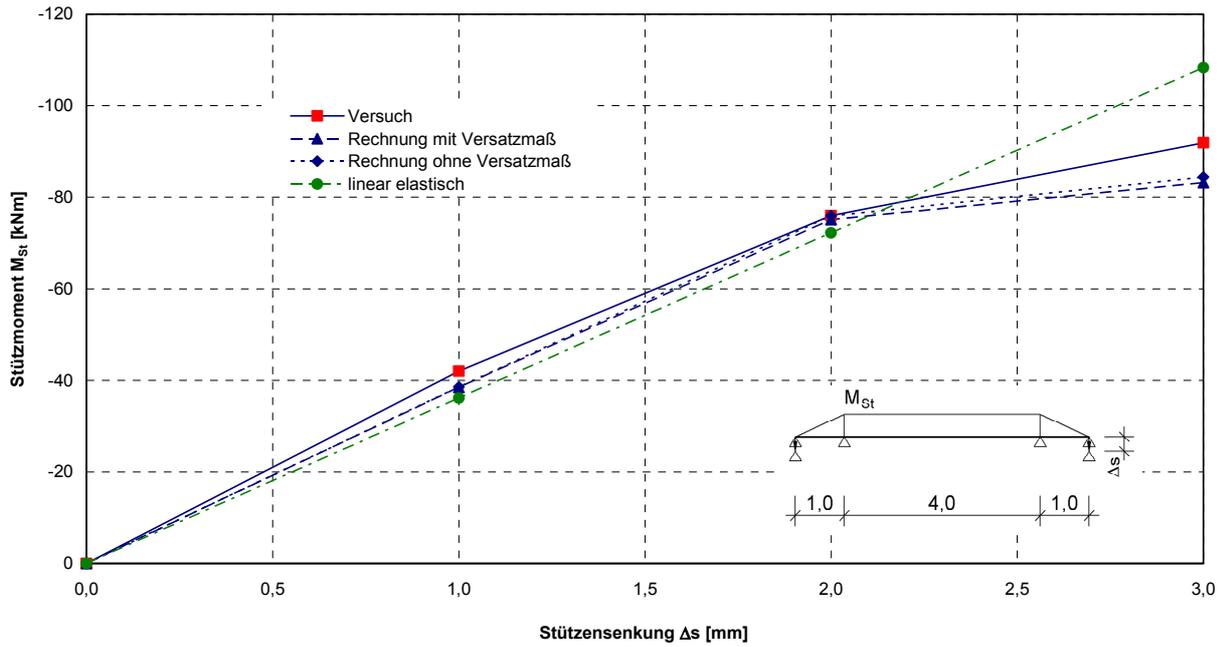


Bild 51 Gemessene und rechnerische Biegemomente infolge schrittweise aufgebracht Stützensenkung PB II.2

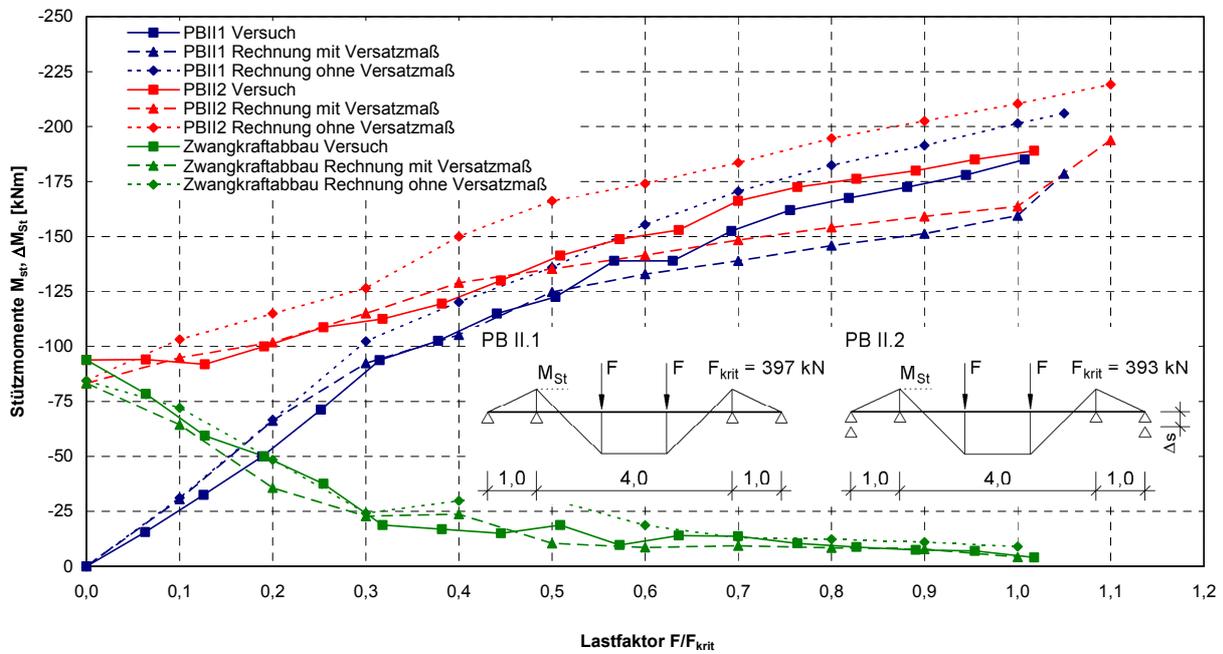


Bild 52 Entwicklung der Stützmomente der Versuchsträger PB II.1 und PB II.2 und Abbau der eingepprägten ZwangschnittgröÙe in Abhängigkeit von der Belastung

6.3 Versuche mit Spannbetonbalken

6.3.1 Versuche von Zink

Zink [59] führte Schubversuche an insgesamt 11 Spannbetonbalken aus Hochleistungsbeton der Festigkeitsklassen B85 bis B115 durch. Die Versuche dienten der Absicherung der Grundlagen für die Schubbemessung von vorgespannten Bauteilen aus Hochleistungsbeton.

Alle Balken waren als Vierpunktbalken konzipiert (Bild 53).

Die Versuche waren konzipiert als 6 Schubbalken ohne Bügelbewehrung und 5 Biegebalken mit Schubbewehrung. Im Folgenden wird nur auf die für die Nachrechnungen hier relevanten 5 Biegebalken eingegangen. Es handelt sich dabei um 3 Biegebalken mit einer Länge von 10 m und einer Schubschlankheit $a/d = 5,35$ sowie 2 Biegebalken mit einer Länge von 3,45 m und einer Schubschlankheit $a/d = 3,50$ (Tabelle 5).

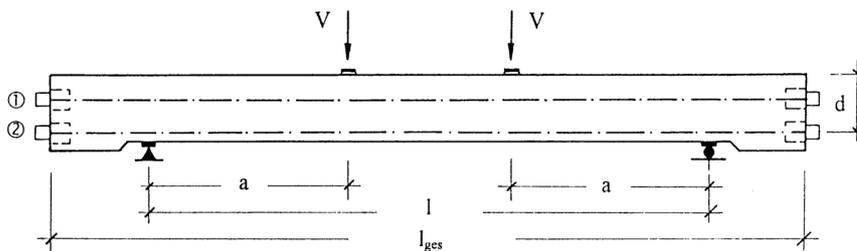


Bild 53 Versuchsbalken (Zink [59])

Tabelle 5 Daten der Biegeversuche

Balken	f_c	Beton- sorte	h	b	d	a / d	a	l	l_{ges}	A_c
	N/mm ²									
BV-1	99,1	3	80,0	35,0	74,8	5,35	4,000	10,00	11,50	0,280
BV-2	97,3	1	40,0	17,5	35,0	3,50	1,225	3,45	4,65	0,070
BV-3	85,5	3	80,0	35,0	74,8	5,35	4,000	10,00	11,50	0,280
BV-4	84,5	2	40,0	35,0	34,5	3,55	1,225	3,45	4,65	0,140
BV-5	99,1	3	80,0	35,0	73,3	5,46	4,000	10,00	11,80	0,280
	Spann- verfahren	Hüll- rohr	P/A_c	$A_{p,1}$ $A_{p,2}$	A_s	ρ_{s+p1}	$A_{s,bü}$	cal M_u	$M_{u,exp}$	
	Anzahl / Typ	mm	N/mm ²	cm ²	cm ²	%	cm ² /m	kNm	kNm	
BV-1	2 × B+B L 4	45/51	3,92	5,6	8,04	0,51	3,53	1153	1314	
BV-2	2 × B+B L 1	21/26	3,92	1,4	12,56	2,26	7,06	265	338	
BV-3	4 × B+B L 4	45/51	7,76	11,2	6,03	0,63	4,71	1839	2071	
BV-4	2 × B+B L 4	45/51	7,76	5,6	19,63	2,06	12,57	655	665	
BV-5	2 × B+B L 12	70/77	11,52	16,8	4,02	0,76	5,91	2352	2513	

Aufgrund der guten Dokumentation der Versuche [59] und der gezielten Variation des zentrischen Anteils der Vorspannung N_{cp}/A_c zwischen 4,0 und 12,0 MN/m² boten sich die Biegeversuche zur Verifikation des Rechenmodells bei Vorhandensein einer Vorspannung und gemischter Bewehrung an.

Das entscheidende Kriterium bei nichtlinearen Berechnungen ist die wirklichkeitsnahe Abbildung der Steifigkeit im Rechenmodell in allen Trägerbereichen und Belastungsphasen. Dies kann für das globale Verhalten am einfachsten über die Last-Durchbiegungs-Linie kontrolliert werden.

Die Spannungs-Dehnungslinie des Betons wird in Anlehnung an DIN 1045-1 für die Schnittgrößenermittlung bzw. nichtlineare Berechnungen auf der Basis von Mittelwerten bestimmt, da im Rahmen der Versuchsdurchführungen keine σ - ε -Linien gemessen wurden. Bild 54 stellt beispielhaft die Spannungs-Dehnungslinie entsprechend etwa eines C100/115 für die nichtlineare Versuchsnachrechnung dar.

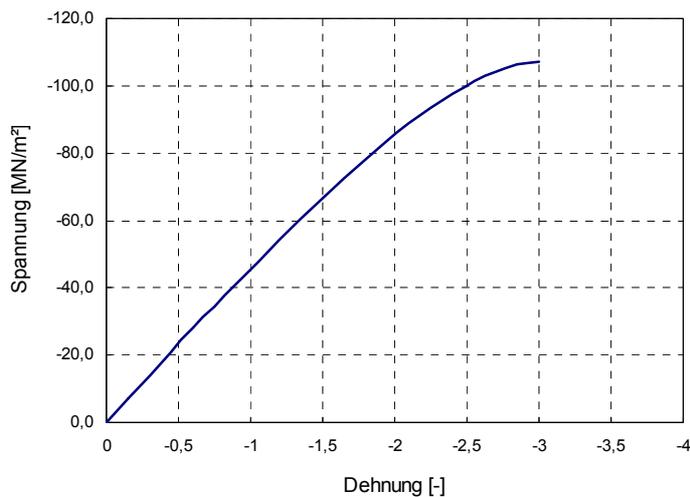


Bild 54 Spannungs-Dehnungslinie für die Nachrechnung des Balkens BV-1

Die Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen erfolgt bei der gemischten Bewehrung sowohl für die schlaife Bewehrung als auch für die Spannstahlbewehrung durch modifizierte Spannungs-Dehnungslinien (Abschnitt 4.3). Hierbei ist die Berücksichtigung der versteifenden Wirkung im plastischen Bereich von besonderer Bedeutung, um die plastische Verformbarkeit nicht zu überschätzen (Bild 55).

Wie aus Bild 55 hervorgeht, ist die versteifende Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen im elastischen Stahldehnungsbereich nur sehr gering. Dies ist eine Folge der relativ hohen Bewehrungsgrade.

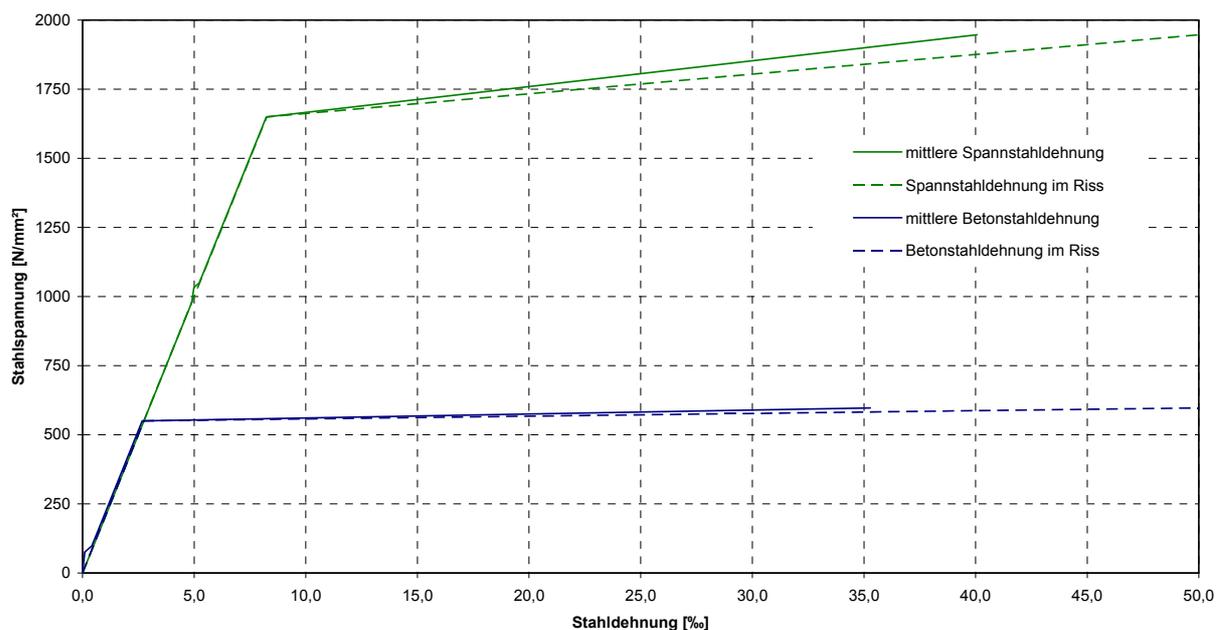


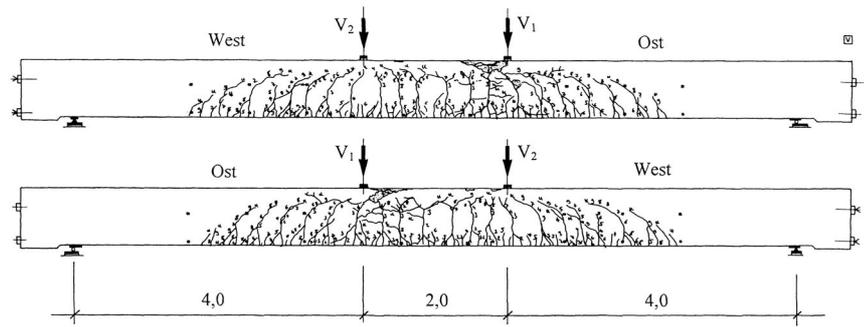
Bild 55 Modifizierte Arbeitslinien des Betonstahls und des Spannstahls (Versuchsträger BV1)

Im Folgenden werden die Last-Durchbiegungskurven der Versuche und der Nachrechnungen vergleichend gegenübergestellt.

Die berechneten Kraft-Durchbiegungs-Linien der 10 m langen Versuchsbalken BV-1, BV-3 und BV-5 (Schubslankheit $a/d = 5,35$) stimmen sehr gut mit den Versuchswerten überein. Die Traglasten konnten in guter Übereinstimmung mit den gemessenen Werten ermittelt werden. Der Übergang vom Zustand I in den Zustand II (Dekompression) wird bei allen Nachrechnungen zuverlässig abgebildet. Der Einfluss der Schubbrissneigung auf die Steifigkeit der Balken ist aufgrund der großen Schubslankheit gering.

Die berechneten Kraft-Durchbiegungs-Linien der 3,45 m langen Versuchsbalken BV-2 und BV-4 verlaufen im gerissenen aber noch elastischen Zustand II etwas steiler als im Versuch. Möglicherweise liegt die Ursache in der Vernachlässigung der Schubverzerrungen im gerissenen Zustand II. Dies wurde jedoch nicht weiter untersucht, da im Rahmen dieser Arbeit eine geringfügige Überschätzung der Steifigkeiten auf der sicheren Seite liegt. Die berechneten Traglasten stimmen jedoch auch hier sehr gut mit den Messwerten überein.

BV-1 (a/d = 5,35)



BV-2 (a/d = 3,5)

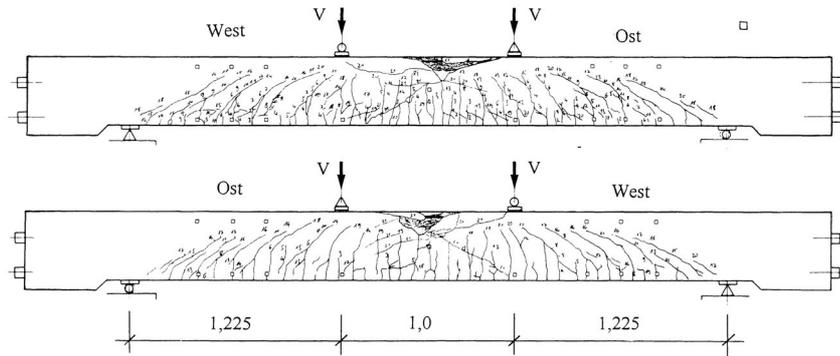


Bild 56 Vergleich der Schubrissneigung der Versuchsträger BV-1 und BV-2

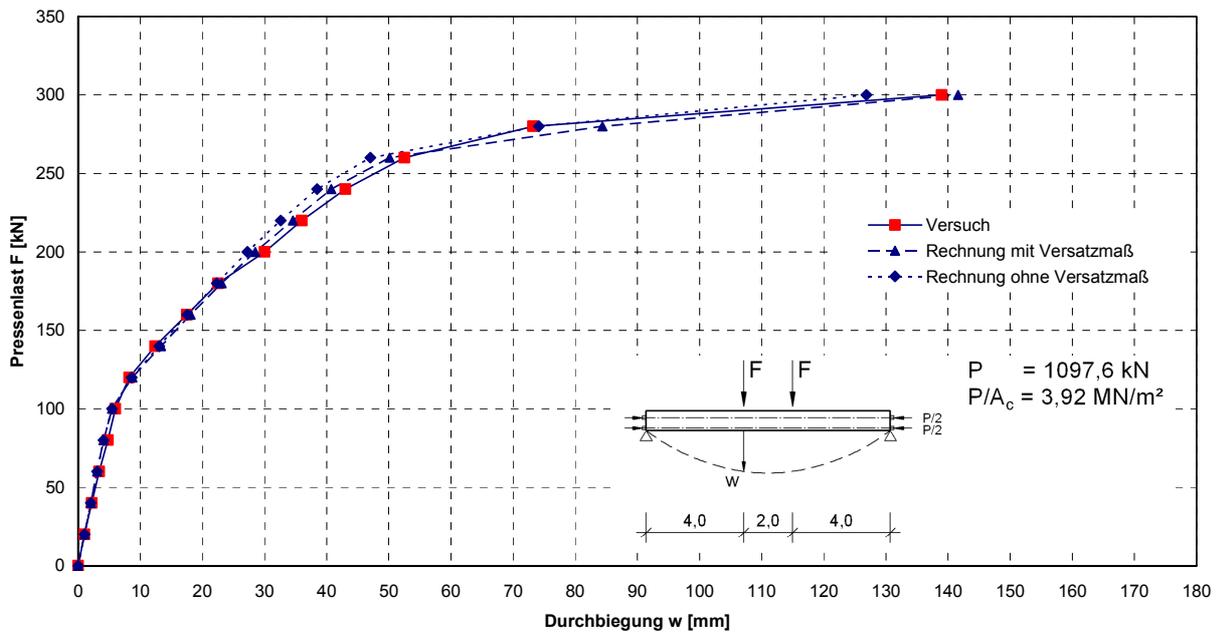


Bild 57 Last-Verformungs-Diagramm BV-1

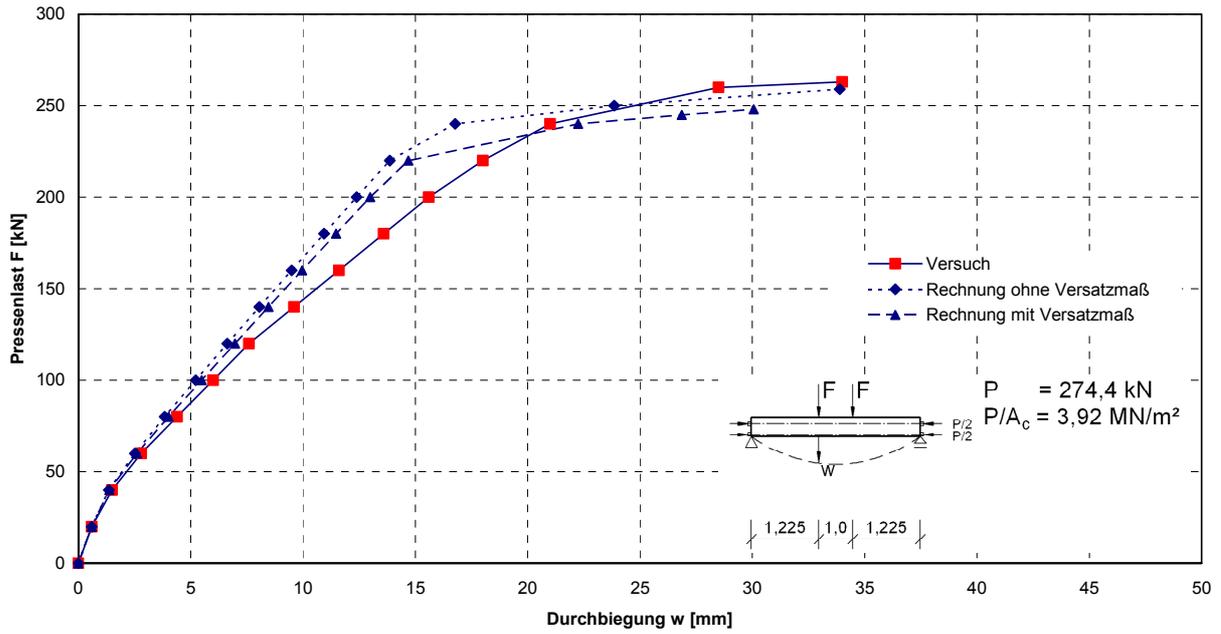


Bild 58 Last-Verformungs-Diagramm BV-2

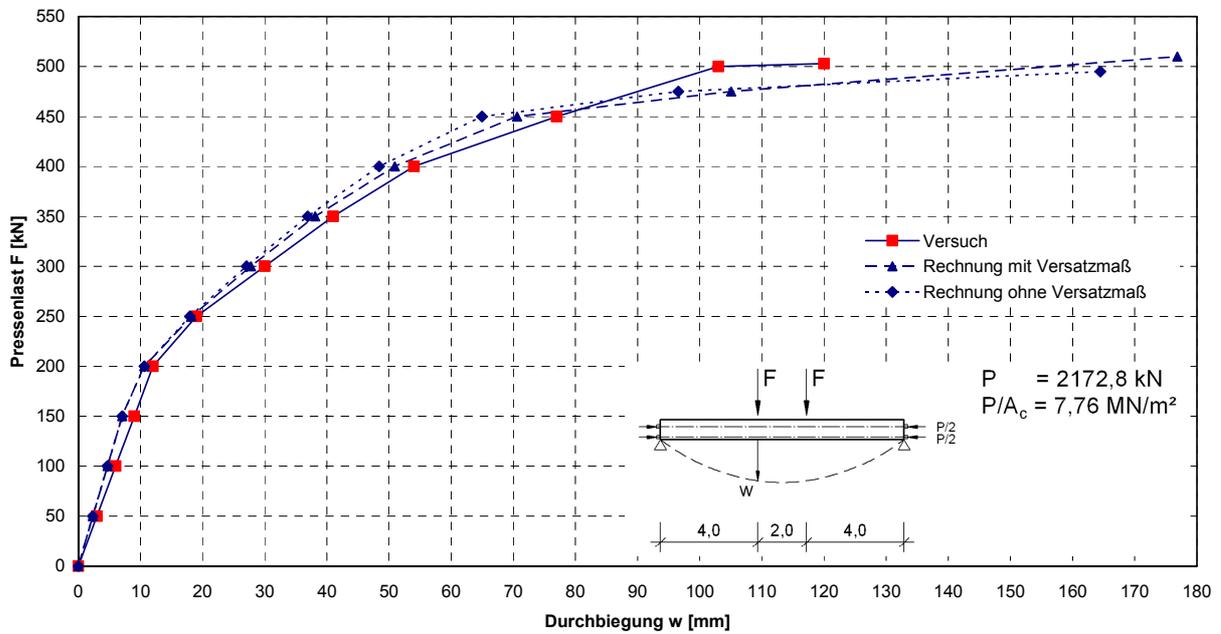


Bild 59 Last-Verformungs-Diagramm BV-3

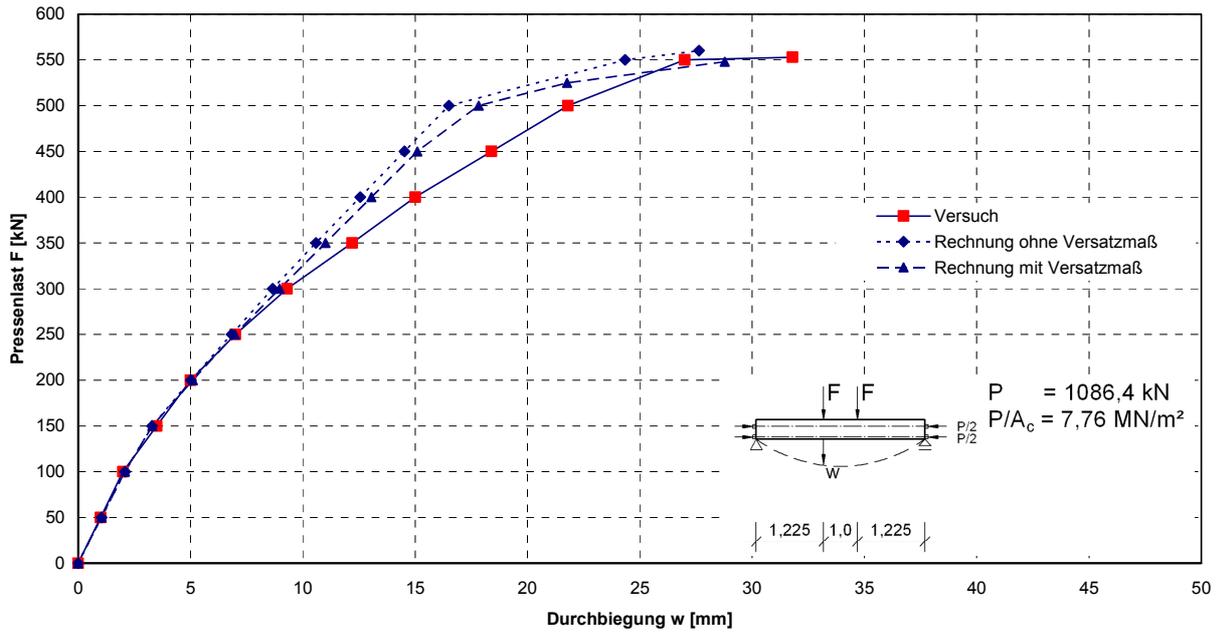


Bild 60: Last-Verformungs-Diagramm BV-4

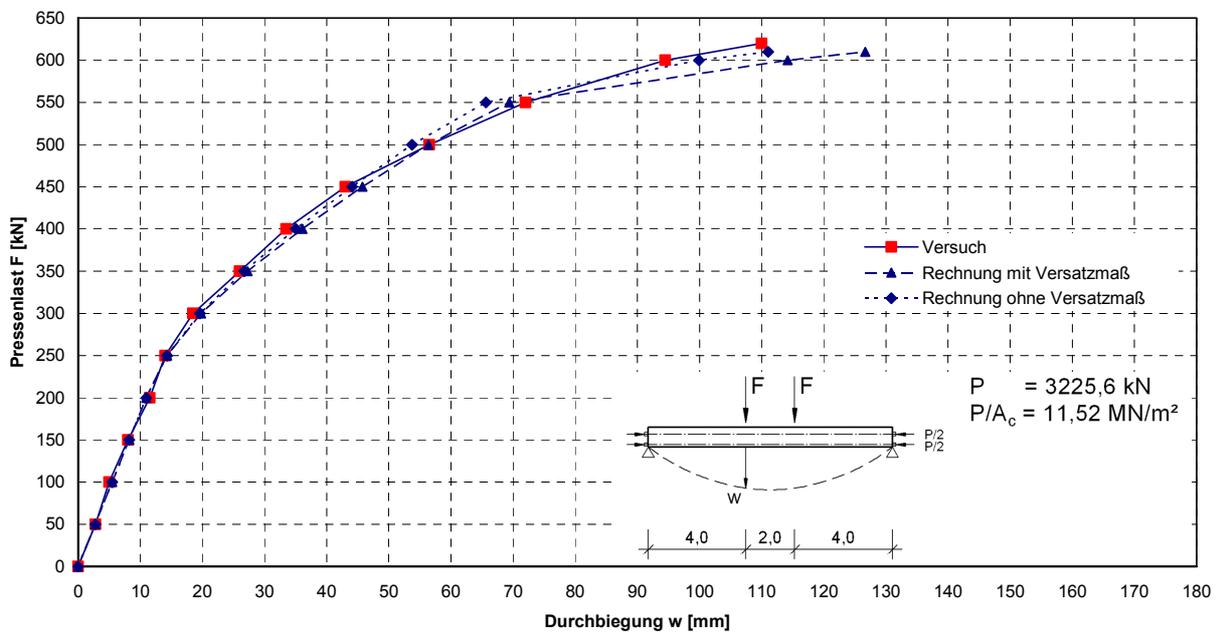


Bild 61 Last-Verformungs-Diagramm BV-5

6.3.2 Versuche von Eibl, Mora, Strauß

An der Universität Karlsruhe wurden Versuche an vorgespannten Einfeldbalken durchgeführt, um Erkenntnisse über die Rotationsfähigkeit von Spannbetontragwerken zu gewinnen [20]. Insbesondere war der Einfluss unterschiedlicher Belastungsanordnungen bei sonst gleichen Randbedingungen von Interesse.

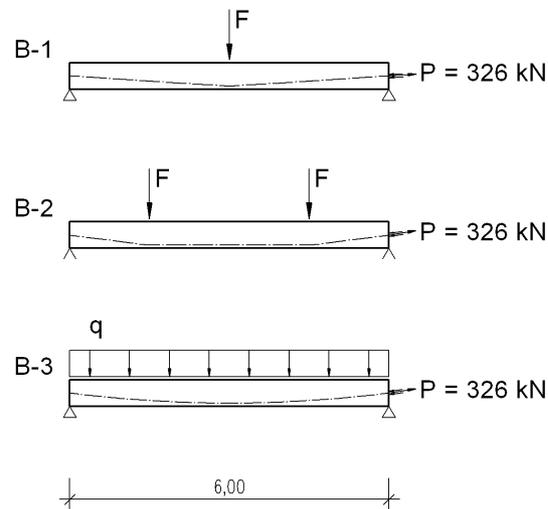


Bild 62 Versuchsträger und Belastungsanordnung [20]

Tabelle 6 Daten der Versuchsträger

Nr.	Geometrie						Beton			Betonstahl		Spannstahl	
	h	b	d	A_s	A_p	P	E_c	$f_{c,cube}$	f_{ct}	f_{sy}	f_{su}	f_{py}	f_{pu}
	cm	cm	cm	cm ²	cm ²	kN	MN/m ²	MN/m ²		MN/m ²		MN/m ²	
B1	50	25	45,8	7,62	4,02	307	31750	44	4,2	448	539	1351	1470
B2							25800	34	3,8				
B3							22950	45	5,0				

Die Nachrechnungen der Versuche von Eibl, Mora, Strauß an einfeldrigen Spannbetonträgern dienen der Verifikation des Rechenmodells sowie der Werkstoffmodellierung bei Vorhandensein einer gemischten Bewehrung aus Betonstahl und Spannstahl insbesondere bei variierender Spannliedführung und Belastungsanordnung.

Der Vergleich der Nachrechnungen mit den Versuchswerten wird anhand der Momenten-Durchbiegungs-Linie durchgeführt. In letztere geht die Gesamtsteifigkeit als integrale Größe ein. Diese ist für den Zwangabbau an statisch unbestimmt gelagerten Tragwerken von Bedeutung, der im Rahmen dieser Arbeit untersucht werden soll.

Da die Spannungs-Dehnungslinie des Betons nicht gemessen wurde, wird sie in Anlehnung an DIN 1045-1 für die Schnittgrößenermittlung bzw. nichtlineare Berechnungen auf der Basis von Mittelwerten angesetzt. Bei der Nachrechnung wird jedoch kein abfallender Ast berücksichtigt, sondern das Spannungsniveau ab ε_{c1} bis ε_{cu} konstant gehalten. Bild 63 stellt beispielhaft die Spannungs-Dehnungslinie für den Versuchsträger B1 dar.

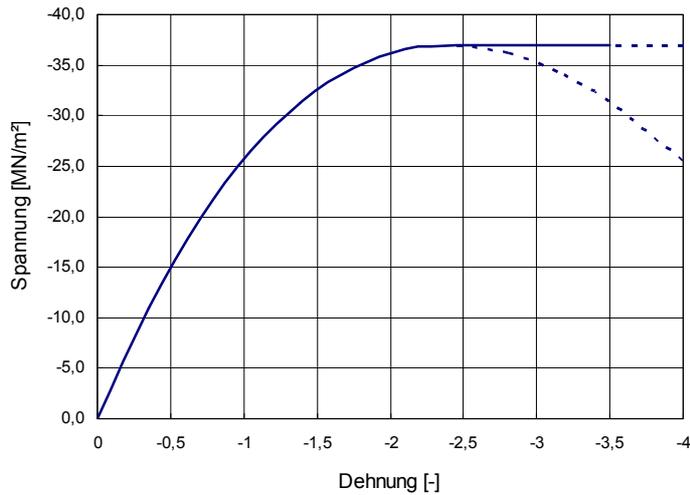


Bild 63 Spannungs-Dehnungslinie für die nichtlineare Nachrechnung von B-1 (ohne abfallenden Ast)

Die Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen erfolgt für gemischte Bewehrung. Hierbei werden die gemessenen Stahlkennlinien entsprechend modifiziert. In Bild 64 sind beispielhaft die modifizierten Spannungs-Dehnungslinien des Betonstahls und des Spannstahls für den Versuchsträger B1 enthalten.

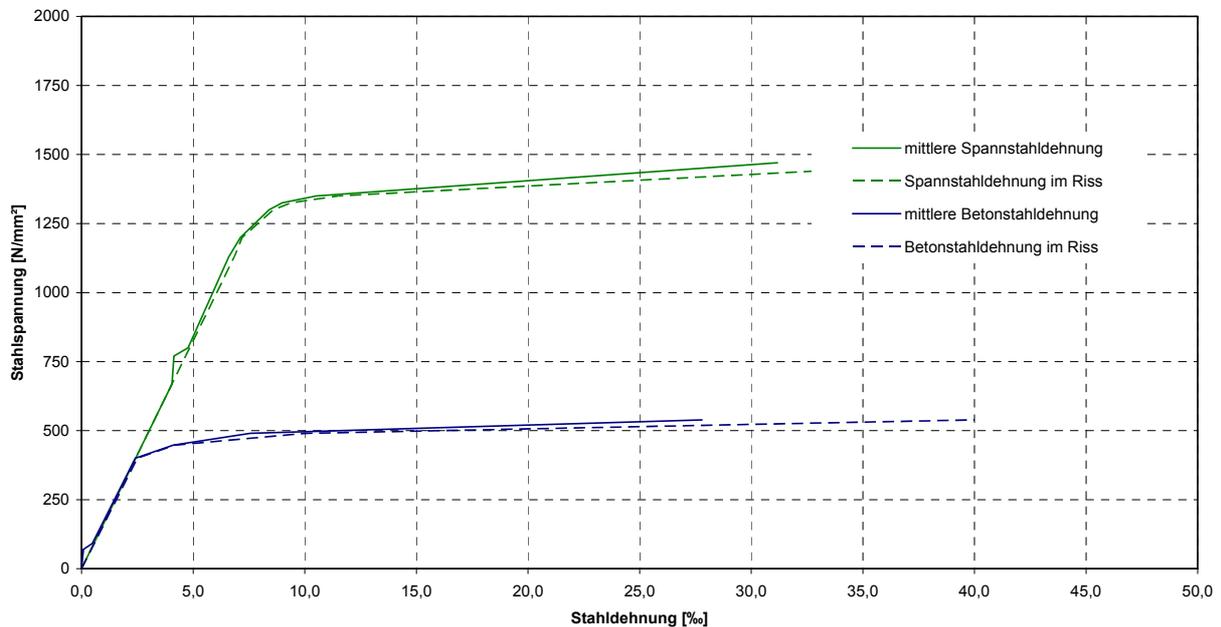


Bild 64: Modifizierte Arbeitslinien des Betonstahls und des Spannstahls (Versuchsträger B1)

Im Folgenden sind die Momenten-Durchbiegungs-Kurven der Versuche und der Nachrechnungen dargestellt.

Die berechneten Traglasten stimmen gut mit den gemessenen Werten überein. Der Übergang vom Zustand I in den Zustand II (Dekompression) wird beim Versuchsträger B1 etwas zu hoch berechnet. Demzufolge wird die Steifigkeit in der Berechnung etwas überschätzt.

Für die Versuchsträger B2 und B3 stimmen die berechneten Werte sowohl der Größe als auch dem Verlauf nach sehr gut mit den Messwerten überein.

Die beschriebenen Abweichungen bei Versuchsträger B1 sind vermutlich auf den Einfluss der vernachlässigten Schubverzerrung im Zustand II zurückzuführen. Aufgrund des Verlaufes der Querkraftlinie, sind im Hinblick auf die Schubverzerrungen beim Versuchsträger B1 die größten Abweichungen zu erwarten.

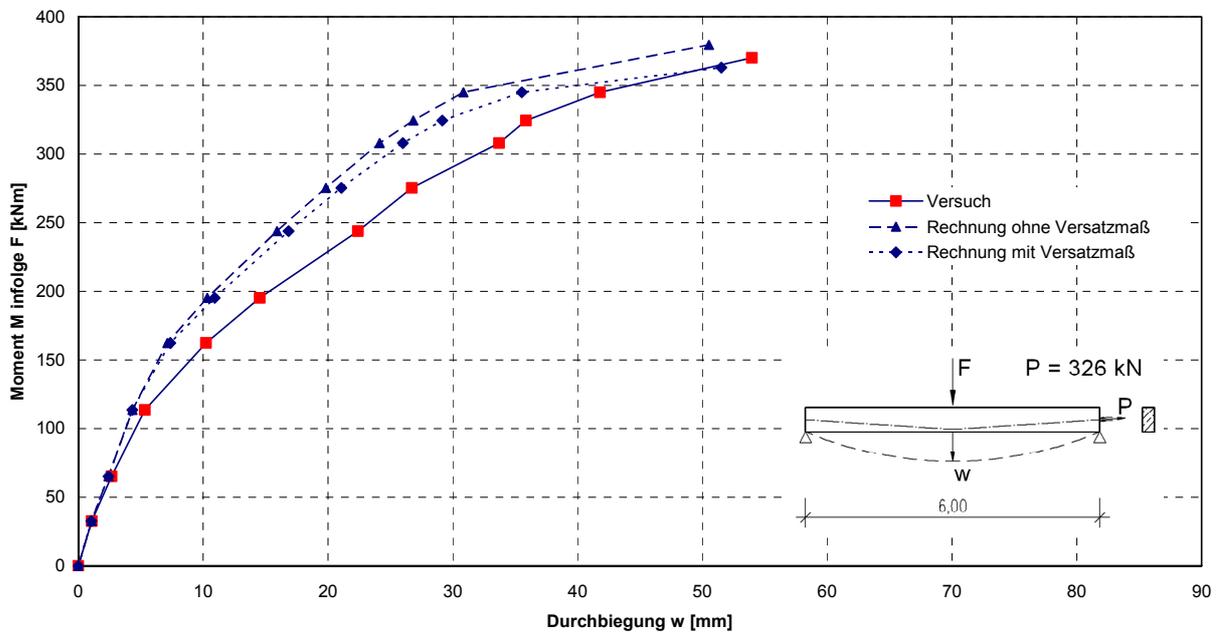


Bild 65 Momenten-Verformungs-Diagramm B1

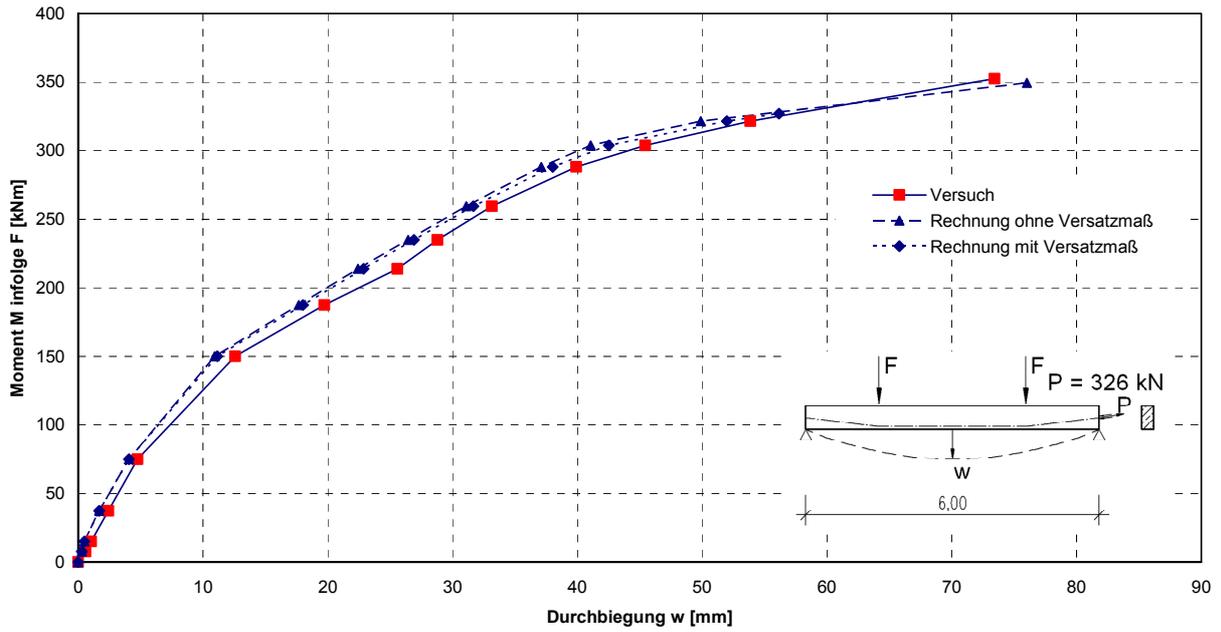


Bild 66 Momenten-Verformungs-Diagramm B2

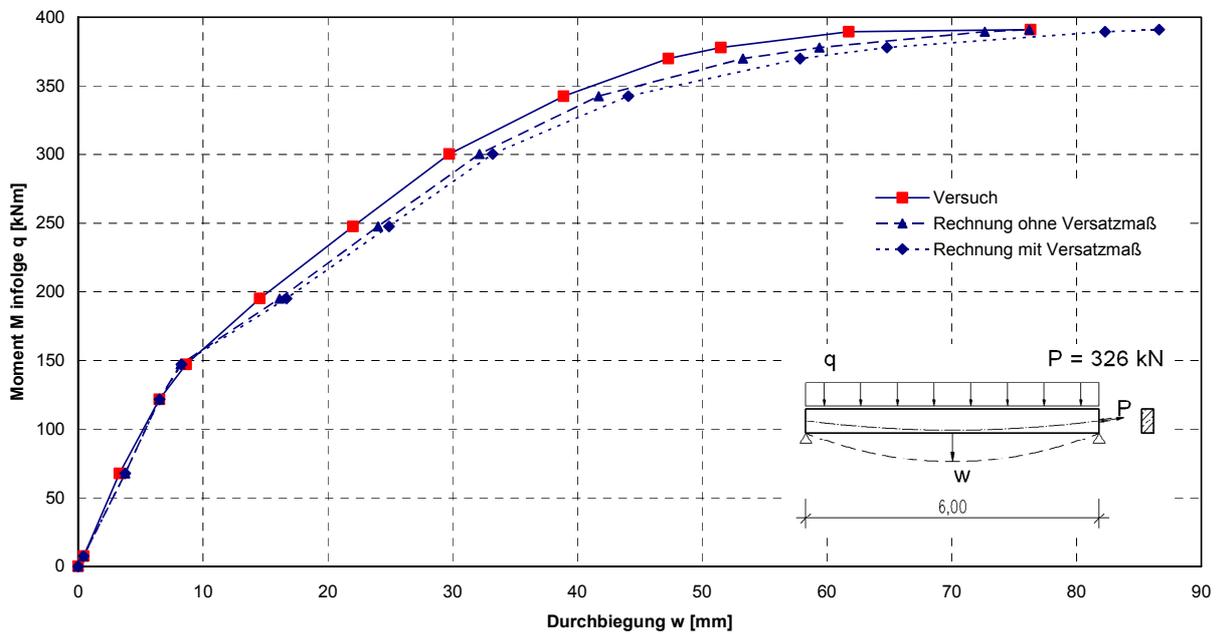


Bild 67 Momenten-Verformungs-Diagramm B3

6.4 Wertung

Wie die Versuchsnachrechnungen deutlich gezeigt haben, ermöglicht das in Abschnitt 3 vorgestellte Rechenmodell mit der in Abschnitt 4 beschriebenen Werkstoffmodellierung eine wirklichkeitsnahe Nachrechnung von Versuchen auf der Grundlage des materialbedingten nichtlinearen Werkstoffverhaltens von Stahlbeton und Spannbeton. Berücksichtigt werden können beim Beton die Rissbildung und die gekrümmten Spannungs-Dehnungs-Linien sowie beim Stahl die Plastizierung. Zusätzlich können an Einflüssen die versteifende Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen (*tension stiffening*) sowie eine Schubrissbildung, berücksichtigt werden.

Die Nachrechnungen beinhalten sowohl Versuche an Stahlbeton- und Spannbetonbalken unter reiner Beanspruchung durch Last oder Zwang sowie unter einer kombinierten Last-Zwang-Beanspruchung.

Die Nachrechnungen ergaben ausnahmslos eine ausreichend gute bis teilweise sehr gute Übereinstimmung mit den Versuchen. Die belastungsabhängige Steifigkeit der nachgerechneten Versuchsträger konnte demzufolge in guter bis sehr guter Übereinstimmung nachvollzogen werden. Die berechneten Bruchlasten stimmten ebenfalls sehr gut mit den Versuchswerten überein. Dies stellt die Grundvoraussetzung für eine wirklichkeitsnahe nichtlineare Berechnung als Grundlage für die Untersuchung der hier gestellten Aufgabe dar.

Damit ist eine wesentliche Voraussetzung für die nachfolgenden systematischen Untersuchungen durch numerische Simulation zu einer kombinierten Last-Zwang-Beanspruchung auch an praxisnahen Tragsystemen gegeben.

7 Verhalten unter kombinierter Last-Zwang-Beanspruchung

7.1 Einführende Erläuterungen

Stahlbeton- und Spannbetontragwerke sind neben den Lastbeanspruchungen durch Eigengewicht und Verkehr meist zusätzlich klimatischen Einflüssen sowie Setzungsdifferenzen unterworfen, welche bei statisch unbestimmten Systemen Zwängungsschnittgrößen hervorrufen. Die Tragwerke werden dann i. A. durch eine Kombination aus Last und Zwang beansprucht. Die Beanspruchungen lassen sich grundsätzlich in 3 Arten unterscheiden:

- Lasten
- Vorspannung
- Zwängungen

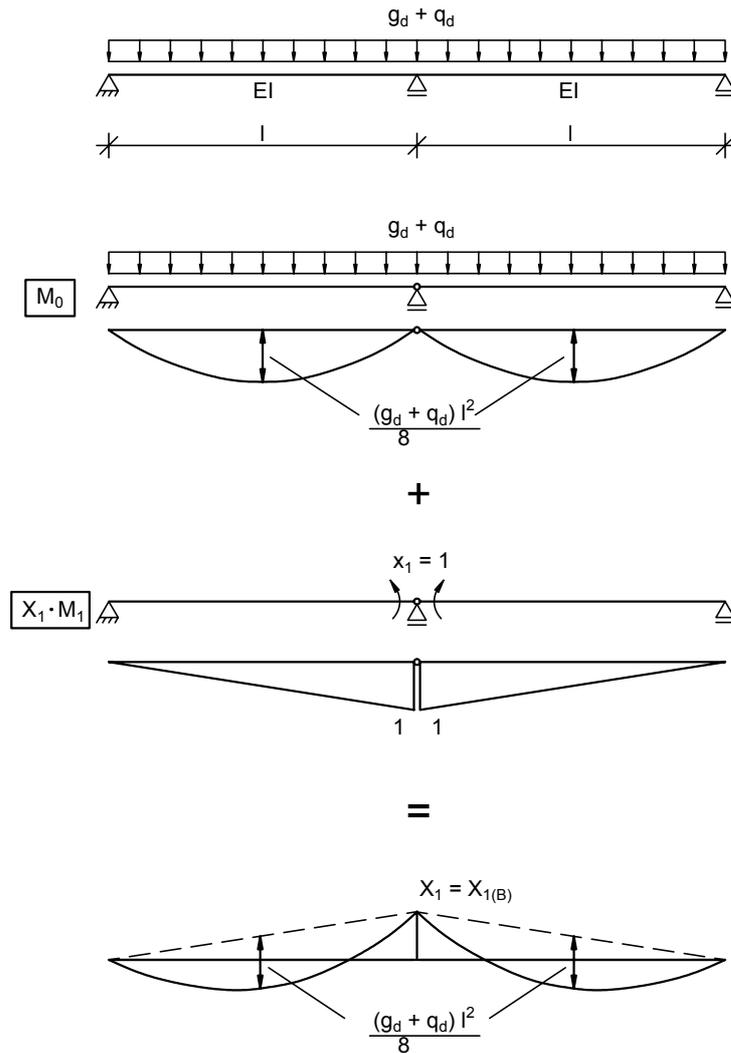
Schnittgrößen aus Lasten

Die Schnittgrößen zerfallen in zwei Anteile, die sich hinsichtlich des Einflusses der beanspruchungsabhängigen Steifigkeiten infolge des Materialverhaltens grundsätzlich unterscheiden.

Die Grundmomente M_0 können am statisch bestimmten Grundsystem allein aus den Gleichgewichtsbedingungen für die gegebene Belastung ermittelt werden. Sie sind unabhängig von der Steifigkeitsverteilung im Tragwerk sowie vom Verformungsverhalten der Querschnitte. Sie stellen den einzig möglichen Gleichgewichtszustand im gewählten statisch bestimmten System dar. Sie wachsen proportional zu den Lasten an.

Die Grundmomente M_0 überlagern sich bei statisch unbestimmten Tragwerken den Zusatzmomenten aus der statisch Überzähligen $X_1 \cdot M_1$. Da die Grundschnittgrößen und Auflagerkräfte bereits das Gleichgewicht mit den äußeren Lasten herstellen, müssen die Schnittgrößen und zugehörigen Auflagerkräfte infolge der statisch Überzähligen für sich allein eine Gleichgewichtsgruppe bilden. Die statisch Überzähligen folgen lediglich aus der Erfüllung der Verträglichkeitsbedingungen im gewählten Grundsystem des Tragwerks.

Die statisch Überzähligen X hängen von den Verformungen der Bauteile und damit von deren Materialeigenschaften ab. In die Elastizitätsgleichungen zur Berechnung von X_1 gehen die Steifigkeitsverhältnisse ein (Bild 68).



$$\text{Kontinuitätsbedingung: } X_1 \cdot \delta_{11} + \delta_{10} = 0 \quad (7.1)$$

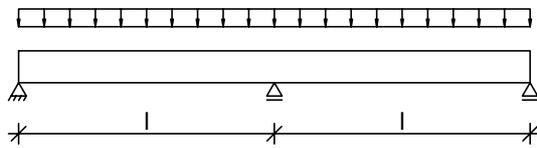
$$X_1 = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = -\frac{\int M_1 \cdot \frac{M_0}{EI} \cdot dx}{\int M_1 \cdot \frac{M_1}{EI} \cdot dx} = -\frac{\int M_1 \cdot M_0 \frac{I_c}{I} \cdot dx}{\int M_1 \cdot M_1 \frac{I_c}{I} \cdot dx} \quad (7.2)$$

Bild 68 Ermittlung der statisch Überzähligen X_1 infolge Lastbeanspruchung am Beispiel eines Zweifeldträgers

Die Grundmomente M_0 folgen ausschließlich aus den Gleichgewichtsbedingungen und sind unabhängig von den Steifigkeitsverhältnissen. Dagegen verändert sich die statisch Überzählige X_1 bei einer Laststeigerung in Abhängigkeit von den beanspruchungsabhängigen Steifigkeiten. Es kommt in Abhängigkeit von der Steifigkeitsänderung zu einer Momentenumlagerung.

Beispiel: Schnittgrößenumlagerung durch Rissbildung (ohne plastische Verformungen)

Laststufe q_0



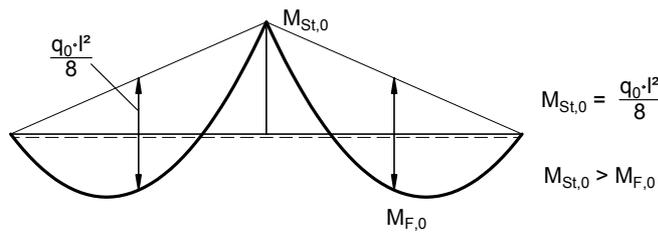
Feld



Stütze

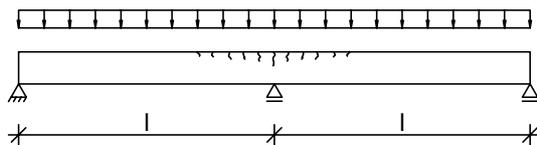


Biegesteifigkeit $EI^I = \text{const}$ (Zustand I)

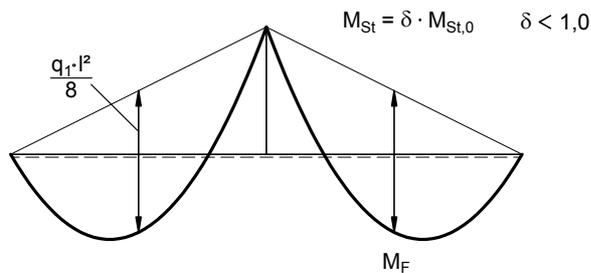


$M_{St,0}$ Stützmoment nach linear-elastischer Berechnung infolge q_0

Laststufe $q_1 > q_0$



Biegesteifigkeit unter Laststufe q_1 (Zustand II)

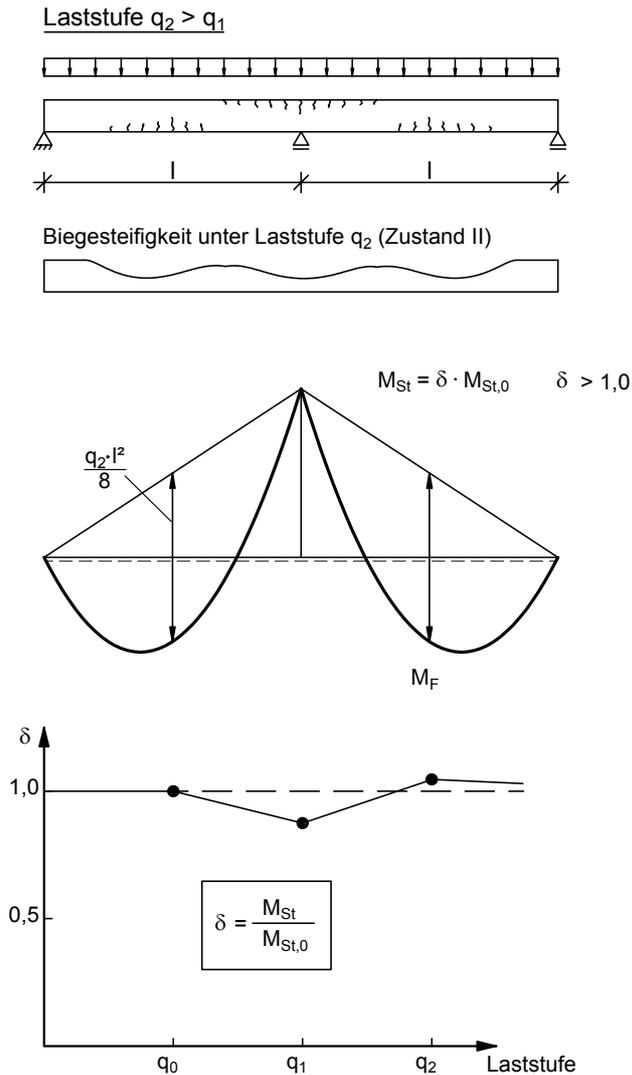


$M_{St,0}$ Stützmoment nach linear-elastischer Berechnung infolge $q_1 > q_0$

δ Umlagerungsfaktor

$$= \frac{M_{St}}{M_{St,0}}$$

Verhältnis des tatsächlichen Stützmomentes zum Stützmoment $M_{St,0}$ nach linear-elastischer Berechnung



Die beschriebene Momentenumlagerung unter Gebrauchslasten infolge der Rissbildung im Beton im Stütz- und Feldbereich unter unterschiedlichen Laststufen wird jedoch bei der Bemessung von Stahlbetonbauteilen im Allgemeinen nicht berücksichtigt. Die Umlagerungen nehmen deutlich zu, wenn im Grenzzustand der Tragfähigkeit das plastische Materialverhalten erreicht wird.

Schnittgrößen aus Vorspannung

Durch die Vorspannung wird auf den Betonquerschnitt eine Druckkraft aufgebracht. Bei statisch bestimmten Systemen ist die Lage und Richtung der Druckkraft identisch mit der Stahlzugkraft im Spannglied. Es wird lediglich ein Eigenspannungszustand erzeugt. Dieser Eigenspannungszustand verursacht jedoch Verformungen, welche am statisch unbestimmten System zu „Zwängungen“ führen. Im Gegensatz zu den üblichen Zwangsschnittgrößen bleibt die „Zwängung“ aus der Vorspannung auch bei einem Steifigkeitsabfall nahezu unverändert erhalten, da die den Eigenspannungszustand erzeugende Vorspannkraft unabhängig von der Steifigkeitsentwicklung des Bauteils erhalten bleibt [31]. Die auf den Beton wirkenden Kräfte eines Spanngliedes können alternativ auch als Umlenkkräfte und Ankerkräfte aufgefasst und wie eine äußere Last betrachtet werden. Daher handelt es sich bei der Vorspannung um eine

Lastbeanspruchung. Der Begriff „Zwang“ sollte in diesem Zusammenhang vermieden werden. Es sollte besser vom statisch unbestimmten Schnittgrößenanteil der Vorspannwirkung gesprochen werden.

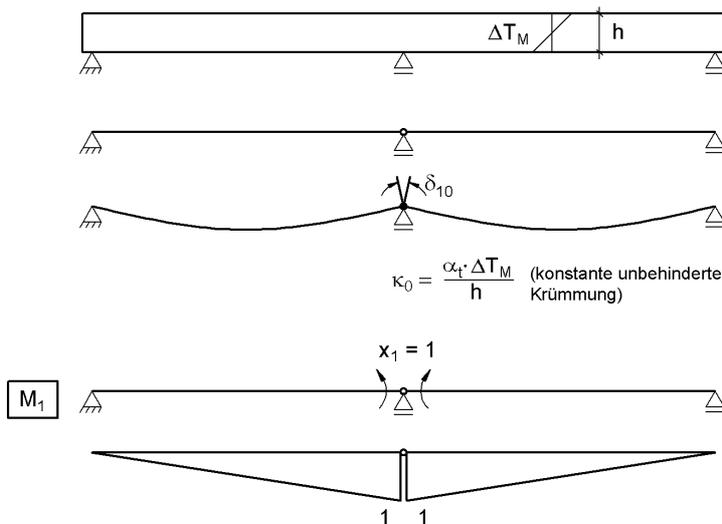
Schnittgrößen aus Zwang

Schnittgrößen aus Zwang entstehen infolge lastunabhängiger Verformungseinwirkungen, wenn sich die Verformungen nicht frei einstellen können:

- Temperatureinwirkungen ΔT_N , ΔT_M
- Schwinden ε_{CS}
- Auflagerverschiebungen oder –verdrehungen

Zwangsschnittgrößen sind nicht zur Aufrechterhaltung des Gleichgewichtes mit den äußeren Lasten, sondern lediglich zur Erfüllung der Verträglichkeitsbedingungen (Kontinuität) erforderlich.

Die grundlegenden Zusammenhänge für die Schnittgrößen aus Zwang werden wieder am Beispiel der Berechnung einer einzelnen Überzähligen gezeigt.



$$X_1 = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = -\frac{\int M_1 \cdot \kappa_0 \cdot dx}{\int M_1 \cdot \frac{M_1}{EI} \cdot dx} = -EI_c \cdot \frac{\int M_1 \cdot \kappa_0 \cdot dx}{\int M_1 \cdot M_1 \frac{I_c}{I} \cdot dx} \quad (7.3)$$

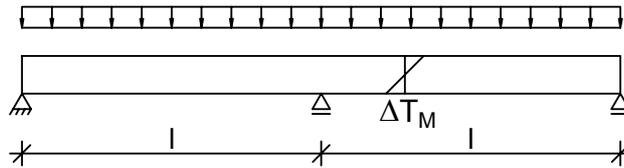
Bild 69 Ermittlung der statisch Überzähligen X_1 infolge Zwangbeanspruchung am Beispiel eines Zweifeldträgers

Der Zwang X_1 ist abhängig von den Steifigkeitsverhältnissen jedoch vor allem proportional zur absoluten Steifigkeit EI und wird deshalb im gerissenen Zustand II ($B_{II} < B_I$) stark abgebaut.

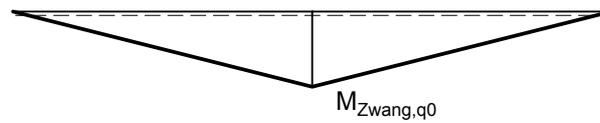
Der Abbau der Zwangsschnittgröße wird durch die Steifigkeitsverteilung im Tragwerk beeinflusst. Die Steifigkeitsverteilung wiederum ist stark vom Beanspruchungsgrad abhängig.

Beispiel: Schnittgrößenabbau durch Rissbildung (ohne plastische Verformungen)

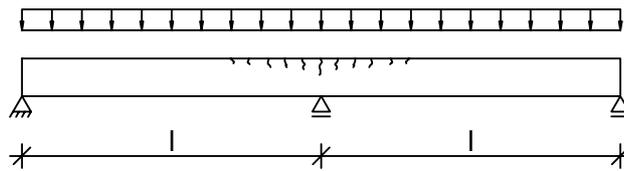
Laststufe q_0



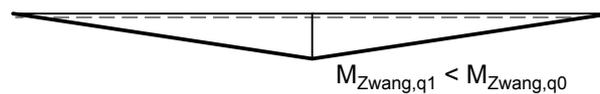
Biegesteifigkeit $EI^I = \text{const}$ (Zustand I)



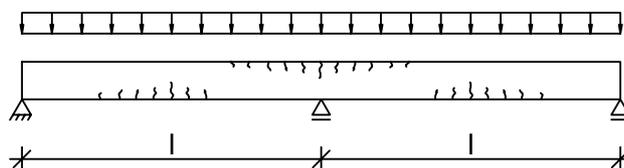
Laststufe $q_1 > q_0$



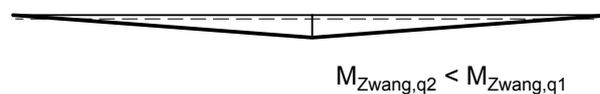
Biegesteifigkeit unter Laststufe q_1 (Zustand II)

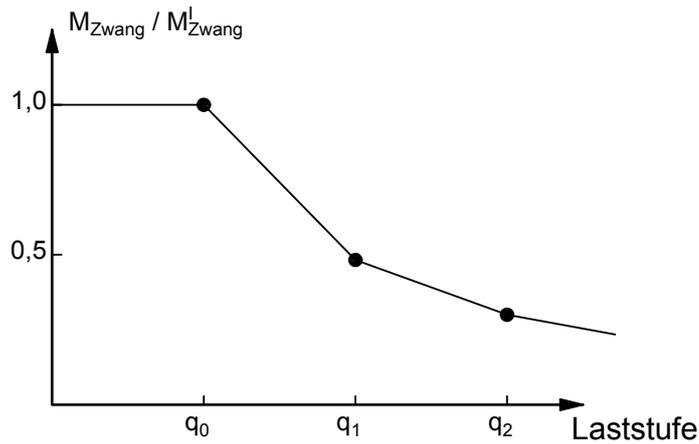


Laststufe $q_2 > q_1$



Biegesteifigkeit unter Laststufe q_2 (Zustand II)





Zerlegt man den Balken gedanklich in eine Vielzahl ausreichend kleiner Stababschnitte, so kann jedem dieser Stababschnitte in Abhängigkeit von der Größe des jeweils einwirkenden mittleren Momentes eine Steifigkeit auf Grundlage der für diesen Stababschnitt gültigen Momenten-Krümmungs-Beziehung ermittelt werden. Auf der Grundlage der so erhaltenen beanspruchungsabhängigen Steifigkeitsverteilung kann die jeweils zugehörige Zwangsschnittgröße für jede Laststufe bestimmt werden.

Daher enthält das folgende Kapitel zunächst eine Analyse der beanspruchungsabhängigen Steifigkeiten auf Querschnittsebene auf der Basis von Momenten-Krümmungs-Beziehungen.

7.2 Betrachtungen auf Querschnittsebene

7.2.1 Allgemeines

Die Größe des möglichen Zwangabbaus auf Bauteilebene hängt von der Fähigkeit des Systems ab, durch Rissbildung bzw. Plastizierung Steifigkeit abzubauen. Der Einfluss des Zwangabbaus durch Kriechen des Betons wird im Rahmen dieser Arbeit auf der sicheren Seite liegend vernachlässigt, da die Temperaturwechsel ΔT_M im Tageszyklus erfolgen [41] und der Einfluss des Kriechens demzufolge gering ist.

Im folgenden Kapitel wird der Steifigkeitsabbau auf Querschnittsebene untersucht.

Der Steifigkeitsabfall mit zunehmender Beanspruchung lässt sich sehr anschaulich anhand der Momenten-Krümmungs-Beziehung (M - κ -Beziehung) darstellen (Bild 70). Für den Beton und den Stahl werden die Spannungs-Dehnungs-Linien für die nichtlineare Schnittgrößenermittlung verwendet. Die Spannungs-Dehnungs-Linien des Betonstahls und des Spannstahls werden gemäß Abschnitt 4.3 modifiziert, um die Mitwirkung des Betons auf Zug zu erfassen. Es handelt sich somit um eine mittlere Momenten-Krümmungs-Beziehung (M - κ_m -Beziehung), die das mittlere Verhalten eines Balkenabschnittes mit konstantem Momentenverlauf über einen Bereich darstellt (verschmierte Rissbildung). Dagegen können Momenten-Krümmungs-Beziehungen auch für Querschnitte im Riss aufgestellt werden.

Aufgrund des nichtlinearen Zusammenhangs können die Steifigkeiten als Sekanten- oder als Tangentensteifigkeiten definiert werden.

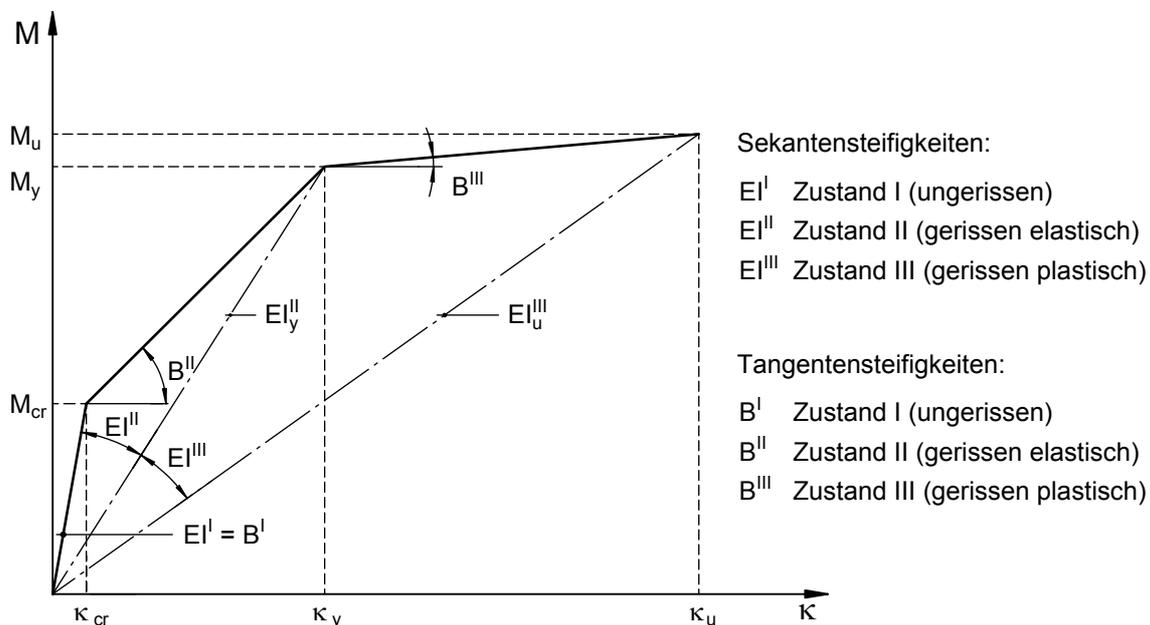


Bild 70 Idealisierte Momenten-Krümmungs-Beziehung

Die Momenten-Krümmungs-Beziehung ist in idealisierter Form durch folgende Punkte gekennzeichnet:

- Erstrissbildung (M_{cr}, κ_{cr})
- Fließbeginn (M_y, κ_y)
- Bruchzustand (M_u, κ_u)

Mit zunehmender Beanspruchung durchläuft der Stahlbetonquerschnitt verschiedene Zustände. Bei geringer Beanspruchung ($M \leq M_{cr}$) ist der Querschnitt noch ungerissen. Er besitzt noch die volle Biegesteifigkeit $B^I = EI^I$. Mit Überschreiten des Rissmomentes M_{cr} verliert der Querschnitt durch die einsetzende Rissbildung an Steifigkeit (EI^{II}). Eine weitere Steifigkeitsreduzierung auf EI^{III} findet durch das Fließen der Bewehrung und die gekrümmte σ - ϵ -Linie des Betons statt.

Bei einer kombinierten Last-Zwang-Beanspruchung ist folgendes Szenario vorstellbar. Der Querschnitt wird durch ein Moment M_0 infolge äußerer Lasten und Vorspannung beansprucht. Auf diesem Beanspruchungsniveau erfährt der Querschnitt eine Zusatzkrümmung z.B. infolge einer Zwangbeanspruchung. Durch diese Zusatzkrümmung $\Delta\kappa$ am Querschnitt entsteht ein Zwangmoment ΔM , welches proportional zur tangentialen Steifigkeit B ist.

$$\Delta M = B \cdot \Delta\kappa \quad (7.4)$$

Das Zwangmoment ΔM im Zustand II reduziert sich gegenüber dem des ungerissenen Zustandes I im Verhältnis der Biegesteifigkeiten B^{II}/B^I . Bei Vorhandensein eines ausgeprägten Fließplateaus verschwindet das Zwangmoment nach dem Erreichen des Fließmomentes nahezu vollständig (Bild 71).

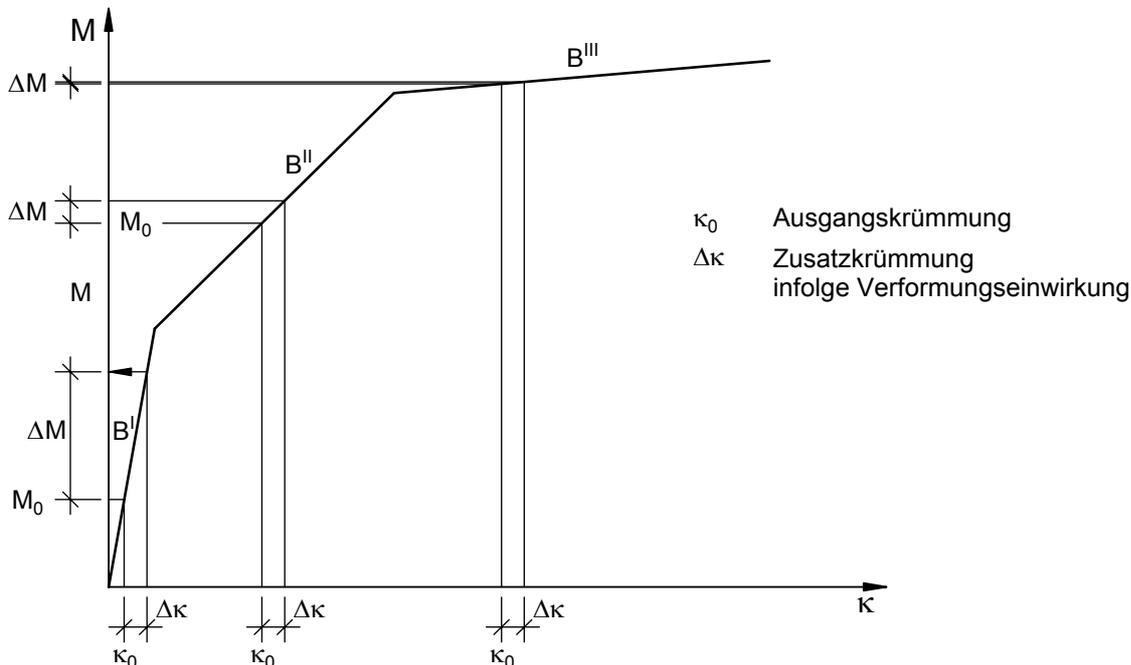


Bild 71 Idealisierte Momenten-Krümmungs-Beziehung

Ein maßgebendes Kriterium zur Beurteilung des möglichen Steifigkeitsabbaus ist somit das Verhältnis der tangentialen Biegesteifigkeiten im Zustand II bzw. III zur Biegesteifigkeit B^I im ungerissenen Querschnitt.

$$\frac{B^{II}}{B^I}, \text{ bzw. } \frac{B^{III}}{B^I} \quad (7.5)$$

mit

$$B^I = \frac{M_{cr}}{\kappa_{cr}}; \quad B^{II} = \frac{M_y - M_{cr}}{\kappa_y - \kappa_{cr}}; \quad B^{III} = \frac{M_u - M_y}{\kappa_u - \kappa_y} \quad (7.6)$$

Das Verhältnis der tangentialen Biegesteifigkeiten alleine sagt jedoch noch nichts über die Länge des Fließplateaus aus und ist somit zur Beurteilung der Querschnittsduktilität ungeeignet. Daher wurde von Pommerening [50] die Duktilitätszahl

$$\eta_Q = \frac{\kappa_u - \kappa_y}{\kappa_y} \quad (7.7)$$

eingeführt. Diese wiederum berücksichtigt nicht den Steifigkeitsabbau durch Rissbildung. Die Beurteilung der Duktilität erfolgt daher besser über das Verhältnis der Sekantensteifigkeiten [30].

$$\frac{EI_y^{II}}{EI^I}, \text{ bzw. } \frac{EI_u^{III}}{EI^I} \quad (7.8)$$

mit

$$EI^I = \frac{M_{cr}}{\kappa_{cr}}; \quad EI_y^{II} = \frac{M_y}{\kappa_y}; \quad EI_u^{III} = \frac{M_u}{\kappa_u} \quad (7.9)$$

Der mit zunehmender Beanspruchung einhergehende Steifigkeitsabfall wird durch eine Reihe von Parametern beeinflusst. Zunächst werden in diesem Kapitel auf Querschnittsebene die wesentlichen Parameter, welche den Steifigkeitsabbau eines Stahlbetonquerschnittes im gerissenen bzw. im plastischen Zustand beeinflussen, herausgearbeitet. Dazu werden die Einflüsse folgender Parameter untersucht:

- Bewehrungsgrad
- Querschnittsform
- Vorspannung
- Betondruckfestigkeit
- Betonzugfestigkeit

Die Untersuchung der Einflüsse erfolgt anhand normierter Momenten-Krümmungs-Beziehungen. Dabei werden folgende bezogene Größen verwendet:

$$\mu = \frac{M}{f_{cR} \cdot b \cdot d^2} \text{ bezogenes Moment; } \bar{\kappa} = \kappa \cdot d \text{ bezogene Krümmung} \quad (7.10)$$

$$\text{mit } f_{cR} = 0,85 \cdot \alpha_R \cdot f_{ck} \quad (7.11)$$

7.2.2 Einfluss der Querschnittsform und des Bewehrungsgrades

Die Untersuchungen zum Einfluss der Querschnittsform und des Bewehrungsgrades auf den beanspruchungsabhängigen Steifigkeitsabbau erfolgen an 5 verschiedenen Querschnitten.

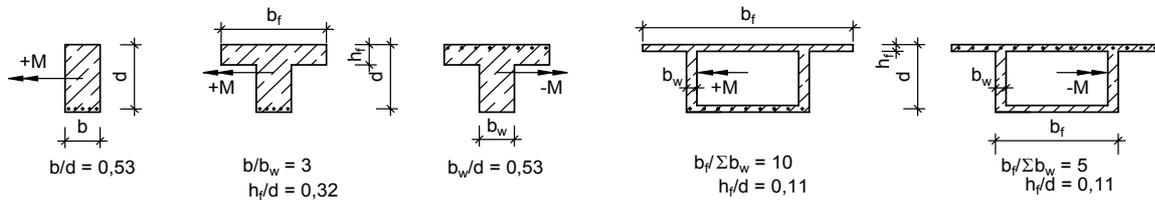


Bild 72 Übersicht der untersuchten Querschnitte

Bei der Querschnittsauswahl wurden auch die hauptsächlich im Brückenbau vorkommenden gegliederten Querschnitte berücksichtigt.

Der Einfluss des Bewehrungsgehaltes wird auf der Basis des mechanischen Zugbewehrungsgrades ω untersucht. Dies hat den Vorteil, dass Querschnitte trotz unterschiedlicher Abmessungen und Materialfestigkeiten miteinander vergleichbar bleiben. Ebenso können vorgespannte mit nicht vorgespannten Querschnitten verglichen werden. Der mechanische Bewehrungsgrad der Zugzone ergibt sich für Stahlbetonquerschnitte mit rechteckiger Betondruckzone auf der Basis der mittleren Baustoffkennwerte als Rechenwerte nach dem nichtlinearen Verfahren (γ_R -Verfahren) wie folgt:

$$\omega_{s1} = \frac{A_{s1}}{b \cdot d} \cdot \frac{f_{yR}}{f_{cR}} \quad (7.12)$$

Hierbei ist:

- A_{s1} Bewehrung in der Zugzone
- b Breite der wirksamen Betondruckzone
- d statische Höhe
- f_{yR} Mittelwert der Streckgrenze des Betonstahls
- f_{cR} Rechnerischer Mittelwert der Betondruckfestigkeit

Für vorgespannte Querschnitte wird die o. g. Beziehung um den Spannstahl erweitert.

$$\omega_{ps1} = \frac{A_{s1} \cdot f_{yR} + A_p \cdot f_{p0,1R}}{b \cdot d \cdot f_{cR}} \quad (7.13)$$

Der Grad der Vorspannung wird nachfolgend (im Rahmen dieser Arbeit) über das Verhältnis des Anteils der vorgespannten Bewehrung zum Gesamtbewehrungsgrad dargestellt.

$$\frac{\omega_p}{\omega_{ps1}} = \frac{A_p \cdot f_{p0,1R}}{A_{s1} \cdot f_{yR} + A_p \cdot f_{p0,1R}} \quad (7.14)$$

Der Einfluss des Bewehrungsgrades auf die Momenten-Krümmungs-Beziehung ist für die untersuchten Querschnittsformen in Bild 73 dargestellt. Bei allen Querschnitten ist der starke Einfluss des Bewehrungsgrades erkennbar. Mit steigendem Bewehrungsgrad nehmen die

aufnehmbaren plastischen Krümmungen der Querschnitte zunächst zu, solange Stahlversagen vorliegt. Je nach Querschnittsform wird das Maximum bei einem mechanischen Bewehrungsgrad ω_{s1} zwischen 0,05 und 0,1 erreicht. Das Maximum ist gekennzeichnet durch die volle Ausnutzung der Grenzdehnung sowohl im Beton als auch im Betonstahl. Nach dem Wechsel vom Stahl- zum Betonversagen nehmen die aufnehmbaren plastischen Krümmungen wieder ab, da sich mit zunehmender Druckzonenhöhe die maximal erreichbaren Stahldehnungen im Querschnitt zwangsläufig verringern.

Mit zunehmender Gliederung der Druckzone verringert sich der mechanische Bewehrungsgrad ω_{s1} , bei dem der Bewehrungsstahl im Querschnitt gerade noch ins Fließen kommt. Bei dem untersuchten Plattenbalkenquerschnitt unter positiver Momentenbeanspruchung, mit einer bezogenen Druckgurthöhe $h_f/d = 0,32$ und einem Stegbreitenverhältnis $b_f/b_w = 3$ wird die Fließdehnung des Stahls bei einem mechanischen Bewehrungsgrad $\omega_{s1} = 0,4$ nicht mehr erreicht. Bei dem untersuchten Hohlkastenquerschnitt unter negativer Momentenbeanspruchung mit einer bezogenen Druckgurthöhe h_f/d von 0,11 und einem Stegbreitenverhältnis b_f/b_w von 5 kommt die Bewehrung bereits bei einem Bewehrungsgrad von $\omega_{s1} = 0,17$ nicht mehr ins Fließen. Bei dem Hohlkastenquerschnitt mit einem Stegbreitenverhältnis $b/b_w = 10$ fließt die Bewehrung bereits ab einem Bewehrungsgrad $\omega_{s1} = 0,14$ nicht mehr.

Hierbei sei jedoch angemerkt, dass die Definition des mechanischen Bewehrungsgrades nach Gl. 7.12 streng genommen nur für Querschnitte mit ungegliederter Druckzone Gültigkeit besitzt. Für gegliederte Querschnitte kann der mechanische Bewehrungsgrad näherungsweise über Umrechnung der gegliederten Druckzone in eine äquivalente rechteckige Druckzone mit dem Faktor λ erfolgen.

$$\omega_{s1} = \frac{A_{s1}}{\lambda \cdot b \cdot d} \cdot \frac{f_{yR}}{f_{cR}} \quad (7.15)$$

Hierbei ist:

A_{s1}	Bewehrung in der Zugzone
b	Breite der wirksamen Betondruckzone
d	statische Höhe
f_{yR}	Mittelwert der Streckgrenze des Betonstahls
f_{cR}	Rechnerischer Mittelwert der Betondruckfestigkeit
λ	Umrechnungsfaktor zur Ermittlung der äquivalenten Ersatzbreite $\lambda \cdot b$ einer gegliederten Druckzone

$$\lambda = \frac{b_i}{b_{eff}} = \frac{h_f/d}{x/d} + \frac{1}{b_{eff}/b_w} - \frac{h_f/d}{b_{eff}/b_w \cdot x/d}$$

Im Folgenden werden die nach Gl. 7.12 ermittelten Werte verwendet. Die nach Gl. 7.15 ermittelten Werte werden ggf. als Klammerwert zusätzlich angegeben.

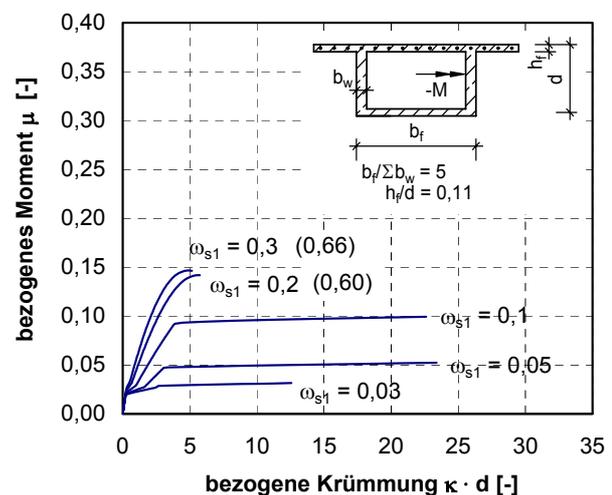
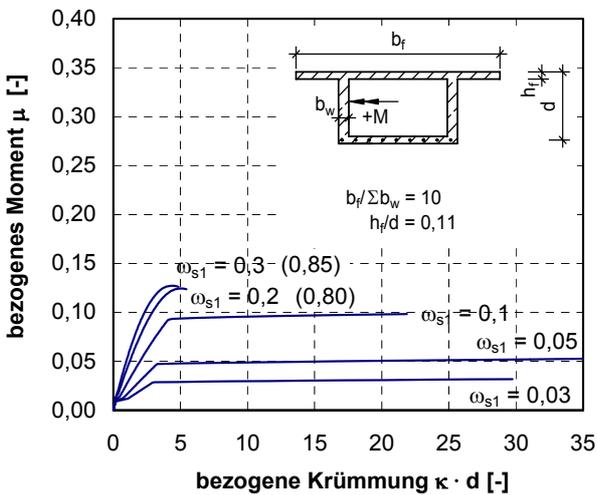
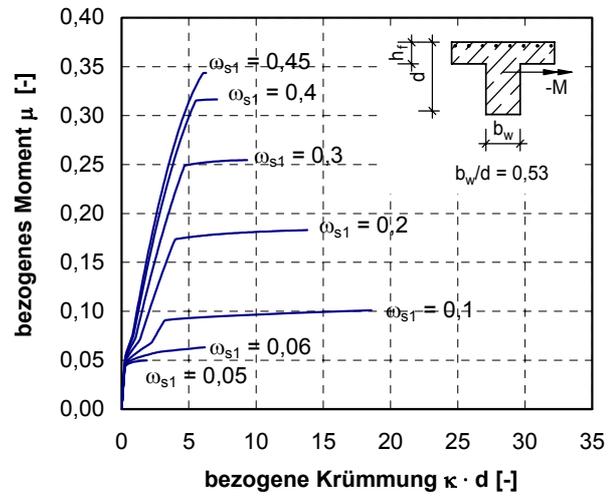
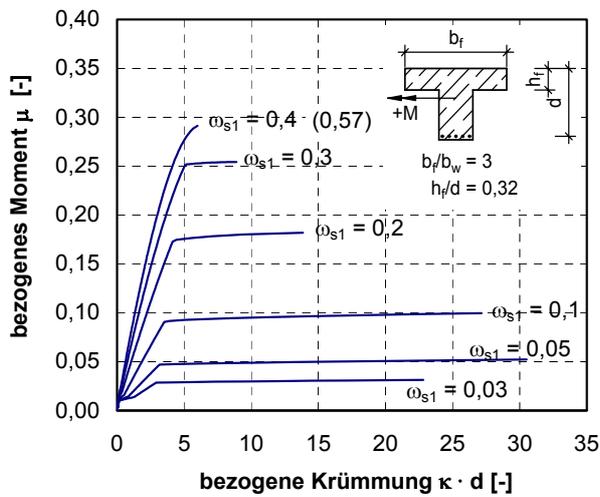
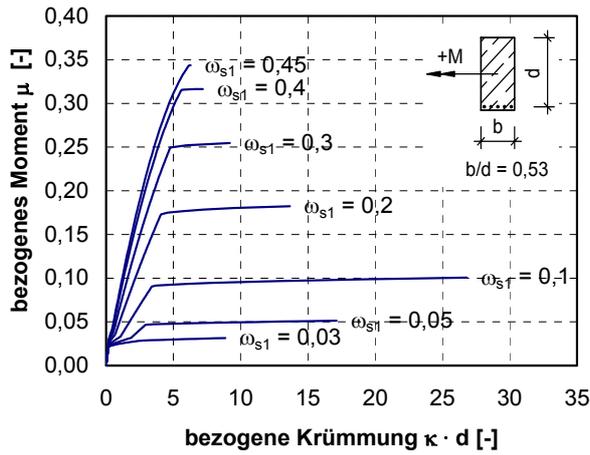


Bild 73 Einfluss des mechanischen Bewehrungsgrades auf die mittlere Momenten-Krümmungs-Beziehung $M-\kappa_m$ verschiedener Querschnittsformen ($\epsilon_{su}/\epsilon_{cu} = 50/-3,5\%$)

Der bis zum Erreichen der Bruchdehnungen (Beton: $\epsilon_{cu} = -3,5\%$; Stahl: ϵ_{smu}) vollzogene Steifigkeitsabbau lässt sich durch das Verhältnis der Sekantensteifigkeiten EI_u/EI^I ausdrücken. In Bild 74 ist dieses Verhältnis in Abhängigkeit vom mechanischen Bewehrungsgrad ω_{s1} für

verschiedene Querschnitte dargestellt. Bei niedrigen Bewehrungsgraden bis $\omega_{s1} = 0,1$ verringert sich die Steifigkeit auf weniger als 10% bezogen auf die Anfangssteifigkeit. Mit darüber hinaus ansteigendem Bewehrungsgrad ist eine moderate Steifigkeitszunahme bei Vollquerschnitten und wenig gegliederten Querschnitten zu verzeichnen. Auffällig sind die großen Werte EI_u/EI' bei stark gegliederten Querschnitten mit zu schwach ausgebildetem Druckgurt.

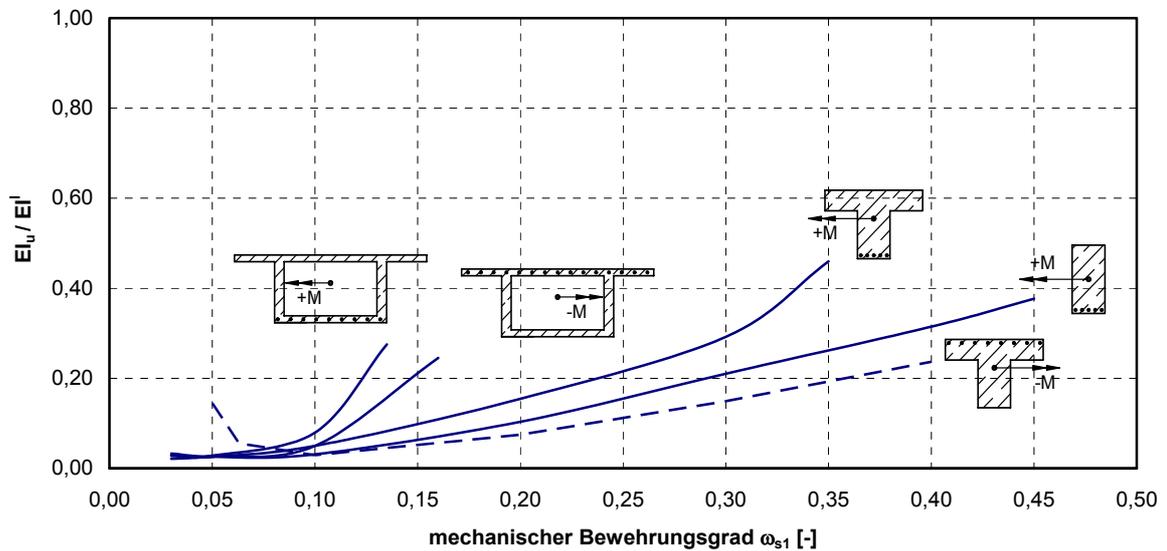


Bild 74 Einfluss des mechanischen Bewehrungsgrades und der Querschnittsform auf den Steifigkeitsabfall (Sekantensteifigkeit)
($\omega_{s1,s}$ nach Gl. 7.12 ermittelt)

Hierzu sei angemerkt, dass die in Bild 74 zugrunde gelegte Gleichung 7.12 zur Ermittlung des mechanischen Bewehrungsgrades für gegliederte Querschnitte zu geringe Werte liefert. Wird die Steifigkeitsentwicklung über dem mechanischen Bewehrungsgrad nach Gl. 7.15 aufgetragen (Bild 75), ergibt sich ein einheitlicheres Bild.

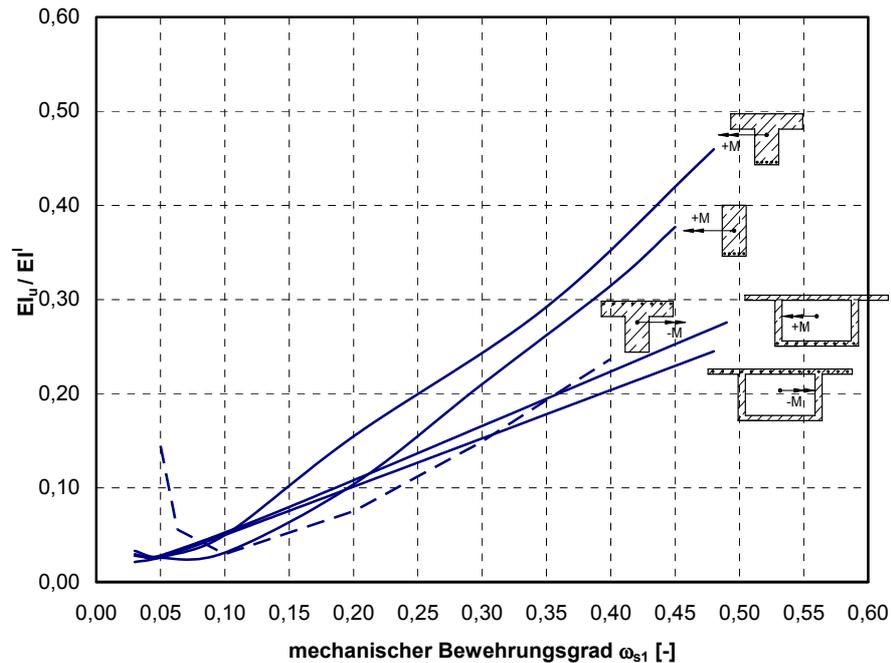
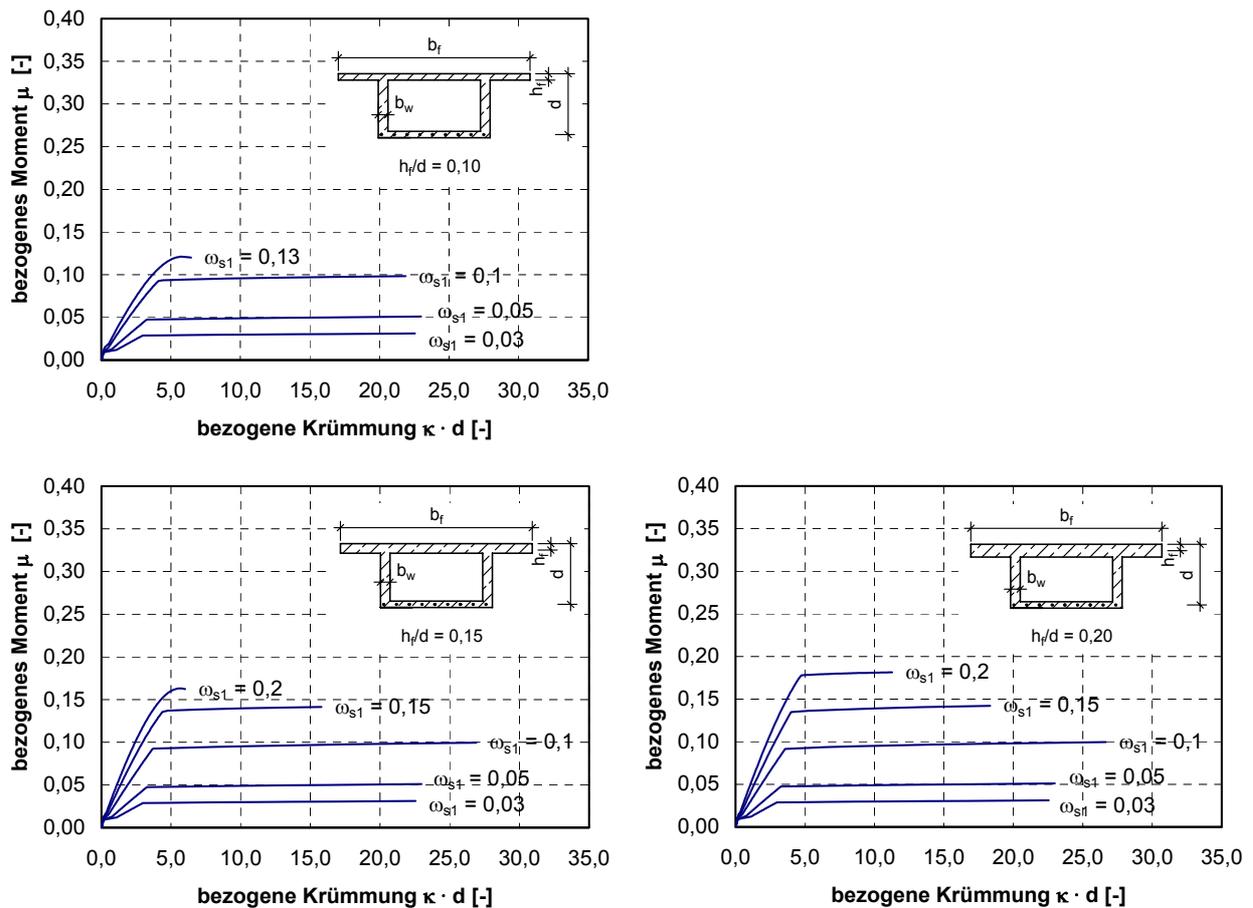


Bild 75 Einfluss des mechanischen Bewehrungsgrades und der Querschnittsform auf den Steifigkeitsabfall (Sekantensteifigkeit)
 ($\omega_{s1,s}$ nach Gl. 7.15 ermittelt)

Mit ansteigendem Bewehrungsgrad kann die für das Gleichgewicht im Querschnitt erforderliche Betondruckkraft nicht mehr allein durch die Gurtplatte aufgenommen werden. Somit kommt es zu einem raschen Anwachsen der Druckzonenhöhe in den Steg hinein mit einem damit verbundenen Rückgang der aufnehmbaren Stahldehnung. Je kleiner die bezogene Druckgurthöhe h_f/d und je ungünstiger das Stegbreitenverhältnis b/b_w , desto stärker ist dieser Effekt ausgeprägt (Bild 74).

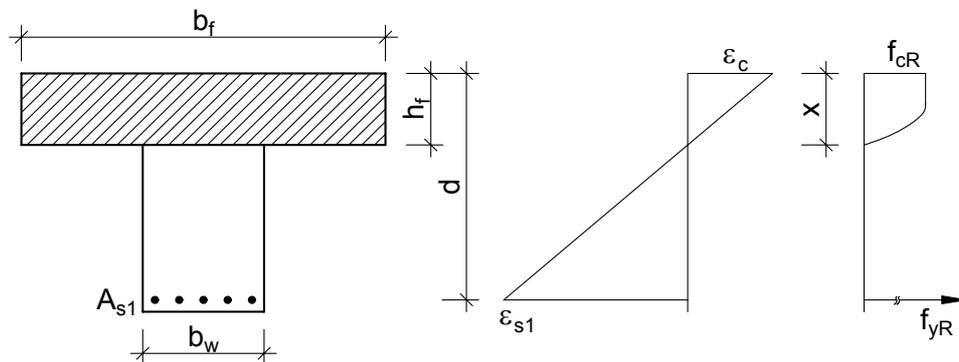
Für den Hohlkastenquerschnitt ist der günstige Einfluss der zunehmenden Druckgurthöhe h_f auf den Verlauf der Momenten-Krümmungs-Beziehung in Bild 76 dargestellt. Die Querschnittsduktilität nimmt mit zunehmender Plattendicke zu. Die größte Duktilität ergibt sich dann, wenn die gesamte Fließkraft aus Betonstahl und Spannstahl von der Druckplatte alleine aufgenommen werden kann.

Bild 76 Einfluss der Druckgurthöhe h_f auf den Momenten-Krümmungs-Verlauf

Ein Zusammenhang zwischen der erforderlichen Druckgurthöhe h_f und dem mechanischen Bewehrungsgrad für eine maximale Duktilität kann wie folgt hergestellt werden:

Annahme: Betondruckkraft ist allein durch den Druckgurt aufzunehmen!

Randbedingung: $x \leq h_f$



Der mechanische Bewehrungsgrad ist für den Plattenbalken (+M) wie folgt definiert:

$$\omega_{s1} = \frac{A_{s1}}{b_f \cdot d} \cdot \frac{f_{yR}}{f_{cR}} \quad (7.16)$$

Aus dem Gleichgewicht der inneren Kräfte im Querschnitt kann der mechanische Grenzbewehrungsgrad ω_{s1}^* ermittelt werden, bei dem die Druckkraft noch allein durch den Druckgurt aufnehmbar ist.

$$\begin{aligned}
 F_{cR} &= F_s \\
 h_f \cdot b_f \cdot \alpha_R \cdot f_{cR} &= A_s \cdot f_{yR} \\
 h_f &= \frac{A_s \cdot f_{yR}}{b_f \cdot \alpha_R \cdot f_{cR}}
 \end{aligned} \tag{7.17}$$

in bezogener Schreibweise

$$\begin{aligned}
 \frac{h_f}{d} &= \frac{A_s \cdot f_{yR}}{\alpha_R \cdot b_f \cdot d \cdot f_{cR}} = \frac{\omega_{s1}^*}{\alpha_R} \\
 \omega_{s1}^* &= \alpha_R \cdot \frac{h_f}{d}
 \end{aligned} \tag{7.18}$$

Ein größerer mechanischer Bewehrungsgrad als ω_{s1}^* führt zu einer deutlichen Verringerung des möglichen Steifigkeitsabbaus, da sich die Nulllinie zur Erfüllung des Kräftegleichgewichts zunehmend in den Steg verschieben muss. Dieser Zusammenhang ist am Beispiel eines Plattenbalkens mit einem Verhältnis $b_f/b_w = 3$ in Bild 77 sowie für einen Hohlkastenquerschnitt mit einem Verhältnis $b_f/b_w = 10$ in Bild 78 dargestellt. Je größer das Verhältnis b_f/b_w , d. h. je schmäler die Stege im Vergleich zur Druckgurtbreite, desto stärker ist der oben beschriebene Effekt ausgeprägt.

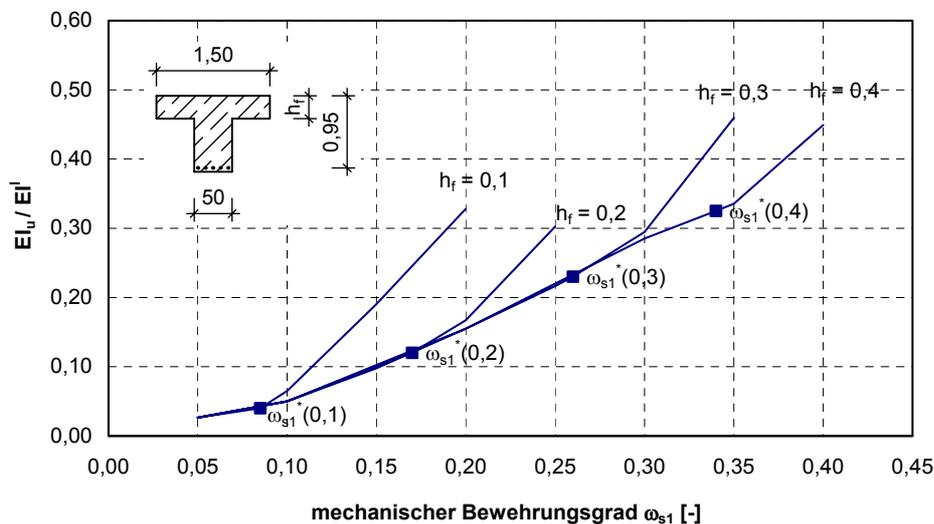


Bild 77 Steifigkeitsabbau in Abhängigkeit vom Bewehrungsgrad und der Druckgurtstärke h_f am Beispiel eines Plattenbalkens mit $b_f/b_w = 3$

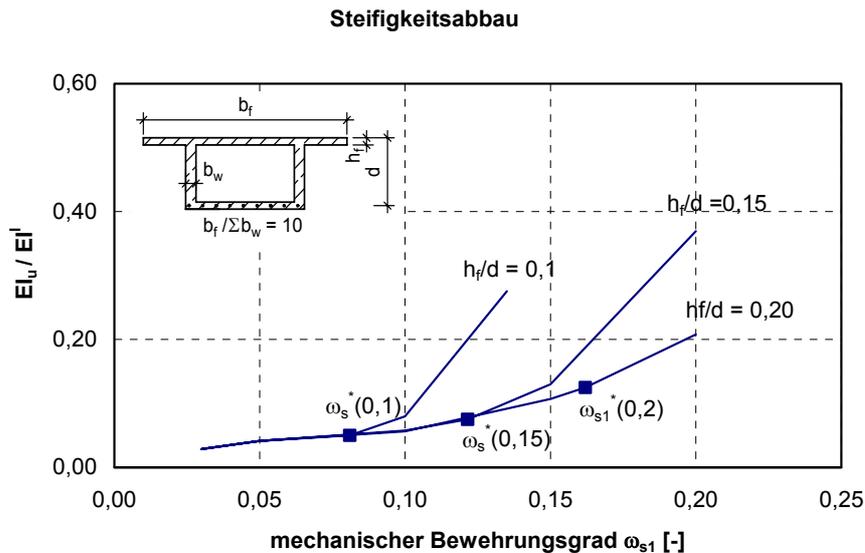


Bild 78 Steifigkeitsabbau in Abhängigkeit vom Bewehrungsgrad und der Druckgurthöhe h_f am Beispiel eines Hohlkastens mit $b_f/\sum b_w = 10$

Wird der Völligkeitsbeiwert vereinfachend konstant zu $\alpha_R = 0,81$ angenommen, kann die erforderliche Druckgurthöhe bei einem gegebenen mechanischen Bewehrungsgrad auf einfache Weise mit folgender Formel ermittelt werden.

$$h_f = 1,23 \cdot \omega_{s1} \cdot d \quad (7.19)$$

Anteile der Rissbildung und der Plastizierung am Steifigkeitsabbau

Im Folgenden werden der Anteil der Rissbildung im Beton und der Anteil aus den plastischen Dehnungen des Betonstahls am Steifigkeitsabbau auf Querschnittsebene untersucht.

Das Verhältnis EI_u/EI' beschreibt den Steifigkeitsabfall infolge Rissbildung bis zum Fließbeginn der Bewehrung. EI_u/EI' stellt den gesamten Steifigkeitsabfall bis zum Erreichen der Bruchdehnung dar. Bild 80 enthält die entsprechenden Kurvenverläufe.

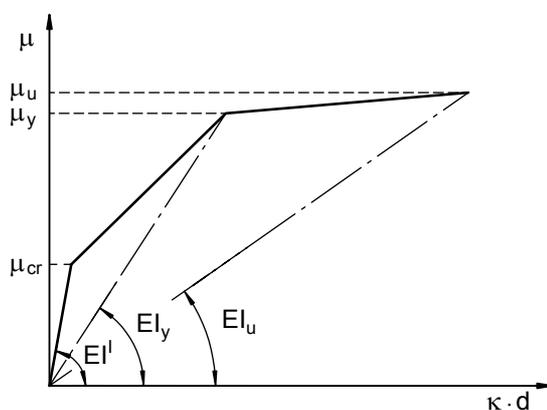


Bild 79 Definition der Sekantensteifigkeiten EI' , EI_y und EI_u

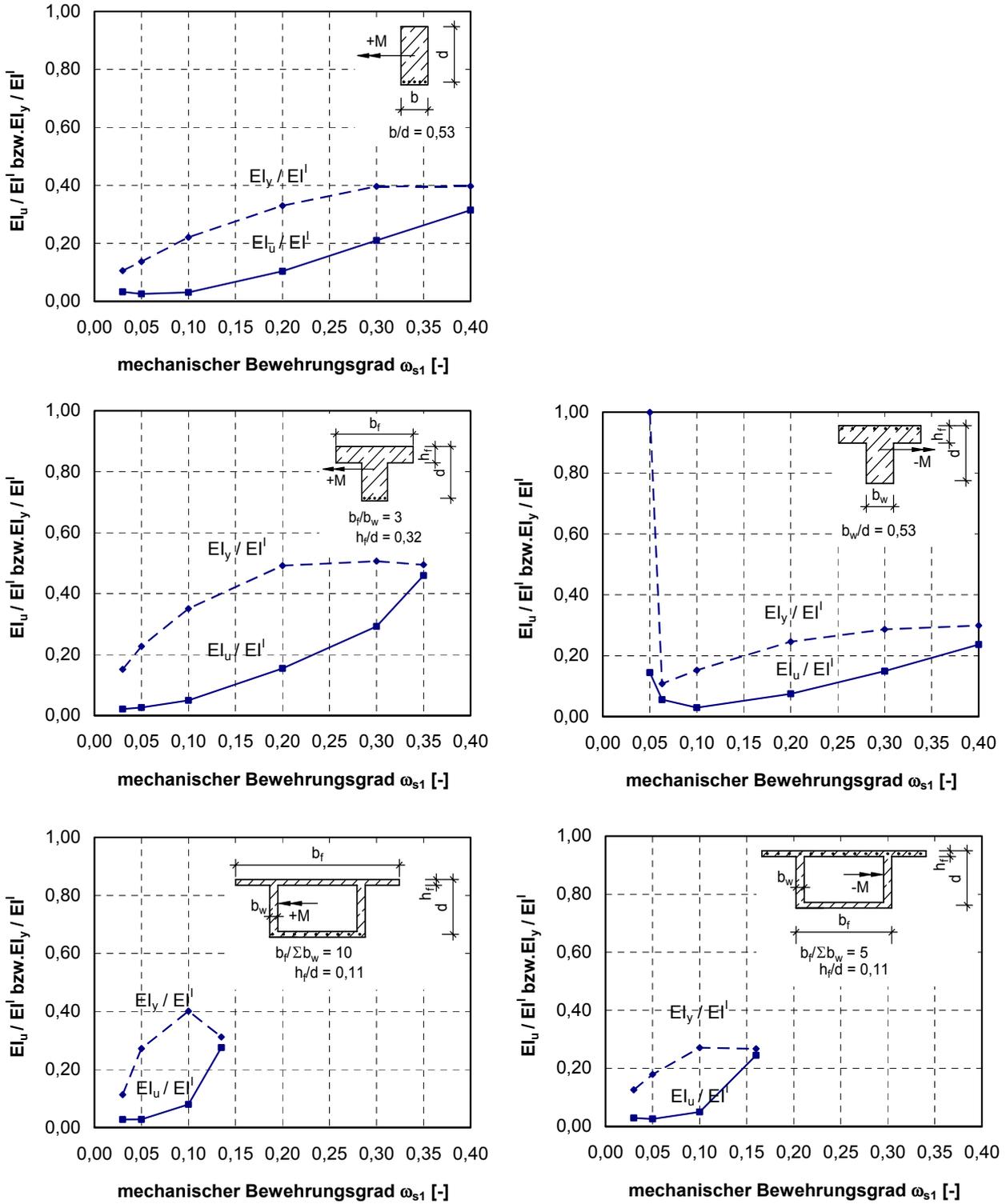


Bild 80 Steifigkeitsabbau durch Rissbildung und Plastizierung

Der durch die Rissbildung im Beton realisierte Anteil am gesamten beanspruchungsabhängigen Steifigkeitsabfall wird wie folgt ermittelt:

$$\eta_{cr} = \frac{(1 - EI_y/EI')}{(1 - EI_u/EI')} \tag{7.20}$$

Tabelle 7 Steifigkeitsabbau und Anteil der Rissbildung

Querschnittsform	Beanspruchung		Mechanischer Bewehrungsgrad ω_{s1}						
			0,03	0,05	0,10	0,20	0,30	0,35	0,40
Rechteck		EI_u/EI^I	0,03	0,03	0,03	0,10	0,21	0,26	0,31
		η_{cr} [%]	92	89	80	75	76	81	88
Plattenbalken	positiv	EI_u/EI^I	0,02	0,03	0,05	0,15	0,29	0,46	0,47
		η_{cr} [%]	87	79	68	60	70	94	100
	negativ	EI_u/EI^I	-	0,14	0,03	0,08	0,15	0,20	0,24
		η_{cr} [%]	-	0	87	82	84	88	92
Hohlkasten	positiv	EI_u/EI^I	0,03	0,04	0,08	0,36	-	-	-
		η_{cr} [%]	82	76	65	100	-	-	-
	negativ	EI_u/EI^I	0,03	0,03	0,05	0,28	-	-	-
		η_{cr} [%]	90	84	77	100	-	-	-



Bewehrungsmenge nicht einbaubar

Für niedrige Bewehrungsgrade bis $\omega_{s1} = 0,05$ wird die Steifigkeit des Querschnittes hauptsächlich durch die einsetzende Rissbildung und den damit verbundenen Übergang in den Zustand II abgebaut. Der Anteil des Steifigkeitsabbaus infolge Plastizierung der Bewehrung beträgt hier maximal $\frac{1}{4}$ des gesamten Steifigkeitsabbaus, obwohl bei diesen Querschnitten ein ausgeprägtes Fließplateau vorhanden ist. Eine Ausnahme ist der untersuchte Plattenbalken mit negativer Momentenbeanspruchung. Bei einem mechanischen Bewehrungsgrad von 0,05 wird beim Aufreißen des Querschnittes unter der Risschnittgröße die Zugfestigkeit der Bewehrung erreicht. Dieser Versagensmechanismus wird durch Einlegen einer Robustheitsbewehrung (hier $w_{s1} = 0,063$) verhindert und kann somit ausgeschlossen werden.

Bei mittleren mechanischen Bewehrungsgraden zwischen 0,1 und 0,2 ist bei den Vollquerschnitten und wenig gegliederten Querschnitten $b_f/b_w \leq 3$ ein Maximum des Steifigkeitsabbaus infolge Fließens der Bewehrung zu verzeichnen. Jedoch werden auch bei diesen Bewehrungsgraden mindestens 60% des Steifigkeitsabbaus durch Rissbildung realisiert. Eine Ausnahme bilden die untersuchten stark gegliederten Hohlkästen. Bei einem Bewehrungsgrad von 0,2 ist die Druckzone hier bereits so stark ausgenutzt, dass die Bewehrung nicht mehr ins Fließen kommt. Für den Steifigkeitsabbau ist hier neben der Rissbildung zunehmend das nichtlineare Last-Verformungs-Verhalten der Betondruckzone verantwortlich.

Mit weiter steigenden mechanischen Bewehrungsgraden bis 0,40 ist bei den Vollquerschnitten und wenig gegliederten Querschnitten erwartungsgemäß ein Rückgang des Steifigkeitsabbaus infolge Fließens der Bewehrung zu beobachten, da sich die Länge des Fließplateaus zunehmend verringert. Die Nichtlinearität der Betondruckzone gewinnt beim Steifigkeitsabbau zunehmend an Einfluss.

Die Hohlkästen wurden mit Bewehrungsgraden über 0,2 nicht weiter untersucht.

Zusammenfassend ist festzustellen:

- Der maximal mögliche Steifigkeitsabbau im Querschnitt ist stark abhängig von der Querschnittsform und vom Bewehrungsgrad.
- Der größte Teil des Steifigkeitsabbaus geschieht durch Rissbildung.
- Bei geringen mechanischen Bewehrungsgraden bis $\omega_{s1} = 0,1$ verringerte sich bei allen untersuchten Querschnitten die Steifigkeit im Bruchzustand auf weniger als 10% der Ausgangssteifigkeit im Zustand I.
- Bei Bewehrungsgraden $\omega_{s1} > 0,1$ ist die verbleibende Steifigkeit im Bruchzustand stark von der Gliederung der Querschnitte abhängig.
- Für positiv beanspruchte Plattenbalken mit $b_f/b_w \geq 3$ sind Bewehrungsgrade $\omega_{s1} > 0,25$ praktisch nicht einbaubar.
- Bei schwach ausgebildeten Druckgurten gegliederter Querschnitte wird bereits bei mittleren Bewehrungsgraden der Steifigkeitsabbau durch das Fehlen eines ausgeprägten Fließplateaus reduziert.
- Bei Ausbildung eines ausreichend dimensionierten Druckgurtes wird auch bei den stark gegliederten Hohlkästen $b_f/b_w > 5$ mit einem Bewehrungsgrad $\omega_{s1} = 0,2$ die Steifigkeit auf mindestens 20% der Anfangssteifigkeit abgebaut.

7.2.3 Einfluss einer Vorspannung

Nachfolgend wird der Einfluss einer Vorspannung beispielhaft am Rechteckquerschnitt $b/h/d = 50/100/95$ untersucht. Um eine Vergleichbarkeit der mit unterschiedlichen Vorspanngraden vorgespannten Querschnitte zu ermöglichen, wird ein Teil der Betonstahlbewehrung durch Spannstahl ersetzt. Der mechanische Bewehrungsgrad wird dabei konstant gehalten.

$$\omega_{ps1} = \frac{A_{s1} \cdot f_{yR} + A_p \cdot f_{p0,1R}}{b \cdot d \cdot f_{cR}} \quad (7.21)$$

Der Vorspanngrad wird nachfolgend über das Verhältnis des Anteils der vorgespannten Bewehrung zum Gesamtbewehrungsgrad definiert.

$$\frac{\omega_p}{\omega_{ps1}} = \frac{A_p \cdot f_{p0,1R}}{A_{s1} \cdot f_{yR} + A_p \cdot f_{p0,1R}} \quad (7.22)$$

Bei der Ermittlung der Vorspannkraft wird der Mittelwert der maximalen Spannstahlspannung nach dem Absetzen der Pressenkraft auf den Anker $\sigma_{pm0,max}$ abzüglich 15% Kriech- und Schwindverlusten zugrunde gelegt.

$$\sigma_p = 0,85 \cdot \sigma_{pm0,max} = 0,85 \cdot 0,85 \cdot f_{p0,1k} \quad (7.23)$$

Die Untersuchungen erfolgen für 3 verschiedene mechanische Bewehrungsgrade $\omega_{ps1} = 0,05/0,1/0,4$ und 3 Vorspanngrade $\omega_p/\omega_{ps1} = 0,0/0,5/1,0$.

In Bild 81 sind die M - κ -Linien der untersuchten Querschnitte im Vergleich zu den nicht vorgespannten Querschnitten dargestellt. Durch die Vorspannung erfährt der Querschnitt bei $\mu = 0$ eine negative Vorkrümmung. Das Rissmoment M_{cr} steigt an. Das Fließmoment und zugehörige Fließkrümmung bleiben jedoch von der Vorspannung nahezu unbeeinflusst.

Bei niedrigen Bewehrungsgraden nehmen die vom Querschnitt aufnehmbaren Bruchkrümmungen mit steigendem Vorspanngrad ab. Des Weiteren ist bei niedrigen Bewehrungsgraden bei denen Stahlversagen maßgebend ist, mit zunehmendem Vorspanngrad ein leichter Anstieg des Bruchmomentes erkennbar. Dieser Effekt ist zu erklären über die unterschiedlichen Verhältnisse zwischen der Streckgrenze und der Bruchfestigkeit des verwendeten Betonstahls BSt 500 und des Spannstahls St 1570/1770.

$$\frac{f_{p0,1R}}{f_{yR}} = \frac{1650}{550} = 3; \quad \frac{f_{pR}}{f_{tR}} = \frac{1947}{594} = 3,28 \quad \Rightarrow \quad \frac{3,28}{3,0} = 1,09$$

Da der mechanische Bewehrungsgrad auf der Grundlage der jeweiligen Streckgrenze gebildet wird, ergeben sich bei gleichem mechanischen Bewehrungsgrad um bis 10% höhere Bruchmomente bei voll vorgespannten Querschnitten gegenüber schlaff bewehrten. Mit steigenden Bewehrungsgraden nimmt dieser Effekt ab, da zunehmend Betonversagen maßgebend wird und die Stahlspannungen nicht im vollen Umfang genutzt werden können.

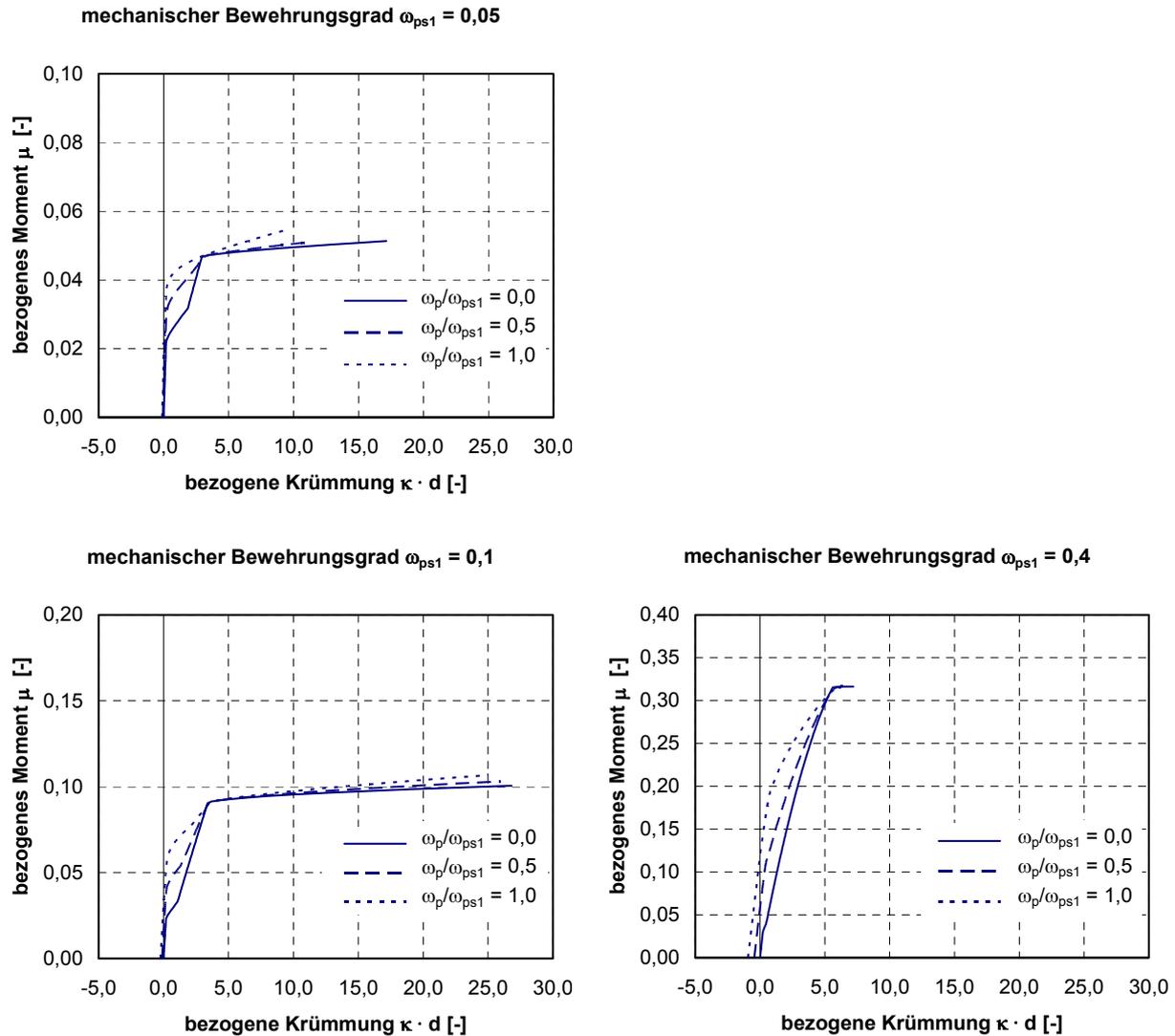


Bild 81 Einfluss des Vorspanngrades auf die M - κ_m -Linie

Am Verhältnis der Steifigkeiten EI_u/EI^I ist erkennbar, dass der Spannstahlanteil auf den maximal möglichen Steifigkeitsabbau im Querschnitt keinen nennenswerten Einfluss hat. Für die Bewehrungsgrade $\omega_{ps1} = 0,05 / 0,1$ fällt die Steifigkeit des Querschnittes unabhängig vom Vorspanngrad auf ca. 3% ab, bei einem Bewehrungsgrad $\omega_{ps1} = 0,40$ auf ca. 35% (Bild 82).

Auch die Querschnittssteifigkeit bei Fließbeginn der Bewehrung EI_y wird durch den Spannstahlanteil nicht beeinflusst (Bild 82). Wie bereits o. e. sind die Fließmomente und zugehörigen Fließkrümmungen für alle untersuchten Vorspanngrade nahezu identisch.

Wenn das Rissmoment durch die Vorspannung vergrößert wird, das Fließmoment jedoch unverändert bleibt, ergibt sich zwangsläufig ein Einfluss des Vorspanngrades auf die Tangentensteifigkeit im gerissenen, elastischen Bereich B^{II} . Diese nimmt mit zunehmendem Vorspanngrad ab (Bild 82). Der Querschnitt wird bei gleichbleibendem mechanischen Bewehrungsgrad und steigendem Spannstahlanteil aufgrund der sich verringenden

Dehnsteifigkeit des Zuggurtes $E \cdot (A_s + A_p)$ zwischen Aufreißen des Querschnittes und Fließbeginn weicher.

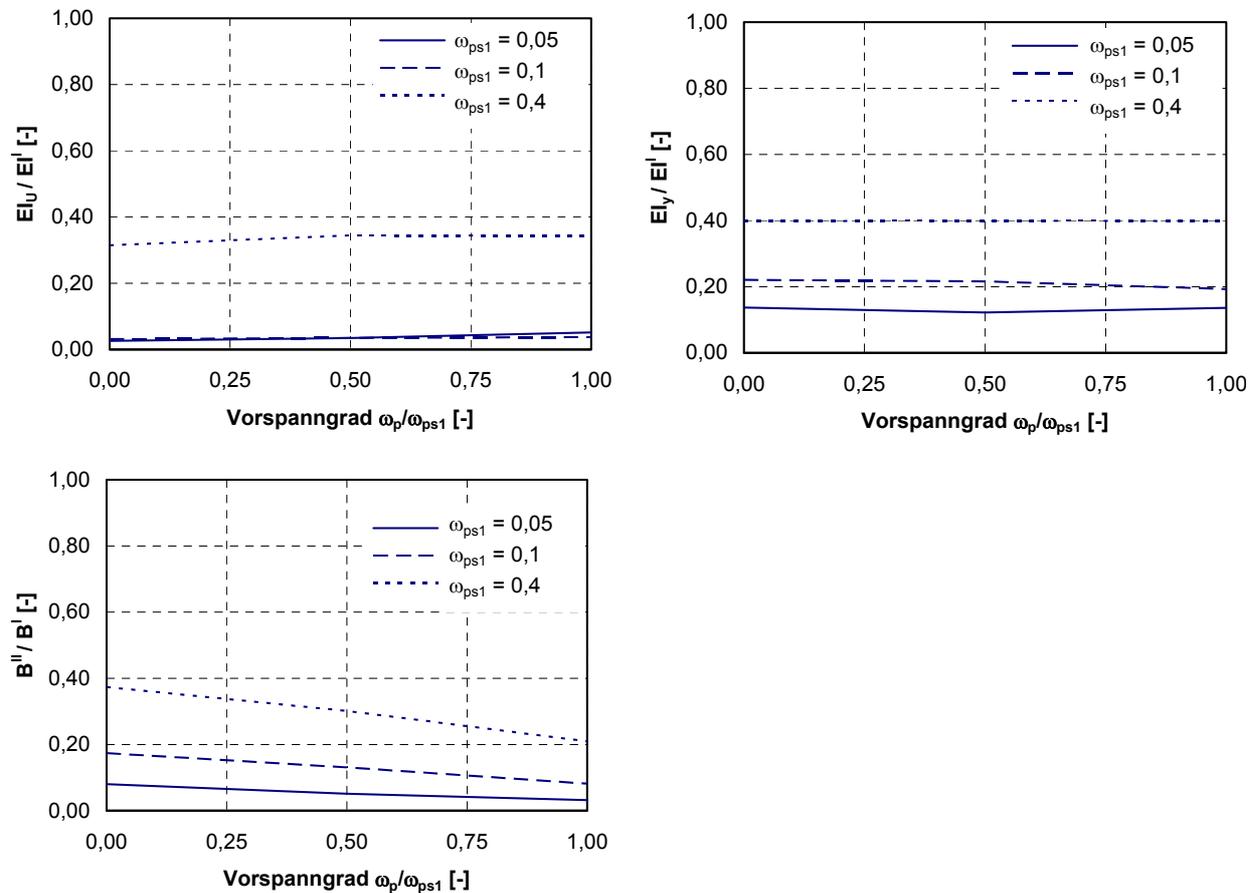


Bild 82 Steifigkeitsabfall in Abhängigkeit vom Bewehrungs- und Vorspanngrad

Zusammenfassend ist festzustellen:

- Der maximal mögliche Steifigkeitsabbau im Querschnitt ist bei gleichem mechanischen Bewehrungsgrad von der Vorspannung weitestgehend unabhängig.
- Die Sekantensteifigkeit bei Fließbeginn ist ebenfalls unabhängig vom Vorspanngrad.
- Die Vorspannung beeinflusst die Größe des Rissmomentes. Mit zunehmender Vorspannung nimmt das Rissmoment zu.
- Durch die Zunahme des Rissmomentes wird im Bauteil bzw. Tragwerk die Ausdehnung der gerissenen und ungerissenen Bereiche beeinflusst.
- Die Tangentensteifigkeit zwischen Aufreißen des Querschnittes und Fließbeginn nimmt mit zunehmendem Vorspanngrad ab.

7.2.4 Einfluss der Betondruckfestigkeit

Der Einfluss der Betonfestigkeit wurde am Rechteckquerschnitt $b/h/d = 50/100/95$ für drei verschiedene Betonfestigkeitsklassen untersucht. In Bild 83 sind die $M-\kappa$ -Linien des untersuchten Rechteckquerschnittes für die Betonfestigkeitsklassen C 35/45, C 70/85 und C 100/115 dargestellt. Für geringe Bewehrungsgrade, bei denen das Stahlversagen maßgebend ist, ist eine Zunahme der maximal erreichbaren Krümmungen zu verzeichnen. Grund ist der bezogen auf die Druckfestigkeit unterproportionale Anstieg der Betonzugfestigkeit und die damit verbundene geringere Zugversteifung des Betons zwischen den Rissen.

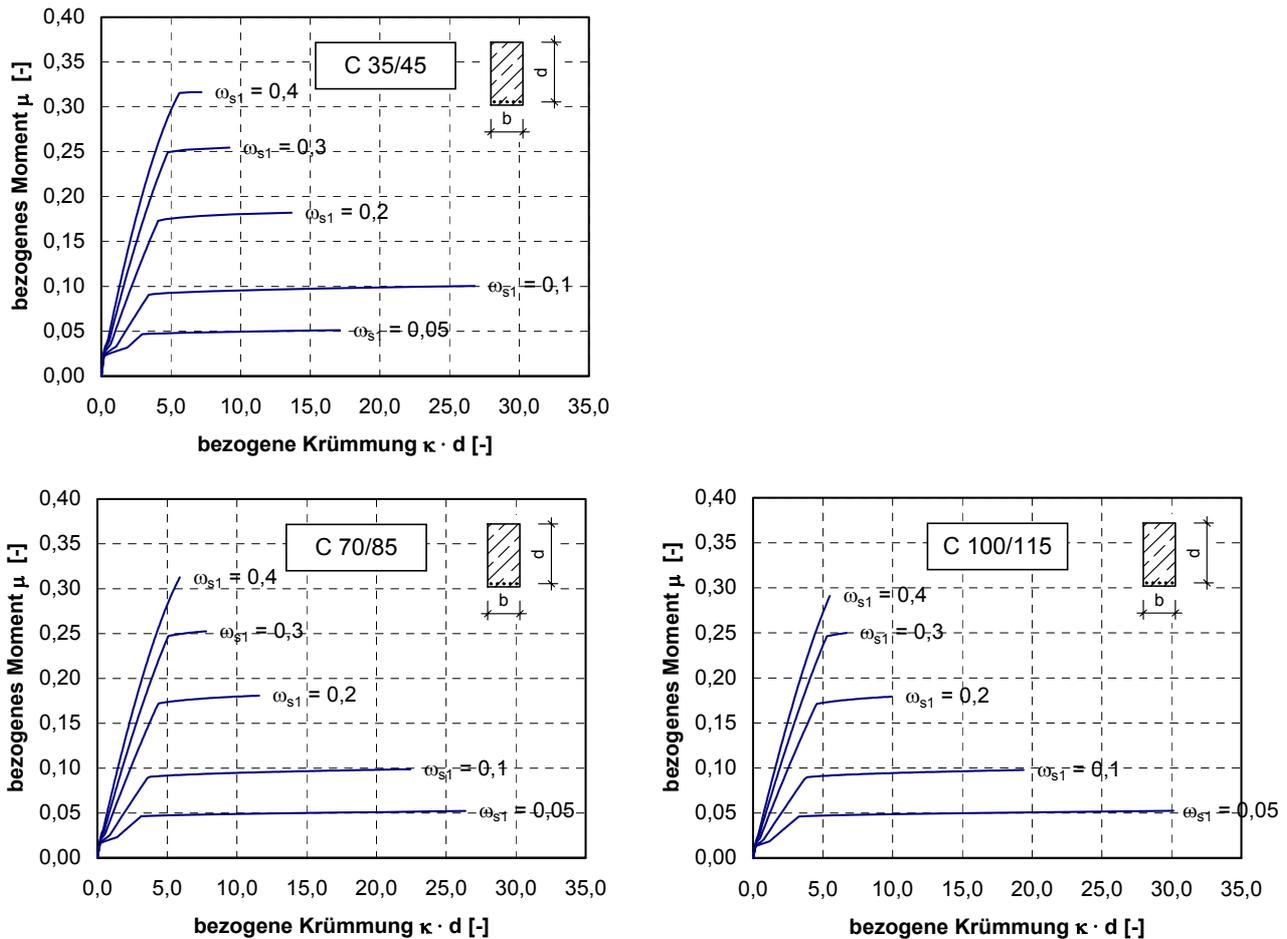


Bild 83 Einfluss der Betondruckfestigkeit auf die mittlere Momenten-Krümmungs-Beziehung

Bei höheren mechanischen Bewehrungsgraden nehmen die maximal erreichbaren Krümmungen des Querschnittes mit zunehmender Betondruckfestigkeit ab. Verantwortlich hierfür ist das zunehmend spröde Verhalten von Betonen mit höheren Festigkeiten. Die zulässigen Randdehnungen des Betons und die Völligkeit der Betondruckzone gehen mit steigenden Festigkeiten zurück (Bild 84). Die Auswirkungen auf die Steifigkeitsentwicklung sind in Bild 85 dargestellt. Mit zunehmender Betonfestigkeit geht das Vermögen des Querschnittes Steifigkeit abzubauen zurück. Bei einem mechanischen Bewehrungsgrad $\omega_{s1} = 0,3$ beispielsweise baut sich bei einer Festigkeitsklasse C 35/45 die Steifigkeit EI_u auf 20% der Ausgangssteifigkeit ab. Bei einem C 100/115 dagegen nur noch 45% (Bild 85).

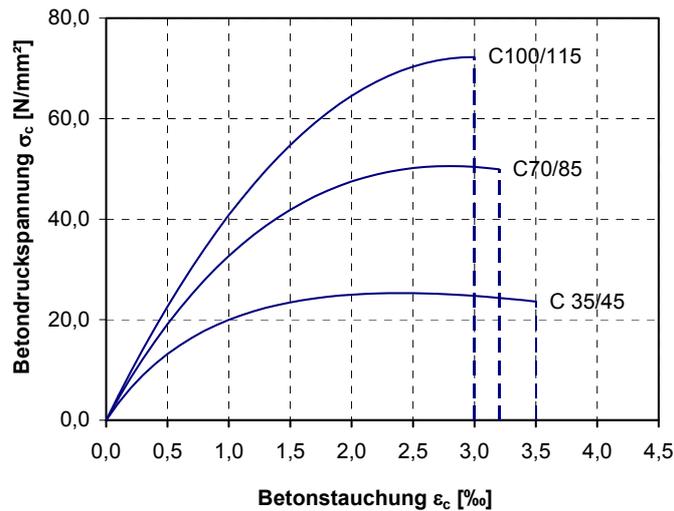


Bild 84 Spannungs-Dehnungs-Linien für Betone verschiedener Druckfestigkeiten

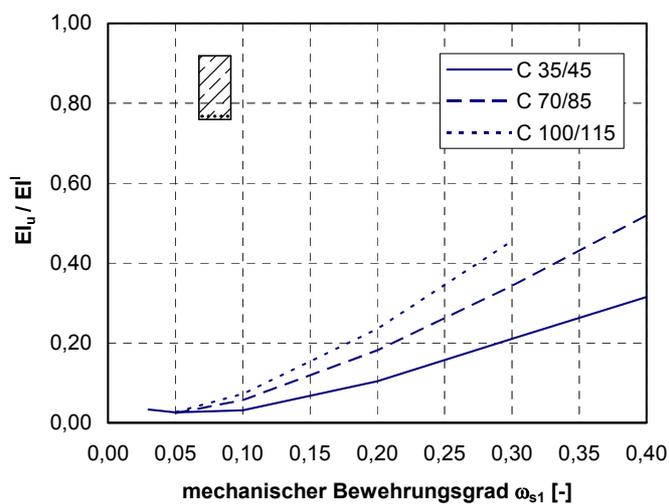


Bild 85 Einfluss der Betondruckfestigkeit auf den Steifigkeitsabfall im Bruchzustand

Zusammenfassend ist festzustellen:

- Höhere Betonfestigkeiten beeinflussen den Steifigkeitsabbau bei geringen Bewehrungsgraden positiv so lange Stahlversagen vorliegt.
- Bei höheren Bewehrungsgraden bei denen zunehmend Betonversagen maßgebend wird, verringert sich der Steifigkeitsabbau mit steigender Betondruckfestigkeit deutlich, da sich die Duktilität der Druckzone verringert.

7.2.5 Einfluss der Betonzugfestigkeit

Die Zugfestigkeit hat Einfluss auf die Größe des Rissmomentes. Des Weiteren beeinflusst sie den Anteil der versteifenden Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen Rissen bei Betrachtung über einen Bereich. Der Einfluss wurde am Rechteckquerschnitt $b/h/d = 50/100/95$ für drei verschiedene Betonzugfestigkeiten untersucht. Die Betonzugfestigkeit wurde dabei in den Grenzen von $f_{ct0,05} = 0,7 f_{ctm}$ bis $f_{ct0,95} = 1,3 f_{ctm}$ variiert. In Bild 86 sind die $M-\kappa_m$ -Linien des Rechteckquerschnittes dargestellt.

Ein nennenswerter Einfluss der Betonzugfestigkeit auf die maximale Krümmung des Querschnittes ist nur für sehr geringe Bewehrungsgrade festzustellen. Ab einem mechanischen Bewehrungsgrad von $\omega_{s1} = 0,1$ ist der Einfluss praktisch vernachlässigbar (Bild 87).

Bei Ansatz des 95% Fraktilwertes der Betonzugfestigkeit und einem mechanischen Bewehrungsgrad von $\omega_{s1} = 0,03$ nehmen die aufnehmbaren Krümmungen stark ab. Der Stahl kommt bei Erreichen des Rissmomentes unmittelbar ins Fließen und erreicht seine Zugfestigkeit. Eine gesteuerte Rissbildung ist nicht möglich.

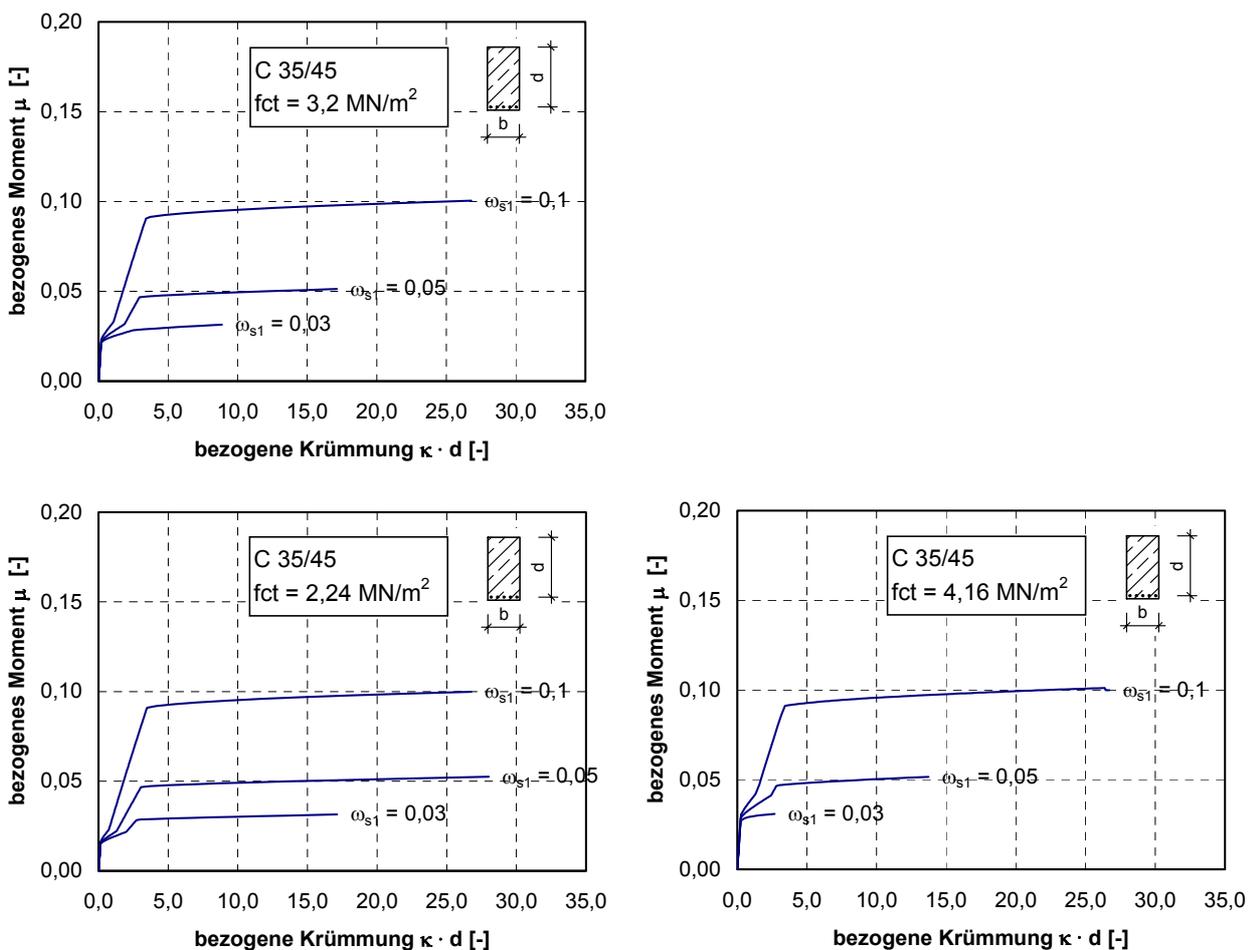


Bild 86 Einfluss der Betonzugfestigkeit auf die Momenten-Krümmungs-Beziehung

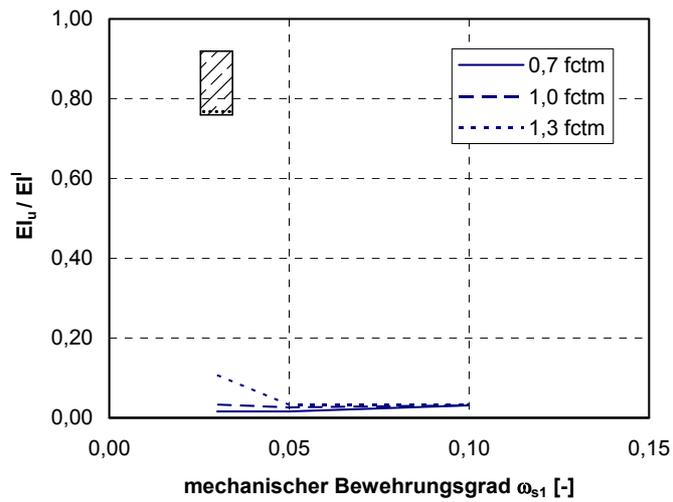


Bild 87 Einfluss der Betonzugfestigkeit auf den Steifigkeitsabfall im Bruchzustand

Zusammenfassend ist festzustellen:

- Der Einfluss der Betonzugfestigkeit auf den Steifigkeitsabbau ist nur bei geringen Bewehrungsgraden signifikant.
- Der Einfluss ist gering und vernachlässigbar, so lange durch eine ausreichende Mindestbewehrung eine gesteuerte Rissbildung und ein ausgeprägtes Fließplateau sichergestellt werden.

7.2.6 Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

Auf Querschnittsebene wurden auf der Grundlage der mittleren Momenten-Krümmungs-Beziehung $M-\kappa_m$ für einen Bereich mit konstanter Momentenbeanspruchung folgende Parameter hinsichtlich ihres Einflusses auf den Steifigkeitsabbau von Stahlbeton im gerissenen bzw. im plastischen Zustand untersucht:

- Bewehrungsgrad
- Querschnittsform
- Vorspannung
- Betondruckfestigkeit
- Betonzugfestigkeit

Den größten Einfluss auf den Steifigkeitsabbau im Querschnitt unter zunehmender Biegebeanspruchung hat der Bewehrungsgrad. Mit steigendem Bewehrungsgrad nimmt der mögliche Steifigkeitsabbau im Bruchzustand z. T. deutlich ab.

Als besonders ungünstig erweisen sich hierbei Rechteckquerschnitte mit sehr hohen Bewehrungsgraden sowie gegliederte Querschnitte mit zu schwach ausgebildetem Druckgurt, so dass für die Aufnahme der Biegedruckkraft zusätzlich die Stege herangezogen werden müssen.

Der maximal mögliche Steifigkeitsabbau im Querschnitt ist von der Vorspannung weitestgehend unabhängig. Durch die Zunahme des Rissmomentes wird jedoch die längenmäßige Ausdehnung der gerissenen und ungerissenen Bereiche auf Tragwerksebene beeinflusst. Bei gleichbleibendem mechanischen Bewehrungsgrad besitzt der vorgespannte Querschnitt gegenüber dem schlaff bewehrten eine geringere Tangentensteifigkeit B_{II} zwischen dem Aufreißen und dem Fließbeginn.

Bis zu einer Festigkeitsklasse von C 50/60 ist der Einfluss der Betondruckfestigkeit vernachlässigbar. Bei hohen mechanischen Bewehrungsgraden verringert sich durch die zunehmende Sprödigkeit von hochfesten Betonen mit einer Druckfestigkeit von $f_{ck} > 50 \text{ MN/m}^2$ der Steifigkeitsabbau deutlich.

Der Einfluss der Betonzugfestigkeit ist vernachlässigbar.

Aus den o. g. Erkenntnissen werden die Untersuchungen auf Bauteilebene im folgenden Kapitel auf folgende Einflüsse beschränkt auf:

- den Einfluss des Bewehrungsgrades,
- den Einfluss ungünstiger Querschnittsverhältnisse, insbesondere Querschnitte mit zu schwach dimensioniertem Druckgurt,
- den Einfluss der Vorspannung.

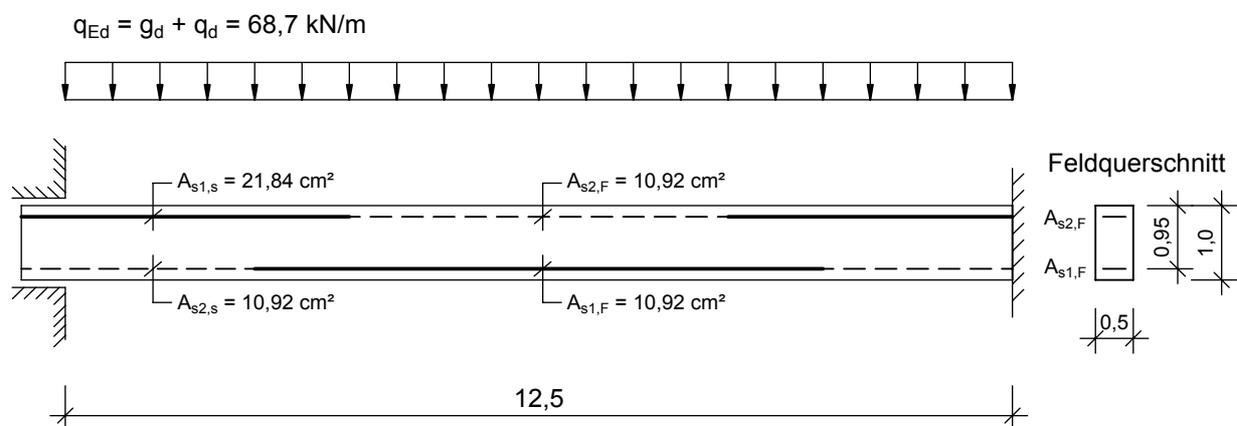
Der Einfluss der Betondruckfestigkeit und der Betonzugfestigkeit wird im Folgenden nicht weiter schwerpunktmäßig untersucht.

7.3 Betrachtungen auf Bauteilebene

7.3.1 Untersuchungen am Referenzbalken

Im vorangegangenen Kapitel wurde der Steifigkeitsabbau auf Querschnittsebene untersucht. Im Folgenden wird dem Steifigkeitsabbau auf Tragwerksebene nachgegangen. Hierzu werden zunächst an einem Referenzsystem die grundlegenden Zusammenhänge geklärt.

Die Untersuchungen erfolgen an einem beidseitig eingespannten Stab, der sich in Längsrichtung frei verformen kann (Bild 88). Die Bewehrungsverteilung $A_{s1,s}/A_{s1,F}$ wird mit 2,0 an der Momentenverteilung nach linear-elastischer Schnittgrößenermittlung orientiert. Die Bewehrungsmenge an der Einspannstelle wird mit $\omega_{s1,s} = 0,1$ so gewählt, dass große plastische Rotationen an der Einspannstelle möglich sind.



Beton : C 35/45

$$f_{cR} = 25,29$$

Betonstahl: BSt 500 S

$$f_{yR} = 550 \text{ N/mm}^2$$

Belastung:

$$\omega_{s1,s} = \frac{A_{s1,s}}{b \cdot d} \cdot \frac{f_{yR}}{f_{cR}} = \frac{21,84}{50 \cdot 95} \cdot \frac{550}{25,29} = 0,1 \quad \Rightarrow \quad \mu_{Eds} = 0,1$$

$$M_{Eds} = \mu_{Eds} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd} = 0,1 \cdot 0,5 \cdot 0,95^2 \cdot 19,83 = 895 \text{ kNm}$$

$$q_{Ed} = \frac{12M}{l^2} = \frac{12 \cdot 895}{12,5^2} = 68,7 \text{ kN/m} \quad \text{Annahme: } 45\% g_k + 55\% q_k$$

$$g_k = 21,6 \text{ kN/m}; q_k = 26,4 \text{ kN/m}$$

$$\text{Temperatureinwirkung: } \Delta T_{M,k, \text{pos}} = 12,8 \text{ K}; \Delta T_{M,k, \text{neg}} = -8 \text{ K}$$

Bild 88 Abmessungen und Belastung des Referenzbalkens

Die nichtlinearen Berechnungen erfolgen auf der Grundlage des γ_R -Verfahrens nach DIN 1045-1. Dabei wird die Belastung bis zum Erreichen der Systemtraglast um den Faktor $\gamma_R \approx 1,3$ gesteigert.

Es wurden drei Rechenläufe durchgeführt, ein Rechenlauf mit reiner Lastbeanspruchung q ohne Ansatz einer zusätzlichen Temperatureinwirkung, ein Rechenlauf mit Lastbeanspruchung und zusätzlicher Temperatureinwirkung $q + \Delta T_{M,k, \text{pos}}$ und ein Rechenlauf mit $q + \Delta T_{M,k, \text{neg}}$. Die Belastung q wurde inkrementell bis zum Erreichen der Systemtraglast q_u gesteigert. Die Systemtraglast ist dann erreicht, wenn im kritischen Querschnitt entweder die Grenzdehnung des Betons ($\varepsilon_{c1u} = -3,5 \text{ ‰}$) oder die Grenzdehnung der modifizierten Stahlkennlinie (ε_{smu}) erreicht wird.

In Bild 89 ist die Momentenentwicklung des Feld- und Stützmomentes infolge einer reinen Lastbeanspruchung q sowie der kombinierten Last-Zwang-Beanspruchungen $q + \Delta T_{M,k, \text{pos}}$ und $q + \Delta T_{M,k, \text{neg}}$ aus den nichtlinearen Rechenläufen über dem Lastfaktor λ aufgetragen. Zum Vergleich sind zusätzlich die jeweils zugehörigen linear-elastischen Berechnungsergebnisse dargestellt.

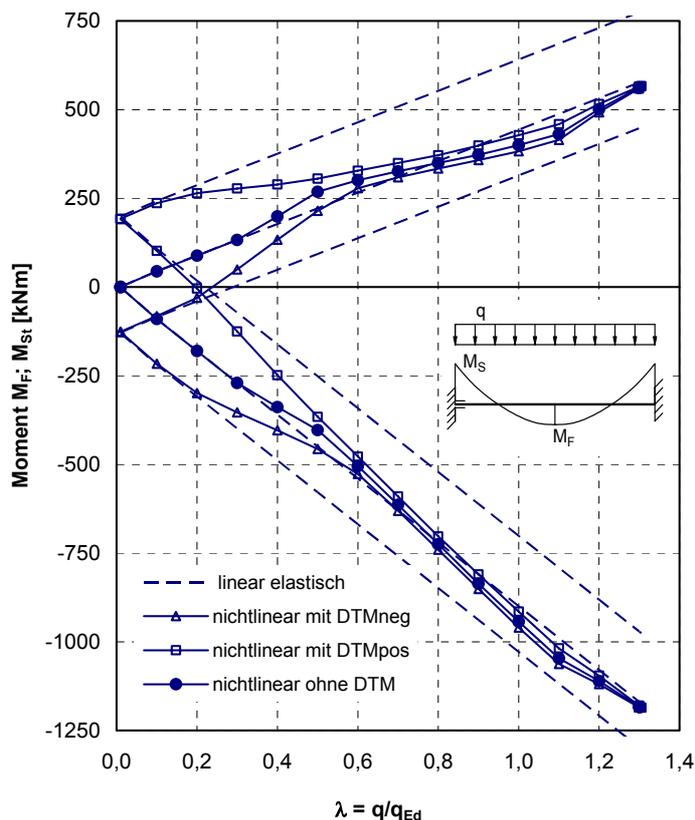


Bild 89 Momentenentwicklung ($\omega_{s1,s} = 0,1$; $\Delta T_{M,k, \text{pos}} = 12,8 \text{ K}$, $\Delta T_{M,k, \text{neg}} = -8 \text{ K}$)

Bei einer reinen Lastbeanspruchung verlaufen die in Bild 89 dargestellten Kurven aus der nichtlinearen und der linear-elastischen Berechnung bis zu einem Lastfaktor von $\lambda = 0,3$ nahezu deckungsgleich. Mit einsetzender Rissbildung weicht die tatsächliche Schnittgrößenverteilung von der linear-elastisch ermittelten ab [32]. Die Abweichung von der linear-elastischen Schnittgrößenverteilung wird durch den Umlagerungsgrad ξ_{St} beschrieben.

$$\xi_{St} = \frac{M_{St,nonl} - M_{St,lin}}{M_{St,lin}} \quad (7.24)$$

Der Verlauf der bezogenen Momentenumlagerung ist für das Stützmoment in Bild 90 enthalten. Bis zu einem Lastfaktor von $\lambda = 0,3$ ist das Tragwerk ungerissen, es findet keine Umlagerung statt. Durch die einsetzende Rissbildung im Stützbereich ab der Belastungsstufe $\lambda = 0,3$ werden bis zu -10% des Stützmomentes zum Feld umgelagert. Mit zunehmender Rissbildung auch im Feld wird diese Umlagerung mehr als kompensiert. Bei der Laststufe von $\lambda = 1,1$ ergibt sich eine bezogene Umlagerung von +5% vom Feld zur Stütze. Mit Beginn des Fließens der Stützbewehrung nähert sich die Momentenverteilung wieder derjenigen nach einer linear elastischen Berechnung an. Letzteres ist die Folge der Bewehrungsverteilung auf Grundlage einer Bemessung für Schnittgrößen nach linear elastischer Berechnung, da die Fließmomente an der Einspannstelle und in Feldmitte dem gleichen Verhältnis entsprechen.

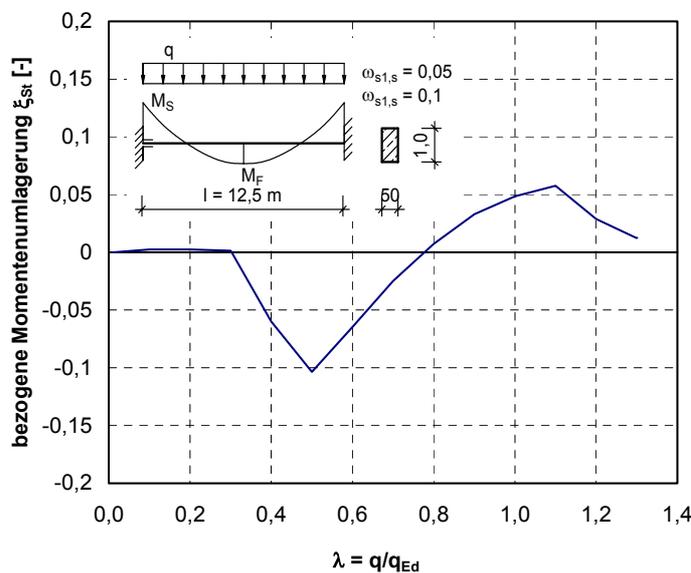


Bild 90 Bezogene Momentenumlagerung ξ_{St} für das Stützmoment M_s
(reine Lastbeanspruchung)

An den Kurven für die kombinierte Last-Zwang-Beanspruchung in Bild 89 ist zu erkennen, dass bei einer Belastungsstufe von $\lambda = 0$ die reine Zwangbeanspruchung auf das noch ungerissene Tragwerk wirkt. Das je nach Beanspruchung durch $\Delta T_{M,pos}$ oder $\Delta T_{M,neg}$ positive oder negative Zwangmoment kann sich in voller Größe aufbauen, die Ergebnisse der nichtlinearen und der linear-elastischen Berechnungen sind identisch. Mit Steigerung der Belastungsintensität nähern sich die Kurven aus den nichtlinearen Berechnungen mit ΔT_{Mk} dem Kurvenverlauf der reinen Lastbeanspruchung zunehmend an. Im Bereich der Traglast q_u verlaufen sie nahezu deckungsgleich.

Dies bedeutet, dass das Zwangmoment ΔT_M mit zunehmender Laststeigerung durch den Steifigkeitsabfall des Systems deutlich abgebaut wird.

Wird in jedem Lastschritt das Moment aus der nichtlinearen Berechnung ohne ΔT_M vom Moment aus der nichtlinearen Berechnung mit ΔT_M abgezogen, verbleibt als Ergebnis die reine Zwangsschnittgröße infolge ΔT_M für jede betrachtete Laststufe.

$$M_{\Delta TM, nonl} = M_{nonl}(q + \Delta T_M) - M_{nonl}(q) \quad (7.25)$$

Ins Verhältnis gesetzt zum Zwangmoment nach linear-elastischer Berechnung $M_{\Delta TM,0}$, ergibt sich der Abminderungsfaktor η bezogen auf das Zwangmoment nach Zustand I.

$$\eta = \frac{M_{\Delta TM, nonl}}{M_{\Delta TM,0}} \quad (7.26)$$

Das Ergebnis dieser Berechnung ist in Bild 91 für den Referenzbalken unter kombinierter Last-Zwang-Beanspruchung $q + \Delta T_{M, neg}$ (oben kälter) dargestellt.

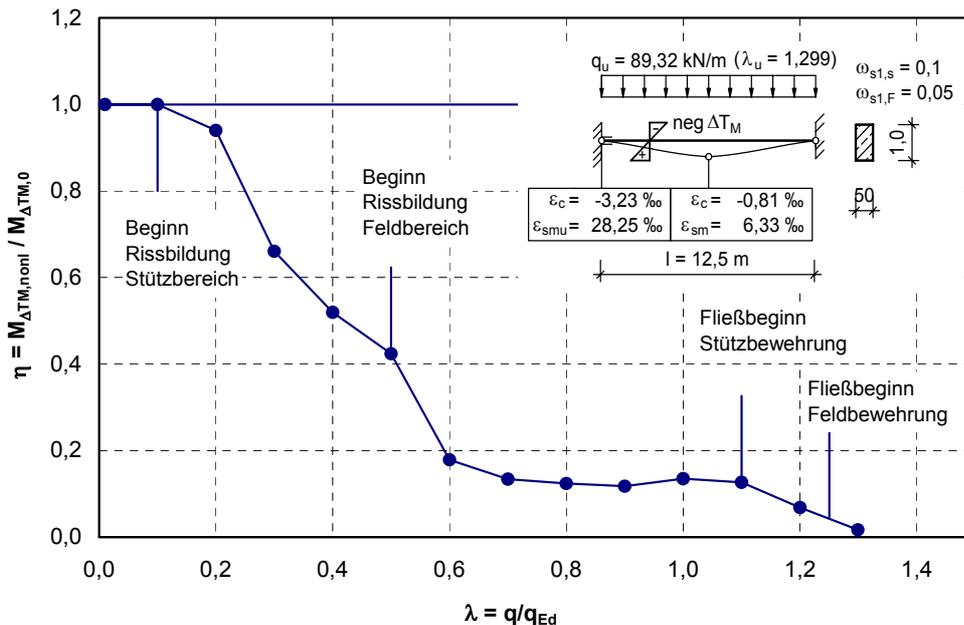


Bild 91 Zwangabbau bei $\Delta T_{M, neg}$

Es entsteht ein negatives Ausgangsmoment infolge Temperaturzwang, welches kleiner ist als das Rissmoment. Daher ist das volle Zwangmoment im ungerissenen Zustand I wirksam. Das Rissmoment wird im Stützbereich zuerst erreicht. Die Rissbildung beginnt zunächst im Bereich der Einspannstelle, hier bei einem Lastniveau λ von ca. 0,1. Bei einem Lastfaktor von $\lambda = 0,5$ setzt die Rissbildung auch im Feld ein. Die Rissbildungsphase ist verbunden mit einem starken Steifigkeitsabbau. Nach abgeschlossener Rissbildung ($\lambda = 0,8$) ist die Zwangsschnittgröße auf ca. 15% der Zwangsschnittgröße im ungerissenen Zustand I abgebaut. Der Zwang verbleibt relativ konstant bis zu einem Lastniveau von $\lambda = 1,1$. Dort setzt das Fließen der Stützbewehrung ein. Die Zwangmomente werden aufgrund der ausreichenden plastischen Verformungsfähigkeit des Einspannbereiches nahezu vollständig abgebaut.

Bild 92 zeigt den gleichen Sachverhalt jedoch für die kombinierte Last-Zwang-Beanspruchung mit positiver Temperaturdifferenz $q + \Delta T_{M, pos}$ (oben wärmer). Hierbei entsteht ein positives Ausgangsmoment infolge Temperaturzwang, welches ebenfalls kleiner ist als das Rissmoment. Die Rissbildungsphasen im Stützbereich und Feldbereich kehren sich um und rücken näher zusammen. Daher ist das bei negativer Temperaturbeanspruchung andeutungsweise vorhandene Zwischenplateau zwischen den Rissbildungsphasen von Stütz- und Feldbereich

hier vollständig verschwunden. Die Phase der Rissbildung und des damit verbundenen Steifigkeitsabfall verläuft insgesamt etwas rascher ab (siehe Bild 93).

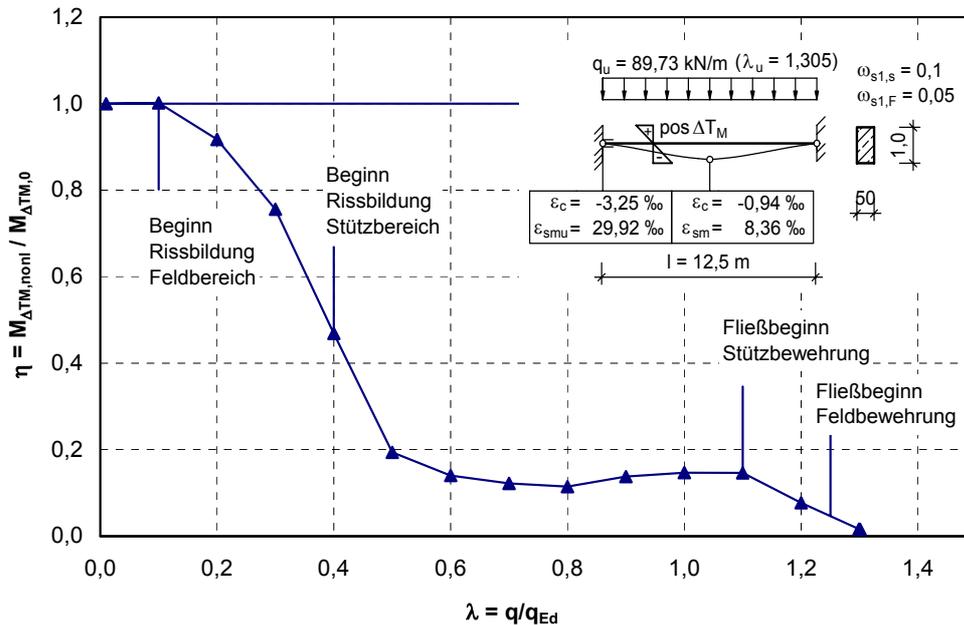


Bild 92 Zwangabbau bei $\Delta T_{M,pos}$

Auffallend ist, dass bereits unter Gebrauchslasten ein erheblicher Abbau der Zwangmomente durch Rissbildung stattgefunden hat. Auf dem Niveau des Grenzzustandes der Tragfähigkeit nach linear-elastischer Bemessung ohne plastische Verformungen ($\lambda = 1,0$) verbleiben vom Zwangmoment infolge ΔT_M nur 15%. Im Grenzzustand der Tragfähigkeit nach nichtlinearer Schnittgrößenermittlung mit plastischen Verformungen ist das Zwangmoment auf 2% also nahezu vollständig abgebaut. Das System verhält sich also bezüglich des Zwangabbaus sehr duktil und gutmütig.

Das Plateau nach Abschluss der Rissbildung und die erreichte Traglast bleiben vom Vorzeichen der Temperaturdifferenz nahezu unbeeinflusst.

Es bleibt also festzustellen, dass alleine durch die Rissbildung etwa 85% des Zwangmomentes abgebaut werden. Für den vollständigen Abbau des Zwangmomentes sind zusätzliche plastische Verformungen erforderlich.

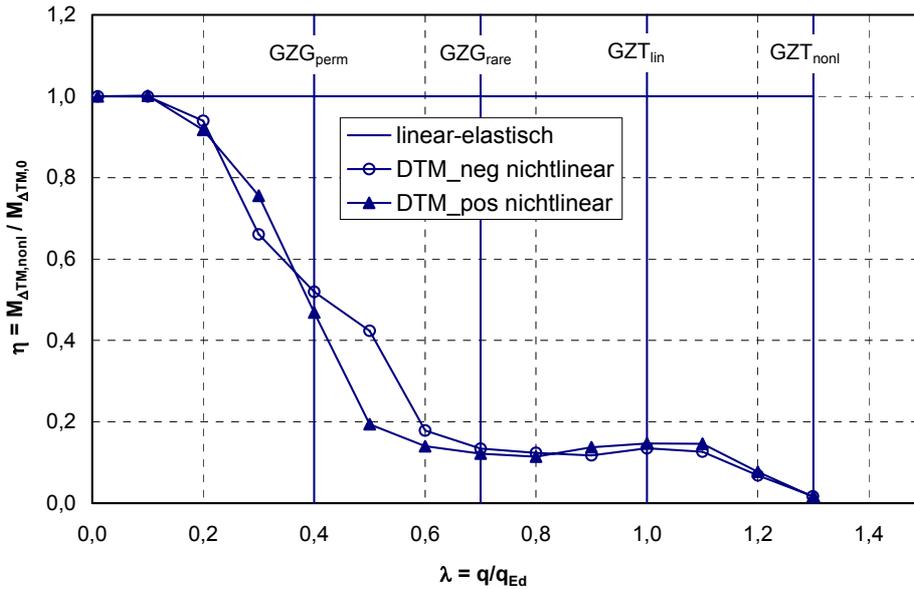


Bild 93 Vergleich des Abbaus der Zwangbeanspruchung infolge $\Delta T_{M, \text{pos}}$ und $\Delta T_{M, \text{neg}}$

Vereinfachte Ermittlung der Zwangsschnittgröße durch Handrechnung mit Hilfe des KGV

Zum besseren Verständnis und zur Veranschaulichung der Vorgänge, die im statisch unbestimmt gelagerten Bauteil zum Zwangabbau führen, wird der Steifigkeitsabfall und der damit verbundene Zwangabbau des bisher behandelten Referenzbalkens alternativ durch Handrechnung auf der Basis der Momenten-Krümmungs-Beziehungen analysiert.

Ausgangsbasis der Betrachtungen sind die bereits im Kapitel 7.2 behandelten Momenten-Krümmungs-Beziehungen des Stütz- und des Feldquerschnittes (Bild 94).

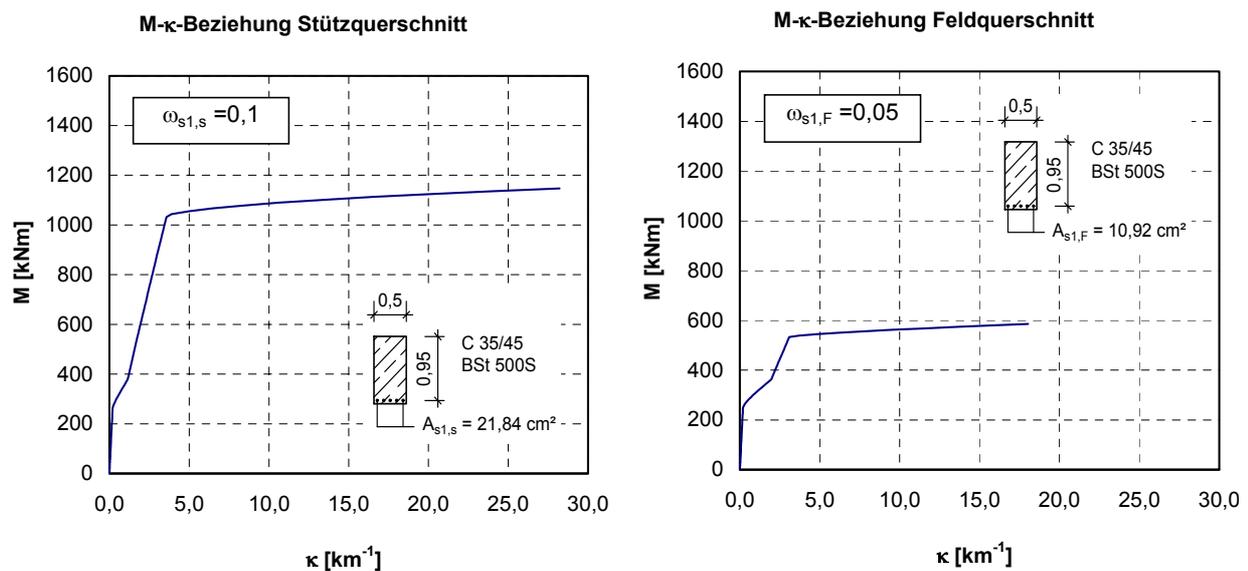


Bild 94 M-κ_m-Beziehung des Stütz- und Feldquerschnittes

Am Beispiel des Belastungsniveaus $\lambda = 1,0$ – dies entspricht der Bemessungslast bei linear-elastischer Bemessung – wird auf der Grundlage der dort vorhandenen tatsächlichen Steifigkeitsverteilung die Größe des vorhandenen Zwangsmomentes ermittelt. Dabei wird davon ausgegangen, dass jeder Querschnitt im Balken durch ein Ausgangsmoment M_0 entsprechend der Momentenlinie infolge der Bemessungslast beansprucht wird. Auf diesem Beanspruchungsniveau erfährt bei Aufbringen einer Temperaturbeanspruchung ΔT_M jeder Querschnitt eine Zusatzkrümmung $\Delta \kappa$ entsprechend seiner wirksamen Steifigkeit auf dem herrschenden Lastniveau. Anhand der M - κ_m -Linie des jeweils wirksamen Querschnittes lässt sich hieraus die zugehörige Tangentensteifigkeit bestimmen (Bild 95). Es wird deutlich, dass bei diesem Verfahren als wirksame Steifigkeit des Querschnittes die Tangentensteifigkeit B zugrunde zu legen ist.

$$B = \frac{\Delta M}{\Delta \kappa} \quad (7.27)$$

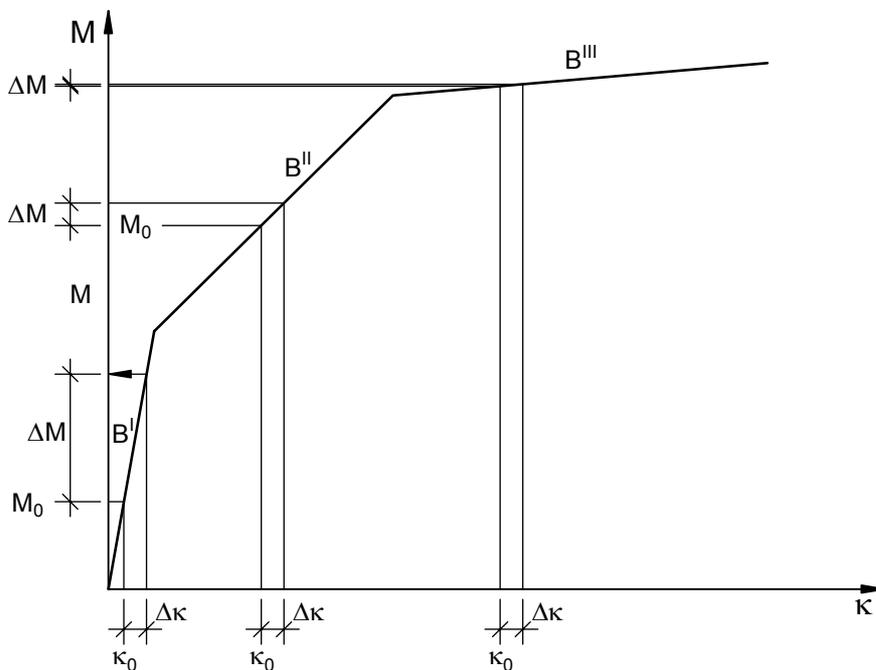


Bild 95 Idealisierte Momenten-Krümmungs-Beziehung

Für den Referenzbalken ergeben sich auf der Grundlage der in Bild 94 dargestellten M - κ_m -Beziehungen folgende Steifigkeiten:

Stützquerschnitt: $\omega_{s1,s} = 0,1$

$$B^I = EI^I = \frac{M_{cr}}{\kappa_{cr}} = \frac{0,266 \text{ MNm}}{0,20 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}} = 1330 \text{ MNm}^2$$

$$B^{II} = \frac{M_y - M_{cr}}{\kappa_y - \kappa_{cr}} = \frac{1,032 - 0,266}{3,58 - 0,20} = 227 \text{ MNm}^2$$

Feldquerschnitt: $\omega_{s1,s} = 0,05$

$$B^I = EI^I = \frac{M_{cr}}{\kappa_{cr}} = \frac{0,266 \text{ MNm}}{0,20 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}} = 1330 \text{ MNm}^2$$

$$B^{II} = \frac{M_y - M_{cr}}{\kappa_y - \kappa_{cr}} = \frac{0,533 - 0,266}{3,09 - 0,20} = 92 \text{ MNm}^2$$

Die Verteilung der ungerissenen und gerissenen Bereiche und die zugehörige Steifigkeit ist in idealisierter Form in Bild 96 dargestellt.

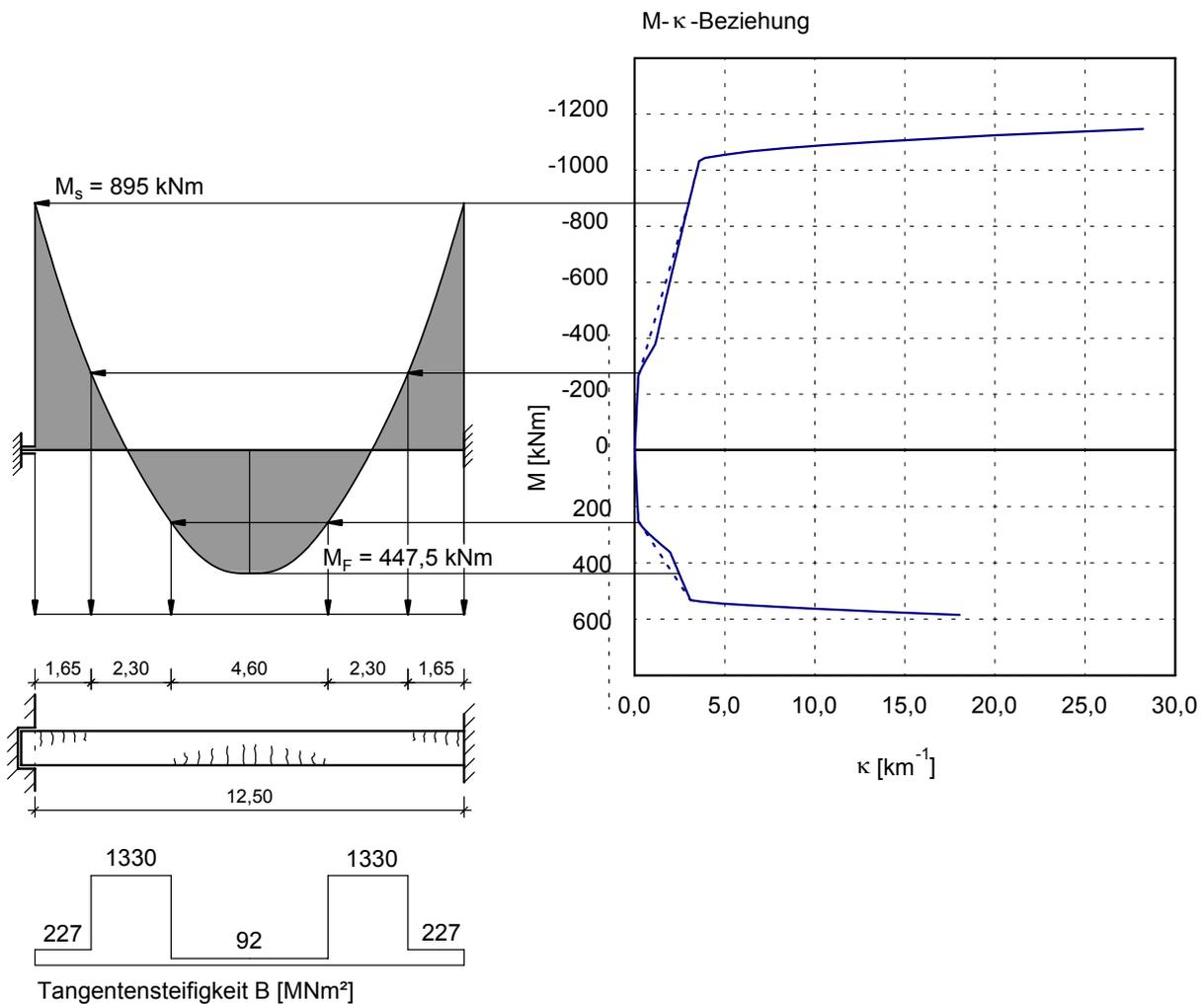


Bild 96 Steifigkeitsverteilung bei $\lambda = 1,0$ (GZT linear)

Auf der Basis der in Bild 96 dargestellten effektiven Steifigkeiten und deren Verteilung über die Balkenlänge kann die wirksame Zwangsschnittgröße z.B. mit Hilfe des Kraftgrößenverfahrens ermittelt werden.

Aus Symmetriegründen kann die Ermittlung der statisch Unbestimmten an dem eigentlich 2fach statisch unbestimmten System auf eine Unbekannte reduziert werden.

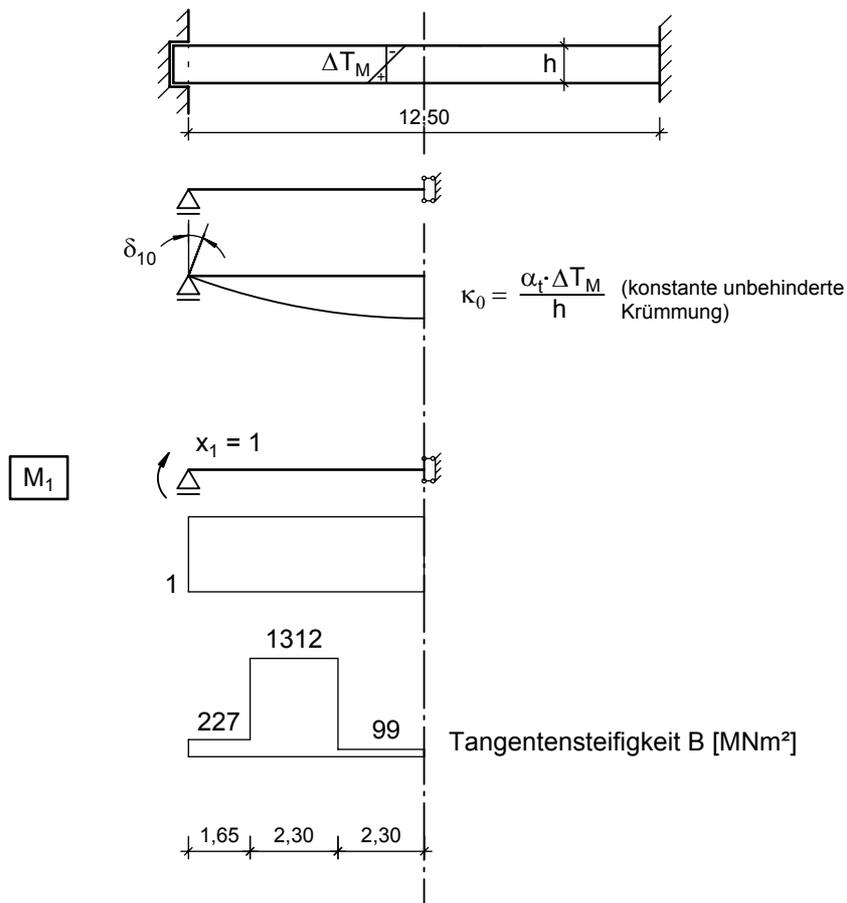


Bild 97 Ermittlung der Zwangsschnittgröße nach dem KGV

Am statisch bestimmten 0-System verursacht die unbehinderte Temperaturkrümmung eine Gesamtverdrehung δ_{10} an den Auflagern. Da diese sich an den Einspannstellen nicht einstellen können, muss sie durch die Kraftgröße $X_1 \cdot \delta_{11}$ aufgehoben werden.

$$\delta_{10} + X_1 \cdot \delta_{11} = 0$$

$$\delta_{10} = \int M_1 \cdot \kappa_0 \cdot dx = \int M_1 \cdot \frac{\alpha_t \cdot \Delta T_M}{h} \cdot dx = \frac{1}{1} \cdot 1,0 \cdot \frac{1,0 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \cdot 10 \text{ K}}{1,0 \text{ m}} \cdot 6,25 \text{ m} = 0,000625$$

$$\delta_{11} = \int M_1 \cdot \frac{M_1}{EI} \cdot dx = \frac{1}{1} \cdot \left(\frac{1,0}{227} \cdot 1,65 + \frac{1,0}{1312} \cdot 2,30 + \frac{1,0}{99} \cdot 2,30 \right) = 0,03225$$

$$X_{1,NL} = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = -\frac{0,000625}{0,03225} = 0,019 \text{ MNm} \hat{=} 19 \text{ kNm}$$

Zum Vergleich die statisch Unbestimmte im ungerissenen Zustand I:

$$\delta_{11} = \frac{1}{1} \cdot \frac{1,0}{1312} \cdot 6,25 = 0,00476$$

$$X_{1,LN} = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = -\frac{0,000625}{0,00476} = 0,131 \text{ MNm} \hat{=} 131 \text{ kNm}$$

Die Zwangsschnittgröße baut sich im Verhältnis zum ungerissenen Zustand I auf

$$\frac{X_{1,NL}}{X_{1,L}} = \frac{19}{131} = 0,14 \text{ also } 14\% \text{ ab.}$$

Die Auswertung von δ_{11} ergibt das Verhältnis der Verformungsanteile der einzelnen Trägerabschnitte zur Gesamtverformung (Bild 98). Der gerissene Stützbereich liefert 22% der notwendigen Gesamtverformung, der ungerissene Bereich lediglich 5% und der gerissene Feldbereich aufgrund seiner geringsten Steifigkeit und größten Ausdehnung mit 72% den größten Anteil. Die Rechnung zeigt, dass die zur Herstellung der Verformungskompatibilität erforderlichen Verformungen im Träger dort vollzogen werden, wo der geringste Widerstand vorhanden ist.

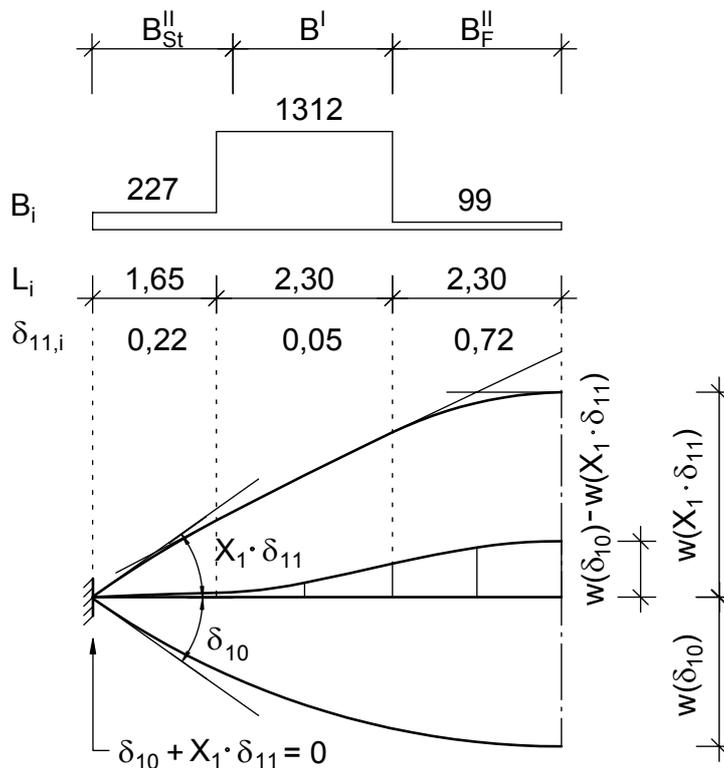


Bild 98 Verformungsanteile in den Stababschnitten

Trotz der vorgenommenen Vereinfachungen kann eine gute Übereinstimmung mit der wirklichkeitsnahen, physikalisch nichtlinearen Berechnung erzielt werden. Die Berechnung kann also mit vertretbarem Aufwand zur Abschätzung eines Abminderungsfaktors für einfache Fälle herangezogen werden. Sie verdeutlicht die Verformungsvorgänge, die zum Zwangabbau führen, recht anschaulich.

Im Folgenden werden die verschiedenen Einflüsse auf den Zwangabbau untersucht.

7.3.2 Einfluss des mechanischen Bewehrungsgrades

Ausgehend von dem vorab untersuchten Referenzbalken wird der mechanische Bewehrungsgrad des Stützbereiches in den Grenzen von $\omega_{s1,s} = 0,05$ bis $0,5$ variiert. Das Verhältnis von Stütz- zu Feldbewehrung bleibt dabei konstant bei 2.

Bei einem Bewehrungsgrad von $0,05$ baut sich die Zwangsschnittgröße bis zum Erreichen der Traglast auf 3% der Zwangsschnittgröße nach Zustand I nahezu vollständig ab. Der zugehörige Traglastfaktor beträgt $\lambda = 1,32$. Auf dem Niveau der Bemessungslast ($\lambda = 1,0$) sind noch 13% der Zwangsschnittgröße nach Zustand I vorhanden. Ein ausgeprägtes Plateau nach Abschluss der Rissbildung ist nicht zu verzeichnen, da das Ende der Rissbildung im Feldbereich und Beginn des Fließens im Stützbereich ineinander übergehen.

Bei einem Bewehrungsgrad von $\omega_{s1,s} = 0,1$ baut sich die Zwangsschnittgröße bis zum Erreichen der Traglast ebenfalls nahezu vollständig ab. Der Traglastfaktor beträgt $\lambda = 1,3$. Nach Abschluss der Rissbildung verbleibt die Zwangsschnittgröße auf einem nahezu konstanten Plateau von ca. 15% .

Die Systemtraglast wird durch das Erreichen der Grenzdehnung des Stahls ε_{smu} begrenzt.

Mit zunehmendem Bewehrungsgrad verringert sich der mögliche Abbau der Zwangsschnittgröße im Traglastzustand von 10% bei $\omega_{s1,s} = 0,20$ auf 20% bei $\omega_{s1,s} = 0,40$. Ein weiterer Abbau der Zwangsschnittgröße wird durch das Erreichen der Grenzdehnung des Betons an der Einspannstelle verhindert. Der Balken mit $\omega_{s1,s} = 0,5$ weist die Besonderheit auf, dass die Bewehrung bei Erreichen der Traglast nicht mehr ins Fließen kommt. Der Anteil des Zwangabbaus durch Plastizieren entfällt dadurch. Der erreichbare Traglastfaktor sinkt aufgrund fehlender Duktilität von $1,32$ auf $1,26$.

Das nach Abschluss der Rissbildung verbleibende Plateau steigt von 15% bei $\omega_{s1,s} = 0,1$ bis 45% bei $\omega_{s1,s} = 0,5$ an.

Die Darstellung in Bild 99 zeigt den bezogenen Zwangabbaufaktor über dem Lastfaktor λ . Bei dieser Darstellung verschiebt sich der Beginn der Rissbildung scheinbar nach rechts. Dies liegt jedoch nur an der bezogenen Darstellung der Belastung q/q_d (siehe auch Bild 100). Deutlich wird bei dieser Darstellung jedoch, dass die Phase der Rissbildung im Gebrauchlastbereich liegt.

Die Zwangsschnittgröße ist im Bereich der Rissbildung den größten Änderungen unterworfen. Bei mittleren und hohen Bewehrungsgraden ist die Rissbildung unter den Gebrauchslasten bereits nahezu abgeschlossen. Die Zwangsschnittgröße wird mithin sogar für die Nachweise der Gebrauchstauglichkeit zum Teil stark überschätzt.

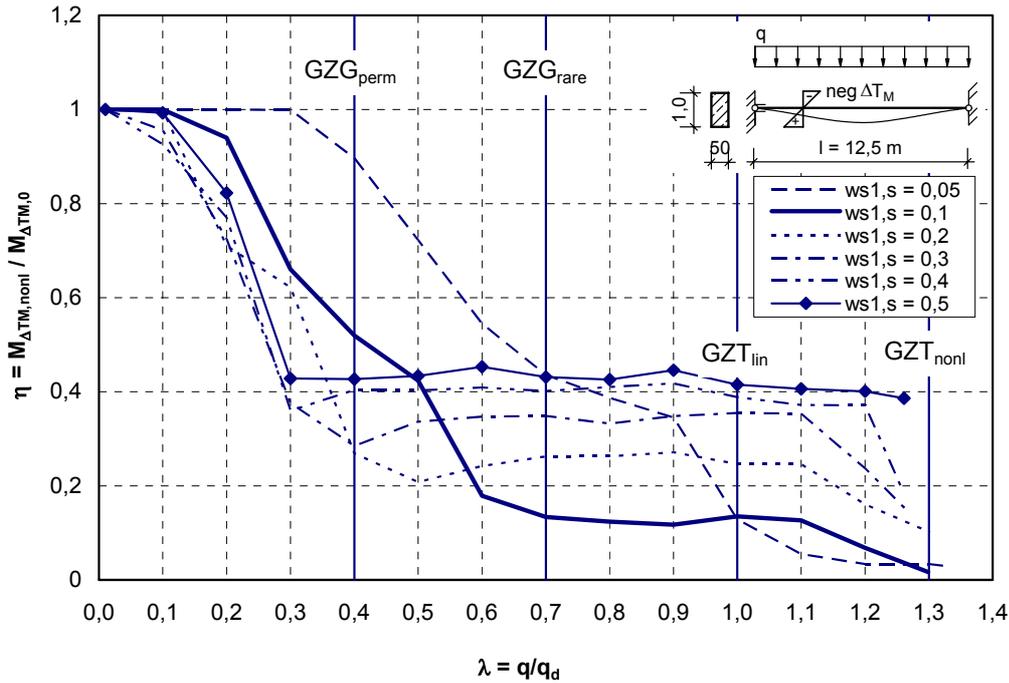


Bild 99 Bezogener Zwangabbau über λ beim Rechteckquerschnitt in Abhängigkeit von ω_s

In Bild 100 ist der Zwangabbau über der absoluten Belastung q dargestellt. Hierbei wird deutlich, dass die Rissbildung bei allen untersuchten Trägern ungefähr bei der gleichen Belastungsstufe von $q = 10$ bis 15 kN einsetzt. Die Länge des Plateaus ist sehr stark vom Bewehrungsgrad abhängig, da das Rissmoment M_{cr} und das Fließmoment M_y mit steigendem Bewehrungsgrad immer weiter auseinanderrücken.

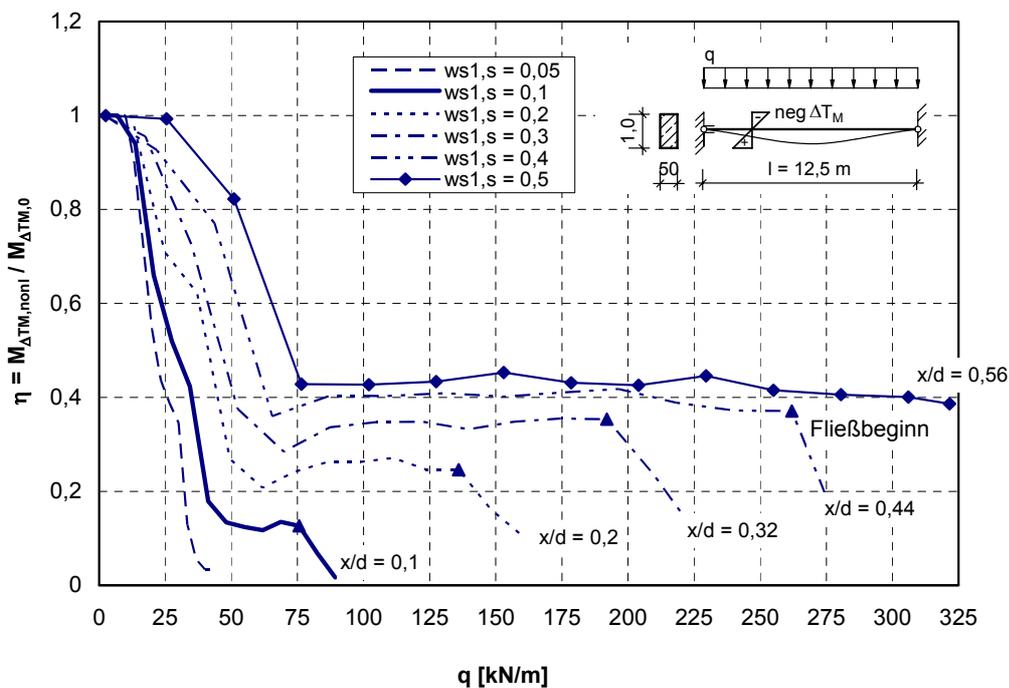


Bild 100 Bezogener Zwangabbau über q beim Rechteckquerschnitt in Abhängigkeit von ω_s

Zwischen dem mechanischen Bewehrungsgrad und dem x/d -Verhältnis besteht ein Zusammenhang. Somit kann alternativ zum mechanischen Bewehrungsgrad auch eine Abhängigkeit direkt über das x/d -Verhältnis aus der Bemessung hergestellt werden. Das x/d -Verhältnis steht in direktem Zusammenhang zur Rotationsfähigkeit [7], [22]. Der mögliche Zwangabbau eines Bauteils verringert sich durch die mit steigendem x/d -Verhältnis abnehmende Rotationsfähigkeit.

Das Absinken des erreichbaren Traglastfaktors ist auf das mit steigendem Bewehrungsgrad verringerte Umlagerungsvermögen zurückzuführen [30], [32]. In Bild 101 ist zu erkennen, dass bei hohen Bewehrungsgraden die durch die Rissbildung verursachte Momentenumlagerung hin zur Stütze durch das Fließen nicht mehr rückgängig gemacht werden kann.

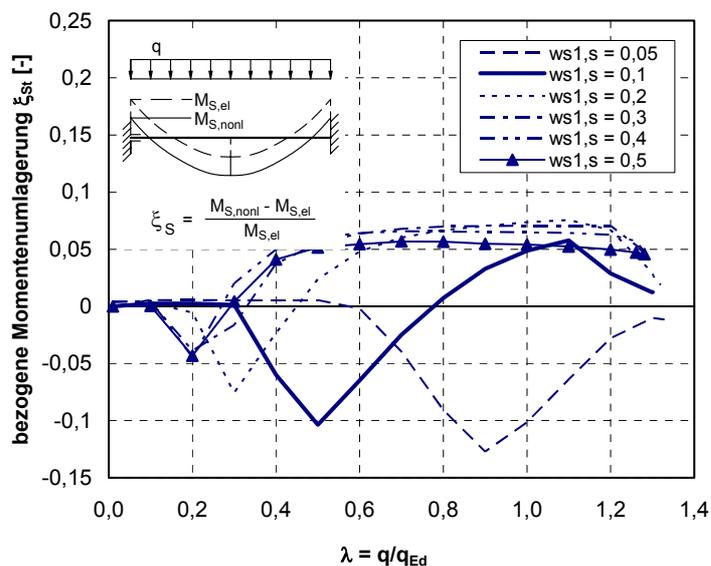


Bild 101 Bezogene Umlagerung des Stützmomentes

7.3.3 Einfluss der Duktilität der Betondruckzone

In Kapitel 7.3.2 wurde festgestellt, dass bereits ab einem Bewehrungsgrad von 0,2 das Erreichen der Grenzdehnung des Betons von $\varepsilon_{cu} = 3,5\text{‰}$ einen weiteren Zwangabbau verhindert. Daher wird im Folgenden der Einfluss der Duktilität der Betondruckzone auf den Zwangabbau untersucht. Das nichtlineare Last-Verformungsverhalten des Betons unter Druckbeanspruchung wurde in zahlreichen Forschungsarbeiten untersucht z.B. [40], [36], [44], [6]. Die dabei vorgeschlagenen σ - ε -Linien unterscheiden sich in erster Linie im Entfestigungsbereich durch den unterschiedlichen Ansatz des abfallenden Astes sowie der Bruchdehnung des Betons. Diese wird teilweise bei entsprechender Umschnürung durch Bügel größer als $3,5\text{‰}$ angesetzt.

Eine mit wenigen Randbedingungen auskommende Modellierung geht auf Kreller [36] zurück. Hierbei wird der aufsteigende Ast der σ - ε -Linie bis zur Dehnung ε_0 , bei der die Druckfestigkeit des Betons f_{cR} erreicht ist, durch eine quadratische Parabel beschrieben. Daran schließt sich

ein Dehnungsplateau von 1‰ an. Der abfallende Ast bis zur Restfestigkeit von $0,2 f_{cR}$ wird durch die Dehnung $\varepsilon_{c(0,5)}$ bei 50% der maximalen Druckfestigkeit $0,5 f_{cR}$ definiert.

$$\varepsilon_0 = 1 + 0,023 \cdot f_{cR} \quad [\text{‰}] \quad (7.28)$$

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_0 + 1 \quad [\text{‰}] \quad (7.29)$$

$$\varepsilon_{c(0,5)} = \frac{2 + 0,435 \cdot f_{cR}}{0,145 \cdot f_{cR} - 1} \quad [\text{‰}] \quad (7.30)$$

$$\sigma_c = f_{cR} \cdot \left[2 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^2 \right] \quad (7.31)$$

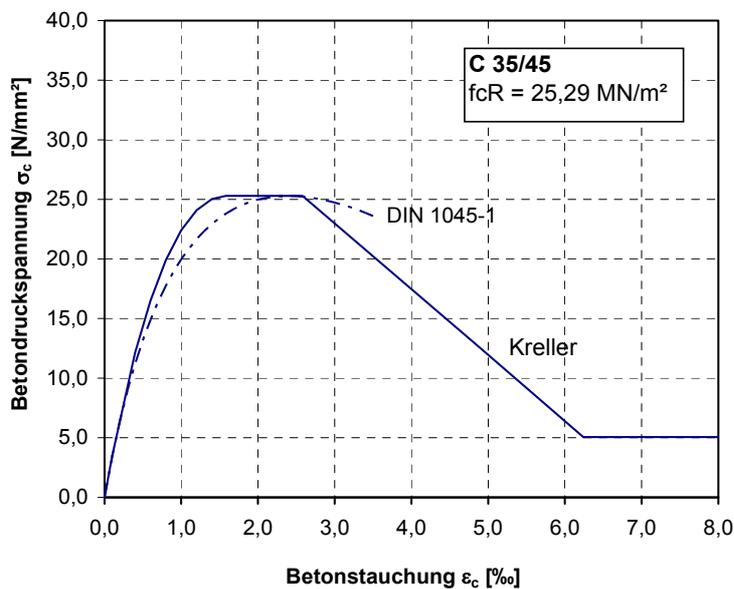
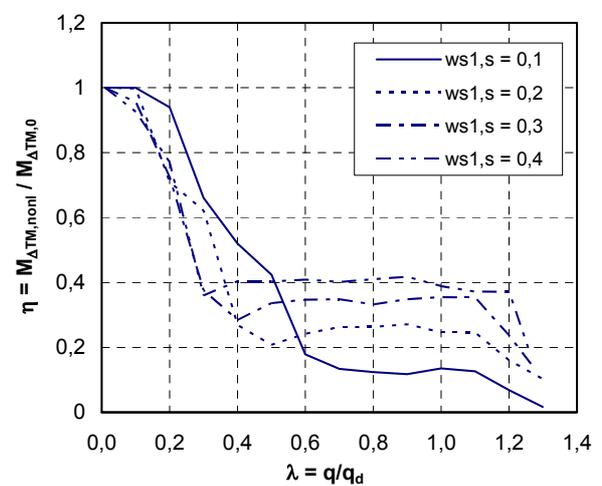
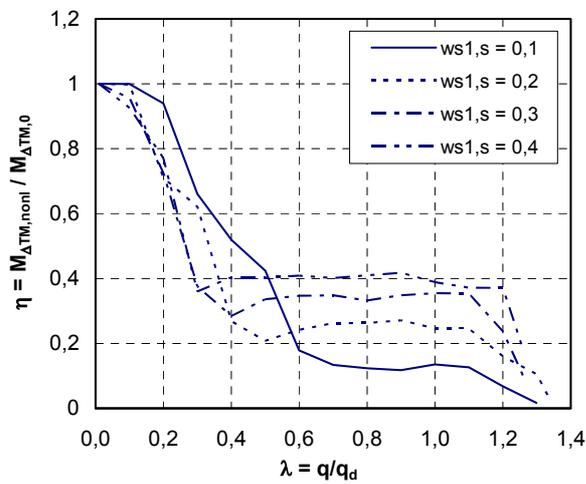
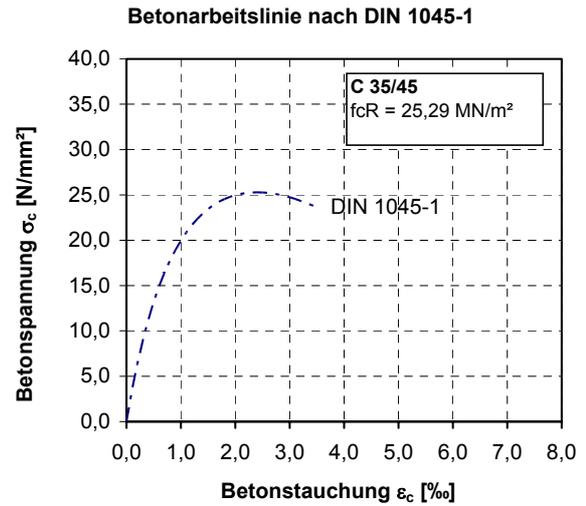
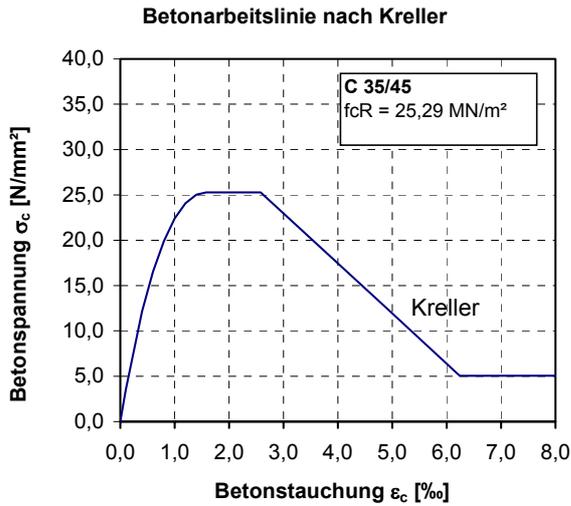


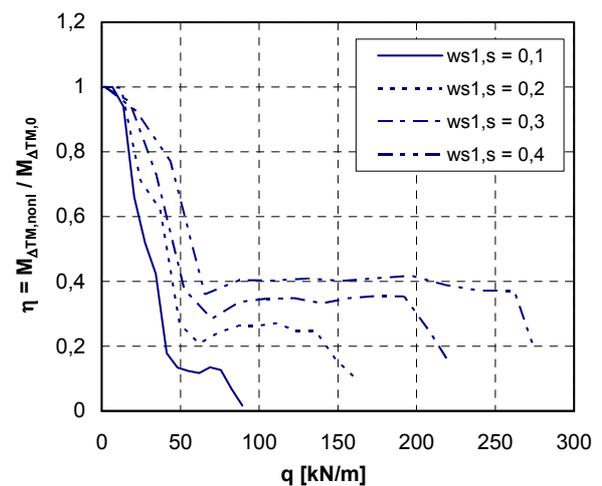
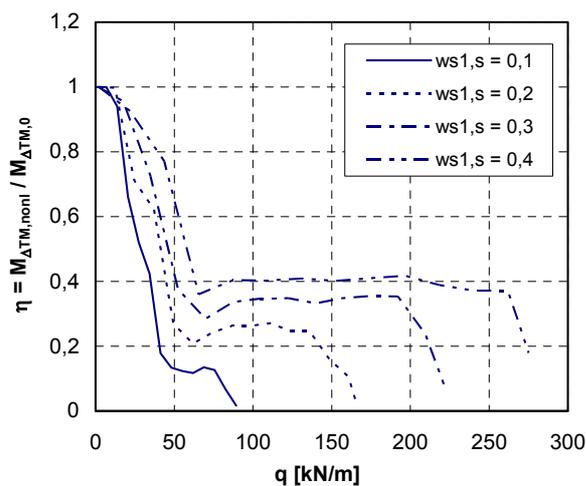
Bild 102 σ - ε -Linie des Betons, nach Kreller [36] und nach DIN 1045-1 [10]

Auf weitere Materialmodelle des Betons wird im Folgenden nicht eingegangen. Sie weisen teilweise eine Vielzahl von Parametern auf, die an bestimmten Versuchsreihen kalibriert wurden.

Die Ergebnisse der vergleichenden Berechnungen mit unterschiedlichen Arbeitslinien des Betons sind in Bild 103 dargestellt. Bei Verlängerung der Arbeitslinie des Betons z.B. nach dem Modell von Kreller steht an der Einspannstelle der untersuchten Balken ein größeres Verformungsvermögen zur Verfügung. Somit können im Gegensatz zur nichtlinearen Berechnung mit einer Dehnungsbegrenzung des Betons auf 3,5‰ auch bei den untersuchten Balken mit einem mechanischen Bewehrungsgrad von $\omega_{s1,s} = 0,2$ die Zwangsschnittgrößen nahezu vollständig abgebaut werden. Die bei Erreichen der Systemtraglast herrschende Betondehnung an der Einspannstelle beträgt dabei $\varepsilon_c = 4,4\text{‰}$.



a) Zwangabbau über λ



b) Zwangabbau über q

Bild 103 Einfluss der verwendeten Betonarbeitslinie auf den Abbau der Zwangsschnittgrößen

- a) Zwangabbau über dem bezogenen Lastfaktor λ
- b) Zwangabbau über der absoluten Belastung q

Bei einem mechanischen Bewehrungsgrad von $\omega_{s1,s} = 0,3$ bauen sich die Zwangsschnittgrößen noch auf unter 10% ab. Die zugehörige Betondehnung an der Einspannstelle beträgt dabei $\varepsilon_c = 3,9\text{‰}$.

Keinen positiven Einfluss auf den Zwangabbau hat die veränderte Arbeitslinie bei einem mechanischen Bewehrungsgrad von $\omega_{s1,s} = 0,4$. Die erweiterte Grenzdehnung des Betons kann hier nicht genutzt werden, da die Vergrößerung der Betondehnung zugleich eine Verringerung der Völligkeit der Betondruckzone zur Folge hat und somit zu einem Traglastabfall führen würde.

Es kann festgestellt werden, dass bei Berücksichtigung des abfallenden Astes der Arbeitslinie des Betons über 3,5‰ hinaus insbesondere bei mittleren mechanischen Bewehrungsgraden von $\omega_{s1,s} = 0,2 \dots 0,3$ nochmals eine signifikante Reduktion der Zwangsschnittgrößen auf unter 10% der Ausgangsschnittgrößen durch die plastische Verformung der Betondruckzone erfolgt. Bei einem mechanischen Bewehrungsgrad von $\omega_{s1,s} = 0,4$ verhindert die geringe Duktilität des Querschnittes einen größeren Zwangabbau.

Eine Erhöhung der Duktilität durch Vergrößerung der maximal erreichbaren Randdehnung der Betondruckzone über 3,5‰ hinaus, lässt sich z.B. durch Anordnung einer Längsbewehrung in der Druckzone oder einer Verbügelung der Druckzone erreichen [30] [32]. Dabei genügen i. d. R. schon die konstruktiven Regeln der DIN 1045-1 sowie des DIN-FB 102 hinsichtlich des maximalen Bügelabstandes, um das Verformungsvermögen der Betondruckzone deutlich zu verbessern [32]. Kliver zeigte in [30], die Wirksamkeit einer Druckbewehrung zur Erhöhung der Querschnittsduktilität. Mit einer zusätzlichen Druckbewehrung, die 50% der Zugbewehrung entsprach, konnten die erreichbaren plastischen Krümmungen bei Querschnitten mit einem mechanischen Bewehrungsgrad von $\omega_{s1} = 0,2-0,3$ annähernd verdoppelt werden.

7.3.4 Einfluss der Querschnittsform

Um den Einfluss der Querschnittsform zu ermitteln, werden Träger mit Plattenbalken- und Hohlkastenquerschnitt untersucht.

Bei den Trägern mit Plattenbalkenquerschnitt wurde der mechanische Bewehrungsgrad von $\omega_{s1,s} = 0,1$ bis 0,4 gesteigert. Ein Träger mit $\omega_{s1,s} = 0,05$ wurde nicht untersucht, da der Bewehrungsgrad deutlich unter der erforderlichen Mindestbewehrung liegen würde.

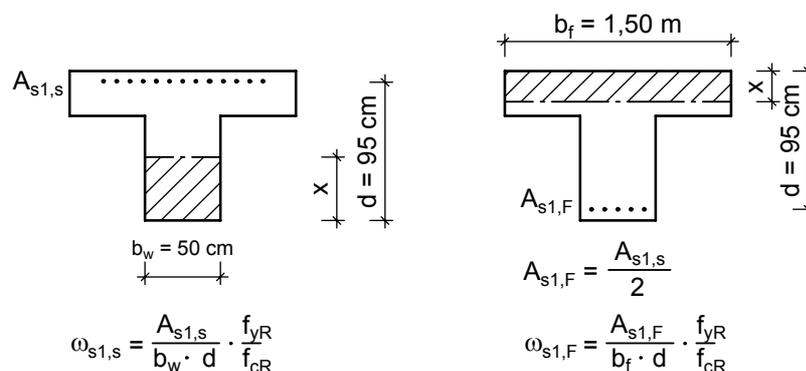


Bild 104 Querschnittsabmessungen und Definition des mechanischen Bewehrungsgrades ω_s

Die untersuchten Träger mit Plattenbalkenquerschnitt zeigen ein prinzipiell ähnliches Tragverhalten wie die rechteckigen Träger. Der Plattenbalkenquerschnitt reißt im Stützbereich im Vergleich zum Rechteckquerschnitt etwas später auf.

Bei einem mechanischen Bewehrungsgrad von 0,1 beginnt der Zwangabbau durch Rissbildung unter einem Belastungsniveau, das in etwa der quasi-ständigen Einwirkungskombination entspricht. Ein ausgeprägtes Plateau nach Abschluss der Rissbildung ist nicht vorhanden. Die Zwangsschnittgröße wird bis zum Erreichen der Traglast nahezu vollständig abgebaut.

Bei einem mechanischen Bewehrungsgrad von $\omega_{s1,s} = 0,4$ liegt die Zwangsschnittgröße nach Erreichen des Plateaus bei etwa 30% bezogen auf die Zwangsschnittgröße im Zustand I. Durch das Fließen der Bewehrung wird die Zwangsschnittgröße bis zum Erreichen der Traglast auf ca. 15% abgebaut.

Der erreichte Traglastfaktor liegt bei den untersuchten Trägern zwischen 1,28 und 1,34. Das Umlagerungsvermögen nimmt mit zunehmendem Bewehrungsgrad ab.

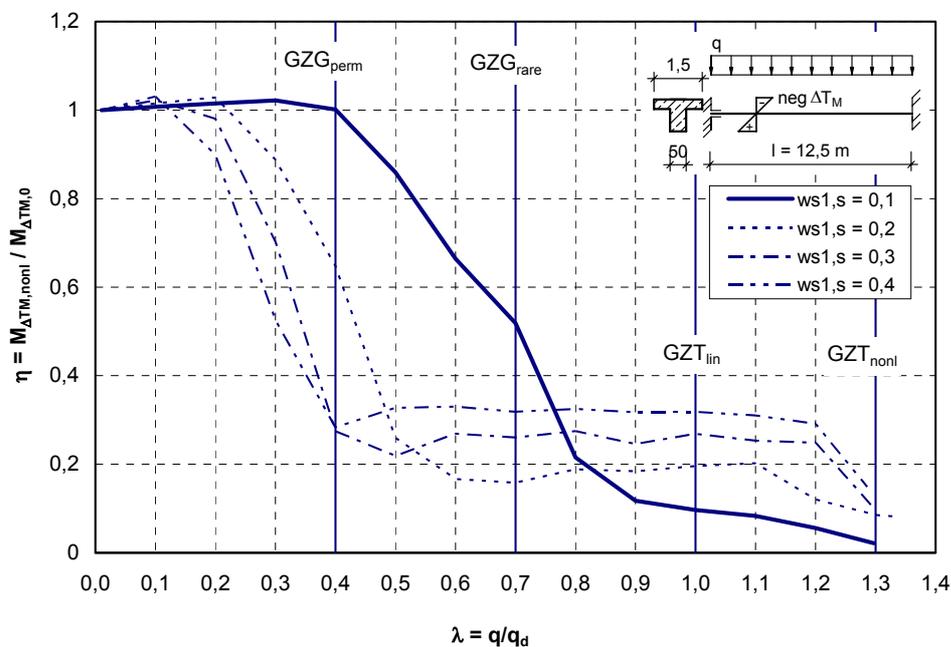


Bild 105 Bezogener Zwangabbau über λ beim Plattenbalkenquerschnitt in Abhängigkeit von ω_s

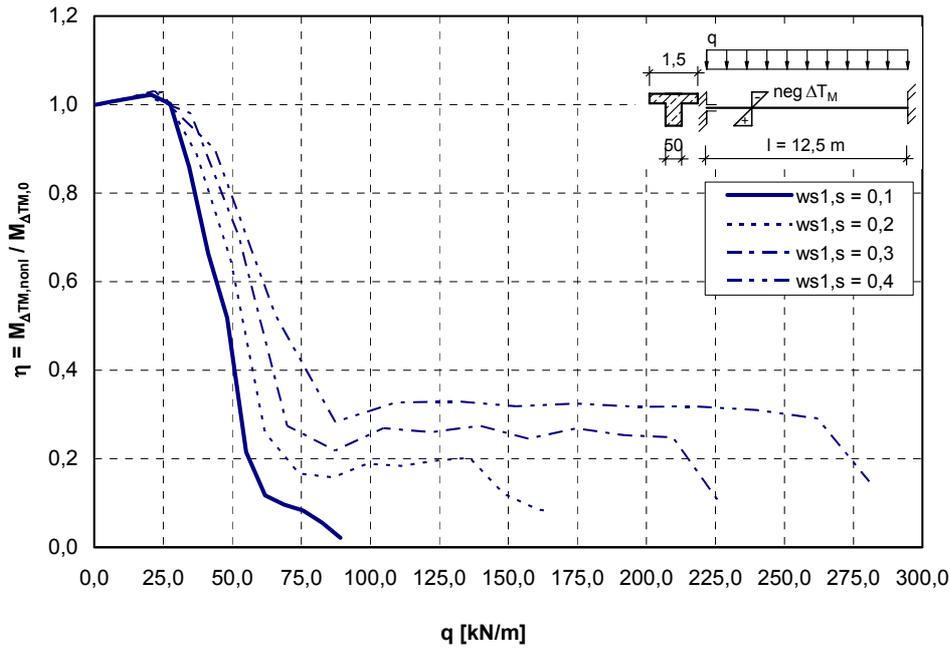


Bild 106 Bezogener Zwangabbau über q beim Plattenbalkenquerschnitt in Abhängigkeit von ω_s

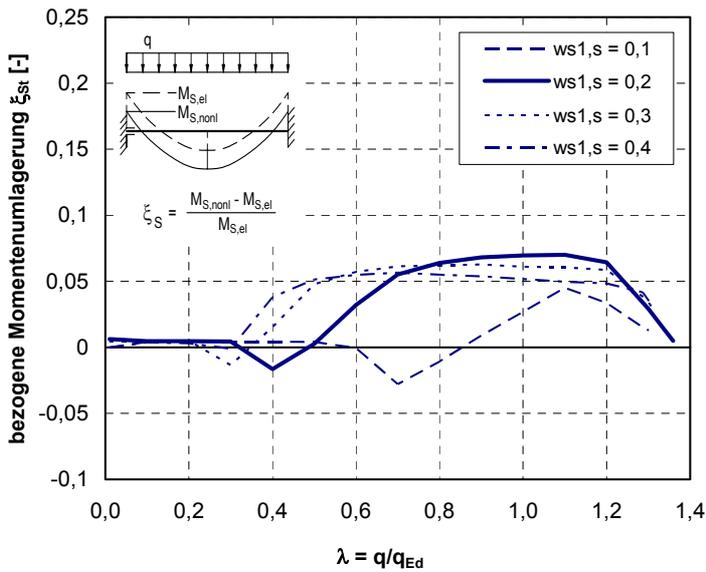


Bild 107 Bezogene Umlagerung des Stützmomentes

Die Balken mit Hohlkastenquerschnitt wurden nur bis zu einem mechanischen Bewehrungsgrad $\omega_{s1,s} = 0,2$ nach Gl. 7.12 untersucht, da hier der Stahl bei einer vorhandenen Druckgurthöhe von 10 cm nicht mehr ins Fließen kommt. Bei Ermittlung des mechanischen Bewehrungsgrades nach Gl.7.15 beträgt dieser ca. 0,6.

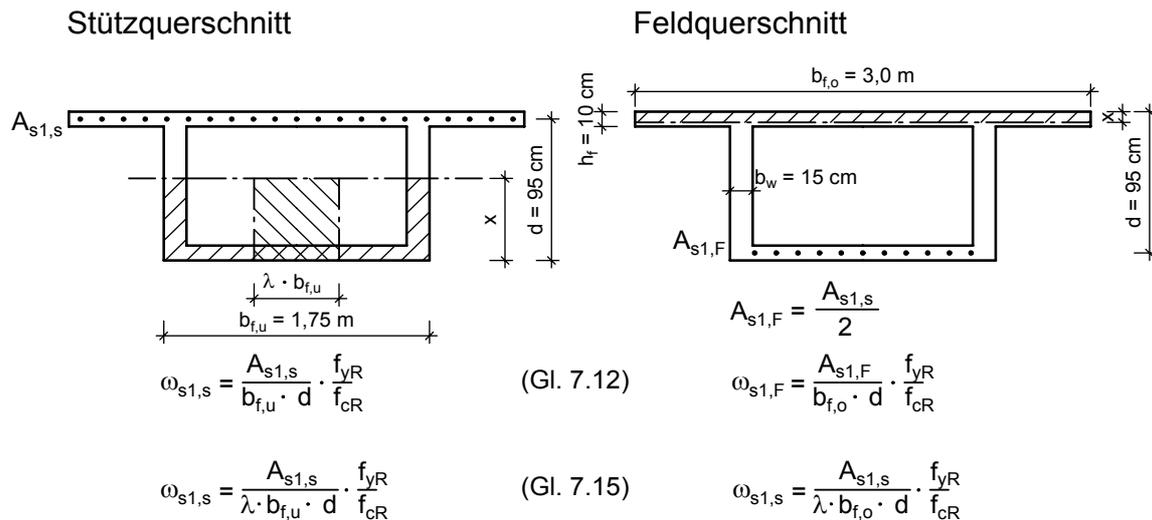


Bild 108 Querschnittsabmessungen und Definition des mechanischen Bewehrungsgrades ω_s

Bei einem mechanischen Bewehrungsgrad von $\omega_{s1,s} = 0,05$ fällt nach Beginn der Rissbildung die Zwangsschnittgröße nahezu linear auf ca. 12% ab, verbleibt dann bis zu einem Lastfaktor 1,1 nahezu konstant auf einem Plateau und wird mit Beginn des Fließens bis zum Erreichen Traglast nahezu vollständig abgebaut.

Im Balken mit einem mechanischen Bewehrungsgrad von $\omega_{s1,s} = 0,1$ verbleiben nach Erreichen des Plateaus noch ca. 20% der Zwangsschnittgröße nach Zustand I. Durch das Fließen der Bewehrung wird diese wiederum nahezu vollständig abgebaut.

Der Balken mit $\omega_{s1,s} = 0,2$ (0,6) ist im Stützbereich so hoch bewehrt, dass aufgrund der geringen Höhe des Druckgurtes die Bewehrung im Grenzzustand der Tragfähigkeit nicht mehr ins Fließen kommt. Das Plateau der durch Rissbildung abgebauten Zwangsschnittgröße liegt in etwa bei 35%. Bis zum Erreichen der Traglast findet nur noch ein geringer Abbau der Zwangsschnittgröße auf ca. 25%, im Wesentlichen durch die Nichtlinearität der Betondruckzone verursacht, statt. Die erforderliche Traglast von 1,275 wird nicht erreicht, da die infolge Rissbildung verursachten Umlagerungen vom Feld zum Stützbereich durch die fehlende Duktilität des Stützbereiches nicht mehr rückgängig gemacht werden können (Bild 111).

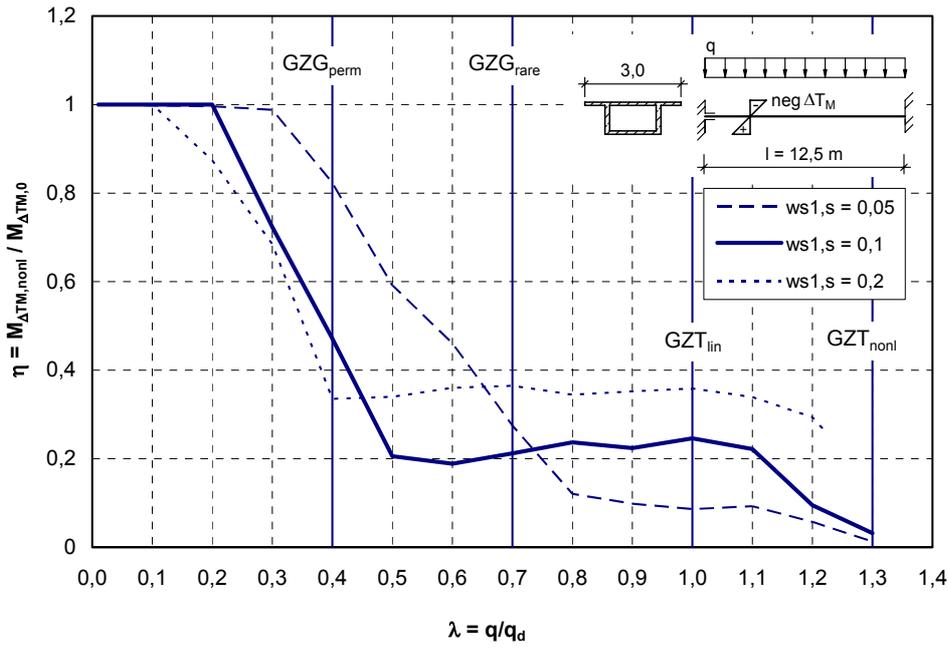


Bild 109 Bezogener Zwangabbau über λ beim Plattenbalkenquerschnitt in Abhängigkeit von ω_s

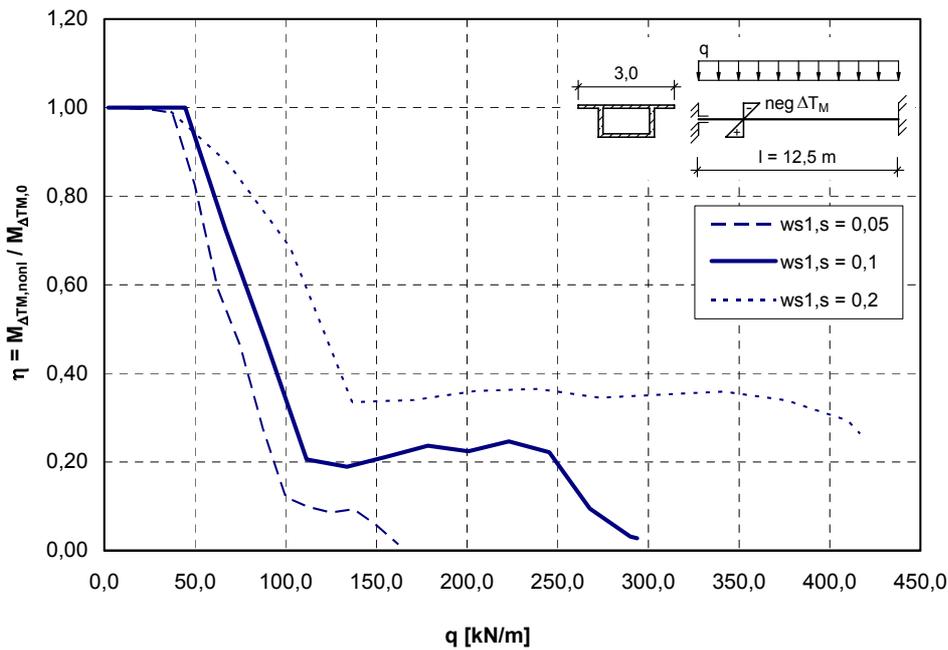


Bild 110 Bezogener Zwangabbau über q beim Plattenbalkenquerschnitt in Abhängigkeit von ω_s

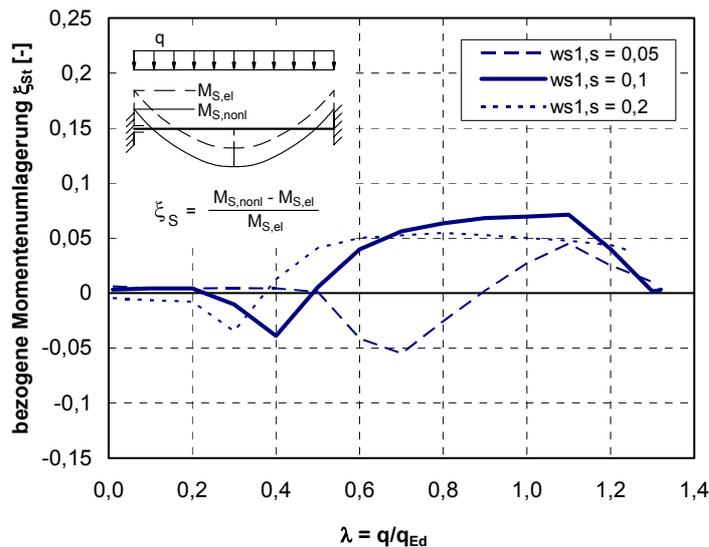


Bild 111 Bezogene Umlagerung des Stützmomentes

Schlussfolgerungen

Bei im Wesentlichen auf Biegung beanspruchten Bauteilen aus Stahlbeton bauen sich Zwangsschnittgrößen infolge ΔT_M zunächst durch die Rissbildung stark ab, verbleiben dann auf einem mehr oder weniger konstanten Plateau und werden mit Beginn des Fließens der Bewehrung bis zum Erreichen der Systemtraglast weiter abgebaut. Die Ausdehnung und Höhe des Plateaus nach Abschluss der Rissbildung sind, ebenso wie der bei Erreichen der Traglast verbleibende Zwanganteil, hauptsächlich vom mechanischen Bewehrungsgrad ω_{s1} der Zugzone abhängig. Damit lässt sich direkt ein Zusammenhang zum x/d -Verhältnis aus der Bemessung herstellen (siehe Kapitel 9). Im Wesentlichen lässt sich die Charakteristik des Zwangabbaus in 3 Gruppen einteilen.

1. Bei sehr geringen Bewehrungsgraden ist nach der abgeschlossenen Rissbildung kein ausgeprägtes Plateau mit konstant bleibendem Zwangmoment vorhanden. Die Zwangsschnittgrößen bauen sich bis zum Erreichen der Traglast rasch und nahezu vollständig ab.
2. Bei geringen und mittleren Bewehrungsgraden baut sich der Zwang durch Rissbildung stark ab, verbleibt auf einem relativ konstanten Plateau und wird durch Plastizierung weiter abgebaut. Die Zugbewehrung beginnt zu fließen.
3. Bei hohen und sehr hohen Bewehrungsgraden baut sich der Zwang durch Rissbildung noch deutlich ab und verbleibt auf einem relativ konstanten Plateau. Ein weiterer Abbau der Zwangsschnittgröße durch Plastizierung findet nur in geringem Maße oder gar nicht statt. Die Zugbewehrung kommt nicht mehr ins Fließen.

Stark gegliederte Querschnitte sind bezüglich des Zwangabbaus besonders empfindlich, wenn sich bei zu schwach ausgebildeten Druckgurten die Nulllinie zur Erfüllung der Gleichgewichtsbedingungen sehr weit in den Steg verschiebt. Dadurch kommt es im Vergleich zum Vollquerschnitt gleicher Breite bei identischem Bewehrungsgehalt aufgrund der dann nur begrenzten plastischen Verformungsfähigkeit zu einem verminderten Steifigkeitsabbau im Zustand II.

Bei allen untersuchten Trägern konnte ein Abbau der Zwangsschnittgröße auf mindestens 40% der Zwangsschnittgröße nach Zustand I allein durch Rissbildung festgestellt werden.

Ein Abbau der Zwangsschnittgröße auf mindestens 20% war bei allen Trägern festzustellen, deren Bewehrung vor Erreichen der Traglast ins Fließen kam.

7.3.5 Einfluss einer Vorspannung

Zur Untersuchung des Einflusses einer Vorspannung auf Bauteilebene wurde der schlaff bewehrte Referenzbalken mit einer Vorspannung versehen. Zur Vergleichbarkeit der untersuchten Balken wurde dabei die schlaffe Bewehrung soweit reduziert, dass der mechanische Gesamtbewehrungsgrad an der Einspannstelle $\omega_{ps1,s}$ konstant gleich groß ist. Die Mindestbewehrung zur Sicherstellung eines duktilen Bauteilverhaltens wurde jedoch nicht unterschritten.

$$A_{s\min} = \frac{M_{cr}}{0,9 \cdot d \cdot f_{yk}} \quad (7.32)$$

$$\text{mit } M_{cr} = f_{ctm} \cdot W = 3,2 \cdot \frac{0,5 \cdot 1,0^2}{6} = 266 \text{ kNm}$$

$$A_{s\min} = \frac{0,266}{0,9 \cdot 0,95 \cdot 500} \cdot 10^4 = 6,22 \text{ cm}^2 \quad \text{gewählt: } 6,55 \text{ (entspricht } \omega_{s1} = 0,03)$$

Das Verhältnis der Vorspannbewehrung zur Gesamtbewehrung $\omega_{p1}/\omega_{ps1,s}$ wurde in 3 Stufen (0,0; 0,5; 0,7) variiert. Hierbei entspricht das Verhältnis $\omega_{p1}/\omega_{ps1,s} = 0,7$ in etwa dem Vorspanngrad beim Nachweis der Dekompression unter der quasi-ständigen Einwirkungskombination („beschränkte Vorspannung“).

Die Untersuchungen erfolgten an einem niedrig bewehrten Balken mit einem mechanischen Bewehrungsgrad $\omega_{ps1,s} = 0,1$ und an einem hoch bewehrten Balken mit $\omega_{ps1,s} = 0,4$ (siehe Bild 112 und Tabelle 8).

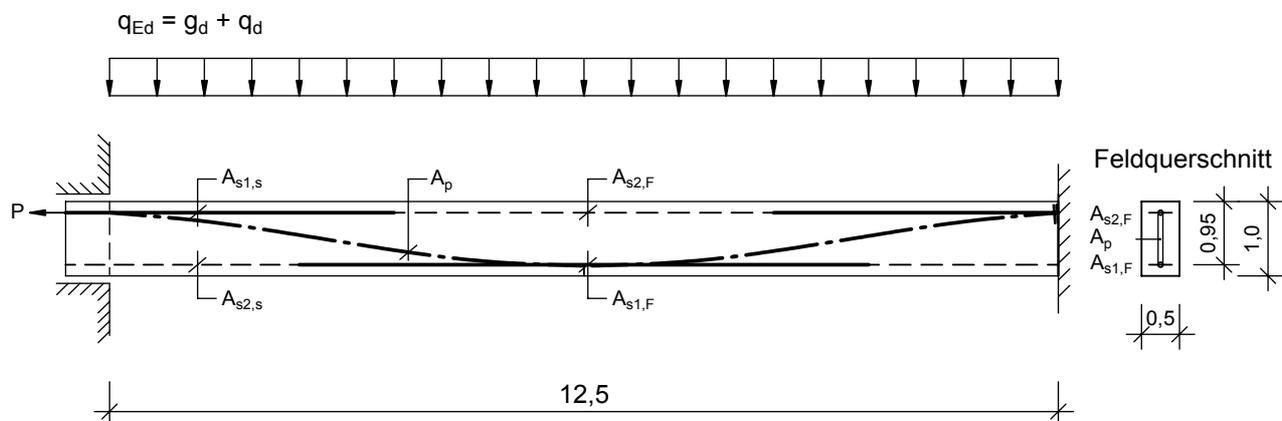


Bild 112 Balken mit Vorspannung

Tabelle 8 Variation des Bewehrungsgrades $\omega_{ps1,s}$ und des Verhältnisses $\omega_p/\omega_{ps1,s}$

$\omega_{ps1,s}$ [-]	$\omega_p/\omega_{ps1,s}$ [-]	$A_{s1,s}$ [cm ²]	$A_{s1,F}$ [cm ²]	A_p [cm ²]	P_m [kN]
0,1	0,0	21,84	10,92	0,0	0,0
0,1	0,5	10,92	6,55	3,64	455
0,1	0,7	6,55	6,55	5,1	640
0,4	0,0	87,37	43,66	0,0	0,0
0,4	0,5	43,66	6,55	14,58	1830
0,4	0,7	24,35	6,55	21	2640

Der Zwangabbau beim Balken mit einem mechanischen Bewehrungsgrad an der Einspannstelle von $\omega_{ps1,s} = 0,1$ ist in Bild 113 dargestellt. Der Einfluss der Vorspannung ist deutlich erkennbar. Durch die Vorspannung wird der Beginn der Rissbildung erwartungsgemäß verschoben. Die Rissbildung setzt im Vergleich zum nicht vorgespannten Balken bei einer höheren Belastungsstufe ein.

Die Rissbildung setzt beim schlaff bewehrten Balken bei einem Lastfaktor von $\lambda = 0,1$ ein und ist bei einer Belastungsstufe von $\lambda = 0,7$ im Wesentlichen abgeschlossen. Bis zu einem Lastfaktor von ca. 1,1 verbleibt die Zwangsschnittgröße nahezu unverändert auf einem Plateau von $\eta = 0,15$. Danach baut sich die Zwangsschnittgröße infolge des Fließens der Stütz- und der Feldbewehrung nahezu vollständig ab.

Der Zwangabbau bei dem mit einem Vorspanngrad von $\omega_p/\omega_{ps1,s} = 0,5$ vorgespannten Balken ist um ca. 2½ Belastungsstufen verschoben. Die Rissbildung setzt bei einer Belastungsstufe von $\lambda = 0,3$ ein. Bei einer Belastung von $\lambda = 1,0$ ist die Rissbildung im Wesentlichen abgeschlossen. Die Stützbewehrung kommt aufgrund des identischen Bewehrungsgrades, analog dem schlaff bewehrten Balken, bei einem Lastfaktor von ca. 1,1 ins Fließen, schließt sich also unmittelbar an die Phase der Rissbildung an. Durch die Vorspannungswirkung verschwindet bzw. verringert sich also das für schlaff bewehrte Balken typische Plateau zwischen dem Ende der Rissbildung und dem Fließbeginn.

Mit weiter ansteigender Vorspannung bei gleichbleibendem Bewehrungsgrad setzt sich der beschriebene Effekt weiter fort. Bei einem Vorspanngrad von 0,7 reißt der Balken an der Einspannstelle erst unter der quasi-ständigen Beanspruchung ($\lambda = 0,5$) auf. Rissbildung und Fließbeginn gehen jetzt nahtlos ineinander über. Die Zwangsschnittgrößen bauen sich bei den vorgespannten Balken nicht vollständig ab, da die Feldbewehrung nicht mehr ins Fließen kommt. Grund hierfür ist der gegenüber dem schlaff bewehrten Balken leicht angestiegene Feldbewehrungsgrad, da das Spannglied sowohl im Stütz- als auch im Feldbereich einen konstanten Stahlquerschnitt aufweist und im Feldbereich die erforderliche Mindestbewehrung eingebaut wurde. Dies ist auch die Ursache für den Anstieg der erreichten Traglast. Durch die ausreichend vorhandene Rotationskapazität des Stützbereiches können die im Feldbereich vorhanden Tragreserven durch Umlagerung aktiviert und genutzt werden (Bild 114). Der Traglastfaktor steigt von 1,30 auf 1,45.

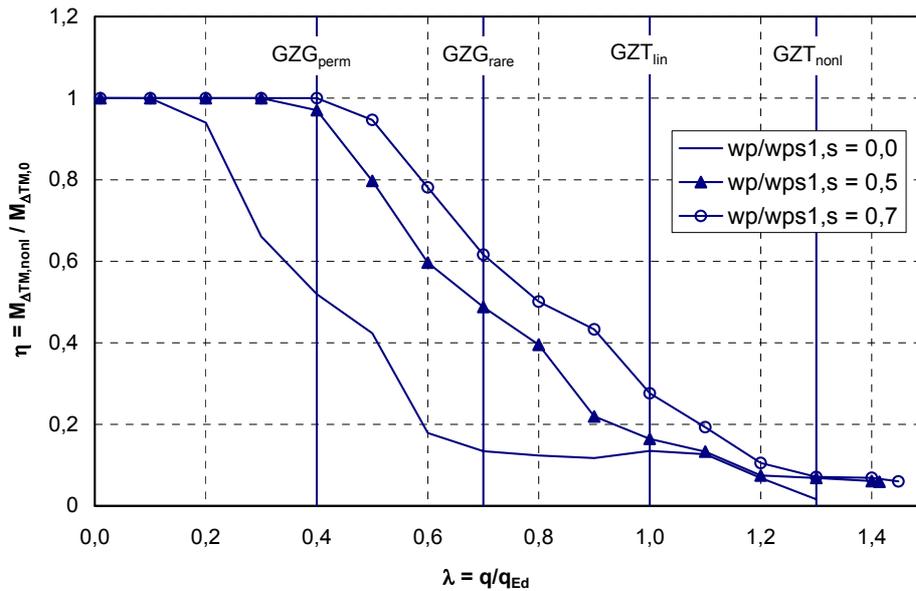


Bild 113 Einfluss der Vorspannung auf den Zwangabbau bei $\omega_{ps1,s} = 0,1$

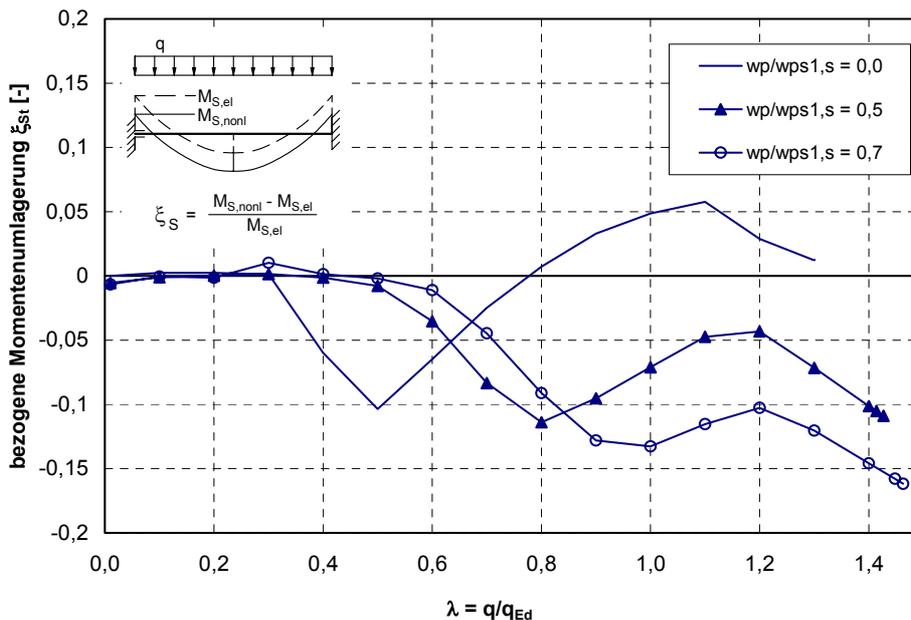


Bild 114 Bezogene Umlagerung des Stützmomentes bei $\omega_{ps1,s} = 0,1$ (ohne den Einfluss von ΔT_M)

In Bild 114 ist der bezogene Umlagerungsgrad über der Belastung dargestellt. Mit einsetzender Rissbildung im Stützbereich erfolgt eine Umlagerung des Stützmomentes zum Feld. Beim Stahlbetonbalken beträgt die Umlagerung ca. -10%, beim Balken mit einem Vorspanngrad von 0,5 ist eine Umlagerung von -11% und beim Balken mit $\omega_p/\omega_{ps1,s} = 0,7$ sogar von -13% zu verzeichnen. Mit einsetzender Rissbildung im Feld beginnt die Rückumlagerung zur Stütze. Diese ist mit zunehmender Vorspannung deutlich geringer ausgeprägt. Unmittelbar vor dem Fließbeginn der Stützbewehrung ist beim schlaff bewehrten Balken eine Umlagerung von 5% zu verzeichnen. Das Stützmoment ist also sogar noch größer als das linear-elastisch ermittelte.

Beim Balken mit $\omega_p/\omega_{ps1,s} = 0,5$ beträgt der vorhandene Umlagerungsgrad -5%, der Balken mit $\omega_p/\omega_{ps1,s} = 0,7$ weist einen Umlagerungsgrad von -10% auf. Mit Fließbeginn setzt eine erneute Umlagerung hin zum Feld ein. Der schlaff bewehrte Balken gelangt bei Erreichen der Traglast an den Ausgangszustand im ungerissenen Zustand. Bei einer Vorspannung von $\omega_p/\omega_{ps1,s} = 0,5$ ist mit Erreichen der Traglast eine Umlagerung von 10% zu verzeichnen bei $\omega_p/\omega_{ps1,s} = 0,7$ sogar von etwas mehr als 17%.

Für den Balken mit einem mechanischen Bewehrungsgrad an der Einspannstelle von $\omega_{ps1,s} = 0,4$ ist der Abbau der Zwangsschnittgrößen in Bild 115 dargestellt. Die Rissbildung verschiebt sich gegenüber dem schlaff bewehrten Balken hin zu dem Belastungsniveau, für welches der Nachweis der Dekompression geführt wurde. Während sich beim schlaff bewehrten Balken das typische Plateau bei $\eta = 0,4$ einstellt, fehlt bei den vorgespannten das Plateau. Die Kurven treffen jedoch bei Fließbeginn der Stützbewehrung wieder aufeinander. Nach Fließbeginn kommt es zu einem weiteren Abbau der Zwangsschnittgröße auf ca. 20%, wobei die Kurven stark abknicken. Ein vollständiger Abbau findet nicht statt, da vorher im Stützbereich die Grenzdehnungen des Betons erreicht werden.

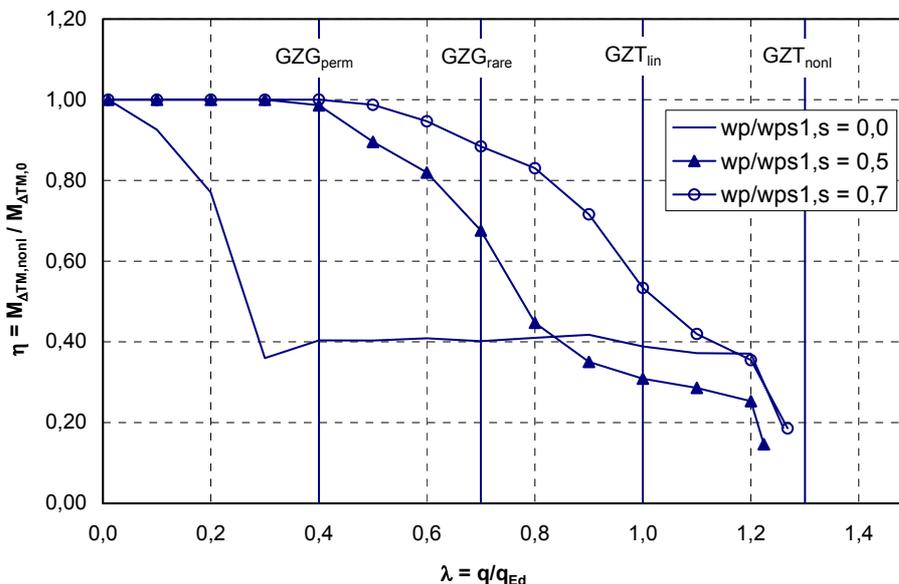


Bild 115 Einfluss der Vorspannung auf den Zwangabbau bei $\omega_{ps1,s} = 0,4$

Der bei den schwächer bewehrten Balken beobachtete Traglastanstieg konnte hier nicht beobachtet werden. Ursache hierfür ist die geringe Rotationskapazität des Stützbereiches und das damit verbundene geringe Umlagerungsvermögen.

Nach Bild 116 findet mit Beginn der Rissbildung im Stützbereich für alle Balken eine Umlagerung in einer Größenordnung von ca. -5% (zum Feld) statt. Die Rissbildung im Feld führt zu einer Rückumlagerung hin zur Stütze, die mit zunehmendem Vorspanngrad weniger stark ausgeprägt ist. Unmittelbar vor dem Fließbeginn ist beim Stahlbetonbalken ein Umlagerungsgrad von 6% vorhanden. Bei einem Vorspanngrad von 0,5 beträgt der Umlagerungsgrad 3%, bei einem Vorspanngrad von 0,7 dagegen -4%. Eine Umlagerung infolge des Fließens der Stützbewehrung findet aufgrund des geringen plastischen Rotationsvermögens des Stützbereiches praktisch nicht mehr statt.

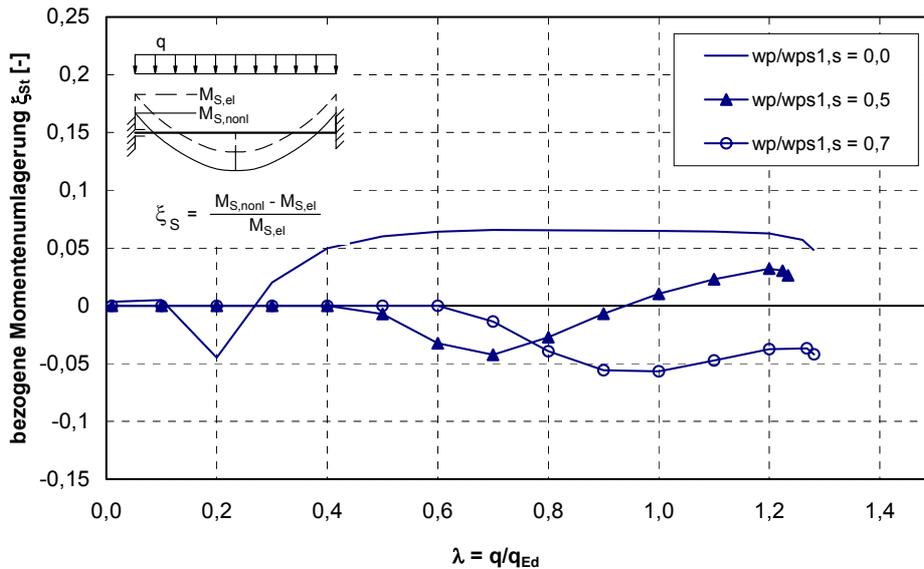


Bild 116 Bezogene Umlagerung des Stützmomentes bei $\omega_{ps1,s} = 0,4$ (ohne den Einfluss von ΔT_M)

Schlussfolgerungen

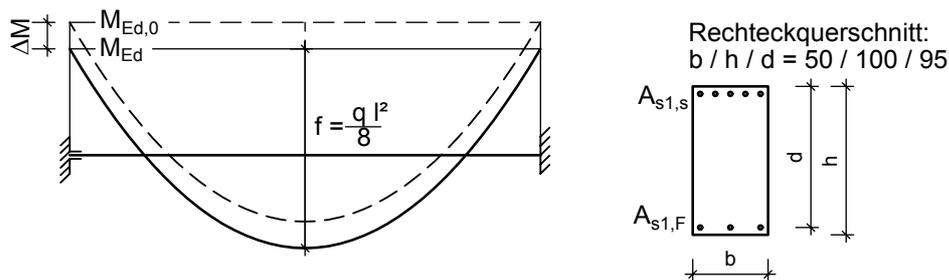
Durch eine Vorspannung verschiebt sich der Zwangabbau auf ein höheres Belastungsniveau. Die Größe des erreichbaren Zwangabbaus bei Spannbetonbalken wird im Vergleich zu Stahlbetonbalken mit gleichem mechanischem Gesamtbewehrungsgrad nicht verändert. Bei niedrigen und mittleren Bewehrungsgraden führt die Vorspannung i. d. R. zu einer Traglaststeigerung, da der Spannstahlquerschnitt im Feld- und Stützbereich gleich ist und darum Tragreserven in den Feldbereichen entstehen. Bei hohen mechanischen Bewehrungsgraden ist die Traglaststeigerung nicht möglich, da die fehlende Umlagerungsfähigkeit der Stützbereiche die Nutzung der Tragreserven im Feld verhindert.

7.3.6 Einfluss einer planmäßigen Momentenumlagerung

Bei den bisherigen Untersuchungen des Zwangabbaus entsprach die Bewehrungsverteilung im Bauteil der linear-elastischen Schnittgrößenverteilung. Im Folgenden wird der Einfluss einer gezielt herbeigeführten Umlagerung auf den Zwangabbaubau eines so bemessenen Balkens untersucht. Das sich nach linear-elastischer Schnittgrößenverteilung ergebende Stützmoment $M_{Ed,0}$ wird nicht voll abgedeckt, sondern um ΔM abgemindert.

$$M_{Ed} = M_{Ed,0} - \Delta M \quad (7.33)$$

Die $ql^2/8$ -Parabel wird entsprechend den Gleichgewichtsbedingungen in die sich ergebenden Stützmomente M_{Ed} eingehängt.



Der Momentendeckungsgrad δ ergibt sich aus dem Verhältnis des umgelagerten Momentes M_{Ed} zum Ausgangsmoment nach linear-elastischer Berechnung $M_{Ed,0}$, die bezogene Momentenumlagerung ξ_{St} aus dem Verhältnis des Differenzmomentes ΔM zum Ausgangsmoment vor der Umlagerung.

$$\delta = \frac{M_{Ed}}{M_{Ed,0}} \quad (\text{Momentendeckungsgrad}) \quad (7.34)$$

$$\xi_{St} = \frac{\Delta M}{M_{Ed,0}} = \frac{M_{Ed} - M_{Ed,0}}{M_{Ed,0}} \quad (\text{bezogene Momentenumlagerung}) \quad (7.35)$$

Die Untersuchung erfolgt ausgehend vom Referenzbalken mit Rechteckquerschnitt und einem mechanischen Bewehrungsgrad an den Einspannstellen von $\omega_{s1,s} = 0,1$.

In DIN 1045-1, 8.3 wird die Momentenumlagerung ohne Nachweis der plastischen Rotation bei Verwendung von hochduktilen Stahl und Normalbeton bis C 50/60 in Abhängigkeit von x/d auf maximal 30% begrenzt.

$$\delta \geq 0,64 + 0,8x/d \geq 0,7 \quad (7.36)$$

Die folgenden Untersuchungen beschränken sich deshalb auf Momentendeckungsgrade $\delta \geq 0,7$ (siehe Tabelle 9).

Tabelle 9 Untersuchte Umlagerungsgrade am Referenzbalken $\omega_{s1,s} = 0,1$

δ [-]	$M_{Ed,s}$ [kNm]	$M_{Ed,F}$ [kNm]	$A_{s1,s}$ [cm ²]	$\omega_{s1,s}$ [-]	$A_{s1,F}$ [cm ²]	$\omega_{s1,F}$ [-]
1,0	-895	447,5	21,84	0,1	10,92	0,05
0,9	-805,5	537	19,66	0,09	13,1	0,06
0,8	-716	626,5	17,47	0,08	15,29	0,07
0,7	-626,5	716	15,29	0,07	17,47	0,08

Der Einfluss der Momentenumlagerung auf den Zwangabbau infolge eines negativen linearen Temperaturunterschiedes $\Delta T_{M,neg}$ ist in Bild 117 dargestellt. Der negative Gradient $\Delta T_{M,neg}$ bewirkt ein negatives Zwangsmoment. Mit zunehmender Laststeigerung bauen sich die Zwangsschnittgrößen nahezu unabhängig vom gewählten Momentendeckungsgrad auf ein Niveau unterhalb von 20% des Ausgangswertes ab. Die Länge des sich anschließenden Plateaus nach Abschluss der Rissbildung bis zum Fließbeginn der Bewehrung hängt jedoch wesentlich vom gewählten Momentendeckungsgrad ab. Mit Verringerung des Momentendeckungsgrades, verkleinert sich auch der Lastfaktor, unter dem das Fließen der Stützbewehrung einsetzt. Bei $\delta = 1,0$ setzt das Fließen der Bewehrung mit einem Lastfaktor $\lambda = 1,1$ ein, bei $\delta = 0,7$ dagegen bereits mit $\lambda = 0,8$. Das Plateau verkürzt sich also mit der Verringerung des Momentendeckungsgrades. Durch das Fließen der Stützbewehrung und dem damit verbundenen weiteren Steifigkeitsabfall setzt ein weiterer Zwangabbau auf unter 10% ein.

Je nach Momentendeckungsgrad stellt sich ein mehr oder weniger stark ausgeprägtes 2. Plateau ein, auf dem der Zwang relativ konstant verbleibt, bis das Fließen auch der Feldbewehrung einsetzt und ein weiterer Zwangabbau vollzogen wird.

Bei voller Momentendeckung ($\delta = 1,0$) schließt sich das Fließen der Feldbewehrung unmittelbar bei einem Lastfaktor $\lambda = 1,2$ an. Ein 2. Plateau bildet sich nicht aus. Der Zwang wird nahezu vollständig abgebaut. Bei einem Umlagerungsgrad von $\delta = 0,9$ beginnt das Fließen der Stützbewehrung bei $\lambda = 1,0$. Zwischen $\lambda = 1,1$ und 1,2 bildet sich ein 2. Plateau. Das Fließen der Feldbewehrung setzt bei $\lambda = 1,2$ ein. Der Zwang wird ebenfalls nahezu vollständig abgebaut. Eine signifikante Traglastminderung durch die Umlagerung ist nicht festzustellen.

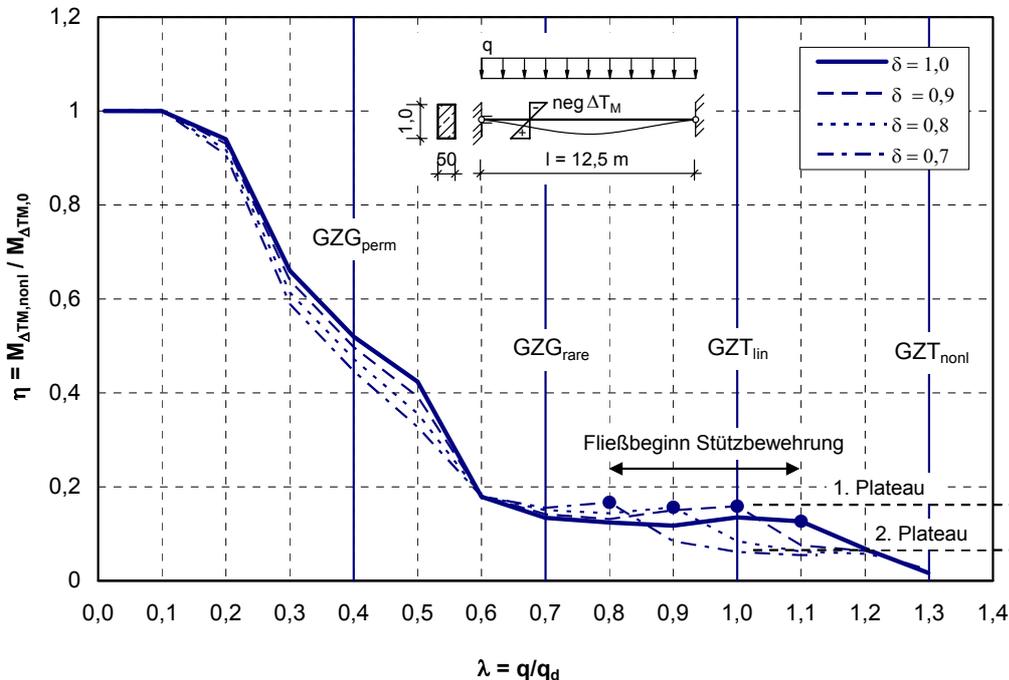


Bild 117 Zwangabbau des Referenzbalkens ($\omega_{s1,s} = 0,1$)

Mit einem gewählten Umlagerungsfaktor von $\delta = 0,8$ verschiebt sich der Fließbeginn der Stützbewehrung auf das Lastniveau von $\lambda = 0,9$. Das Fließen der Feldbewehrung setzt bei $\lambda = 1,2$ ein. Die Traglast ist jedoch bei $\lambda = 1,22$ erreicht. Das Rotationsvermögen des

Stützbereiches ist erschöpft. Infolgedessen kann auch der Zwang nicht vollständig abgebaut werden, es verbleibt ein geringer Anteil des Zwangs von ca. 5%. Gegenüber dem Referenzbalken ohne Umlagerung ist eine sehr geringe Minderung der Traglast infolge der gewählten Umlagerung von ca. 5% festzustellen.

Wird der Umlagerungsfaktor weiter auf $\delta = 0,7$ reduziert, verkleinert sich der zum Fließbeginn der Stützbewehrung gehörige Lastfaktor auf $\lambda = 0,8$. Das Fließen der Feldbewehrung wird nicht mehr erreicht, da der Stützbereich nicht mehr die dazu notwendige Rotationskapazität aufweist. Die Systemtraglast wird durch das Erreichen der Grenzdehnung des Stahls ε_{smu} im Stützbereich begrenzt. Der erreichte Traglastfaktor beträgt $\lambda = 1,13$. Die Traglast fällt gegenüber dem Referenzbalken ohne Umlagerung auf 86 % ab. Der Zwang baut sich bis zum Erreichen der Traglast auf 5% ab.

Zur Verdeutlichung der beschriebenen Zusammenhänge enthält Bild 118 eine Ausschnittsvergrößerung des oberen Lastbereiches bis zum Erreichen der Systemtraglast. Diese ist im Rechenmodell erreicht, wenn die Grenzdehnung im Stahl (ε_{su} bzw. ε_{smu}) und / oder im Beton (ε_{cu}) erreicht wird.

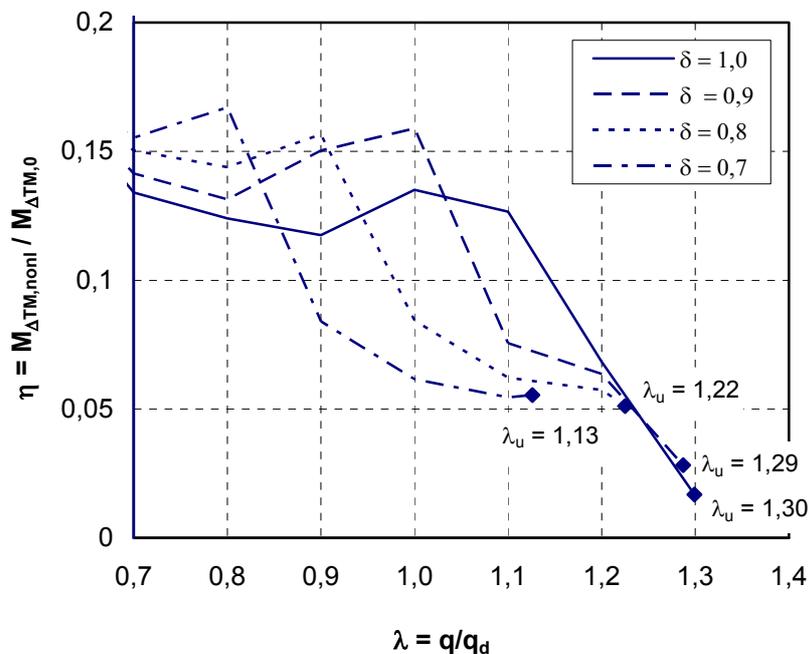


Bild 118 Zwangabbau im Traglastbereich ($\omega_{s1,s} = 0,1$)

In Bild 119 ist der bezogene Momentenumlagerungsgrad ξ_{St} für die 4 untersuchten Momentendeckungsgrade über dem Lastfaktor λ dargestellt. Bei dem ohne Umlagerung bemessenen Referenzbalken erfolgt bereits in der Phase der Rissbildung eine Momentenumlagerung von $-0,1$ bis $+0,05$, bevor sich infolge Stahlfließens der rechnerisch unterstellte Zustand einer Momentenumlagerung von 0 nahezu einstellt. Das System musste, obwohl ohne Umlagerung bemessen, eine plastische Umlagerung von ca. 5% vollführen, um in den Traglastzustand zu gelangen. Bei den umgelagerten Balken zeigt sich ein vergleichbarer Verlauf der Momentenumlagerung. Mit größer werdendem gewählten Umlagerungsgrad δ , nähern sich die Kurven entsprechend an die gewählte Umlagerung δ an. Die zuvor in der Bemessung

angenommene Umlagerung wird jedoch anschließend in der nichtlinearen Berechnung nicht ganz erreicht. Möglicherweise wird die Umlagerungsfähigkeit durch das verwendete nichtlineare Rechenmodell infolge der nicht berücksichtigten Schubrissbildung etwas unterschätzt.

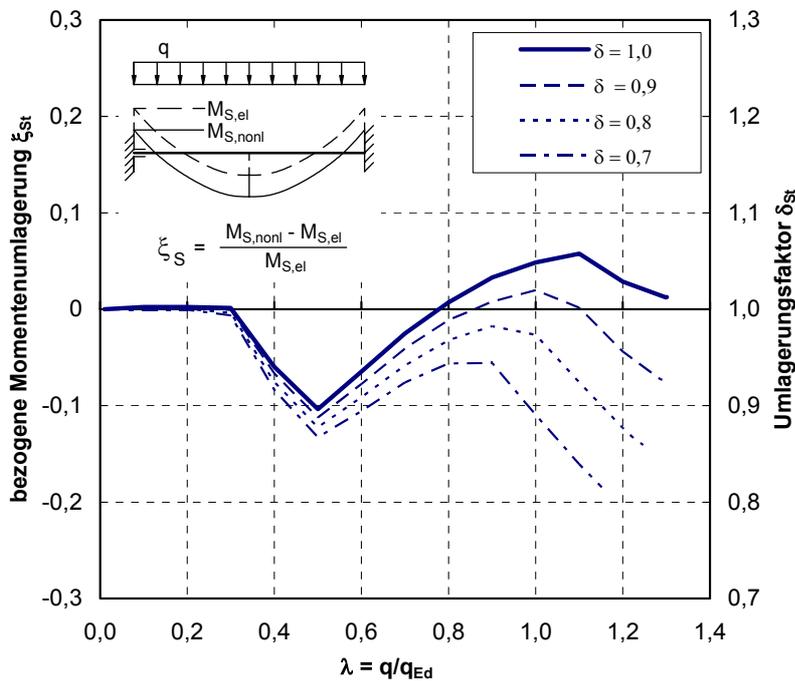


Bild 119 Entwicklung der Momentenumlagerung (Ausgangsbewehrungsgrad $\omega_{s1,s} = 0,1$)

Der zum nach DIN 1045-1 Gl. 12 ohne Nachweis der Rotationsfähigkeit zulässige Umlagerungsfaktor ergibt sich dagegen für das gewählte Beispiel zu etwa 30%.

$$\delta = 0,64 + 0,8 \cdot \frac{x_d}{d} = 0,64 + 0,8 \cdot 0,1 = 0,72.$$

Wird die Momentenumlagerung von 30% gewählt und der Nachweis der plastischen Rotation nach DIN 1045-1 Abschn. 8.4.2 geführt, ergibt sich eine zulässige plastische Rotation von

$$\theta_{pl,d} \cdot k_\lambda = 7,87 \text{ mrad}.$$

$$\text{dabei ist: } x/d = 0,1 \quad \rightarrow \theta_{pl,d} = 11 \text{ mrad}$$

$$k_\lambda = \sqrt{\frac{M_{Ed}}{V_{Ed} \cdot d}} = \sqrt{\frac{626,5}{430 \cdot 0,95}} = 0,71$$

Die erforderliche plastische Rotation beträgt

$$\theta_E = \int_0^{l/2} \kappa_m \cdot \bar{M}_1 \cdot dx = 6,33 \text{ mrad}.$$

Sie ist demnach kleiner als die zulässige plastische Rotation. Eine Umlagerung von 30% könnte demnach vom System verkraftet werden. An dieser Stelle ergibt sich ein Unterschied als Folge der unterschiedlichen Rechenmodelle wie auch schon in [30] festgestellt wurde. Das nichtlineare γ_R -Verfahren erweist sich dabei als konservativer.

Für einen mechanischen Bewehrungsgrad von $\omega_{s1,s} = 0,2$ werden die Untersuchungen analog durchgeführt und zusammengefasst.

Tabelle 10 Untersuchte Umlagerungsgrade am Balken $\omega_{s1,s} = 0,2$

δ [-]	$M_{Ed,s}$ [kNm]	$M_{Ed,F}$ [kNm]	$A_{s1,s}$ [cm ²]	$\omega_{s1,s}$ [-]	$A_{s1,F}$ [cm ²]	$\omega_{s1,F}$ [-]
1,0	-1610	805	43,68	0,2	21,84	0,1
0,9	-1449	966	39,31	0,18	26,21	0,12
0,8	-1288	1127	34,94	0,16	30,58	0,14
0,7	-1127	1288	30,58	0,14	34,94	0,16

Der Einfluss der Momentenumlagerung auf den Zwangabbau bei einem mechanischen Bewehrungsgrad von $\omega_{s1,s} = 0,2$ ist in Bild 120 dargestellt. Die Verläufe ähneln denen des Referenzbalkens mit $\omega_{s1,s} = 0,1$ stark. Der Abbau der Zwangsschnittgröße auf das Plateau nach Abschluss der Rissbildung bis zum Fließbeginn der Bewehrung ist auch bei einem mechanischen Bewehrungsgrad von $\omega_{s1,s} = 0,2$ nahezu unabhängig vom gewählten Momentendeckungsgrad. Der verbleibende Zwang auf dem Plateau liegt bei den untersuchten Balken etwa zwischen 0,25 und 0,3 des Ausgangswertes. Die beobachteten Effekte wie die Verringerung der Plateaulänge durch früheres Fließen der Stützbewehrung sowie der Ausbildung eines zweiten Plateaus vor dem Fließbeginn der Feldbewehrung sind auch hier festzustellen.

Der vollständige Zwangabbau wird jedoch im Gegensatz zum Referenzbalken, wie schon im Kapitel 7.3.1 gezeigt, durch das vorzeitige Erreichen der Grenzdehnung des Betons über der Stütze verhindert. Der Traglastabfall ist dementsprechend schon bei einer relativ kleinen gewählten Momentenumlagerung von 10% signifikant, da im Stützbereich durch das vorzeitige Fließen des Betonstahls die Dehnungsebene die rechnerischen Grenzdehnungen ε_{su} bzw. ε_{smu} , ε_{cu}) eher erreicht.

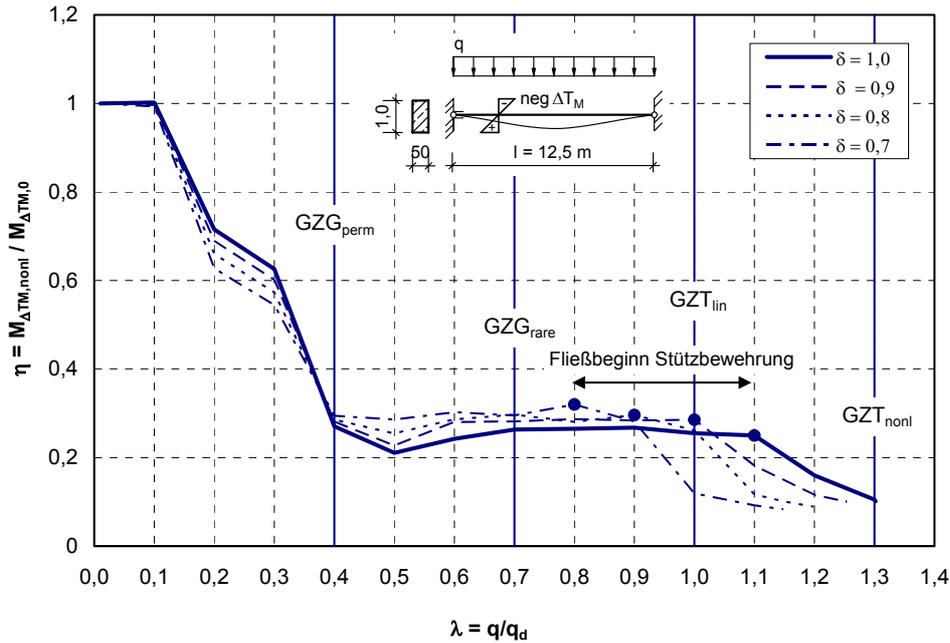


Bild 120 Zwangabbau bei einem mechanischen Bewehrungsgrad $\omega_{s1,s} = 0,2$

Die zugehörige bezogene Momentenumlagerung ist in Bild 121 dargestellt. Die Kurven weisen eine große Ähnlichkeit mit den zuvor untersuchten Balken auf. Die in der Bemessung angenommenen Umlagerungen werden ebenfalls nicht erreicht.

Ein Abfall der Systemtraglast schon bei einer gering gewählten Umlagerung von 10% ist erkennbar.

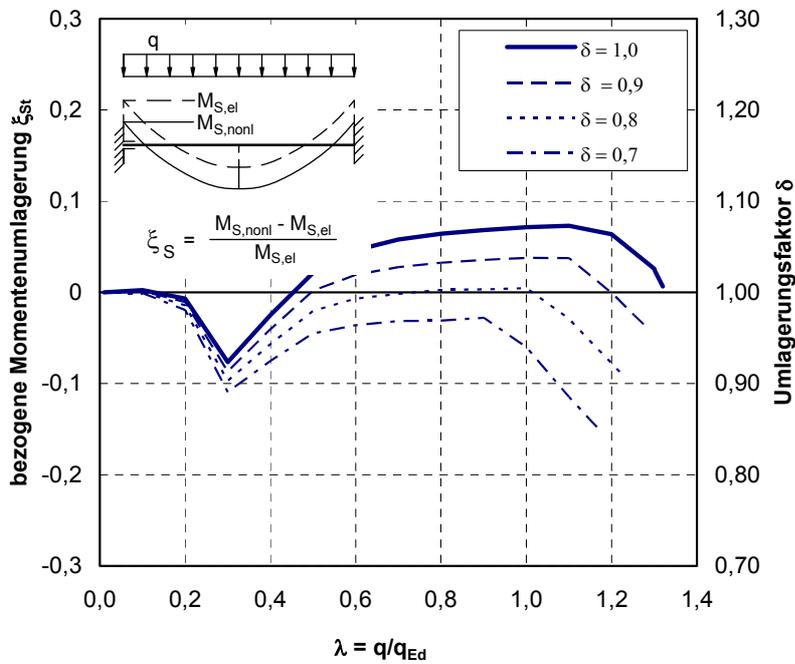


Bild 121 Entwicklung der Momentenumlagerung (Ausgangsbewehrungsgrad $\omega_{s1,s} = 0,2$)

Im Folgenden wird daher ergänzend untersucht, ob der hier beobachtete Traglastabfall von Bedeutung ist oder eine Folge der gewählten Annahmen für das Rechenmodell darstellt. Wie bereits oben erwähnt, wird die Schubrißbildung im Rechenmodell nicht berücksichtigt. Dies liegt für die Untersuchung des Zwangabbaus auf der sicheren Seite.

Einen ebenfalls nicht zu unterschätzenden Einfluss auf die Umlagerungsfähigkeit hat – insbesondere dann – wenn Betonversagen maßgebend wird, die Duktilität der Betondruckzone (7.3.3). Diesen Effekt hat auch Kliver [30] festgestellt.

Die Ergebnisse der Berechnungen nach wie vor ohne Berücksichtigung einer Schubrißbildung mit den unterschiedlichen Arbeitslinien des Betons sind vergleichend in Bild 122 dargestellt. Bei Verlängerung der Arbeitslinie des Betons steht an der Einspannstelle der untersuchten Balken rechnerisch ein größeres Verformungsvermögen zur Verfügung. Somit können im Gegensatz zur nichtlinearen Berechnung mit einer Dehnungsbegrenzung des Betons auf 3,5‰ auch bei den untersuchten Balken mit einem mechanischen Bewehrungsgrad von $\omega_{s1,s} = 0,2$ die Zwangsschnittgrößen nahezu vollständig abgebaut werden. Das gesteigerte Verformungsvermögen wird auch deutlich an den größeren realisierten Umlagerungen bei gleichzeitig geringerem Traglastabfall.

Der Ansatz der erhöhten Grenzdehnung ist nur gerechtfertigt, bei einer entsprechenden Umschnürung der Betondruckzone oder Anordnung einer Druckbewehrung.

Schlussfolgerungen

Bis zum Fließbeginn der Bewehrung hat der gewählte Momentendeckungsgrad praktisch keinen Einfluss auf den Abbau der Zwangsschnittgrößen. Bis dahin ist der Abbau der Zwangsschnittgrößen ausschließlich auf den Steifigkeitsabfall durch die Rissbildung zurückzuführen.

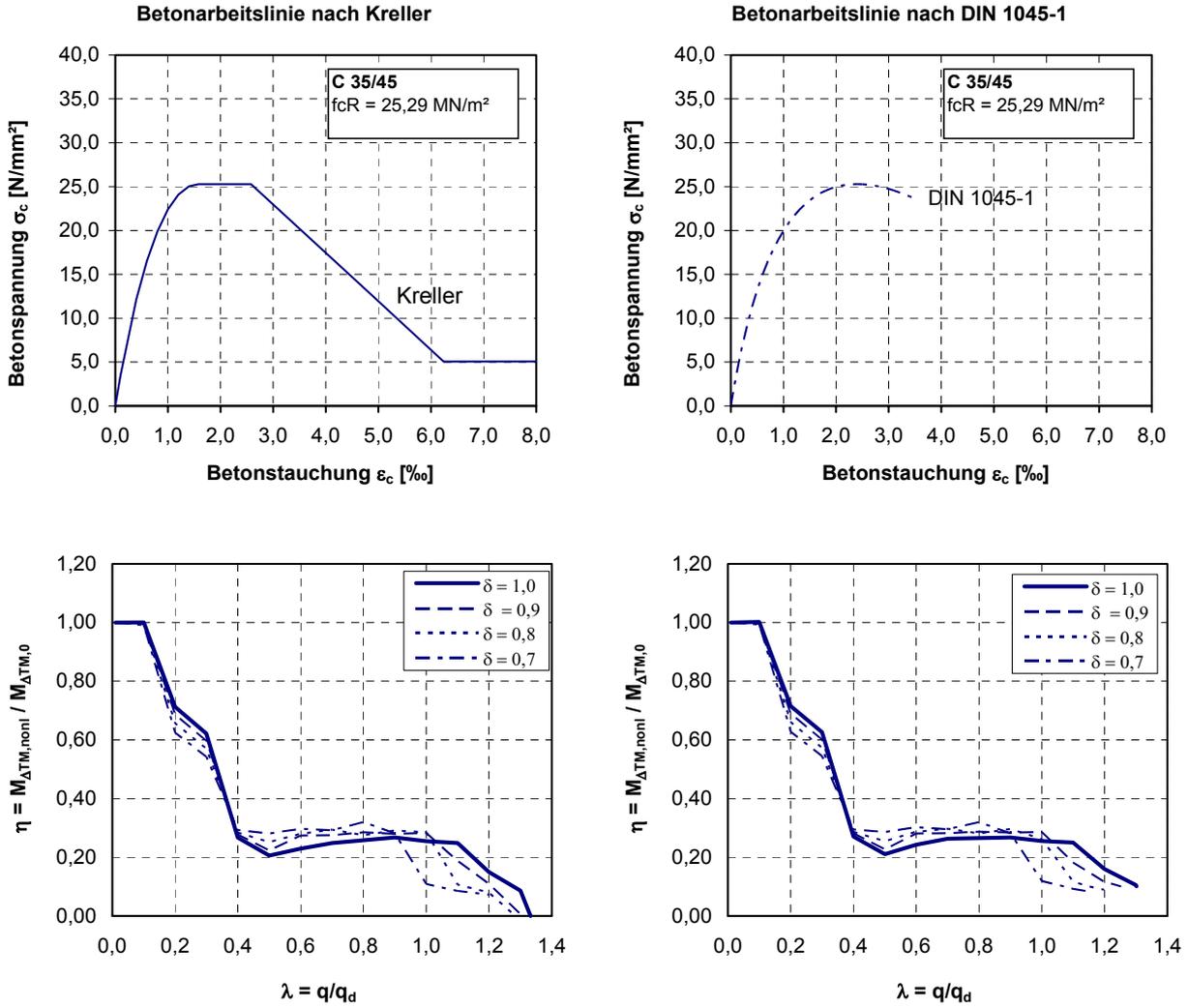
Das Fließen der Stützbewehrung setzt bei umgelagerten Systemen erwartungsgemäß früher ein.

Die Zwangsschnittgrößen können bei stark umgelagerten Schnittgrößen nicht mehr in gleichem Maße durch plastische Verformungen abgebaut werden wie bei Systemen, die ohne Schnittgrößenumlagerung bemessen wurden.

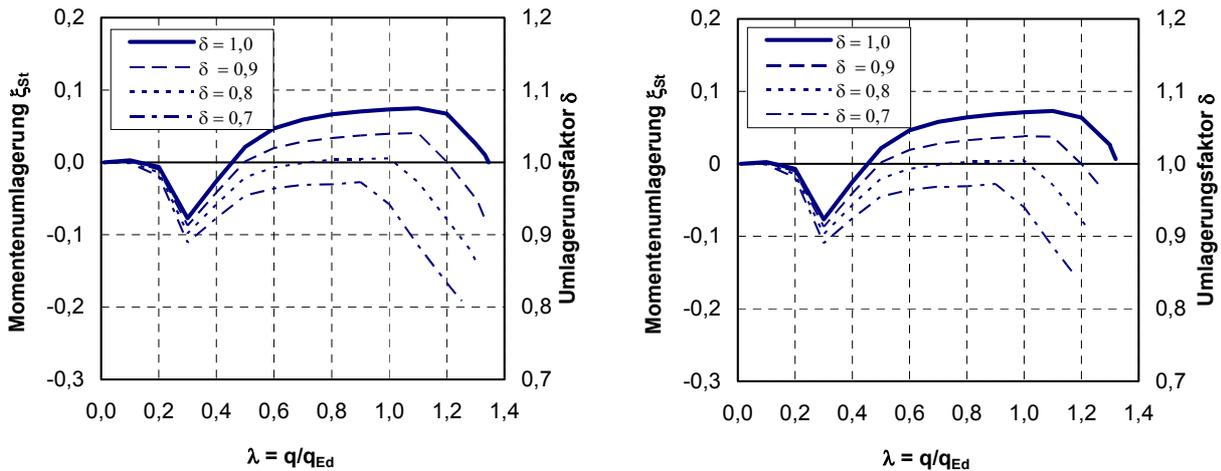
Phase 1: Abbau durch Rissbildung

Phase 2: Abbau durch plastische Verformungen:

Mit zunehmender Momentenumlagerung bei der Bemessung nehmen die Fähigkeiten des Systems zum Abbau des Zwangs durch plastische Verformungen ab.



a) Zwangabbau



b) Umlagerung (Ausgangsbewehrungsgrad $\omega_{s1,s} = 0,2$)

Bild 122 Einfluss der verwendeten Betonarbeitslinie auf

- a) den Abbau der Zwangsschnittgröße
- b) die Schnittgrößenumlagerung und die Traglast

7.4 Maximal aufnehmbare Temperaturbeanspruchung bei konstantem Lastniveau

In den vorangegangenen Kapiteln wurde unter einer konstanten Verformungseinwirkung (Temperatur ΔT_M) der Lastfaktor bis zum Erreichen der Systemtraglast gesteigert und der damit einhergehende Abbau der Zwangsschnittgröße infolge Steifigkeitsverringerung untersucht. Im folgenden Kapitel wird eine Belastungsgeschichte zugrunde gelegt, bei der zunächst die Lasteinwirkungen in bestimmter Größe aufgebracht werden. Anschließend wird die Lasteinwirkung konstant gehalten und nur noch die Verformungseinwirkung ΔT_M von Null ausgehend gesteigert, bis im kritischen Querschnitt die Bruchdehnung im Beton und/oder Stahl erreicht wird.

Die Berechnungen hierzu werden zunächst am Referenzbalken mit Rechteckquerschnitt und einem mechanischen Bewehrungsgrad an der Einspannstelle $\omega_{s1,s} = 0,1$ durchgeführt.

Der Referenzbalken ist so gewählt, dass unter einer reinen Lastbeanspruchung der Lastfaktor bei Erreichen der Systemtraglast $\lambda \approx 1,3$ beträgt. In diesem Zustand kann das System rechnerisch keine zusätzlichen Temperaturdifferenzen aufnehmen, da im kritischen Querschnitt an der Einspannstelle bereits die Bruchdehnung im Stahl erreicht ist. Jede zusätzliche Verformungseinwirkung ΔT_M bewirkt eine Zunahme der Dehnungen auch an der Einspannstelle. Wenn bei der Bemessung die Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit maßgebend werden, ist der Lastfaktor bei Erreichen der Systemtraglast im Allgemeinen $\lambda > 1,3$.

Wird die Belastung nur entsprechend bis zu einem Lastfaktor $\lambda = 1,2$ gesteigert, ist die Traglast noch nicht erreicht. Diese Differenz von ca. 8% bis zur Systemtraglast ermöglicht eine zusätzliche Temperatureinwirkung von $\Delta T_M = 93$ K bei einem mechanischen Bewehrungsgrad von $\omega_{s1,s} = 0,1$, bevor im kritischen Querschnitt die Grenzdehnung des Stahls erreicht wird. Dies entspricht in etwa dem 8-fachen des nach DIN-Fachbericht anzusetzenden Wertes. Bei einem mechanischen Bewehrungsgrad von $\omega_{s1,s} = 0,4$ sind es für ΔT_M noch 39 K, die das System zusätzlich aufnehmen kann.

Tabelle 11 Zusätzlich aufnehmbare Temperaturdifferenzen ΔT_M in Abhängigkeit vom Lastfaktor

λ	ΔT_M		
	$\omega_{s1,s} = 0,1$	$\omega_{s1,s} = 0,4$	
$\approx 1,3$	0	0	Systemtraglast nichtlinear
1,2	93	39	
1,1	150	85	
1,0	174	130	Bemessungslast (GZT linear)
0,9	199	166	
0,8	230	214	
0,7	285	261	Charakteristisches Lastniveau

Relativ kleine Reserven beim Lastfaktor bieten ganz offensichtlich erhebliche Reserven zur Aufnahme eines zusätzlichen linearen Temperaturunterschiedes ΔT_M , der unter den praktischen Einsatzbedingungen nie in der ausgewiesenen Größe (Tabelle 11) erreicht wird. Mit steigendem Bewehrungsgrad verringert sich die, bei einem konstanten Lastniveau unterhalb der

Systemtraglast, zusätzlich aufnehmbare Temperaturdifferenz. Die Gründe hierfür sind eine größere Steifigkeit im gerissenen aber noch elastischen Zustand II sowie das Fehlen einer ausgeprägten Fließzone und Duktilität im Bereich der Systemtraglast (Bild 123).

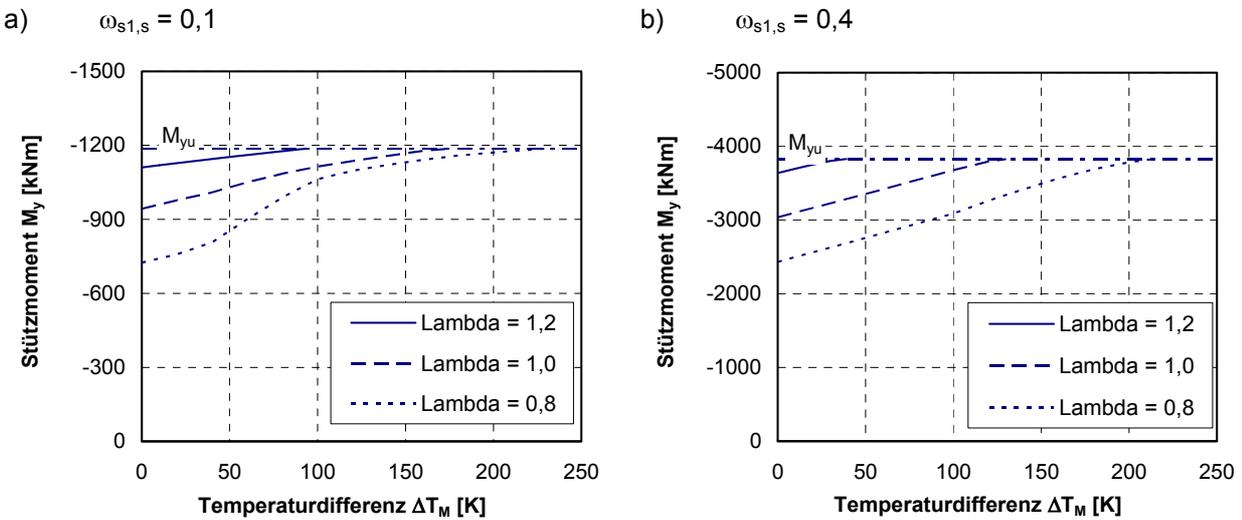


Bild 123 Entwicklung des Stützmomentes auf unterschiedlichem Lastniveau beim Aufbringen einer zusätzlichen Temperaturdifferenz ΔT_M

Der Zusammenhang zwischen der aufgetragenen Belastung und der aufnehmbaren Temperaturdifferenz ist in Bild 124 beispielhaft für den Referenzträger mit einem mechanischen Bewehrungsgrad $\omega_{s1,s} = 0,1$ verdeutlicht.

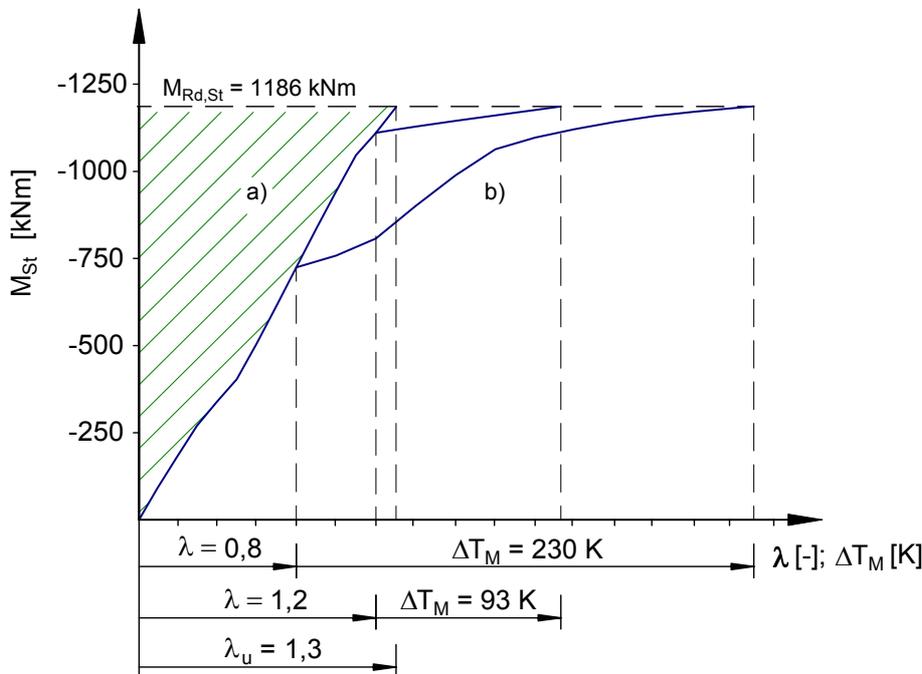


Bild 124 Entwicklung des Stützmomentes bei $\omega_{s1,s} = 0,1$

- a) Laststeigerung bis zum angegebenen Wert λ
- b) Temperatursteigerung bis zum Erreichen der Grenzdehnung im kritischen Querschnitt

Der grundsätzliche Unterschied zwischen einer Laststeigerung einerseits und einer Steigerung der Verformungseinwirkung andererseits besteht darin, dass bei der Laststeigerung das innere Kräftegleichgewicht wieder hergestellt werden muss. Hierzu ist i. d. R. ein großer Dehnungszuwachs erforderlich. Bei einer zusätzlichen Temperatureinwirkung muss lediglich die Verformungskompatibilität hergestellt werden. Hierfür ist jedoch nur ein kleiner Dehnungszuwachs nötig (Bild 125).

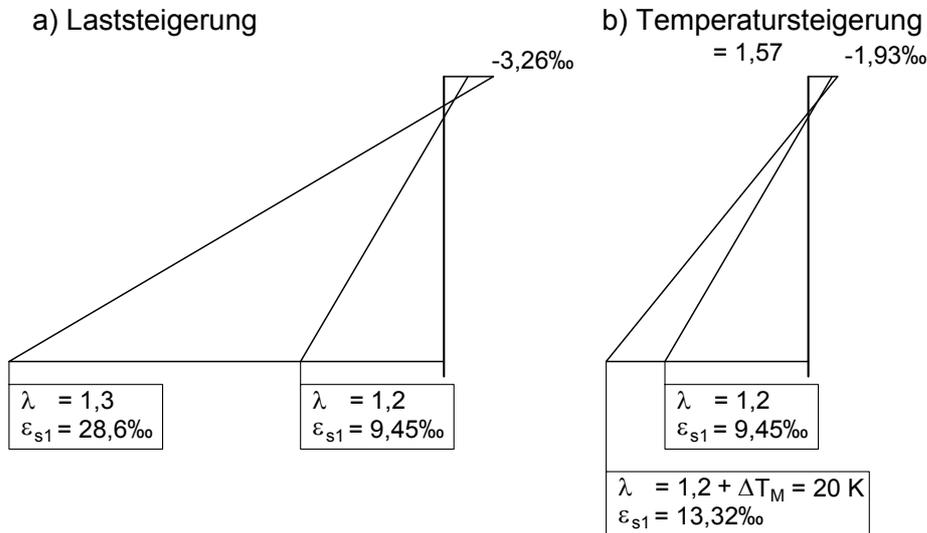


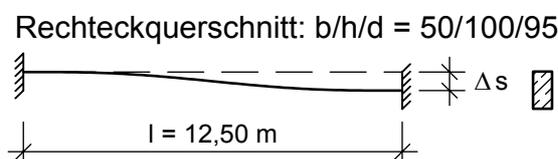
Bild 125 Entwicklung der Dehnungsebene des Stützquerschnittes bei $\omega_{s1,s} = 0,1$

- a) Laststeigerung
b) Temperatursteigerung

Die in der Berechnung ermittelten Temperaturgradienten, bei einer Reduzierung des Lastfaktors λ um jeweils $\Delta\lambda = 0,1$, können in dieser Größe unter praktischen Einsatzbedingungen nie auftreten. Jedoch stehen die Verformungskapazitäten ebenso einer zusätzlichen Setzungsdifferenz zur Verfügung (Tabelle 12).

Tabelle 12 Aufnehmbare Verformungseinwirkungen in Abhängigkeit vom Lastfaktor

λ	$\omega_{s1,s} = 0,1$		$\omega_{s1,s} = 0,4$		
	ΔT_M [K]	Δs [mm]	ΔT_M [K]	Δs [mm]	
$\approx 1,3$	0	0	0	0	Systemtraglast nichtlinear
1,2	93	40	39	11	
1,1	150	49	85	22	
1,0	174	58	130	33	Bemessungslast (GZT linear)
0,9	199	68	166	43	
0,8	230	78	214	53	
0,7	285	88	261	65	Charakteristisches Lastniveau



7.5 Einfluss einer zusätzlichen Temperaturdifferenz auf die Systemtraglast

Nachdem gezeigt wurde, dass schon ein geringer Abstand zur Systemtraglast ausreicht, um große Temperaturdifferenzen aufnehmen zu können, stellt sich die Frage, wie groß der Einfluss einer realistischen Temperaturdifferenz auf die Systemtraglast ist. Im Folgenden werden nun alle an den Modellträgern durchgeführten Berechnungen hinsichtlich des Abfalls der Systemtraglast bei Aufbringen einer zusätzlichen Temperaturdifferenz von $\Delta T_{Md} \approx 10$ K untersucht. Die Ergebnisse sind in Tabelle 13 zusammengefasst.

Tabelle 13 Einfluss einer Temperaturdifferenz ΔT_{Md} auf die Systemtraglast

Nr.	Typ	$\omega_{ps1,s}$	ω_p/ω_{ps1}	δ	Systemtraglast		
					ohne ΔT_M	mit ΔT_M	Verhältnis
1	RQ	0,05	-	1	1,329	1,306	0,98
2	RQ	0,1	-	1	1,301	1,299	1,00
3	RQ	0,2	-	1	1,325	1,307	0,99
4	RQ	0,3	-	1	1,287	1,267	0,98
5	RQ	0,4	-	1	1,28	1,26	0,98
6	RQ	0,5	-	1	1,281	1,261	0,98
7	RQ	0,1	0,5	-	1,427	1,414	0,99
8	RQ	0,1	0,7	-	1,463	1,448	0,99
9	RQ	0,4	0,5	-	1,234	1,224	0,99
10	RQ	0,4	0,7	-	1,281	1,268	0,99
11	RQ	0,1	-	0,9	1,291	1,287	1,00
12	RQ	0,1	-	0,8	1,247	1,225	0,98
13	RQ	0,1	-	0,7	1,152	1,126	0,98
14	RQ	0,2	-	0,9	1,275	1,253	0,98
15	RQ	0,2	-	0,8	1,22	1,198	0,98
16	RQ	0,2	-	0,7	1,168	1,148	0,98
17	RQ	0,1	-	0,9	1,291	1,287	1,00
18	RQ	0,1	-	0,8	1,248	1,225	0,98
19	RQ	0,1	-	0,7	1,153	1,127	0,98
20	RQ	0,2	-	0,9	1,328	1,306	0,98
21	RQ	0,2	-	0,8	1,307	1,284	0,98
22	RQ	0,2	-	0,7	1,276	1,252	0,98
23	PB	0,1	-	1	1,301	1,297	1,00
24	PB	0,2	-	1	1,359	1,338	0,98
25	PB	0,3	-	1	1,317	1,295	0,98
26	PB	0,4	-	1	1,31	1,286	0,98
			-	1			
27	HK	0,05	-	1	1,3	1,297	1,00
28	HK	0,1	-	1	1,32	1,317	1,00
29	HK	0,2	-	1	1,423	1,398	0,98

Bei den untersuchten Modellträgern wird die Traglast durch eine zusätzliche Temperaturdifferenz ΔT_M von ≈ 10 K um maximal 2% reduziert. Es kann festgestellt werden, dass der Einfluss auf die Traglast vernachlässigbar ist. Das Ergebnis deckt sich mit den Versuchsergebnissen aus [1], [28], [57].

7.6 Einfluss einer zusätzlichen Temperaturbeanspruchung auf die Rissbreite im Gebrauchszustand

Im folgenden Kapitel wird der Einfluss einer zusätzlichen Temperaturbeanspruchung auf die Rissbreite untersucht. Die nachfolgenden Betrachtungen basieren im Wesentlichen auf [34], [18].

Die Rissöffnung ergibt sich aus der Dehnungsdifferenz zwischen Betonstahl und Beton über die Risseinleitungslänge, bzw. dem Rissabstand.

$$w_{cal} = s_r \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \quad (7.37)$$

Größere Rissabstände bzw. Dehnungsdifferenzen führen zu größeren Rissbreiten. Das Verformungsvermögen des Betons auf Zug ist gegenüber dem des Stahls sehr gering. Somit ist die Rissbreite nahezu proportional zur mittleren Stahldehnung ε_{sm} .

Bei der Rissbildung ist zu unterscheiden zwischen der Phase der Ausbildung einzelner Risse (Einzelriss) und dem Vorhandensein eines abgeschlossenen Rissbildes.

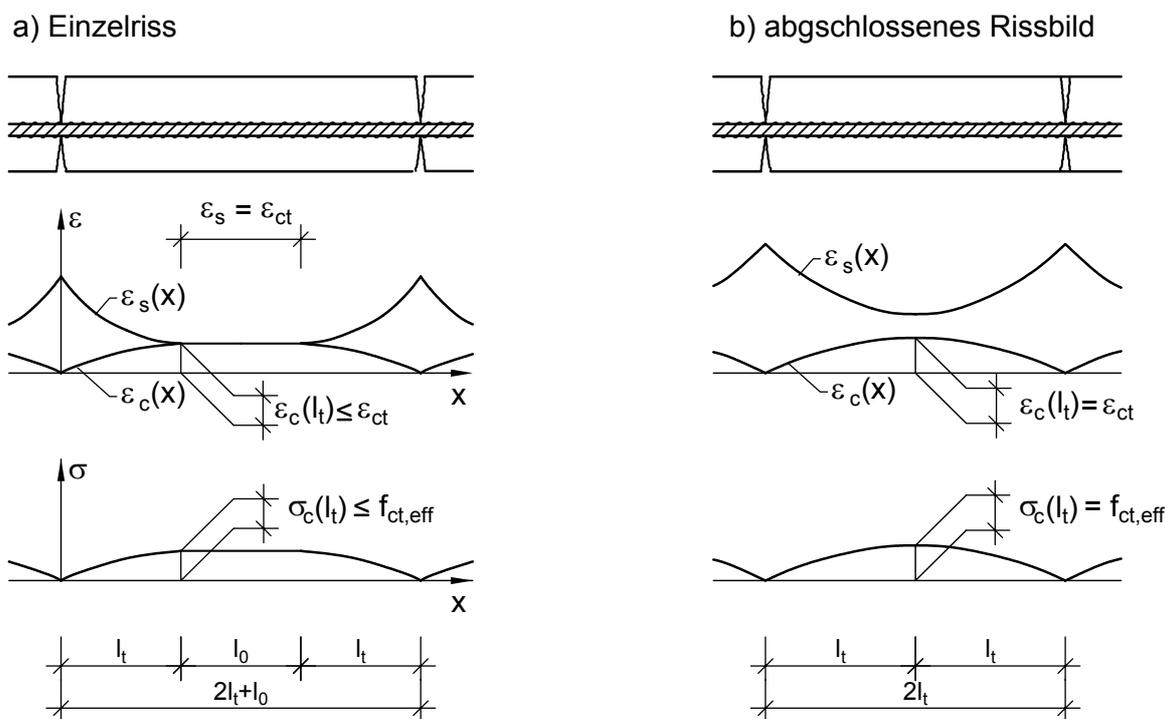


Bild 126 Einleitungslänge und Rissabstand bei

- a) Einzelrissbildung
- b) Abgeschlossenes Rissbild

Bei der Einzelrissbildung herrschen am Ende der Einleitungslänge l_t im Beton und Bewehrungsstahl identische Dehnungen. Die maximale Betonzugspannung am Ende der Einleitungslänge $\sigma_c(l_t)$ ist kleiner als die effektive Betonzugfestigkeit $f_{ct,eff}$.

Bei der abgeschlossenen Rissbildung herrschen an keiner Stelle mehr identische Dehnungen im Beton und im Stahl. Die Betonzugspannung kann am Ende der Einleitungslänge maximal die effektive Betonzugfestigkeit erreichen.

$$\text{Einzelriss:} \quad \sigma_{ct}(l_t) \leq f_{ct,eff}$$

$$\text{Abgeschlossene Rissbildung:} \quad \sigma_{ct}(l_t) = f_{ct,eff}$$

Der Übergang vom Einzelriss zum abgeschlossenen Rissbild geschieht rechnerisch genau in dem Zustand, bei dem an der Stelle $x = l_t$ die Betonzugspannungen σ_{ct} gerade $f_{ct,eff}$ erreichen, jedoch noch keine Dehnungsdifferenzen zwischen Beton und Stahl auftreten.

Die Zugkräfte im Stahl werden vom Rissquerschnitt ausgehend über Verbundspannungen an den Beton abgegeben. Da in der Phase der Einzelrissbildung an der Stelle $x = l_t$ keine Dehnungsdifferenzen zwischen Beton und Stahl existieren, kann über die Bedingung, dass die Zugkräfte im Riss ($x = 0$) und am Ende der Einleitungslänge ($x = l_t$) identisch sein müssen, die zugehörige Stahlspannung im Riss $\sigma_s(0)$ wie folgt ermittelt werden:

$$\sigma_s(0) \cdot \rho_{eff} = \sigma_c(l_t) \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{eff}) \quad (7.38)$$

$$\sigma_s(0) = \sigma_c(l_t) \cdot \frac{(1 + \alpha_e \cdot \rho_{eff})}{\rho_{eff}} \quad (7.39)$$

Die bei Erreichen der Zugfestigkeit des Betons $f_{ct,eff}$ herrschende Stahlspannung $\sigma_{s,cr,II}$ im gerissenen Querschnitt ergibt sich zu:

$$\sigma_c = f_{ct,eff} \quad (7.40)$$

$$\sigma_{s,cr,II} = f_{ct,eff} \cdot \frac{(1 + \alpha_e \cdot \rho_{eff})}{\rho_{eff}} \quad (7.41)$$

Bei Erreichen dieser Stahlspannung findet der Grenzübergang vom Einzelrissbild zur abgeschlossenen Rissbildung statt. Sie stellt somit einerseits einen oberen Grenzwert für die Ermittlung des Rissabstandes $s_{r,max}$ dar, andererseits jedoch einen unteren Grenzwert für die Bestimmung der Dehnungsdifferenz ($\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$) beim abgeschlossenen Rissbild.

$$s_{r,max} = \frac{d_s}{3,6 \rho_{eff}} \cdot \frac{\sigma_{s,II}}{\sigma_{s,Cr,II}} \quad \text{für } \sigma_{s,II} < \sigma_{s,Cr,II} \text{ (Einzelrissbild)} \quad (7.42)$$

$$s_{r,max} = \frac{d_s}{3,6 \rho_{eff}} \quad \text{für } \sigma_{s,II} \geq \sigma_{s,Cr,II} \text{ (abgeschlossenes Rissbild)} \quad (7.43)$$

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_{s,II}}{E_s} \cdot 0,6 \quad \text{für } \sigma_{s,II} < \sigma_{s,Cr,II} \text{ (Einzelrissbild)} \quad (7.44)$$

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_{s,II}}{E_s} \cdot \left(1 - 0,4 \frac{\sigma_{s,Cr,II}}{\sigma_{s,II}} \right) \quad \text{für } \sigma_{s,II} \geq \sigma_{s,Cr,II} \text{ (abgeschlossenes Rissbild)} \quad (7.45)$$

Durch Zusammenführen o. g. Gleichungen kann die Rissbreite w_{cal} sowohl für das Einzelrissbild als auch für das abgeschlossene Rissbild durch Gl. 7.45 beschrieben werden [18].

$$w_{cal} = \frac{d_s}{3,6\rho_{eff}} \cdot \frac{\sigma_{s,II}}{E_s} \cdot \begin{cases} 0,6 \cdot \frac{\sigma_{s,II}}{\sigma_{s,Cr,II}} & \sigma_{s,II} < \sigma_{s,Cr,II} \text{ (Einzelriss)} \\ 1 - 0,4 \cdot \frac{\sigma_{s,Cr,II}}{\sigma_{s,II}} & \sigma_{s,II} \geq \sigma_{s,Cr,II} \text{ (abgeschl. Rissbildung)} \end{cases} \quad (7.46)$$

mit:

$$\sigma_{s,Cr,II} = f_{ct,eff} \cdot \frac{(1 + \alpha_e \cdot \rho_{eff})}{\rho_{eff}} \quad (7.47)$$

Das in DIN 1045-1 angegebene Rechenverfahren zur direkten Bestimmung der Rissbreite ist identisch zu Gl. (7.45) bis auf den Unterschied, dass in DIN 1045-1 [10] bei der Ermittlung des Rissabstandes der Einzelrisse die Vereinfachung $1 + \alpha_e \cdot \rho_{eff} \approx 1$ vorgenommen wird.

Die Struktur der Gleichung zeigt deutlich die Abhängigkeit der Rissbreite von der Stahlspannung. Für den Einzelriss besteht ein quadratischer Zusammenhang der Rissbreite zur Stahlspannung. Nach dem Übergang in das abgeschlossene Rissbild ist diese Abhängigkeit nur noch linear (Bild 127).

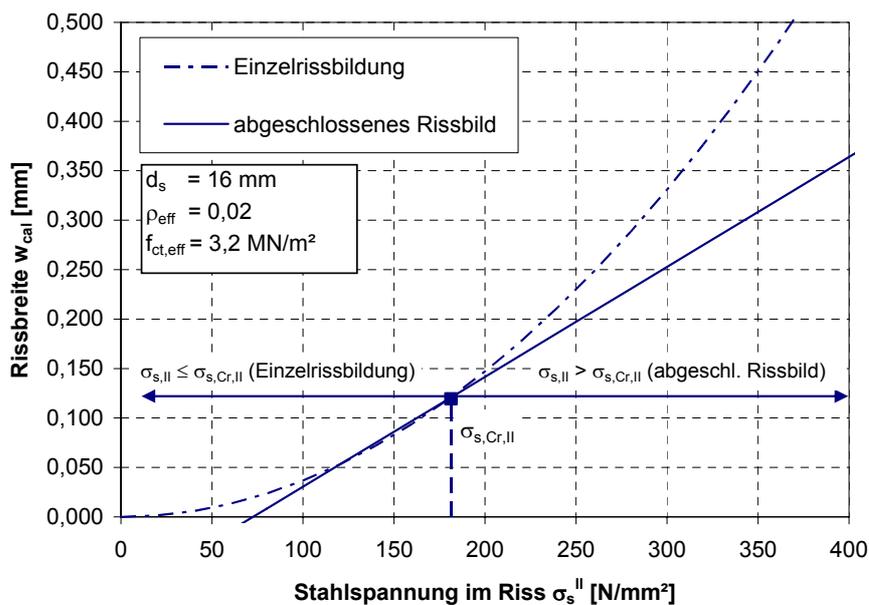


Bild 127 Zusammenhang zwischen Rissbreite und Stahlspannung

Der Einfluss des Bewehrungsdurchmessers und des effektiven Bewehrungsgrades auf die Rissbreite bei gleicher Stahlspannung geht aus Bild 128 hervor. Mit steigendem effektivem Bewehrungsgrad und kleinerem Durchmesser der Bewehrungsstäbe verringert sich die Rissbreite bei gleich bleibenden Stahlspannungen.

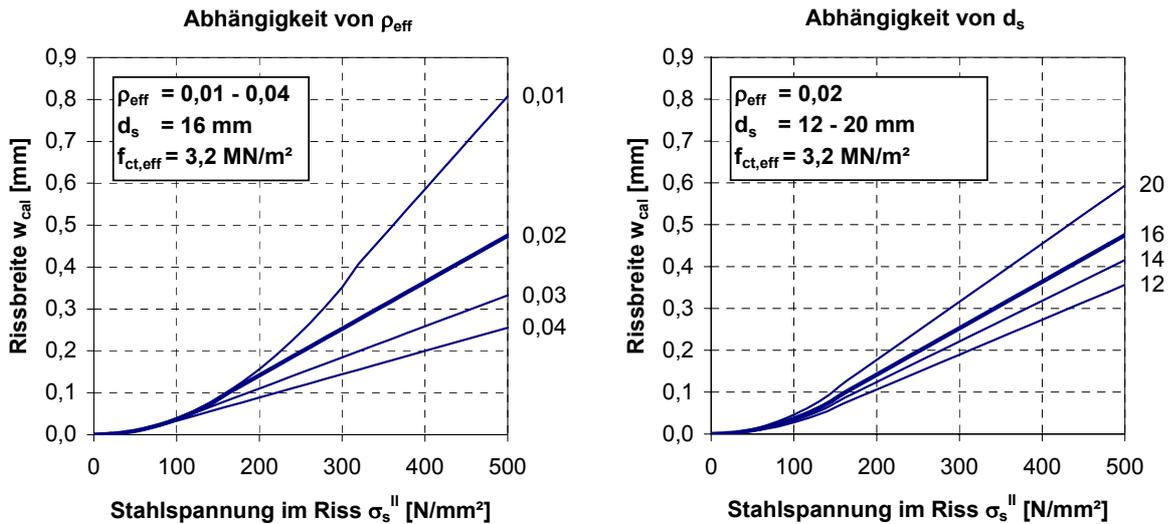


Bild 128 Abhängigkeit der Rissbreite vom Bewehrungsgrad ρ_{eff} und vom Durchmesser d_s

Mit den vorgestellten Rechengrundlagen kann an den untersuchten Modellträgern die Rissbreite an ausgewählten Querschnitten direkt berechnet werden. Hierzu werden im Rissquerschnitt mit den nichtlinear ermittelten Schnittgrößen die Stahlspannungen im reinen Zustand II bestimmt und aus diesen mit Gl. (7.45) direkt die Rissbreiten berechnet.

Zunächst wird die Rissbreite an dem Balken mit dem geringsten Bewehrungsgrad $\omega_{s1,s} = 0,05$ untersucht. Die Ermittlung der Rissbreite erfolgt beispielhaft an der Einspannstelle auf der Oberseite und in Feldmitte an der Unterseite zum einen für reine Lastbeanspruchung und zum anderen für eine gemischte Beanspruchung aus Last und Zwang. Hierbei ist der Zwang infolge einer ungünstig wirkenden Temperaturdifferenz von 10 K von Anfang an voll wirksam. Der Lastfaktor wird sukzessive von 0 auf 1,0 gesteigert. Der Lastfaktor von $\lambda = 1,0$ bedeutet hierbei, wie bei den vorangegangenen Untersuchungen, das Erreichen der Einwirkungskombination im GZT für die ständige und vorübergehende Bemessungssituation. Bei einem Lastfaktor von $\lambda \approx 0,5$ ist in etwa das Lastniveau der häufigen Einwirkungskombination erreicht, unter der i. d. R. der Rissbreitennachweis zu führen ist.

Bild 129 zeigt die Rissbreitenentwicklung an der Einspannstelle. Der mechanische Bewehrungsgrad liegt hier bei $\omega_{s1,s} = 0,05$. Für den geometrischen Bewehrungsgrad bezogen auf die effektive Randzone bedeutet dies $\rho_{\text{eff}} = 0,012$.

Bei einer reinen Laststeigerung wächst die rechnerische Rissbreite zunächst bis zu einem Lastfaktor $\lambda \approx 0,6$ von $w_{\text{cal}} = 0$ bis 0,3 parabelförmig an. Dieser Bereich entspricht der Phase der Einzelrissbildung. Der Übergang zum abgeschlossenen Rissbild wird durch das Erreichen des Rissmomentes M_{cr} und der zugehörigen Stahlspannung im reinen Zustand II $\sigma_{s,\text{Cr,II}}$ charakterisiert.

$$M_{\text{cr}} \approx f_{\text{ct,eff}} \cdot \frac{b \cdot h^2}{6} = 3,2 \cdot \frac{0,5 \cdot 1,0^2}{6} = 267 \text{ kNm}$$

$$\sigma_{s,\text{Cr,II}} \approx f_{\text{ct,eff}} \cdot \frac{(1 + \alpha_e \cdot \rho_{\text{eff}})}{\rho_{\text{eff}}} = 3,2 \cdot \frac{(1 + 6 \cdot 0,012)}{0,012} = 270 \text{ N/mm}^2$$

Nach dem Überschreiten des Rissmomentes nimmt bei weiterer Laststeigerung bis zum Lastfaktor $\lambda = 1,0$ die Rissbreite linear zu, sofern die Schnittgrößen linear-elastisch ermittelt wurden. Bei nichtlinearer Schnittgrößenermittlung ist nach Überschreiten des Rissmomentes der Effekt der Schnittgrößenumlagerung von der Stütze hin zum Feld auch in der Rissbreitenentwicklung abzulesen, da sich die für die Rissbreite maßgebenden Stahlspannungen proportional zum Biegemoment verhalten. Die Rissbreitenzunahme bleibt hinter der auf der Grundlage linear-elastischer Schnittgrößen zurück. Bei einem Lastfaktor von $\lambda = 1,0$ wird bei linear-elastischer Schnittgrößenermittlung eine rechnerische Rissbreite von $w_{\text{cal}} = 0,59$ mm erreicht, bei nichtlinearer Schnittgrößenermittlung aufgrund der Umlagerungsprozesse eine Rissbreite von $w_{\text{cal}} = 0,51$ mm.

Neben der Lastbeanspruchung wird zusätzlich eine Zwangbeanspruchung in Form einer Temperaturdifferenz von -10 K aufgebracht. Dies führt zu einer Vergrößerung der rechnerischen Rissbreite. Durch die Zwangbeanspruchung ist bereits bei $\lambda = 0$ eine rechnerische Rissbreite von $w_{\text{cal}} = 0,07$ mm vorhanden. Das Rissmoment und damit die Grenze der Einzelrissbildung wird bereits bei einem Lastfaktor von $\lambda = 0,35$ erreicht. Mit dem Überschreiten des Rissmomentes ist neben der bereits oben beschriebenen Umlagerung zusätzlich der Abbau der Zwangsschnittgröße durch fortschreitende Rissbildung zu verzeichnen. Die Rissbreitenkurven mit und ohne Temperaturdifferenz nähern sich mit zunehmender Laststeigerung an, bis sie bei einem Lastfaktor von $\lambda = 1,0$ fast zusammentreffen.

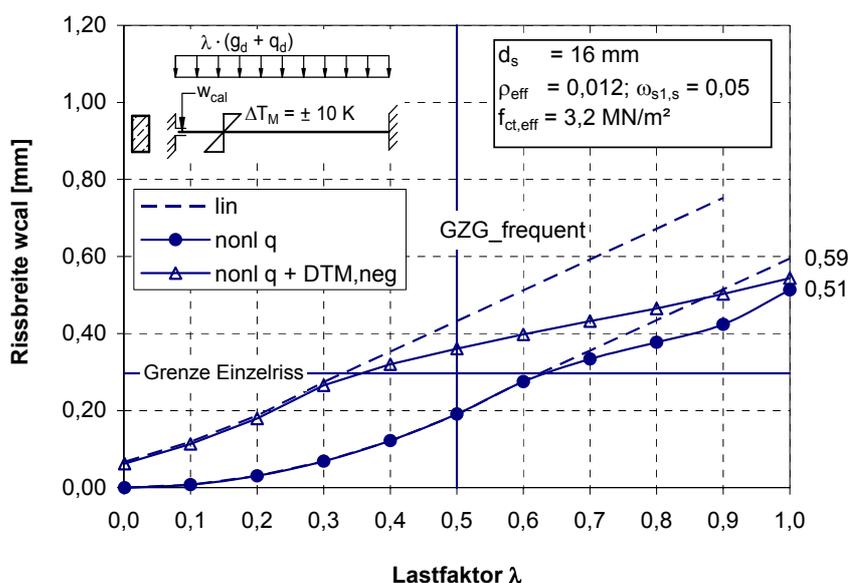


Bild 129 Entwicklung der Rissbreite an der Einspannstelle

Auf einem Lastniveau, das der häufigen Einwirkungskombination entspricht, liegt die Rissbreite bei reiner Lastbeanspruchung bei etwa 0,2 mm. Kommt eine Temperaturdifferenz von -10 K hinzu, vergrößert sich die Rissbreite um 0,16 mm auf 0,36 mm. Sie verdoppelt sich damit nahezu. Dies wäre unter Praxisbedingungen natürlich nicht tolerierbar. Die vorhandene Bewehrung reicht offensichtlich nicht aus, um die Rissbreite bei einer auftretenden Zwangeinwirkung auf ein akzeptables Maß zu begrenzen. Die große Zunahme der Rissbreite bei Aufbringen der zusätzlichen Zwangbeanspruchung hat ihre Ursache darin, dass der Nachweis der Rissbreite unter einer Lastbeanspruchung von $w_{\text{cal}} = 0,2$ mm für den

Stützquerschnitt gerade noch für ein Beanspruchungsniveau gelingt, welches noch unter der Risschnittgröße liegt.

$$M_{Ed, freq} = 220 \text{ kNm} < M_{cr} \approx 266 \text{ kNm} \quad M_{Ed, freq} \text{ hier ohne } \Delta T_M$$

Die eingebaute Bewehrung reicht also nicht aus, um die Risschnittgröße mit einer zulässigen Rissbreite von 0,2 mm aufzunehmen. Die erforderliche Mindestbewehrung zur Aufnahme der Risschnittgröße ergibt sich durch Umstellung von Gl. (7.47) nach ρ_{eff} .

$$w_{cal} = \frac{d_s \cdot f_{cteff}}{6E_s} \cdot \frac{(1 + \alpha_e \cdot \rho_{eff})}{\rho_{eff}^2} \quad (7.48)$$

$$\min \rho_{eff} = \frac{\alpha_e \cdot d_s \cdot f_{cteff}}{12 \cdot E_s \cdot w_{cal}} + \sqrt{\left(\frac{\alpha_e \cdot d_s \cdot f_{cteff}}{12 \cdot E_s \cdot w_{cal}} \right)^2 + \frac{d_s \cdot f_{cteff}}{6 \cdot E_s \cdot w_{cal}}} \quad (7.49)$$

$$\min \rho_{eff} = \frac{6,0 \cdot 16 \cdot 3,2}{12 \cdot 200000 \cdot 0,2} + \sqrt{\left(\frac{6,0 \cdot 16 \cdot 3,2}{12 \cdot 200000 \cdot 0,2} \right)^2 + \frac{16 \cdot 3,2}{6 \cdot 200000 \cdot 0,2}} = 0,0153$$

$$\begin{aligned} \min A_s &= \min \rho_{eff} \cdot A_{ceff} \\ &= \min \rho_{eff} \cdot b \cdot 2,5 \cdot d_1 = 0,0153 \cdot 50 \cdot 2,5 \cdot 7 = 13,40 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Zum Vergleich, die Mindestbewehrung nach DIN 1045-1 ergibt

$$\min A_s = k_c \cdot k \cdot f_{cteff} \cdot \frac{A_{ct}}{\sigma_s} \quad \text{mit} \quad \sigma_s = \sqrt{w_k \cdot \frac{3,6 \cdot 10^6}{d_s^*}} \quad (7.50)$$

$$\min A_s = 0,4 \cdot 0,80 \cdot 3,2 \cdot \frac{0,5 \cdot 0,5}{220} = 11,6 \text{ cm}^2$$

Für den Feldquerschnitt zeigt sich der für den Stützbereich ausführlich beschriebene Einfluss noch deutlicher. Bild 130 enthält die Entwicklung der Rissbreite in Feldmitte. Bei Steigerung der reinen Lastbeanspruchung bis $\lambda = 0,9$ wächst die Rissbreite quadratisch auf ca. 0,7 mm an. Die Abweichungen von der linearen Rechnung ab dem Lastfaktor $\lambda = 0,6$ ergeben sich aus der Schnittgrößenumlagerung infolge Aufreißen des Stützbereiches. Die Schnittgrößen im Feld wachsen also schneller an, als nach linear-elastischer Rechnung. Eine zusätzliche Zwangbeanspruchung in Form einer Temperaturdifferenz von +10 K verursacht bereits bei $\lambda = 0$ eine rechnerische Rissbreite von $w_{cal} = 0,20$ mm. Das Rissmoment und damit die Grenze der Einzelrissbildung werden bei einem Lastfaktor von $\lambda = 0,5$ erreicht. Hier beträgt die rechnerische Rissbreite bereits 0,65 mm. Mit dem Überschreiten des Rissmomentes auch im Feld, erfolgt die Umlagerung der Lastschnittgröße wieder zurück zur Stütze sowie der Abbau der Zwangschnittgröße durch fortschreitende Rissbildung. Die Rissbreitenkurven mit und ohne Temperaturdifferenz nähern sich mit zunehmender Laststeigerung an, bis sie bei einem Lastfaktor von $\lambda = 1,0$ fast zusammentreffen.

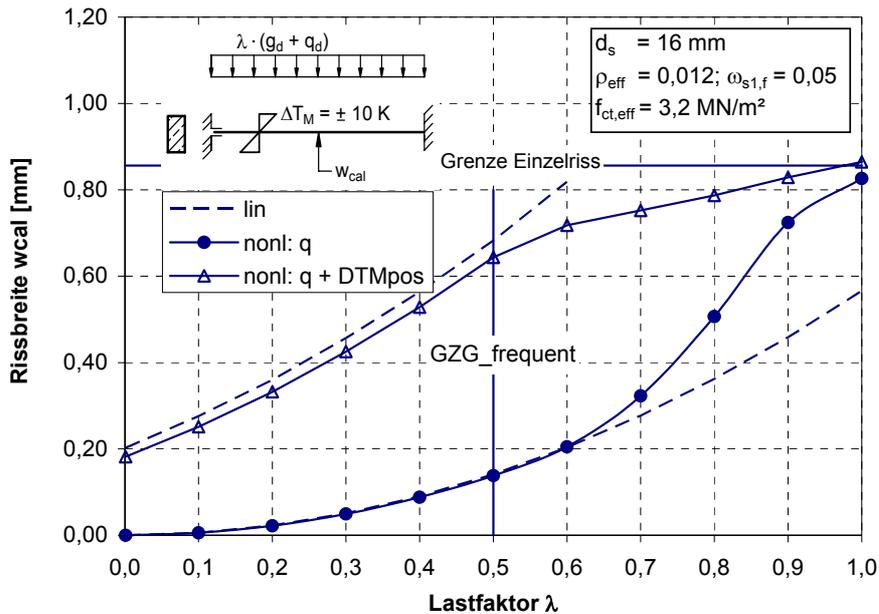


Bild 130 Entwicklung der Rissbreite in Feldmitte

Bei einem Lastniveau, das der häufigen Einwirkungskombination entspricht, liegt die Rissbreite bei reiner Lastbeanspruchung bei ca. 0,14 mm. Kommt eine Temperaturdifferenz von +10 K hinzu, vergrößert sich die Rissbreite deutlich um 0,5 mm auf 0,64 mm.

Die erforderliche Mindestbewehrung zur Aufnahme der Risschnittgröße im Feld ist in diesem Fall identisch mit der Mindestbewehrung im Stützbereich, wenn eine gleiche Durchmesserwahl unterstellt wird.

Mit den ermittelten Mindestbewehrungsquerschnitten wird die nichtlineare Berechnung und Rissbreitenbestimmung unter Berücksichtigung des möglichen Lastanstieges wiederholt. Die Ergebnisse sind in Bild 131 für den Stützquerschnitt und Bild 132 in Feldmitte dargestellt. Es wird deutlich, dass durch die Anordnung einer ausreichenden Mindestbewehrung die Rissbreiten sowohl im Feld als auch über Stütze deutlich reduziert werden. Über der Stütze überschreitet die rechnerische Rissbreite w_{cal} mit 0,27 mm die zulässige von 0,2 mm nur geringfügig bei einer Temperatureinwirkung von -10 K. Der nach Norm zu berücksichtigende häufige Wert der Temperatureinwirkung liegt bei $\Delta T_{M, \text{freq}} = 4$ K.

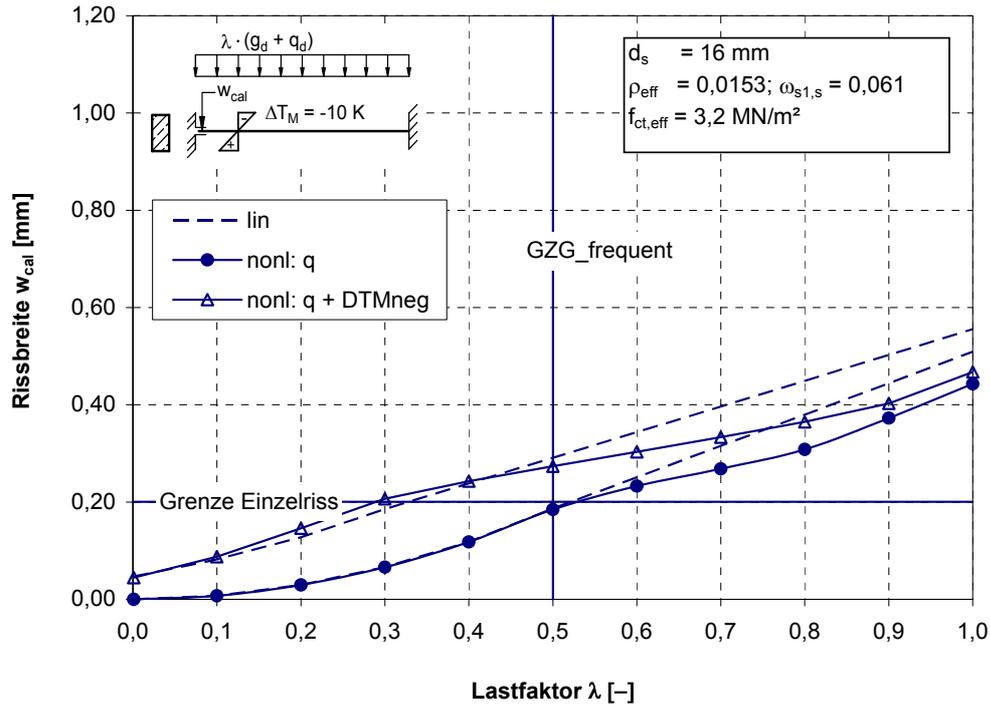


Bild 131 Entwicklung der Rissbreite an der Einspannstelle

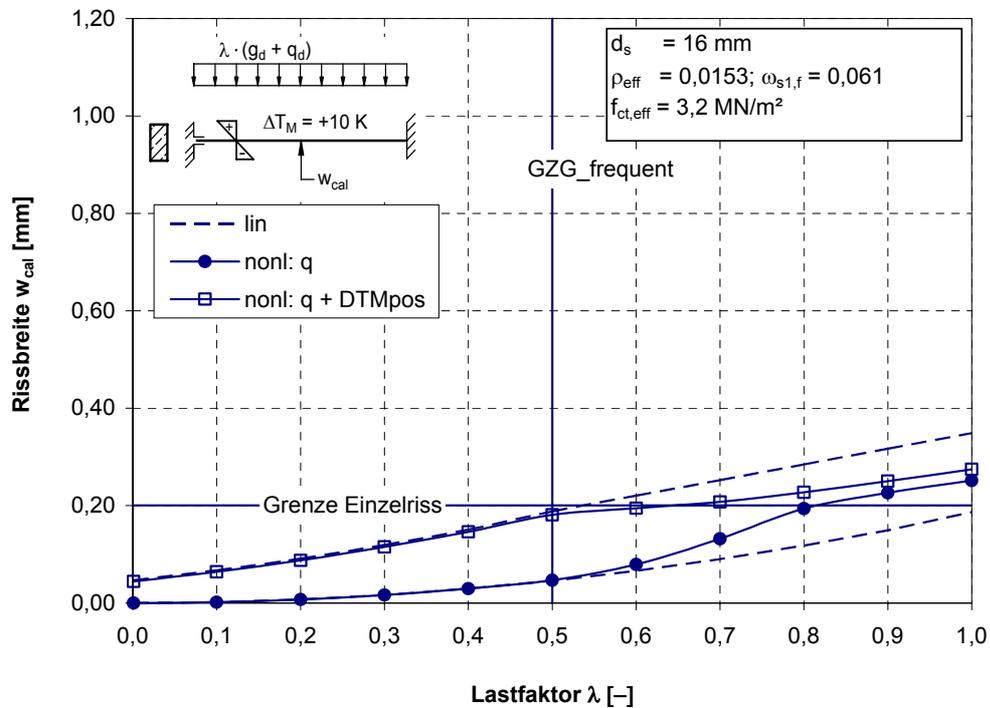


Bild 132 Entwicklung der Rissbreite in Feldmitte

Die bisherigen Untersuchungen zeigen, dass die Differenzen der Rissbreiten infolge einer alleinigen Lastbeanspruchung und der Rissbreiten infolge einer kombinierten Last-Zwangsbeanspruchung mit konstanter Zwangeinwirkung bei Laststeigerung abnehmen, sobald das Rissmoment überschritten wird. Wie sich die Rissbreite bei einer konstanten Lasteinwirkung und alleiniger Steigerung der Zwangeinwirkung verhält, wird im Folgenden an der Einspannstelle des Trägers mit eingebauter Mindestbewehrung untersucht. Dies ist deshalb von besonderem Interesse, da der Übergang vom ungerissenen Zustand (Einzelrissbildung) in den gerissenen Zustand (abgeschlossenes Rissbild) von einer Laststufe $\lambda = 0,5$ aus durch eine alleinige Temperatursteigerung um -10 K vollzogen wird (siehe Bild 131).

Die Entwicklung der Rissbreite infolge einer alleinigen Temperaturdifferenz von ± 10 K bei konstantem Lastfaktor $\lambda = 0,5$ ist in Bild 133 dargestellt. Durch die reine Lastbeanspruchung $q_{\text{Ed,freq}} = 0,5 \cdot (g_d + q_d)$ wird in etwa die Risschnittgröße $M_{\text{cr}} = 265$ kNm erreicht. Die hier ermittelte Rissbreite liegt bei $0,18$ mm. Mit ansteigender Temperaturdifferenz wächst die rechnerische Rissbreite bei nichtlinearer Berechnung auf $0,27$ mm also um $0,09$ mm. Bei linear elastischer Berechnung wächst die rechnerische Rissbreite dagegen auf $0,35$ mm. Durch die einsetzende Rissbildung und Umlagerung nimmt der Einfluss der Zwangeinwirkung auf die rechnerische Rissbreite ab.

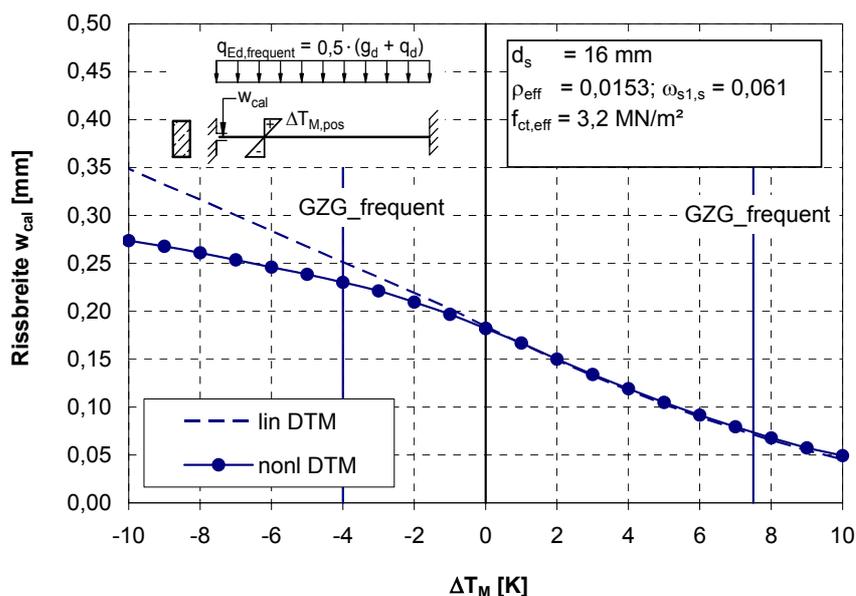


Bild 133 Entwicklung der Rissbreite an der Einspannstelle

Bei den durchgeführten Berechnungen bleibt der Einfluss des einzelnen Risses auf die Zwangsschnittgröße unberücksichtigt, da bei den nichtlinearen Rechnungen das Modell der verschmierten Rissbildung verwendet wird. Selbst wenn an beiden Einspannstellen das Rissmoment gerade überschritten wird und sich in der Realität jeweils 1 Riss mit einer Rissbreite von jeweils $0,2$ mm an jeder Einspannstelle bildet, hat dies im verwendeten Rechenmodell mit *verschmierter Rissbildung* auf die Zwangsschnittgröße keinen nennenswerten Einfluss, da die Steifigkeit nur auf einer nahezu infinitesimalen Balkenlänge von der Steifigkeit im Zustand I auf die mittlere Steifigkeit im Zustand II absinkt. Die integrale Steifigkeit bleibt annähernd konstant. Sie nimmt erst nennenswert ab, wenn größere Bereiche des Balkens das Rissmoment überschreiten. Dass jedoch bereits wenige Risse die Zwangsschnittgröße

beeinflussen, soll die folgende alternative Betrachtungsweise anhand eines Modells mit *diskreten Rissen* zeigen.

Unter der häufigen Einwirkungskombination herrscht an der Einspannstelle ein Moment von $M_{s, \text{freq}} = -265 \text{ kNm}$. Dies entspricht in etwa dem Rissmoment $M_{\text{cr}} = 267 \text{ kNm}$. Das Bauteil steht an der Einspannstelle unmittelbar vor der Rissbildung. Wird zusätzlich eine von $\Delta T_M = 0$ bis -10 K langsam ansteigende Temperaturdifferenz auf den Balken aufgebracht, entsteht zunächst an der Einspannstelle $x = 0$ ein Riss. Da sich der nächste Riss erst im Abstand von $s_{r, \text{max}}$ vom ersten Riss bilden kann, baut sich durch den Anstieg der Temperaturdifferenz ein Zwangmoment auf, bis an der Stelle $x = 0 + s_{r, \text{max}}$ ebenfalls das Rissmoment erreicht ist und sich der nächste Riss bilden kann. Die zu dem beschriebenen Szenario gültige Verträglichkeitsbedingung lautet:

$$\delta_{\Delta T} + \delta_{M, \text{Zwang}} + n \cdot \delta_w = 0. \quad (7.51)$$

dabei ist:

$\delta_{\Delta T}$	Verformungsanteil an der Einspannstelle infolge einer unbehinderten Temperaturkrümmung
$\delta_{M, \text{zwang}}$	Verformungsanteil infolge eines sich aufbauenden Zwangmomentes
$n \cdot \delta_w$	Verformungsanteil an der Einspannstelle aus n Rissen mit einer Rissbreite w_{cal}

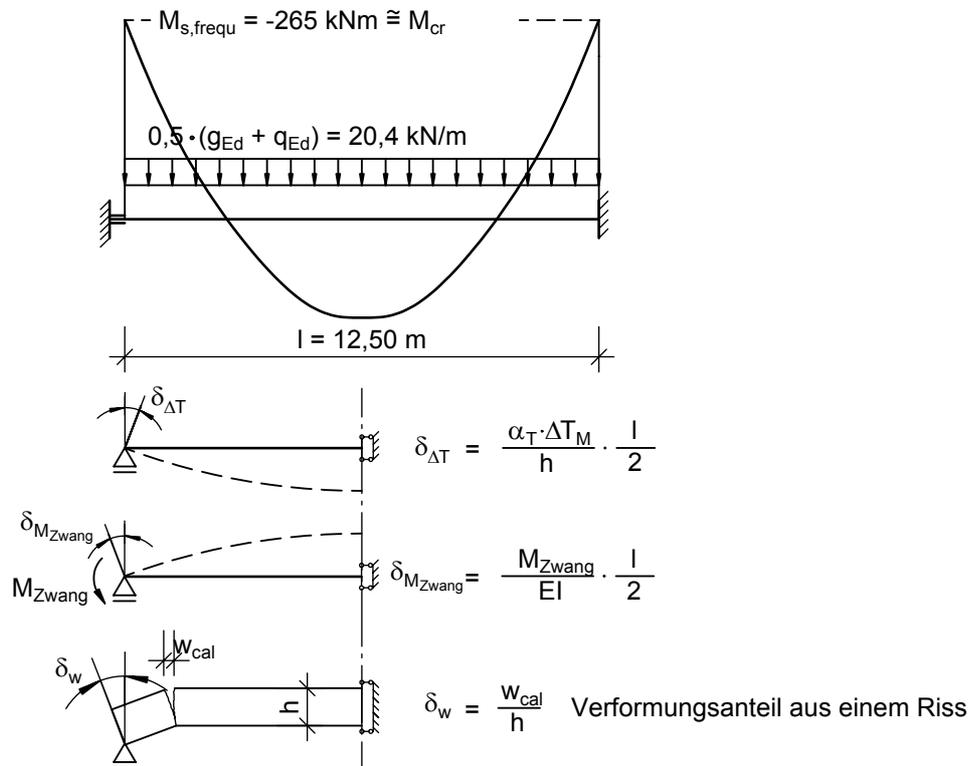


Bild 134 Verformungsanteile zur Herstellung der Verformungskompatibilität

Die Verformungsanteile aus dem Zwang und den Rissen wirken naturgemäß dem Verformungsanteil aus der Temperaturdifferenz entgegen und haben somit zwangsläufig ein umkehrtes Vorzeichen.

$$\delta_{\Delta T} = \frac{\alpha_T \cdot \Delta T_M}{h} \cdot \frac{l}{2} = \frac{1,0 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \cdot 10 \text{ K}}{1,0 \text{ m}} \cdot 6,25 \text{ m} = 6,25 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$$

$$\delta_{M_{Zwang}} = \frac{M_{Zwang}}{EI} \cdot \frac{l}{2} = \frac{0,305 - 0,265}{1312} \cdot 6,25 \text{ m} = -1,9 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$$

$$\delta_w = \frac{w_{cal}}{h} = \frac{0,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{1,0 \text{ m}} = -2,0 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$$

$$n = \frac{\delta_{\Delta T} + M_{Zwang}}{\delta_w} = \frac{6,25 - 1,9}{2,0} \approx 2$$

Bereits 2 Risse im Einspannbereich reichen aus, um die Verformungskompatibilität für eine Temperaturdifferenz von -10 K herzustellen. Das Einspannmoment steigt dabei infolge des sich aufbauenden Temperaturzwanges von -265 kNm auf -305 kNm um 15% an (Bild 135). An der Einspannstelle wird mit der ermittelten Mindestbewehrung von 13,40 cm² (min $\rho_{eff} = 0,0153$, $\omega_{s1,s} = 0,061$) für die reine Lastschnittgröße die Rissbreite auf 0,18 mm begrenzt (Bild 133). Die zugehörige Stahlspannung beträgt 220 N/mm². Infolge der Temperaturdifferenz von $\Delta T_M = -10 \text{ K}$ steigt die Stahlspannung wegen des annähernd linearen Zusammenhangs zwischen Moment und Stahlspannung ebenfalls um 15% also auf 253 N/mm² an. Mit dieser Stahlspannung ergibt sich nach Gleichung (7.45) eine Rissbreite von 0,23 mm. Der zugehörige maximale Rissabstand beträgt in diesem Beispiel 290 mm.

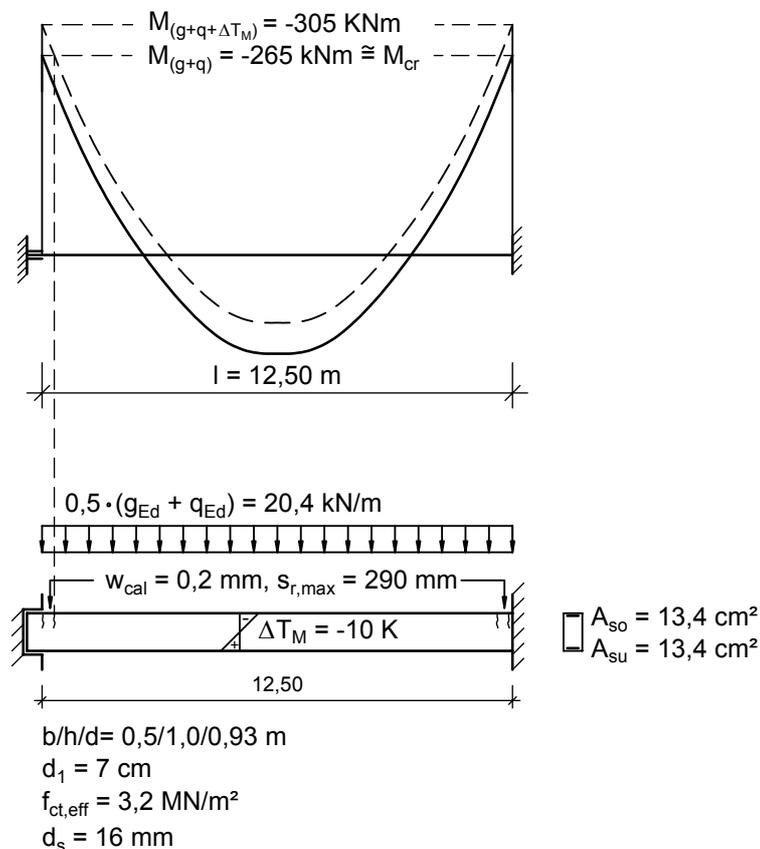


Bild 135 Rissbild und Momentenverlauf bei gegebener Belastung und eingebauter Mindestbewehrung min ρ_{eff}

Diese Betrachtungsweise ist von der Bauteilhöhe nahezu unabhängig, da h sowohl in den Verformungsanteil der unbehinderten Temperaturkrümmung $\delta_{\Delta T}$ als auch in den Verformungsanteil infolge Rissbildung $n \cdot \delta_w$ eingeht. Wird der Verformungsanteil des sich aufbauenden Zwangmomentes vernachlässigt, ergibt sich die Anzahl der erforderlichen Risse an der Einspannstelle zu

$$\delta_{\Delta T} = n \cdot \delta_w \tag{7.52}$$

$$n = \frac{\alpha_T \cdot \Delta T_M}{w_{cal}} \cdot \frac{l}{2} \tag{7.53}$$

An der Einspannstelle beträgt die erforderliche Rissanzahl bei einer auszugleichenden Temperaturdifferenz $\Delta T_M = 10 \text{ K}$ und einer zulässigen Rissbreite von $w_{cal} = 0,2 \text{ mm}$ etwa:

$$n = \frac{1,0 \cdot 10^{-5} \text{ 1/K} \cdot 10 \text{ K}}{0,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}} \cdot \frac{l [\text{m}]}{2} = \frac{l}{4} \quad (l \text{ in m einsetzen})$$

Mit zunehmendem Bewehrungsgrad nimmt der Einfluss einer zusätzlichen Zwangbeanspruchung auf die Rissbreite ab (Bild 136). Durch einen höheren Bewehrungsgrad kann das Bauteil eine größere äußere Belastung aufnehmen. Das Rissmoment bleibt jedoch nahezu unverändert. Somit sind unter Gebrauchslasten zunehmend größere Bereiche des Bauteils gerissen. Die Zwangbeanspruchung wird dadurch mehr und mehr abgebaut. Der für die Rissbreitenzunahme entscheidende Dehnungs- und Spannungszuwachs in der Bewehrung bei Auftreten einer Zwangbeanspruchung verringert sich mit steigendem Bewehrungsgrad deutlich (Tabelle 14).

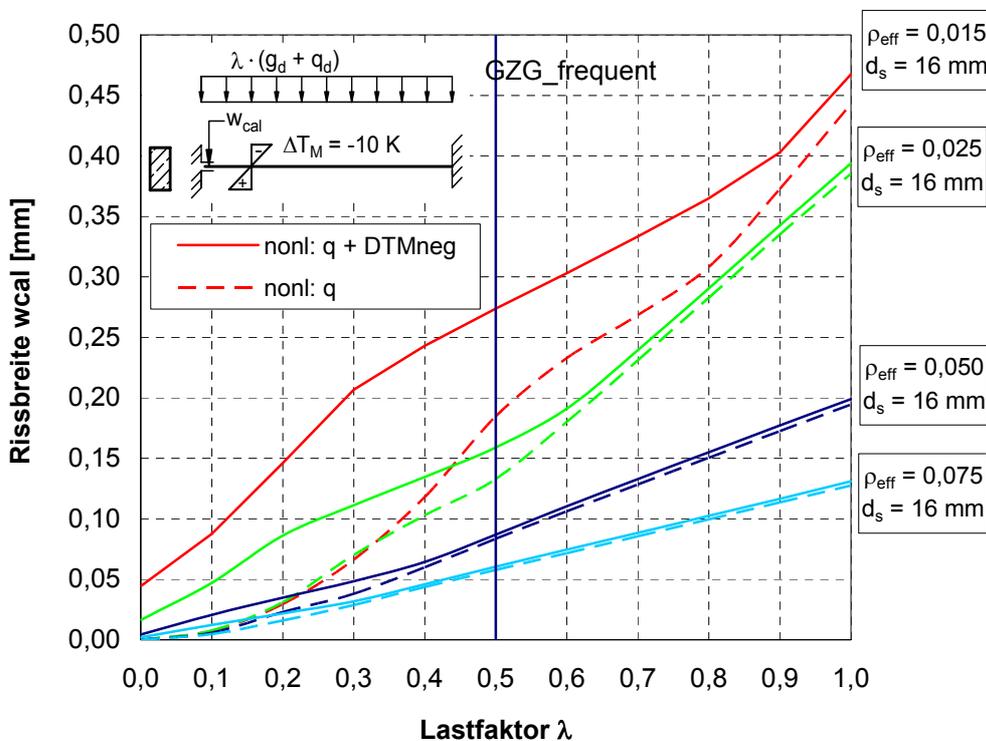


Bild 136 Zunahme der Rissbreite infolge einer Temperaturdifferenz von 10 K in Abhängigkeit von der Belastung und vom Bewehrungsgrad ρ_{eff} .

Tabelle 14 Zunahme der Rissbreite an der Einspannstelle infolge einer Temperaturdifferenz von 10 K bei einem Lastfaktor $\lambda = 0,5$

Bewehrungsgrad ρ_{eff} [%]	Rissbreite w_{cal} [mm]			Dehnungszuwachs im Stahl $\epsilon_{s1,II}$ [%]
	$q_{\text{Ed,freq}}$	$q_{\text{Ed,freq}} + \Delta T_M$	Zunahme	
1,2 ¹⁾	0,19	0,36	0,17	0,45
1,5 ²⁾	0,18	0,27	0,09	0,30
1,5 ³⁾	0,18	0,23	0,045	0,16
2,5	0,13	0,16	0,03	0,15
5,0	0,083	0,087	0,004	0,04
7,5	0,058	0,060	0,002	0,04

- 1) siehe Bild 129
 2) nichtlineare Berechnung mit verschmierter Rissbildung
 3) Modell mit diskreten Rissen

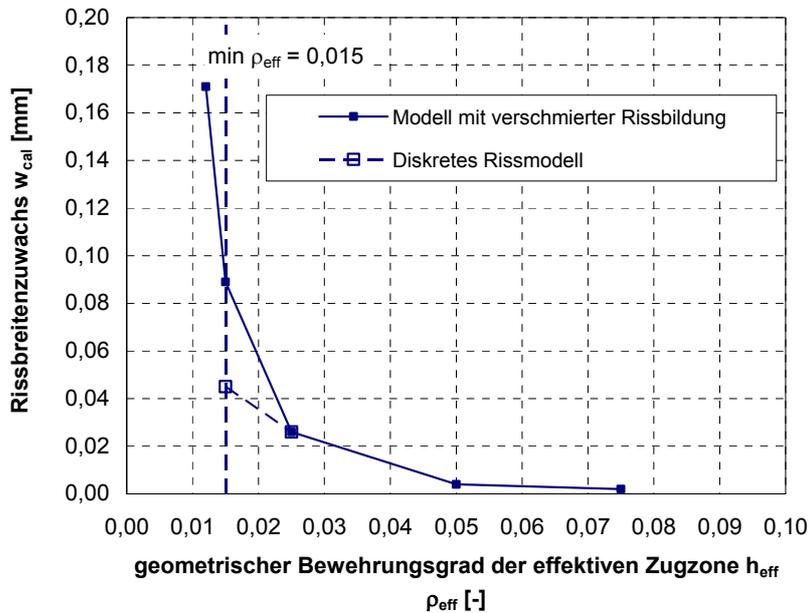


Bild 137 Rissbreitenzuwachs infolge einer zusätzlich aufgetragenen Temperaturdifferenz von 10 K auf dem Niveau der häufigen Kombination $q_{\text{Ed,freq}}$ in Abhängigkeit vom Bewehrungsgrad ρ_{eff} .

Zusammenfassung

Bei Bauteilen mit sehr geringen statisch erforderlichen Bewehrungsgraden unterhalb der Mindestbewehrung zur Beschränkung der Rissbreite ist ein deutlicher Einfluss der Zwangeinwirkung auf die Rissbreite zu verzeichnen. Aufgrund der hohen entstehenden Stahlspannungen bei Aufreißen des Querschnittes ist keine gesteuerte Rissbildung möglich. Diese Fälle sind durch Anordnung einer ausreichenden Mindestbewehrung auszuschließen [43], [47].

Bei gering beanspruchten Bauteilen liegt das Lastniveau des Gebrauchszustandes im Bereich der beginnenden Rissbildung. Die genaue Größe der tatsächlichen Zwangbeanspruchung ist daher mit dem Rechenmodell der verschmierten Rissbildung nicht exakt bestimmbar. Dies bedeutet jedoch nicht, dass die Zwangskraft bei den Nachweisen im GZG in voller Größe berücksichtigt werden muss, sondern lediglich dass die Rissbildung auf Bauteilebene noch nicht abgeschlossen ist. Das Bauteil kann die Verformungskompatibilität für die Zwangeinwirkung durch eine fortschreitende Rissbildung herstellen. Eine rein geometrische Betrachtungsweise liefert hier anschauliche Ergebnisse. Eine Bestimmung der erforderlichen Rissanzahl zur Herstellung der Verformungskompatibilität hat gezeigt, dass nur wenige Risse nötig sind, um die Zwängungen auszugleichen. Wichtig ist jedoch, dass die Rissbreiten, der zur Herstellung der Verformungskompatibilität „notwendigen Risse“, durch eine ausreichende Mindestbewehrung begrenzt werden [42].

Mit steigendem Bewehrungsgrad nimmt der Einfluss einer zusätzlichen Zwangeinwirkung auf die Rissbreite deutlich ab, da die Rissbildung allein aus der äußeren Belastung bereits zu einer deutlichen Abnahme der Zwangschnittgrößen führt. Die Zusatzdehnungen und –spannungen im Stahl, die durch die Zwängungen verursacht werden, sind nur noch gering. Der Nachweis der Rissbreite muss in diesen Fällen mit der Stahlspannung σ_s im Zustand II, die sich aus den Schnittgrößen aus den äußeren Lasten der maßgebenden Einwirkungskombination im Querschnitt ergibt, geführt werden.

8 Untersuchungen an Betonbrücken

8.1 Stahlbetonrahmen

8.1.1 Allgemeines

System und Belastung

Das nachfolgend untersuchte Tragwerk steht stellvertretend für die in der Praxis relativ häufig vorkommenden fugen- und lagerlosen Stahlbetonrahmenbrücken. Der Überbau besteht aus einem Vollplattenquerschnitt mit angeformten Kragarmen. Die Widerlagerwände sind biegesteif mit dem Überbau verbunden. Die Spannweite beträgt ca. 20 m. Damit fällt das Bauwerk in die Gruppe von kleinen Rahmenbauwerken, bei denen nach der alten Bemessungsnorm für Betonbrücken DIN 1075 [14] in Verbindung mit ARS 10/89 [2] die Zwangsschnittgrößen bei der Bemessung gerade noch nicht berücksichtigt werden mussten.

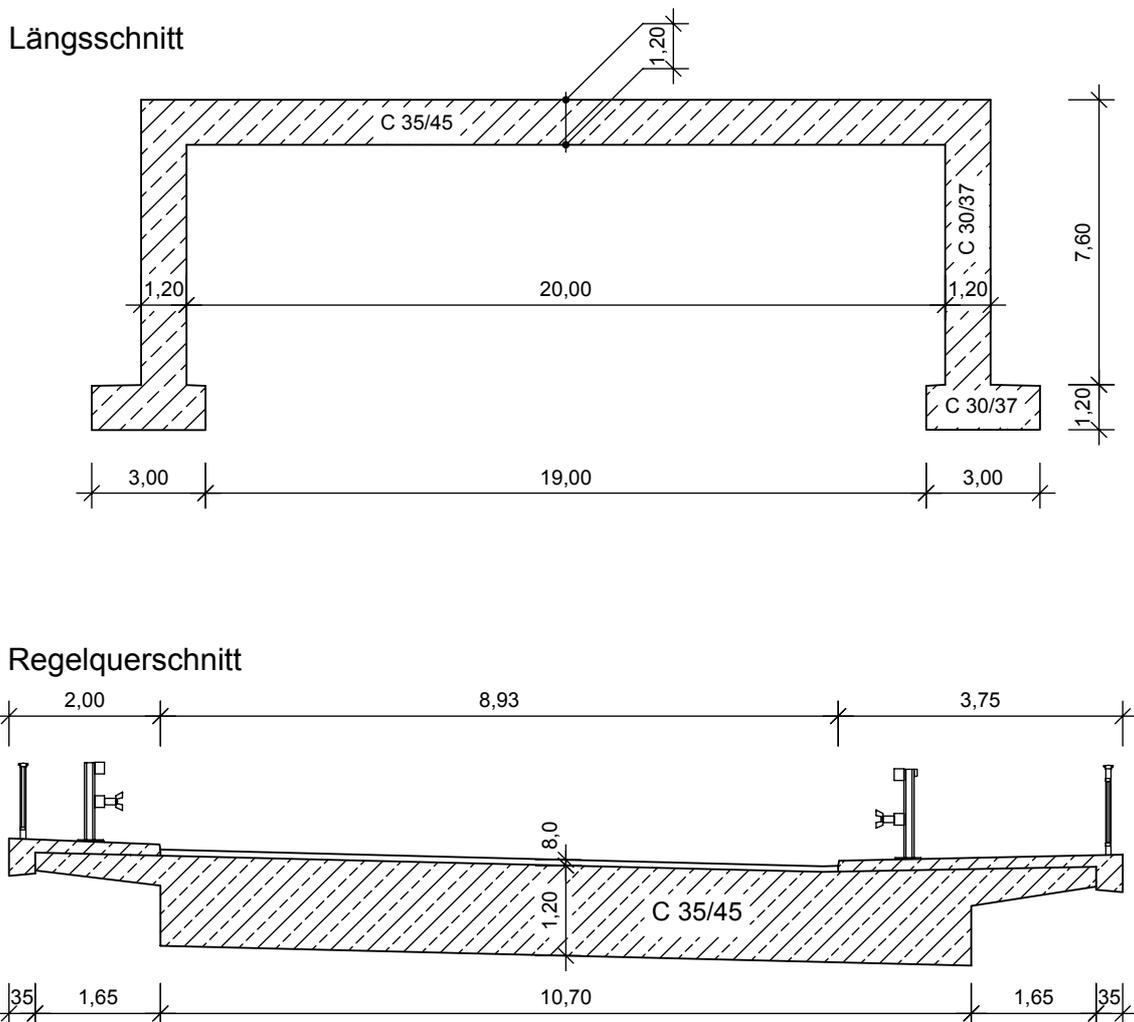


Bild 138 Längs- und Querschnitt der untersuchten Rahmenbrücke

Baustoffe

Überbau:	Beton:	C35/45
	Betonstahl:	BSt 500S
Widerlager:	Beton:	C30/37
	Betonstahl:	BSt 500S

Einwirkungen

Die vertikalen Verkehrslasten entsprechen dem Verkehrslastmodell 1 nach DIN-Fb 101.

Der wirksame Erddruck ist bei Rahmenbauwerken temperaturabhängig, da die Längenänderung des Überbaus infolge ΔT_N über die Rahmenwände an die Hinterfüllung weitergegeben wird. Ausgehend vom Erdruhedruck E_0 bei einer Ausgangstemperatur von 10°C kann der Erddruck bei Verkürzung auf den aktiven Erddruck E_a absinken (Winterstellung) und bei Verlängerung über den Erdruhedruck hinaus bis auf den Mobilisierungserddruck E_{mob} anwachsen (Sommerstellung) [55].

Der Einfluss einer zyklischen Verdichtungswirkung infolge mehrjähriger Temperaturwechsel auf die Größe des Mobilisierungserddruckes ist bei Rahmen kurzer Spannweite bis 20 m gering und damit vernachlässigbar [56].

Für den Rahmen wurden die Erddruckverläufe nach Bild 139 angesetzt.

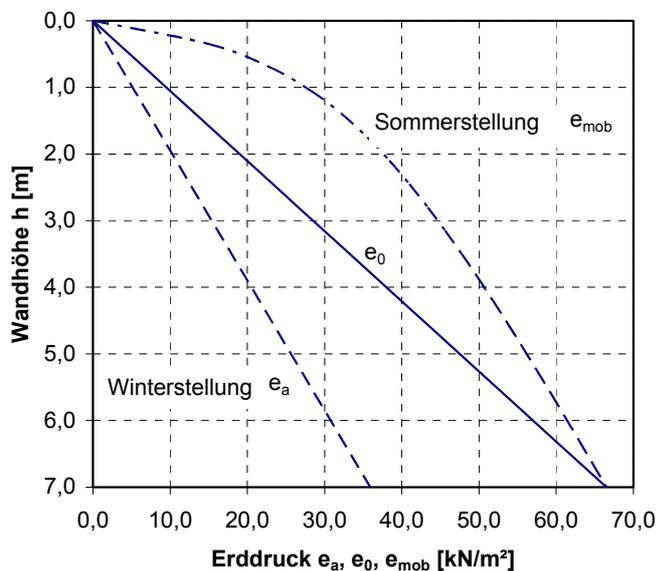


Bild 139 Angenommener Erddruckverlauf bei Erwärmung bzw. Abkühlung des Tragwerkes

Die Temperatureinwirkungen für den Überbau wurden ebenfalls nach DIN-Fachbericht 101 angesetzt:

pos $\Delta T_{M,k} = + 12,3 \text{ K}$	(oben wärmer)	mit $k_{sur} = 0,82$
neg $\Delta T_{M,k} = -8,0 \text{ K}$	(unten wärmer)	mit $k_{sur} = 1,00$
pos $\Delta T_{N,k} = +27 \text{ K}$	(Sommer)	
neg $\Delta T_{N,k} = -27 \text{ K}$	(Winter)	

Auf eine nach DIN-FB 101 zulässige Abminderung bei Überlagerung der beiden Temperatureinflüsse ΔT_M und ΔT_N wurde im Beispiel vereinfachend verzichtet.

8.1.2 Untersuchungen am Bezugssystem

Regelbemessung nach DIN Fachbericht 102 – mit ΔT_N und ΔT_M

Die Schnittgrößenermittlung wurde zunächst linear-elastisch durchgeführt. Die Regelbemessung erfolgte auf der Grundlage des DIN-FB 102.

Im Grenzzustand der Tragfähigkeit wurden die Schnittgrößen infolge der Temperatureinwirkungen ΔT_M und ΔT_N mit dem Faktor $\eta = 0,6$ abgemindert. Im Rahmen der Regelbemessung wurden folgende Bemessungskombinationen untersucht.

$$\text{GZT: } E_d = \gamma_G \sum G_k + \gamma_Q \cdot (Q_{k,TS} + Q_{k,UDL}) + \psi_0 \cdot \gamma_Q \cdot \eta \cdot (\Delta T_{Nk} + \Delta T_{Mk}) \quad (8.1)$$

$$\text{GZG: } E_{d,freq} = \sum G_k + \psi_1 \cdot Q_{k,TS} + \psi_1 \cdot Q_{k,UDL} + \psi_2 \cdot (\Delta T_{Nk} + \Delta T_{Mk}) \quad (8.2)$$

Bei der Bemessung waren die Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit zur Begrenzung der Rissbreite maßgebend. Die erforderliche bzw. konstruktiv gewählte Bewehrung ist in Bild 140 dargestellt.

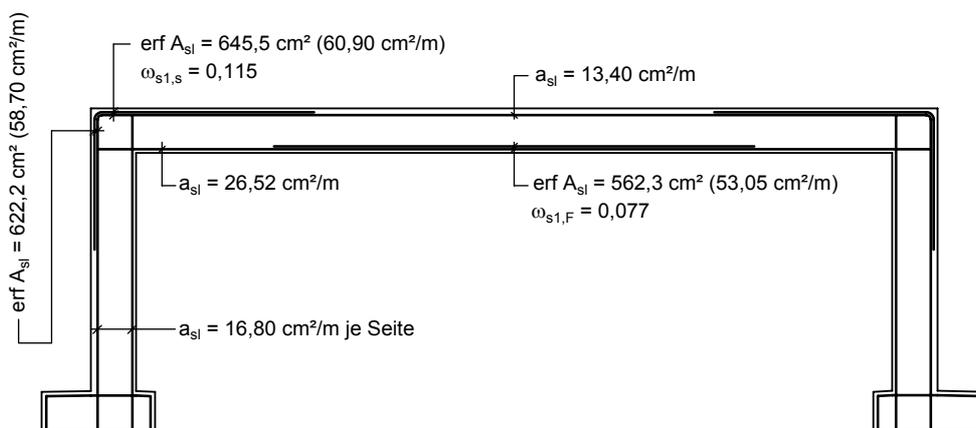


Bild 140 Erforderliche Bewehrungsmengen bei Bemessung nach DIN-FB 102 mit $\Delta T_N + \Delta T_M$

Nichtlineare Schnittgrößenermittlung

Die nichtlinearen Berechnungen erfolgen nach den Grundsätzen für nichtlineare Verfahren zur Ermittlung der Schnittgrößen nach DIN 1045-1 [10] in Verbindung mit dem DAfStb Heft 525 [8] bzw. DIN-Fachbericht 102 [16]. Dabei werden unter Ansatz konstant gehaltener Temperatureinwirkungen $\Delta T_{M,d}$ und $\Delta T_{N,d}$ die mit Teilsicherheitsbeiwerten vergrößerten ständigen und veränderlichen Lasteinwirkungen inkrementell mit dem Lastfaktor λ gesteigert:

$$F = \lambda \cdot (\gamma_G \cdot G_k + \gamma_Q \cdot Q_k) = \lambda \cdot F_d \quad (8.3)$$

Die Systemtraglast, die rechnerisch zum Versagen führt, ergibt sich damit zu:

$$F_u = \lambda_u \cdot (\gamma_G \cdot G_k + \gamma_Q \cdot Q_k) \quad (8.4)$$

Versagen ist rechnerisch gegeben, wenn im kritischen Querschnitt entweder im Beton oder in der Bewehrung die Grenzdehnung erreicht wird:

$$\begin{aligned} \varepsilon_c = \varepsilon_{c1u} \quad \text{und/ oder} \quad \varepsilon_s = \varepsilon_{su} \\ \text{bzw.} \quad \varepsilon_{sm} = \varepsilon_{smu} \quad (\text{bei modifizierter Stahlkennlinie}) \end{aligned}$$

Um das normgemäße Sicherheitsniveau bei nichtlinearer Schnittgrößenermittlung zu erfüllen, muss die Systemtraglast F_u , die zum Versagen führt, mindestens den γ_R -fachen Bemessungswert der Belastung F_d erreichen:

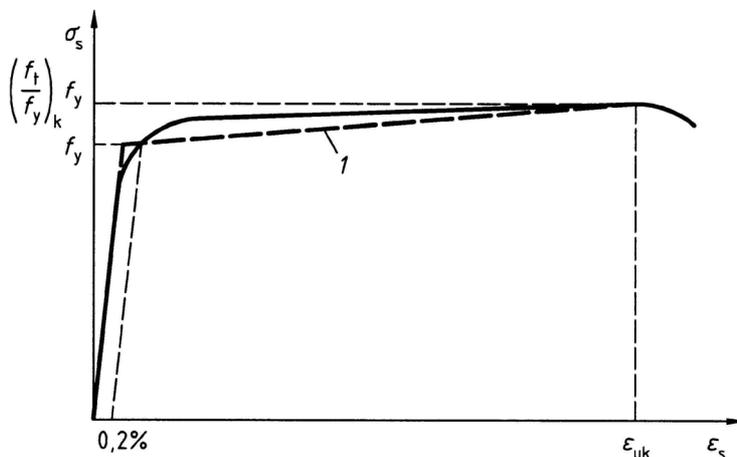
$$\gamma_R \cdot F_d = \gamma_R \cdot (\gamma_G \cdot G_k + \gamma_Q \cdot Q_k) \leq R(f_{cR}; f_{yR}; f_{tR}) \quad (8.5)$$

$$\text{mit } \gamma_R = 1,30; F_d = \gamma_G \cdot G_k + \gamma_Q \cdot Q_k$$

$$F_u \geq \lambda_u \cdot F_d \quad \text{mit} \quad \lambda_u \geq \gamma_R = 1,3 \quad (8.6)$$

Rechenannahmen

In den Berechnungen werden die Spannungs-Dehnungslinien nach DIN-FB 102 für die nichtlineare Schnittgrößenermittlung verwendet.



BSt 500S (hohe Duktilität)

$$E_s = 200.000 \text{ MN/m}^2$$

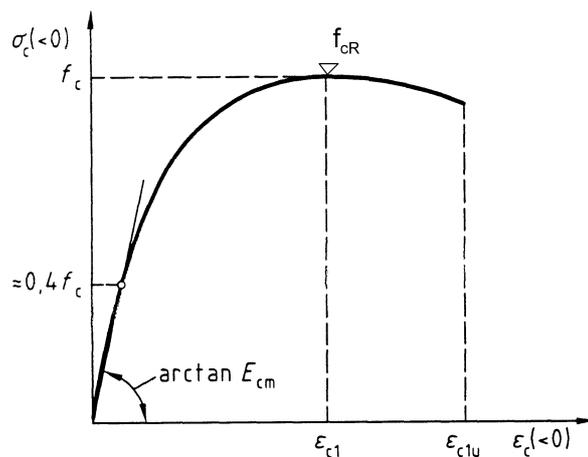
$$\varepsilon_{sy} = 2,75 \text{ ‰}$$

$$\varepsilon_{su} = 50 \text{ ‰}$$

$$f_{yR} = 550 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{tR} = 1,08 \cdot 550 = 594 \text{ N/mm}^2$$

Bild 141: Spannungs-Dehnungslinie des Betonstahls für die nichtlineare Schnittgrößenermittlung

**C 35/45**

$$E_{c0m} = 33.300 \text{ MN/m}^2$$

$$f_{ctm} = 3,2 \text{ MN/m}^2$$

$$k = 3,16$$

$$\epsilon_{c1} = 2,4 \text{ ‰}$$

$$\epsilon_{c1u} = 3,5 \text{ ‰}$$

$$f_{cR} = 25,3 \text{ MN/m}^2$$

C 30/37

$$E_{c0m} = 31.900 \text{ MN/m}^2$$

$$f_{ctm} = 3,0 \text{ MN/m}^2$$

$$k = 3,39$$

$$\epsilon_{c1} = 2,3 \text{ ‰}$$

$$\epsilon_{c1u} = 3,5 \text{ ‰}$$

$$f_{cR} = 21,67 \text{ MN/m}^2$$

Bild 142 Spannungs-Dehnungslinie des Betons für die nichtlineare Schnittgrößenermittlung

Die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen wird über die Modifizierung der Stahlarbeitslinien berücksichtigt.

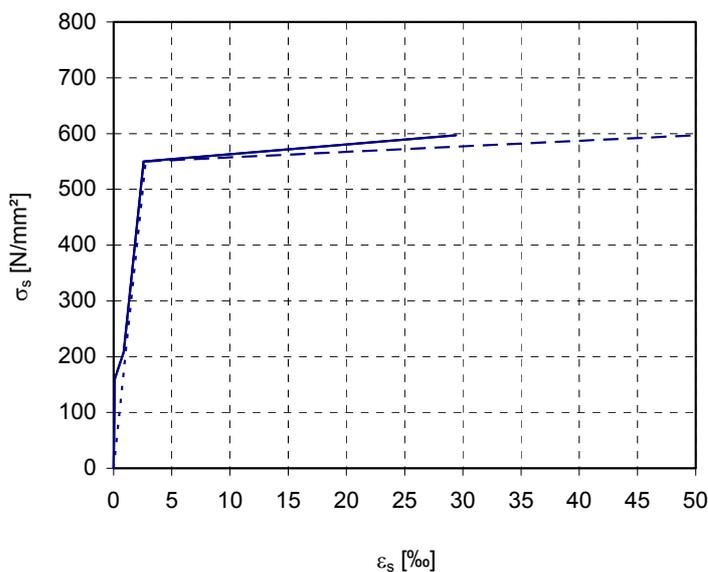


Bild 143 Modifizierte Spannungs-Dehnungslinie des Betonstahls an der Rahmenecke

Momentenentwicklung

Die nichtlineare Schnittgrößenermittlung erfolgt sowohl mit als auch ohne Berücksichtigung der Temperatureinwirkungen $\Delta T_{M,d}$ und $\Delta T_{N,d}$. Die Kombination beider Temperatureinwirkungen erfolgt sinnvollerweise unter der Maßgabe, dass aus beiden Einwirkungen ein Stützmoment gleichen Vorzeichens hervorgeht.

$$\max M(\Delta T) = M(\Delta T_{M, pos} + \Delta T_{N, neg}) \quad (8.7)$$

$$\min M(\Delta T) = M(\Delta T_{M, neg} + \Delta T_{N, pos}) \quad (8.8)$$

Die äußeren Lasten am System werden inkrementell gesteigert. Die Temperatureinwirkungen und der wirksame Erddruck werden konstant gehalten.

Aus den nichtlinearen Rechenläufen sind in Bild 144 die Entwicklung des Rahmeneckmomentes im Riegel infolge einer reinen Lastbeanspruchung ($g_d + q_d$) sowie der kombinierten Last-Zwang-Beanspruchung, bestehend aus der Lastbeanspruchung ($g_d + q_d$) und der Zwangbeanspruchung ($\Delta T_{M,d} + \Delta T_{N,d}$), über dem Lastfaktor λ dargestellt. Zum Vergleich sind die Ergebnisse nach linear-elastischer Schnittgrößenermittlung abgebildet. Mit zunehmender Laststeigerung weichen die Momente infolge der kombinierten Last-Zwang-Beanspruchungen mehr und mehr von der elastischen Lösung ab, um sich dem Momentenverlauf der reinen Lastbeanspruchung anzunähern. Das Zwangmoment infolge ($\Delta T_{M,d} + \Delta T_{N,d}$) wird also durch die Abnahme der Systemsteifigkeit zunehmend abgebaut. Der Momentenverlauf aus der reinen Lastbeanspruchung weicht dabei nur unwesentlich von der elastischen Lösung ab. Der bezogene Umlagerungsgrad ist mit $\xi_{St} \approx 0,07$ dementsprechend gering (Bild 145).

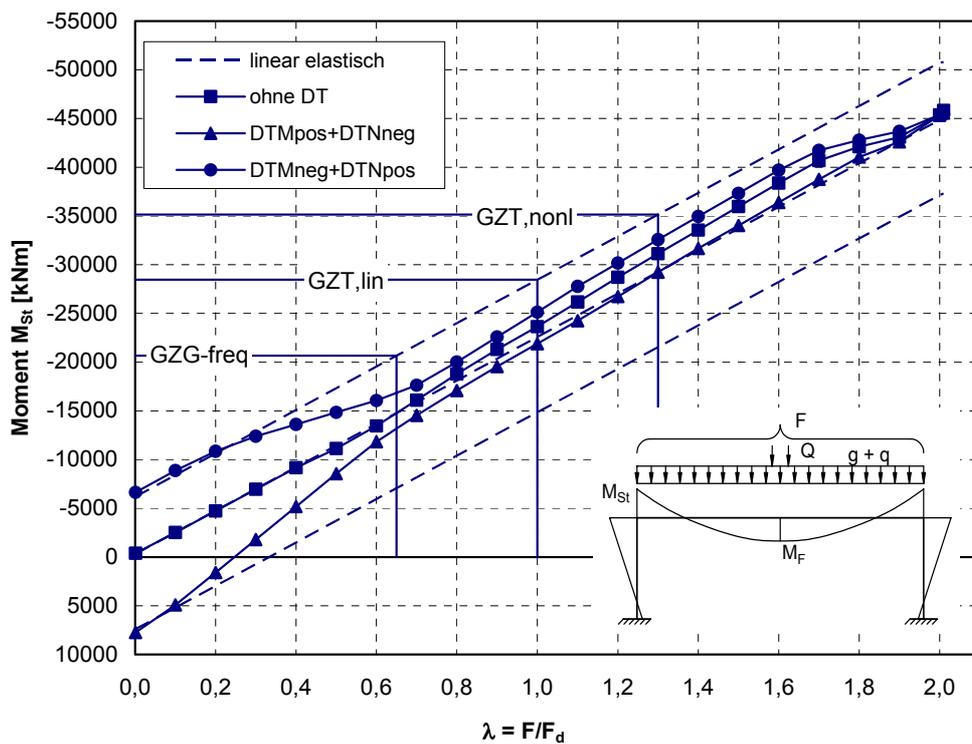


Bild 144 Entwicklung des Stützmomentes

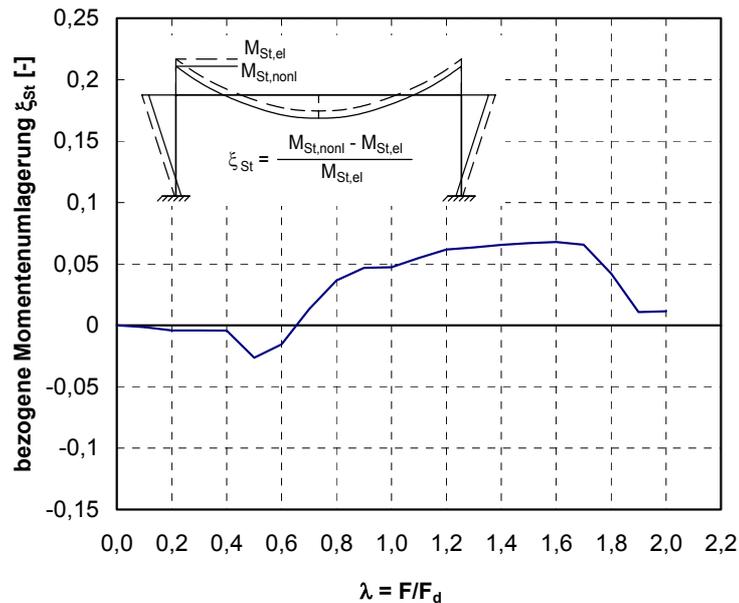
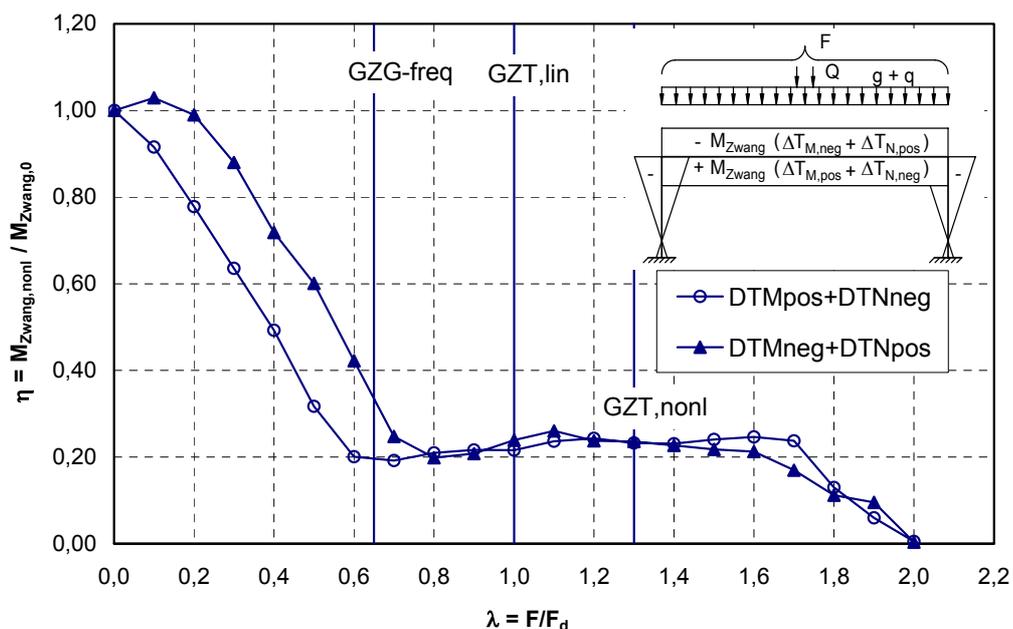


Bild 145 Bezogene Umlagerung des Stützmomentes

Der Abbau des Zwangmomentes ist in Bild 146 dargestellt. Das Zwangmoment baut sich mit Überschreiten des Rissmomentes durch Rissbildung zunächst bis auf $\eta = 0,2$ ab. Etwa mit dem Erreichen des Lastniveaus der häufigen Einwirkungskombination ist die Rissbildung auf Tragwerksebene größtenteils abgeschlossen. Das Zwangmoment bleibt bis zum Erreichen der Fließdehnung des Betonstahls nahezu konstant. Mit Beginn des Fließens der Stütz- und auch der Feldbewehrung setzt der weitere Zwangabbau durch plastische Verformungen ein. Im vorliegenden Beispiel wird der Biegezwang vollständig abgebaut, da sich ein Fließgelenkmechanismus mit ausreichend großer Rotationskapazität einstellen kann.

Bild 146 Abbau des Zwangmomentes aus $\Delta T_M + \Delta T_N$ bei Laststeigerung

Der Abbau der Zwangnormalkraft ist in Bild 147 dargestellt. Im Gegensatz zum Biegezwang baut sich der zentrische Zwang nicht vollständig ab. Die verbleibende Zwangnormalkraft infolge $(\Delta T_{M,d} + \Delta T_{N,d})$ bewegt sich zunächst nach Abschluss der Rissbildung zwischen dem 0,4 bis 0,6-fachen der Zwangnormalkraft des ungerissenen Zustandes. Mit dem Fließen setzt ein weiterer Zwangkraftabbau auf etwa 20 – 30% des Ausgangszustandes ein. Die Zwangnormalkraft wird im Gegensatz zum Zwangmoment nicht vollständig abgebaut.

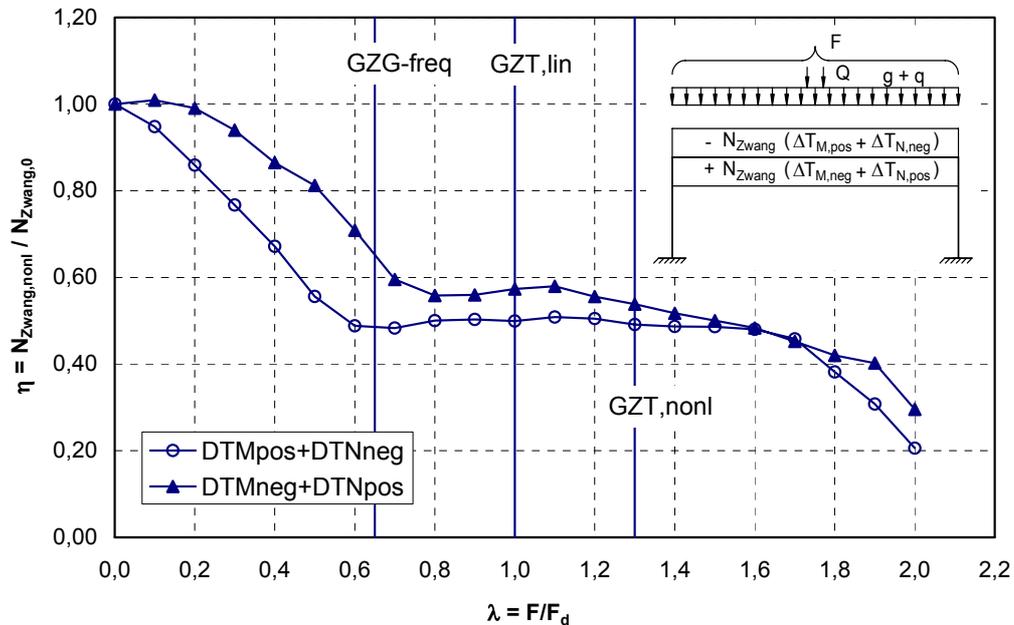


Bild 147 Abbau der Zwangnormalkraft aus $\Delta T_M + \Delta T_N$ bei Laststeigerung

Einfluss eines zusätzlichen Temperaturzwangs auf die Systemtraglast

Der vorangegangene Abschnitt hat gezeigt, dass mit zunehmender Laststeigerung der Biegezwang vollständig und der zentrische Zwang erheblich angebaut werden. Ein dementsprechend geringer Einfluss des Temperaturzwanges auf die Systemtraglast ist zu erwarten. Im Folgenden wird der zur Systemtraglast zugehörige Traglastfaktor λ_u für verschiedene Einwirkungskombinationen ermittelt.

Bei einer reinen Lastbeanspruchung beträgt der erreichbare Traglastfaktor $\lambda_u = 2,020$.

Für die möglichen Kombinationen der Temperatureinwirkungen ergeben sich die Traglastfaktoren nach Tabelle 15. Bei der Kombination der Temperatureinwirkungen wurde dabei in der Sommerstellung der Mobilisierungserddruck E_{mob} auf die Widerlagerwände berücksichtigt und in der Winterstellung der aktive Erddruck E_a . Der minimale Traglastfaktor ergibt sich im Winter bei oben kälterem Überbau.

$$E_{d,u} = \lambda_u \cdot [\gamma_G \cdot G_k + \gamma_Q \cdot Q_k] + \gamma_G \cdot E_a + \gamma_Q \cdot \psi_0 \cdot (\Delta T_{Nk,neg} + \Delta T_{Mk,neg}) \quad (8.9)$$

Tabelle 15 Traglastfaktoren

Nr.	Einwirkungskombination für die nichtlineare Schnittgrößenermittlung	Traglastfaktor λ_u
1	$E_{d,u} = \lambda_u \cdot [1,35 \cdot G_k + 1,5 \cdot Q_k] + 1,0 \cdot E_0$	2,020
2	$E_{d,u} = \lambda_u \cdot [1,35 \cdot G_k + 1,5 \cdot Q_k] + 1,0 \cdot E_0 + 1,5 \cdot 0,8 \cdot \Delta T_{Mk,pos}$	2,023
3	$E_{d,u} = \lambda_u \cdot [1,35 \cdot G_k + 1,5 \cdot Q_k] + 1,0 \cdot E_0 + 1,5 \cdot 0,8 \cdot \Delta T_{Mk,neg}$	2,018
4	$E_{d,u} = \lambda_u \cdot [1,35 \cdot G_k + 1,5 \cdot Q_k] + 1,0 \cdot E_a + 1,5 \cdot 0,8 \cdot (\Delta T_{Nk,neg} + \Delta T_{Mk,pos})$	2,021
5	$E_{d,u} = \lambda_u \cdot [1,35 \cdot G_k + 1,5 \cdot Q_k] + 1,0 \cdot E_a + 1,5 \cdot 0,8 \cdot (\Delta T_{Nk,neg} + \Delta T_{Mk,neg})$	2,017
6	$E_{d,u} = \lambda_u \cdot [1,35 \cdot G_k + 1,5 \cdot Q_k] + 1,0 \cdot E_{mob} + 1,5 \cdot 0,8 \cdot (\Delta T_{Nk,pos} + \Delta T_{Mk,pos})$	2,027
7	$E_{d,u} = \lambda_u \cdot [1,35 \cdot G_k + 1,5 \cdot Q_k] + 1,0 \cdot E_{mob} + 1,5 \cdot 0,8 \cdot (\Delta T_{Nk,pos} + \Delta T_{Mk,neg})$	2,022

Die Auswertung zeigt, dass die Temperatureinwirkungen nahezu keinen Einfluss auf die erreichte Systemtraglast $\lambda_u \cdot F_d$ haben. Zwischen minimaler und maximaler Traglast liegt ein vernachlässigbarer Unterschied von 0,3%. Die vorhandene Sicherheit liegt somit bei

$$\gamma \approx \frac{(\gamma_G + \gamma_Q)}{2} \cdot \lambda_u \approx 1,4 \cdot 2,0 = 2,8.$$

Sie liegt damit deutlich über der erforderlichen Sicherheit von $\gamma \approx 1,4 \cdot 1,3 = 1,82$.

Die Ursache hierfür ist die deutliche Überschätzung des Temperatureinflusses im Grenzzustand der Tragfähigkeit im Rahmen der Regelbemessung mit linear-elastisch ermittelten Schnittgrößen. Bei der Bemessung der Bewehrung war zudem der Nachweis zur Begrenzung der Rissbreite im GZG maßgebend.

Einfluss des Temperaturzwangs auf die Rissbreite

Mit den in Kapitel 7.6 vorgestellten Berechnungsgrundlagen zur Rissbreitenermittlung wird der Einfluss des Temperaturzwanges auf die Rissbreite unter der häufigen Einwirkungskombination an der Einspannstelle und in Feldmitte untersucht. Die im Rissquerschnitt herrschenden Stahlspannungen im reinen Zustand II werden sowohl mit den linear-elastischen als auch mit den nichtlinearen Schnittgrößen bestimmt. Aus den Stahlspannungen wird direkt die Rissbreite nach Gl. (7.45) bestimmt. Die Rissbreite wird sowohl für die reine Lastbeanspruchung als auch für eine kombinierte Beanspruchung aus Last + Temperaturzwang bestimmt. Über die Zunahme der Rissbreite lässt sich der Einfluss des Zwangs auf die Rissbreite beurteilen.

Es werden die häufigen Temperatureinwirkungen $\Delta T_{freq} = \psi_2 \cdot \Delta T_k$ mit $\psi_2 = 0,5$ verwendet.

Bei der Untersuchung werden die Temperaturanteile ΔT_N und ΔT_M so kombiniert, dass sie im Bewehrungsstahl im betreffenden Schnitt jeweils gleichzeitig eine Spannungserhöhung oder eine Spannungsverringerung verursachen.

In Bild 148 ist die Rissbreitenentwicklung an der Einspannstelle des Rahmenüberbaus über dem Lastfaktor λ dargestellt. Die sich bei einem Lastfaktor $\lambda \approx 0,65$ ergebenden Bemessungslasten F_d entsprechen in etwa denen der häufigen Einwirkungskombination F_{freq} .

$$\frac{F_{freq}}{F_d} \approx 0,65$$

Bei einer *reinen Laststeigerung* wächst die rechnerische Rissbreite von $w_{cal} = 0$ bis 0,08 bis zu einem Lastfaktor $\lambda \approx 0,4$ parabelförmig an. Dieser Bereich entspricht der Phase der Einzelrissbildung auf Querschnittsebene. Der Übergang zum abgeschlossenen Rissbild erfolgt mit Überschreiten des Rissmomentes in den maßgebenden Bereichen. Die Rissbreite wächst bis zum Erreichen des Lastniveaus der häufigen Einwirkungskombination auf $w_{cal} = 0,16$ mm an. Ein Unterschied zwischen linear-elastischer und nichtlinearer Schnittgrößenermittlung ist kaum erkennbar.

Zusätzlich wird eine Zwangbeanspruchung aufgebracht. Diese ist von Anfang an wirksam.

$$0,5 \cdot (\Delta T_{Nk,pos} + \Delta T_{Mk,neg}) \quad \text{wobei } \Delta T_{N,pos} = 13,5 \text{ K}; \Delta T_{M,neg} = -4,0 \text{ K (oben Zug)}$$

$$0,5 \cdot (\Delta T_{Nk,neg} + \Delta T_{Mk,pos}) \quad \text{wobei } \Delta T_{N,neg} = -13,5 \text{ K}; \Delta T_{M,pos} = 6,2 \text{ K (unten Zug)}$$

Die zusätzlich aufgebrachte Zwangbeanspruchung ist in der Phase der Einzelrissbildung also unterhalb M_{cr} deutlich erkennbar. Durch eine Zwangbeanspruchung, die an der Querschnittsoberseite Zugspannungen erzeugt, wird die rechnerische Rissbreite an der Einspannstelle vergrößert. Durch eine Zwangbeanspruchung, welche an der Querschnittsoberseite Druckspannungen erzeugt, wird die Rissbreite entsprechend verringert. Mit dem Überschreiten des Rissmomentes ist ein Abbau des Zwangs durch eine fortschreitende Rissbildung und damit die Abnahme des Einflusses der Zwangbeanspruchung auf die Rissbreite zu verzeichnen. Die Rissbreitenkurven mit und ohne Temperaturdifferenz nähern sich mit zunehmender Laststeigerung an. Bei einem Lastfaktor von $\lambda = 0,6$ ist die Annäherung abgeschlossen, die Kurven verlaufen nahezu parallel. Die Rissbreite beträgt ob mit oder ohne Temperatur gerechnet ca. 0,16 mm. Der Einfluss der Zwangbeanspruchung auf die Rissbreite ist also geringer als in der linear-elastischen Bemessung angenommen. Bei linear-elastischer Berechnung beträgt die rechnerische Rissbreite unter Berücksichtigung des Zwanges $w_{cal} = 0,2$ mm. Sie entspricht damit erwartungsgemäß genau dem in der Bemessung zugrunde gelegten Wert.

In Bild 149 sind die gleichen Zusammenhänge für die Feldmitte aufbereitet. Der Einfluss des Zwanges ist hier etwas größer, da die Größe der Zwangbeanspruchung identisch zur Einspannstelle ist, die Lastmomente jedoch geringer ausfallen. Trotzdem ist deutlich erkennbar, dass der Einfluss des Zwangs auf die Rissbreite mit einsetzender Rissbildung abnimmt. Unter der häufigen Einwirkungskombination ist unter der reinen Lastbeanspruchung eine Rissbreite von 0,13 mm zu verzeichnen. Durch die Zwangeinwirkung nimmt die Rissbreite auf 0,15 mm zu. Die Zunahme allein aus Zwang beträgt lediglich 0,02 mm.

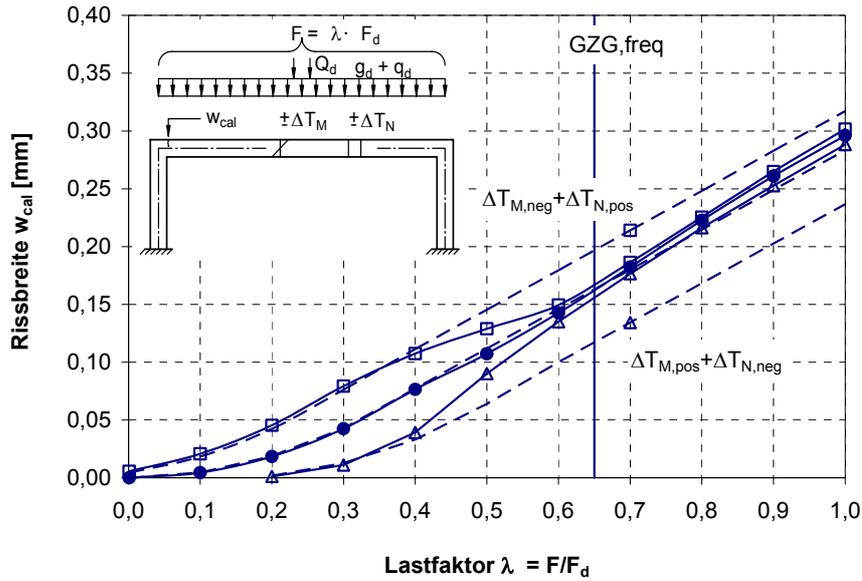


Bild 148 Rissbreitenentwicklung an der Einspannstelle; $\omega_{s1,s} = 0,115$; $\rho_{eff} = 0,031$

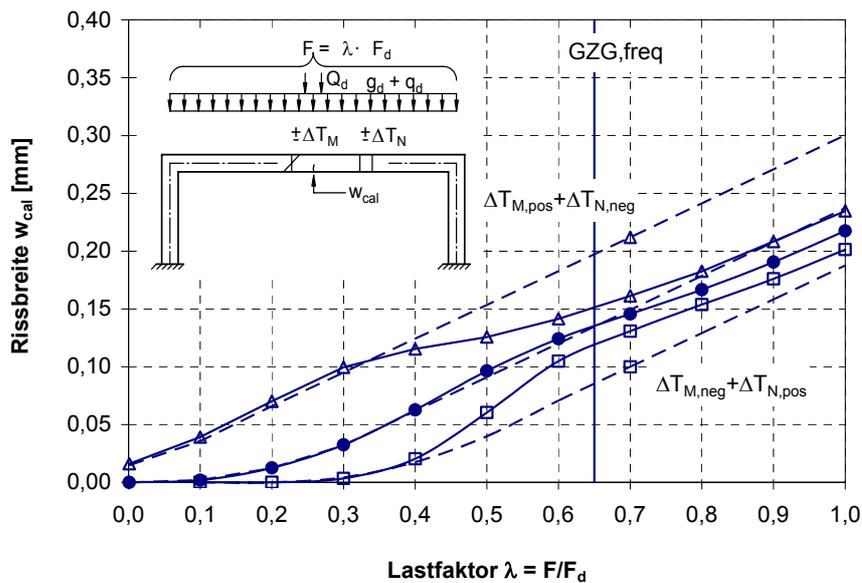


Bild 149 Rissbreitenentwicklung in Feldmitte; $\omega_{s1,s} = 0,077$; $\rho_{eff} = 0,035$

Das Lastniveau des Gebrauchszustandes liegt je nach Geometrie und Belastung des Tragwerkes u. U. im abfallenden Ast der Kurve, die den Zwangabbau beschreibt (Bild 146). Die genaue Größe der tatsächlichen Zwangbeanspruchung ist daher nicht exakt bestimmbar. Dies bedeutet jedoch nicht, dass die Zwangskraft bei den Nachweisen im GZG in voller Größe berücksichtigt werden muss, sondern lediglich, dass die Rissbildung auf Tragwerksebene noch nicht abgeschlossen ist. Das Tragwerk kann somit die Verformungskompatibilität für die Zwangseinwirkung durch eine fortschreitende Rissbildung herstellen. Eine rein geometrische Betrachtungsweise am Modell mit diskreten Rissen liefert hier anschauliche Ergebnisse.

Zunächst werden dazu am statisch bestimmten Grundsystem (Bild 150) die Verformungen aus den Temperatureinwirkungen ΔT_N und ΔT_M ermittelt. Die Temperaturdifferenz ΔT_M verursacht einen Drehwinkel $\delta(\Delta T_M)$ in der Rahmenecke. Die Temperaturendeckung ΔT_N des Riegels hat eine Schiefstellung der Stütze und eine Verdrehung im Rahmenknoten zur Folge.

$$\delta(\Delta T_M) = \frac{\alpha_T \cdot \Delta T_M}{h_0} \cdot \frac{l}{2} \quad (8.10)$$

$$\delta(\Delta T_N) = \alpha_T \cdot \Delta T_N \cdot \frac{l}{2h} \quad (8.11)$$

Anschließend werden ebenfalls am statisch bestimmten Grundsystem die entsprechenden Drehwinkel infolge einer angenommenen Rissbildung bzw. Auflagerverdrehung ermittelt.

$$\Delta T_M: \delta(w) = \frac{w}{h_0} \quad (8.12)$$

$$\Delta T_N: \delta(w) = \frac{w}{h_0} = \delta_{\text{Fund}} \quad (8.13)$$

Durch die unterstellte Rissbildung und Auflagerverdrehung wird die Verformungskompatibilität zu den Temperaturverformungen hergestellt. Ohne Berücksichtigung eines verbleibenden Zwangmomentes lauten die Verträglichkeitsbedingungen:

$$\delta(\Delta T_M) = n \cdot \delta(w) \quad (8.14)$$

$$\delta(\Delta T_N) = n \cdot \delta(w) = \delta_{\text{Fund}} \quad (8.15)$$

Mit den charakteristischen Werten der Temperatureinwirkungen ergeben sich für das Beispiel folgende Verformungsanteile:

$$\Delta T_M: \delta(\Delta T_M) = \frac{\alpha_T \cdot \Delta T_M}{h_0} \cdot \frac{l}{2} = \frac{1,0 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \cdot 8 \text{ K}}{1,20 \text{ m}} \cdot \frac{21,20 \text{ m}}{2} = 7,07 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$$

$$\Delta T_N: \delta(\Delta T_N) = \alpha_T \cdot \Delta T_N \cdot \frac{l}{2h} = 1,0 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \cdot 27 \text{ K} \cdot \frac{21,20 \text{ m}}{2 \cdot 7,0 \text{ m}} = 4,09 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$$

Der Verformungsanteil aus einem Riss ergibt sich aus der angenommenen Rissbreite und der vorhandenen Bauteilhöhe. Hierbei muss sichergestellt sein, dass die Rissbreite durch eine ausreichende Bewehrung im Querschnitt auf den angenommenen Wert begrenzt wird.

$$\delta(w) = \frac{w}{h_0} = \frac{0,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{1,20 \text{ m}} = 1,67 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$$

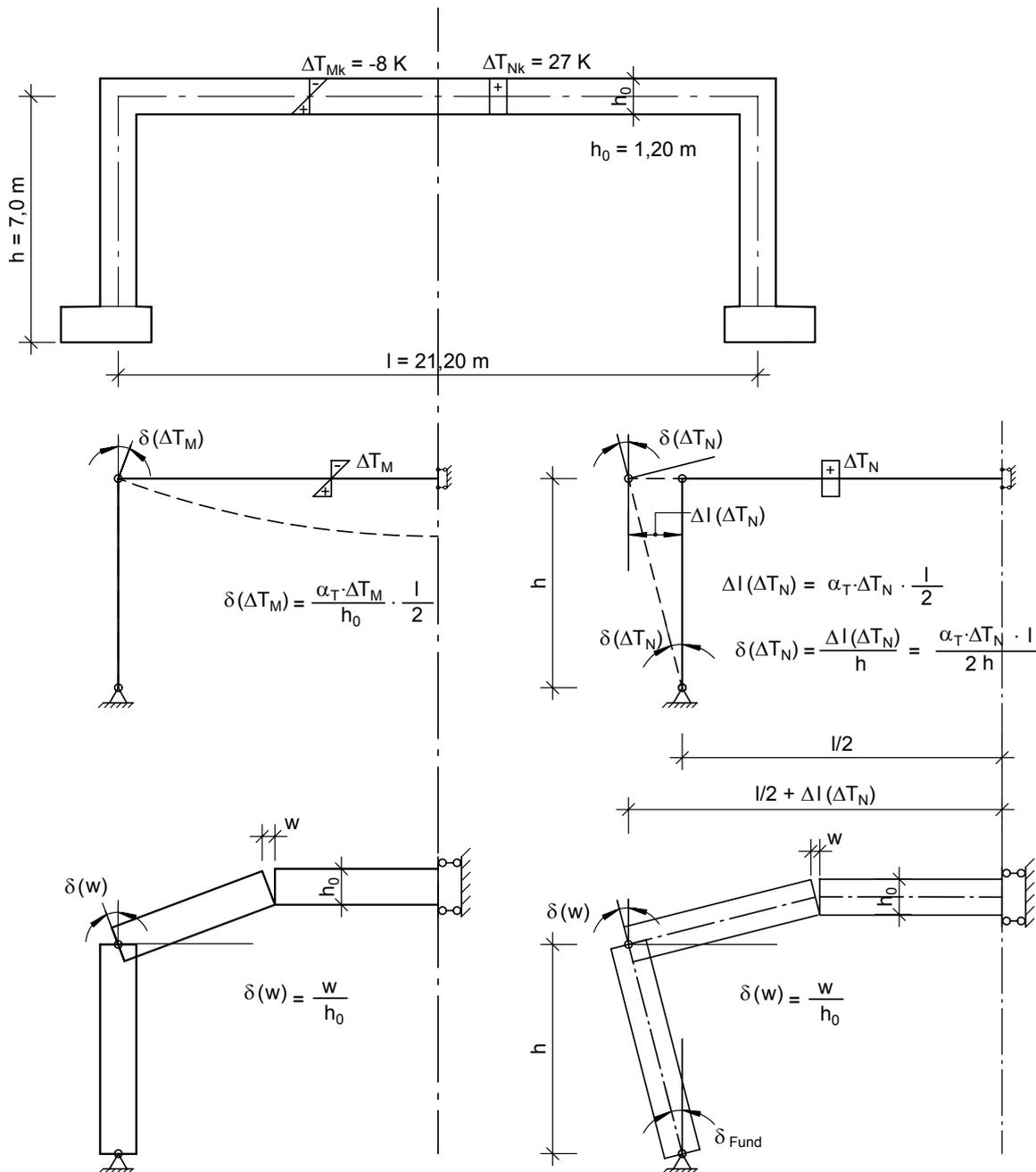


Bild 150 Herstellung der Verformungskompatibilität durch Rissbildung und Fundamentverdrehung

Zur Herstellung der Verformungskompatibilität sind 6 – 7 Risse mit einer Rissbreite von $w = 0,2 \text{ mm}$ sowie eine Fundamentverdrehung von $4,09 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$ erforderlich (Bild 151).

$$n \cdot \delta(w) = \delta(\Delta T_M) + \delta(\Delta T_N) \quad (8.16)$$

$$n = \frac{\delta(\Delta T_M) + \delta(\Delta T_N)}{\delta(w)} = \frac{7,07 + 4,09}{1,67} = 6,7$$

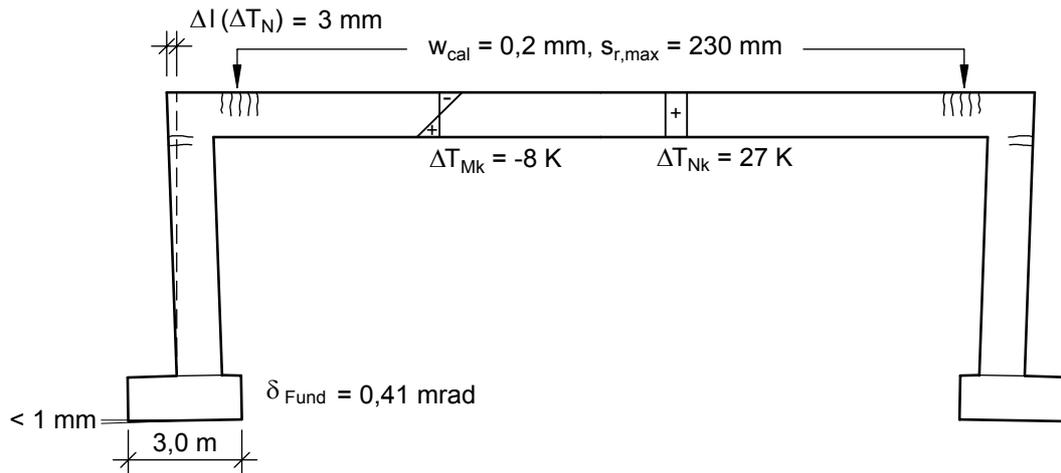


Bild 151 Rissbild und Fundamentverdrehung am Tragwerk

Das Ergebnis zeigt, dass nur wenige Risse notwendig sind, um den Zwang infolge der charakteristischen Temperatureinwirkungen abzubauen. Für den häufigen Wert der Temperatureinwirkungen kann die erforderliche Risszahl sogar noch halbiert werden.

Die Annahme einer freien Fundamentverdrehung ist gerechtfertigt, da zur Realisierung der erforderlichen Fundamentverdrehung lediglich eine Einsenkung bzw. Hebung der äußeren Fundamentkanten von weniger als 1 mm erforderlich ist. Dies liegt unterhalb der bodenmechanischen Rechengenauigkeit.

Sowohl die nichtlineare Berechnung als auch die auf rein geometrischen Ansätzen beruhende Betrachtungsweise haben gezeigt, dass der Zwang infolge Temperatureinwirkungen auf die Tragsicherheit keinen Einfluss und auf die Rissbreite nur einen geringen Einfluss hat. Aus diesem Grund wird nachfolgend eine beispielhafte Bemessung ohne Berücksichtigung der Temperatureinwirkungen durchgeführt.

8.1.3 Bemessung ohne ΔT_M und ΔT_N

Regelbemessung nach DIN Fachbericht 102 – ohne ΔT_N und ΔT_M

Die Regelbemessung auf der Grundlage des DIN-FB 102 jedoch ohne Berücksichtigung der Temperatureinwirkungen ergab die in Bild 152 dargestellte Bewehrungsverteilung.

$$\text{GZT: } E_d = 1,35 \cdot G_k + 1,5 \cdot (Q_{k,TS} + Q_{k,UDL})$$

$$\text{GZG: } E_{d,freq} = 1,0 \cdot G_k + 0,75 \cdot Q_{k,TS} + 0,4 \cdot Q_{k,UDL}$$

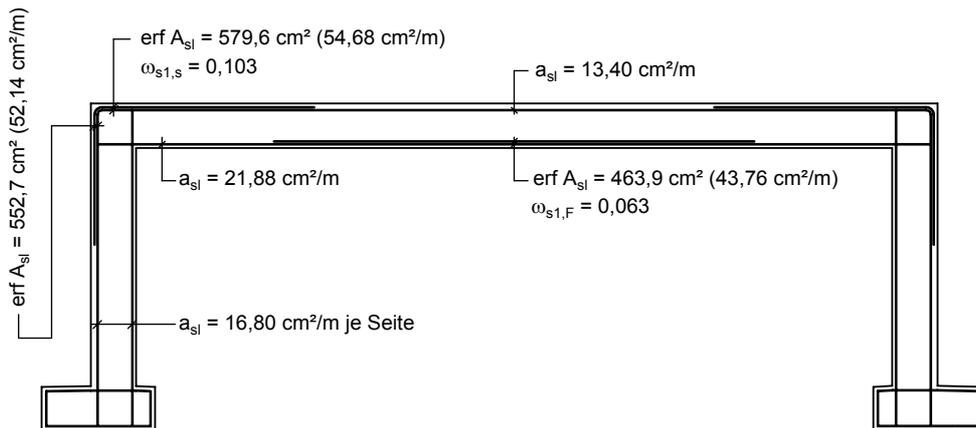


Bild 152 erforderliche Bewehrungsmengen bei Bemessung nach DIN-FB 102 ohne $\Delta T_M + \Delta T_N$

Die nichtlineare Schnittgrößenermittlung wurde mit der vorliegenden Bewehrungsverteilung durchgeführt. Hierbei wurden im Gegensatz zur linear-elastischen Bemessung die Temperatureinwirkungen wieder berücksichtigt, um den tatsächlichen Einfluss auf das Tragverhalten mit der veränderten Bewehrungsmenge zu ermitteln.

Einfluss auf die Traglast

Bei einer reinen Lastbeanspruchung beträgt der erreichbare Traglastfaktor $\lambda_u = 1,771$. Die Traglast hat sich durch Verringerung des Bewehrungsgrades um ca. 12% reduziert. Die Größenordnung des Verlustes an Traglast entspricht in etwa der Reduktion der Bewehrungsmenge in der Rahmenecke.

Die zusätzlichen Temperatureinwirkungen haben auch hier keinen Einfluss auf die erreichte Systemtraglast $\lambda_u \cdot F_d$ (Tabelle 16). Zwischen minimaler und maximaler Traglast liegt ein vernachlässigbarer Unterschied von 0,5%. Die vorhandene Sicherheit liegt bei

$$\gamma_R \approx 1,4 \cdot 1,77 = 2,48$$

und damit immer noch deutlich über der erforderlichen Sicherheit von $\gamma \approx 1,4 \cdot 1,3 = 1,82$, da auch bei der Bemessung ohne ΔT_M und ΔT_N der Nachweis der Rissbreite maßgebend war.

Tabelle 16 Traglastfaktoren

Nr.	Einwirkungskombination für die nichtlineare Schnittgrößenermittlung	Traglastfaktor λ_u
1	$E_{d,u} = \lambda_u \cdot [1,35 \cdot G_k + 1,5 \cdot Q_k] + 1,0 \cdot E_0$	1,771
5	$E_{d,u} = \lambda_u \cdot [1,35 \cdot G_k + 1,5 \cdot Q_k] + 1,0 \cdot E_a + 1,5 \cdot 0,8 \cdot (\Delta T_{Nk,neg} + \Delta T_{Mk,neg})$	1,767
6	$E_{d,u} = \lambda_u \cdot [1,35 \cdot G_k + 1,5 \cdot Q_k] + 1,0 \cdot E_{mob} + 1,5 \cdot 0,8 \cdot (\Delta T_{Nk,pos} + \Delta T_{Mk,pos})$	1,777

Zwangabbau

Der Abbau des Zwangmomentes und der Zwangnormalkraft bleiben von der Verringerung der Bewehrung nahezu unbeeinflusst. Lediglich die Länge des Plateaus verkürzt sich, da sich die Traglast auf $1,77 \cdot F_d$ verringert hat.

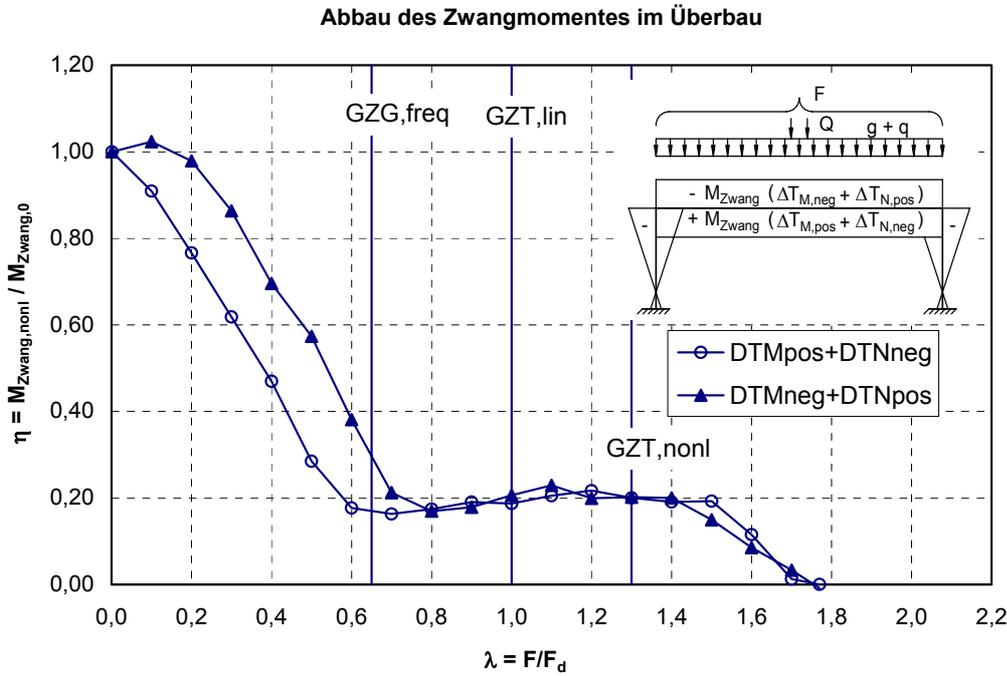


Bild 153 Abbau des Zwangmomentes aus $\Delta T_M + \Delta T_N$ bei Laststeigerung

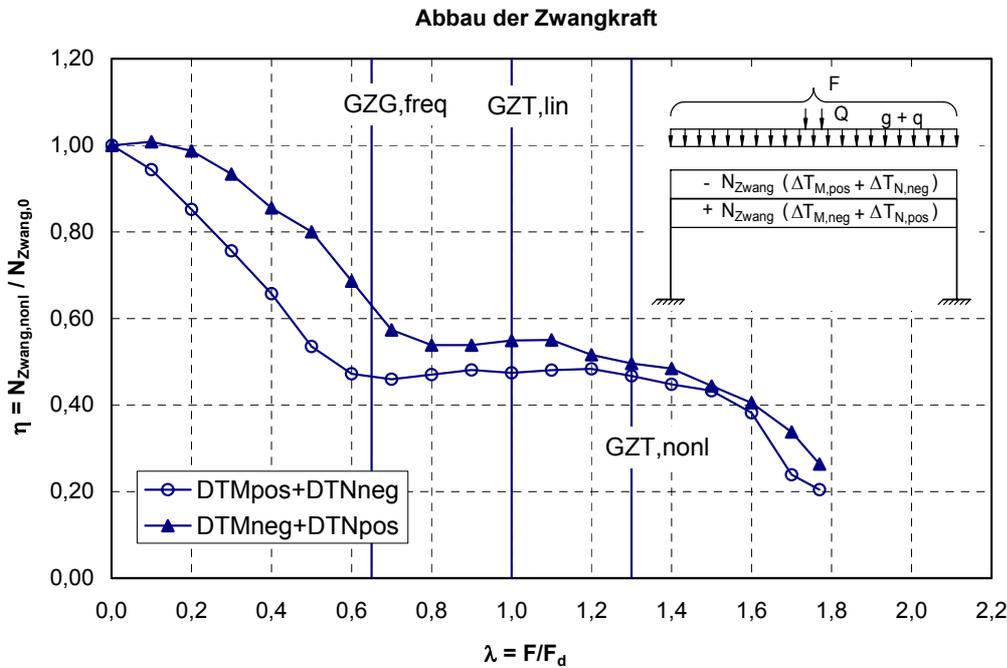


Bild 154 Abbau der Zwangnormalkraft aus $\Delta T_M + \Delta T_N$ bei Laststeigerung

Einfluss auf die Rissbreite

Die Verringerung der Bewehrungsmengen hat zur Folge, dass die Rissbreiten unter der reinen Lastbeanspruchung ansteigen. Sie erreichen jetzt bei reiner Lastbeanspruchung auf dem Niveau der häufigen Einwirkungskombination sowohl im Feld als auch über der Stütze erwartungsgemäß 0,2 mm, da die Bewehrungsmenge ja genau für diesen Bemessungsfall ermittelt wurde (Bild 155 und Bild 156). Die Zunahme der Rissbreiten unter der häufigen Einwirkungskombination infolge der Temperatureinwirkungen ist gering. An der Einspannstelle kann rechnerisch keine Zunahme festgestellt werden, im Feld kommt es zu einer Vergrößerung der Rissbreite auf 0,22 mm. Die Zunahme der Rissbreite infolge der Temperatureinwirkung $\Delta T_{M,freq} + \Delta T_{N,freq}$ um 0,02 mm ist von vernachlässigbarer Größe.

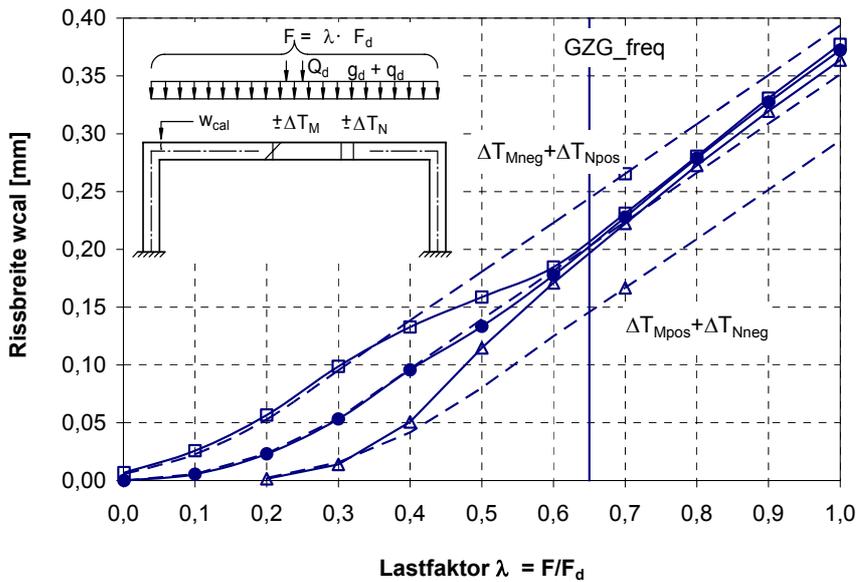


Bild 155 Rissbreitenentwicklung an der Einspannstelle; $\omega_{s1,s} = 0,103$, $\rho_{eff} = 0,028$

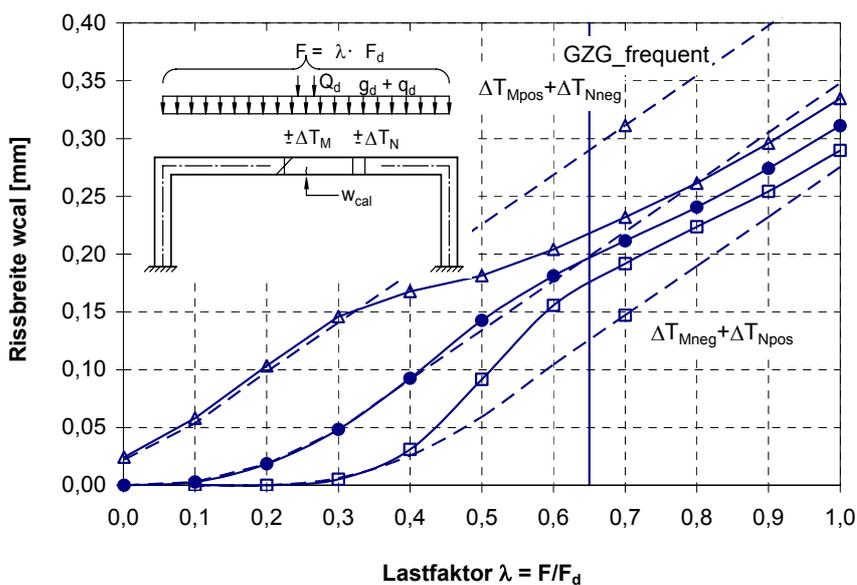


Bild 156 Rissbreitenentwicklung an der Einspannstelle; $\omega_{s1,F} = 0,063$, $\rho_{eff} = 0,029$

Schlussfolgerung

Bei dem untersuchten Rahmenbauwerk haben die Temperaturdifferenz ΔT_M und der Temperaturunterschied ΔT_N sowohl einzeln als auch in ungünstiger Kombination keinen nennenswerten Einfluss auf die erreichte Systemtraglast. Das Ergebnis deckt sich mit dem Verhalten des Referenzbalkens mit vergleichbarem mechanischen Bewehrungsgrad. Für höhere Bewehrungsgrade können die Erkenntnisse aus den Untersuchungen am Referenzbalken sinngemäß übertragen werden.

Der Rissbreitenzuwachs infolge der zusätzlich aufgebrauchten Temperaturbeanspruchungen ist ebenfalls sehr gering.

Die in der DIN 1075 [14] in Verbindung mit dem ARS 10/89 [2] enthaltene vereinfachende Regelung zur Möglichkeit der Vernachlässigung von Zwangsschnittgrößen bei kurzen Rahmenbrücken bis 20 m kann vom Grundsatz her bestätigt werden. Die Übernahme in eine künftige Norm für Betonbrücken erscheint daher angebracht.

8.2 Zweistegige Plattenbalkenbrücke aus Spannbeton

8.2.1 Allgemeines

Tragsystem und Belastung

Das Tragsystem ist eine vorgespannte zweistegige Plattenbalkenbrücke, die über drei Felder durchläuft (Bild 157). Das Bauwerk wurde nach DIN-Fachbericht 102 bemessen und ausgeführt. Damit sind für die nachfolgenden Untersuchungen realistische und praxisnahe Ausgangsgrößen gegeben. Die nichtlinearen Berechnungen erfolgen an einem Hauptträger. Die Einwirkungen werden nach DIN-Fachbericht 101 angesetzt.

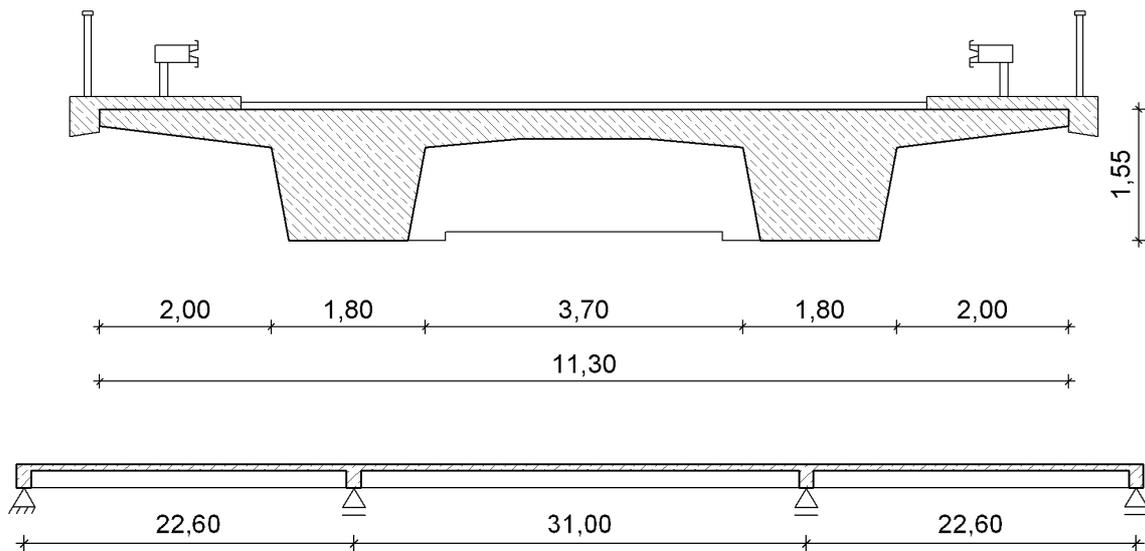


Bild 157: Querschnitt und Längsschnitt der untersuchten Plattenbalkenbrücke

Baustoffe

Beton:	C35/45
Betonstahl:	BSt 500S
Spannstahl:	St 1570/1770
Spannverfahren:	Litzen 140 mm ² , Typ 6-15

Die Anordnung der Bewehrung und der Spannglieder geht aus Bild 158 hervor. Der qualitative Spanngliederverlauf ist in Bild 159 dargestellt. Für die Feld- und Stützquerschnitte ergeben sich folgende mechanische Bewehrungsgrade ω_{ps} :

$$\omega_{ps, Feld} = \frac{A_{s1} \cdot f_{yR}}{b_f \cdot d \cdot f_{cR}} + \frac{A_p \cdot f_{pR}}{b_f \cdot d_p \cdot f_{cR}} = \frac{18,4 \cdot 10^4 \cdot 550}{5,65 \cdot 1,50 \cdot 25,29} + \frac{126 \cdot 10^4 \cdot 1650}{5,65 \cdot 1,41 \cdot 25,29} = 0,11$$

$$\omega_{ps, Stütze} = \frac{88 \cdot 10^4 \cdot 550}{1,80 \cdot 1,50 \cdot 25,29} + \frac{126 \cdot 10^4 \cdot 1650}{1,80 \cdot 1,35 \cdot 25,29} = 0,41$$

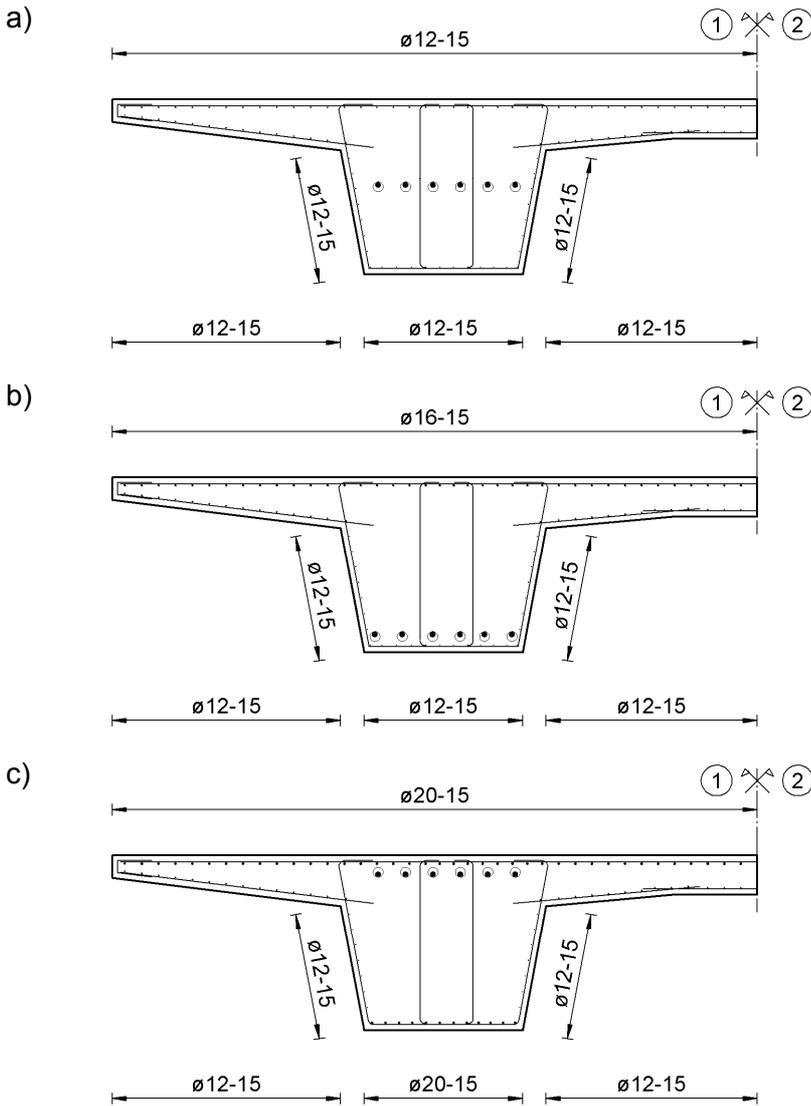


Bild 158 Anordnung der Bewehrung aus Betonstahl

- a) Längsbewehrung der Achsen 10-15 und 35-40 (Achse 14)
- b) Längsbewehrung der Achsen 16-18, 22-28 und 32-34 (Achse 25)
- c) Längsbewehrung der Achsen 19-21 und 29-31 (Achse 20)

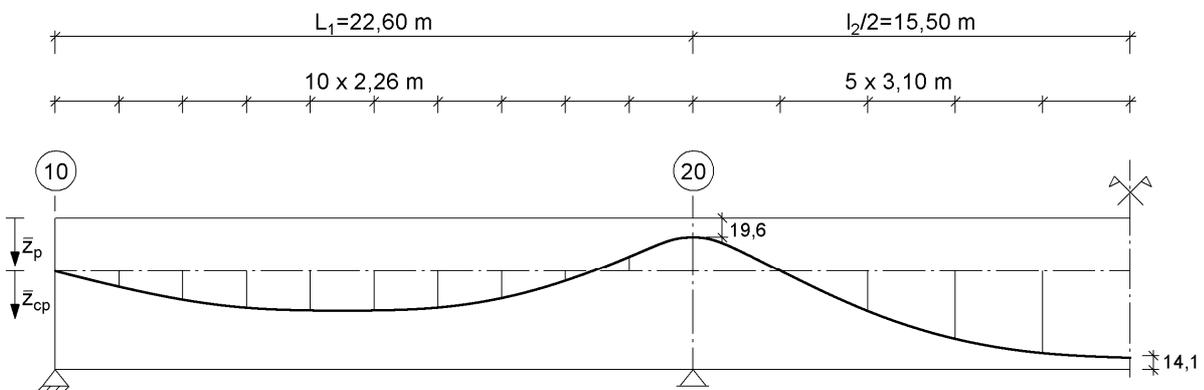


Bild 159 Qualitative Darstellung der Spanngliedführung

Einwirkungen

Die vertikalen Verkehrslasten entsprechen dem Verkehrslastmodell 1 nach DIN-Fachbericht 101. Der Lastanteil eines Hauptträgers wurde unter Berücksichtigung der Querverteilung des zweistegigen Plattenbalkens nach linear elastischer Berechnung am Gesamtsystem angesetzt.

Die Temperatureinwirkungen wurden ebenfalls nach DIN-Fachbericht 101 angesetzt:

$$\Delta T_{M,k} = 15 \text{ K} / -8 \text{ K} \quad (\text{Plattenbalken})$$

$$\text{pos} \Delta T_{M,k} = 0,82 \cdot 15 = 12,3 \text{ K} \quad (\text{oben wärmer})$$

$$\text{neg} \Delta T_{M,k} = 1,00 \cdot -8 = -8,0 \text{ K} \quad (\text{unten wärmer})$$

In den nichtlinearen Lastfallkombinationen werden die Einwirkungen wie folgt kombiniert.

$$E_d = \gamma_G \cdot G_k + \gamma_P \cdot P_k + \gamma_Q \cdot (Q_{k,TS} + Q_{k,UDL}) + \psi_0 \cdot \gamma_Q \cdot T_k$$

$$E_d = 1,35 \cdot G_k + 1,0 \cdot P_{m,t} + 1,5 \cdot (Q_{k,TS} + Q_{k,UDL}) + 0,8 \cdot 1,5 \cdot T_k$$

Damit ergeben sich in der Berechnung berücksichtigte lineare Temperaturunterschiede nach DIN-FB 102 von:

$$\text{pos} \Delta T_{M,d} = 0,8 \cdot 1,5 \cdot 12,3 = \mathbf{+14,8 \text{ K}} \quad (\text{oben wärmer})$$

$$\text{neg} \Delta T_{M,d} = 0,8 \cdot 1,5 \cdot -8,0 = \mathbf{-9,6 \text{ K}} \quad (\text{unten wärmer})$$

8.2.2 Untersuchungen am Bezugssystem

Allgemeines

Die nichtlinearen Berechnungen erfolgen nach den Grundsätzen für nichtlineare Verfahren zur Ermittlung der Schnittgrößen nach DIN 1045-1 in Verbindung mit dem DAfStb Heft 525 bzw. DIN-Fachbericht 102. Dabei werden unter Ansatz konstant gehaltener Temperatureinwirkungen $\Delta T_{M,d}$ die mit Teilsicherheitsbeiwerten vergrößerten ständigen und veränderlichen Lasteinwirkungen inkrementell mit dem Lastfaktor λ gesteigert:

$$F = \lambda \cdot (\gamma_G \cdot G_k + \gamma_Q \cdot Q_k) = \lambda \cdot F_d$$

Die Systemtraglast, die rechnerisch zum Versagen führt, ergibt sich damit zu:

$$F_u = \lambda_u \cdot (\gamma_G \cdot G_k + \gamma_Q \cdot Q_k)$$

Versagen ist rechnerisch gegeben, wenn im kritischen Querschnitt entweder im Beton oder in der Bewehrung die Grenzdehnung erreicht wird:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{c,lu} \quad \text{und/ oder} \quad \varepsilon_s = \varepsilon_{s,u}$$

$$\text{bzw.} \quad \varepsilon_{sm} = \varepsilon_{smu} \quad (\text{bei modifizierter Stahlkennlinie})$$

Um das normgemäße Sicherheitsniveau bei nichtlinearer Schnittgrößenermittlung zu erfüllen, muss die Systemtraglast F_u , die zum Versagen führt, mindestens den γ_R -fachen Bemessungswert der Belastung F_d erreichen:

$$\gamma_R \cdot F_d = \gamma_R \cdot (\gamma_G \cdot G_k + \gamma_Q \cdot Q_k) \leq R(f_{cR}; f_{yR}; f_{tR})$$

$$\text{mit } \gamma_R = 1,30; F_d = \gamma_G \cdot G_k + \gamma_Q \cdot Q_k$$

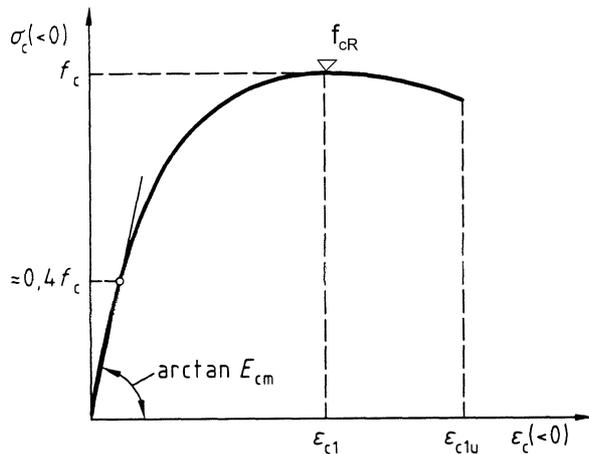
$$\gamma_R \cdot F_d \leq F_u = R(f_{cR}; f_{yR}; f_{tR}) \quad \text{bzw.} \quad \lambda_u \geq \gamma_R = 1,3$$

Da für die Bemessung von Spannbetontragwerken im Allgemeinen die Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit maßgebend sind, führen die nichtlinearen Berechnungen im Allgemeinen auf Laststeigerungsfaktoren λ_u , für die gilt:

$$\lambda_u > \gamma_R = 1,30$$

Rechenannahmen

In den Berechnungen werden die Spannungs-Dehnungslinien nach DIN-FB 102 für die nichtlineare Schnittgrößenermittlung verwendet.



C 35/45

$$E_{c0m} = 33.300 \text{ MN/m}^2$$

$$f_{ctm} = 3,2 \text{ MN/m}^2$$

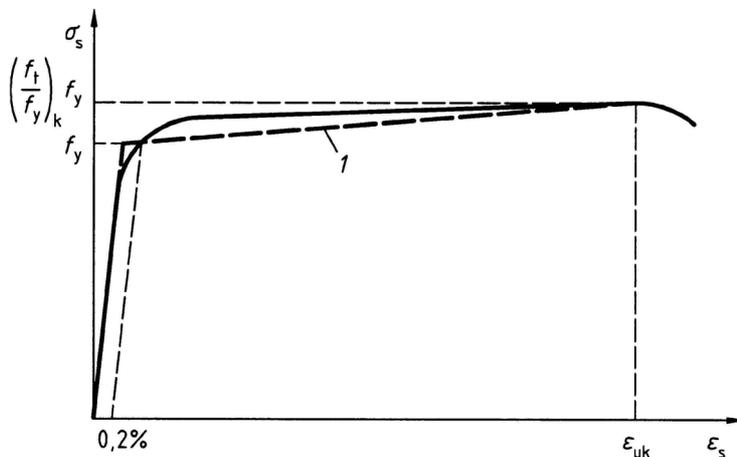
$$k = 3,16$$

$$\epsilon_{c1} = 2,4 \text{ ‰}$$

$$\epsilon_{c1u} = 3,5 \text{ ‰}$$

$$f_{cR} = 25,3 \text{ MN/m}^2$$

Bild 160 Spannungs-Dehnungslinie des Betons für die nichtlineare Schnittgrößenermittlung



BSt 500S (hohe Duktilität)

$$E_s = 200.000 \text{ MN/m}^2$$

$$\epsilon_{sy} = 2,75 \text{ ‰}$$

$$\epsilon_{su} = 25 \text{ ‰}$$

$$f_{yR} = 550 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{tR} = 1,08 \cdot 550 = 594 \text{ N/mm}^2$$

Bild 161 Spannungs-Dehnungslinie des Betonstahls für die nichtlineare Schnittgrößenermittlung

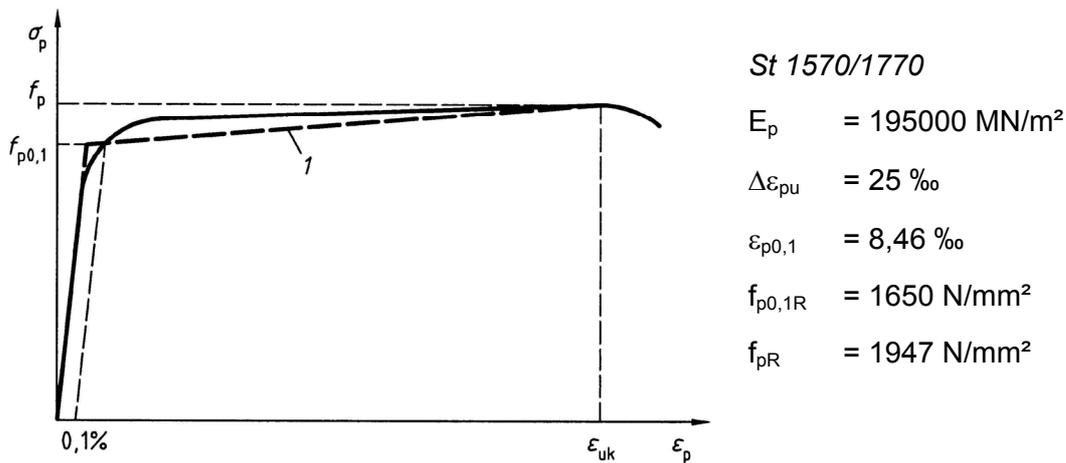


Bild 162 Spannungs-Dehnungslinie des Spannstahls für die nichtlineare Schnittgrößenermittlung

Die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen wird über die Modifizierung der Stahlarbeitslinien berücksichtigt (siehe Abschnitt 8.2.6).

Untersuchte Laststellungen

Am Tragsystem wurden 3 verschiedene Verkehrslaststellungen untersucht (Bild 163).

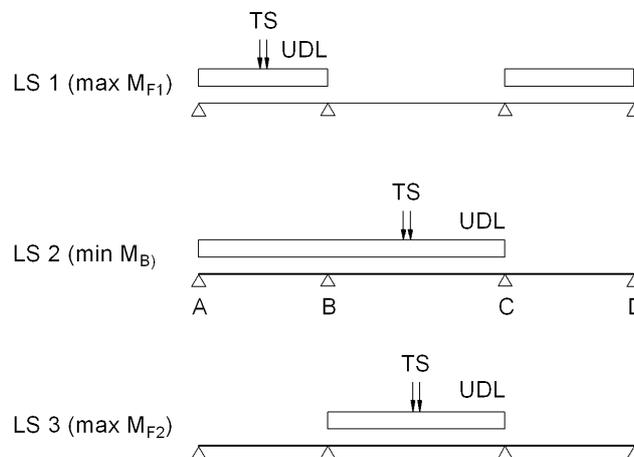


Bild 163 Übersicht der untersuchten Laststellungen

Die Entwicklung der Schnittgrößen unter einer inkrementellen Laststeigerung mit und ohne Ansatz eines linearen Temperaturunterschieds $\Delta T_{M,d}$ geht aus Bild 164 hervor. Mit zunehmender Laststeigerung gleichen sich die Momente infolge der kombinierten Last-Zwang-Einwirkungen dem Moment aus reiner Last-Einwirkung an, d.h. das Zwangsmoment infolge $\Delta T_{M,d}$ wird durch die Abnahme der Systemsteifigkeit abgebaut.

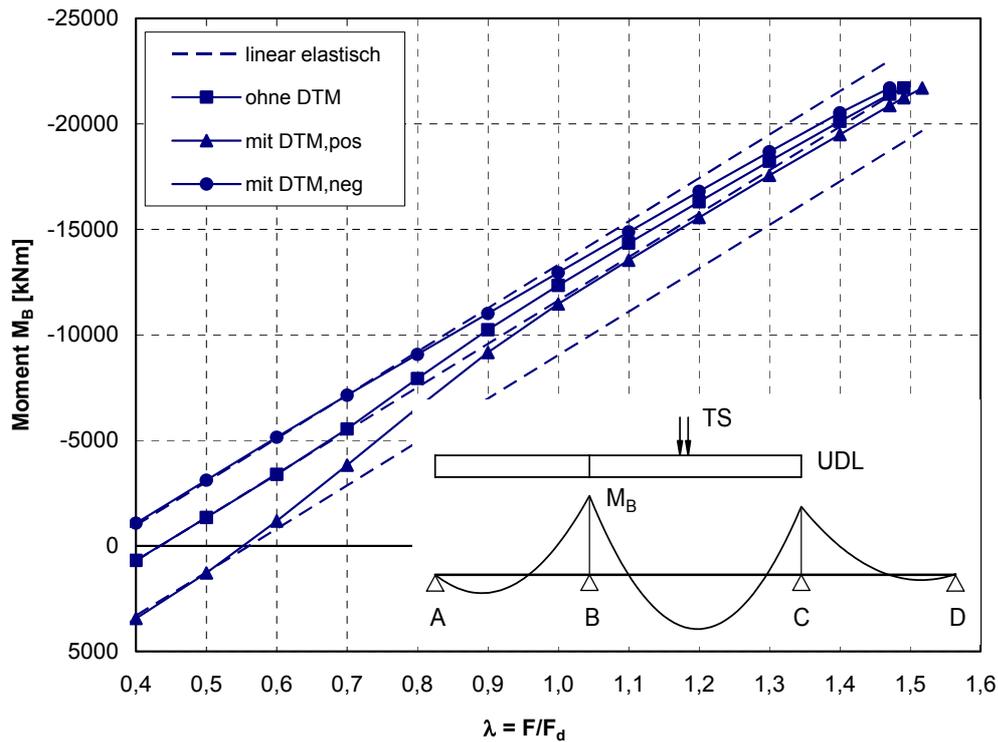


Bild 164 Entwicklung des Stützmomentes M_B infolge Last und Zwang unter inkrementeller Steigerung der Last bis zur Systemtraglast

Der Abbau der Zwangsschnittgrößen infolge positivem oder negativem linearem Temperaturunterschied $\Delta T_{M,d}$ ist in Bild 165 bis Bild 173 detailliert in Abhängigkeit von den maßgebenden Laststellungen über der inkrementell gesteigerten Last aufgetragen.

Der Abbau setzt nach Überschreiten der Risschnittgrößen ein und endet mit dem Erreichen der Systemtraglast F_u . Unter F_u wird im kritischen Querschnitt je nach Laststellung entweder die rechnerische Bruchdehnung des Betons $\varepsilon_{c1u} = -3,5\%$ oder die rechnerische mittlere Bruchdehnung des Betonstahls ε_{smu} (modifizierte Stahlkennlinie) erreicht.

Durch das Erreichen der Grenzdehnungen im Beton oder Stahl wird ein vollständiger Abbau der Zwangsschnittgrößen verhindert.

Wie die Ergebnisse der nichtlinearen Berechnungen zeigen, findet unter den Gebrauchslasten noch kein bzw. lediglich ein geringfügiger Abbau der Zwangsschnittgrößen statt. Dies ist eine Folge des üblichen hohen Vorspanngrades bei Spannbetonbrücken. Das Beanspruchungsniveau der häufigen Einwirkungskombination ist in etwa bei einem Lastfaktor $\lambda \approx 0,6$ erreicht.

Die Abminderungsfaktoren η für die Zwangsmomente infolge $\Delta T_{M,d}$ auf der Grundlage der Steifigkeiten, die sich aus den nichtlinearen Berechnungen mit den Mittelwerten der maßgebenden Werkstoffkenngrößen ergeben, sind für verschiedene Laststufen in Tabelle 17 angegeben.

Tabelle 17 Abminderungsfaktoren η (für verschiedene Laststufen)

Last- stellung	η (für $\lambda = 1,0$)		η (für $\lambda = 1,3$)		η (für $\lambda = \lambda_y$)		η (für $\lambda = \lambda_u$)	
	$\Delta T_{M,pos}$	$\Delta T_{M,neg}$	$\Delta T_{M,pos}$	$\Delta T_{M,neg}$	$\Delta T_{M,pos}$	$\Delta T_{M,neg}$	$\Delta T_{M,pos}$	$\Delta T_{M,neg}$
1	0,51	0,43	0,25	0,23	0,23	0,20	0,12	0,10
2	0,32	0,34	0,25	0,25	0,20	0,17	0,17	0,17
3	0,43	0,39	0,26	0,25	0,18	0,18	0,11	0,12

Die Abminderungsfaktoren η der Laststellungen 1 bis 3 liegen für das Beanspruchungsniveau $F = F_d$ bzw. $\lambda = 1,0$ zwischen $\eta_{(1,0)} = 0,32...0,51$.

Bei einer Laststeigerung auf $\lambda = 1,3$, dies entspricht dem Lastniveau für die Bemessung nach dem nichtlinearen Verfahren, bauen sich die Zwangsschnittgrößen weiter ab. Die zugehörigen Abminderungsfaktoren betragen hier $\eta_{(1,3)} = 0,23...0,26$.

Bis zum Erreichen der Fließgrenze des Spannstahls bei einem Lastfaktor λ_y werden die Zwangsschnittgrößen auf ein Niveau von $\eta_{(y)} = 0,23...0,17$ abgebaut. Das heißt ca. 75% des Zwangs wurde allein durch Rissbildung und dem zunehmend nichtlinearen Verhalten der Betondruckzone abgebaut.

Bei Erreichen der Systemtraglast sind die Zwangsschnittgrößen je nach Laststellung und Vorzeichen der Temperatureinwirkung ΔT_M auf den Wert $\eta_{(u)} = 0,10...0,17$ bezogen auf die Ausgangsschnittgröße im ungerissenen Zustand I abgebaut.

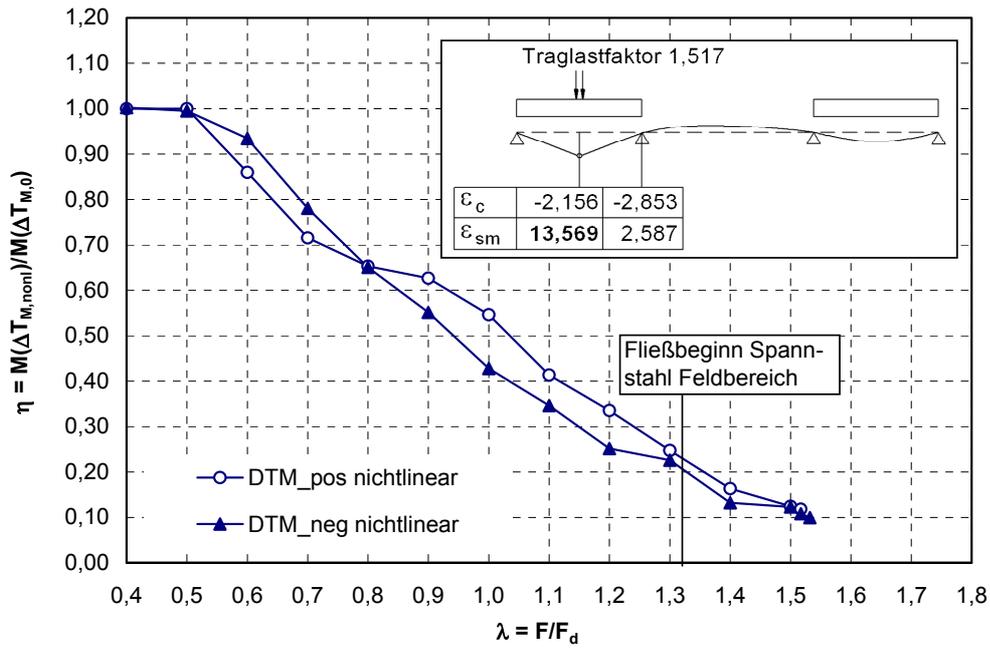


Bild 165 Zwangabbau bei inkrementeller Laststeigerung bis zum Erreichen der Systemtraglast
 Laststellung 1 (max M_{F-1})
 Materialgesetze nach DIN-FB 102

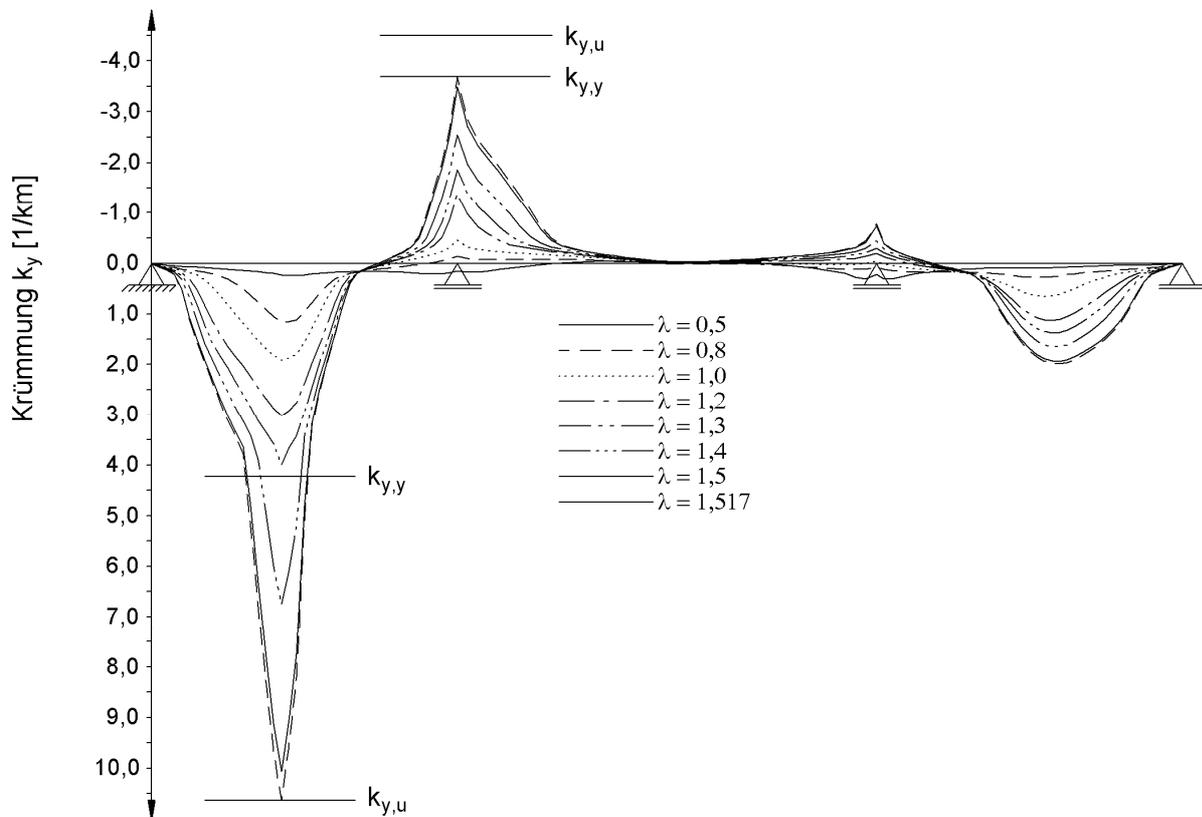


Bild 166 Krümmungsverläufe für Laststellung 1 bei ausgewählten Lastfaktoren

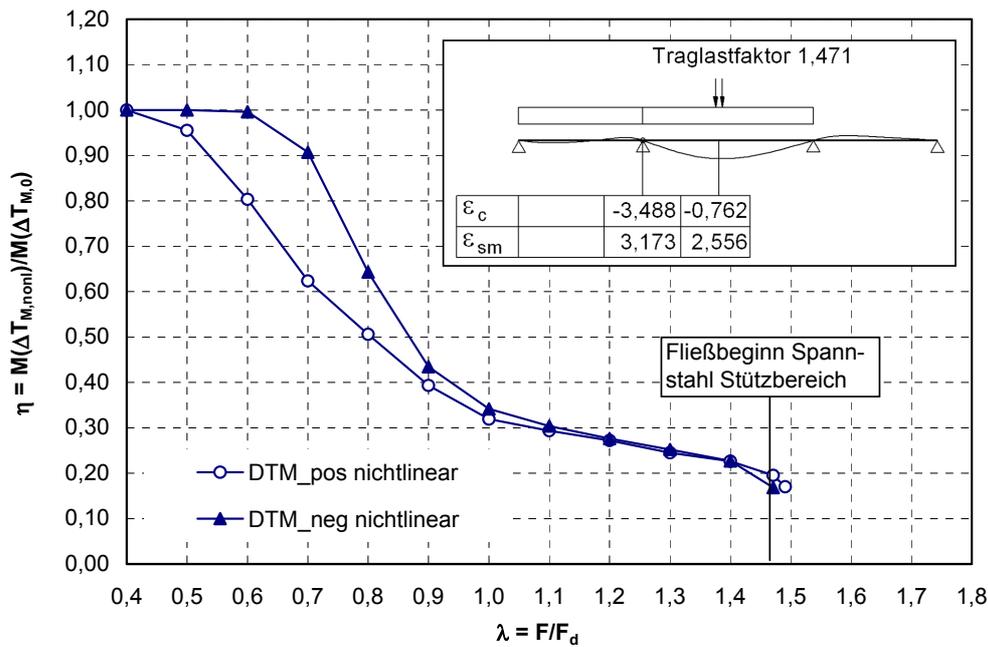


Bild 167 Zwangabbau bei inkrementeller Laststeigerung bis zum Erreichen der Systemtraglast
 Laststellung 2 (min M_B)
 Materialgesetze nach DIN-FB 102

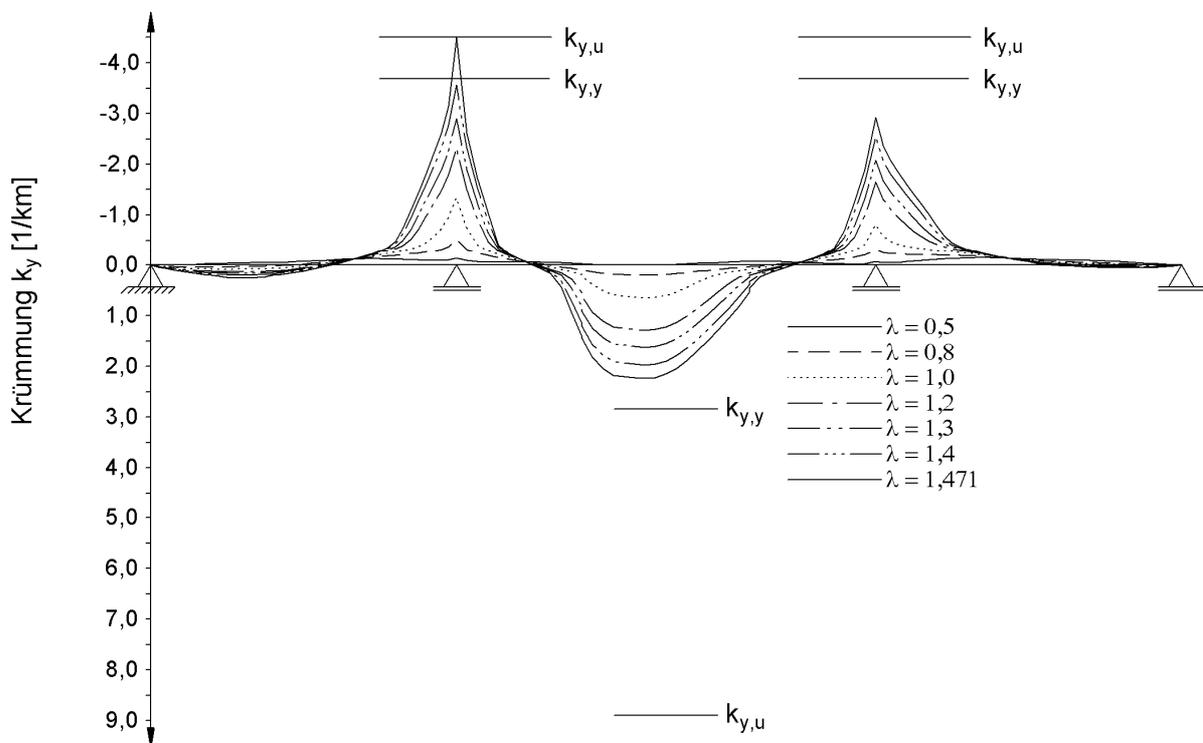


Bild 168 Krümmungsverläufe für Laststellung 2 bei ausgewählten Lastfaktoren

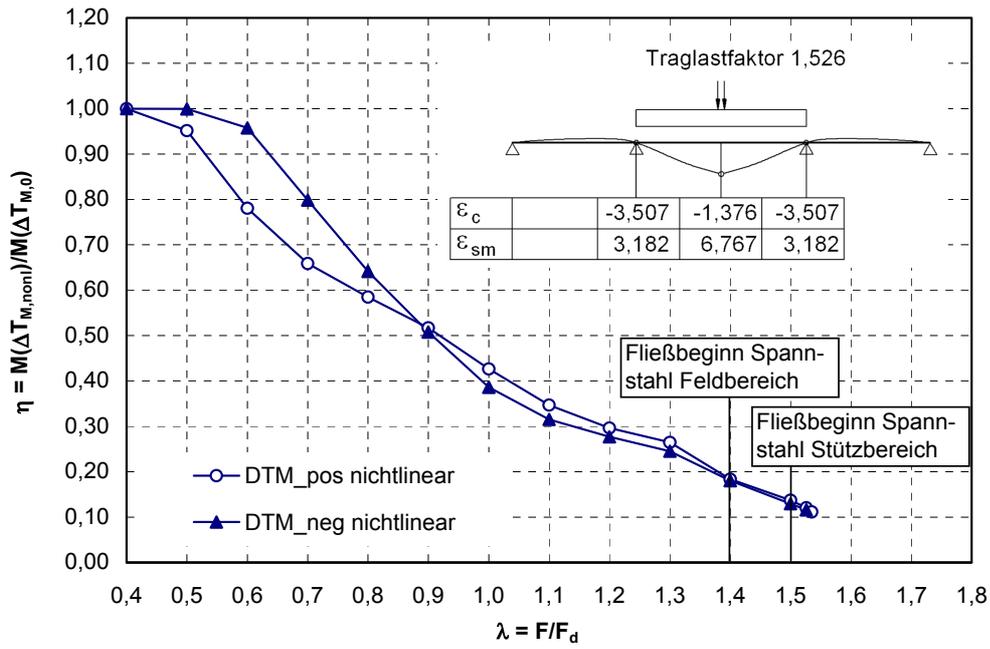


Bild 169 Zwangabbau bei inkrementeller Laststeigerung bis zum Erreichen der Systemtraglast
 Laststellung 3 (max M_{F2})
 Materialgesetze nach DIN-FB 102

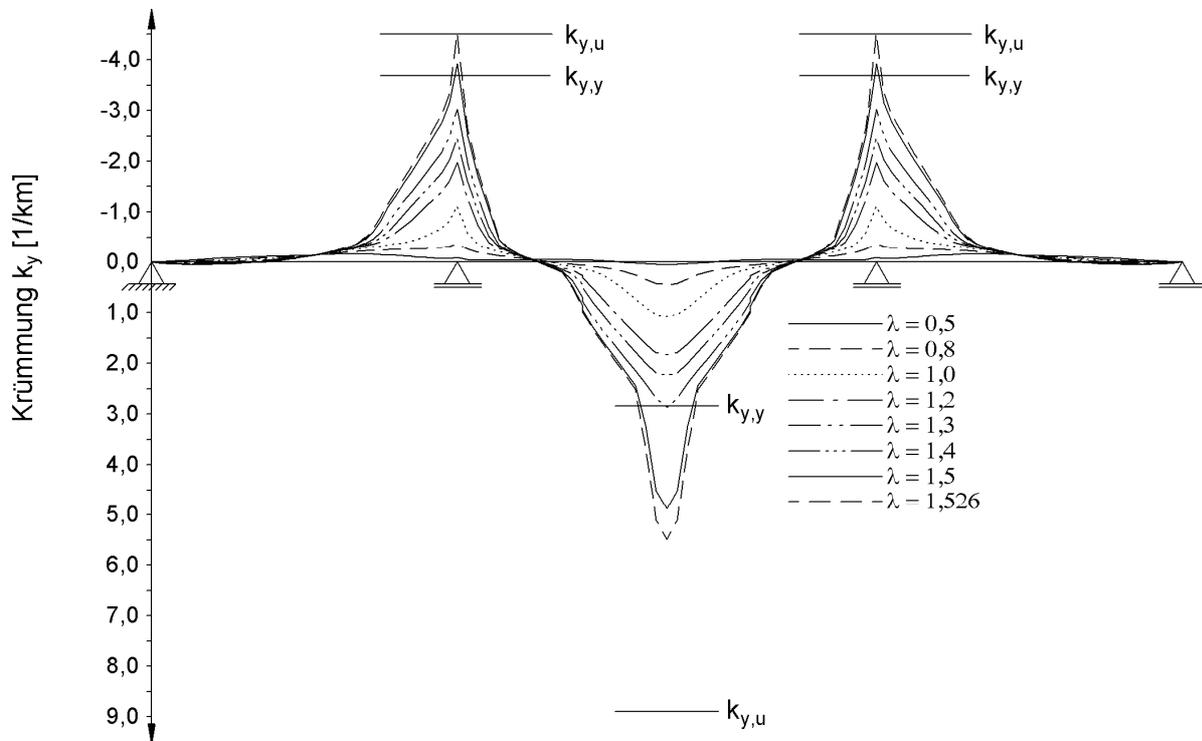


Bild 170 Krümmungsverläufe für Laststellung 3 bei ausgewählten Lastfaktoren

Die Auswertung der Krümmungsverläufe in Verbindung mit den dazugehörigen M- κ -Linien zeigt, dass ein starker Abbau der Zwangsschnittgröße bereits durch die Rissbildung erfolgt.

Bei der Laststellung 1 haben sich unmittelbar vor dem Erreichen des Fließmomentes im Feld 1 bei Lastfaktor 1,3 die Zwangsschnittgrößen bereits auf 25% abgebaut. Das Fließen im Feld führt dann zu einer weiteren Verminderung der Zwangsschnittgrößen auf 10%. Durch das Erreichen der Grenzdehnungen des Stahls im Feld 1 wird ein vollständiger Abbau der Zwangsschnittgrößen verhindert.

In Laststellung 2 wird die Fließdehnung des Stahls über der Stütze erst in der letzten Belastungsstufe (LF = 1,471) erreicht. Die Zwangsschnittgrößen werden bis dahin auf 22% abgebaut, obwohl der Querschnitt im Stützbereich so gut wie keine plastischen Krümmungen erfährt. Das Erreichen der Grenzdehnung im Beton des Stützbereiches verhindert den vollständigen Zwangabbau.

Bei Laststellung 3 baut sich der Zwang auf 10% ab. Bis zum Fließbeginn im Feld 2 haben sich die Zwangsschnittgrößen auch hier bereits auf ca. 18% abgebaut. Im Traglastzustand bilden sich sowohl im Feld 2 als auch in beiden Stützbereichen Fließgelenke. Ein vollständiger Zwangabbau findet jedoch auch hier nicht statt, da die Fließgelenke keine idealen Gelenke darstellen sondern noch eine Reststeifigkeit besitzen, die durch den Anstieg der M- κ -Linie im plastischen Bereich gekennzeichnet ist. Die Tragfähigkeit wird begrenzt durch das Erreichen der Grenzdehnung des Betons im Stützbereich.

Zusammenfassend ist festzustellen, dass der Zwangabbau im Wesentlichen durch die elastischen Rotationen infolge Rissbildung geschieht. Die plastischen Rotationen liefern anschließend nur noch einen geringen Anteil zum Abbau der Zwangsschnittgrößen.

Zur besseren Anschauung sind im Bild 171 die Momenten-Krümmungs-Linien der Feldquerschnitte und des Stützquerschnittes angegeben.

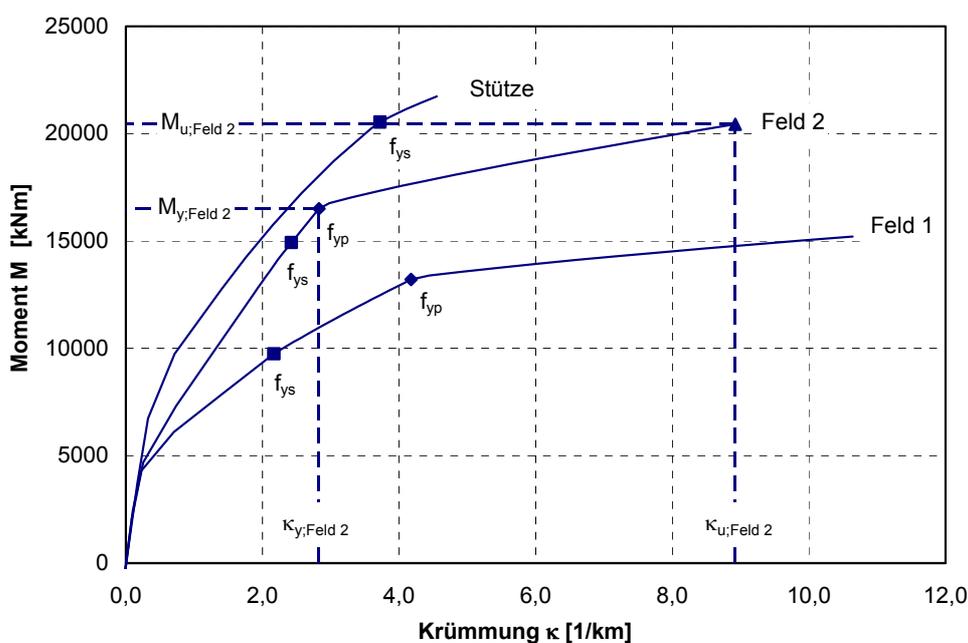


Bild 171 M- κ_m -Beziehungen der Querschnitte

Der Vergleich aller Laststellungen zeigt für die Temperaturbeanspruchung ΔT_M einen ähnlichen Verlauf des Zwangabbaus (Bild 172 und Bild 173).

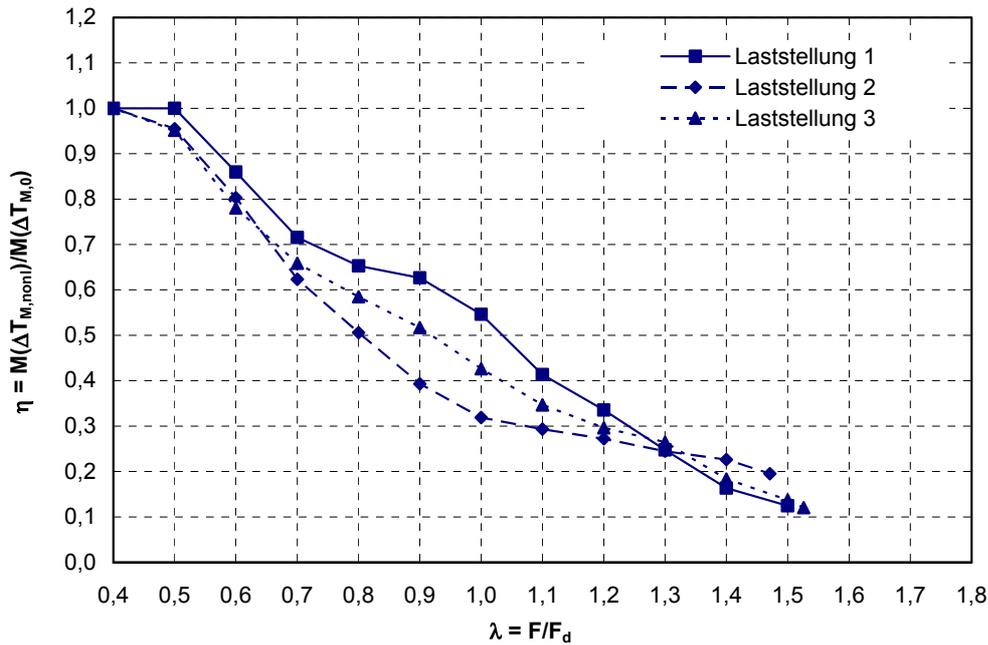


Bild 172 Zwangabbau bei inkrementeller Laststeigerung bis zum Erreichen der Systemtraglast $\text{pos } \Delta T_{M,d}$; Laststellungen 1 – 3

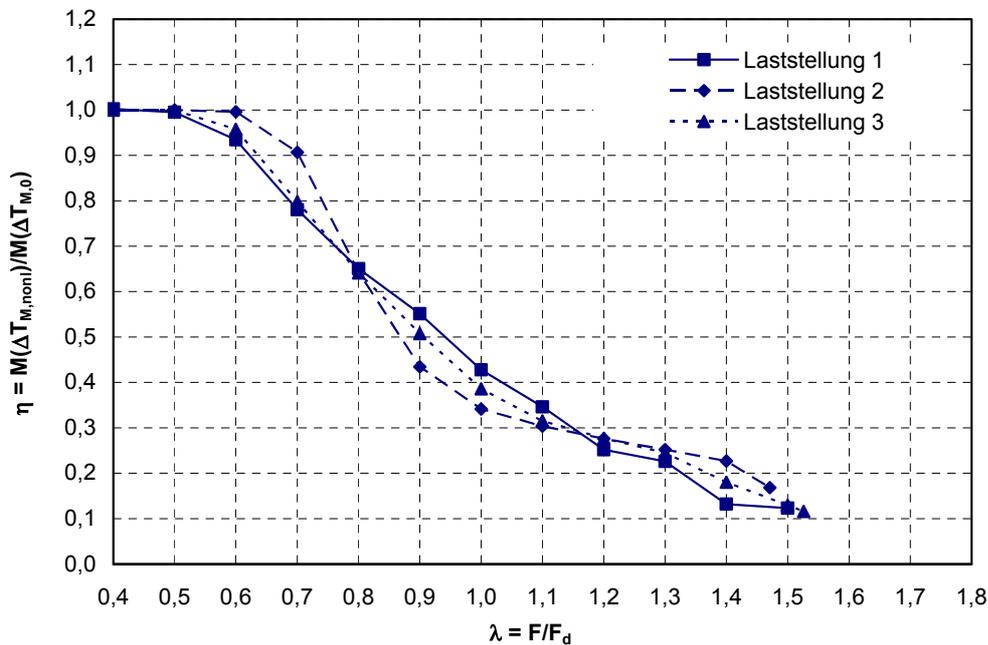


Bild 173 Zwangabbau bei inkrementeller Laststeigerung bis zum Erreichen der Systemtraglast $\text{neg } \Delta T_{M,d}$; Laststellungen 1 – 3

Der Abbau der Zwangmomente ausschließlich durch die Rissbildung η_{cr} bis zum Erreichen der Fließgrenze in der Bewehrung ist nochmals in Tabelle 18 zusammengefasst. Der vollständige Abbau der Zwangmomente ist im Allgemeinen nicht möglich, da zuvor die Bruchdehnung im

Beton oder im Stahl erreicht wird, d. h. es steht kein ausreichend plastisches Verformungsvermögen für einen vollständigen Abbau des Zwangs zur Verfügung.

Tabelle 18 Abminderungsfaktoren η_{cr} und η_u sowie prozentualer Anteil des durch Rissbildung hervorgerufenen Zwangabbaus

Laststellung	η_{cr} ¹⁾	η_u ²⁾	$\frac{1-\eta_{cr}}{1-\eta_u} \cdot 100\%$
1	0,25	0,10	83%
2	0,22	0,17	94%
3	0,18	0,10	91%

1) η_{cr} Abminderung allein durch Rissbildung bis zum Fließbeginn der Bewehrung

2) η_u Abminderung bis zum Erreichen der Traglast einschließlich plastischer Dehnungen

8.2.3 Einfluss der Dehnungsbegrenzung

Bei einer Vergrößerung der rechnerischen Bruchdehnungen für den Beton (Bild 174) und die Bewehrung (Bild 175), steigt der Lastfaktor λ_u bis zum Erreichen der Systemtraglast an. Damit einher geht, aufgrund der größeren zur Verfügung stehenden plastischen Verformungskapazität, ein weiterer Abbau des Zwangmoments infolge $\Delta T_{M,d}$ auf unter 10% des Anfangswertes (Bild 176). Bei weiterer Vorgabe ausreichend großer Bruchdehnungen ε_{c1u} und ε_{smu} könnte das Zwangmoment schließlich rechnerisch vollständig abgebaut werden.

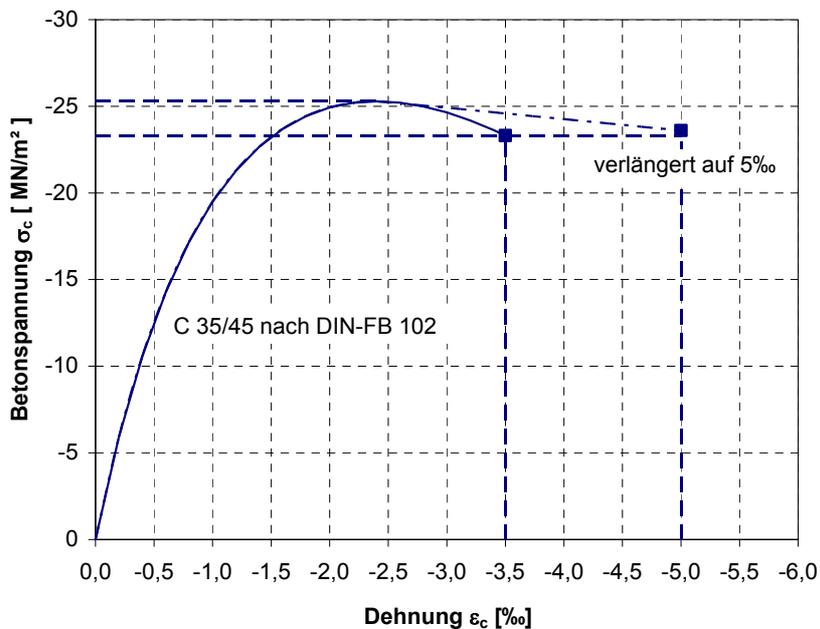


Bild 174 Variation der rechnerischen Bruchdehnung für Beton

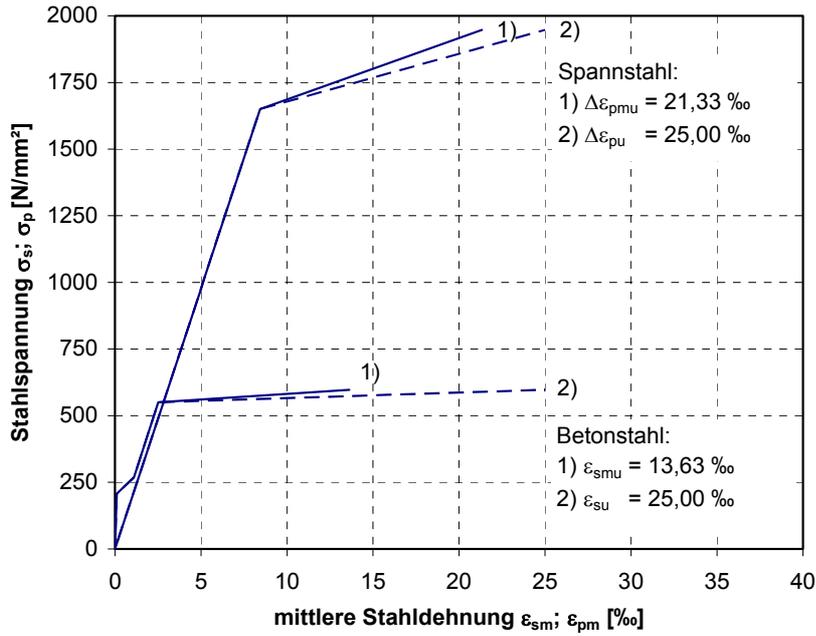


Bild 175 Variation der mittleren Bruchdehnungen (modifizierte Stahlkennlinie) für den Betonstahl und Spannstahl

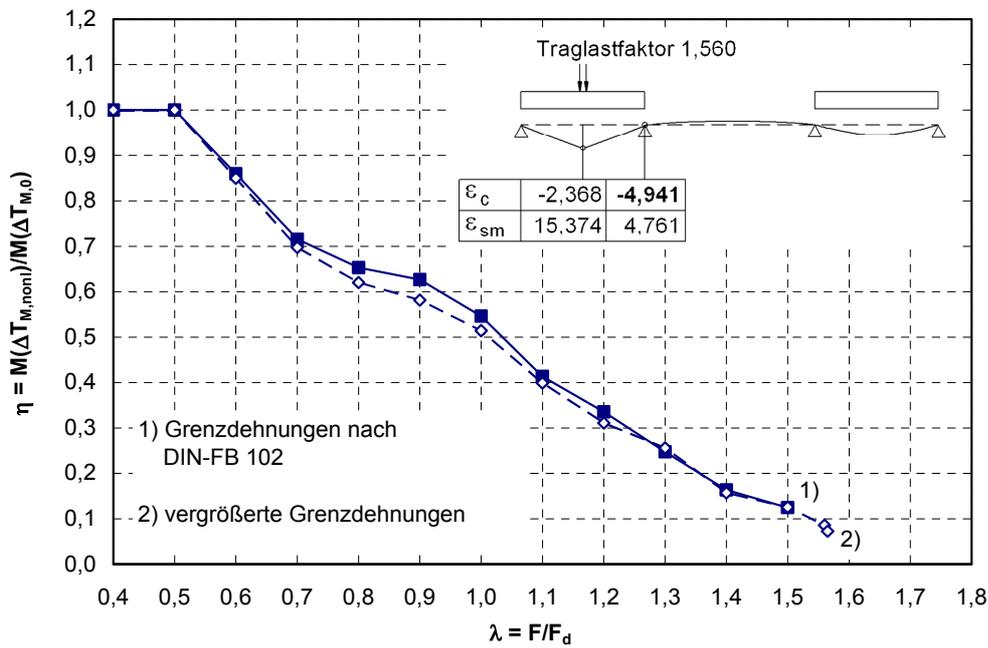


Bild 176 Abbau des Zwangmoments infolge pos $\Delta T_{M,d}$ bei einer Vergrößerung der rechnerischen Bruchdehnungen (pos $\Delta T_{M,d} = 14,8$ K)

8.2.4 Einfluss des Vorspanngrades

Zur Untersuchung des Einflusses aus dem Vorspanngrad auf den Abbau des Zwangmomentes aus einer Temperaturbeanspruchung infolge ΔT_{Md} wurden vier verschiedene Systeme mit einer unterschiedlichen Anzahl von Spanngliedern simuliert. Dabei wurde bei der Wegnahme von jeweils zwei Spanngliedern die Querschnittsfläche der Betonstahlbewehrung so erhöht, dass die Systemtraglast nicht vermindert wurde.

$$f_{y,R} \cdot A_s + f_{p0,1R} \cdot A_p \approx const \quad (8.17)$$

Der Träger mit sechs Spanngliedern entspricht einem Hauptträger des zweistegigen Plattenbalkens nach Abschn. 8.2.1, der nach DIN-Fachbericht 102 bemessen wurde. Der Träger ohne Spannglieder entspricht einem reinen Stahlbetonträger.

Wie aus Bild 177 ersichtlich ist, ergibt sich aus dem Vorspanngrad ein erheblicher Einfluss auf den Kurvenverlauf für den Abbau des Zwangmomentes. Je höher der Vorspanngrad, umso größer ist der zugehörige Lastfaktor unter dem die Risschnittgrößen erreicht werden und der Abbau des Zwangmomentes bei weiterer Laststeigerung beginnt.

Je geringer der Vorspanngrad, umso eher und schneller setzt der Abbau der Zwangmomente ein. Bei dem Träger ohne Vorspannung bzw. mit geringer Vorspannung (zwei Spannglieder) stellt sich nach dem ersten abfallenden Ast mit abgeschlossener Rissbildung das typische Plateau entsprechend einem konstanten Zwangmoment ein, wie bei den vorangegangenen Untersuchungen an Stahlbetontragwerken. Mit dem Fließbeginn in der Bewehrung geht das Plateau in den zweiten abfallenden Ast über bis die Grenzdehnungen erreicht sind oder der Zwang vollständig abgebaut ist.

Auf dem Beanspruchungsniveau der Bemessungslast im Grenzzustand der Tragfähigkeit liegen die Abminderungsfaktoren η für die Zwangmomente etwa zwischen 0,3 und 0,4.

Bei Steigerung des Beanspruchungsniveaus auf $\lambda = 1,3$ verringern sich die Abminderungsfaktoren η auf etwa 0,15 bis 0,25.

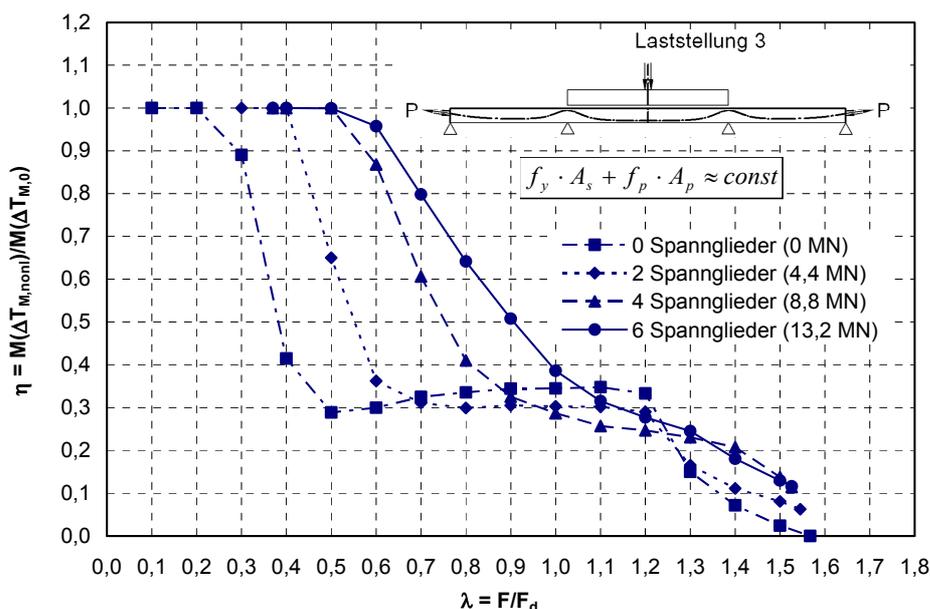


Bild 177 Einfluss des Vorspanngrades auf den Abbau der Zwangmomenten bei einer Steigerung der Lasten (neg $\Delta T_{M,d} = -9,6$ K)

Des Weiteren wurde untersucht, inwiefern der Zwangabbau durch den Ansatz der unteren und oberen charakteristischen Vorspannkraft $P_{k,inf}$ bzw. $P_{k,sup}$ beeinflusst wird. Bild 178 zeigt den Einfluss im Vergleich zum Mittelwert $P_{m,t}$. Auf dem Niveau der Bemessungslasten F_d im Grenzzustand der Tragfähigkeit ($\lambda = 1,0$) liegen die Abminderungsfaktor η für das Zwangsmoment zwischen 0,30 und 0,50.

Bei Steigerung des Lastfaktors auf $\lambda = 1,3$ nehmen die Zwangsschnittgrößen weiter ab. Der Einfluss der Streuung der Vorspannkraft verringert sich. Die Abminderungsfaktoren liegen zwischen 0,20 und 0,30.

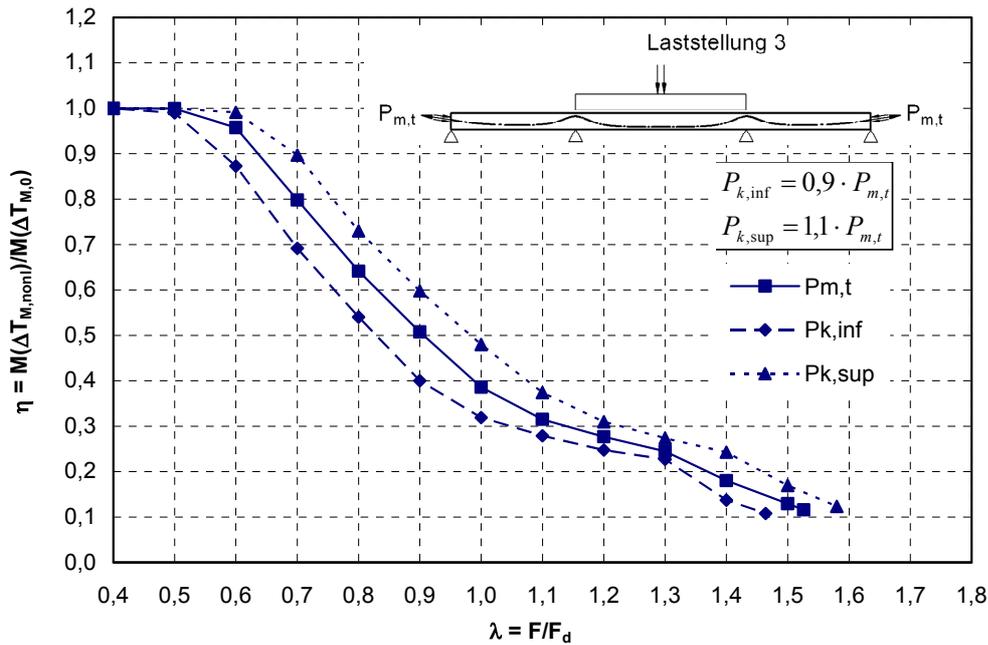


Bild 178: Einfluss des Vorspanngrades auf den Abbau der Zwangsschnittgrößen bei einer Steigerung der Lasten (neg $\Delta T_{M,d} = -9,6$ K)

8.2.5 Einfluss des Elastizitätsmoduls des Betons (E_{cm})

Bei der nachfolgenden Berechnung wurde der E-Modul des Betons in den Grenzen $0,7 \dots 1,0 \dots 1,3 E_{cm}$ variiert (Bild 179). Die Auswirkung auf den Verlauf der Spannungs-Dehnungslinie des Betons ist deutlich zu erkennen.

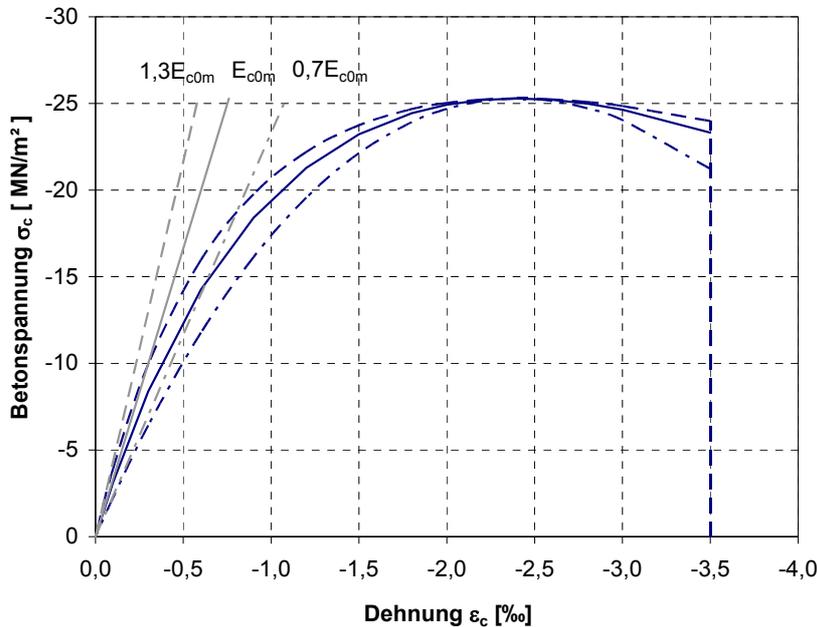


Bild 179 Variation des E-Moduls E_{cm}

Da die Zwangsschnittgrößen direkt proportional zur Systemsteifigkeit sind, wirkt sich eine Variation des E-Moduls E_{cm} unmittelbar auf die Größe der Anfangswerte der Zwangsmomente infolge ΔT_M aus (Bild 180).

Im Gebrauchslastbereich, solange sich der Spannbetonträger im Zustand I befindet, sind die Zwangsmomente infolge ΔT_M dem E-Modul E_{cm} direkt proportional. Im gerissenen Zustand II geht dieser Einfluss bei einer inkrementellen Laststeigerung zunehmend zurück. Die Zwangsmomente, die mit unterschiedlichem Ansatz für E_{cm} berechnet wurden, nähern sich einander immer mehr an, bis die drei Kurven schließlich ineinander übergehen.

Unter der Bemessungslast F_d ($\lambda = 1,0$) für die Nachweise im Grenzzustand der Tragfähigkeit unterscheiden sich die mit unterschiedlich großem E-Modul E_{cm} berechneten Zwangsmomente nur noch geringfügig voneinander (Bild 180).

Bei einer Gegenüberstellung der Kurven für den Abbau des auf den jeweiligen Ausgangswert bezogenen Zwangmomentes (Bild 181), ergibt sich ein etwas steilerer Abfall für das mit dem oberen Grenzwert für E_{cm} berechnete Zwangmoment.

Der Einfluss des E-Moduls E_{cm} auf die Größe der Systemtraglast ist vernachlässigbar gering.

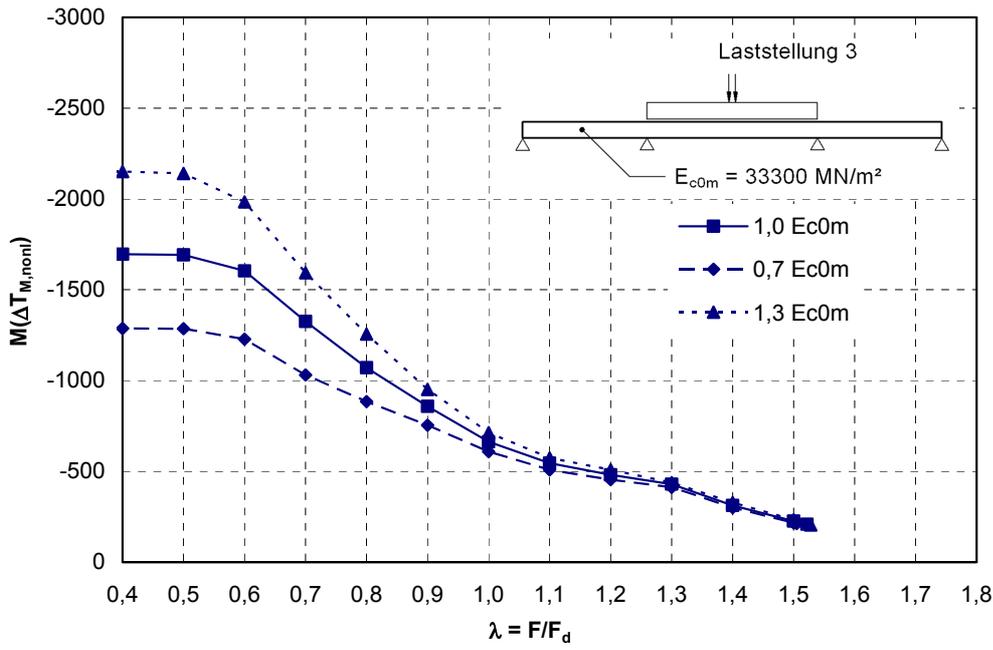


Bild 180 Größe des Zwangmomentes über der Stütze infolge $\text{neg } \Delta T_{M,d} = -9,6 \text{ K}$ in Abhängigkeit vom Beanspruchungsniveau

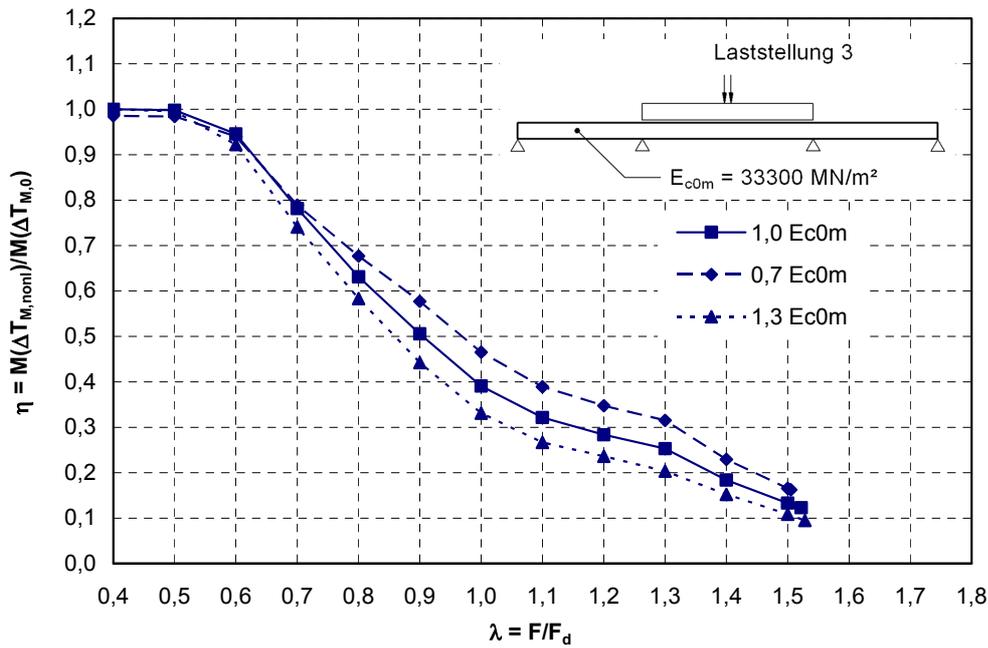


Bild 181 Relativer Abbau der Zwangsschnittgrößen in Abhängigkeit vom Beanspruchungsniveau

8.2.6 Einfluss der Betonzugfestigkeit

Um den Einfluss der Betonzugfestigkeit zu untersuchen, wurde mit drei verschiedenen Werten der Zugfestigkeiten gerechnet:

$$f_{ctk;0,5} = 2,20 \text{ MN} / \text{m}^2$$

$$f_{ctm} = 3,20 \text{ MN} / \text{m}^2$$

$$f_{ctk;0,95} = 4,20 \text{ MN} / \text{m}^2$$

Die Variation der Betonzugfestigkeit wirkt sich unmittelbar auf die modifizierten Arbeitslinien des Betonstahls und des Spannstahls aus. Dies gilt sowohl für den elastischen als auch für den plastischen Stahldehnungsbereich (Bild 182).

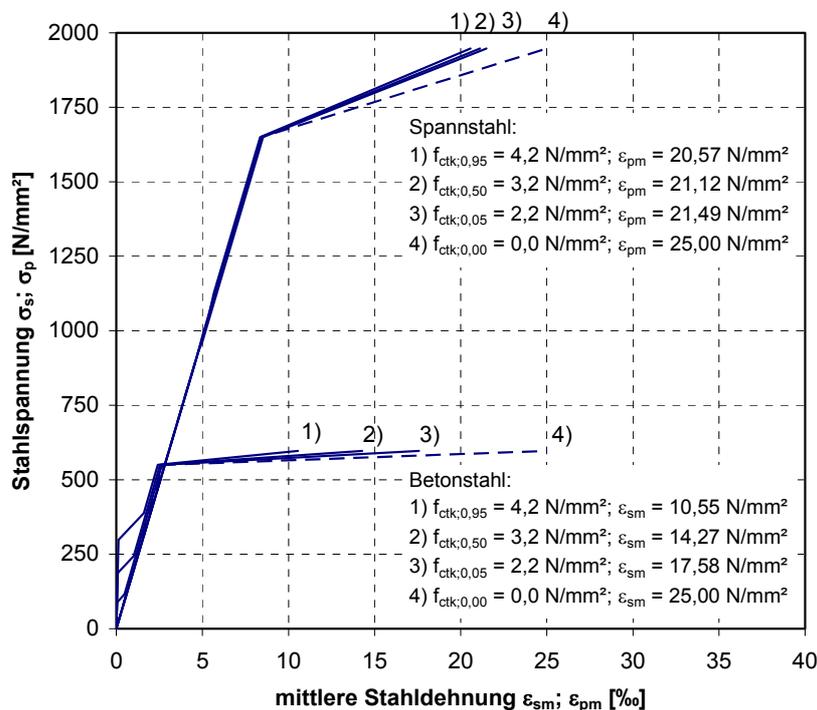


Bild 182 Modifizierte Kennlinien für die Bewehrung bei Variation der Betonzugfestigkeit
(Beispiel: Bewehrung Feld 2)

Der Einfluss einer unterschiedlich großen Betonzugfestigkeit ($0,7 f_{ctm}$; $1,3 f_{ctm}$) auf den Abbau der Zwangmomente infolge ΔT_M unter einer inkrementellen Laststeigerung geht aus dem Bild 183 hervor. Die Kurvenverläufe weisen nur geringfügige Unterschiede auf.

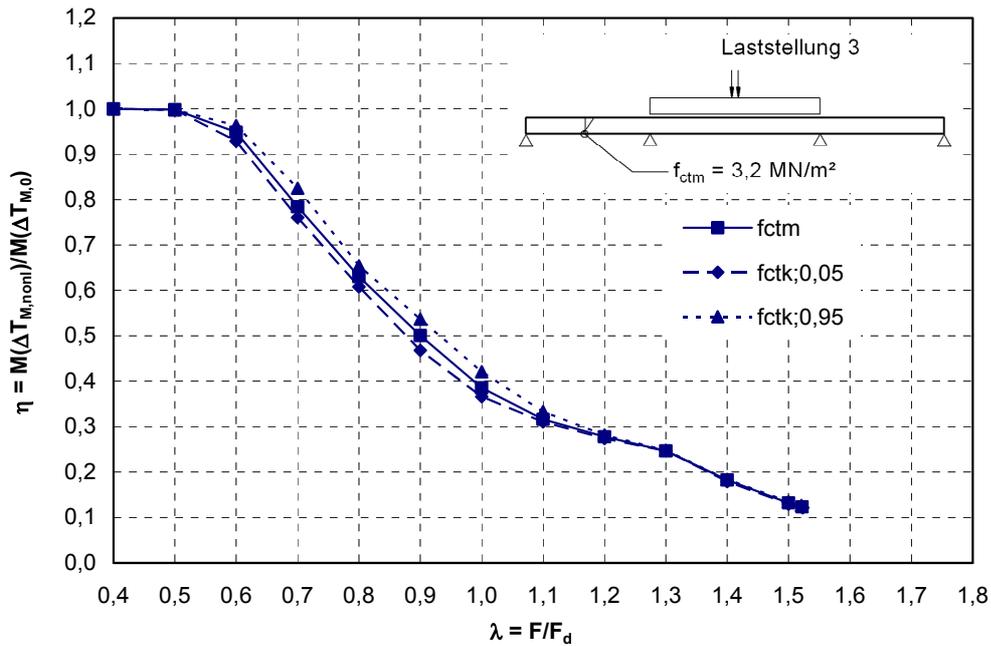


Bild 183 Abbau des Zwangmoments infolge neg $\Delta T_{M,d} = -9,6$ K Abhängigkeit vom Beanspruchungsniveau

8.2.7 Einfluss einer zusätzlichen Temperaturbeanspruchung auf die Größe der Systemtraglast

Für die Untersuchung des Einflusses einer Temperaturbeanspruchung auf die Größe der Systemtraglast wurde der lineare Temperaturunterschied in weiten Grenzen variiert (Bild 184). Die normgemäße Systemtraglast entsprechend dem nichtlinearen Verfahren mit $\gamma_R = 1,30$ wurde dabei in einem Bereich von etwa $\Delta T_M = \pm 60$ K erreicht.

Die Traglastabminderung im baupraktisch für Brücken interessanten Bereich $\Delta T_M = \pm 20$ K ist relativ gering (max ca. 5 %).

Hat das Zwangmoment infolge ΔT_M gegenüber dem Lastmoment ein umgekehrtes Vorzeichen, wirkt es sich sogar günstig in Form einer geringen Traglaststeigerung aus.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass der Einfluss einer Temperaturbeanspruchung infolge ΔT_M bei den hier untersuchten Systemen auf die Größe der Systemtraglast relativ gering ist. Im baupraktisch interessanten Bereich von maximal etwa $\Delta T_M = \pm 20$ K beträgt er weniger als 5 %, d.h. er ist im Bezug auf die Größe der Systemtraglast nach nichtlinearer Berechnung vernachlässigbar.

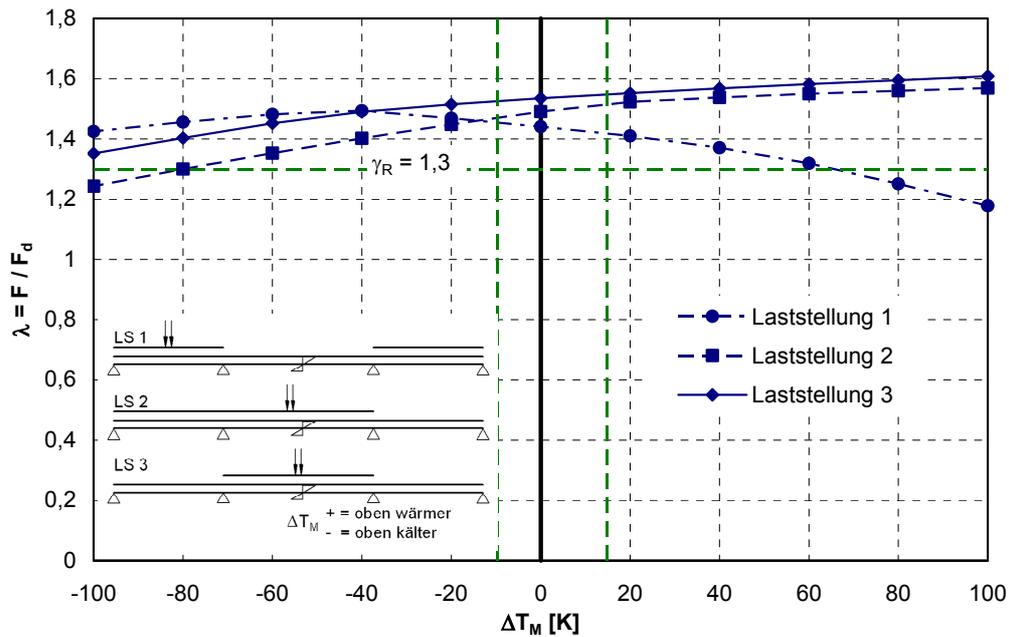


Bild 184 Einfluss einer Temperaturbeanspruchung infolge ΔT_M auf die Größe der Systemtraglast

8.2.8 Maximal aufnehmbare Temperaturbeanspruchung

Wird unter einer gegebenen Beanspruchung durch Lasteinwirkungen $F = \lambda \cdot F_d$ mit $\lambda \leq \lambda_u$ zusätzlich eine Temperatureinwirkung in Form eines linearen Temperaturunterschiedes ΔT_M aufgebracht, so kann ΔT_M so lange gesteigert werden, bis im kritischen Querschnitt des Tragsystems entweder im Beton oder im Stahl die rechnerische Bruchdehnung erreicht wird.

Das Ergebnis dieser Untersuchung am Hauptträger der Plattenbalkenbrücke ist im Bild 185 dargestellt. Dort ist beispielhaft die Entwicklung des Momentes $M_{Ed,B}$ aufgetragen. Die maximal mögliche Steigerung der Temperatureinwirkung ΔT_M ist abhängig von der Höhe der gleichzeitig wirksamen Beanspruchung $\lambda \leq \lambda_u$ infolge der Lasteinwirkungen.

Unter einer reinen Beanspruchungen durch Lasten beträgt der Lastfaktor beim Erreichen der Systemtraglast $\lambda_u = 1,535$. In diesem Zustand kann das System keine zusätzlichen Temperatureinwirkungen aufnehmen, da im kritischen Querschnitt bereits die Bruchdehnung im Beton bzw. im Stahl erreicht ist. Jede zusätzliche Verformungseinwirkung ΔT_M bewirkt eine Zunahme der Dehnungen und damit zwangsläufig zu einem Überschreiten der zulässigen Dehnungen.

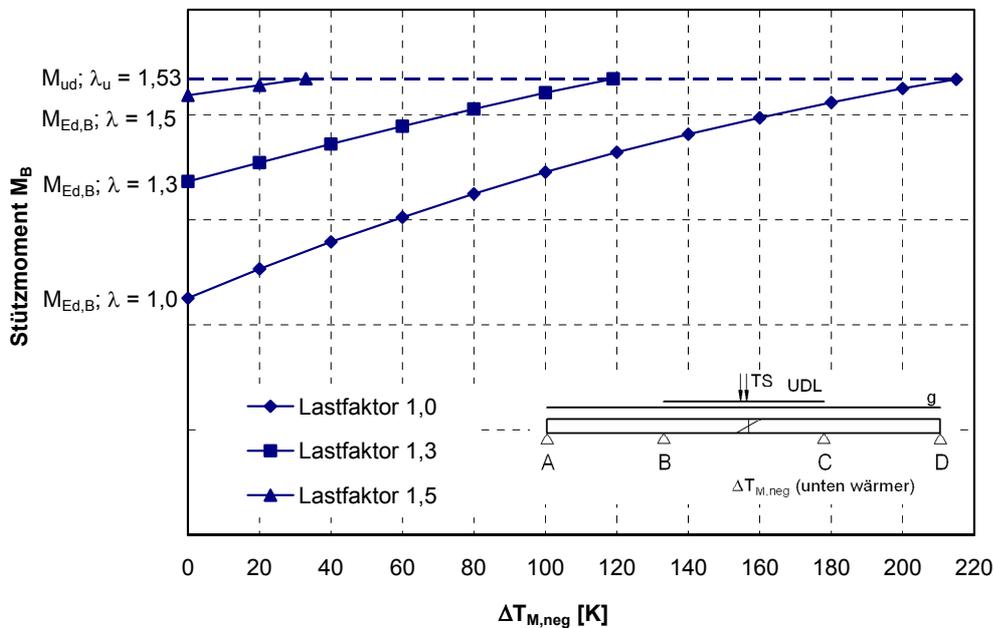
In Abhängigkeit vom Lastfaktor ergeben sich nach Bild 185 die zusätzlich aufnehmbaren Temperaturunterschiede gemäß Tabelle 19.

Tabelle 19 In Abhängigkeit vom Lastfaktor maximal aufnehmbare Temperaturdifferenz ΔT_M

Lastfaktor λ	möglich ΔT_M
1,0	215
1,3	119
1,5	33
1,535	0

D. h. im Grenzzustand der Tragfähigkeit bestehen unter der Bemessungslast F_d ($\lambda = 1,0$) ganz erhebliche Reserven für die zusätzliche Aufnahme eines linearen Temperaturunterschiedes, die unter den praktischen Einsatzbedingungen nie erreicht bzw. aufgebracht werden.

Daraus und aus den Ergebnissen von Abschn. 8.2.7 folgt, dass sich für die untersuchte Spannbetonbrücke keine Gefährdung der Standsicherheit im Grenzzustand der Tragfähigkeit infolge einer zusätzlichen Beanspruchung aus Temperatureinwirkungen ΔT_M ergibt.

**Bild 185** Entwicklung des Stützmomentes bei alleiniger Temperatursteigerung

8.3 Spannbetonrahmenbrücke

8.3.1 Tragsystem und Belastung

Bei dem untersuchten Bauwerk (Bild 186) handelt es sich um eine dreifeldrige Spannbetonbrücke mit Vollplattenquerschnitt und angeformten Kragarmen (Bild 187). Der Überbau ist mit den Mittelstützungen biegesteif zu einem Rahmen verbunden. Somit ergeben sich auch Zwangsschnittgrößen aus dem konstanten Temperaturanteil ΔT_N . Die Bemessung und Ausführung des Bauwerkes erfolgte ebenfalls nach DIN-FB 102. Somit ist auch bei diesem untersuchten Bauwerk im Hinblick auf die Ausgangsgrößen der Praxisbezug gegeben.



Bild 186 Untersuchtes Rahmentragwerk

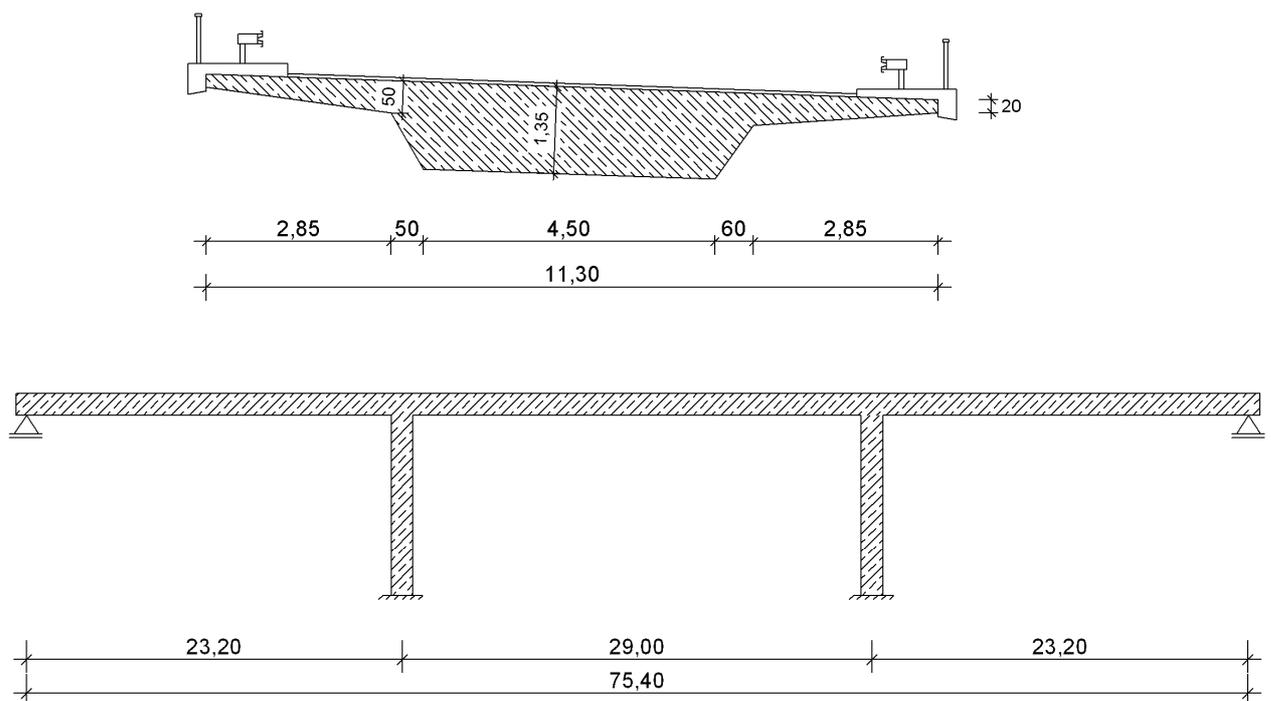


Bild 187 Quer- und Längsschnitt

Baustoffe

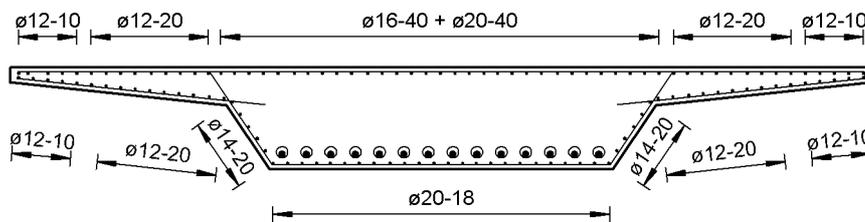
- Beton: C35/45
- Betonstahl: BSt 500S
- Spannstahl: St 1570/1770
- Spannverfahren: Litzen 150 mm², Typ 6-22

Die Anordnung der Bewehrung und der Spannglieder geht aus Bild 158 hervor. Der qualitative Spanngliedverlauf ist in Bild 159 dargestellt.

$$\omega_{ps,Feld} = \frac{A_{s1} \cdot f_{yR}}{b_f \cdot d \cdot f_{cR}} + \frac{A_p \cdot f_{pR}}{b_f \cdot d_p \cdot f_{cR}} = \frac{84 \cdot 10^{-4} \cdot 550}{11,30 \cdot 1,30 \cdot 25,29} + \frac{336 \cdot 10^{-4} \cdot 1650}{11,30 \cdot 115 \cdot 25,29} = 0,14$$

$$\omega_{ps,Stütze} = \frac{107 \cdot 10^{-4} \cdot 550}{4,80 \cdot 1,30 \cdot 25,29} + \frac{336 \cdot 10^{-4} \cdot 1650}{4,80 \cdot 1,05 \cdot 25,29} = 0,47$$

a) Längsbewehrung und Spanngliedlage Feldquerschnitt Achse 10-20



b) Längsbewehrung und Spanngliedlage Stützquerschnitt Achse 20

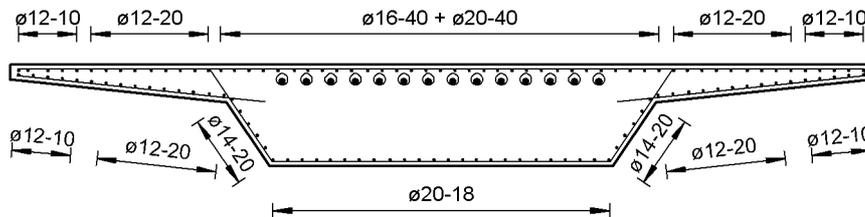


Bild 188 Anordnung der Bewehrung im Querschnitt

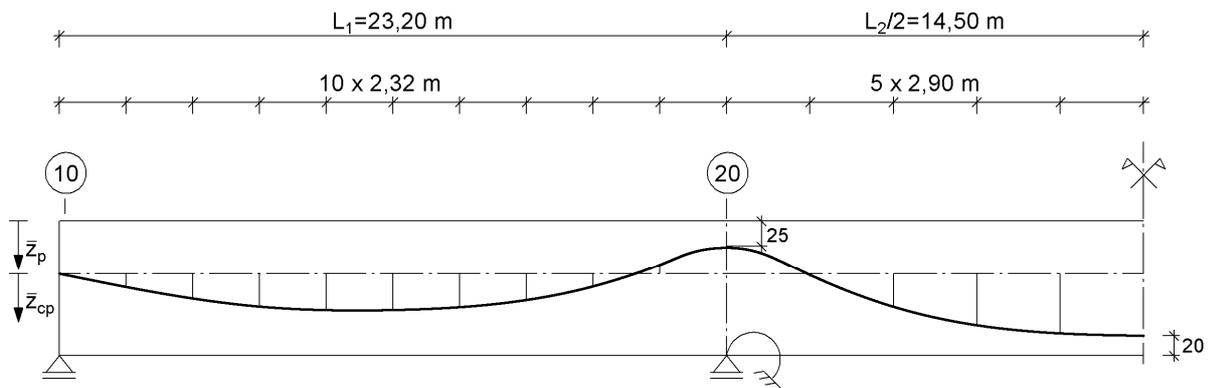


Bild 189 Qualitative Darstellung der Spanngliedführung

Einwirkungen

Die vertikalen Verkehrslasten entsprechen dem Verkehrslastmodell 1 nach DIN-Fachbericht 101.

Die Temperatureinwirkungen für den Überbau werden ebenfalls nach DIN-Fachbericht 101 angesetzt:

$$\text{pos } \Delta T_{M,k} = + 12,3 \text{ K (oben wärmer)} \quad \text{mit } k_{\text{sur}} = 0,82$$

$$\text{neg } \Delta T_{M,k} = -8,0 \text{ K (unten wärmer)} \quad \text{mit } k_{\text{sur}} = 1,00$$

$$\text{pos } \Delta T_{N,k} = +27 \text{ K (Sommer)}$$

$$\text{neg } \Delta T_{N,k} = -27 \text{ K (Winter)}$$

Bei der Überlagerung der Temperatureinflüsse werden die folgenden maßgebenden Kombinationen untersucht:

$$\Delta T_M + \omega \cdot \Delta T_N$$

$$\Delta T_{M, \text{pos}} + 0,35 \cdot \Delta T_{N, \text{neg}}$$

$$\Delta T_{M, \text{neg}} + 0,35 \cdot \Delta T_{N, \text{pos}}$$

Dagegen zeigte eine Voruntersuchung, dass die Kombination $\omega_M \cdot \Delta T_M + \Delta T_N$ nicht maßgebend ist.

In den nichtlinearen Lastfallkombinationen werden die Einwirkungen wie folgt kombiniert:

$$E_d = \gamma_G \cdot G_k + \gamma_P \cdot P_k + \gamma_Q \cdot (Q_{k,TS} + Q_{k,UDL}) + \psi_0 \cdot \gamma_Q \cdot (\Delta T_{M,k} + \omega \cdot \Delta T_{N,k})$$

$$E_d = 1,35 \cdot G_k + 1,0 \cdot P_{m,t} + 1,5 \cdot (Q_{k,TS} + Q_{k,UDL}) + 0,8 \cdot 1,5 \cdot (\Delta T_{M,k} + 0,35 \cdot \Delta T_{N,k})$$

Damit ergeben sich die in der Berechnung berücksichtigten Temperatureinwirkungen zu:

$$\text{pos } \Delta T_{M,d} = + 14,8 \text{ K (oben wärmer)}$$

$$\text{neg } \Delta T_{M,d} = -9,6 \text{ K (unten wärmer)}$$

$$\text{pos } \Delta T_{N,d} = + 11,3 \text{ K (Sommer)}$$

$$\text{neg } \Delta T_{M,d} = -11,3 \text{ K (Winter)}$$

Temperatureinwirkungen ΔT_M auf die Pfeiler werden aufgrund einer Voruntersuchung, die geringen Einfluss zeigte, vernachlässigt.

Rechenannahmen

Die Rechenannahmen für die nichtlineare Schnittgrößenermittlung sind identisch mit dem vorhergehenden Beispiel (siehe Abschnitt 8.2.2).

Untersuchte Laststellungen

Am Tragsystem wurden 4 verschiedene Verkehrslaststellungen untersucht (Bild 190).

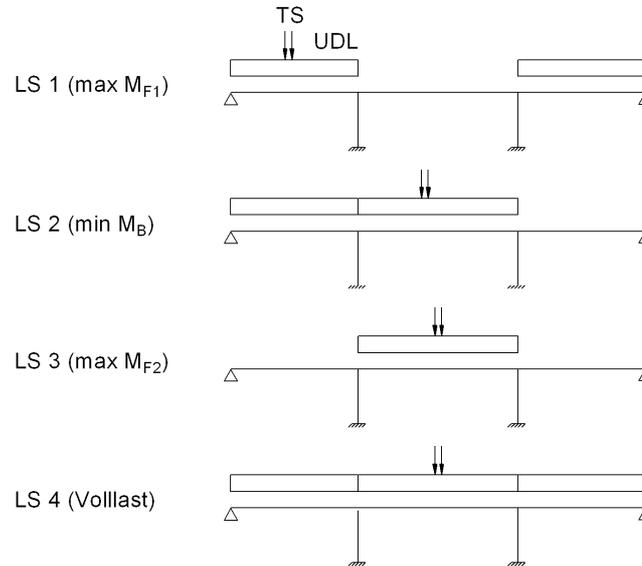


Bild 190 Übersicht der untersuchten Laststellungen

8.3.2 Verhalten unter einer kombinierten Last-Zwang-Beanspruchung

Der Abbau der Zwangsschnittgrößen infolge positivem oder negativem linearem Temperaturunterschied $\Delta T_{M,d}$ sowie zugehörigem $\Delta T_{N,d}$ ist in Bild 191 bis Bild 200 dargestellt.

Der Abbau setzt nach Überschreiten der Risschnittgrößen ein und endet mit dem Erreichen der Systemtraglast F_u . Unter F_u wird bei diesem Beispiel bei allen Laststellungen die rechnerische Bruchdehnung des Betons $\varepsilon_{c1u} = -3,5 \text{ ‰}$ über der Stütze erreicht. Der verstärkte Abbau kurz vor Erreichen der Traglast wird durch das Fließen des Spannstahls über der Stütze eingeleitet.

Durch das Erreichen der Grenzdehnungen des Betons wird ein vollständiger Abbau der Zwangsschnittgrößen verhindert.

Im Bereich der Gebrauchslasten findet aufgrund der Vorspannung nur ein geringfügiger Abbau der Zwangsschnittgrößen statt.

In Tabelle 20 sind die Abminderungsfaktoren für verschiedene Laststufen angegeben.

Tabelle 20 Abminderungsfaktoren η (für verschiedene Laststufen)

Last- stellung	η (für $\lambda = 1,0$)		η (für $\lambda = 1,3$)		η (für $\lambda = \lambda_y$)		η (für $\lambda = \lambda_u$)	
	$\Delta T_{M,pos}$	$\Delta T_{M,neg}$	$\Delta T_{M,pos}$	$\Delta T_{M,neg}$	$\Delta T_{M,pos}$	$\Delta T_{M,neg}$	$\Delta T_{M,pos}$	$\Delta T_{M,neg}$
1	0,69	0,73	0,41	0,39	0,15	0,19	0,09	0,07
2	0,63	0,75	0,32	0,35	0,14	0,17	0,06	0,05
3	0,66	0,80	0,41	0,40	0,18	0,21	0,11	0,08
4	0,69	0,78	0,37	0,38	0,17	0,20	0,09	0,08

Die Abminderungsfaktoren η der Laststellungen 1 bis 4 liegen für das Beanspruchungsniveau $F = F_d$ bzw. $\lambda = 1,0$ zwischen $\eta_{(1,0)} = 0,63...0,80$.

Bei einer Laststeigerung auf $\lambda = 1,3$, dies entspricht dem Lastniveau für die Bemessung nach dem nichtlinearen Verfahren, bauen sich die Zwangsschnittgrößen weiter ab. Die zugehörigen Abminderungsfaktoren betragen hier $\eta_{(1,3)} = 0,32...0,41$.

Bis zum Erreichen der Fließgrenze des Spannstahls bei einem Lastfaktor λ_y werden die Zwangsschnittgrößen auf ein Niveau von $\eta_{(y)} = 0,15...0,21$ abgebaut. D. h. ca. 80% des Zwangs wurde allein durch Rissbildung und dem zunehmend nichtlinearen Verhalten der Betondruckzone abgebaut.

Bei Erreichen der Systemtraglast sind die Zwangsschnittgrößen je nach Laststellung und Vorzeichen der Temperatureinwirkung ΔTM auf den Wert $\eta_{(u)} = 0,05...0,09$ bezogen auf die Ausgangsschnittgröße im ungerissenen Zustand I abgebaut.

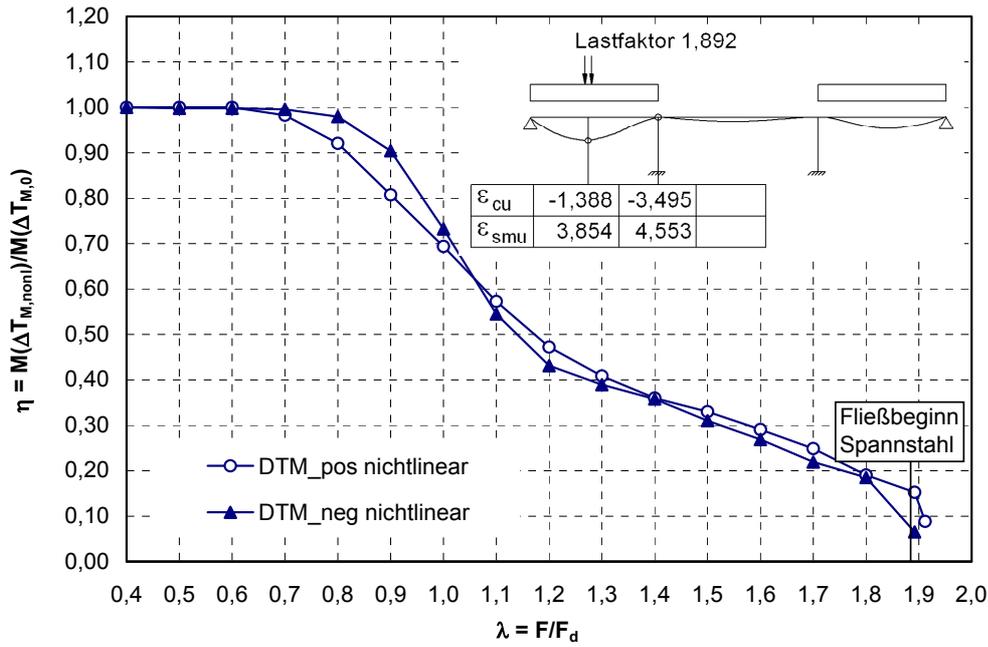


Bild 191 Zwangabbau bei inkrementeller Laststeigerung bis zum Erreichen der Systemtraglast
 Laststellung 1 (max M_{F-1})
 Materialgesetze nach DIN-FB 102

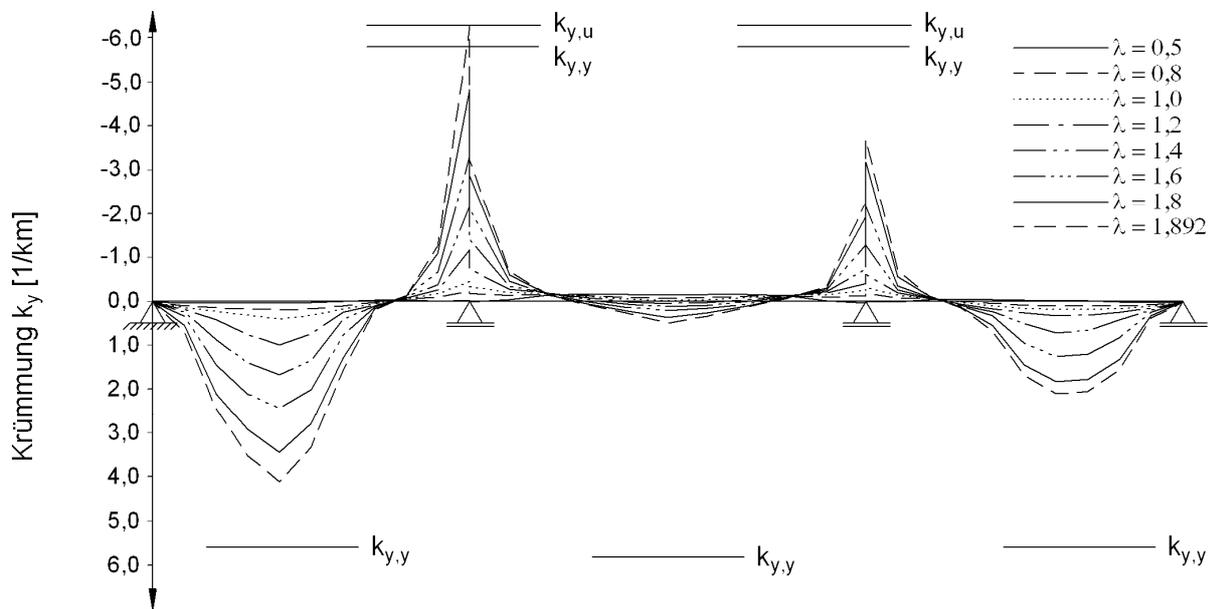


Bild 192 Krümmungsverläufe für Laststellung 1 bei ausgewählten Lastfaktoren

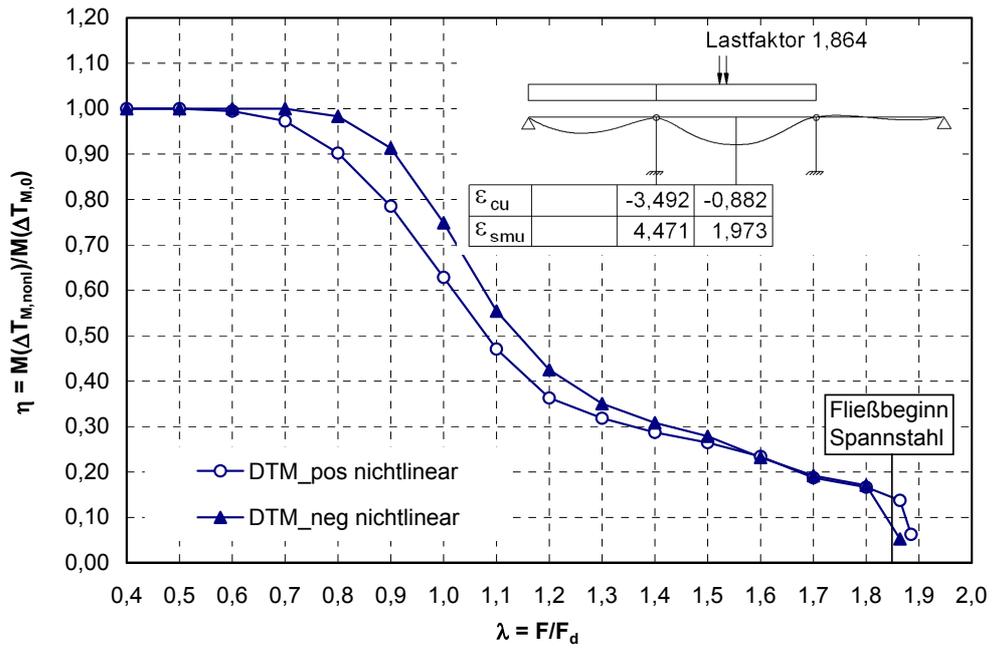


Bild 193 Zwangabbau bei inkrementeller Laststeigerung bis zum Erreichen der Systemtraglast
 Laststellung 2 (min M_B)
 Materialgesetze nach DIN-FB 102

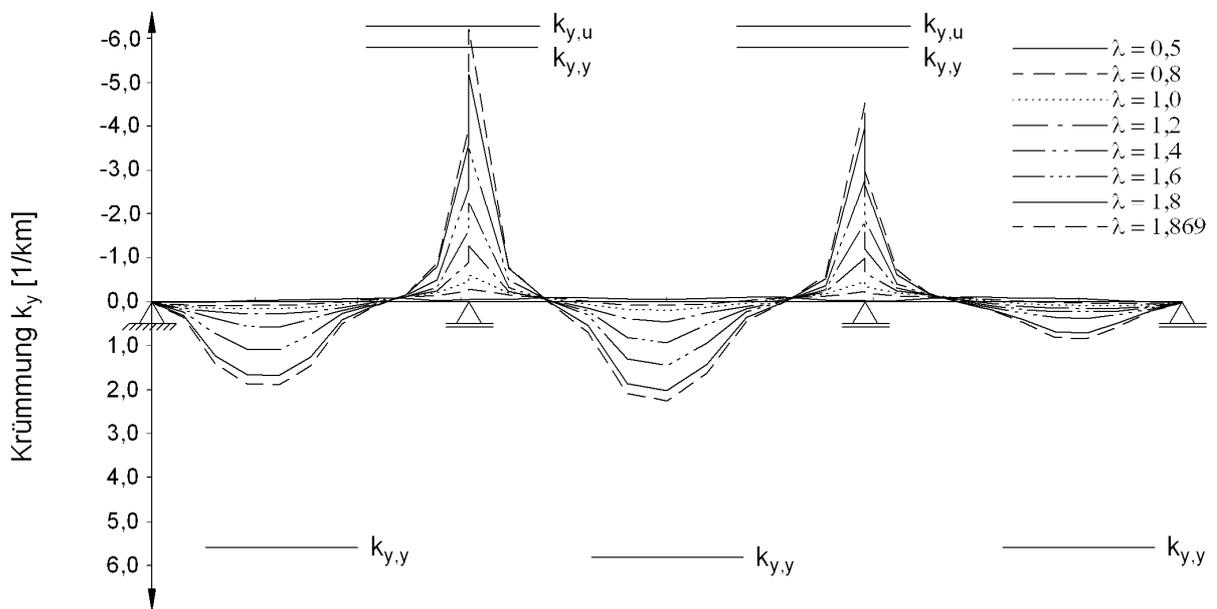


Bild 194 Krümmungsverläufe für Laststellung 2 bei ausgewählten Lastfaktoren

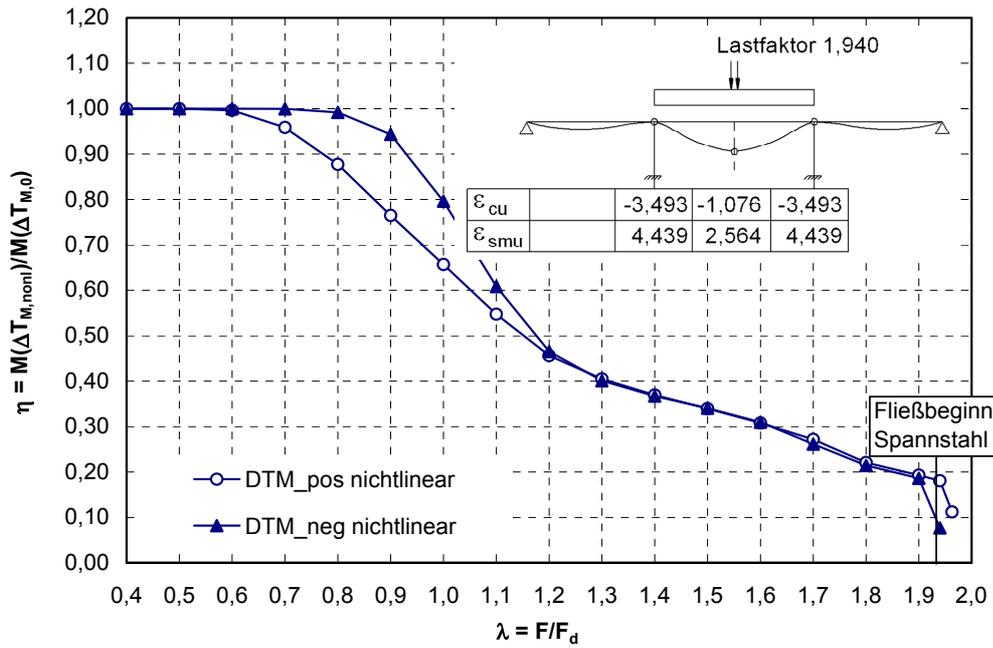


Bild 195 Zwangabbau bei inkrementeller Laststeigerung bis zum Erreichen der Systemtraglast
 Laststellung 3 (max M_{F2})
 Materialgesetze nach DIN-FB 102

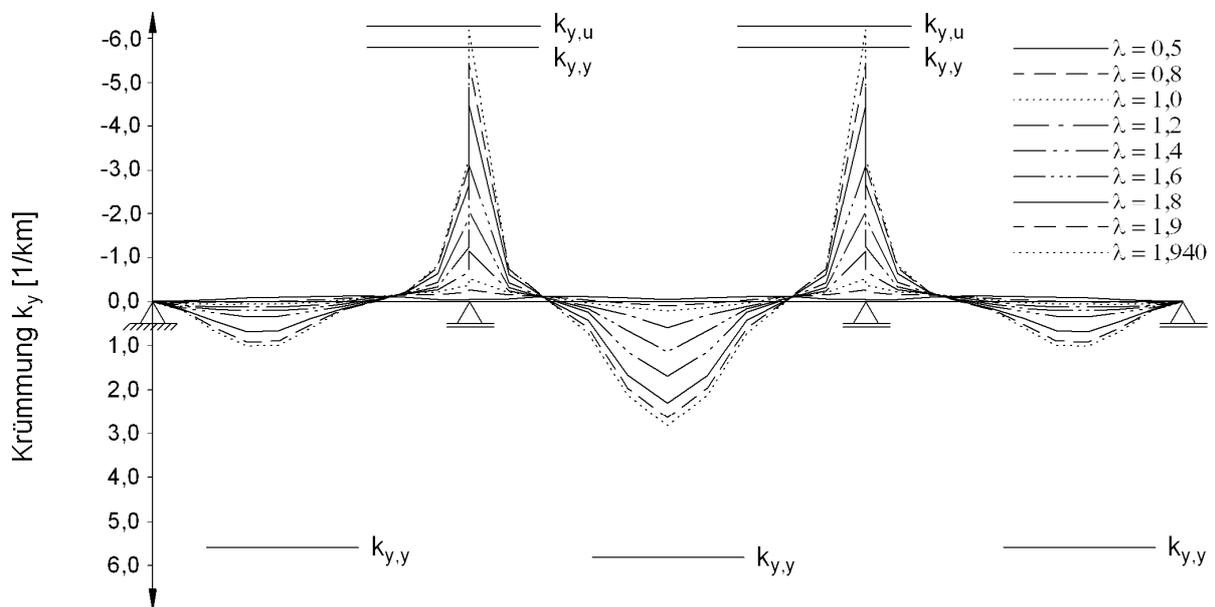


Bild 196 Krümmungsverläufe für Laststellung 3 bei ausgewählten Lastfaktoren

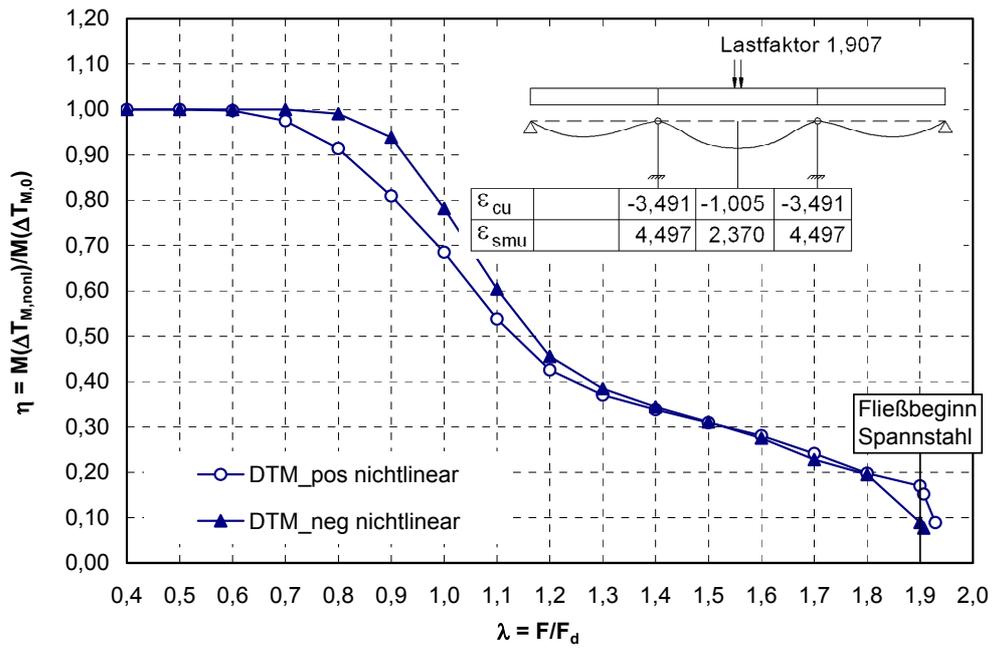


Bild 197 Zwangabbau bei inkrementeller Laststeigerung bis zum Erreichen der Systemtraglast
 Laststellung 4 (Volllast)
 Materialgesetze nach DIN-FB 102

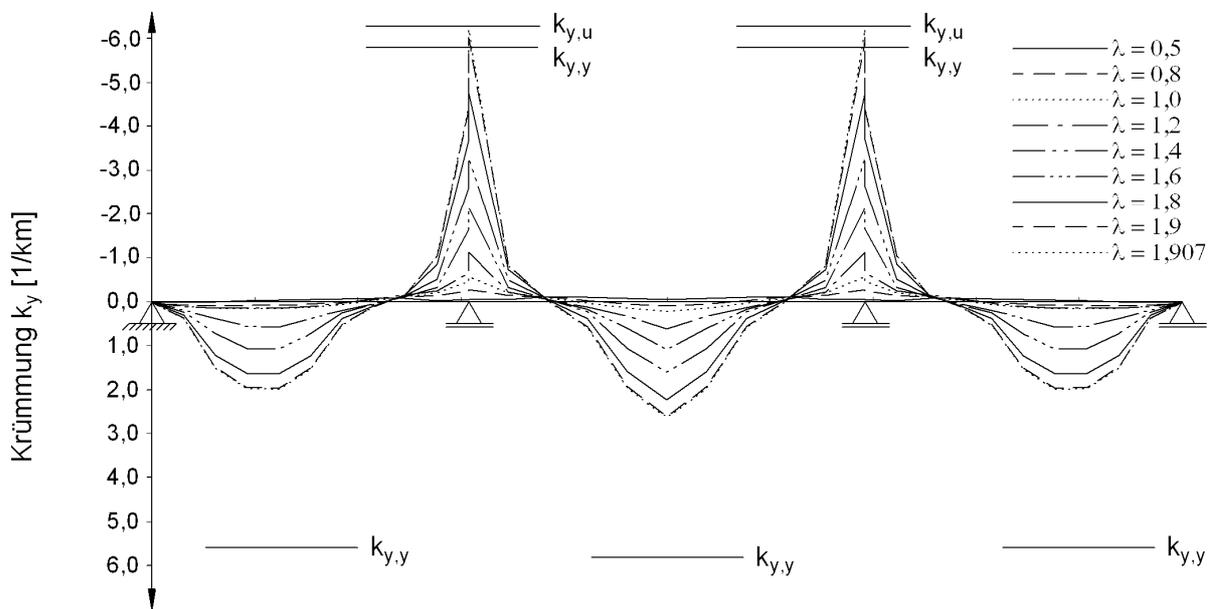


Bild 198 Krümmungsverläufe für Laststellung 2 bei ausgewählten Lastfaktoren

Die Auswertung der Krümmungsverläufe in Verbindung mit den dazugehörigen M - κ -Linien zeigt auch bei diesem Bauwerk, dass ca. 80% des Abbaus der Zwangsschnittgröße bereits durch die Rissbildung im Beton erfolgt.

Die Krümmungsverläufe verdeutlichen, dass es erst zwischen der vorletzten Laststufe und dem Erreichen des Traglastzustandes zu einer Plastizierung im Stützquerschnitt kommt. Dies führt zu einem weiteren Abbau der Zwangsschnittgröße auf etwa 10% des Ausgangswertes nach Zustand I. Ein vollständiger Abbau wird durch das Erreichen der Grenzdehnung des Betons unter der gesteigerten Belastung verhindert.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass der Zwangabbau im Wesentlichen durch die elastischen Rotationen infolge Rissbildung geschieht.

Die plastischen Rotationen liefern dagegen nach der abgeschlossenen Rissbildung bis zum Erreichen der Systemtraglast nur noch einen geringen Anteil zum Abbau der Zwangsschnittgrößen.

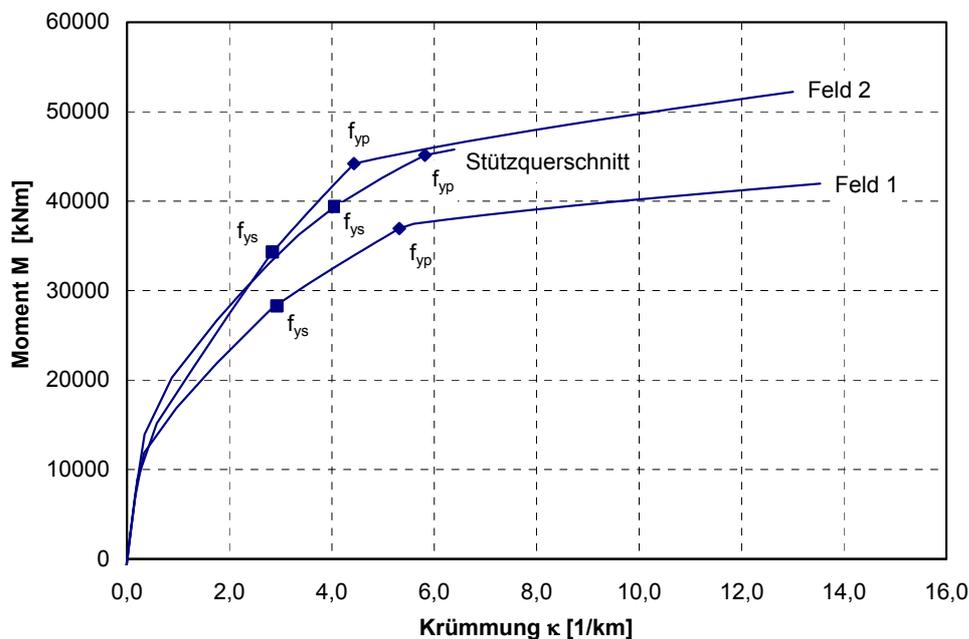


Bild 199 M - κ_m -Beziehungen der Querschnitte

Der Vergleich aller Laststellungen zeigt auch bei diesem Bauwerk für die Temperaturbeanspruchung ΔT_M einen sehr ähnlichen Verlauf des Zwangabbaus (Bild 200 und Bild 201).

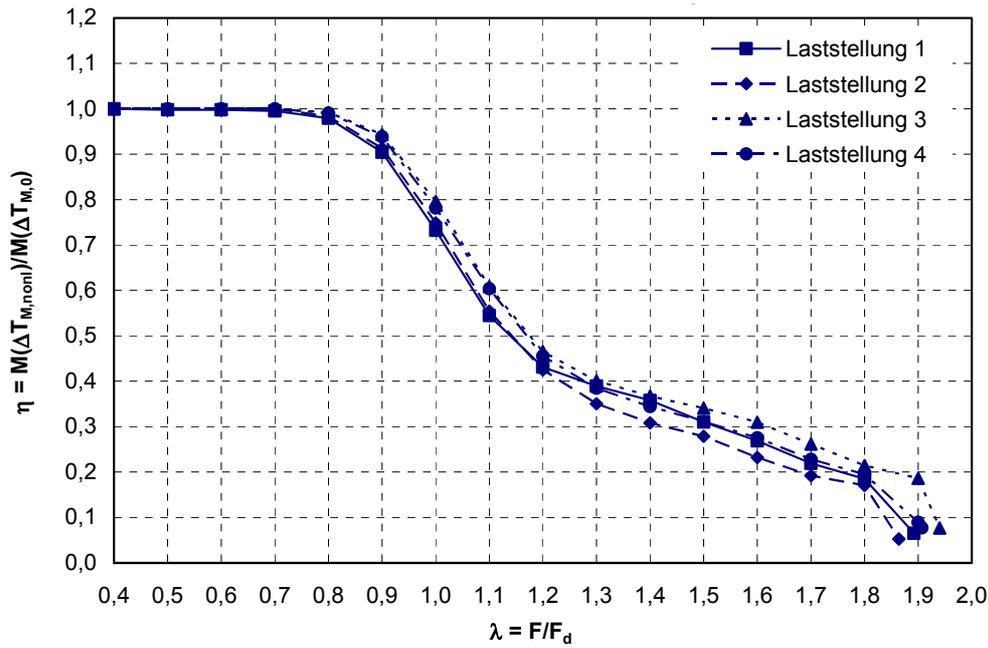


Bild 200 Vergleich des Zwangabbaus bei unterschiedlichen Laststellungen
neg $\Delta T_{M,d}$; Laststellungen 1 – 4

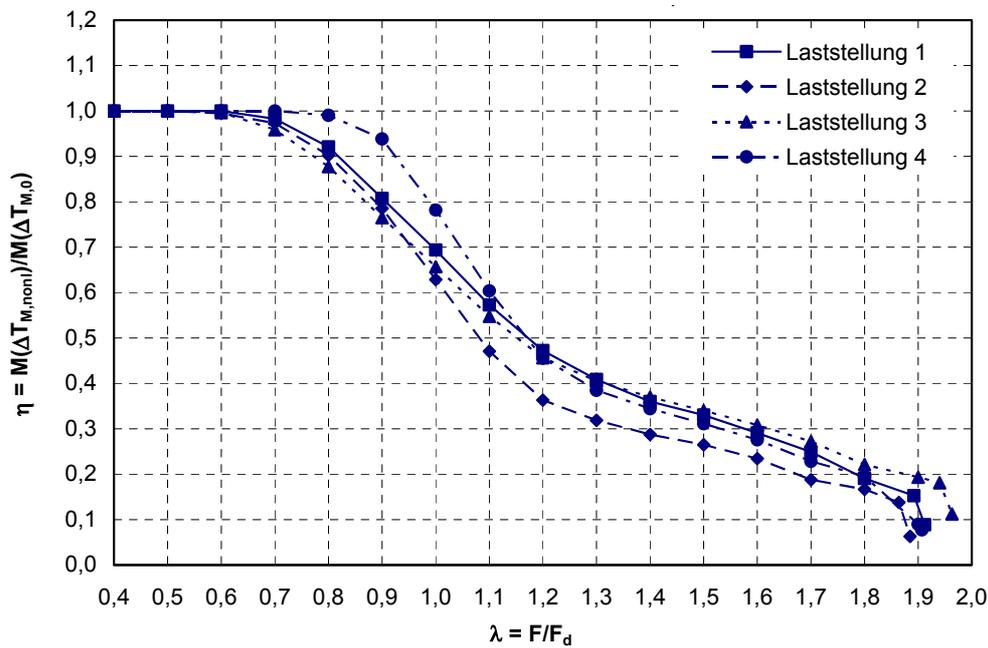


Bild 201 Vergleich des Zwangabbaus bei unterschiedlichen Laststellungen
pos $\Delta T_{M,d}$; Laststellungen 1 – 4

8.3.3 Einfluss der Temperaturbeanspruchung auf die Systemtraglast

Steigerung von ΔT_M

Zur Untersuchung des Einflusses des linearen Temperaturunterschiedes auf die Größe der Systemtraglast, wurde dieser in den Grenzen von ± 100 K variiert (Bild 202). Die normgemäße Systemtraglast für die nichtlineare Schnittgrößenermittlung mit $\gamma_R = 1,30$ wurde dabei in keinem Bereich unterschritten.

Die Traglastabminderung im baupraktisch für Brücken interessanten Bereich von etwa $\Delta T_M = \pm 20$ K ist mit 5% relativ gering und in Bezug auf die Größe der Systemtraglast nach nichtlinearer Berechnung vernachlässigbar.

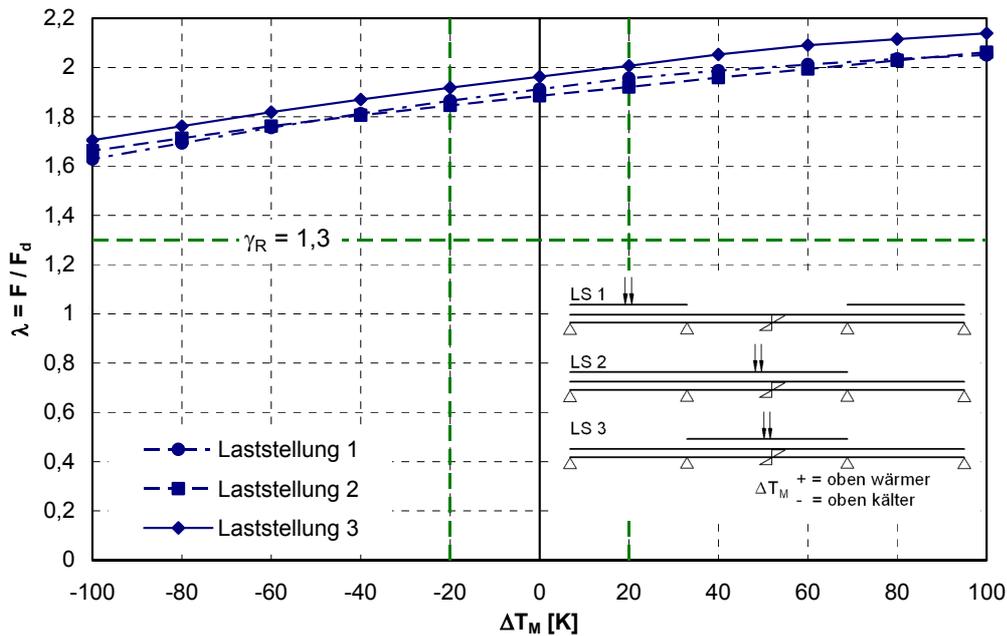


Bild 202 Einfluss einer Temperaturbeanspruchung infolge ΔT_M auf die Größe der Systemtraglast

Steigerung von ΔT_N

Zusätzlich wurde der Einfluss einer Schwankung des konstanten Temperaturanteils auf die Größe der Systemtraglast untersucht. Dieser wird ebenfalls in den Grenzen von ± 100 K variiert (Bild 203).

Die Traglastabminderung im baupraktisch für Brücken interessanten Bereich $\Delta T_N = \pm 30$ K, liegt für das hier untersuchte Tragwerk unter 1%.

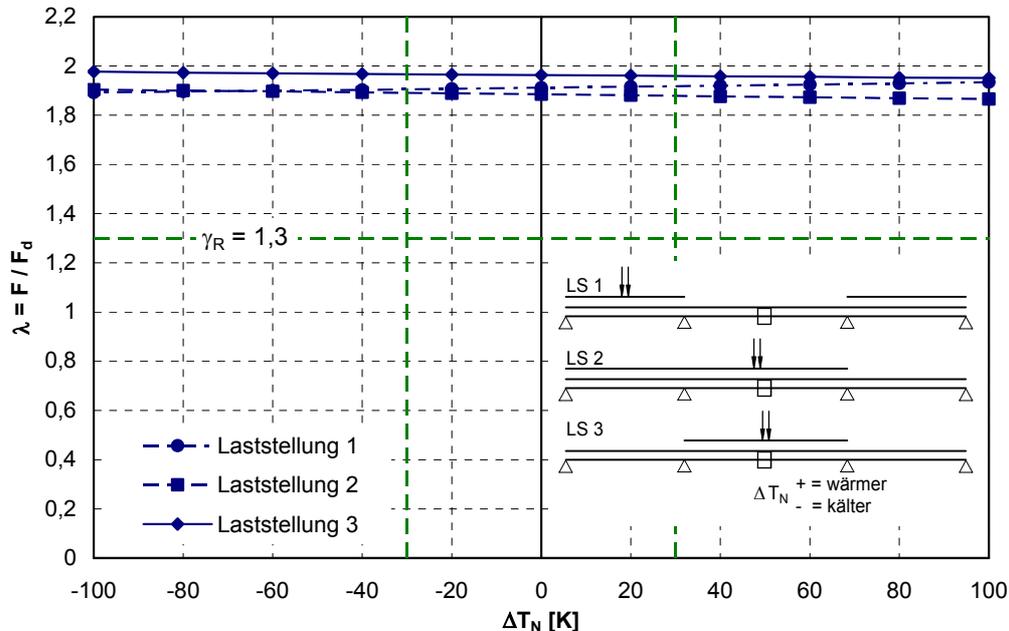


Bild 203 Einfluss einer Temperaturbeanspruchung infolge ΔT_N auf die Größe der Systemtraglast

Aus dieser Betrachtungsweise folgt, dass die Temperaturbeanspruchungen im Grenzzustand der Tragfähigkeit im praktisch bedeutsamen Bereich von vernachlässigbar geringem Einfluss auf die Tragsicherheit sind.

8.3.4 Maximal aufnehmbare Temperaturbeanspruchung

Unter einer gegebenen Beanspruchung durch Lasteinwirkungen $F = \lambda \cdot F_d$ wird zusätzlich ein linearer Temperaturunterschied ΔT_M aufgebracht, bis im kritischen Querschnitt des Tragsystems entweder im Beton oder im Stahl die rechnerische Bruchdehnung erreicht wird.

Das Ergebnis dieser Untersuchung für die vorgespannte Rahmenbrücke ist in Bild 204 dargestellt. Dort ist beispielhaft das Moment $M_{Ed,B}$ über der Innenstütze B aufgetragen.

Auch hier zeigt sich, dass das System im Grenzzustand der Tragfähigkeit unter der Bemessungslast F_d ganz erhebliche Reserven für die zusätzliche Aufnahme eines linearen Temperaturunterschiedes besitzt, die unter den praktischen Einsatzbedingungen nie erreicht bzw. aufgebracht werden.

Unter einer reinen Beanspruchungen durch Lasten beträgt der Lastfaktor beim Erreichen der Systemtraglast $\lambda_u = 1,963$.

In Abhängigkeit vom Lastfaktor ergeben sich nach Bild 185 die zusätzlich aufnehmbaren Temperaturunterschiede gemäß Tabelle 21.

Tabelle 21 In Abhängigkeit vom Lastfaktor maximal aufnehmbare Temperaturdifferenz ΔT_M

Lastfaktor λ [-]	möglich ΔT_M [K]
1,0	356
1,3	224
1,5	133
1,9	27
1,963	0

Daraus und aus den Ergebnissen von Abschn. 8.3.3 folgt, dass sich auch für die vorgespannte Rahmenbrücke keine Gefährdung der Standsicherheit im Grenzzustand der Tragfähigkeit infolge einer Beanspruchung aus Temperatureinwirkungen ΔT_M bzw. ΔT_N ergibt.

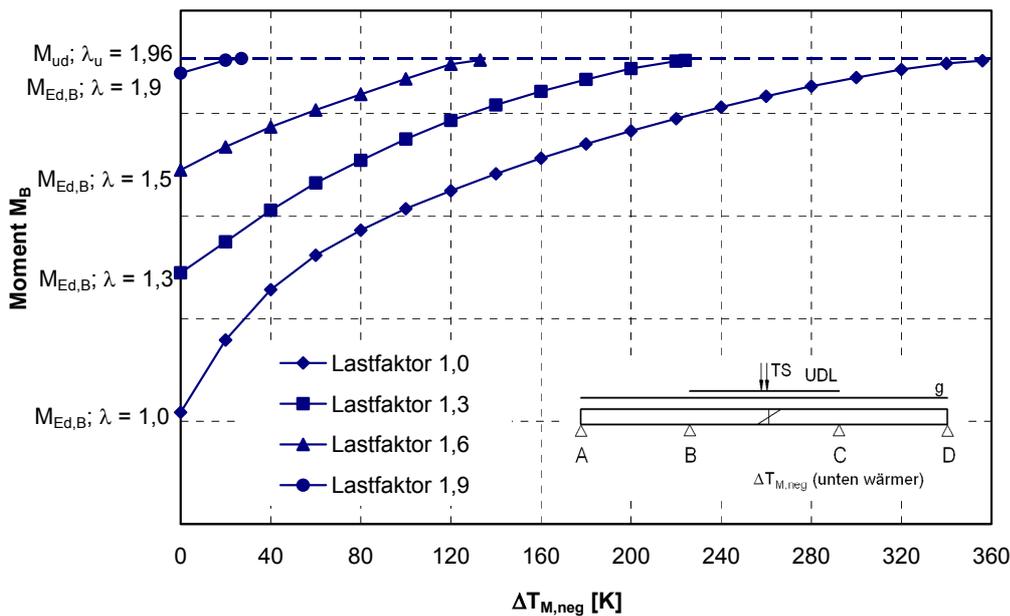


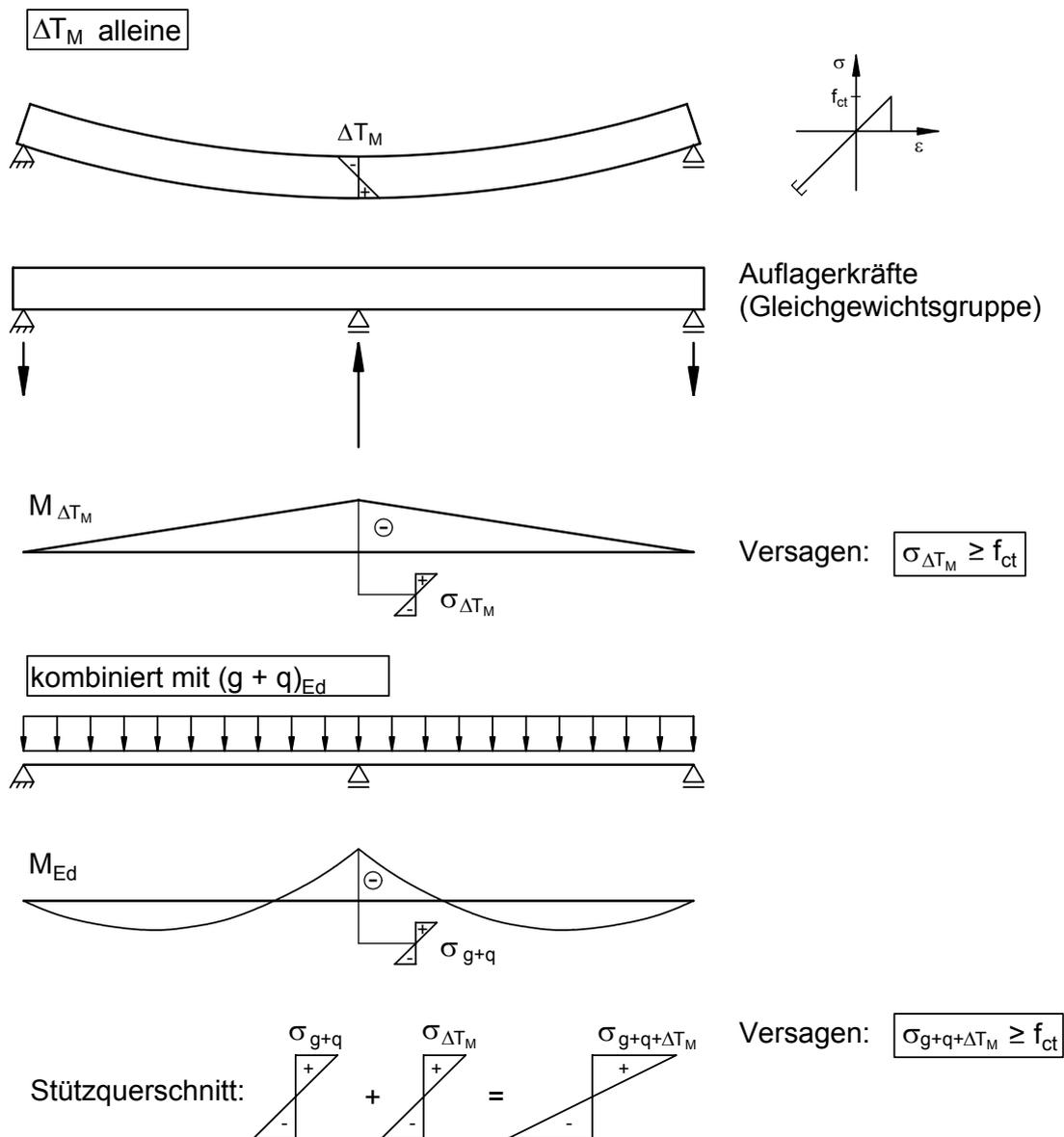
Bild 204 Entwicklung des Stützmomentes bei alleiniger Temperatursteigerung

9 Auswertung

9.1 Zielsetzung

In den vorherigen Kapiteln wurde das Verhalten von Bauteilen und real ausgeführten Tragwerken aus Stahlbeton bzw. Spannbeton unter einer kombinierten Beanspruchung aus Last und Zwang infolge klimatischer Einflüsse mittels numerischer Simulation untersucht. Anhand der gewonnenen Erkenntnisse wird nunmehr geklärt, ob bzw. in welchem Maße die Zwangbeanspruchungen infolge klimatischer Einflüsse bei der Bemessung zu berücksichtigen sind. Zur Verdeutlichung werden zunächst zwei Grenzfälle an einem statisch unbestimmt gelagerten System illustriert.

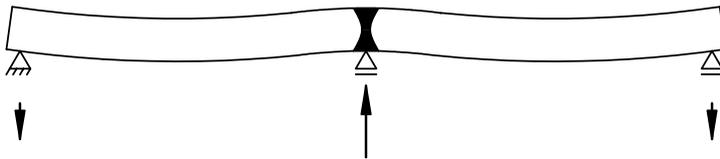
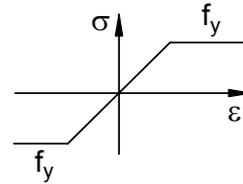
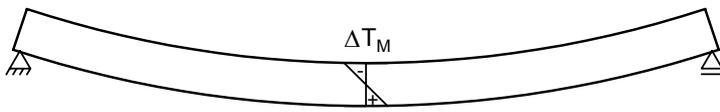
1. Grenzfall: vollkommen sprödes Materialverhalten (linear elastisch)



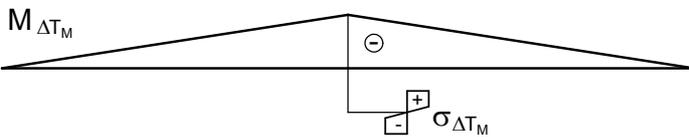
→ Zwang muss in voller Größe berücksichtigt werden!

2. Grenzfall: unbegrenzt duktilen Materialverhalten (elastisch-plastisch)

ΔT_M alleine



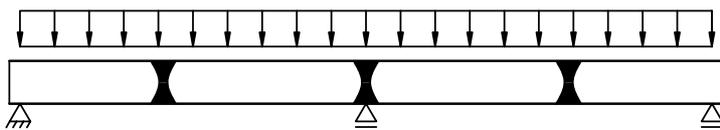
Auflagerkräfte
(Gleichgewichtsgruppe)



kein Versagen:
Plastisches Gelenk

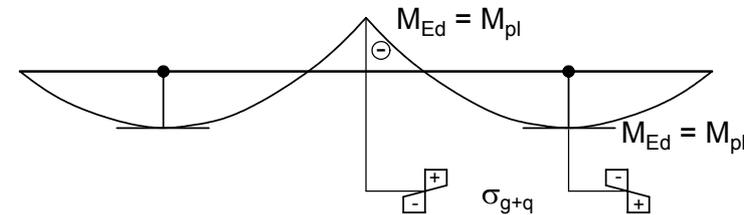
$$\max M_{Zwang} \leq M_{pl}$$

kombiniert mit $(g + q)_{Ed}$



Fließgelenkkette:
kinematisch

$$\max M_{Zwang} = 0$$



bei Erreichen
der Systemtraglast

→ Zwang muss nicht berücksichtigt werden!

Schlussfolgerung:

- Bei Verwendung von vollkommen sprödem Material (linear elastisch) muss der Zwang in voller Größe berücksichtigt werden, da er nicht abgebaut wird! Die größte Hauptzugspannung ist maßgebend für das Versagen.
- Bei Verwendung von unbegrenzt duktilem Material wird der Zwang durch Ausbildung einer Fließgelenkkette vollständig abgebaut. Er muss bei der Bemessung nicht berücksichtigt werden.

Das Verhalten des Verbundbaustoffes Stahlbeton liegt zwischen den beiden beschriebenen Grenzfällen. Seine Duktilität ist begrenzt. Sie ist in starkem Maße vom mechanischen Bewehrungsgrad ω abhängig [32], [39], [38], [45].

Je nach vorhandener Duktilität des Tragwerks aus Stahl- oder Spannbeton, muss der Zwang zu einem Anteil berücksichtigt werden oder darf bei ausreichend großer Duktilität vollständig vernachlässigt werden.

Das Ziel der nachfolgenden Betrachtungen ist die Entwicklung eines entsprechenden Bemessungsvorschlages.

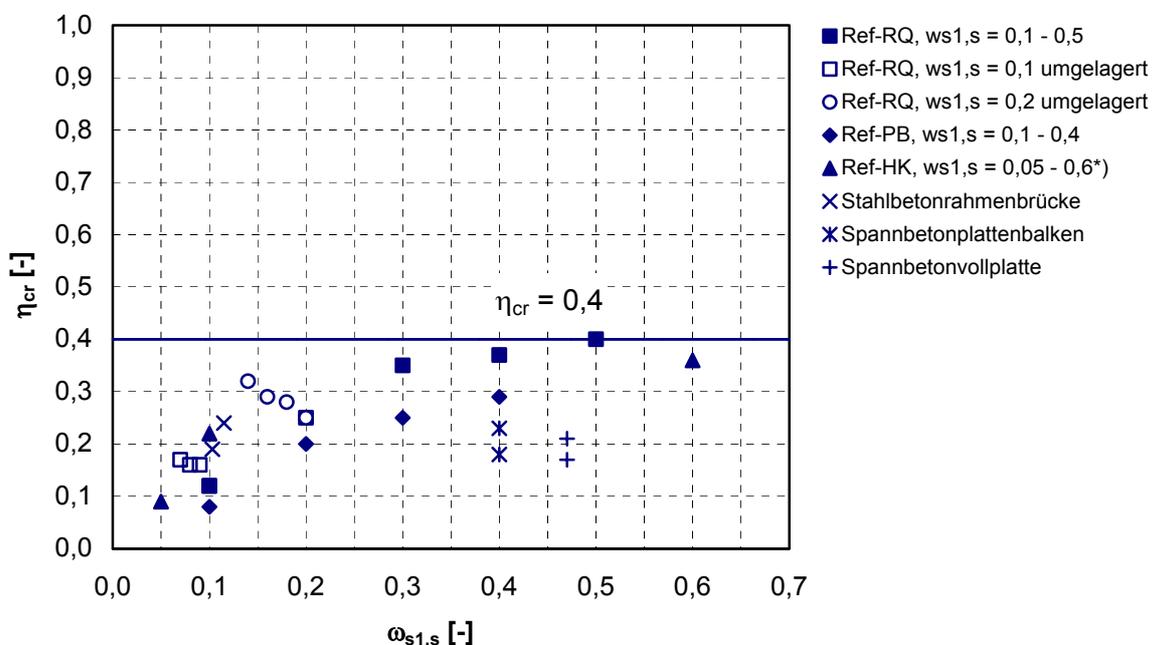
9.2 Abbau der Zwangsschnittgrößen beim Verbundbaustoff Stahlbeton

9.2.1 Zwangabbau durch Rissbildung

In den vorangegangenen Kapiteln wurde gezeigt, dass eine Besonderheit des Werkstoffes Stahlbeton in seiner Fähigkeit besteht, einen großen Anteil des Zwangs bereits durch Rissbildung alleine abzubauen.

Der Zusammenhang zwischen dem Zwangabbau bis zum Beginn des Fließens der Bewehrung von allen untersuchten Bauteilen und Tragwerken ist in Bild 205 dargestellt.

Beim Abbau der Zwangsschnittgröße durch Rissbildung, sowie mit steigendem Bewehrungsgrad auch durch die zunehmende Nichtlinearität der Betondruckzone, ist eine Abhängigkeit vom mechanischen Bewehrungsgrad ω erkennbar, insbesondere wenn die Systeme mit planmäßiger Momentenumlagerung außer Acht gelassen werden.



*) mechanischer Bewehrungsgrad beim gegliederten Querschnitt nach Gl. 7.15 ermittelt

$$\eta_{cr} = \frac{M_{\Delta T_{M,nonl}}}{M_{\Delta T_{M,0}}} \quad \text{auf dem Lastniveau unmittelbar vor Erreichen der Streckgrenze der Bewehrung}$$

Bild 205 Zwangabbau allein durch Rissbildung bis zum Fließbeginn der Bewehrung

In guter Näherung kann danach die Abhängigkeit des Zwangabbaus allein aus Rissbildung zum mechanischen Bewehrungsgrad in einer oberen Abschätzung wie folgt beschrieben werden:

$$\eta_{cr} = 0,4 \quad (9.1)$$

Jedoch treten in Abhängigkeit von der Art des Tragwerkes, der Querschnittsform, ggf. dem Umlagerungsgrad, auch bei gleichen mechanischen Bewehrungsgraden relativ große Streuungen beim Faktor η_{cr} auf, der die Größe des Zwangabbaus beschreibt.

Querschnitte mit hohen Bewehrungsgraden oder zu schwach ausgebildetem Druckgurt wirken sich ungünstig auf den durch Rissbildung abbaubaren Anteil der Zwangsschnittgröße aus. Bei dem untersuchten Referenzbalken mit Hohlkastenquerschnitt Ref-HK- $\omega_{s1,s} = 0,2$ (0,6) (Abschnitt 7.3) z.B. ist der Druckgurt zu schwach für die gewählte Bewehrung ausgebildet. Der Zwangabbau wird hier ausschließlich über die Rissbildung und die zunehmende Nichtlinearität der Betondruckzone realisiert. Ein weiterer Zwangabbau durch Fließen der Bewehrung findet nicht mehr statt (siehe Abschnitt 9.2.2). Entsprechendes gilt für den Referenzbalken mit Rechteckquerschnitt Ref-RQ- $\omega_{s1,s} = 0,5$.

Große planmäßig in Anspruch genommene Schnittgrößenumlagerungen wirken sich ebenfalls ungünstig aus. Mit einer in Anspruch genommenen Umlagerung des Stützmomentes beim Referenzbalken Ref-RQ- $\omega_{s1,s} = 0,2$ von bis zu 30% steigt der Abminderungsfaktor von 0,25 auf 0,32 an.

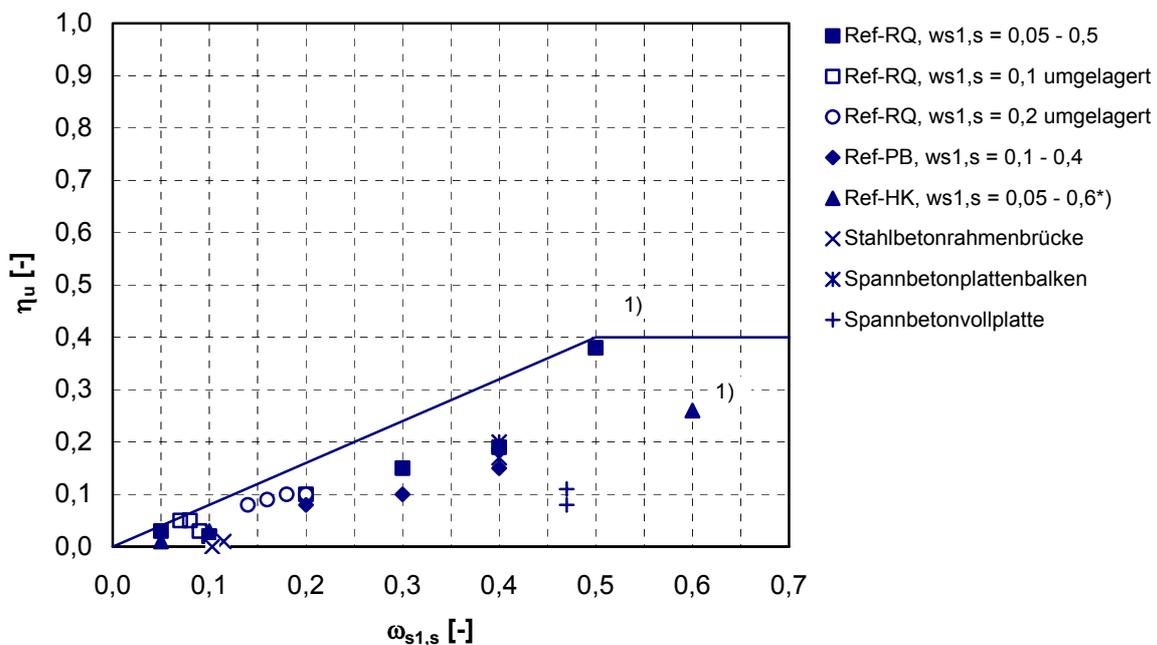
Es wird deutlich, dass der Zwang in jedem Falle, selbst bei sehr ungünstig gewählten Randbedingungen, allein durch Rissbildung und der zunehmenden Nichtlinearität der Betondruckzone auch bei hohen mechanischen Bewehrungsgraden, ohne Inanspruchnahme des Fließens der Bewehrung, mindestens auf den Faktor $\eta_{cr} = 0,4$ abgebaut wird.

Auf der Grundlage der hier durchgeführten Untersuchungen wird daher folgende Regelung vorgeschlagen:

Bei Tragwerken aus Stahlbeton und Spannbeton, die ohne Berücksichtigung zusätzlicher Anforderungen zur Sicherstellung einer ausreichenden Duktilität bemessen werden, dürfen die Zwangsschnittgrößen infolge einer Temperaturdifferenz ΔT_M im Grenzzustand der Tragfähigkeit mit den 0,4fachen Werten der Steifigkeiten des Zustandes I berechnet werden.

9.2.2 Abbau des Zwangs durch plastische Verformungen – Fließen der Bewehrung

Stellt das Tragwerk zusätzlich eine plastische Verformungsfähigkeit zur Verfügung, kann der Zwang über das im Kapitel 9.2.1 vorgeschlagene Maß hinaus weiter abgebaut werden. Bild 206 enthält eine Darstellung des Zwangabbaus aller untersuchten Bauteile und Tragwerke bis zum Erreichen der Systemtraglast in Abhängigkeit vom mechanischen Bewehrungsgrad $\omega_{s1,s}$. Die der Berechnung zugrunde liegenden Materialkennlinien entsprechen [10].



1) Bewehrung kommt nicht mehr ins Fließen

*) mechanischer Bewehrungsgrad beim gegliederten Querschnitt nach Gl. 7.15 ermittelt

$$\eta_u = \frac{M_{\Delta T_{M, \text{nonl}}}}{M_{\Delta T_{M, 0}}} \quad \text{auf dem Lastniveau } \lambda_u \text{ bei Erreichen der Systemtraglast}$$

Bild 206 Zwangabbau bis zum Erreichen der Systemtraglast

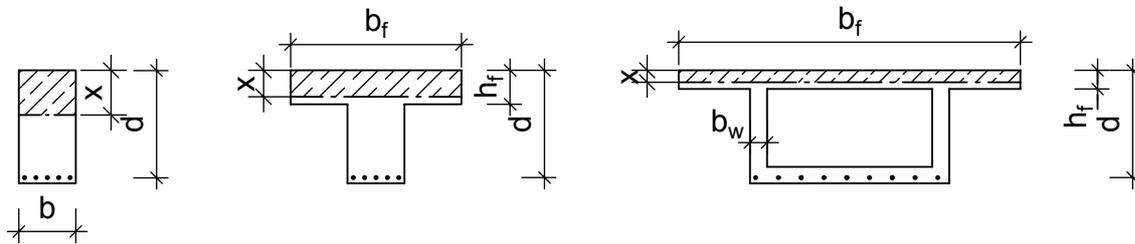
Hier zeigt sich für η_u eine deutliche Abhängigkeit vom mechanischen Bewehrungsgrad $\omega_{s1,s}$. Ein auf der sicheren Seite liegender, näherungsweise linearer Zusammenhang zwischen mechanischem Bewehrungsgrad $\omega_{s1,s}$ und dem möglichen Zwangabbau η_u kann wie folgt angegeben werden:

$$\eta_u = 0,8 \cdot \omega_{s1,s} \leq 0,4 \quad (9.2)$$

Es wird deutlich, dass insbesondere im Bereich niedriger mechanischer Bewehrungsgrade nochmals ein deutlicher Abbau der Zwangsschnittgröße durch das Fließen der Bewehrung möglich ist. Mit abnehmender Duktilität verringert sich das Vermögen, die Zwangsschnittgröße durch Plastizierung abzubauen. Aus Bild 206 geht hervor, dass bei dem untersuchten Referenzbalken Ref-RQ, $\omega_{s1,s} = 0,5$ kein nennenswerter Zwangabbau mehr möglich ist, da

aufgrund des hohen Bewehrungsgrades die Bewehrung nicht mehr in Fließen kommt. Dies ist bei dem untersuchten Referenzbalken mit Hohlkastenquerschnitt Ref-HK, $\omega_{s1,s} = 0,2$ (0,6) aufgrund des für die Beanspruchung zu schwach ausgebildeten Druckgurtes ebenso der Fall.

Für gegliederte Querschnitte sollte daher zur Sicherstellung einer hohen Duktilität zusätzlich die Bedingung erfüllt sein, dass die Nulllinie im Druckgurt verbleibt (Bild 207).



Bedingung für duktile gegliederte Querschnitte: $x \leq h_f$

Bild 207 Begrenzung der Druckzonenhöhe bei gegliederten Querschnitten

An dieser Stelle zeigt sich, dass es sinnvoll ist, den Zwangabbau an das in der Praxis gebräuchliche Duktilitätskriterium der bezogenen Druckzonenhöhe x/d zu knüpfen, da dieses unabhängig von der Querschnittsform Gültigkeit besitzt.

Die bezogene Druckzonenhöhe und der mechanische Bewehrungsgrad lassen sich für eine Parabel-Rechteck-Spannungsverteilung in einer Betondruckzone wie folgt in Beziehung setzen:

$$\text{erf } A_{s1} = \frac{M_{Eds}}{z \cdot f_{yd}} = \frac{M_{Eds}}{\zeta \cdot d \cdot f_{yd}} \quad (9.3)$$

$$\frac{A_{s1}}{b \cdot d} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} = \omega_1 = \frac{M_{Eds}}{\zeta \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{\mu_{Eds}}{\zeta} \quad (9.4)$$

$$\omega_1 = \frac{\mu_{Eds}}{\zeta} \quad (9.5)$$

Mit der Identitätsbedingung $\mu_{Eds} \equiv \mu_{Rds}$ (9.6)

sowie $\mu_{Rds} = \alpha_R \cdot \xi \cdot \zeta = \alpha_R \cdot \xi (1 - k_a \cdot \xi)$ (9.7)

folgt:

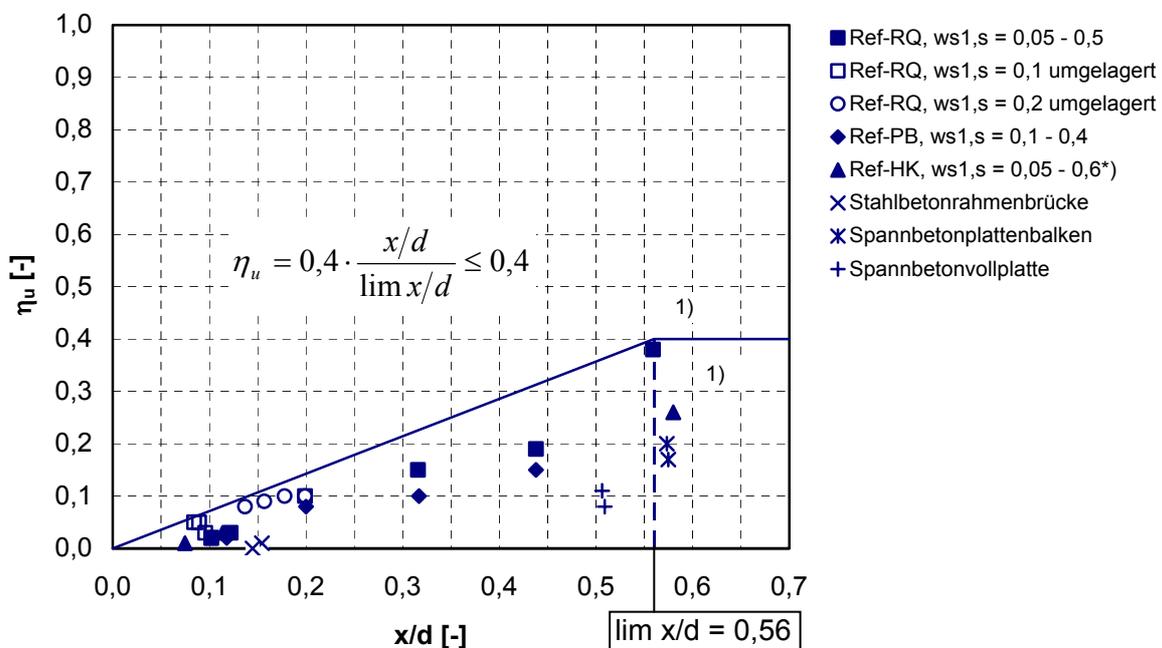
$$\omega_1 = \frac{\mu_{Eds}}{\zeta} = \frac{\alpha_R \cdot \xi \cdot \zeta}{\zeta} = \alpha_R \cdot \xi \quad (9.8)$$

$$\omega_1 = \alpha_R \cdot \xi \quad \text{bzw.} \quad \xi = \frac{x}{d} = \frac{\omega_1}{\alpha_R} \quad (9.9)$$

Bei gegliederten Querschnitten verbleibt die Nulllinie im Druckgurt ($x \leq h_f$) und die Druckzone bleibt rechteckig, wenn der mechanische Bewehrungsgrad begrenzt wird auf

$$\boxed{\max \omega_{s1} = \alpha_R \cdot \frac{h_f}{d}} \quad (\alpha_R = 0,81) \quad (9.10)$$

Bild 208 zeigt den möglichen Zwangabbau aller untersuchten Systeme bis zum Erreichen der Systemtraglast jedoch im Gegensatz zu Bild 207 nicht über dem mechanischen Bewehrungsgrad $\omega_{s1,s}$ aufgetragen sondern in Abhängigkeit von der bezogenen Druckzonenhöhe x/d , die sich bei Erreichen der Systemtraglast im kritischen Querschnitt einstellt. Der Vorteil dieser Betrachtungsweise besteht darin, dass der Einfluss der Querschnittsduktilität auf den möglichen Zwangabbau unabhängig von der Querschnittsform auch bei gegliederten Querschnitten ohne Umrechnung der Geometrie der gegliederten Druckzone in eine äquivalente rechteckige Druckzone direkt aus dem x/d -Verhältnis der Bemessung ermittelbar ist.



$$\eta_u = \frac{M_{\Delta T_{M, nonl}}}{M_{\Delta T_{M, 0}}} \quad \text{auf dem Lastniveau } \lambda_u \text{ bei Erreichen der Systemtraglast}$$

Bild 208 Zwangabbau bis zum Erreichen der Systemtraglast

Mit steigender Druckzonenhöhe x/d vergrößert sich der Faktor η_u in guter Näherung linear von null ausgehend, bis bei einer Druckzonenhöhe $\lim x/d = 0,56$ der obere Grenzwert von $\eta_u = \eta_{cr} = 0,4$ erreicht ist. Der Wert $\lim x/d$ stellt dabei die Grenze dar, bei der die Bewehrung gerade noch ins Fließen kommt (siehe Gl. 9.11). Darüber steht kein plastisches

Verformungsvermögen zur Verfügung. Im oberen Grenzwert des Abminderungsfaktors $\eta_u = \eta_{cr} = 0,4$ ist allein der Anteil aus Rissbildung enthalten (siehe Abschnitt 9.2.1).

$$\lim x/d = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{sy}} = \frac{3,5}{3,5 + 2,75} = 0,56 \quad (9.11)$$

Der Abminderungsfaktor η_u kann danach wie folgt angegeben werden:

$$\eta_u = 0,4 \cdot \frac{x/d}{\lim x/d} \leq \eta_{cr} = 0,4 \quad (9.12)$$

Dabei ist:

$\lim x/d$ bezogene Druckzonenhöhe bei die Bewehrung gerade ins Fließen kommt

x/d bezogene Druckzonenhöhe aus der Bemessung im kritischen Querschnitt

Bei der vorgeschlagenen Regelung nicht berücksichtigt wurde der positive Einfluss einer Verlängerung des abfallenden Astes der Spannungs-Dehnungs-Linie des Betons über 3,5‰ hinaus auf den Zwangabbau (Bild 209).

Wird bei der nichtlinearen Berechnung eine Spannungs-Dehnungs-Linie des Betons z.B. nach Kreller [36] verwendet und Grenzdehnungen des Betons bis ca. $\varepsilon_{cu} \leq 4,5\text{‰}$ zugelassen, vergrößern sich dadurch die maximal erreichbaren Krümmungen im Querschnitt. Der Zwang baut sich dann bis zu einer bezogener Druckzonenhöhe von $x/d = 0,2$ nahezu vollständig ab, sofern im Zuge der Bemessung nicht von einer nennenswerten Umlagerung Gebrauch gemacht wurde. Bis zu einem x/d -Verhältnis von 0,35 verbleiben die tatsächlich vorhandenen Zwangsschnittgrößen unter 10% der mit den Steifigkeiten im ungerissenen Zustand I ermittelten Zwangsschnittgrößen (Bild 209b).

Eine Erhöhung der Duktilität durch Vergrößerung der maximal erreichbaren Randdehnung der Betondruckzone über 3,5‰ hinaus, lässt sich z.B. durch Anordnung einer Längsbewehrung in der Druckzone und / oder einer Verbügelung der Druckzone erreichen [30] [32]. Wie in [32] gezeigt wurde, genügen i. d. R. schon die konstruktiven Regeln der DIN 1045-1 sowie des DIN-FB 102 hinsichtlich des maximalen Bügelabstandes, um das Verformungsvermögen der Betondruckzone gegenüber unbewehrtem Beton deutlich zu verbessern. Kliver zeigte in [30], die Wirksamkeit einer Druckbewehrung zur Erhöhung der Querschnittsduktilität. Mit einer zusätzlichen Druckbewehrung, die 50% der erforderlichen Zugbewehrung entsprach, konnten die erreichbaren plastischen Krümmungen bei Querschnitten mit einem mechanischen Bewehrungsgrad von $\omega_{s1} = 0,2 \dots 0,3$ annähernd verdoppelt werden. Für derart bewehrte Bauteile bzw. Tragwerke mit einer bezogenen Druckzonenhöhe $0,20 \leq x/d \leq 0,35$ (Bild 209), ist die Ermittlung des Abminderungsfaktors η_u nach Gl. 9.1.2 somit eher konservativ. Die Zwangsschnittgrößen könnten bis zu einer bezogenen Druckzonenhöhe von $x/d \leq 0,25$ vollständig vernachlässigt werden.

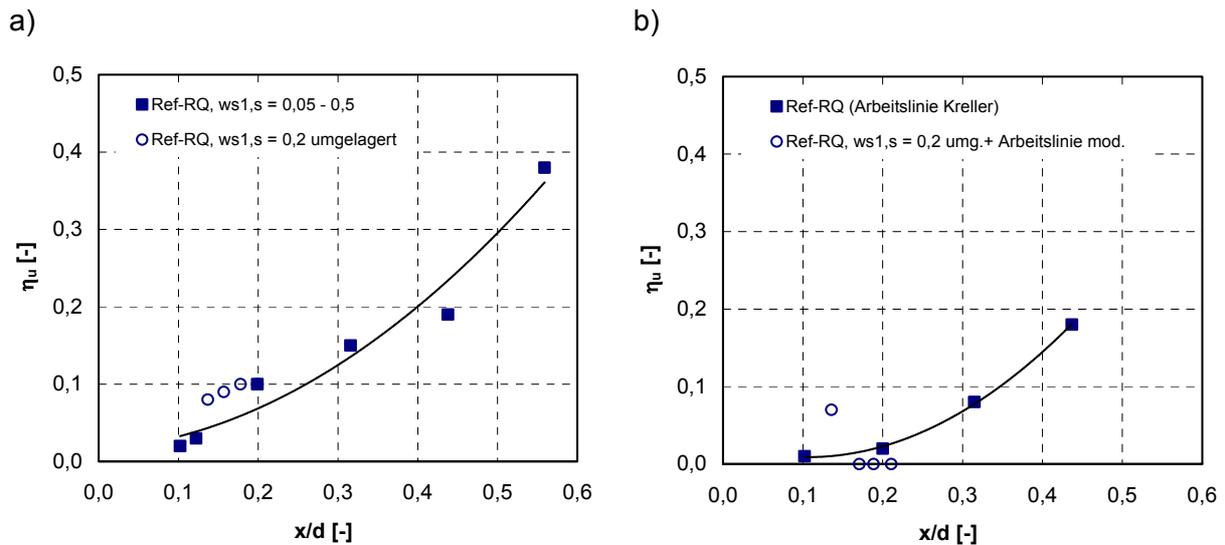


Bild 209 Zwangabbau bis zum Erreichen der Systemtraglast bei Verwendung von

- a) Spannungsdehnungslinie nach DIN-Fachbericht $\epsilon_{cu} \leq 3,5\text{‰}$
- b) Spannungsdehnungslinie nach [Kreller] $\epsilon_{cu} \leq 4,5\text{‰}$

Einfluss einer zusätzlichen Temperatureinwirkung auf die Systemtraglast

Bei Tragsystemen mit sprödem Verhalten wird die Systemtraglast durch eine Zwangbeanspruchung vermindert. Dagegen hat ein zusätzlicher Zwang bei ausreichend duktilen Tragwerken keinen Einfluss auf die Systemtraglast. Bei Stahlbeton- oder Spannbetontragwerken ist die Duktilität neben anderen Parametern hauptsächlich vom mechanischen Bewehrungsgrad ω_{s1} abhängig. Eine Auswertung für die untersuchten Tragsysteme hinsichtlich der Reduzierung der Systemtraglast durch einen zusätzlich aufgebracht Zwang $\Delta T_{Md} = 10...15 \text{ K}$ ist in Bild 210 in Abhängigkeit vom mechanischen Bewehrungsgrad $\omega_{s1,s}$ dargestellt.

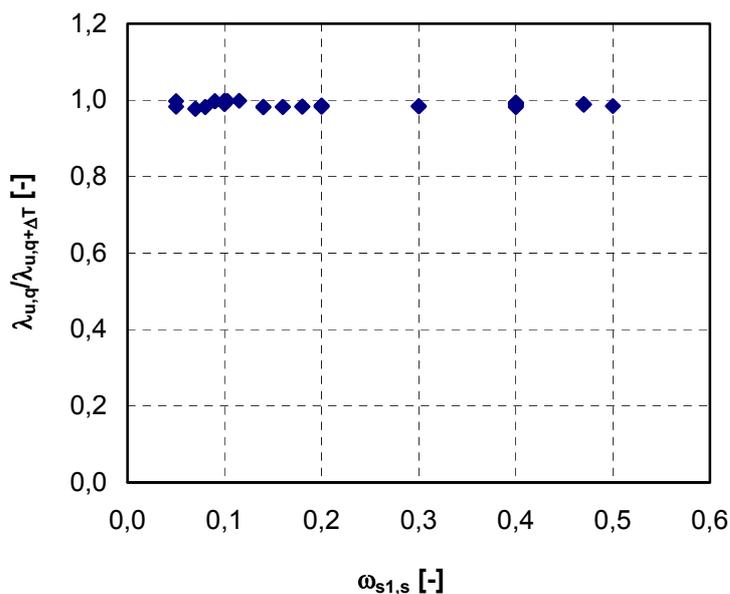


Bild 210 Einfluss einer zusätzlichen Temperatureinwirkung ΔT_M auf die Systemtraglast

Eine zusätzlich aufgebrachte Temperatureinwirkung $\Delta T_{Md} = 10 \dots 15 \text{ K}$ hat unabhängig vom mechanischen Bewehrungsgrad keinen bzw. einen vernachlässigbaren Einfluss auf die Systemtraglast. Dies ist insofern bemerkenswert, da in den bisherigen Ausführungen ein signifikanter Einfluss des Bewehrungsgrades auf den verbleibenden Anteil der Zwangsschnittgröße festgestellt wurde. Erklären lässt sich dieser Effekt jedoch wie folgt:

Bei dem Referenzträger mit einem mechanischen Bewehrungsgrad von $\omega_{s1,s} = 0,1$ beträgt das aufnehmbare Lastmoment an der Einspannstelle ca. 1200 kNm. Das Zwangsmoment infolge einer Temperaturdifferenz $\Delta T_{Md} = 10 \text{ K}$ im ungerissenen Zustand I beträgt $M_{\Delta T_{M,0}} \approx 120 \text{ kNm}$.

$$\frac{M_{\Delta T_{M,0}}}{M_q} = \frac{120}{1200} \approx 0,10$$

Das Zwangsmoment baut sich unter der Traglast auf weniger als 2% des Ausgangswertes ab.

$$\frac{M_{\Delta T_{M,nonl}}}{M_q} = \frac{0,02 \cdot 120}{1200} \approx 0,002 \quad (\text{vernachlässigbar!})$$

Wird der Bewehrungsgrad nun auf $\omega_{s,1s} = 0,4$ gesteigert, vergrößert sich das aufnehmbare Moment an der Einspannstelle auf ca. 3.800 kNm. Das Zwangsmoment steigt infolge des höheren Bewehrungsgrades (ideelle Querschnittswerte) auf $M_{\Delta T_{M,0}} \approx 160 \text{ kNm}$ an.

$$\frac{M_{\Delta T_{M,0}}}{M_q} = \frac{160}{3800} \approx 0,04$$

Der Einfluss des Zwangmomentes hat sich also bereits ohne einen berücksichtigten Zwangabbau durch das veränderte Verhältnis von Zwang- zu Lastmoment deutlich reduziert. Das Zwangsmoment baut sich aufgrund der geringeren Duktilität des Bauteils nur noch auf 20% des Ausgangswertes ab.

$$\frac{M_{\Delta T_{M,0}}}{M_q} = \frac{0,2 \cdot 160}{3800} \approx 0,008 \quad \text{vernachlässigbar!}$$

Da jedoch der bei hohen mechanischen Bewehrungsgraden (geringe Duktilität) geringe Anteil des Ausgangszwangmomentes im Zustand I an der Gesamtschnittgröße nicht von vorn herein bei jeder Bemessungsaufgabe vorhersagbar ist, wird an dieser Stelle trotzdem empfohlen, die pauschale Vernachlässigung der Zwangsschnittgrößen wie oben gezeigt an konstruktive Bedingungen zur Sicherstellung einer ausreichenden Duktilität zu knüpfen.

Einfluss des Sicherheitskonzeptes und Auslastungsgrades

Bei Anwendung des nichtlinearen Verfahrens nach DIN 1045-1, 8.5 wird eine Systemtraglast auf der Grundlage der rechnerischen Mittelwerte der mechanischen Baustoffkenngrößen berechnet [32].

$$\gamma_R \cdot E_d \leq R(f_{cR}; f_{yR}; f_{tR}) \quad (9.13)$$

Dabei ist:

$R(f_{cR}; f_{yR}; f_{tR})$ Tragwerkswiderstand auf der Basis rechnerischer Mittelwerte der mechanischen Baustoffkenngrößen

$E_d = (g_{Ed} + q_{Ed})$ Bemessungswert der maßgebenden Einwirkungskombination

$\gamma_R = 1,3$ der Teilsicherheitsbeiwert für den Systemwiderstand

Für die erreichte Systemtraglast bei Anwendung des nichtlinearen Verfahrens muss gelten:

$$\begin{aligned} \lambda \cdot (g_{Ed} + q_{Ed}) &\geq \gamma_R \cdot (g_{Ed} + q_{Ed}) \\ &\geq 1,3 \cdot (g_{Ed} + q_{Ed}) \end{aligned} \quad (9.14)$$

In der Regel erfolgt jedoch zunächst eine linear-elastische Schnittgrößenermittlung mit anschließender Querschnittsbemessung auf der Basis von Bemessungswerten der mechanischen Baustoffkenngrößen.

$$E_d \leq R_d \quad (9.15)$$

Dabei ist:

$R_d(f_{cd}; f_{yd})$ Tragwerkswiderstand auf der Basis rechnerischer Mittelwerte der mechanischen Baustoffkenngrößen

$E_d = (g_{Ed} + q_{Ed})$ Bemessungswert der maßgebenden Einwirkungskombination

Für die Bemessungslast beim linear-elastischen Nachweisverfahren gilt:

$$E_d = 1,0 \cdot (g_{Ed} + q_{Ed})$$

Das Verhältnis der rechnerischen Mittelwerte der mechanischen Baustoffkenngrößen für die nichtlineare Berechnung zu den Bemessungswerten für die Querschnittsbemessung ergibt in etwa 1,3 – entspricht also dem Teilsicherheitsbeiwert für den Systemwiderstand des nichtlinearen Verfahrens.

$$\frac{f_{cR}}{f_{cd}} = \frac{0,85 \cdot \alpha \cdot f_{ck}}{\alpha \cdot f_{ck} / \gamma_c} = 1,275 \approx 1,3 \quad \text{und} \quad \frac{f_{yR}}{f_{yd}} = \frac{1,1 \cdot f_{yk}}{f_{yk} / \gamma_s} = 1,265 \approx 1,3$$

Bei den Verfahren unterscheiden sich also die einer vergleichbaren Sicherheit zuzuordnenden Lastniveaus um den Faktor 1,3.

Aus diesem Grund ist es gerechtfertigt, den Zwangabbau, der sich bei Erreichen der Systemtraglast $\lambda_u \cdot E_d = 1,3 \cdot E_d$ bei der nichtlinearen Berechnung einstellt, auf die linear elastische Bemessung zu übertragen (Bild 211).

einwirkungen liegen i. d. R. deutlich über denen, die unter praktischen Einsatzbedingungen auftreten können (siehe Bild 213).

Bei der Beurteilung des Zwangs sind also grundsätzlich zwei Fälle zu unterscheiden:

1. Das System ist im GZT voll ausgenutzt ($\lambda_u = \gamma_R = 1,3$):

Der Zwang hat sich bis zum Erreichen der Systemtraglast bei $\lambda_u = \gamma_R = 1,3$ in Abhängigkeit der zur Verfügung stehenden Duktilität stark abgebaut.

2. Das System ist im GZT nicht voll ausgenutzt ($\lambda_u > 1,3$):

Der Zwang hat sich bis zum Erreichen der Bemessungslast ($\lambda = 1,3$) noch nicht im vollständig möglichen Umfang abgebaut. Es sind jedoch Tragreserven vorhanden, die das System in die Lage versetzen, vergleichsweise große zusätzliche Verformungseinwirkungen aufzunehmen. Eine große Duktilität wirkt sich auch hier günstig auf die Größe der zusätzlich aufnehmbaren Verformungseinwirkung aus.

Der zweite Fall ist der in der Praxis häufiger vorkommende Fall. Tragreserven sind i. d. R. vorhanden, wenn die maßgebenden Bemessungsschnittgrößen für Stütz- und Feldbereiche aus unterschiedlichen Laststellungen resultieren oder wenn die Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit wie z.B. Rissbreitennachweis oder Nachweis der Dekompression maßgebend für die eingelegte Bewehrungsmenge werden.

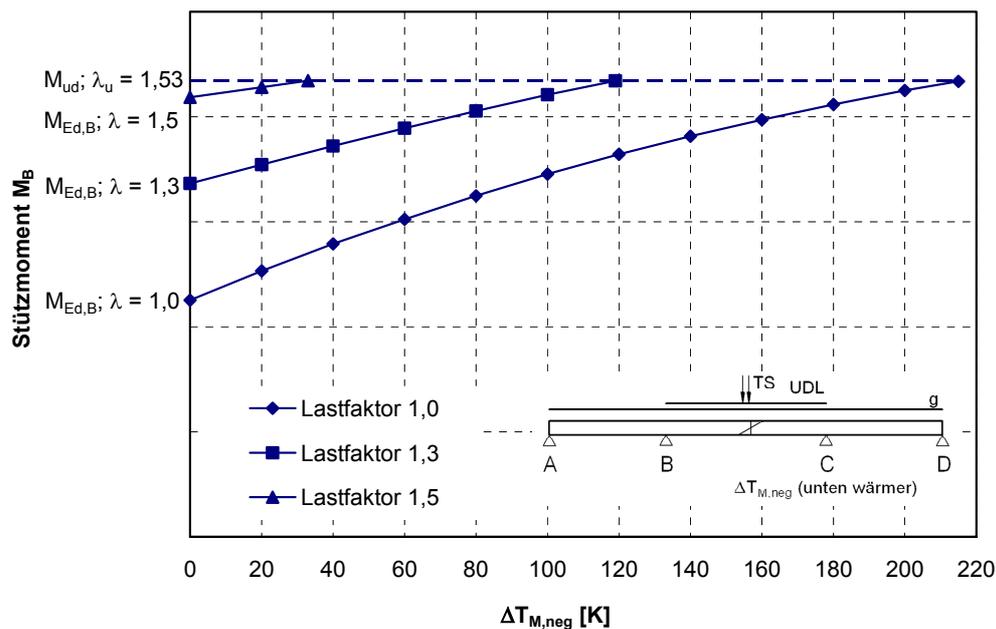


Bild 213 Zusätzlich aufnehmbare Temperatureinwirkung bei einer vorhandenen Tragreserve
Praxisbeispiel 2 (zweistufiger vorgespannter Plattenbalken)

Die Tragreserven ermöglichen in erheblichem Umfang die Aufnahme zusätzlicher Verformungseinwirkungen (Bild 213) [30]. Aus diesem Grund erscheint es gerechtfertigt, den Abminderungsfaktor η_u für den Zwangabbau, der sich bei Erreichen der Systemtraglast $\lambda_u \cdot E_d$ einstellt, auf die linear elastische Bemessung zu übertragen.

Bemessungsvorschlag

Auf der Grundlage der durchgeführten Untersuchungen wird folgende Regelung vorgeschlagen:

Die Zwangsschnittgrößen infolge einer Temperaturdifferenz ΔT_M dürfen im Grenzzustand der Tragfähigkeit unter Zugrundelegung der mit dem Faktor η_u nach Gleichung 9.12 abgeminderten Steifigkeiten des Zustandes I berechnet werden.

$$\eta_u = 0,4 \cdot \frac{x/d}{\lim x/d} \leq \eta_{cr} = 0,4 \quad (9.12)$$

Dabei ist:

$\lim x/d$ die bezogene Druckzonenhöhe bei die Bewehrung gerade ins Fließen kommt
 $\lim x/d = 0,56$ ($\varepsilon_{sy} = 2,75\%$)

x/d die bezogene Druckzonenhöhe aus der Bemessung im kritischen Querschnitt

Darüber hinaus dürfen die Zwangsschnittgrößen vollständig vernachlässigt werden, wenn eine ausreichende Duktilität des Tragwerkes sichergestellt wird. Geeignete konstruktive Maßnahmen zur Steigerung der Duktilität sind z. B. die Begrenzung der bezogenen Druckzonenhöhe auf $x/d \leq 0,25$ bei gleichzeitiger Anordnung einer ausreichenden Bügelbewehrung zur Umschnürung der Biegedruckzone und / oder einer Druckbewehrung, die bei Stahlbetonquerschnitten in etwa dem 0,5-fachen Wert der erforderlichen Zugbewehrung entspricht.

Die Schnittgrößenermittlung sollte ohne nennenswerte Momentenumlagerung erfolgen.

9.3 Rissbreite bei kombinierter Beanspruchung aus Last und Zwang

Der Einfluss der Zwangbeanspruchung infolge einer Temperaturdifferenz ΔT_M auf die Rissbreite bei einer kombinierten Beanspruchung aus Last und Zwang im Gebrauchszustand wurde im Rahmen dieser Arbeit nicht schwerpunktmäßig untersucht. Die gewonnenen Erkenntnisse sind als Diskussionsgrundlage für weitere Forschungsarbeiten zu betrachten.

Die durchgeführten Untersuchungen am Referenzbalken und an der Rahmenbrücke haben gezeigt, dass der Einfluss einer zusätzlich aufgebrauchten Temperaturdifferenz ΔT_M auf die Rissbreite mit zunehmendem Bewehrungsgrad rasch abnimmt. In Bild 214 ist der Rissbreitenzuwachs infolge $\Delta T_M = 10 \dots 15$ K bei einem Lastniveau, das in etwa der häufigen Einwirkungskombination entspricht, in Abhängigkeit vom mechanischen Bewehrungsgrad aufgetragen.

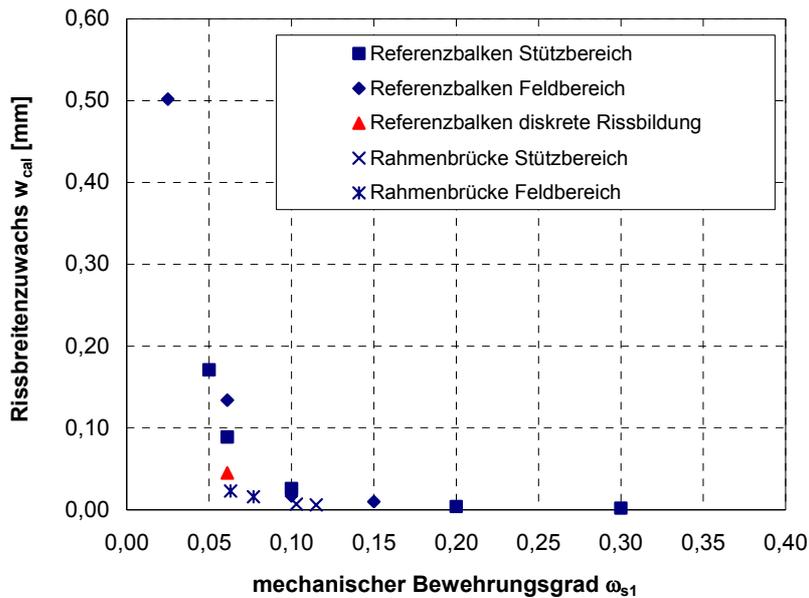
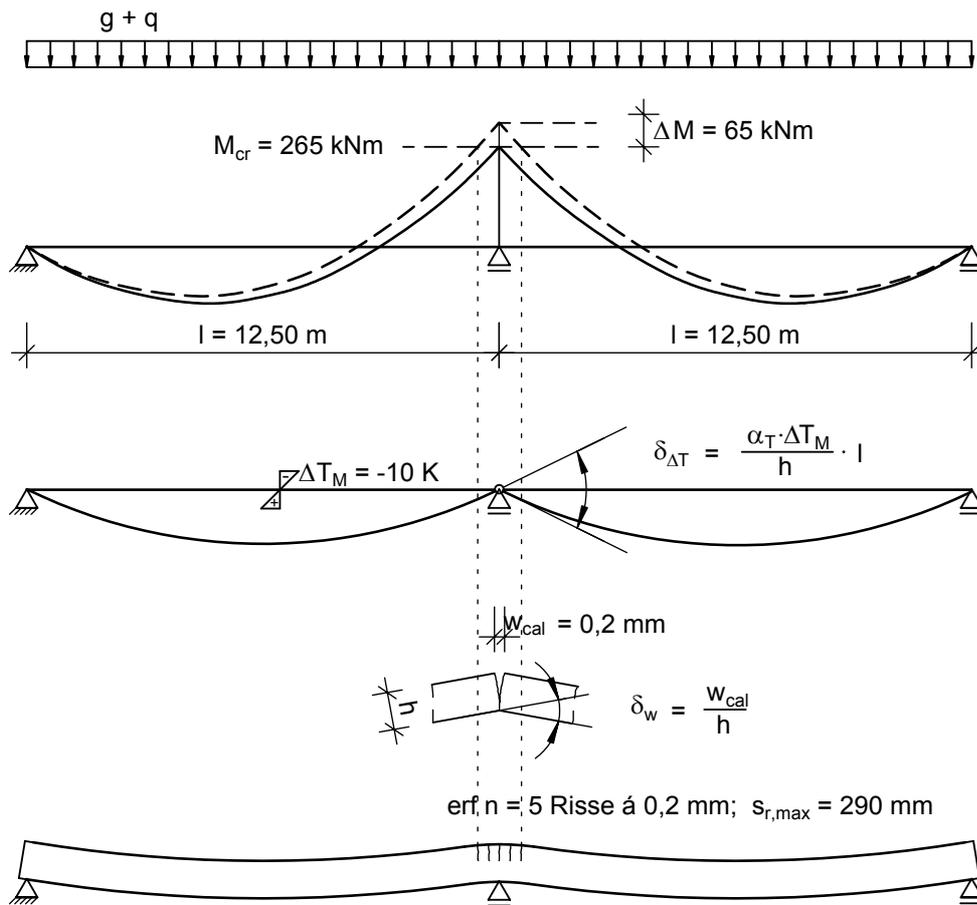


Bild 214 Zunahme der Rissbreite in Abhängigkeit vom Bewehrungsgrad

Besonders empfindlich auf eine Zwangseinwirkung reagieren die Bauteile, die nur geringen Lastbeanspruchungen unterworfen sind und einen dementsprechend niedrigen Bewehrungsgrad aufweisen. Diese Bauteile befinden sich unter der reinen Lastbeanspruchung auf dem Gebrauchslastniveau noch im ungerissenen Zustand I. Die Rissbildung wird durch die zusätzliche Zwangseinwirkung infolge der Temperaturdifferenz ΔT_M ausgelöst. Die nachfolgende Betrachtungsweise zeigt, dass wenige Risse genügen, um die Verformungskompatibilität zu einer Temperatureinwirkung ΔT_M herzustellen und somit die Zwängung allein über die einsetzende Rissbildung stark abzubauen. Voraussetzung hierfür ist jedoch das Vorhandensein einer ausreichenden Mindestbewehrung, sodass die im Rissquerschnitt entstehenden Stahlspannungen im Zustand II auf ein verträgliches Maß begrenzt werden [43].

Bild 215 zeigt beispielhaft einen Zweifeldträger, bei dem das Moment aus äußeren Lasten $g + q$ gerade das Rissmoment erreicht. Eine zusätzlich aufgebrachte Temperaturdifferenz ΔT_M führt zunächst zur Bildung eines Risses über der Mittelunterstützung. Das Zwangsmoment baut sich auf, bis an der nächstmöglichen Stelle der nächste Riss entstehen kann. Dieser Prozess läuft so lange ab, bis die Verformungskompatibilität zur Temperaturverformung hergestellt ist.



$$\delta_{\Delta T} = \frac{\alpha_T \cdot \Delta T_M}{h} \cdot l = \frac{1,0 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \cdot 10 \text{ K}}{1,0 \text{ m}} \cdot 12,5 \text{ m} = 12,5 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$$

$$\delta_w = \frac{w_{cal}}{h} = \frac{0,2 \text{ mm}}{1,0 \text{ m}} = -2,0 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$$

$$\delta_{M_{Zwang}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{M_{Zwang}}{EI} \cdot l = \frac{0,065 \text{ MNm}}{1312 \text{ MNm}^2} \cdot 12,5 \text{ m} = -4,1 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$$

$$\text{erf } n = \frac{\delta_{\Delta T} + \delta_{M_{Zwang}}}{\delta_w} = \frac{12,5 - 4,1}{2,0} = 4,2 < \text{vorh } n = 5$$

Bild 215 Herstellung der Verformungskompatibilität durch Rissbildung

Lediglich 5 Risse sind notwendig, um die Verformungskompatibilität zur Temperatureinwirkung herzustellen. Das sich dabei aufbauende Zwangmoment beträgt $M_{\Delta T M} = 65 \text{ kNm}$. Dies entspricht im Vergleich zum vollen Zwangmoment im ungerissenen Zustand I $M_{\Delta T M,0} = 197 \text{ kNm}$ lediglich 33%.

Durch den Anstieg des Stützmomentes von 265 kNm auf 330 kNm (25%) steigt auch die Stahlspannung um ca. 25%. Wenn die Rissbreite für das Rissmoment gerade auf 0,2 mm begrenzt wurde, ergibt sich durch den Anstieg der Stahlspannung in diesem Beispiel ein Rissbreitenzuwachs auf 0,28 mm. Die zulässige Rissbreite wäre überschritten.

Der Einbau der Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite allein erscheint bei dieser Betrachtung nicht ausreichend. Eine Begrenzung der Rissbreite auf 0,2 mm wäre sichergestellt, wenn diese mit der kombinierten Schnittgröße aus Last und Zwang $M = 330 \text{ kNm}$ geführt würde. Eine Berücksichtigung der vollen Zwangsschnittgröße im ungerissenen Zustand I erscheint jedoch nicht erforderlich.

Bei Bauteilen, bei denen unter Gebrauchslasten das Moment aus äußeren Lasten allein deutlich über der Risschnittgröße liegt, ist der Einfluss einer zusätzlichen Temperaturdifferenz auf den Rissbreitenzuwachs gering. In der Phase der abgeschlossenen Rissbildung kommt es durch eine zusätzlich aufgebrachte Temperaturdifferenz ΔT_M lediglich zu einem geringfügigen Aufweiten der vorhandenen Risse bzw. zur Bildung einzelner neuer Risse [47], [24]. Die Stahldehnungen und –spannungen im Rissquerschnitt nehmen nur in geringem Maße zu, dementsprechend klein ist auch der Rissbreitenzuwachs. Eine Vernachlässigung der Temperatureinwirkung ΔT_M bei der Begrenzung der Rissbreiten wäre denkbar.

Die o. g. Ergebnisse deuten darauf hin, dass die Zwangbeanspruchung auch im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit nicht in voller Größe berücksichtigt werden muss bzw. unter bestimmten Voraussetzungen vollständig vernachlässigt werden kann.

Zu diesem Thema werden weitere Forschungsarbeiten empfohlen.

9.4 Besonderheiten bei kurzen Rahmenbrücken aus Stahlbeton

Bei Rahmenbauwerken aus Stahlbeton verursacht neben der Temperaturdifferenz ΔT_M auch die Temperaturänderung ΔT_N eine Zwängung des Tragwerkes.

Bei kurzen Rahmenbrücken bis 20 m genügen bereits wenige Risse mit einer Rissbreite von $w_{\text{cal}} = 0,2 \text{ mm}$ und geringste Fundamentverdrehungen, um die Verformungskompatibilität zu den Temperatureinwirkungen ΔT_M und ΔT_N herzustellen und somit die Zwängung abzubauen (siehe Kapitel 8.1.2).

Ein Abfall der erreichbaren Systemtraglast konnte bei dem untersuchten Tragwerk mit einem mechanischen Bewehrungsgrad von $\omega_{s1,s} = 0,1$ und $\omega_{s1,F} = 0,06$ durch die zusätzlich aufgebrachten Temperatureinwirkungen ΔT_M und ΔT_N nicht festgestellt werden.

Die Zunahme der Rissbreiten bei einer Temperatureinwirkung $\Delta T_{M,\text{freq}} + \Delta T_{N,\text{freq}}$ auf dem Lastniveau der häufigen Einwirkungskombination betrug in Feldmitte lediglich 0,02 mm. An der Rahmenecke war eine Rissbreitenzunahme quasi nicht mehr feststellbar.

Bei der Bemessung kurzer Rahmenbrücken bis 20 m können, bei Einhaltung konstruktiver Regeln, die Temperatureinwirkungen sowohl im Grenzzustand der Tragfähigkeit als auch im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit vernachlässigt werden.

Diese Regelung war bereits in der DIN 1075 [14] in Verbindung mit dem ARS 10/89 [2] enthalten.

Bemessungsvorschlag für kurze Rahmenbrücken bis 20 m Spannweite

Die Zwangsschnittgrößen infolge einer Temperaturdifferenz ΔT_M sowie einer gleichförmigen Temperaturänderung ΔT_N dürfen bei der Bemessung kurzer Rahmenbauwerke aus Stahlbeton bis zu einer Länge von 20 m im Grenzzustand der Tragfähigkeit unberücksichtigt bleiben, wenn zur Sicherstellung einer ausreichenden Duktilität des Tragwerkes die bezogene Druckzonenhöhe auf $x/d \leq 0,25$ begrenzt wird und zusätzlich eine Mindestbügelbewehrung von $\varnothing 10$, $s = 20$ zur Umschnürung der Biegedruckzone oder eine Druckbewehrung, die dem 0,5-fachen Wert der erforderlichen Zugbewehrung entspricht, angeordnet wird.

Die Zwangsschnittgrößen dürfen darüber hinaus auch im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit vernachlässigt werden, wenn die auf dem Niveau der häufigen Einwirkungskombination allein durch Lasten verursachte Beanspruchung sowohl in den Rahmenecken als auch im Feld über der 1,3-fachen Risschnittgröße liegt.

10 Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit dem Abbau der Zwangsschnittgrößen infolge klimatischer Temperatureinflüsse bei Stahl- und Spannbetontragwerken. Schwerpunktmäßig wurde der durch eine Temperaturdifferenz ΔT_M hervorgerufene Biegezwang untersucht.

Die vorliegenden Literaturquellen zu theoretischen und experimentellen Untersuchungen an Stahl- und Spannbetonbauteilen unter einer kombinierten Last-Zwang-Beanspruchung zeigen klar die Verminderung der Zwangsschnittgrößen durch den Steifigkeitsabbau infolge Rissbildung und Plastizierung bei zunehmender Lastbeanspruchung. Dies gilt sowohl für das Gebrauchslastniveau, als auch für den Bruchzustand. Die Zwangbeanspruchung hat bei den durchgeführten Versuchen in [1], [28], [57] keinen nennenswerten Einfluss auf die Größe der Traglast.

Das zur Durchführung der Simulationsrechnungen zum Zwangabbau an Stahl- und Spannbetonbalken verwendete Rechenprogramm ermöglicht wirklichkeitsnahe Berechnungen durch die Berücksichtigung der geometrischen und materialbedingten Nichtlinearitäten infolge Rissbildung und Plastizierung, der versteifenden Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen (*tension stiffening*) sowie ggf. der Schubrissbildung.

Die Verifikation des Rechenprogramms erfolgte durch die Nachrechnung von Versuchsergebnissen an Stahlbeton- und Spannbetonbalken unter reiner Lastbeanspruchung, unter kombinierter Last- und Zwangbeanspruchung sowie unter reiner Zwangbeanspruchung.

In den durchgeführten Simulationsrechnungen wurden auf der Querschnittsebene, auf der Bauteilebene an Referenzbalken sowie an real bemessenen und ausgeführten Tragwerken verschiedene Parameter gezielt variiert, um den Einfluss auf die Größe des möglichen Zwangabbaus und des Verlaufes bis zum Erreichen der Systemtraglast zu untersuchen.

Die Ergebnisse lassen sich wie folgt zusammenfassen:

Der Abbau der Zwangsschnittgrößen lässt sich grundsätzlich in zwei Phasen unterteilen:

- Phase 1: Zwangabbau durch Rissbildung und zunehmende Nichtlinearität der Betondruckzone bis zum Erreichen der Streckgrenze der Bewehrung*
- Phase 2: Zwangabbau durch plastische Verformungen infolge des Fließens der Bewehrung*

Allein durch Rissbildung, sowie mit steigendem Bewehrungsgrad auch durch die zunehmende Nichtlinearität der Betondruckzone, werden die Zwangsschnittgrößen bis zum Erreichen der Streckgrenze der Bewehrung sowohl bei Stahlbeton- als auch bei Spannbetontragwerken mindestens um 60% auf das 0,4fache des nach Zustand I ermittelten Wertes abgebaut.

Bei Stahlbetontragwerken vollzieht sich der Zwangabbau nach einsetzender Rissbildung relativ rasch. Bereits unter Gebrauchslasten ist ein beträchtlicher Anteil des Zwangs abgebaut. Bis zum Erreichen der Streckgrenze der Bewehrung verbleibt der Zwanganteil auf einem mehr oder weniger konstanten Plateau. Bei Spannbetontragwerken wird der Beginn des Zwangabbaus durch die vorhandene Vorspannkraft auf ein höheres Lastniveau verschoben. Der Zwangabbau wird durch die Vorspannung vergleichmäßigt, er läuft im Gegensatz zum Stahlbeton mehr oder weniger linear ab. Die Phase 1 und 2 gehen dabei fließend ineinander über.

Ein Abbau der Zwangsschnittgrößen über das o. g. Maß hinaus setzt eine entsprechende plastische Verformbarkeit des Tragwerkes durch das Fließen der Bewehrung voraus. Die

plastische Verformbarkeit ist in starkem Maße vom mechanischen Bewehrungsgrad ω sowie von der Querschnittsform abhängig. Bei einer Begrenzung der Höhe der Betondruckzone auf $x/d \leq 0,25$ werden die Zwangsschnittgrößen nahezu vollständig abgebaut und können bei Berücksichtigung konstruktiver Regeln zur Bewehrung der Biegedruckzone im Rahmen der Bemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit vernachlässigt werden.

Bereits kleine Tragreserven, resultierend aus einer Bemessung für unterschiedliche Laststellungen oder den Nachweisen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit, ermöglichen in erheblichem Umfang die Aufnahme zusätzlicher Verformungseinwirkungen.

Der Zwang einer zusätzlich zu den äußeren Lasten auf das Tragwerk einwirkenden Temperaturdifferenz ΔT_M infolge klimatischer Einflüsse hat weder bei Stahlbeton- noch bei Spannbetontragwerken einen nennenswerten Einfluss auf die Systemtraglast.

Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen zum Einfluss der Zwangbeanspruchung infolge einer zusätzlichen Temperaturdifferenz ΔT_M auf die Rissbreite haben gezeigt, dass bei Bauteilen, die nur geringen Lastbeanspruchungen auf dem Niveau der Risschnittgröße unterworfen sind und einen dementsprechend niedrigen Bewehrungsgrad aufweisen, eine signifikante Zunahme der Rissbreite zu verzeichnen ist. Der Einbau der Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite erwies sich sogar als zu gering. Bei Bauteilen, bei denen unter Gebrauchslasten das Moment aus äußeren Lasten allein deutlich über der Risschnittgröße liegt, ist eine zusätzlich aufgebrachte Temperaturdifferenz auf den Rissbreitenzuwachs dagegen von geringem Einfluss. Die Ergebnisse deuten darauf hin, dass die Zwangbeanspruchungen auch im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit nicht in voller Größe berücksichtigt werden müssen bzw. unter bestimmten Voraussetzungen vollständig vernachlässigt werden können. Zu diesem Thema werden weitere Forschungsarbeiten auf der Basis der hier durchgeführten Untersuchungen angeregt.

Bei kurzen Rahmenbrücken bis 20 m genügen bereits wenige Risse mit einer Rissbreite von $w_{\text{cal}} = 0,2$ mm und geringste Fundamentverdrehungen, um die Verformungskompatibilität zu den Temperatureinwirkungen ΔT_M und ΔT_N herzustellen und somit die Zwängungen in starkem Maße abzubauen. Bei der Bemessung kurzer Rahmenbrücken bis 20 m können, bei einer Begrenzung der Höhe der Betondruckzone auf $x/d \leq 0,25$ und Berücksichtigung konstruktiver Regeln zur Bewehrung der Biegedruckzone, die Temperatureinwirkungen sowohl im Grenzzustand der Tragfähigkeit als auch im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit vernachlässigt werden.

Mit den vorliegenden Ergebnissen bestätigt die Arbeit im Wesentlichen die bereits im Eurocode und im DIN-FB 102 enthaltenen Möglichkeiten zur Vernachlässigung des Zwangs im Grenzzustand der Tragfähigkeit und definiert darüber hinaus den Begriff der „ausreichenden Duktilität“ mit praxistauglichen Konstruktions- bzw. Bemessungsregeln. Des Weiteren konnte die in DIN 1075 enthaltene, jedoch nicht in den DIN-FB 102 übernommene Regelung zur Vernachlässigung des Zwangs bei kurzen Stahlbetonrahmenbrücken bis 20 m hinsichtlich ihrer Anwendbarkeit bestätigt werden.

Literatur

- [1] Alavizadeh-Farhang, A.: Concrete Structures Subjected to Combined Mechanical and Thermal Loading, Doctoral Theses, Stockholm 2000
- [2] ARS 10/89
- [3] ARS 11/2003
- [4] Bachmann, H.: Zur plastizitätstheoretischen Berechnung statisch unbestimmter Stahlbetonbalken, Dissertation Eidgenössische Technische Universität Zürich, 1967
- [5] Bohl, Th.: Beitrag zur Ermittlung von Zwangsschnittgrößen aus Temperaturunterschieden an Spannbetonbrückenüberbauten unter Berücksichtigung des nichtlinearen Tragverhaltens, Dissertation Weimar 1994
- [6] Comité Euro-International du Béton (CEB): CEB-FIP Model Code 1990. Bulletin d'Information No. 213-214, Thomas Telford Services, London 1993
- [7] Comité Euro-International du Béton (CEB): Ductility of Reinforced Concrete Structure. Bulletin d'Information No. 242, Lausanne 1998
- [8] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton: Erläuterungen zu DIN 1045-1. Heft 525 der Schriftenreihe des DAfStb, Beuth-Verlag, Berlin 2003
- [9] Dilger, W.: Veränderlichkeit der Biege- und Schubsteifigkeit bei Stahlbetontragwerken und Einfluss auf die Schnittkraftverteilung und Traglast bei statisch unbestimmter Lagerung. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 179 der Schriftenreihe, Ernst & Sohn, Berlin 1966
- [10] DIN 1045-1 [07.2001]: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton, Teil 1: Bemessung und Konstruktion, Beuth Verlag, Berlin, 2001
- [11] DIN 1055-100 [03.2001]: Einwirkungen auf Tragwerke, Teil 100 Grundlagen der Tragwerksplanung, Sicherheitskonzept, Beuth Verlag, Berlin, 2001
- [12] DIN 1055-7 [11.2002]: Einwirkungen auf Tragwerke, Teil 7: Temperatureinwirkungen, Beuth Verlag, Berlin, 2002
- [13] DIN 1072 [03.1983]: Straßen- und Wegbrücken, Lastannahmen, Beuth-Verlag, Berlin 1983
- [14] DIN 1075 [04.1981]: Betonbrücken, Bemessung und Ausführung, Beuth-Verlag, Berlin 1981
- [15] DIN-Fachbericht 101 [03.2003]: Einwirkungen auf Brücken, Beuth-Verlag, Berlin 2003
- [16] DIN-Fachbericht 102 [03.2003]: Betonbrücken, Beuth Verlag, Berlin, 2003
- [17] Djouahra, G.: Verhalten von Stahlbetonbauteilen unter einer kombinierten Beanspruchung aus Last und zentrischem Zwang. Dissertation TU Dortmund, 2007

- [18] Dutulescu, E.: Zur Berechnung der Rissbreite, Beton- und Stahlbetonbau (11/2006), Verlag Ernst & Sohn, 2006
- [19] EC 2 Teil 2: Betonbrücken
- [20] Eibl, J.; Mora, J, Strauß, P.: Momentenrotation und Schubtragfähigkeit im Spannbeton, Abschlussbericht zum Forschungsvorhaben, Universität Karlsruhe, 1983
- [21] Eligehausen R., Fabritius, E.: Grenzen der Anwendung nichtlinearer Rechenverfahren bei Stabtragwerken und einachsig gespannten Platten, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 484 der Schriftenreihe, Beuth Verlag, Berlin 1997
- [22] Eligehausen, R.; Kreller, H., Langer, P.: Einfluss der Stahlkennlinie auf den möglichen Grad der Schnittkraftumlagerung bei Stahlbetontragwerken, Institut für Werkstoffe im Bauwesen, Universität Stuttgart, 1988
- [23] Falkner, H.: Zur Frage der Rissbildung durch Eigen- und Zwängspannungen infolge Temperatur in Stahlbetonbauteilen, Dissertation Stuttgart, 1969
- [24] Fischer, M.: Rissbreiten- und Verformungszunahme bei Stahlbeton- und Spannbetontragwerken infolge wiederholter Last- und Zwangbeanspruchung. DFG-Forschungsbericht Nr. Ko 362/44-1, Universität Leipzig, 1998
- [25] Grasser, E.: Darstellung und kritische Analyse der Grundlagen für eine wirklichkeitsnahe Bemessung von Stahlbetonquerschnitten bei einachsigen Spannungszuständen. Dissertation Technische Hochschule München, 1968
- [26] Hartl, G.: Die Arbeitslinie „Eingebetteter Stähle“ unter Erst- und Kurzzeitbelastung, Beton- und Stahlbetonbau 8/1983, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 1983
- [27] Holschemacher, K.: Zur Berechnung von Rissbreiten und Zwangsschnittgrößen in Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen. Dissertation TH Leipzig, 1992
- [28] Joleka, J.: Experimental Study Concerning Reinforced Concrete Beams under Thermal and Mechanical Load, Nordic concrete research/Publication Oslo 04/1985
- [29] Kersten, R. Das Reduktionsverfahren der Baustatik, Verfahren der Übertragungsmatrizen, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1982
- [30] Kliver, J.: Duktilitätsanforderungen an vorwiegend auf Biegung beanspruchte Stahlbeton- und Spannbetonbauteile, Dissertation, Schriftenreihe des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie Universität Leipzig, Band 13, 2007
- [31] König, G., Maurer, R.: Versuche zum Einfluss einer Rissbildung auf den statisch unbestimmten Momentenanteil aus Vorspannung. Beton- und Stahlbetonbau 88 (1993), H. 12, S. 338-342, Verlag Ernst & Sohn, Berlin 1993
- [32] König, G., Pommerening, D. Tue, N-V.: Nichtlineares Last-Verformungs-Verhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen, Verformungsvermögen und Schnittgrößenermittlung, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 492 der Schriftenreihe, Beuth-Verlag, Berlin 1999

- [33] König, G., Tue, N.: Überlegungen zum zweckmäßigen Nachweis der Rissbreite für den Konstruktionsbeton. Bautechnik 69 (1992), Heft 10, Verlag Ernst & Sohn
- [34] König, G.; Fehling, E.: Grundlagen zur Rissbreitenbeschränkung im Stahlbetonbau, Beton- und Stahlbetonbau 83 (1988), Hefte 6 und 7, Verlag Ernst und Sohn, 1988
- [35] König, G.; Fehling, E.: Grundlagen zur Rissbreitenbeschränkung im Spannbetonbau, Beton- und Stahlbetonbau 83 (1988), Heft 12, Verlag Ernst und Sohn, 1988
- [36] Kreller, H.: Zum nichtlinearen Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetontragwerken unter Last- und Zwangeinwirkungen, Institut für Werkstoffe im Bauwesen, Universität Stuttgart, 1989
- [37] Kühlen, R. Th.: Stahlbetonbiegebalken unter Zwangbeanspruchung aus einseitiger Erwärmung, Dissertation TH Darmstadt, 1994
- [38] Langer, P.: Verdrehfähigkeit plastizierter Tragwerksbereiche im Stahlbetonbau, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 484 der Schriftenreihe, Beuth-Verlag, Berlin 1997
- [39] Longfei, L.: Rotationsfähigkeit von plastischen Gelenken im Stahl- und Spannbetonbau, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 484 der Schriftenreihe, Beuth-Verlag, Berlin 1997
- [40] Markeset, G.: Faillure of concrete under compressive strain gradients. NTH Universitet i Trondheim, 1993
- [41] Maurer, M., Weigel, F., Arnold, A.: Bauwerksmonitoring an einer Brücke aus Hochleistungsbeton. Beton- und Stahlbetonbau 100 (2005), H. 3, Verlag Ernst & Sohn, Berlin 2005
- [42] Menn, Ch.: Stahlbetonbrücken. 2. Auflage, Springer-Verlag Wien New York, 1990
- [43] Menn, Ch.: Zwang und Mindestbewehrung, Beton- und Stahlbetonbau (4/1986), Verlag Ernst und Sohn 1986, S. 94-99
- [44] Meyer, J.: Ein Beitrag zur Untersuchung der Verformungsfähigkeit von Bauteilen aus Beton unter Biegedruckbeanspruchung, Dissertation Universität Leipzig, 1998
- [45] Mora, J.: Rotationsfähigkeit von Stahlbetonbalken und Spannbetonbalken unter Berücksichtigung des Querkraftverlaufs und der Verbundgüte des Spannstahls, Dissertation Universität Dortmund, 1986
- [46] Noakowski, P.: Mitwirkungsgesetze zur Ermittlung der Verformungen & Zwangbeanspruchung. Beton- und Stahlbetonbau 81 (1986), Ernst und Sohn, H. 12, 1986
- [47] Novák, B.: Zwangentwicklung und Rissbreitenbeschränkung von vorgespannten Betonbauteilen unter kombinierter Temperaturbeanspruchung, Dissertation TH Darmstadt, 1995

- [48] Pardey, A.: Physikalisch nichtlineare Berechnung von Stahlbetonplatten im Vergleich zur Bruchlinientheorie, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 441 der Schriftenreihe, Beuth-Verlag, Berlin 1994
- [49] Pfeiffer, U.: Die nichtlineare Berechnung ebener Rahmen aus stahl- und Spannbeton mit Berücksichtigung der durch das Aufreißen bedingten Achsendehnung, Dissertation TU Hamburg-Harburg, Cuvillier Verlag Göttingen, 2004
- [50] Pommerenig, D.: Ein Beitrag zum nichtlinearen Materialverhalten und zur Schnittgrößenermittlung im Massivbau, Dissertation TH Darmstadt, 1996
- [51] Quast, U.: Zur Mitwirkung des Betons in der Zugzone, Beton- und Stahlbetonbau (10/1981), Verlag Ernst und Sohn, 1981
- [52] Schäfer, H.; Schneider, K.; Schäfer, H.-G.: Experimentelle Ermittlung von Steifigkeiten von Stahlbetonplatten, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 345 der Schriftenreihe, Beuth-Verlag, Berlin 1983
- [53] SOFiSTiK Statikprogramme Version 21.0 (Handbuch), SOFiSTiK AG, Oberschleißheim, 2005
- [54] Tue, N.V.: Zur Spannungsumlagerung im Spannbeton bei Rissbildung unter statischer und wiederholter Belastung, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 435 der Schriftenreihe, Beuth-Verlag, Berlin 1993
- [55] Voigt, N.: Erdwiderstandsermittlung bei monotonen und wiederholten Wandbewegungen in Sand. Baugrundinstitut Stuttgart, Mitteilung 22, 1984
- [56] Winter, H.: Modellierung der Bodenbauwerksinteraktion bei integralen Brücken. Universität Dortmund, Lehrstuhl für Baugrund-Grundbau, Diplomarbeit, 2006
- [57] Woidelko, E.-O.: Zum Tragverhalten nach Traglastverfahren bemessener Stahlbetonplattenbalken. Dissertation Universität Stuttgart, 1983
- [58] Zichner, T.: Temperaturunterschied infolge Witterungseinfluss und Beheizung von massiven Brücken, Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik, Heft 212, Bundesministerium für Verkehr, Bonn 1976
- [59] Zink, M.: Zum Biegeschubversagen schlanker Bauteile aus Hochleistungsbeton mit und ohne Vorspannung, Dissertation Universität Leipzig, B.G. Teubner Stuttgart Leipzig, 2000

Formel- und Abkürzungsverzeichnis

Abmessungen und Geometrie

b	Plattenbreite, Querschnittsbreite, Stegbreite (Index w)
b_{eff}	wirksame Breite
d	statische Höhe; Stabdurchmesser
h	Bauteilhöhe
I	Trägheitsmoment
l	Länge
s_r	Rissabstand
z	innerer Hebelarm
ρ	geometrischer Bewehrungsgrad
A	Querschnittsfläche
ρ_{eff}	geometrischer Bewehrungsgrad der effektiven Zugzone A_{ceff}
ω	mechanischer Bewehrungsgrad

Mechanische Eigenschaften

f	Festigkeit
E	E-Modul
α_R	Völligkeitsfaktor der Betondruckzone

Spannungen, Dehnungen, Verzerrungen

ε	Dehnung, Stauchung
κ	Krümmung
σ	Spannung

Verformungen

w	Rissbreite; Durchbiegung
δ	Verdrehung
θ	plastische Rotation

Kennzahlen

x	Druckzonenhöhe
δ	Momentendeckungsgrad
η	Abminderungsfaktor für die Zwangsschnittgröße bezogen auf die Steifigkeit im Zustand I
λ	Lastfaktor bezogen auf die Bemessungslast
ξ	bezogene Druckzonenhöhe x/d
ξ_{St}	bezogene Momentenumlagerung im Stützbereich

Indizes und Präfixe

c	Beton
cr	Riss
d	Bemessungswert
eff	effektiv
el	linear-elastisch (siehe auch lin)
f	Flansch
freq	häufig
k	charakteristischer Wert
lim	Grenzwert
lin	linear-elastisch (siehe auch el)
m	Mittelwert
neg	negativ
nonl	nichtlinear
o	oben
p	Spannstahl
perm	quasi-ständig
pos	positiv
rare	selten
s	Betonstahl
t	Zug
u	Bruchzustand; unten
y	Fließen
F	Feldbereich
R	Widerstand; rechnerischer Mittelwert
S; St	Stützbereich
0	Ausgangswert
I	Zustand I (ungerissen)
II	Zustand II (gerissen noch elastisch)
III	Zustand III (gerissen plastisch)

Sonstiges

a_i	Versatzmaß
B	Tangentensteifigkeit
E	Beanspruchung
F	Kraft; Einwirkung
F_v	Versatzkraft
G, g	ständige Einwirkungen
GZG	Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit
GZT	Grenzzustand der Tragfähigkeit
M	Moment
Q, q	veränderliche Einwirkungen
R	Tragwiderstand
ΔT_M	linearer Temperaturunterschied über die Bauteilhöhe
ΔT_N	Temperaturschwankung
α_T	Temperaturausdehnungskoeffizient
γ	Sicherheitsbeiwert
ϑ	Druckstrebenneigung
μ	bezogenes Moment

Lebenslauf

Person

Name: Andreas Arnold
Wohnort: Münster
Geburtsdatum: 21.04.1970
Geburtsort: Brandenburg an der Havel
Familienstand: verheiratet, zwei Kinder
Staatsangehörigkeit: deutsch

Ausbildung / Qualifikation

1976-1986 Allgemeinbildende Oberschule Heinrich Rau, Brandenburg an der Havel
1986-1989 Ausbildung zum Facharbeiter für Kfz-Mechanik Kommunale Berufsschule, Brandenburg
1990-1992 Abitur, Volkshochschule Brandenburg an der Havel
1992-1997 HTWK Leipzig (FH), Studiengang Bauingenieurwesen, Vertiefungsrichtung Konstruktiver Ingenieurbau
1997-1999 Universität Leipzig, Wirtschaftswissenschaftliche Fakultät, Vertiefung Massivbau

Tätigkeiten

1997-2002 König und Heunisch Planungsgesellschaft mbH, Leipzig
2002-2007 Universität Dortmund, Lehrstuhl Betonbau
Seit 2007 König und Heunisch Planungsgesellschaft mbH, Niederlassung Dortmund