

Auswertungsmethoden bei Experimenten mit Nachwirkungen und korrelierten Fehlern

Oliver Sailer

Abstract

Diese Dissertation befasst sich mit Crossover-Studien zum Vergleich von mehr als zwei Behandlungen. Die statistische Auswertung solcher Studien wird oft durch kleine Stichprobenumfänge, Nachwirkungen von Behandlungen und korrelierte Beobachtungen erschwert. Die Arbeit untersucht und verbessert Verfahren, die diese Probleme ansprechen.

Das erste Verfahren beruht auf der Randomisationstheorie. Kunert und Sailer (2007, J. Stat. Plan. Infer. 137, S. 2045-2055) zeigen, dass die Randomisierung von Einheiten und Behandlungsnamen das Zeilen-Spalten-Modell rechtfertigt, sofern der Ausgangsplan ein reguläres verallgemeinertes Youden-Design ist und keine Carryover-Effekte vorliegen. Die Randomisierung rechtfertigt das Zeilen-Spalten-Modell jedoch nicht, falls Carryover-Effekte vorliegen. Mögliche Carryover-Effekte sollten daher im statistischen Modell explizit berücksichtigt werden.

Oft nimmt man für die Auswertung im Modell mit Carryover-Effekten an, dass die Fehler unabhängig identisch verteilt sind. Bei Vorliegen korrelierter Fehler führt dies zu verzerrten Varianzschätzern. Kunert und Utzig (1993, J. Roy. Stat. Soc. B 55, S. 919-927) schlagen eine Auswertung unter der Annahme unkorrelierter Beobachtungen vor. Sie korrigieren den Schätzer für die Varianz von Behandlungskontrasten so, dass die Varianz auch im Worst-Case-Szenario bezüglich der Kovarianzmatrix der Fehler im Mittel nicht unterschätzt wird. Dazu wird der Korrekturfaktor für $p=3$ Versuchsperioden exakt berechnet und für $p>3$ nach oben abgeschätzt.

In dieser Arbeit wird dieses Verfahren wesentlich verbessert. Der Korrekturfaktor wird für optimale nachbarbalancierte Versuchspläne mit beliebiger Anzahl von Versuchseinheiten, Behandlungen und Perioden exakt hergeleitet. Dadurch gelingt im Fall $p>3$ eine weniger konservative Varianzschätzung, was zu Tests größerer Power führt.

Bellavance, Tardif und Stephens (1996, Biometrics 52, S. 607-612) schlagen eine weitere Auswertung im Modell mit Carryover-Effekten unter der Annahme unkorrelierter Beobachtungen vor. Sie schätzen die unbekannte Kovarianzmatrix und korrigieren den Varianzschätzer mit Hilfe der Box-Korrektur (Box, 1952, Ann. Math. Stat. 25, S. 290-302). Es stellt sich die Frage, ob sich die Verbesserung des Verfahrens von Kunert und Utzig besser zur Auswertung von Crossover-Studien eignet als das Verfahren von Bellavance u. a.

In dieser Arbeit wird gezeigt, dass die von Kunert und Utzig betrachtete Verzerrung des Varianzschätzers bei bekannter Varianz gleich dem Korrekturfaktor des Verfahrens von Bellavance u. a. ist. Bei unbekannter Kovarianzmatrix stimmt der geschätzte Korrekturfaktor von Bellavance u. a. im von Kunert und Utzig betrachteten Worst-Case-Szenario mit dem Korrekturfaktor bei bekannter Kovarianzmatrix überein.

Mit Hilfe einer Simulationsstudie werden für beide Verfahren Fehler 1. Art und Power bei Tests auf Behandlungsunterschiede verglichen. Es stellt sich heraus, dass das Verfahren von Bellavance u. a. das nominelle Testniveau gut einhält, während die Verbesserung des Verfahrens von Kunert und Utzig im Worst-Case-Szenario anti-konservativ ist. Dies liegt daran, dass bei letzterem Verfahren die Freiheitsgrade nicht korrigiert werden. Dort wo beide Verfahren das Testniveau einhalten, hat das Verfahren von Bellavance u. a. die größere Power. Es ist daher der Verbesserung des Verfahrens von Kunert und Utzig vorzuziehen.

Schlagerworte: *Crossover-Design, Carryover-Effekte, korrelierte Fehler, lineares Modell, Varianzschätzung, Box-Korrektur.*