

**Einsatz von Optimierungsverfahren zur
Bestimmung der Parameter
nichtlinearer Ersatzschaltbilder von
elektrischen Maschinen**

Von der Fakultät für
Elektrotechnik und Informationstechnik
der Universität Dortmund
genehmigte

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor der Ingenieurwissenschaften

von
Dipl.-Ing. Dirk Flockermann
Dortmund
2003

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Elektrische Maschine, Antriebe und Leistungselektronik der Universität Dortmund. Für die Unterstützung möchte ich mich bei folgenden Personen bedanken.

An erster Stelle gilt mein Dank Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. S. Kulig für die Betreuung der Arbeit, ständige Diskussionsbereitschaft, sowie die wertvollen Hinweise, die maßgeblich zum Gelingen der Arbeit beigetragen haben.

Herrn Prof. Prätzel-Wolters danke ich für die Übernahme des Korreferats, sowie die Begleitung der Arbeit.

Herrn Dr. G. Gramlich danke ich die gute Zusammenarbeit während des DFG-Projektes.

Auch den Mitarbeitern am Lehrstuhl, insbesondere Herrn Dr.-Ing. M. Klocke, Herrn Dr.-Ing. O. Drubel und Frau Dipl.-Ing. A. Joswig danke ich für die Unterstützung, Diskussionen und wertvollen Hinweise.

Der DFG danke ich für die Finanzierung dieser Arbeit.

Zusammenfassung

Ziel dieser Arbeit war, die bekannten Ersatzschaltbilder der elektrischen Maschinen so zu erweitern, dass auch Sättigungseffekte berücksichtigt werden können. Der Schwerpunkt der Arbeit lag sowohl auf der Entwicklung neuer Ersatzschaltbilder, als auch auf der Identifikation der Maschinen- und Sättigungsparameter, wobei die Struktur der Ersatzschaltbilder möglichst beibehalten werden sollte. Zur Bestimmung der Maschinen- und Sättigungsparameter kamen Parameteridentifikation und stationäre numerische Feldberechnung zum Einsatz.

Es ist ein Verfahren entwickelt worden, mit dem Sättigungseffekte in die bekannten Ersatzschaltbilder der wichtigsten Typen elektrischer Maschinen implementiert werden können. Dabei wurden die Sättigungseffekte durch die Neukurve der magnetischen Werkstoffe in der Maschine beschrieben, welche mit einfachen algebraischen Ansatzfunktionen nachgebildet wurde. Durch freie Parameter konnten diese Ansatzfunktionen an die jeweilige Maschine angepasst werden. Die Maschinen- und Sättigungsparameter der erweiterten Ersatzschaltbilder ließen sich mit Hilfe von Identifikationsverfahren ermitteln. Die Referenzwerte waren Maschinenströme, die während transients Vorgänge gemessen wurden. Damit der Einfluss der Sättigung auf die Referenzwerte möglichst groß ist, wurden solche Ausgleichvorgänge gewählt, bei denen die Augenblickswerte der Ströme deutlich über dem Bemessungsstrom liegen (z. B. Anlauf oder Kurzschluss).

Die Parameteridentifikation konnte als Optimierungsproblem der Form

»Bestimme die Parameter des Ersatzschaltbildes so, dass die Differenz zwischen dem gemessenen Stromverlauf und dem aus dem Maschinenmodell berechneten Stromverlauf minimal wird.«

formuliert werden.

Die Anforderungen an den Algorithmus zur Lösung des inversen Optimierungsproblems waren hoch, da bis zu zwanzig Parameter zu bestimmen waren und für die Sättigungsparameter i. d. R. schlechte Startwerte vorlagen. Nur robuste Verfahren, wie die *Simplex-Strategie* und die *evolutionären Algorithmen* lieferten gute Ergebnisse.

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	11
2	Stand der Technik	15
2.1	Sättigungseffekte bei elektrischen Maschinen	15
2.2	Ansätze zur Erfassung der Sättigung bei elektrischen Maschinen	18
2.2.1	Halb- und vollgesättigte Maschine	18
2.2.2	Berücksichtigung der Hauptfeldsättigung	18
2.2.3	Berücksichtigung der Streufeldsättigung	21
2.2.4	Weitere Ansätze	22
2.3	Parameteridentifikation	23
2.3.1	Parameteridentifikation bei der Regelung von elektrischen Maschinen	24
2.3.2	Parameteridentifikation bei der Prüfung von elektrischen Maschinen	24
2.3.3	Parameteridentifikation für die Modellbildung von elektrischen Maschinen	25
2.4	Ergebnisse der Literaturstudie	27
3	Modelle der Drehfeldmaschinen	29
3.1	Asynchronmaschine	29
3.2	Synchronmaschine	37
3.2.1	PARKSches Modell der Synchronmaschine	39
3.2.2	D-q-Modell der Synchronmaschine mit Dämpfer	42
3.2.3	Berücksichtigung der unterschiedlichen Kopplung zwischen Stator und Rotor	44
3.2.4	Modell mit mehreren Rotorkreisen	45
3.2.5	Kettenleitermodell	46
4	Berücksichtigung der Eisensättigung	47
4.1	Gültigkeit der Modelle rotierender elektrischer Maschinen	47
4.2	Magnetische Eigenschaften von Werkstoffen und deren Modellvorstellungen	48
4.2.1	Ferromagnetische Werkstoffe	49
4.2.2	Luftspalteinfluss und Scherung	50
4.2.3	Elementarmagnettheorie	50
4.3	Modellierung der Sättigungseffekte	52
4.3.1	Algebraische Modelle	52
4.3.2	Modell nach JILES-ATHERTON	53
4.3.3	Modell nach WETTER	53
4.4	Auswahl eines geeigneten Ansatzes	54
4.5	Ansatzfunktionen	55
4.5.1	Ansatz $\Psi = f(i)$	56
4.5.2	Ansatz $i = f(\Psi)$	57
4.5.3	Ansatz $L = f(i)$	58

4.6	Spule mit Eisenkern	59
4.7	Gleichstrom- und Universalmaschine	60
4.8	Asynchronmaschine	61
4.8.1	Erweiterung des bekannten Ersatzschaltbildes	61
4.8.2	Asynchronmaschine mit Stromverdrängungsrotor	63
4.9	Synchronmaschine	65
5	Optimierungsverfahren	69
5.1	Parameteridentifikation als Optimierungsproblem	69
5.2	Klassifizierung von Optimierungsverfahren	70
5.3	Einfach- und Mehrfachschießen	72
5.3.1	Einfachschießen	72
5.3.2	Mehrfachschießen	72
5.4	Optimierungsverfahren für eine Variable	75
5.4.1	Dichotome Suche	75
5.4.2	Goldener Schnitt	75
5.4.3	NEWTON-RAPHSON-Verfahren	77
5.5	Optimierungsverfahren mit Ableitungen für mehrere Variablen	78
5.5.1	Optimalitätskriterien	78
5.5.2	Gradientenverfahren	79
5.5.3	NEWTON-Verfahren	80
5.5.4	QUASI-NEWTON-Verfahren	81
5.5.5	GAUSS-NEWTON-Verfahren	82
5.5.6	Trust-Region-Verfahren	83
5.6	Optimierungsverfahren ohne Ableitungen für mehrere Variablen	84
5.6.1	Koordinatenstrategie / GAUSS-SEIDEL-Verfahren	84
5.6.2	Muster-Suche / Strategie von HOOKE und JEEVES	85
5.6.3	Simplex-Strategie von NELDER und MEAD	86
5.7	Evolutionäre Algorithmen	89
5.7.1	Algorithmen	89
5.7.2	Mutation-Selektion-Prinzip	90
5.7.3	Schrittweisenadaptation	91
6	Bestimmung der Sättigungsparameter aus Feldberechnung	92
6.1	Berechnung von Induktivitäten	92
6.1.1	Eigeninduktivitäten	93
6.1.2	Streuinduktivitäten	94
6.2	Berechnung der Ständerstreuinduktivität einer Synchronmaschine	95
6.3	Übertragung der Ergebnisse auf das Ersatzschaltbild	97
7	Ergebnisse	100
7.1	Vorgehensweise	100
7.1.1	Messwerte	100
7.1.2	Startparameter	101
7.1.3	Überprüfung der Ergebnisse	101
7.1.4	Wahl der Ansatzfunktionen	102

7.1.5	Wahl des Optimierungsverfahrens	102
7.2	Spule mit Eisenkern	102
7.3	Kollektormaschinen	106
7.4	Asynchronmaschine	111
7.5	Synchronmaschine	114
7.5.1	Zurückrechnung der Parameter des PARKSchen Modells	115
7.5.2	Stoßkurzschluss ohne Sättigung	117
7.5.3	Stoßkurzschluss mit Sättigung	122
7.6	Ergebnisse mit vorausberechneten Sättigungskennlinien	124
7.7	Anmerkungen zu den Optimierungsverfahren	126
8	Ausblick	127
A	Algorithmus der Simplex-Strategie von Nelder und Mead	129
	Nomenklatur	131
	Lebenslauf	141

1 Einführung

Das dynamische Verhalten technischer Prozesse und Systeme wird heute schon bei der Auslegung, Planung und beim Entwurf simuliert, um diese günstig auszulegen. Mit Hilfe der Systemtheorie kann das zeitliche Verhalten technischer Systeme nach einheitlichen mathematischen Methoden beschrieben werden. Hierfür müssen mathematische Modelle für das statische und dynamische Verhalten der Systeme bekannt sein. Dazu wird ein theoretisches Modell des Systems oder Prozesses aufgestellt. Die theoretische Modellbildung basiert auf grundlegenden physikalischen Zusammenhängen, u. a. der Entropiebilanz, Energie- und Impulserhaltung. Um aus den physikalischen Zusammenhängen ein mathematisches Modell in Form gewöhnlicher und/oder partieller Differentialgleichungen zu gewinnen, sind meistens vereinfachende Annahmen notwendig.

Elektrische Maschinen gehören zu den komplexesten elektrischen Systemen. Bei ihrer Berechnung und Auslegung müssen elektrische, magnetische und mechanische Vorgänge erfasst werden. Die elektromagnetischen Zusammenhänge werden durch die vier MAXWELLSchen Gleichungen beschrieben. Sie verknüpfen die magnetischen Feldgrößen – Induktion \vec{B} und magnetische Feldstärke \vec{H} – mit den elektrischen Feldgrößen – Verschiebungsflussdichte \vec{D} , elektrische Feldstärke \vec{E} und Stromdichte \vec{J} .

Zur Berechnung der elektromagnetischen Felder müssen partielle Differentialgleichungen gelöst werden. Nur für einfache Anordnungen lässt sich eine analytische Lösung dieser partiellen Differentialgleichungen finden. Für Modelle, welche komplexe technische Systeme beschreiben, ist nur eine numerische Lösung möglich. Hierbei wird das Problem diskretisiert und die Lösung der partiellen Differentialgleichungen auf die Lösung eines linearen Gleichungssystems überführt. Dazu werden die Methoden der Finiten-Differenzen (FD) oder Finiten-Elemente (FE) angewendet. Diese Verfahren werden als *numerische Feldberechnung* bezeichnet. Zur Anwendung der numerischen Feldberechnung stehen ein Vielzahl kommerzieller und an Universitäten entwickelter Programme zur Verfügung.

Die große Stärke der numerischen Lösung einer partiellen Differentialgleichung ist, dass bei der Modellbildung nur wenige Vereinfachungen gemacht

werden müssen. Die Geometrie der Anordnung lässt sich i.d.R. recht gut nachbilden. Auch nichtlineare Eigenschaften, wie die Sättigung bei magnetischen Werkstoffen, können berücksichtigt werden. Ebenso ist die Berechnung dynamischer Vorgänge des Systems mit Hilfe der Zeitschrittrechnung möglich. Hierzu wird die Differentialgleichung des Systems in kurzen Zeitabständen immer neu berechnet. Die numerische Lösung einer partiellen Differentialgleichung ist nur mit einem leistungsfähigen Computersystem und großer Rechenzeit möglich.

Um den Aufwand, der bei der Lösung von partiellen Differentialgleichungen entsteht, zu verringern, muss das Modell des Systems weiter vereinfacht werden. Die partiellen Differentialgleichungen werden in gewöhnliche, nichtlineare Differentialgleichungen überführt. Der rechentechnische Aufwand zur Lösung gewöhnlicher Differentialgleichungen ist wesentlich geringer als bei partiellen Differentialgleichungen.

Überführt man das Modell einer elektrischen Maschine von einer partiellen Differentialgleichung auf ein System gewöhnlicher Differentialgleichungen, so wird das System nicht mehr über die Feldgrößen, sondern – wie ein elektrisches Netzwerk – über Ströme und Spannungen beschrieben. Der grundlegende Ansatz bei diesem Schritt ist, das magnetische Feld der Maschine in Teilfelder – z. B. Streu- und Hauptfeld – zu unterteilen. Jedes Teilfeld wird als konzentriertes Element (Induktivität) in das Ersatzschaltbild übernommen.

Für diesen Schritt sind sehr viele Vereinfachungen notwendig, u. a. die Vernachlässigung von Wirbelströmen und Stromverdrängungseffekten, die Annahme eines linearen magnetischen Kreises und eines sinusförmigen magnetischen Feldes im Luftspalt von Drehfeldmaschinen.

In der Praxis zeigte sich, dass die notwendigen Vereinfachungen so groß sind, dass bei bestimmten dynamischen Vorgängen (z. B. Anlauf oder Kurzschluss) recht große Abweichungen zwischen Modell und realer Maschine beobachtet werden können.

In einer Vielzahl von Arbeiten (s. Kap. 2) ist versucht worden, die vorhandenen Ersatzschaltbilder so zu verändern, dass die bei der Modellbildung vernachlässigten physikalischen Effekte im Nachhinein noch berücksichtigt

werden können. Als Beispiel ist die Berücksichtigung der Stromverdrängung im Rotor eines Käfigläufers durch einen Kettenleiter zu nennen.

Betrachtet man den aktuellen Stand der Maschinenmodelle, so ist die Vernachlässigung der magnetischen Sättigung die gravierendste Vereinfachung, die bei den heute verwendeten Modellen gemacht wird.

Die Schwierigkeit bei der Berücksichtigung der Sättigung liegt nicht in der physikalischen Beschreibung des Problems, sondern in der Einbindung in die vorhandenen Modelle. So fordern die gebräuchlichen Programme zur Netzwerkberechnung wie NETOMAC, EMTP und SIMULINK die Strukturen der bekannten Ersatzschaltbilder. Um die Sättigung zu modellieren, müssen nichtlineare Induktivitäten in den Ersatzschaltbildern eingeführt werden, da der lineare Zusammenhang zwischen Strom und magnetischem Fluss gemäß $\Psi = L \cdot i$ hier nicht gültig ist. Es muss also ein geeigneter Ansatz für den nichtlinearen Zusammenhang zwischen Strom und magnetischem Fluss gefunden und an eine reale Maschine angepasst werden. Eine Erweiterung der bekannten Ersatzschaltbilder ergibt also nur Sinn, wenn dazu ein Verfahren aufgezeigt wird, mit dem das Sättigungsverhalten aus Referenzmessung oder Rechnung an einer realen Maschine in das Modell eingebracht werden kann.

Bei der Modellbildung wird das Modell dem realen System über Modellparameter angepasst. Auch die Sättigung müsste mit solchen Parameter modelliert werden können. Die Schwierigkeit liegt dann in der Bestimmung der Sättigungsparameter.

Die Parameter des Ersatzschaltbildes elektrischer Maschinen werden i.d.R. aus Geometrie, Abmessungen und Wicklungsdaten der Maschine berechnet. Auf diese Weise lassen sich die Sättigungsparameter nicht bestimmen, da bei der Berechnung der Maschinenparameter aus den oben genannten Größen ein linearer magnetischer Kreis angenommen wird.

Zwei andere Möglichkeiten zur Bestimmung von Parametern sollen hier verfolgt werden: Die Parameteridentifikation und die Bestimmung der Sättigungsparameter aus der stationären numerischen Feldberechnung.

Damit läßt sich folgende Zielsetzung für diese Dissertation formulieren:

In dieser Arbeit sollen die bekannten Ersatzschaltbilder elektrischer Maschinen so erweitert werden, dass auch Sättigungseffekte berücksichtigt werden

können. Dazu soll die Struktur der Ersatzschaltbilder möglichst beibehalten werden. Zur Bestimmung der Maschinen- und Sättigungsparameter kommen Parameteridentifikation und stationäre numerische Feldberechnung zum Einsatz. Der Schwerpunkt der Arbeit liegt sowohl auf der Entwicklung der neuen Ersatzschaltbilder, als auch auf der Identifikation der Sättigungsparameter.

2 Stand der Technik

2.1 Sättigungseffekte bei elektrischen Maschinen

Alle elektrischen Maschinen – mit Ausnahme piezoelektrischer Antriebe – beruhen auf dem elektrodynamischen Prinzip. Ferromagnetische Werkstoffe spielen bei der Feldführung eine wichtige Rolle¹. Mit Hilfe dieser Werkstoffe lässt sich eine elektrische Maschine technisch sinnvoll auslegen.

Bei der Auslegung der Maschine wird darauf geachtet, dass im Arbeitsbereich der Maschine der magnetische Kreis nicht zu stark gesättigt ist. In Abbildung 2.1 und 2.2 sind der Feldverlauf und die Induktionsverteilung für eine Schenkelpolmaschine angegeben. Die Bilder illustrieren, wie das magnetische Feld durch die Werkstoffe geführt wird.

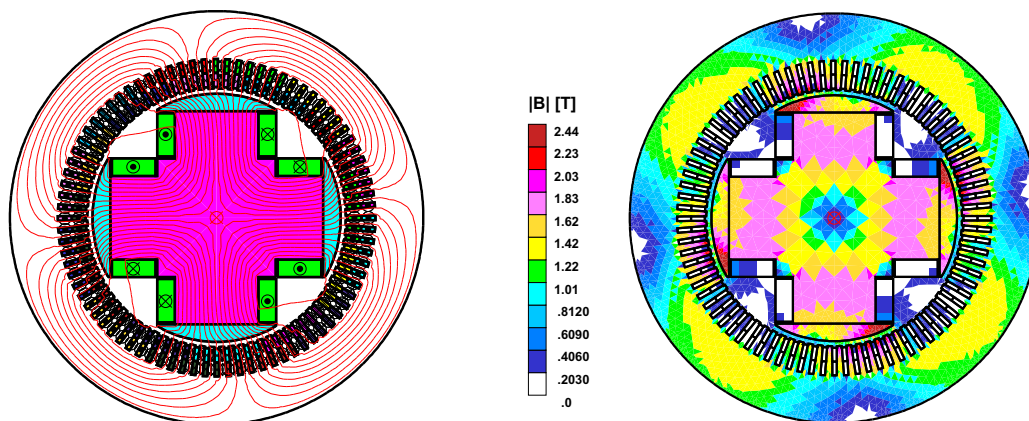


Abbildung 2.1: Feldbild

Abbildung 2.2: Induktionsverteilung

Die Sättigungs- und Hystereseigenschaften der ferromagnetischen Werkstoffe haben

- Eisen- und Hystereseverluste,
- nichtsinusförmigen Strom bei starker Sättigung

zur Folge.

Bei Ausgleichvorgängen wie Kurzschluss oder Einschaltvorgang können die Ströme bzw. der magnetische Fluss so große Werte annehmen, dass sich der

¹Bei Maschinen mit supraleitenden Wicklungen wird aufgrund der hohen Feldstärken im Luftspalt nichtmagnetischer Stahl verwendet.

magnetische Kreis sättigt. Abbildung 2.3 zeigt beispielhaft den Einschaltstrom eines Leistungstransformators.

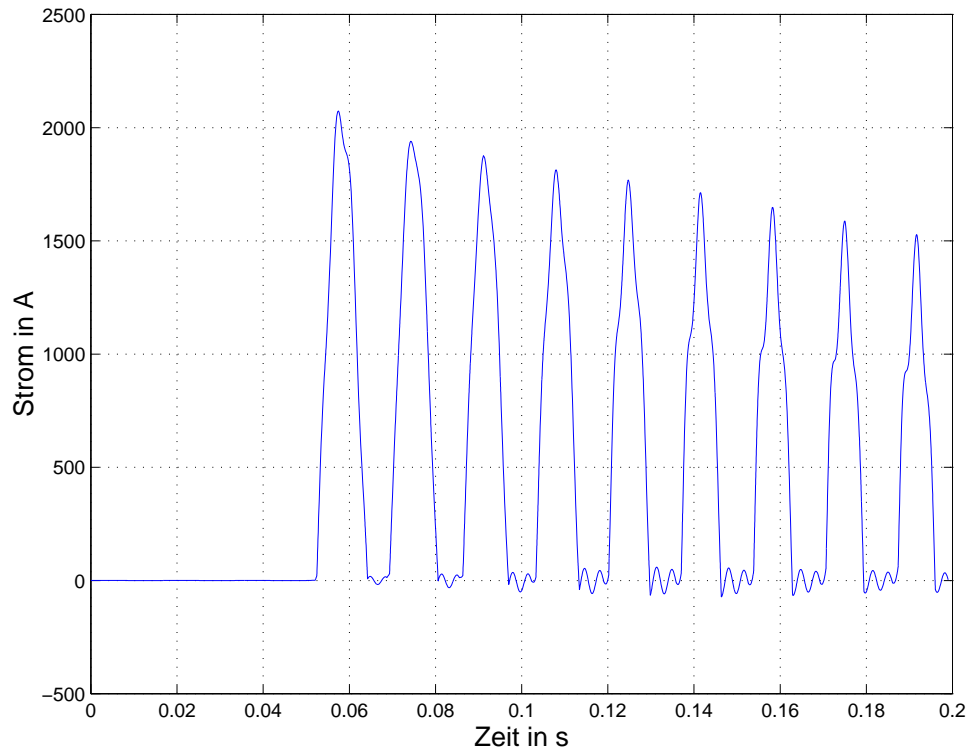


Abbildung 2.3: Strom beim Einschalten eines Leistungstransformators (aus [39])

Der Einschaltstrom des Transformators ist nichtsinusförmig und weist einen hohen Gleichanteil auf. Ein solcher Ausgleichsvorgang kann nur unter Berücksichtigung der Eisensättigung berechnet werden.

Alle gebräuchlichen Modelle elektrischer Maschinen auf Basis von Ersatzschaltbildern setzen voraus, dass der Sättigungszustand der Maschine konstant ist. Somit gilt das Modell nur in einem kleinen Arbeitsbereich, das ist i.d.R. der Nennpunkt der Maschine. Gerade bei transienten Vorgängen wie z. B. Kurzschluss oder Anlauf durchläuft die Maschine einen großen Arbeitsbereich. Damit gilt die Annahme des konstanten Sättigungszustand nicht mehr. Der Einfluss der Sättigung wird in einer Vielzahl von Arbeiten gezeigt, von denen hier nur einige diskutiert werden, welche für diese Arbeit wichtig sind.

In [44], [45], [46] berechnet OBERRETL die Sättigungsoberfelder und den Streufluss im Luftspalt von Induktionsmaschinen sowohl analytisch als auch mittels der Finite-Elemente-Methode. Die Arbeiten zeigen, wie groß der Aufwand gerade bei der Berechnung der Streufeldsättigung ist.

Eine Untersuchung des Einflusses der Sättigung auf die Streureaktanzen verschiedener Turbogeneratoren [11] zeigt deutlich, dass dieser im Allgemeinen nicht zu vernachlässigen ist. In einer Untersuchung mit Hilfe Finiter-Differenzen wurde gezeigt, dass für zweipolige Maschinen die gesättigte Streureaktanz des Stators um bis zu 12% und für vierpolige Maschinen um bis zu 25% im Vergleich zur ungesättigten sinken kann. Daraus folgt, dass die Kurzschlussstromspitzen der Generatoren bei Rechnung mit ungesättigten Werten um bis zu 25% zu niedrig kalkuliert werden.

In [20] wird der Einfluss der Sättigung auf das Verhalten einer Maschine am Beispiel des Lastabwurfs verdeutlicht. Der Spannungsverlauf an den Klemmen des Generators weicht bei Berechnung mittels der ungesättigten Werte im PARKschen Ersatzschaltbild stark von den gemessenen ab. Erst nach Einführung eines Sättigungsfaktors in Abhängigkeit des Flusses entspricht der Spannungsverlauf der Simulation dem der Messung. Der Nachteil dieses Verfahrens liegt allerdings darin, dass kein analytisch berechenbares Ersatzschaltbild mehr vorliegt. Damit eignet sich dieses Verfahren nicht zur Einbindung in Netzwerksimulationsprogramme.

Ebenso wird der Einfluss der Sättigung auf das Maschinenverhalten in [7] und [8] diskutiert. Dabei wird das entwickelte Verfahren zur Berechnung der Reaktanzen der Synchronmaschine im stationären Zustand auf den Kurzschluss und auf Lastfälle angewandt. Das Verfahren selbst besteht aus einer Kopplung von numerischer Feldberechnung mit einem Zustandsraummodell der Maschine im stationären Zustand in der nichttransformierten Dreiachsendarstellung. Die Berechnung der Reaktanzen geschieht dabei für verschiedene Rotorwinkel im Abstand von 2° elektrisch.

2.2 Ansätze zur Erfassung der Sättigung bei elektrischen Maschinen

2.2.1 Halb- und vollgesättigte Maschine

Die Grundidee dieses Verfahrens ist es, das Ersatzschaltbild auf den jeweiligen Betriebszustand anzupassen. Dieser Ansatz wird z. B. bei der Simulation von Ausgleichsvorgängen bei Synchronmaschinen verwendet. Die Synchronmaschine wird über das PARKsche Modell beschrieben. Für die Maschine liegen je nach Sättigungszustand drei Parametersätze für das PARKsche Ersatzschaltbild vor:

- ungesättigt,
- halbgesättigt,
- vollgesättigt.

Hierbei werden die Parameter für die ungesättigte Maschine aus Wicklungsdaten und Abmessungen der Maschine berechnet. Die Parameter für den halb- und vollgesättigten Zustand werden aus den Parametern für die ungesättigte Maschine berechnet. Häufig liegen hierzu Erfahrungswerte vor, z. B. wählt man für die gesättigten Reaktanzen 80% der ungesättigten Reaktanzen.

Das Modell der halbgesättigten Maschine wird z. B. für die Simulation der Fehlsynchronisation verwendet, das Modell der vollgesättigten Maschine zur Berechnung zwei- und dreipoliger Klemmenkurzschlüsse.

Bei der Berechnung des Kurzschlusses kann mit diesem Modell der subtransiente Bereich genauer simuliert werden. Dagegen sind die Ergebnisse für den transienten und stationären Kurzschlussstrom zu groß.

Der Ansatz und die Bestimmung der Parameter ist sehr einfach. Das Modell ist jedoch nicht für alle Betriebszustände der Maschine gültig.

2.2.2 Berücksichtigung der Hauptfeldsättigung

Man unterscheidet zwischen Hauptfeld- und Streufeldsättigung. Die Hauptfeldsättigung kann relativ einfach über die Leerlaufkennlinie der Maschine

angegeben werden. Die Differentialgleichungen werden unter Berücksichtigung der Kennlinie $\Psi = f(i)$ gelöst.

In [32] wird ein Ansatz zur Berücksichtigung der Hauptfeldsättigung vorgestellt, der auch bei den verbreiteten Simulationsprogrammen wie NETOMAC und EMTP verwendet wird. Bei diesem Ansatz wird die Durchflutung von zwei Strömen, dem Magnetisierungsstrom der d -Achse $i_{\mu d}$ und der q -Achse $i_{\mu q}$ erzeugt. Da beide ungesättigten Flusskomponenten der d - und q -Achse Ψ_{hdu} und Ψ_{hqu} senkrecht aufeinander stehen, berechnet sich der Hauptfluss der ungesättigten Maschine Ψ_{hu} zu:

$$\Psi_{hu} = \sqrt{\Psi_{hdu}^2 + \Psi_{hqu}^2} \quad (2.1)$$

Aufgrund der Sättigung ist der tatsächliche Gesamtfluss Ψ_{hg} um einen Wert $\Delta\Psi$ kleiner als der ungesättigte Gesamtfluss. Das Verhältnis zwischen gesättigtem und ungesättigtem Fluss kann über den Polradwinkel ϑ berechnet werden.

$$\Psi_{hdg} = \Psi_{hg} \cos \vartheta = \Psi_{hdu} \frac{\Psi_{hg}}{\Psi_{hu}} \quad (2.2)$$

$$\Psi_{hqq} = \Psi_{hg} \sin \vartheta = \Psi_{hqu} \frac{\Psi_{hg}}{\Psi_{hu}} \quad (2.3)$$

Unter Verwendung der konstanten Ströme $i_{\mu d}$ und $i_{\mu q}$ erhält man den folgenden Ausdruck für die gesättigten Hauptinduktivitäten L_{dg} und L_{dq} in der d - und q -Achse:

$$L_{dg} = L_{du} \frac{\Psi_{hg}}{\Psi_{hu}} \quad (2.4)$$

$$L_{dq} = L_{qu} \frac{\Psi_{hg}}{\Psi_{hu}} \quad (2.5)$$

In [68] wird die Sättigungsabhängigkeit der Hauptreaktanz einer Asynchronmaschine mit Doppelkäfig über das Maximum-Likelihood Verfahren identifiziert. Dazu wird die Sättigungsabhängigkeit der Hauptreaktanz durch ein

Polynom fünfter Ordnung, welches nur Koeffizienten mit ungeradem Exponenten enthält, beschrieben. Die Leerlaufkennlinie dient zur Identifikation der Startwerte für die Sättigungsparameter. Zur eigentlichen Parameteridentifikation werden Statorströme und Maschinendrehzahl während eines zweipoligen Kurzschlusses mit 75% der Nennspannung bei Generatorbetrieb der Maschine gemessen und aufgezeichnet. Mit Hilfe des Maximum-Likelihood-Optimierungsverfahrens werden die Parameter der Maschine so verändert, dass Ströme und Drehzahl, die mit dem Maschinenmodell berechnet werden, bestmöglich mit den gemessenen Zeitverläufen übereinstimmen.

Für das gewählte Beispiel konnte eine gute Übereinstimmung zwischen berechneten und gemessenen Zeitverläufen erreicht werden. Kritisch anzumerken ist bei diesem Ansatz die Vernachlässigung der Streufeldsättigung. Bei dem hier gewählten Fall des zweipoligen Klemmenkurzschlusses bei 75% Nennspannung mag die Vernachlässigung der Streufeldsättigung zulässig sein, da hier eine Einteilung des Flusses in Streu- und Hauptfluss schwierig ist. Bei anderen Störfällen, wie dem dreipoligen Klemmenkurzschluss bei Nennspannung, muss die Streufeldsättigung auf jeden Fall berücksichtigt werden, da während der ersten Netzperioden nach Einleitung des Kurzschlusses sind die Streufelder dominant.

In dieser Arbeit wird ein vergleichbarer Ansatz zur Bestimmung der Sättigung gewählt, nur dass hier sowohl Streu- als auch Hauptfeldsättigung berücksichtigt werden.

In [65] wird ein neuronales Netzwerk zur Berechnung des Sättigungszustandes eines Synchrongenerators verwendet. Sättigungseffekte sind im Betrieb nicht nur eine Funktion der Ströme, sondern ebenso der angelegten Spannungen und der abgegebenen Wirk- und Blindleistung. Die Vielzahl von Abhängigkeiten werden durch ein neuronales Netzwerk bestimmt. In Abhängigkeit des Betriebszustandes werden die Hauptinduktivitäten L_{hd} und L_{hq} bestimmt. Mit diesem Ansatz kann die Hauptfeldsättigung sehr genau berücksichtigt werden. Allerdings ist der Trainingsaufwand für das neuronale Netzwerk sehr groß. Da die Streufeldsättigung unberücksichtigt bleibt, treten bei transienten Vorgängen große Fehler während der ersten Perioden nach dem Schaltvorgang auf.

2.2.3 Berücksichtigung der Streufeldsättigung

Der Einfluss der Streufelder ist vor allem bei den transienten Vorgängen, insbesondere beim Kurzschluss, sehr groß. Da sich der Sättigungszustand der Streuwege während des Ausgleichvorgangs zeitlich ändert, ist die Berücksichtigung der Streufeldsättigung ausserordentlich schwierig.

In [23] wird ein Sättigungsfaktor χ und ein Ersatzstrom i_{ers} eingeführt. Der Sättigungsfaktor wurde empirisch aus einer Messreihe berechnet.

Für $i_{ers} > 0,8I_N$ gilt:

$$L_{\sigma,sat} = L_{\sigma} \cdot \chi \quad (2.6)$$

mit

$$\chi = a + \frac{b}{\frac{i_{ers}}{I_N}} \quad (2.7)$$

Der Ersatzstrom i_{ers} berechnet sich zu:

$$i_{ers} = \sqrt{\frac{i_{R,eff}^2 + i_{S,eff}^2 + i_{T,eff}^2}{3}} \quad (2.8)$$

Die Parameter a und b werden so gewählt, dass gilt:

$$a + \frac{b}{0,8} = 1 \quad (2.9)$$

Bei diesem Ansatz wird also angenommen, dass bei 80% des Nennstroms die Sättigung erreicht wird. Die Wahl der Parameter a und b beeinflussen den Sättigungsgrad. Je kleiner a bzw. je größer b gewählt wird, desto ausgeprägter ist der Sättigungseinfluss.

Die Einführung von Sättigungsfaktoren ist vergleichbar mit dem Ansatz, der bei der halb- und vollgesättigten Maschine gemacht wurde. Bei diesem Ansatz fließen lediglich mehr Informationen über das Sättigungsverhalten ein. Für die Berechnung von transienten Vorgängen ist das Verfahren aber fehlerhaft, da der berechnete Sättigungsfaktor nur für einen Betriebspunkt gültig ist.

In [3] wird ein Verfahren vorgestellt, bei dem die Sättigungsabhängigkeit der

Streureaktanzen einer Asynchronmaschine aus den Maschinenabmessungen, der Leerlaufkennlinie und den Magnetisierungskennlinien vom Stator- und Rotorblech berechnet werden. Die Sättigungsabhängigkeit kann zusammen mit den anderen Maschinenparametern ermittelt werden. Als Ergebnis erhält man die Abhängigkeit der Streureaktanz von der Ständerspannung.

Es handelt sich um ein recht aufwendiges Verfahren, bei dem sowohl detaillierte Informationen über die Maschinengeometrie, als auch Messungen notwendig sind. Hinzu kommt, dass es nur für Asynchronmaschinen mit offenen Rotor- und Statornuten angewendet werden kann. Aus fertigungstechnischen Gründen verwenden einige Hersteller geschlossene Rotornuten für Standardasynchronmaschinen. Diese können mit dem vorgestellten Verfahren nicht berechnet werden. Ebenso lässt es sich nicht direkt auf Synchronmaschinen übertragen.

2.2.4 Weitere Ansätze

In [13] wird ein Sättigungsmodell einer Asynchronmaschine vorgestellt. Die Autoren verzichten auf die übliche Transformation, sondern verwenden je eine Drehstromwicklung in Stator und Rotor. Anstelle der Induktivitäten – also hier Selbst- und Gegeninduktivität – werden Koeffizienten eingeführt. Diese können als Funktion des Leerlauf- und Kurzschlussstromes messtechnisch bestimmt werden. Darin sind auch Haupt- und Streufeldsättigungseffekte enthalten. Der gemessene Zusammenhang wird bei der Simulation der Maschine berücksichtigt. Leider liegen keine Vergleiche zwischen gemessenen und simulierten Stromverläufen bei transienten Vorgängen vor.

Ein völlig anderer Ansatz wird in [48] verfolgt. Der magnetische Kreis einer elektrischen Maschine wird in ein äquivalentes elektrisches Netzwerk umgewandelt. Die Wicklungen stellen die Kopplungsstellen zwischen den elektrischen und magnetischen Kreisen dar. Formal wird die komplette Maschine zwar durch ein elektrisches Netzwerk modelliert, aber viele Zweige des Netzwerks beschreiben die magnetischen Vorgänge des Systems.

Bei diesem Ansatz wird der Fluss in der Maschine wesentlich genauer nachgebildet als bei den Ersatzschaltbildern. Eine Trennung des Flusses in Haupt- und Streufluss bzw. in d - oder q -Komponente ist hier nicht erforderlich. Die Magnetisierungskennlinie kann für jeden magnetischen Widerstand angege-

ben und berücksichtigt werden.

Betrachtet man den Ansatz aus Sicht der theoretischen Modellbildung, so steht dieser zwischen der Beschreibung der Maschine durch die MAXWELLSchen Gleichungen und den Ersatzschaltbildern. Das vorliegende Modell beschreibt die Maschine mit gewöhnlichen Differentialgleichungen, die magnetischen Flüsse sind aber im Modell direkt – als äquivalenter elektrischer Kreis – enthalten.

Die größere Genauigkeit erkaufte man sich mit einem wesentlich größeren Modellierungsaufwand im Vergleich zu der Beschreibung der Maschinen durch die Ersatzschaltbilder. Auch der rechentechnische Aufwand ist wesentlich größer, da das System aus gewöhnlichen Differentialgleichungen um ein Vielfaches größer ist. Man bedenke, dass pro Zahn ein Zweig für den magnetischen Kreis benötigt wird. Damit kommt der Modellierungs- und Rechenaufwand dem der numerischen Feldberechnung gleich. Somit bietet es sich an, anstelle der äquivalenten magnetischen Kreise gleich die numerische Feldberechnung zu verwenden, zumal es schon Programme gibt, mit denen dynamische Vorgänge unter Berücksichtigung der Drehbewegung des Rotors und eines angeschlossenen elektrischen Netzwerkes (z. B. ein Drehstromsteller) möglich sind [14], [30], [66].

2.3 Parameteridentifikation

Die Parameteridentifikation – auch Systemidentifikation genannt – hat in den letzten Jahren große, praktische Bedeutung bei vielen technischen Systemen gewonnen [21], [22], [37], [29], [16], [55], [64]. Mit Hilfe von Identifikationsverfahren können die Parameter eines Systems aus der Messung des Ein- und Ausgangsverhaltens ermittelt werden. Ein wichtiger Aspekt bei der Parameteridentifikation elektrischer Maschinen ist, dass nicht alle Zustandsgrößen des Modells gemessen werden können. In vielen Anwendungen verzichtet man bewusst auf die Messung bestimmter Zustandsgrößen. Bei der sensorlosen Regelung werden z. B. nur die leicht messbaren Größen Ständerstrom und -spannung, nicht aber Drehzahl und Drehmoment erfasst.

Im Bereich der elektrischen Maschinen kommt die Parameteridentifikation vor allem bei der Regelung und Serienprüfung zum Einsatz. Zu den beiden Themenkomplexen gibt es eine Vielzahl von Veröffentlichungen, von denen

eine kleine Auswahl hier diskutiert wird.

Besondere Betrachtung verdient die Arbeit von OCKERT [47], in der das Ersatzschaltbild einer Asynchronmaschine aus der stationären Drehzahl-Drehmomenten-Kennlinie bestimmt wird. Hier wird die Parameteridentifikation zur Modellbildung eingesetzt. Da ein solcher Ansatz auch in dieser Arbeit verfolgt wird, werden die Ergebnisse im Kapitel 2.3.3 ausführlich diskutiert.

2.3.1 Parameteridentifikation bei der Regelung von elektrischen Maschinen

In den letzten Jahrzehnten haben die Drehfeldmaschinen die Gleichstrommaschinen in vielen Antriebssystemen verdrängt. Das ist vor allem auf die Fortschritte im Bereich der Leistungselektronik zurückzuführen. Mit der Entwicklung der Leistungselektronik sind auch neue Verfahren zur Regelung dieser Maschinen entwickelt worden. Für diese Thematik ist besonders die sensorlose Regelung interessant. Hierbei wird bewusst auf die Erfassung des Drehmoments und teilweise auch der Drehzahl verzichtet. Unter Kenntnis des Maschinenmodells kann das elektrische Moment aus dem Ständerstrom ermittelt werden. Dazu wird aus dem Ständerstrom der magnetische Fluss geschätzt und daraus das elektrische Moment der Maschine bestimmt. Die dazu benötigten Maschinenparameter können moderne Umrichter selbstständig bestimmen.

2.3.2 Parameteridentifikation bei der Prüfung von elektrischen Maschinen

Die Mehrzahl der produzierten elektrischen Maschinen sind Antriebe im Leistungsbereich unter 100-kW, wobei Maschinen unter 1-kW den größten Anteil bilden. Fast alle diese Maschinen sind Massenprodukte, deren Herstellungskosten nur einige Euro betragen. Aus Kostengründen ist eine aufwendige Prüfung dieser Produkte wirtschaftlich nicht denkbar. Auf der anderen Seite sind die Kosten, welche entstehen, wenn eine fehlerhafte Maschine erst im fertig montierten Endprodukt erkannt wird, um ein Vielfaches größer als der Preis der Maschine.

Seit mehr als 10 Jahren beschäftigt sich die Forschung mit der Entwicklung schneller, zuverlässiger und preiswerter Prüfverfahren für elektrische Maschinen. Das Ziel ist es, aus den leicht zu messenden elektrischen Größen Stän-

derstrom und Ständerspannung weitere Informationen über die Maschine zu ermitteln. Aus Messungen dieser Größen können die Parameter der Maschine ermittelt werden und daraus Rückschlüsse auf eventuelle Fehler gezogen werden.

Zu diesem Themenkomplex gibt es zahlreiche Arbeiten, u. a. [10], [40], [?], [18], [52], [23]. Da an dieser Stelle nicht alle Arbeiten diskutiert werden können, werden hier die wichtigsten Ergebnisse zusammengefasst.

Die wichtigste Anforderung an das Prüfverfahren ist neben der Zuverlässigkeit die Prüfungszeit. Im Idealfall liegt das Ergebnis direkt nach Messende vor, die Auswertung startet mit Beginn der Messung. Man spricht hier von Online-Prüfungen. Es zeigt sich, dass Vereinfachungen im Modell, insbesondere die Überführung auf ein lineares Maschinenmodell, die Bestimmung der Parameter erheblich beschleunigt. Ein lineares Modell einer Maschine liegt dann vor, wenn der geschwindigkeitsabhängige Term vernachlässigt werden kann. So verwendet ELTEN [10] einen Frequenzumrichter zur Anregung der Maschine. Die Drehzahl bleibt während der Prüfung nahezu konstant. RAMMINGER [52] führt die Prüfung mit Testsignalen im Stillstand durch.

Für die Identifikation der Sättigungsparameter können die meisten hier verwendeten Ansätze nicht verwendet werden. Die Anregung der Maschine muss so gewählt werden, dass auch Sättigungseffekte auftreten. Damit können die gerade zitierten Ansätze nicht angewendet werden.

In der aktuellen Forschung werden Diagnosesysteme für elektrische Maschinen entwickelt. Hierbei ist die Parameteridentifikation nur eine Komponente des Prüfsystems. Eine akustische Prüfung und eine Schwingungsmessung vervollständigen das Diagnosesystem. Diese Messungen dienen zur Erkennung von mechanischen Fehlern.

2.3.3 Parameteridentifikation für die Modellbildung von elektrischen Maschinen

Bei den in den vorangegangenen Kapiteln beschriebenen Anwendungen der Parameteridentifikation kommt es darauf an, einen Kompromiss aus Rechenzeit und Genauigkeit zu finden. Da für die zu identifizierenden Parameter bereits gute Startwerte vorliegen, können die Parameter in sehr kurzer Zeit mit ausreichender Genauigkeit identifiziert werden.

In dieser Arbeit soll die Parameteridentifikation zur Modellierung von elektrischen Maschinen verwendet werden. Das bedeutet, dass eine möglichst hohe Genauigkeit erzielt werden soll, obwohl die Startwerte für die Parameteridentifikation häufig nur schlecht gewählt werden können².

Als Grundlage für die Verwendung der Parameteridentifikation für die Modellierung elektrischer Maschinen wird die Arbeit von OCKERT [47] betrachtet. In dieser Arbeit werden die Parameter des Ersatzschaltbildes einer Asynchronmaschine aus den stationären Drehzahl-Drehmoment und Drehzahl-Ständerstrom-Kennlinien ermittelt. Dabei sollen Stromverdrängungseffekte im Rotor berücksichtigt werden. Für die Modellierung des Rotors wird dieser als Kettenleiter nachgebildet.

Das elektrische Moment der Asynchronmaschine wird als Funktion der Drehzahl, des Ständerstroms sowie den Parametern des Ersatzschaltbildes bestimmt. Durch geeignete Wahl der Ersatzschaltbildparameter soll das berechnete Drehmoment bestmöglich mit dem gemessenen stationären Drehmoment nach der Kennlinie übereinstimmen. Zur Bestimmung der Parameter wird das modifizierte NEWTON-RAPHSON-Verfahren verwendet. Nichtlineare und lineare Ausgleichrechnung liefern hingegen keine befriedigenden Ergebnisse. Weiterhin zeigt sich, dass die folgenden Punkte Einfluss auf das Ergebnis haben:

- Wahl der Anfangsparameter,
- Gewichtung,
- Strukturveränderung,
- Variation der Anzahl der Käfige.

Zwei wesentliche Probleme, die in der Arbeit von OCKERT auftraten, waren die Wahl der Startparameter und der Lösungsalgorithmus für die Parameteridentifikation. Diese Probleme müssen auch in dieser Arbeit bedacht und gelöst werden.

²In der Mathematik spricht man auch von *schlecht gestellten Problemen*.

2.4 Ergebnisse der Literaturstudie

Zu den Themen *Sättigungseffekte* und *Parameteridentifikation* bei elektrische Maschinen gibt es eine Vielzahl von Veröffentlichungen, von denen nur eine kleine Auswahl hier diskutiert werden kann. Die hierbei gewonnenen Erkenntnisse, die für diese Arbeit wichtig sind, werden im Folgenden aufgeführt:

- Eine Erfassung der Sättigung ist nur dann vollständig, wenn sowohl Streu- als auch Hauptfeldsättigung berücksichtigt werden.
- Für die Bestimmung der Sättigungsabhängigkeit sollten Betriebspunkte untersucht werden, bei denen eine Sättigungskomponente dominiert, d. h. die Streufeldsättigung kann aus dem dreipoligen Klemmenkurzschluss oder dem Hochlaufversuch, die Hauptfeldsättigung aus der Leerlaufkennlinie bestimmt werden.
- Bei den Modellen der hier betrachteten elektrischen Maschinen handelt es sich immer um ein System gewöhnlicher, nichtlinearer Differentialgleichungen. Die Überführung auf lineare Modelle ist in diesem Zusammenhang nicht möglich. Dies stellt hohe Anforderungen an die Algorithmen für die Parameteridentifikation. Es können also nur solche Verfahren verwendet werden, mit denen sich die Parameter nichtlinearer Modelle identifizieren lassen. Damit kommt das häufig bei der Parameteridentifikation zur Prüfung von Maschinen verwendete Verfahren der kleinsten Fehlerquadrate nach Gauss in dieser Arbeit nicht zum Einsatz.
- In keiner der hier betrachteten Arbeiten konnte gezeigt werden, dass die Verwendung neuronaler Netze in diesem Zusammenhang gute Ergebnisse liefern. Daher werden diese in dieser Arbeit nicht weiter betrachtet.
- Für die Parameteridentifikation zur Regelung elektrischer Maschinen werden sehr häufig sog. *Beobachter* oder *Kalman-Filter* verwendet.
- Es muss nach Möglichkeiten gesucht werden, die Startparameter – insbesondere für die Sättigungsparameter – ausreichend genau zu wählen. Hier sind Vorausberechnungen mit Hilfe der numerischen Feldberechnung denkbar.

3 Modelle der Drehfeldmaschinen

In diesem Kapitel wird ein Überblick über die gängigen Modelle der wichtigsten Typen der elektrischen Maschinen gegeben. Im Kapitel 4 werden die hier vorgestellten Maschinenmodelle dahingehend erweitert werden, dass auch Sättigungseffekte berücksichtigt werden können. Im Einzelnen werden untersucht:

- die Asynchronmaschine,
- die Synchronmaschine,
- die Gleichstrommaschine,
- der Transformator.

Wegen ihrer großen technischen Bedeutung wird auf die Modelle der Drehfeldmaschinen ausführlich eingegangen und die Herleitung der Maschinengleichungen beschrieben. Für Gleichstrommaschine und Transformator werden die bekannten Ersatzschaltbilder angegeben.

Die hier vorgestellten Modelle werden zur Simulation der Maschinen verwendet. Bekannte Programme zur Simulation sind NETOMAC, EMTP, SIMPLORER und SIMULINK. Alle gängigen Modelle vernachlässigen die Sättigungseffekte. Bei den genannten Programmen ist es allerdings möglich, die Hauptfeldsättigung zu berücksichtigen. Dazu wird in der Regel die Leerlaufkennlinie herangezogen.

3.1 Asynchronmaschine

Asynchronmaschinen haben im Ständer und Rotor je eine Drehstromwicklung, welche induktiv gekoppelt sind. Die Frequenz des Rotorstroms hängt von der Drehzahl der Maschine ab. Abbildung 3.1 zeigt das prinzipielle Ersatzschaltbild zweier induktiv gekoppelter Kreise.

In dieser Form ist das Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine mit den gängigen Netzwerkprogrammen nicht zu berechnen. Ziel ist es, das Ersatzschaltbild so zu transformieren, dass alle Zweige mit der konstanten Statorfrequenz gespeist werden und keine induktive Kopplung enthalten ist [34], [33], [47], [32], [61], [62]. Bei der Transformation werden folgende Annahmen getroffen:

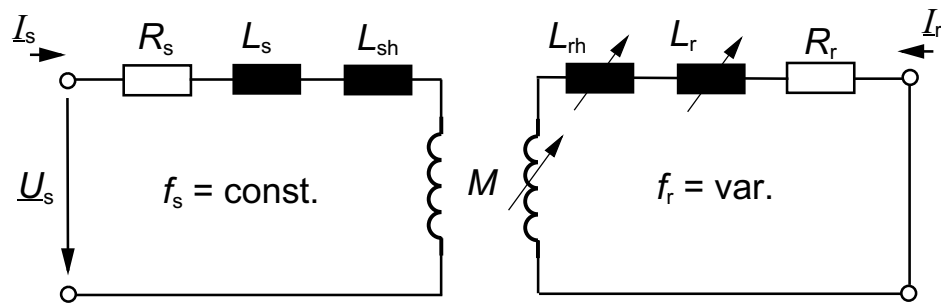


Abbildung 3.1: Induktive Kopplung zwischen Ständer und Rotorkreis einer Asynchronmaschine

- symmetrische 3-strängige Wicklung im Ständer
- symmetrische m-strängige Wicklung im Rotor
- die Ständerwicklung erzeugt ein sinusförmiges Drehfeld im Luftspalt, d. h. die höheren Harmonischen werden vernachlässigt
- die Maschine hat $2p$ Pole

Die wichtigsten Symbole, Schreibweisen und Indizes, welche bei der Herleitung des Ersatzschaltbildes der Asynchronmaschine verwendet werden, sind hier zusammenfassend aufgelistet.

Symbole:

- i, I : Strom
- u, U : Spannung
- L : Induktivität
- M : Gegeninduktivität
- R : OHMScher Widerstand
- φ : mechanischer Winkel des Rotors
- m : Anzahl der Stränge
- q, Q : allgemeine Koordinaten
- $[S], [T]$: Transformationsmatrizen

Indizes:

- $1, 2, 3, \dots, m$: Nummer des Stranges
- s : Statorgröße
- r : Rotorgröße
- σ : Symbol für Streuinduktivität
- μ : Indizie für Hauptinduktivität

Schreibweisen:

- $[S]$: Matrix
- $[S]^T$: transponierte Matrix
- $[S^*]$: invertierte Matrix
- \underline{i} : komplexe Größe

Für die Ersatzschaltung nach Abbildung 3.1 läßt sich das folgende Gleichungssystem angeben:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ \vdots \\ u_{m+3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & R_2 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & R_3 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_4 & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & & & R_{m+3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ \vdots \\ i_{m+3} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} & \cdots & M_{1,m+3} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} & \cdots & M_{2,m+3} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} & \cdots & M_{3,m+3} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} & \cdots & M_{4,m+3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ M_{m+3,1} & M_{m+3,2} & M_{m+3,3} & M_{m+3,4} & \vdots & M_{m+3,m+3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ \vdots \\ i_{m+3} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

In Hypermatrizendarstellung kann man die Differentialgleichung übersichtlicher darstellen.

$$\begin{bmatrix} [U_s] \\ [U_r] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [R_s] & [0] \\ [0] & [R_r] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_s] \\ [i_r] \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} [M_{ss}] & [M_{sr}] \\ [M_{rs}] & [M_{rr}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_s] \\ [i_r] \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Dazu kommt die Bewegungsgleichung des Rotors. Um diese herzuleiten betrachtet man die Lagrange-Funktion \mathcal{L} der Maschine.

$$\mathcal{L} = \Theta \frac{\dot{\varphi}^2}{2} + \sum_{s=1}^{n+m} \sum_{k=1}^{n+m} \frac{1}{2} M_{sk}(\varphi) \dot{Q}_s \dot{Q}_k \quad (3.3)$$

Die Energie der äußeren Kräfte W_a berechnet sich aus der elektrischen und mechanischen Leistung der Asynchronmaschine.

$$W_a = \int_0^t \sum_{i=1}^{n+m} U_i \dot{Q}_i dt + \int_0^t m_a \dot{\varphi} dt \quad (3.4)$$

Verluste W_v entstehen als Stromwärmeverluste und mechanische Dämpfung.

$$W_v = \frac{1}{2} \int_0^t \sum_{i=1}^{n+m} R_i \dot{Q}_i^2 dt + \frac{1}{2} \int_0^t D \dot{\varphi}^2 dt \quad (3.5)$$

Aus der Energie läßt sich das kinetische Potential $\mathcal{L} + \mathcal{L}^*$ berechnen.

$$\begin{aligned} \mathcal{L} + \mathcal{L}^* &= \Theta \frac{\dot{\varphi}^2}{2} + \sum_{s=1}^{n+m} \sum_{k=1}^{n+m} \frac{1}{2} M_{sk}(\varphi) \dot{Q}_s \dot{Q}_k - \int_0^t \sum_{i=1}^{n+m} U_i \dot{Q}_i dt \\ &\quad - \int_0^t m_a \dot{\varphi} dt + \frac{1}{2} \int_0^t \sum_{i=1}^{n+m} R_i \dot{Q}_i^2 dt + \frac{1}{2} \int_0^t D \dot{\varphi}^2 dt \end{aligned} \quad (3.6)$$

Nach Anwendung der Euler-Lagrange-Gleichung

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial(\mathcal{L} + \mathcal{L}^*)}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial(\mathcal{L} + \mathcal{L}^*)}{\partial q_i} = 0$$

$$i = 1, 2, \dots, n + m + 1$$

erhält man Gleichung (3.1) und die Bewegungsgleichung des Rotors:

$$\Theta \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + D \frac{d\varphi}{dt} = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^{m+3} \sum_{k=1}^{m+3} \frac{\partial}{\partial \varphi} M_{sk}(\varphi) i_s i_k + m_a \quad (3.7)$$

Unter der Annahme, dass die Rotorwicklungen kurzgeschlossen – $[U_r] = 0$ – sind, die Eigeninduktivitäten unabhängig von der Rotorposition – $\frac{\partial}{\partial \varphi} [M_{ss}] = \frac{\partial}{\partial \varphi} [M_{rr}] = 0$ – sind und für die Kopplunginduktivitäten die Beziehung $M_{ik} = M_{ki}$ gilt, erhält man für die Asynchronmaschine das folgende Differentialgleichungssystem.

$$\begin{aligned} [U_s] &= [R_s][i_s] + \frac{d}{dt}[M_{ss}][i_s] + \frac{d}{dt}[M_{sr}][i_r] \\ [0] &= [R_r][i_r] + \frac{d}{dt}[M_{sr}][i_s] + \frac{d}{dt}[M_{rr}][i_r] \quad (3.8) \\ \Theta \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + D \frac{d\varphi}{dt} &= [i_s]^T \frac{\partial}{\partial \varphi} [M_{sr}][i_r] + m_a \end{aligned}$$

Gleichung (3.8) ist so umzuformen, dass zum einen die induktive Kopplung zwischen Stator und Rotor, zum anderen die Wickelanhängigkeit der Koppelinduktivitäten entfällt. Dazu betrachtet man zunächst den Aufbau der einzelnen Induktivitätsmatrizen.

Die Eigeninduktivität jedes Stranges setzt sich aus der Streuinduktivität L_σ und der Hauptinduktivität L_μ zusammen. Es gilt:

$$M_{11} = M_{22} = M_{33} = L_{\sigma s} + L_{\mu s} \quad (3.9)$$

$$M_{44} = M_{55} = \dots = L_{m+3, m+3} = L_{\sigma r} + L_{\mu r} \quad (3.10)$$

Für die Koppelinduktivitäten zwischen den Statorsträngen gilt aufgrund der Wicklungssymetrie:

$$M_{12} = M_{21} = M_{32} = M_{13} = M_{31} = -\frac{1}{2}L_{\mu s} \quad (3.11)$$

$$M_{13} = M_{31} \quad (3.12)$$

Die Matrix der Ständerinduktivitäten $[M_{ss}]$ vereinfacht sich zu:

$$[M_{ss}] = \begin{bmatrix} L_{\sigma s} + L_{\mu} & -\frac{1}{2}L_{\mu} & -\frac{1}{2}L_{\mu} \\ -\frac{1}{2}L_{\mu} & L_{\sigma s} + L_{\mu} & -\frac{1}{2}L_{\mu} \\ -\frac{1}{2}L_{\mu} & -\frac{1}{2}L_{\mu} & L_{\sigma s} + L_{\mu} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Die Matrix $[M_{ss}]$ ist unitär. Sie wird nun in eine Diagonalmatrix transformiert (Eigenwertaufgabe).

$$[M_{ss}] = [S^*][L_s][S] \quad (3.14)$$

Für die Transformationsmatrix $[S]$ erhält man:

$$[S] = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & e^{j120^\circ} & e^{j240^\circ} \\ 1 & e^{j240^\circ} & e^{j120^\circ} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Die transformierte Matrix der Ständerinduktivitäten ergibt sich zu:

$$[L_s] = \begin{bmatrix} L_{\sigma s} & 0 & 0 \\ 0 & L_{\sigma s} + \frac{3}{2}L_\mu & 0 \\ 0 & 0 & L_{\sigma s} + \frac{3}{2}L_\mu \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Analog hierzu wird auch die Matrix der Rotorinduktivitäten $[M_{rr}]$ zerlegt. In Matrixschreibweise lautet die Transformationsgleichung mit der Transformationsgleichung $[T]$:

$$[M_{rr}] = [L_{\sigma r}] + [T_r^*][L_s][T_r] \quad (3.17)$$

Die transformierten Matrizen:

$$[L_{\sigma r}] = \begin{bmatrix} L_{\sigma r} & & \\ & \dots & \\ & & L_{\sigma r} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

und

$$[L_r] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{m}{2}L'_\mu & \dots & 0 \\ \vdots & & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \vdots & \frac{m}{2}L'_\mu \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Die Koppelinduktivitäten $[M_{sr}]$ und $[M_{rs}]$ sind von der relativen Lage des Ständers zum Läufer, ausgedrückt durch den Winkel $\varphi(t)$, abhängig. Ziel der Transformation ist es, die winkel- und damit zeitabhängigen Terme zu eliminieren.

Für eine symmetrisch aufgebaute Maschine mit der Polpaarzahl $p = 1$ ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 [M_{sr}] &= [M_{rs}] \\
 &= \begin{bmatrix} M_1 \cos(\varphi) & M_1 \cos(\varphi + 120^\circ) & M_1 \cos(\varphi + 240^\circ) \\ M_1 \cos(\varphi - 120^\circ) & M_1 \cos(\varphi) & M_1 \cos(\varphi + 120^\circ) \\ M_1 \cos(\varphi - 240^\circ) & M_1 \cos(\varphi - 120^\circ) & M_1 \cos(\varphi) \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

Analog zur Vorgehensweise für die Ständerinduktivitätsmatrix $[M_{ss}]$ wird die Koppelmatrix $[M_{sr}]$ in eine Diagonalmatrix $[M]$ überführt. Unter Verwendung der Transformationsmatrix $[S]$ liefert die Lösung der Gleichung

$$[M_{sr}] = [S^*][M][S] \tag{3.21}$$

$$[M_{rs}] = [S^*][M^*][S] \tag{3.22}$$

die Transformationsmatrix $[M]$:

$$[M] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}M_1 e^{j\varphi} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{2}M_1 e^{-j\varphi} \end{bmatrix} \tag{3.23}$$

Mit den bisher beschriebenen Umformungen lautet das Gleichungssystem der Asynchronmaschine:

$$\begin{aligned}
 [U_s] &= [R_s][i_s] + \frac{d}{dt}[S^*][L_s][S^*][i_s] + \frac{d}{dt}[S^*][M][T_r][i_r] \\
 [U_r] &= [R_r][i_r] + \frac{d}{dt}[S]^T[M^*][S^*][i_s] + \frac{d}{dt}[L_{\sigma r}][i_r] + \frac{d}{dt}[S^*]^T[L_r][S][i_r] \\
 \Theta \frac{d^2\varphi}{dt^2} + D \frac{d\varphi}{dt} &= [i_s]^T \frac{\partial}{\partial \varphi} [S^*][M][S][i_r] + m_a
 \end{aligned} \tag{3.24}$$

Wendet man die Transformationsmatrix $[S]$ auf alle Spannungen und Ströme im Stator und Rotor an, vereinfacht sich das Gleichungssystem der Asynchronmaschine zu:

$$\begin{aligned}
 [\underline{U}_s] &= [R_s] [\dot{\underline{i}}_s] + \frac{d}{dt} [L_s] [S^*] [\dot{\underline{i}}_s] + \frac{d}{dt} [M] [\dot{\underline{i}}_r] \\
 [\underline{U}_r] &= [R_r] [\dot{\underline{i}}_r] + \frac{d}{dt} [M^*] [\dot{\underline{i}}_s] + \frac{d}{dt} [L_{\sigma r}] [\dot{\underline{i}}_r] + \frac{d}{dt} [L_r] [\dot{\underline{i}}_r] \\
 \Theta \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + D \frac{d\varphi}{dt} &= [\dot{\underline{i}}_s^*]^T \frac{\partial}{\partial \varphi} [M] [\dot{\underline{i}}_r] + m_a
 \end{aligned} \tag{3.25}$$

Das vorliegende Modell der Asynchronmaschine nach Gleichung (3.25) weist keine winkelabhängigen Terme in den Induktivitätsmatrizen auf. Stator- und Rotorkreis sind galvanisch getrennt und über die Gegeninduktivitätsmatrix $[M]$ magnetisch gekoppelt.

Für den Einsatz der Netzwerktheorie zur Modellanalyse wird das Modell so umgestellt, dass ein galvanisch gekoppeltes Ersatzschaltbild gezeichnet werden kann. Dazu werden die Rotorgrößen auf den Stator umgerechnet, wozu folgende Umrechnungen durchgeführt werden:

$$\begin{aligned}
 L'_\mu &= \ddot{u}^2 \cdot L_\mu \\
 L'_{\sigma r} &= \frac{L_{\sigma r}}{\ddot{u}^2} \\
 M_1 &= \ddot{u}^2 \cdot L_\mu \\
 R'_r &= \frac{R_{\sigma r}}{\ddot{u}^2} \\
 \dot{\underline{i}}'_{1r} &= \ddot{u}^2 \cdot i_{1r} \\
 \underline{U}'_{1r} &= \ddot{u}^2 \cdot U_{1r}
 \end{aligned}$$

Ein Einsetzen der umgerechneten Größen in das Gleichungssystem (3.25) ergibt die gesuchte Form der Differentialgleichung einer Asynchronmaschine:

$$\begin{aligned}
 \underline{U}_{0s} &= R_s \underline{i}_{0s} + L_{\sigma s} \frac{d}{dt} \underline{i}_{0s} \\
 \underline{U}'_{0r} &= R'_r \underline{i}'_{0r} + L'_{\sigma r} \frac{d}{dt} \underline{i}'_{0r} \\
 \underline{U}_{1s} &= R_s \underline{i}_{1s} + \left(L_{\sigma s} + \frac{3}{2} L_\mu \right) \frac{d}{dt} \underline{i}_{1s} + \frac{3}{2} L'_\mu \frac{d}{dt} \underline{i}'_{1r} e^{j\varphi} \quad (3.26) \\
 \underline{U}'_{1r} &= R'_r \underline{i}'_{1r} + \left(L'_{\sigma r} + \frac{3}{2} L'_\mu \right) \frac{d}{dt} \underline{i}'_{1r} + \frac{3}{2} L'_\mu \frac{d}{dt} \underline{i}_{1s} e^{-j\varphi} \\
 \Theta \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + D \frac{d\varphi}{dt} &= j \frac{3}{2} L_\mu (\underline{i}_{1s}^* \underline{i}'_{1r} e^{j\varphi} - \underline{i}_{1s} \underline{i}'_{1r} e^{-j\varphi}) + m_a
 \end{aligned}$$

Das hier vorliegende Gleichungssystem der Asynchronmaschine wird allgemein akzeptiert. Häufig wird anstelle der ersten Ableitungen von Ständer- und Rotorstrom die Ableitung der Flussverkettungen für Stator- und Rotorfluss verwendet. Beide Formen sind gleichwertig und können leicht ineinander überführt werden.

Das vorliegende Modell ist vielfach erweitert worden, wobei die Einführung weiterer Rotorkreise zur Beschreibung von Stromverdrängungseffekten sehr verbreitet und auch allgemein akzeptiert ist. Diese Erweiterung sowie die Modellierung von Sättigungseffekten werden im Kapitel 4.8 vorgestellt.

3.2 Synchronmaschine

Für die Synchronmaschine gibt es verschiedene Modelle. Die meisten basieren auf dem Modell nach PARK [50]. Das grundlegende Modell aus den zwanziger Jahren wurde im Laufe der Zeit immer wieder erweitert.

Darüber hinaus entstanden Modelle, die die Struktur des PARKschen Ersatzschaltbildes verlassen, z. B. ein Kettenleitermodell in [2].

Der Grundgedanke der PARK-Transformation ist die Transformation einer realen Maschine mit einer dreisträngigen Drehstromwicklung auf eine Bildmaschine mit den drei Ersatzsträngen d (direkte Achse), q (Querachse) und 0 (Nullsystem). Bei symmetrischer Belastung ist das Verhalten der Maschine durch die Modelle der Längs- und Querachse vollständig bestimmt.

Die wichtigsten Symbole, Schreibweisen und Indizes, welche bei der Herleitung der Ersatzschaltbilder der Synchronmaschine verwendet werden, sind hier zusammenfassend aufgelistet.

Symbole:

- i, I : Strom
- u, U : Spannung
- ψ : Flussverkettung
- L : Induktivität
- R : OHMScher Widerstand
- ϑ : Polradwinkel
- m : Anzahl der Stränge
- $[T]$: Transformationsmatrix

Indizes:

- $1, 2, 3, \dots, m$: Nummer des Stranges
- s : Statorgröße
- r : Rotorgröße
- d : Größe in der d-Achse
- q : Größe in der q-Achse
- f : Größe im Erregerkreis
- D : Größe in einem Dämpferkreis
- a : Größe im Ständerkreis in PARK-Modell
- σ : Symbol für Streuinduktivität
- c : Canay – Induktivität
- h : Indizie für Hauptinduktivität

3.2.1 PARKSches Modell der Synchronmaschine

Zur Herleitung der PARKSchen Transformation für eine Synchronmaschine ohne Dämpferkreise wird angenommen, dass

- der Rotor zylindrisch ist,
- die Erregerwicklung von einer konstanter Erregerspannung gespeist wird,
- der Ständer eine symmetrische n-strängige Wicklung trägt,
- die magnetische Leitfähigkeit in Ständer und Läufer konstant ist,
- keine dämpfenden Kreise im Rotor existieren³,
- das magnetische Feld im Luftspalt sinusförmig ist, d. h. höhere Harmonische vernachlässigt werden.

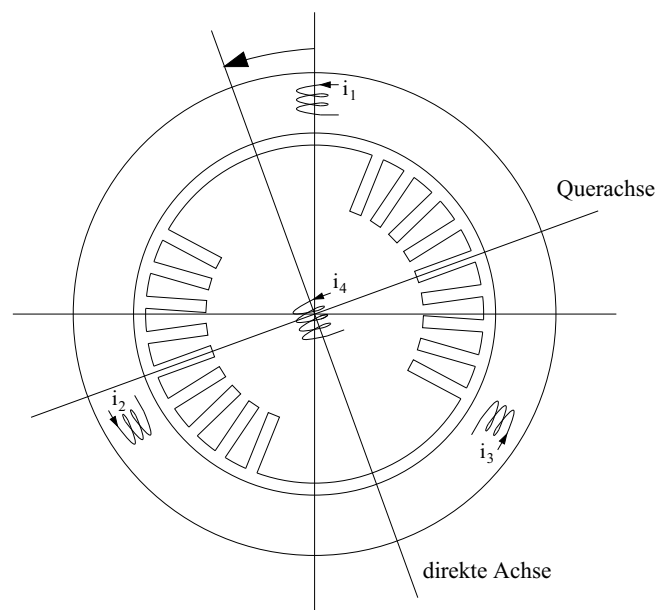


Abbildung 3.2: Schematische Darstellung der Wicklungen einer Synchronmaschine ohne Dämpferkreise

³Die Herleitung des Ersatzschaltbildes ist auch mit Dämpferkreisen möglich, aber sehr aufwendig. Daher werden die Dämpfer hier zunächst vernachlässigt, aber in späteren Ersatzschaltbildern eingesetzt.

Werden die Wicklungen wie in Abbildung 3.2 bezeichnet, so ergeben sich folgende Spannungsgleichungen für die Wicklungen $s = 1, \dots, 4$:

$$u_s = -R_s i_s - \sum_{k=1}^4 \frac{d}{dt} L_{sk}(\vartheta) i_k \quad (3.27)$$

R_s ist der OHMSche Widerstand der Wicklung s und L_{sk} die Gegeninduktivität zwischen den Kreisen s und k , bzw. für den Fall $s = k$ die Eigeninduktivität der entsprechenden Wicklung. Zum vollständigen Maschinenmodell gehört auch die Bewegungsgleichung für den Rotor:

$$\Theta \frac{d^2 \vartheta}{dt^2} + D \frac{d\vartheta}{dt} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^4 \sum_{s=1}^4 \frac{\partial}{\partial \vartheta} L_{sk}(\vartheta) i_s i_k + m_a \quad (3.28)$$

Hierbei ist Θ das Massenträgheitsmoment des Antriebs, D die Dämpfungskonstante und m_a das mechanische Antriebsmoment.

In diesem Modell sind die Gegeninduktivitäten $L_{sk}(\vartheta)$ von dem Rotorverdrehwinkel ϑ abhängig. Ziel der PARK-Transformation ist es, die erste Differentialgleichung mit zeitveränderlichen Koeffizienten in eine Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten zu überführen. Dazu wird die Maschine auf das rotorfeste d - q -System transformiert. Für die Transformation gilt:

$$\begin{bmatrix} u_0 \\ u_d \\ u_q \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

$$[T] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \cos \vartheta & \cos(\vartheta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\vartheta - \frac{4\pi}{3}) \\ -\sin \vartheta & -\sin(\vartheta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\vartheta - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

Die Anwendung der Transformation führt auf die PARKSchen Gleichungen. Die Transformation der Statorstränge ergibt:

$$\begin{bmatrix} u_0 \\ u_d \\ u_q \end{bmatrix} = -R_a \begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} - \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_0 i_0 \\ L_d i_d - L_{hd} i_f \\ L_q i_q \end{bmatrix} + \dot{\vartheta} \begin{bmatrix} 0 \\ L_q i_q \\ -L_d i_d + L_{hd} i_f \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

Dabei ist R_a der Wicklungswiderstand eines Statorstranges, und es wird angenommen: $R_a = R_1 = R_2 = R_3$

Für die Erregerwicklung ($s = 4$) lautet die Spannungsgleichung:

$$u_f = R_f i_f + L_f \frac{di_f}{dt} - L_{hd} \frac{di_d}{dt} \quad (3.33)$$

Hierbei ist R_f der Widerstand der Feldwicklung; die Induktivitäten sind gegeben als:

- Induktivität des Nullsystems: $L_0 = L_{a\sigma}$
- Induktivität der direkten Achse: $L_d = L_{a\sigma} + L_{hd}$
- Induktivität der Querachse: $L_q = L_{a\sigma} + L_{hq}$
- Induktivität der Feldwicklung: $L_f = L_{f\sigma} + L_{hd}$

Das Gleichungssystem der Synchronmaschine lässt sich auch über die Flussverkettungen beschreiben. Dazu definiert man:

$$\begin{aligned} \Psi_0 &= L_{a\sigma} i_0 \\ \Psi_d &= L_d i_d - L_{hd} i_f \\ \Psi_q &= L_q i_q \\ \Psi_f &= L_f i_f - L_{hd} i_d \end{aligned} \quad (3.34)$$

Daraus ergibt sich die bekannte Form der PARKSchen Gleichungen, inklusive der Bewegungsgleichung:

$$\begin{aligned}
 u_0 &= -R_a i_0 - \frac{d\Psi_0}{dt} \\
 u_d &= -R_a i_d - \frac{d\Psi_d}{dt} + \dot{\vartheta} \Psi_q \\
 u_q &= -R_a i_q - \frac{d\Psi_q}{dt} - \dot{\vartheta} \Psi_d \\
 u_f &= R_f i_f - \frac{d\Psi_f}{dt} \\
 \Theta \frac{d^2 \vartheta}{dt^2} + D \frac{d\vartheta}{dt} &= \Psi_d i_q - \Psi_q i_d + m_a
 \end{aligned} \tag{3.35}$$

Aus diesem Gleichungssystem kann das Ersatzschaltbild für die d - und q -Achse bestimmt werden.

3.2.2 D-q-Modell der Synchronmaschine mit Dämpfer

Viele Synchronmaschinen haben einen Dämpferkäfig⁴ im Rotor. Dieser hat folgende Aufgaben:

- Dämpfung der Ströme und Polradpendelung während transients Vorgänge,
- Verminderung der Stromspitze in der Erregerwicklung beim Kurzschluss,
- Führen der Ströme beim asynchronen Hochlauf.

Bei der Herleitung des Ersatzschaltbildes wird analog zum Abschnitt 3.2.1 vorgegangen. Es kommen zusätzliche Kreise durch die Dämpfer hinzu, und zwar je ein oder mehrere Dämpferkreise in der d - und in der q -Achse. Für die Gegeninduktivitäten aller Wicklungen der direkten Achse wird vereinfachend angenommen:

$$L_{hd} := L_{f,ad} = L_{f,Dd} = L_{ad,Dd} \tag{3.36}$$

⁴Neben dem eigentlichen Dämpferkäfig wirken auch das massive Rotoreisen und die Nutkeile als Dämpfer.

Eine ausführliche Ableitung führt zu dem Ergebnis, dass zur Berücksichtigung der Dämpferwicklung die Gleichungen (3.34) bis (3.35) um die Flüsse Ψ_{Dd} und Ψ_{Dq} erweitert werden.

$$\begin{aligned}
\Psi_0 &= L_{a\sigma} i_0 \\
\Psi_d &= L_d i_d - L_{hd} i_f + L_{hd} i_{Dd} \\
\Psi_q &= L_q i_q + L_{hq} i_{Dq} \\
\Psi_f &= L_f i_f - L_{hd} i_d - L_{hd} i_{Dd} \\
\Psi_{Dd} &= L_{Dd} i_{Dd} + L_{hd} i_d - L_{hd} i_f \\
\Psi_{Dq} &= L_{Dq} i_{Dq} + L_{hq} i_q
\end{aligned} \tag{3.37}$$

Dann lautet das Gleichungssystem der Synchronmaschine mit Dämpferkäfigen:

$$\begin{aligned}
u_0 &= -R_a i_0 - \frac{d\Psi_0}{dt} \\
u_d &= -R_a i_d - \frac{d\Psi_d}{dt} + \dot{\vartheta} \Psi_q \\
u_q &= -R_a i_q - \frac{d\Psi_q}{dt} - \dot{\vartheta} \Psi_d \\
u_f &= R_f i_f - \frac{d\Psi_f}{dt} \\
0 &= R_{Dd1} i_{Dd1} + \frac{d\Psi_{Dd1}}{dt} \\
&\vdots \\
0 &= R_{Ddn} i_{Ddn} + \frac{d\Psi_{Ddn}}{dt} \\
0 &= R_{Dq1} i_{Dq1} + \frac{d\Psi_{Dq1}}{dt} \\
&\vdots \\
0 &= R_{Dqn} i_{Dqn} + \frac{d\Psi_{Dqn}}{dt} \\
\Theta \frac{d^2 \vartheta}{dt^2} + D \frac{d\vartheta}{dt} &= \Psi_d i_q - \Psi_q i_d + m
\end{aligned} \tag{3.38}$$

3.2.3 Berücksichtigung der unterschiedlichen Kopplung zwischen Stator und Rotor

Im Kap. 3.2.2 wurde die Synchronmaschine mit Erreger- und Dämpferwicklung modelliert. Bei Ausgleichsvorgängen fließen nicht nur große Ströme in den Wicklungen, sondern es werden auch Ströme im massiven Eisen induziert. Diese Ströme werden nur unzureichend von dem Modell berücksichtigt. CANAY zeigt in [5] einen Grund für die fehlerhafte Berechnung der Rotorströme auf. Das PARKSche Modell ist nur eines von vielen möglichen. Die Nachbildung der Statorgrößen ist unabhängig von der Statorstreuintduktivität $L_{a\sigma}$. Damit ist die Bezeichnung dieser Induktivität als Statorstreuintduktivität irreführend, und sie wird im Folgenden mit L_x bezeichnet. Die Wahl $L_x = L_{a\sigma}$ ist für die Rotorgrößen problematisch. Das Modell der Synchronmaschine soll reziprok sein, d. h. für die Gegeninduktivitäten zwischen zwei Kreisen muß gelten: $M_{1,2} = M_{2,1}$. Für die Kopplung zwischen Dämpfer- und Erregerkreis in der direkten Achse führt diese Forderung auf:

$$L_{f,Dd} = \frac{(L_d - L_x)^2}{L_d - L_c} \quad (3.39)$$

Hierbei ist L_c die Koppelinduktivität. Gemäß der Annahme (3.36), dass alle Gegeninduktivitäten der direkten Achse gleich groß sind, heißt dass:

$$L_x = L_c \quad (3.40)$$

Da üblicherweise für L_x die Statorstreuintduktivität $L_{a\sigma}$ angenommen wird und im allgemeinen $L_{a\sigma} \neq L_c$ ist, ist hier die Ursache für die fehlerhafte Nachbildung der Rotorgrößen durch das PARKSche Modell zu suchen. CANAY gibt ein Modell an, bei dem die Wahl $L_x = L_{a\sigma}$ möglich ist und dazu die Koppelinduktivitäten L_{cd} und L_{cq} zwischen Stator und Rotorkreis eingeführt wird. Abbildung 3.3 zeigt das erweiterte Ersatzschaltbild nach CANAY.

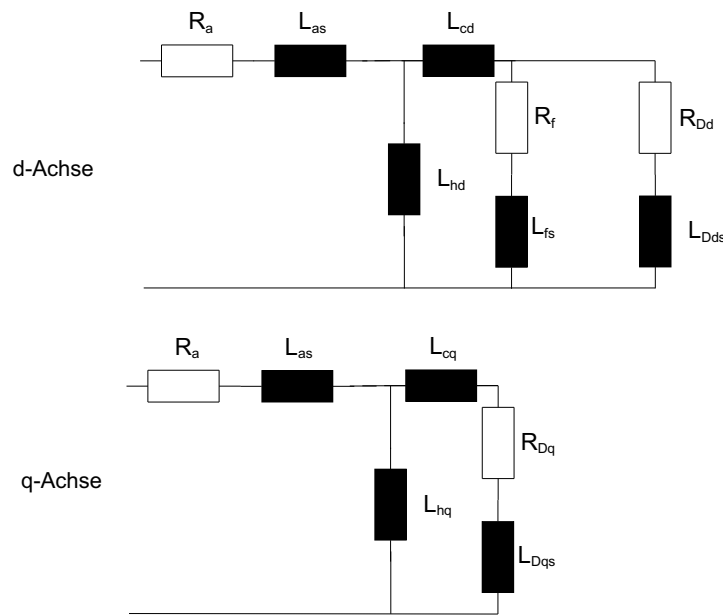


Abbildung 3.3: Erweitertes Ersatzschaltbild nach CANAY

Das Differentialgleichungssystem der Synchronmaschine ist identisch mit Gleichung (3.39). Die Flussgleichungen lauten jetzt:

$$\begin{aligned}
 \psi_d &= (L_{a\sigma} + L_{hd})i_d - L_{hd}i_f + L_{hd}i_{Dd} \\
 \psi_q &= (L_{a\sigma} + L_{hq})i_q + L_{hq}i_{Dq} \\
 \psi_f &= (L_{f\sigma} + L_{hd} + L_{cd})i_f - L_{hd}i_d - (L_{hd} + L_{cd})i_{Dd} \\
 \psi_{Dd} &= (L_{Dd\sigma} + L_{hd} + L_{cd})i_{Dd} + L_{hd}i_d - (L_{hd} + L_{cd})i_f \\
 \psi_{Dq} &= (L_{Dq\sigma} + L_{hq})i_{Dq} + L_{hq}i_q
 \end{aligned} \tag{3.41}$$

3.2.4 Modell mit mehreren Rotorkreisen

Da bei Ausgleichsvorgängen nicht nur die konzentrierten Wicklungen (Dämpfer und Erreger) Strom führen, sondern auch im Rotoreisen Ströme induziert werden, ist die Modellierung über einen Dämpfer- und einen Erregerkreis eine grobe Vereinfachung. Es liegt also nahe, weitere Rotorkreise einzuführen. Dabei wird die prinzipielle Struktur des Modells nach PARK nicht verändert.

CANAY zeigt in [6], dass es möglich ist, alle Reaktanzen und Zeitkonstanten exakt zu identifizieren, unabhängig von der Anzahl der Rotorkreise. Dazu müssen die Kopplungen zwischen den Rotorkreisen bekannt sein.

3.2.5 Kettenleitermodell

In [2] stellen BISSIG, KULIG und REICHERT die Modellierung der Synchronmaschine mit massivem Rotor durch einen Kettenleiter vor. In dieser Arbeit wird die Struktur des PARKSchen Modells verlassen.

Den Elementen des Kettenleitermodells werden unterschiedliche physikalische Effekte zugeordnet – Ströme im Erregerkreis, Dämpferkreis sowie Wirbelströme im massiven Eisen.

Abbildung 3.4 zeigt die Struktur des Ersatzschaltbildes.

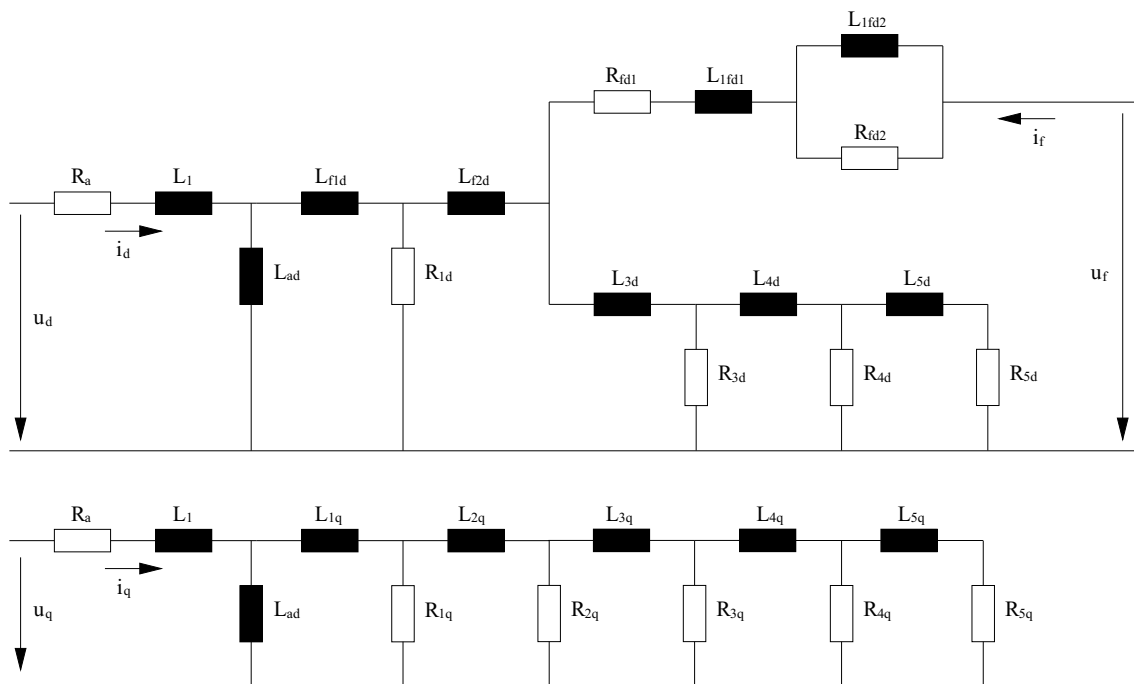


Abbildung 3.4: Kettenleitermodell für die Synchronmaschine

4 Berücksichtigung der Eisensättigung

In diesem Kapitel werden die gängigen Modelle der wichtigsten elektrischen Maschinen dahingehend erweitert, dass auch Sättigungseinflüsse berücksichtigt werden. Dazu sollen in den bekannten Ersatzschaltbildern die linearen Induktivitäten durch nichtlineare, also sättigungsabhängige Induktivitäten ersetzt werden. Im ersten Schritt muss geklärt werden, ob ein solches Vorgehen grundsätzlich zulässig ist. Erst dann kann nach einem Ansatz gesucht werden, die Sättigungsabhängigkeit der Induktivitäten des Ersatzschaltbildes zu modellieren. Als Ausgangspunkt werden zunächst die gängigen Modellvorstellungen der magnetischer Eigenschaften von Werkstoffen aufgeführt. Anschließend werden verschiedene Ansätze zur Modellierung der Sättigung vorgestellt und daraus ein geeigneter Ansatz zur Lösung der hier gestellten Aufgabenstellung herausgesucht.

4.1 Gültigkeit der Modelle rotierender elektrischer Maschinen

Die Kopplungsinduktivitäten zwischen Stator- und Rotorkreisen rotierender elektrischer Maschine sind abhängig vom Rotordrehwinkel φ . Bei der Modellierung der Maschinen wird versucht, diese Winkelabhängigkeit durch geeignete Transformationen zu eliminieren. Diese Vorgehensweise führt auf Modelle mit konstanter Induktivität. Damit kann die klassische Netzwerktheorie für lineare Netzwerke bei der Simulation von Maschinen angewendet werden. Zur Herleitung der Transformationen sind einige vereinfachende Annahmen notwendig; u. a. wird der magnetische Kreis als linear angenommen.

Die durch die Sättigung des magnetischen Kreises auftretenden Nichtlinearitäten haben zur Folge, dass die Transformation einer Drehstromwicklung auf zwei Achsen nicht mehr gültig ist.

Eine Ausarbeitung neuer Modelle elektrischer Maschinen unter Berücksichtigung der Sättigung ergibt aber nur Sinn, wenn die Modelle auf den bekannten Ersatzschaltbildern beruhen. Also muss die Sättigung approximativ berücksichtigt werden. Hierzu gibt es eine Reihe von Arbeiten. Eine ausführliche Darstellung für die Berücksichtigung der Sättigung bei der Synchronmaschi-

ne findet man bei [56].

Bei der Modellierung der Synchronmaschine wird häufig vereinfachend angenommen, dass die Sättigung der Längsachse unabhängig von der Sättigung der Querachse ist und umgekehrt. So kann man die Nichtlinearität des gesamten magnetischen Kreises auf zwei ausgeprägte magnetische Achsen verlegen. Damit ist die Sättigung unabhängig vom Rotorwinkel, d. h. für jeden Sättigungszustand gilt dieselbe Transformation. Damit kann die Sättigungsabhängigkeit auch im transformierten Modell eingesetzt werden.

Eine weitere Vereinfachung wird für die Sättigung der Haupt- und Streuflüsse gemacht. Grundsätzlich sind Haupt- und Streufluss nicht trennbar. Da in den möglichen Betriebsfällen einer Maschine aber eine der Flusskomponenten dominiert – bei Leerlauf und unter Last dominiert der Hauptfluss, beim Kurzschluss der Streufluss – ist die getrennte Betrachtung der Flüsse möglich.

Für die praktische Umsetzung bedeutet das, dass für jede Induktivität im Modell ein eigener Sättigungsparameter eingeführt wird. Dies dient einerseits zur Trennung der magnetischen Achsen bei der Synchronmaschine und andererseits zur Unterscheidung von Haupt- und Streufluss.

4.2 Magnetische Eigenschaften von Werkstoffen und deren Modellvorstellungen

Wird Materie in ein magnetisches Feld der Feldstärke \vec{H} gebracht, so ändert sich die magnetische Flussdichte \vec{B} . Für homogene, isotrope Werkstoffe gilt der folgende Zusammenhang zwischen der Flussdichte \vec{B} und der magnetischen Feldstärke \vec{H} :

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (4.1)$$

Alle Stoffe sind in irgendeiner Form magnetisch, die meisten nur äußerst schwach. Die magnetischen Eigenschaften, die Größe von μ_r und Ursache ihres Magnetismus, sind unterschiedlich. Diese werden wie folgt unterteilt:

diamagnetisch	$\mu_r \ll 1$
paramagnetisch	$\mu_r \gtrsim 1$
ferromagnetisch	$\mu_r \gg 1$
antiferromagnetisch	$\mu_r \gtrsim 1$
ferrimagnetisch	$\mu_r \gg 1$

4.2.1 Ferromagnetische Werkstoffe

Für ferromagnetische Stoffe gilt der lineare Zusammenhang zwischen der Feldstärke und der Flußdichte nicht mehr. Die Permeabilität μ_r ist abhängig von der Feldstärke. Damit gilt auch Gleichung (4.1) nicht mehr. Für ferromagnetische Werkstoffe gilt:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r (\vec{H} + \vec{M}) \quad (4.2)$$

Abbildung 4.1 zeigt den nichtlinearen Zusammenhang zwischen der Flussdichte \vec{B} und der magnetischen Feldstärke \vec{H} .

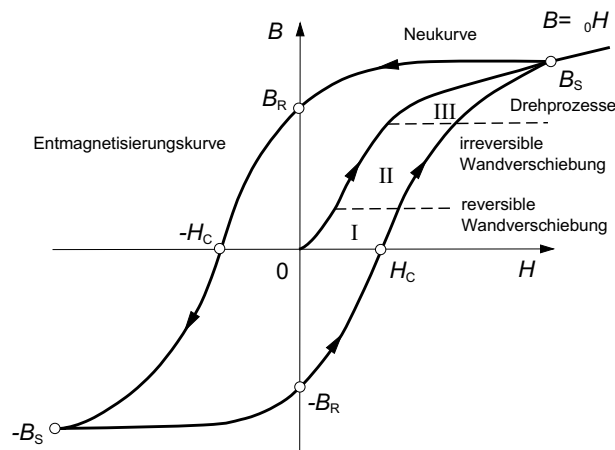


Abbildung 4.1: Neu- und Hysteresekurve eines ferromagnetischen Werkstoffes

Die Hystereseeffekte lassen sich auf atomarer Ebene durch die Elementarmagnettheorie erklären. Nach neueren Erkenntnissen wird die Darstellung von magnetisierten Körpern durch Elementarströme erklärt (Elementarstromtheorie nach Ampère).

4.2.2 Luftspalteinfluss und Scherung

Fügt man in einem magnetischen Kreis einen Luftspalt ein, so wird die Hysteresekurve mit zunehmender Größe des Luftspalts immer flacher, wie Abbildung 4.2 zeigt. Dies wird als Scherung bezeichnet. Mit zunehmender Scherung wird der Einfluss der Hystereseschleife im Vergleich zur Neukurve immer geringer. Da bei allen rotierenden elektrischen Maschinen der magnetische Kreis einen Luftspalt aufweist, ist es üblich, Sättigungseffekte nur über die Neukurve zu modellieren. Bei einem magnetischen Kreis ohne Luftspalt – wie beim Transformator – ist dies nicht möglich.

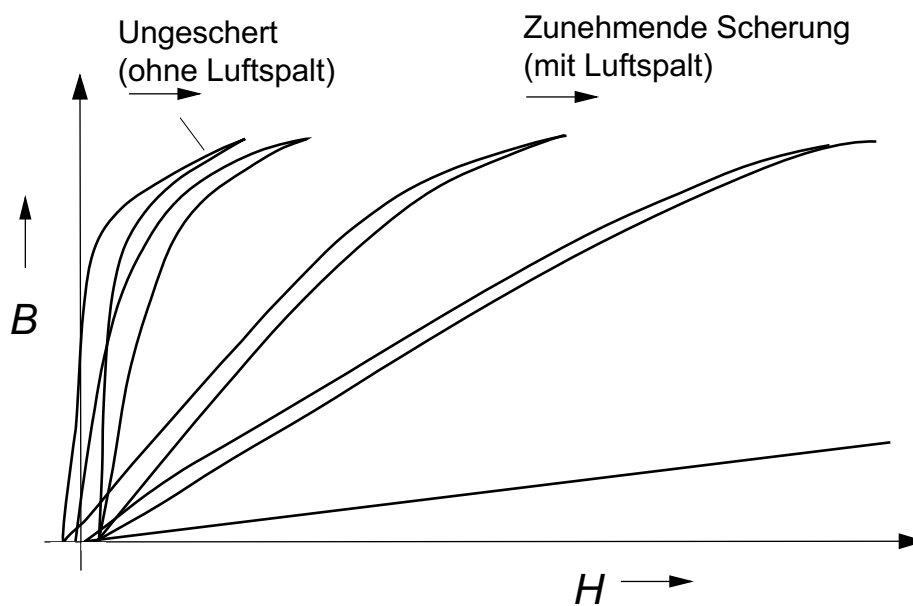


Abbildung 4.2: Einfluss des Luftspalt und Scherung

4.2.3 Elementarmagnettheorie

Jedes Eisenatom erzeugt aufgrund des Spins seiner Elektronen ein magnetisches Feld und damit ein magnetisches Moment. Dies kann als Elementarmagnet aufgefasst werden. In einem kleinen Bereich des Eisenkristalls sind alle Elementarmagnete gleich ausgerichtet. In benachbarten Bereichen zeigen die Magnete zwar in andere Richtungen, jedoch ist das mittlere magnetische Moment des Körpers immer null. Die Bereiche in denen die Elementarmagnete gleich ausgerichtet sind, nennt man WEISSsche Bezirke. Die Grenzen zwischen zwei WEISSschen Bezirken heißen Blochwände. Abbildung 4.3

zeigt die WEISSschen Bezirke in einem Eisenkristall. In Abbildung 4.4 ist eine Blochwandstruktur dargestellt.

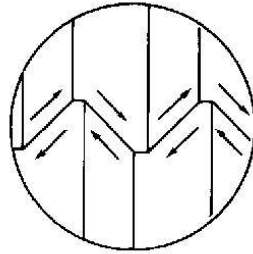


Abbildung 4.3: Weissche Bezirke

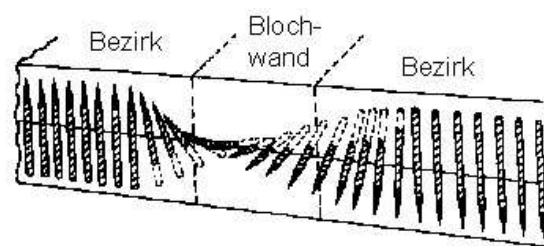


Abbildung 4.4: Blochwandstruktur

Wird der Werkstoff einem äußeren magnetischen Feld ausgesetzt, richten sich die Elementarmagnete in Richtung dieses Feldes aus. Dabei laufen folgende Prozesse ab:

Ein Teil der Blochwände richten sich durch ein äußeres Magnetfeld sofort aus und verstärken dieses. Diese Blochwandverschiebungen sind reversibel. Hier wachsen die Weisschen Bezirke, deren Ausrichtung mit dem äußeren Feld übereinstimmt.

Dann kommt es zu irreversiblen Wandverschiebungen. Die Bezirke, die annähernd mit der Feldrichtung übereinstimmen, wachsen auf Kosten der anderen. Das Material ist teilweise magnetisiert. Bei weiterer Zunahme der äußeren Feldes drehen sich die übrigen Bezirke in Richtung des Feldes. Haben schließlich alle Bezirke die Feldrichtung angenommen, steigt die Induktion nur noch

proportional mit der Feldstärke. Man bezeichnet das Material als gesättigt. Die oben beschriebenen Prozesse bestimmen die Veränderlichkeit der Flussdichte B . Der Verlauf der Kurve entspricht der Neukurve.

Wird das Material jetzt aus dem Feld entfernt, bleibt die Ausrichtung der Elementarmagnete zum Teil erhalten (Remanenz). Der Werkstoff ist vormagnetisiert, die magnetische Flussdichte folgt der Hysteresekurve.

4.3 Modellierung der Sättigungseffekte

Bei der Modellierung der Sättigungseffekte muss unterschieden werden, ob entweder die Neukurve oder die Hysteresekurve als Grundlage verwendet wird. Die Hystereseamodelle können noch in algebraische und atomare Modelle unterteilt werden.

Bei den algebraischen Modellen wird ein funktionaler Zusammenhang zwischen der Flussdichte B und der Feldstärke H gesucht.

Bei den atomaren Modellen dient das Elementarmagnetmodell als Grundlage der Simulation. So stellt WETTER in [70] ein Modell mit drehbaren Elementarmagneten vor.

Das verbreitetste Hysteresemodell ist das statische Modell nach JILES und ATHERTON [25], [26], [27]. Die Modellierung ist eine Kombination aus einer physikalisch abgeleiteten Grundlage und einer praxisorientierten Auswahl werkstoffbeschreibender Parameter.

Alle Modelle haben werkstoffspezifische Parameter, deren Bestimmung bei jedem Modell ein zentrales Problem darstellt. Dies wird auch durch die Vielzahl von Veröffentlichungen deutlich, die sich speziell mit diesem Thema beschäftigen.

4.3.1 Algebraische Modelle

Ein pragmatischer Ansatz ist die Beschreibung der Magnetisierungseffekte über algebraische Funktionen. Bei diesem Ansatz werden physikalische Modellvorstellungen nicht betrachtet. Man versucht, das beobachtete bzw. gemessene Verhalten des Werkstoffes mit einer algebraischen Funktion zu beschreiben. Die Funktion wird an den Funktionsverlauf mit Hilfe freier Parameter angepasst. Je nachdem welches Betriebsmittel untersucht wird, reicht

es u. U. aus, an Stelle der gesamten Hysterese Kennlinie nur die Neukurve zu beschreiben [51], [35].

Die Frequenzabhängigkeit der Hysterese Kennlinie kann mit dem einfachen algebraischen Ansatz nicht erfasst werden. Bei der Untersuchung transienter Vorgänge muss daher geprüft werden, ob der zulässige Frequenzbereich nicht überschritten wird.

Der algebraische Ansatz wird vor allem bei der Beschreibung der Neukurve verwendet. Für Hysterese Modell sind mehrere unterschiedliche Funktionen für die verschiedenen Äste der Hysterese Kurve notwendig.

4.3.2 Modell nach JILES-ATHERTON

Im Gegensatz zu den algebraischen Modellen stellt das von JILES und ATHERTON entwickelte Modell [25], [26], [27] eine Kombination aus physikalischen Modellvorstellungen und praxisorientierten Werkstoffparametern dar.

Die Magnetisierung wird in einen reversiblen und einen nicht reversiblen Anteil unterteilt. Die Überlagerung der beiden Anteile führt auf eine Differentialgleichung erster Ordnung mit vier freien Parametern. Diese Parameter sind werkstoffspezifisch und müssen auf den Werkstoff angepasst werden. Es existieren auch mathematische Näherungsverfahren zur Bestimmung der Parameter.

Das Modell von JILES und ATHERTON ist stetig erweitert und verbessert worden. Es findet breite Akzeptanz und wird auch in Netzwerkanalyseprogrammen zur Modellierung nichtlinearer Induktivitäten verwendet.

4.3.3 Modell nach WETTER

In [70] stellt WETTER einen neuen Ansatz zur Beschreibung der Magnetisierungseffekte auf. Ausgangspunkt ist eine einfache physikalische Modellvorstellung der magnetischen Eigenschaften des Werkstoffes. Dieser besteht aus drehbaren Elementarmagneten. Die Wechselwirkung zwischen den Magneten führt auf ein magnetisch-mechanisches Modell. In diesem Modell wird die Bewegungsgleichung der Elementarmagnete berechnet. Den vier Modellparametern Trägheitsmoment, Reibung, Dipolabstand und Wirbelstromkonstante kann im Gegensatz zum JILES-ATHERTON-Modell eine physikalische

Bedeutung zugewiesen werden.

Die Bestimmung der Parameter erfolgt über eine Referenzmessung. Dazu wird die Hystereseschleife des Werkstoffes gemessen und die Modellparameter werden diesem Verlauf angepasst.

Der Vorteil des neuen Modells ist, dass die Abhängigkeit der Magnetisierungseffekte von der Frequenz bei Wechselstromfeldern besser und einfacher erfasst werden kann. Eine einfache, monofrequente Messung zur Ermittlung der Modellparameter reicht aus, um auch Aussagen über Vorgänge bei anderen Frequenzen machen zu können.

Die Bestimmung der Modellparameter kann bei diesem Ansatz problematisch werden. Für die Parameterestimation aus den Referenzmessungen ist ein aufwendiges Identifikationsverfahren notwendig. Empfindlichkeitsanalysen zeigen, dass die Zielfunktion viele lokale Minima aufweist. Ein robustes Identifikationsverfahren und gut gewählte Startwerte sind daher für die Bestimmung der Modellparameter erforderlich.

Da diesem Ansatz ein komplexes Modell zugrunde liegt und die Modellparameter auch bei Referenzmessungen nur mit großem Aufwand bestimmt werden können, ist es nicht möglich, dieses Modell zur Modellierung von Sättigungseffekten bei elektrischen Maschinen anzuwenden. Der Ansatz von WETTER wird daher in dieser Arbeit nicht weiter betrachtet.

4.4 Auswahl eines geeigneten Ansatzes

Bei der Auswahl eines geeigneten Ansatzes müssen folgende Gesichtspunkte betrachtet werden. Das Modell soll die auftretenden Sättigungseffekte ausreichend genau beschreiben. Dabei muss aber berücksichtigt werden, dass die Parameter des Sättigungsmodells mit Hilfe der Parameteridentifikation ermittelt werden sollen. Je mehr Parameter das Sättigungsmodell aufweist, desto größer der Aufwand bei der Parameteridentifikation. Mit der Zahl der Parameter sinkt der Einfluss des einzelnen Parameters im Modell (Parameterempfindlichkeit), wodurch dieser schwerer zu identifizieren ist. Weiterhin beeinflusst die Anzahl der Parameter die Zielfunktion (siehe 5.2). Die Anzahl der lokalen Minima der Zielfunktion wächst mit der Anzahl der Parameter.

Das kann dazu führen, dass der Optimierungsalgorithmus nicht konvergiert, sondern in einem lokalen Minimum „hängen“ bleibt.

Um einen geeigneten Ansatz zur Beschreibung der Sättigungseffekte bei elektrischen Maschinen zu finden, muss als erstes geklärt werden, ob nur Sättigungs- oder auch Hysterese-Effekte berücksichtigt werden sollen. Da der magnetische Kreis einer rotierenden elektrischen Maschine immer einen Luftspalt aufweist, ist die Kennlinie aufgrund der Scherung (siehe 4.2.2) deutlich flacher und die Hystereseschleife nicht so stark ausgeprägt, wie bei Systemen mit geschlossenem magnetischen Kreis. Somit reicht die Berücksichtigung der Neukurve für die gestellte Aufgabe völlig aus.

Aus dieser Argumentation wird deutlich, dass die Beschreibung der Neukurve mit Hilfe geeigneter Ansatzfunktionen als Sättigungsmodell für dieses Problem gewählt werden kann. Über freie Parameter der Ansatzfunktion wird der Funktionsverlauf angepasst. Dabei wird angestrebt, möglichst wenig freie Parameter zu verwenden. Im besten Fall wird eine sättigungsbehaftete Induktivität mit nur zwei freien Parametern modelliert.

4.5 Ansatzfunktionen

Im Kapitel 4.3.1 wurde algebraische Modelle als pragmatischer Ansatz zur Beschreibung von Magnetisierungskennlinien vorgestellt. In diesem Kapitel werden geeignete Ansatzfunktionen vorgestellt und gezeigt, wie eine solche Ansatzfunktion in ein elektrisches Netzwerk implementiert werden kann.

Ist im magnetischen Kreis Eisen vorhanden, dann ist die Induktivität von der Stromstärke abhängig. Der lineare Zusammenhang zwischen Stromstärke und magnetischem Fluß

$$L = \frac{\Psi}{i} \quad (4.3)$$

gilt nicht mehr.

Das Induktionsgesetz für den nichtlinearen magnetischen Kreis lautet:

$$u_{ind} = \frac{d\Psi}{dt} = \frac{d(L(i) \cdot i)}{dt} = L(i) \frac{di}{dt} + i \frac{dL(i)}{dt} \quad (4.4)$$

Da $L = f(i)$ gilt weiter:

$$u_{ind} = \frac{d\Psi}{dt} = \frac{d(L(i) \cdot i)}{dt} = L(i) \frac{di}{dt} + i \frac{dL(i)}{di} \frac{di}{dt} \quad (4.5)$$

Die Differentialgleichung einer elektrischen Maschine kann sowohl für den magnetischen Fluss als auch für die Stromstärke angegeben werden. Beide Ansätze sind gleichwertig. Die Sättigung kann also über die Funktionen

$$\Psi = f(i) \quad (4.6)$$

$$i = f(\Psi) \quad (4.7)$$

$$L = f(i) \quad (4.8)$$

berücksichtigt werden. Je nach dem über welche Größe integriert wird, sind verschiedene Ansatzfunktionen für die Sättigung zu wählen.

Zu den drei Ansätzen zur Modellierung der Sättigung werden Funktionen gesucht, die den charakteristischen Verläufen der Ansätze 4.6 bis 4.8 entsprechen. Mit Hilfe freier Parameter L_0, p_1, p_2 soll der gewünschte Funktionsverlauf erzielt werden. Die Parameter werden mit Hilfe von Identifikationsverfahren ermittelt. Bei allen Ansatzfunktionen wird darauf geachtet, dass der gewünschte Kurvenverlauf mit möglichst wenigen Parametern erreicht werden kann. Eine große Anzahl freier Parameter kann dazu führen, dass das Identifikationsverfahren keine guten Ergebnisse liefert. Deswegen werden andere Ansätze, wie die Approximation der Kurve durch Polynome hohen Grades oder durch Spline-Funktionen, nicht angewendet.

4.5.1 Ansatz $\Psi = f(i)$

Der prinzipielle Verlauf $\Psi = f(i)$ ist in Abbildung 4.5 dargestellt.

Der Verlauf der Kurve entspricht der Neukurve. Folgende Funktionen weisen

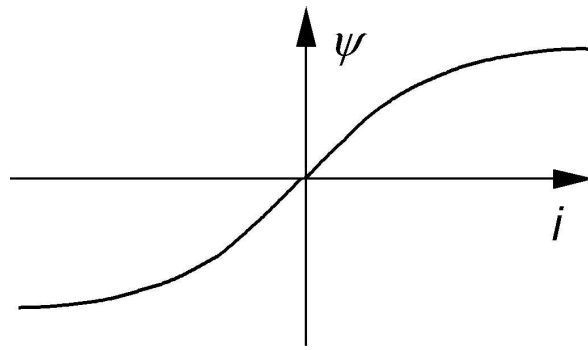


Abbildung 4.5: Prinzipieller Verlauf $\Psi = f(i)$

einen solchen prinzipiellen Verlauf auf:

$$\Psi = p_1 \arctan(p_2 i) \quad (4.9)$$

$$\Psi = p_1 \tanh(p_2 i) \quad (4.10)$$

$$\Psi = p_1 \sinh(p_2 i) \quad (4.11)$$

$$\Psi = \frac{p_1 i}{p_2 + |i|} \quad (4.12)$$

4.5.2 Ansatz $i = f(\Psi)$

Der prinzipielle Verlauf $i = f(\Psi)$ ist in Abbildung 4.6 dargestellt.

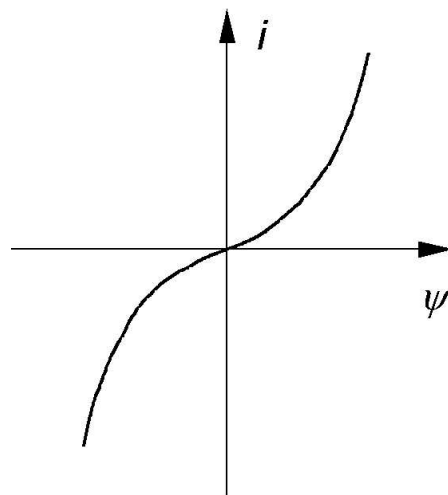


Abbildung 4.6: Prinzipieller Verlauf $\Psi = f(i)$

Der Verlauf der Kurve entspricht der Umkehrfunktion der Neukurve. Für diesen Funktionsverlauf können folgenden Funktionen zur Approximation gewählt werden:

$$i = p_1 \Psi + p_2 \Psi^n; n : \text{ungerade} \quad (4.13)$$

$$i = p_1 \operatorname{artanh}(p_2 \Psi) \quad (4.14)$$

$$i = p_1 \tan(p_2 \Psi) \quad (4.15)$$

4.5.3 Ansatz $L = f(i)$

Der prinzipielle Verlauf $L = f(i)$ ist in Abbildung 4.7 dargestellt.

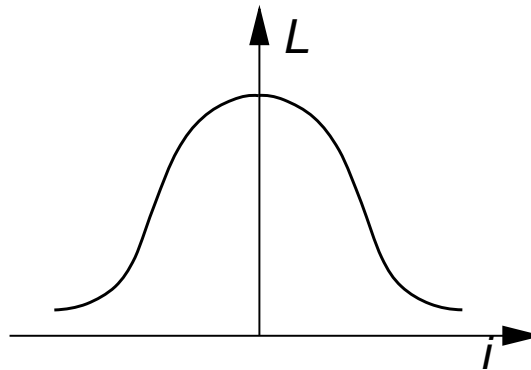


Abbildung 4.7: Prinzipieller Verlauf $\Psi = f(i)$

Für die Approximation stehen diese Funktionen zur Wahl:

$$L = L_0 - p_1 \arctan(p_2 i^2) \quad (4.16)$$

$$L = L_0 - p_1 \tanh(p_2 i^2) \quad (4.17)$$

$$L = L_0 + \frac{p_1}{p_2 i^2} \quad (4.18)$$

$$L = L_0 + \frac{p_1}{\sqrt{i^2 + p_2}} \quad (4.19)$$

4.6 Spule mit Eisenkern

Die Spule mit Eisenkern ist die einfachste Anordnung, bei der Sättigungseffekte zu beobachten sind. Bei einer technischen Spule wird der OHMsche Widerstand der Wicklung berücksichtigt. Dann gilt:

$$u = R \cdot i + \frac{d}{dt}(Li) = R \cdot i + \frac{d\Psi}{dt} \quad (4.20)$$

Zur Berücksichtigung der Sättigungseffekte müssen nun Ansatzfunktionen nach Kap. 4.5 eingesetzt werden. Wählt man z.B. Gleichung (4.10), dann erhält man:

$$u = R \cdot i + \frac{d}{dt}(p_1 \arctan(p_2 i)) = R \cdot i + \frac{p_1 \cdot p_2}{1 + (p_2 \cdot i)^2} \frac{di}{dt} \quad (4.21)$$

Gleichung (4.14) liefert:

$$u = R \cdot (p_1 \Psi + p_2 \Psi^n) + \frac{d\Psi}{dt} \quad (4.22)$$

In beiden Gleichungen wird die Induktivität mit Sättigungseigenschaften durch die zwei konstanten Sättigungsparameter p_1 und p_2 beschrieben. In Gleichung (4.22) ist der Parameter p_1 der Kehrwert der ungesättigten Induktivität, den Parameter p_2 kann man als Sättigungsparameter bezeichnen. Eine weitere physikalische Interpretation der Parameter ist nicht möglich.

Die Größenordnung der Sättigungsparameter ist unbekannt. Für die Parameteridentifikation müssen aber Startwerte angegeben werden. Je näher der Startwert am tatsächlichen Wert des Parameters liegt, desto größer ist die Chance zur richtigen Bestimmung. Daher werden in dieser Arbeit für alle untersuchten Maschinentypen mehrere Maschinen unterschiedlicher Leistung untersucht, um eine ungefähre Größenabschätzung der Parameter für spätere Anwendungen vorgeben zu können.

Weiterhin wird untersucht, ob es möglich ist, die Parameter mit Hilfe der nu-

merischen Feldberechnung oder Messungen abzuschätzen und so mit guten Startwerten für die Parameteridentifikation zu beginnen.

4.7 Gleichstrom- und Universalmaschine

Das Modell einer Gleichstrom- bzw. Universalmaschine besteht aus einer elektrischen und einer mechanischen Gleichung:

$$\begin{aligned} u_a &= Ri_a + \frac{d\Psi}{dt} + c_1\omega\Psi \\ \Theta \frac{d\omega}{dt} &= c_1\Psi i_a + m_{Last} \end{aligned} \quad (4.23)$$

Dabei ist i_a der Ankerstrom, R der OHMsche Widerstand des Ersatzschaltbildes der Maschine, c_1 eine Maschinenkonstante und Θ das Trägheitsmoment des Antriebs.

Die Sättigung wird mit einem der in Kapitel 4.5 vorgestellten Ansätze berücksichtigt. Mit dem Ansatz $i_a = p_1\Psi + p_2\Psi^3$ erhält man:

$$\begin{aligned} u_a &= R(p_1\Psi + p_2\Psi^3) + \frac{d\Psi}{dt} + c_1\omega\Psi \\ \Theta \frac{d\omega}{dt} &= c_1\Psi(p_1\Psi + p_2\Psi^3) + m_{Last} \end{aligned} \quad (4.24)$$

In Gleichung (4.24) sind die Parameter p_1 , p_2 und ggf. R , c_1 und Θ zu bestimmen. Um zu überprüfen, ob alle Parameter eindeutig bestimmbar sind, wird Gleichung (4.24) umgeformt zu:

$$\begin{aligned} u_a &= Rp_1\Psi + Rp_2\Psi^3 + \frac{d\Psi}{dt} + c_1\omega\Psi \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{c_1 p_1}{\Theta} \Psi^2 + \frac{c_1 p_2}{\Theta} \Psi^4 + \frac{1}{\Theta} m_{Last} \end{aligned} \quad (4.25)$$

Die gesuchten Parameter treten in Gleichung (4.25) mehrfach als Produkt auf. Zu identifizieren sind: Rp_1 , Rp_2 , c_1 , $\frac{c_1 p_1}{\Theta}$, $\frac{c_1 p_2}{\Theta}$.

Nur der Parameter c_1 ist direkt identifizierbar. Um die weiteren Parameter

bestimmen zu können, muss das Trägheitsmoment Θ des Antriebs bekannt sein. Es kann berechnet oder messtechnisch z.B. aus dem Auslaufversuch bestimmt werden. Dann lassen sich alle weitere Parameter R, p_1, p_2 eindeutig identifizieren.

4.8 Asynchronmaschine

4.8.1 Erweiterung des bekannten Ersatzschaltbildes

Beim gängigen Modell der Asynchronmaschine wird die Drehstromwicklung im Stator in ein rechtwinkliges Zweiachsenmodell transformiert [33], [34]. Das Differentialgleichungssystem der ASM lautet:

$$\begin{aligned} u_s &= R_s i_s + \frac{d\Psi_s}{dt} \\ 0 &= R_r i_r' + \frac{d\Psi_r'}{dt} - j\omega \Psi_r' \\ \frac{d\omega}{dt} &= p i_s \Psi_s + m_{L_{ast}} \end{aligned} \quad (4.26)$$

mit

$$\begin{aligned} \Psi_s &= (L_{\sigma s} + L_h) i_s + L_h i_r' \\ \Psi_r' &= L_h i_s + (L'_{\sigma r} + L_h) i_r' \end{aligned} \quad (4.27)$$

Schon bei gängigen Modellen sind nicht alle Parameter – hier $R_s, R_r', L_{\sigma s}, L'_{\sigma r}, L_h$ – identifizierbar. Die Streuinduktivitäten $L_{\sigma s}, L'_{\sigma r}$ sind nicht eindeutig zu ermitteln, auch nicht wenn R_s bekannt ist. Häufig wird dann die gesamte Streuung $L_\sigma = L_{\sigma s} + L'_{\sigma r}$ bestimmt. Dies ist aus dem Kurzschlussversuch möglich. Die Streuung des Stators und Rotors wird dann berechnet mit:

$$L_{\sigma s} = L'_{\sigma r} = \frac{1}{2} L_\sigma \quad (4.28)$$

Die Annahme $L_{\sigma s} = L'_{\sigma r}$ wird auch bei der Parameteridentifikation häufig verwendet [23], [52]. Bei einem anderen Ansatz wird die gesamte Streuung dem Rotorkreis zugeschlagen.

Werden dazu noch Sättigungseffekte berücksichtigt, muss weiterhin beachtet werden, dass für Streu- und Hauptfeldsättigung andere Sättigungsparameter

zu erwarten sind. Die Gleichungen müssen also so umgeformt werden, dass in jeder Masche nur eine sättigungsabhängige Induktivität enthalten ist. Dazu wird parallel zur Hauptinduktivität ein OHMScher Widerstand R_{Fe} eingeführt. Dieser wird häufig zur Modellierung der Eisenverluste verwendet und wird aus dem Leerlaufversuch bestimmt [43]. Der Wert dieses Widerstandes ist im Vergleich zu den anderen Impedanzen und Widerständen sehr hoch. Er hat keinen signifikanten Einfluss auf das transiente Verhalten der ASM wie eine Empfindlichkeitsanalyse zeigt [24]. Damit kann die zusätzliche Masche im Ersatzschaltbild auch als Hilfskreis angesehen werden und R_{Fe} wird für die Parameteridentifikation ein fester Wert zugewiesen. Durch den zusätzlichen elektrischen Kreis sind jetzt alle Widerstände und Impedanzen identifizierbar. Der Strom i_{Fe} fließt durch den Widerstand R_{Fe} . Das erweiterte Modell der ASM lautet dann:

$$\begin{aligned}
u_s &= R_s i_s + \frac{d\Psi_{\sigma s}}{dt} + R_{Fe} i_{Fe} \\
0 &= R_r i_r' + \frac{d\Psi'_{\sigma r}}{dt} - j\omega(\Psi'_{\sigma r} + \Psi_h) + R_{Fe} i_{Fe} \\
0 &= R_{Fe} i_{Fe} + \frac{d\Psi_h}{dt} \\
\frac{d\omega}{dt} &= p i_s \Psi_s + m_{Last}
\end{aligned} \tag{4.29}$$

Dazu muss noch die Knotengleichung

$$0 = i_s + i_r' - i_{Fe} - i_\mu \tag{4.30}$$

berücksichtigt werden.

Für die Flussverkettungen gilt jetzt:

$$\begin{aligned}
\Psi_{\sigma s} &= L_{\sigma s} i_s \\
\Psi'_{\sigma r} &= L'_{\sigma r} i_r' \\
\Psi_h &= L_h i_\mu
\end{aligned} \tag{4.31}$$

In dieser Form ist jeder Teilfluss des Maschinenmodells genau mit einem Strom verknüpft. Daher können jetzt alle Ansätze zur Beschreibung der Neukurve aus Kapitel 4.5 verwendet werden. Wählt man z. B. die Polynomfunktion $\Psi = p_1 \cdot i + p_2 \cdot i^3$, so muss die Differentialgleichung (4.29) nicht umgeformt werden. Für den Zusammenhang zwischen den Teilflüssen und den Zweigströmen des Ersatzschaltbildes gilt dann:

$$\begin{aligned}\Psi_{\sigma s} &= p_{1,\sigma s} i_s + p_{2,\sigma s} i_s^3 \\ \Psi'_{\sigma r} &= p_{1,\sigma r} i_r' + p_{2,\sigma r} i_r'^3 \\ \Psi_h &= p_{1,h} i_\mu + p_{2,h} i_\mu^3\end{aligned}\tag{4.32}$$

Abschließend soll noch angemerkt werden, dass es für dieses Modell prinzipiell möglich ist, die Stator- und Rotorstreuinduktivität getrennt zu identifizieren. Da bei transienten Vorgängen wie dem Hochlauf nur die gesamte Streuung maßgebend ist, darf bezweifelt werden, dass die Parameteridentifikation die einzelnen Streuungen richtig bestimmt. Die Vereinfachung $L_{\sigma s} = L'_{\sigma r}$ ergibt also Sinn. Weiter sollte geprüft werden, ob nicht auch die gleichen Sättigungsparameter für Stator- und Rotorstreuung verwendet werden können.

4.8.2 Asynchronmaschine mit Stromverdrängungsrotor

Fast alle Asynchronmaschinen mit Käfigläufern arbeiten mit Stromverdrängungsrotoren. Darunter versteht man Rotoren mit Tiefstäben oder Mehrfachkäfigen. Solche Maschinen haben im Vergleich zu Asynchronmaschinen mit Schleifringläufer oder mit Rundstäben ein deutlich höheres Anlaufdrehmoment. Moderne Asynchronmaschinen verwenden eine Kombination aus Tiefstab und Mehrfachkäfig.

Stromverdrängungseffekte werden üblicherweise mit einem Kettenleitermodell gemäß Abbildung 4.8 beschrieben.

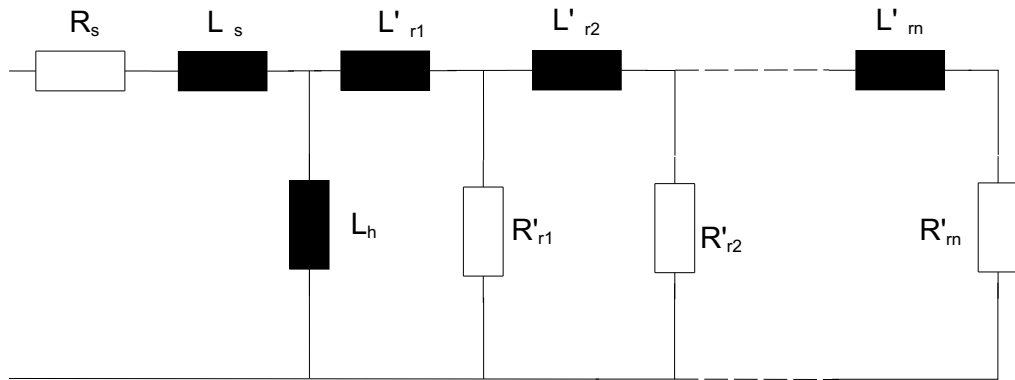


Abbildung 4.8: Ersatzschaltbild einer ASM mit Stromverdrängungsrotor

Das Differentialgleichungssystem für eine Asynchronmaschine mit n -Rotorkreisen lautet:

$$\begin{aligned}
 u_s &= R_s i_s + \frac{d\Psi_{\sigma s}}{dt} + R_{Fe} i_{Fe} \\
 0 &= R'_{r1} i'_{r1} + \frac{d\Psi'_{\sigma r1}}{dt} - j\omega(\Psi'_{\sigma r1} + \Psi_h) + R_{Fe} i_{Fe} \\
 \vdots & \\
 0 &= R'_{ri} i'_{ri} + \frac{d\Psi'_{\sigma ri}}{dt} - j\omega\Psi'_{\sigma ri} - R'_{r(i-1)} i'_{r(i-1)} \\
 \vdots & \\
 0 &= R'_{rn} i'_{rn} + \frac{d\Psi'_{\sigma rn}}{dt} - j\omega\Psi'_{\sigma rn} - R'_{r(n-1)} i'_{r(n-1)} \\
 0 &= R_{Fe} i_{Fe} + \frac{d\Psi_h}{dt} \\
 \frac{d\omega}{dt} &= p i_s \Psi_s + m_{Last}
 \end{aligned} \tag{4.33}$$

Dazu muss noch die Knotengleichung

$$0 = i_s - i_{Fe} - i_\mu + \sum_{i=1}^n i_{ri} \tag{4.34}$$

berücksichtigt werden.

Für die Flussverkettungen gilt jetzt:

$$\begin{aligned}
 \Psi_{\sigma s} &= L_{\sigma s} i_s \\
 \Psi'_{\sigma r1} &= L'_{\sigma r1} i'_{r1} \\
 \vdots &\quad \quad \quad \vdots \\
 \Psi'_{\sigma ri} &= L'_{\sigma ri} i'_{ri} \\
 \vdots &\quad \quad \quad \vdots \\
 \Psi'_{\sigma rn} &= L'_{\sigma rn} i'_{rn} \\
 \Psi_h &= L_h i_\mu
 \end{aligned} \tag{4.35}$$

Die Modellierung von Stromverdrängungseffekten durch einen Kettenleiter hat sich bewährt und wird hier übernommen. Eine andere Möglichkeit wäre, den Rotorwiderstand als veränderlich anzunehmen. Dann lautet der Ansatz: $R'_r = f(\omega_{mech})$.

Durch die Einführung weiterer Rotorkreise ist die Struktur des Maschinenmodells gleich geblieben. Weiterhin ist jeder Teilfluss mit genau einem Zweigstrom verknüpft. Wie im Kapitel 4.8.1 gezeigt, können Sättigungseffekte über jede Ansatzfunktionen nach Kap. 4.5 eingebracht werden.

Wie in Kap. 7.4 gezeigt werden wird, ist es nicht notwendig für jede Rotorstreuinduktivität $L_{\sigma ri}$ eigene Sättigungsparameter einzuführen. Es werden daher zwei Ansätze verfolgt:

1. Nur die Streuinduktivität $L_{\sigma r1}$ ist im Rotorkreis sättigungsabhängig, alle anderen sind konstant.
2. Die Sättigungsparameter für die Streufeldsättigung im Rotorkreis sind für alle Streuinduktivitäten $L_{\sigma ri}$ gleich.

4.9 Synchronmaschine

Zur Modellierung der Synchronmaschine wird das erweiterte PARKSche Modell nach CANAY (siehe Kap. 3.2) verwendet. Das Differentialgleichungssystem lautet:

$$\begin{aligned}
u_d &= -R_a i_d - \frac{d\Psi_d}{dt} + \dot{\vartheta} \Psi_q \\
u_q &= -R_a i_q - \frac{d\Psi_q}{dt} + \dot{\vartheta} \Psi_d \\
u_f &= R_f i_f + \frac{d\Psi_f}{dt} \\
0 &= R_{Dd} i_{Dd} + \frac{d\Psi_{Dd}}{dt} \\
0 &= R_{Dq} i_{Dq} + \frac{d\Psi_{Dq}}{dt} \\
\Theta \frac{d\vartheta^2}{d^2t} + D \frac{d\vartheta}{dt} &= \Psi_d i_q - \Psi_q i_d
\end{aligned} \tag{4.36}$$

Für die Flüsse gilt:

$$\begin{aligned}
\Psi_d &= (L_{a\sigma} + L_{hd}) i_d - L_{hd} i_f + L_{hd} i_{Dd} \\
\Psi_q &= (L_{a\sigma} + L_{hq}) i_q + L_{hq} i_{Dq} \\
\Psi_f &= (L_{f\sigma} + L_{hd} + L_{cd}) i_f - L_{hd} i_d - (L_{hd} + L_{cd}) i_{Dd} \\
\Psi_{Dd} &= (L_{Dd\sigma} + L_{hd} + L_{cd}) i_{Dd} + L_{hd} i_d - (L_{hd} + L_{cd}) i_f \\
\Psi_{Dq} &= (L_{Dq\sigma} + L_{hq}) i_{Dq} + L_{hq} i_q
\end{aligned} \tag{4.37}$$

Berücksichtigt man nun Sättigungseffekte, so muss in Gleichung (4.37) der nichtlineare Zusammenhang zwischen Strom und magnetischem Fluss verwendet werden. Dieser wird durch eine Ansatzfunktion nach Kapitel 4.5 beschrieben. Damit ist das Vorgehen für alle möglichen Ansatzfunktionen prinzipiell gleich. Das Differentialgleichungssystem nach (4.36) muss in die Form $\frac{d\Psi}{dt} = f(t, \Psi, p)$ bzw. $\frac{di}{dt} = f(t, i, p)$ überführt werden. Das Vorgehen wird am Beispiel der Ansatzfunktion nach Gleichung (4.12) gezeigt.

Zur Beschreibung der Neukurve wird die Funktion

$$\Psi = \frac{p_1 i}{p_2 + |i|} \tag{4.38}$$

gewählt.

Die Ableitung des Flusses nach der Zeit ergibt:

$$\frac{d\Psi}{dt} = \frac{p_1 p_2}{(p_2 + |i|)^2} \frac{di}{dt} \quad (4.39)$$

Der stromabhängige Faktor in dieser Gleichung wird als differentielle Induktivität bezeichnet:

$$dL = \frac{p_1 p_2}{(p_2 + |i|)^2} \quad (4.40)$$

Weiterhin kann eine stromabhängige Induktivität definiert werden:

$$L = \frac{\Psi}{i} = \frac{p_1}{p_2 + |i|} \quad (4.41)$$

Setzt man nun diese Ansätze in das Differentialgleichungssystem nach Gleichung (4.36) ein, so erhält man ein sättigungsabhängiges Modell der Synchronmaschine:

$$\begin{aligned} u_d &= -R_a i_d - dL_{a\sigma}(i) \frac{di_d}{dt} + \dot{\vartheta} \Psi_q \\ u_q &= -R_a i_q - dL_{a\sigma}(i) \frac{di_q}{dt} + \dot{\vartheta} \Psi_d \\ u_f &= R_f i_f + dL_{f\sigma}(i) \frac{di_f}{dt} \\ 0 &= R_{Dd} i_{Dd} + dL_{Dd\sigma}(i) \frac{di_{Dd}}{dt} \\ 0 &= R_{Dq} i_{Dq} + dL_{Dq\sigma}(i) \frac{di_{Dq}}{dt} \\ \Theta \frac{d\vartheta^2}{d^2 t} + D \frac{d\vartheta}{dt} &= \Psi_d i_q - \Psi_q i_d \end{aligned} \quad (4.42)$$

In den Flussgleichungen treten jetzt stromabhängige Induktivitäten auf:

$$\begin{aligned}
\Psi_d &= (L_{a\sigma}(i_d) + L_{hd}(i_{hd}))i_d - L_{hd}(i_{hd}) \cdot i_f + L_{hd}(i_{hd}) \cdot i_{Dd} \\
\Psi_q &= (L_{a\sigma}(i_q) + L_{hq}(i_{hq}))i_q + L_{hq}(i_{hq}) \cdot i_{Dq} \\
\Psi_f &= (L_{f\sigma}(i_f) + L_{hd}(i_{hd}) + L_{cd}(i_{cd}))i_f - L_{hd}(i_{hd}) \cdot i_d - (L_{hd}(i_{hd}) + L_{cd}(i_{cd}))i_{Dd} \\
\Psi_{Dd} &= (L_{Dd\sigma}(i_{Dd}) + L_{hd}(i_{hd}) + L_{cd}(i_{cd}))i_{Dd} + L_{hd}(i_{hd}) \cdot i_d - (L_{hd}(i_{hd}) + L_{cd}(i_{cd}))i_f \\
\Psi_{Dq} &= (L_{Dq\sigma}(i_{Dq}) + L_{hq}(i_{hq}))i_{Dq} + L_{hq} \cdot i_q
\end{aligned} \tag{4.43}$$

Die Ausdrücke für die Induktivitäten und die differentiellen Induktivitäten enthalten die Sättigungsparameter:

$$\begin{aligned}
L_{a\sigma}(i) &= \frac{p_{1,a\sigma}}{p_{2,a\sigma} + |i|} \\
L_{hd}(i) &= \frac{p_{1,hd}}{p_{2,hd} + |i|} \\
L_{f\sigma}(i) &= \frac{p_{1,f\sigma}}{p_{2,f\sigma} + |i|} \\
L_{cd}(i) &= \frac{p_{1,cd}}{p_{2,cd} + |i|} \\
L_{Dd\sigma}(i) &= \frac{p_{1,Dd\sigma}}{p_{2,Dd\sigma} + |i|} \\
L_{Dq\sigma}(i) &= \frac{p_{1,Dq\sigma}}{p_{2,Dq\sigma} + |i|} \\
dL_{a\sigma}(i) &= \frac{p_{1,a\sigma} \cdot p_{2,a\sigma}}{(p_{2,a\sigma} + |i|)^2} \\
dL_{hd}(i) &= \frac{p_{1,hd} \cdot p_{2,hd}}{(p_{2,hd} + |i|)^2} \\
dL_{f\sigma}(i) &= \frac{p_{1,f\sigma} \cdot p_{2,f\sigma}}{(p_{2,f\sigma} + |i|)^2} \\
dL_{cd}(i) &= \frac{p_{1,cd} \cdot p_{2,cd}}{(p_{2,cd} + |i|)^2} \\
dL_{Dd\sigma}(i) &= \frac{p_{1,Dd\sigma} \cdot p_{2,Dd\sigma}}{(p_{2,Dd\sigma} + |i|)^2} \\
dL_{Dq\sigma}(i) &= \frac{p_{1,Dq\sigma} \cdot p_{2,Dq\sigma}}{(p_{2,Dq\sigma} + |i|)^2}
\end{aligned}$$

5 Optimierungsverfahren

5.1 Parameteridentifikation als Optimierungsproblem

Wie bei vielen Prozessen aus Naturwissenschaft und Technik werden elektrische Maschinen mit einem mathematischen Modell der Form

$$f(x, p) = \dot{x} \quad (5.1)$$

beschrieben. Dabei wird der Zusammenhang zwischen den Zustandsgrößen x und den Parametern p durch ein System von nichtlinearen, algebraischen Gleichungen oder Differentialgleichungen beschrieben. Die numerische Lösung des Gleichungssystems für gegebene Parameter p wird in der Mathematik als direktes Problem bezeichnet und bei der Simulation angewendet. Der Vorgang läßt sich auch umkehren: Für gegebene Verläufe von Zustandsgrößen x sind die Parameter p zu bestimmen. In diesem Fall spricht man von einem inversen Problem. Neben der Lösung des nichtlinearen Gleichungssystems kommt hier noch die Lösung einer Optimierungsaufgabe der Form

$$f(x, p) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (x_{i, \text{mess}} - \tilde{x}_i(p))^2 \rightarrow \min \quad (5.2)$$

hinzu. Dabei ist N die Anzahl der Messpunkte.

Das Prinzip der Bestimmung der Maschinen- und Sättigungsparameter mit Hilfe von Optimierungsverfahren ist in Abbildung 5.1 dargestellt.

Für das hier vorliegende Problem können die nichtlinearen Modelle der elektrischen Maschine nicht – wie bei der Prüfung und Regelung von elektrischen Maschinen häufig praktiziert – auf ein lineares Modell vereinfacht werden. Daher kommen nur Verfahren zur Parameteridentifikation in Frage, mit denen Parameter nichtlinearer Modelle bestimmt werden können. In diesem Kapitel wird eine Einführung zu diesem Thema gegeben und es werden die wichtigsten Optimierungsalgorithmen zur Lösung inverser Probleme vorgestellt.

Zum Thema *Optimierung* gibt es viele Bücher und Veröffentlichungen. Die hier beschriebenen Algorithmen basieren auf Grundlagen aus [60], [69], [1], [15], [31], [4], [49], [12], [58].

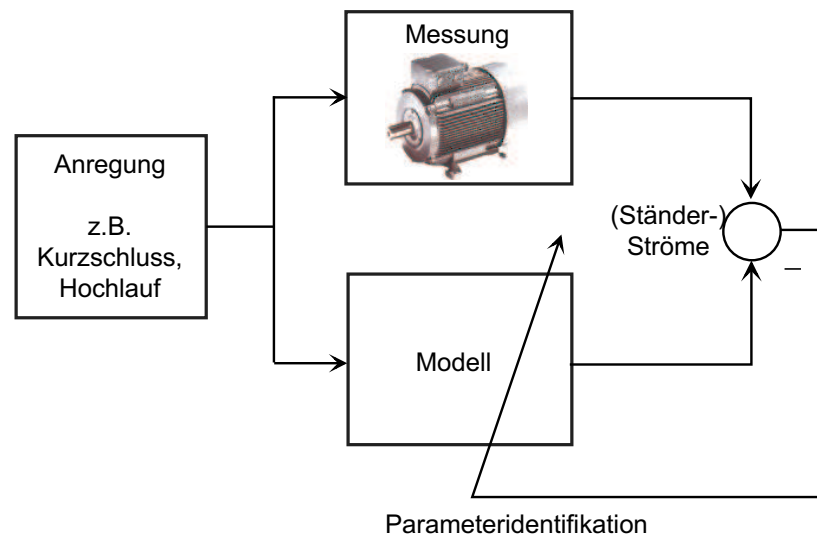


Abbildung 5.1: Prinzip der Parameteridentifikation

5.2 Klassifizierung von Optimierungsverfahren

Mathematisch gesehen ist ein Optimierungsproblem die Suche nach Minima bzw. Maxima einer Funktion, der sog. Zielfunktion. Jede Optimierungsaufgabe ohne Nebenbedingungen kann man schreiben als:

$$f(x) \rightarrow \min \quad (5.3)$$

Die Schwierigkeit besteht vor allem darin, das globale Minimum der Funktion $f(x)$ zu finden. Dies kann kein Optimierungsverfahren garantieren.

Alle numerischen Optimierungsverfahren basieren auf iterativen Algorithmen. Sie unterscheiden sich vor allem in der Bestimmung des nächsten Iterationsschritts x_{k+1} . Allgemein lautet ein solcher Iterationsschritt:

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k d_k \quad (5.4)$$

Dabei ist α_k die Schrittweite und d_k die Richtung des k -ten Iterationsschrittes.

Optimierung einer oder mehrerer Variablen

Einige Optimierungsverfahren führen ein Optimierungsproblem für mehrere

Variablen auf ein Optimierungsproblem einer Variable zurück.

Optimierungsverfahren mit und ohne Ableitungen

Es ist naheliegend, dass sich Optimierungsverfahren bei der Suche nach dem Minimum an der Ableitung der Zielfunktion orientieren. Diese Verfahren sind i.d.R. am schnellsten, aber nicht immer problemlos anwendbar. Bei der Parameteridentifikation werden Messwerte verwendet, die nicht fehlerfrei gemessen werden können. Verrauschte Messwerte führen aber zu Problemen bei der numerischen Differentiation.

Ein weiteres Problem kann auftreten, wenn die Zielfunktion sehr viele lokale Minima aufweist. Gerade bei Verfahren, die Ableitungen verwenden, ist die Gefahr gross, in einem lokalen Minimum steckenzubleiben.

Ableitungsfreie Verfahren sind robuster gegenüber den eben genannten Problemen. Allerdings benötigen sie eine größere Rechenzeit als die Verfahren mit Ableitungen.

Optimierungsverfahren mit und ohne Nebenbedingungen

Bei den Optimierungsverfahren wird grundsätzlich unterschieden zwischen

- Optimierung ohne Nebenbedingungen
- Optimierung mit Gleichungsnebenbedingungen
- Optimierung mit Ungleichungsnebenbedingungen

Optimierungsprobleme mit Gleichungsnebenbedingungen kann man durch Anwendung des *Einsetzverfahrens* auf Optimierungsprobleme ohne Nebenbedingungen zurückführen.

Optimierungsverfahren mit Ungleichungsnebenbedingungen werden in dieser Arbeit nicht angewendet und daher nicht weiter betrachtet. Bei der Parameteridentifikation kann die Einführung von Nebenbedingungen durchaus Sinn machen, wenn der Bereich eines Parameters bekannt ist. Eine solche Nebenbedingung lautet z.B. $a < p_1 < b$.

Von dieser Möglichkeit wird hier kein Gebrauch gemacht.

5.3 Einfach- und Mehrfachschießen

In dieser Arbeit werden Optimierungsalgorithmen zur Lösung inverser Probleme genutzt. Mit jedem Iterationsschritt muss auch eine gewöhnliche Differentialgleichung gelöst werden. Durch die Wahl der Schießmethode wird unterschieden, ob das Anfangswertproblem über den gesamten betrachteten Zeitraum (Einfachschießen) oder innerhalb von Teilintervallen (Mehrfachschießen) gelöst wird.

Erwähnt werden soll hier noch, dass die Wahl der Schießmethode nichts über die Lösungsstrategie des Optimierungsproblems aussagt. So kann sowohl das Einfach- als auch das Mehrfachschießen mit jedem hier vorgestellten Optimierungsalgorithmus bei der Lösung inverser Probleme kombiniert werden.

5.3.1 Einfachschießen

Bei den hier vorliegenden inversen Problemen müssen die Funktionswerte $y(t, p)$ durch numerische Integration näherungsweise bestimmt werden. Dazu ist eine Differentialgleichung numerisch zu lösen (*Anfangswertproblem*). Die Lösung des Anfangswertproblem geht in die Zielfunktion ein. Da die Anfangswertaufgabe für den gesamten Messbereich gelöst und mit den Messwerten verglichen wird, spricht man hier von der *Einfachschießmethode*.

5.3.2 Mehrfachschießen

Wie bereits einleitend erwähnt, kann es bei der Parameterschätzung mit schlecht gewählten Anfangswerten zu Problemen kommen, da die Anfangswertaufgabe – also die Lösung der Differentialgleichung mit den Startparametern – nicht gelöst werden kann oder die Lösung über alle Grenzen wächst. Mit dem Mehrfachschießen soll dieses Problem gemindert werden.

Das Mehrfachschießens wird vor allem zur Lösung von Randwertaufgaben eingesetzt. Die Idee ist, nicht von Anfang bis zum Ende zu integrieren, sondern zusätzliche Gitterpunkte (Schießstellen) einzuführen.

Die gemessenen Ausgangsgrößen \tilde{y}_i liegen im Intervall $t \in [t_0, t_f]$ vor. Innerhalb dieses Intervalles werden Schießstellen gewählt. An diesen Stellen liegt ein Messwert \tilde{y}_i vor. Die Anfangswertaufgabe wird jetzt jeweils zwischen zwei Schießstellen separat gelöst. Für den Anfang t_0 werden dieselben Anfangswerte wie beim Einfachschießen angegeben. Also z. B. beim Einschalten

einer Asynchronmaschine gelten die Anfangsbedingungen: $i_1(t_0) = i_2(t_0) = i_3(t_0) = 0$ und $n(t_0) = 0$. Die Anfangswerte an den übrigen Schießstellen werden als weitere Parameter eingeführt. Die Ausgangsgrößen der hier betrachteten Systeme sind immer stetig. Die Forderung nach Stetigkeit ist eine Nebenbedingung für die Optimierung. Anschaulich lautet die Nebenbedingung: Der letzte Funktionswert auf einem Intervall muss gleich dem ersten Wert des folgenden Abschnitts sein. Mathematisch formuliert lautet das Optimierungsproblem:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimiere} & g(x) \\ x \in \mathbb{R}^{n \cdot q + d} & \\ \text{unter den Nebenbedingungen} & h(x) = 0 \end{array}$$

wobei die Variablen x , die Zielfunktion g und die Nebenbedingungen h wie folgt gegeben sind:

$$x = (s_1, \dots, s_q, p),$$

$$g(x) = \frac{1}{2} \sum_{j=0}^q \sum_{\tau_j < t_i \leq \tau_{j+1}} \|\tilde{y}_i - y_j(t_i, p, \tau_j, s_j)\|_2^2,$$

und

$$h(x) = \begin{bmatrix} s_1 - y_0(\tau_1, p, \tau_0, s_0) \\ s_2 - y_1(\tau_2, p, \tau_1, s_1) \\ \vdots \\ s_q - y_{q-1}(\tau_q, p, \tau_{q-1}, s_{q-1}) \end{bmatrix}.$$

Dabei werden die Schießstellen mit s_j bezeichnet; τ_j bezeichnet den Abtastzeitpunkt der j -ten Schießstelle.

Die drei nachfolgenden Abbildungen 5.2, 5.3 und 5.4 zeigen das Mehrfachschießen. In Abbildung 5.2 sind neun Messwerte (t_i, \tilde{y}_i) , drei innere Schießstellen τ_j , Anfangswerte s_j , sowie vier Lösungstrajektorien $y_k(t, p)$ dargestellt. Die ersten Anfangswerte sind die Messwerte. Die Abbildung 5.3 zeigt das Mehrfachschießen während des Verfahrens. Die Anfangswerte sind nun nicht mehr gleich den Messwerten. Die Lösungstrajektorie ist noch nicht stetig. Erst am Ende des Verfahrens liegt eine stetige Lösung vor (siehe Abbildung 5.4). Die Lösungstrajektorie approximiert die Meßwerte im quadratischen Sinn.

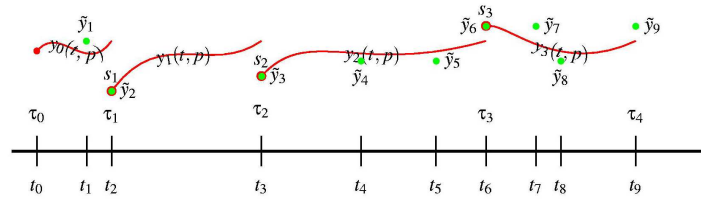


Abbildung 5.2: Geometrische Darstellung zu Beginn des Verfahrens

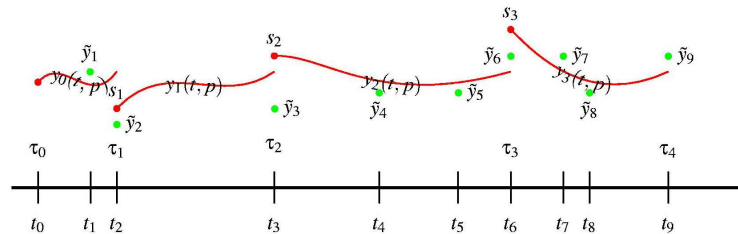


Abbildung 5.3: Geometrische Darstellung während des Verfahrens

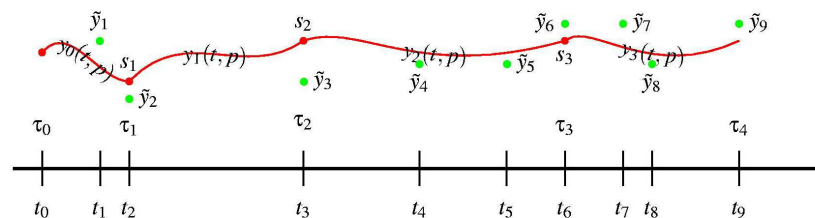


Abbildung 5.4: Geometrische Darstellung am Ende des Verfahrens

Wie die Abbildungen zeigen, wird die Anfangswertaufgabe nur in Teilintervallen gelöst. Durch die Einführung der Schießstellen kommen aber weitere Parameter und Nebenbedingungen hinzu.

5.4 Optimierungsverfahren für eine Variable

5.4.1 Dichotome Suche

Für die dichotome Suche wird vorausgesetzt, dass die zu minimierende Funktion $f(x)$ im Intervall $x \in [a, b]$ nur ein Minimum aufweist. Zu den Funktionswerten am Rande des Intervall $f(a)$ und $f(b)$ werden zwei weitere Werte $f(c - \varepsilon)$ und $f(c + \varepsilon)$ berechnet. Gilt $f(c - \varepsilon) < f(c + \varepsilon)$, so wird für den nächsten Iterationschritt das Intervall $[c - \varepsilon, b]$ – im anderen Fall $[a, c + \varepsilon]$ gewählt. Abbildung 5.5 zeigt einen Iterationsschritt.

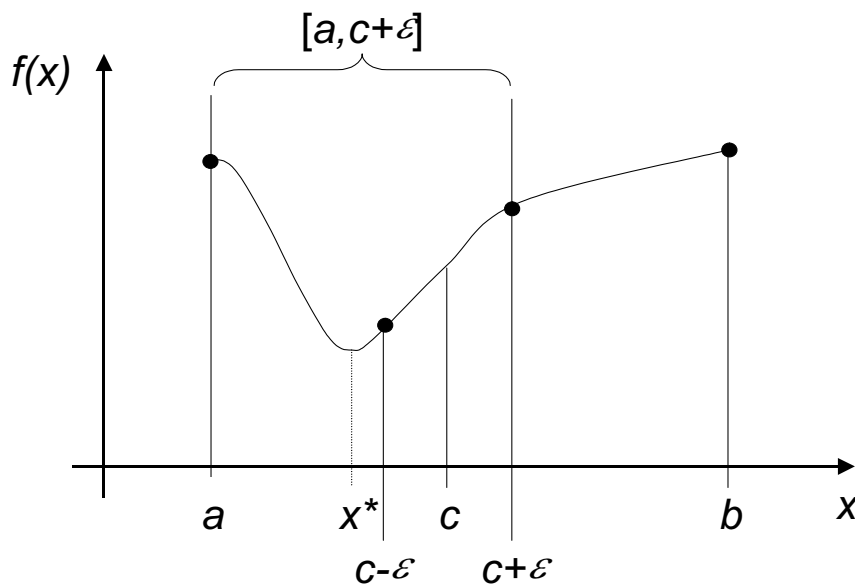


Abbildung 5.5: Dichotome Suche

5.4.2 Goldener Schnitt

Beim *Goldenen Schnitt* wird im vorgegeben Intervall $[a, b]$ das Minimum der Funktion $f(x)$ gesucht. Dazu werden die Funktionswerte von zwei Punkten $x_1, x_2 \in [a, b]$ nach den Formeln

$$x_1 = a + (1 - c)(b - a) \quad (5.5)$$

$$x_2 = a + c(b - a) \quad (5.6)$$

berechnet. Dabei gilt für die Konstante c : $0,5 \leq c \leq 1$. Damit gilt auch $x_1 \leq x_2$. Für die Punkte x_1 und x_2 werden die Funktionswerte $f(x_1)$ und

$f(x_2)$ berechnet. Je nachdem, welcher Funktionswert kleiner ist, wird das Intervall auf den Bereich $[a, x_2]$ bzw. $[x_1, b]$ verkleinert. Für $f(x_1) < f(x_2)$ wird das Intervall $[a, x_2]$ gewählt, für $f(x_1) > f(x_2)$ das Intervall $[x_1, b]$. Abbildung 5.6 zeigt das Prinzip des Algorithmus an einem Beispiel.

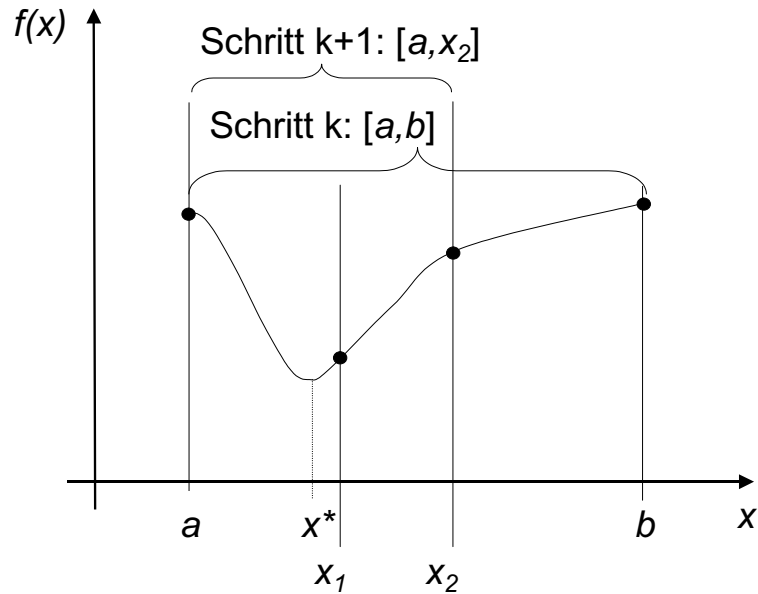


Abbildung 5.6: Eindimensionale Suche nach dem Goldenen Schnitt

Zu jedem Iterationsschritt müssen zwei Funktionswerte berechnet werden. Betrachtet man das Beispiel in Abbildung 5.6, so gilt hier $f(x_1) < f(x_2)$. Das Intervall $[a, x_2]$ wird also für den nächsten Iterationsschritt gewählt. Der Punkt x_1 liegt in diesem Intervall. Dieser kann damit für den nächsten Iterationsschritt verwendet werden. Für den nächsten Iterationsschritt gilt dann:

$$\tilde{x}_1 = a + (1 - c)(x_2 - a) \quad (5.7)$$

$$\tilde{x}_2 = a + c(x_2 - a) \quad (5.8)$$

Um den Punkt x_1 für diesen Iterationsschritt verwenden zu können, muss gelten: $\tilde{x}_2 = x_1$. Setzt man in der Gleichung $x_1 = a + c(x_2) - a$ die Gleichung

(5.5) ein, so erhält man:

$$a + (1 - c)(b - a) = a + c[a + c(b - a) - a] \quad (5.9)$$

Diese vereinfacht sich zu:

$$c^2 + c - 1 = 0 \quad (5.10)$$

Der positive Wert der Lösung der quadratischen Gleichung für c lautet: $c = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0,618$. Somit berechnen sich die Punkte x_1 und x_2 für einen Iterationsschritt beim *Goldenen Schnitt* zu:

$$x_2 = x_1 + (1 - c)(b - x_1) \quad (5.11)$$

$$x_1 = a + c(x_2 - a) \quad (5.12)$$

5.4.3 NEWTON-RAPHSON-Verfahren

Das NEWTON-RAPHSON-Verfahren leitet sich aus der NEWTON-METHODE ab. Diese dient zur Bestimmung der Nullstelle einer nichtlinearen Funktion $f(x) = 0$. Ein Iterationsschritt lautet:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{\frac{d}{dx}f(x_k)} \quad (5.13)$$

Zur Bestimmung des Minimums muss die Nullstelle der ersten Ableitung von $f(x)$ gefunden werden. Dann lautet ein Iterationsschritt:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{\frac{d}{dx}f(x_k)}{\frac{d^2}{dx^2}f(x_k)} \quad (5.14)$$

5.5 Optimierungsverfahren mit Ableitungen für mehrere Variablen

Eine treffende, anschauliche Beschreibung gibt Papageorgiou in [49]:

„Die Aufgabenstellung kann man sich wie folgt vorstellen: Man befinde sich nachts in einer gebirgigen unbekanntem Landschaft, ausgerüstet mit einer schwachen Taschenlampe und einem Höhenmesser. Wie müssen wir schreiten, um den tiefsten Talpunkt (dessen Höhe und Lage unbekannt sind) zu erreichen?“

Es ist also naheliegend, sich bei der Wahl des Richtungsvektors am Gradienten der Zielfunktion zu orientieren. Dieses Prinzip wird von den in diesem Kapitel vorgestellten Optimierungsverfahren verwendet. Formell kann der Algorithmus wie folgt beschrieben werden:

1. Wähle einen Startpunkt x_0 ; setze den Iterationsindex $k = 0$
2. Bestimme die Suchrichtung d_k
3. Bestimme eine skalare Schrittweite α_k durch Lösung des Minimierungsproblems $\min f(x_k + \alpha_k d_k)$
4. Setze $x_{k+1} = x_k + \alpha_k d_k$
5. Wenn Abbruchbedingung erfüllt \rightarrow STOP
6. Starte Iteration mit $k = k + 1$

Die zu dieser Klasse gehörenden Verfahren unterscheiden sich vor allem in der Berechnung des Richtungsvektors d_k und der Schrittweite α_k . Zunächst werden die notwendigen Kriterien für ein Minimum herausgearbeitet.

5.5.1 Optimalitätskriterien

Allgemein lautet ein Optimierungsproblem:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x) \tag{5.15}$$

Dabei ist x ein n -dimensionaler Vektor, f eine Funktion dieses Vektors im \mathbb{R}^n .

Der Punkt $x^* \in \mathbb{R}^n$ sei ein lokales Minimum von f . Die *notwendige Bedingung* für ein Minimum ist

$$\text{grad } f(x^*) = 0 \quad (5.16)$$

Diese Voraussetzung trifft aber auch für Maxima und Sattelpunkte zu. Die *hinreichende Bedingungen* liefern die zweiten Ableitungen der Funktion, die HESSE-Matrix. Für ein lokales Minimum ist die HESSE-Matrix an der Stelle x^* *positiv semidefinit*⁵.

Das globale Minima ist nur durch Vergleich der Funktionswerte an den lokalen Minima ausfindig zu machen. Es existiert kein geschlossenes Verfahren, mit dem das globale Minimum ermittelt werden kann.

5.5.2 Gradientenverfahren

Das Gradientenverfahren verwendet den Gradienten der Funktion $f(x)$ zur Bestimmung der Suchrichtung d_k . Zu

$$d_k = -\text{grad}f(x_k) \quad (5.17)$$

gibt es ein $\alpha_k > 0$, so dass gilt:

$$f(x_k + \alpha_k d_k) < f(x_k) \quad (5.18)$$

Hier ist eine eindimensionale Optimierungsaufgabe $g(\alpha_k) = f(x_k + \alpha_k d_k)$ zu lösen. Dazu kann z.B. die erste Ableitung von $g(\alpha_k)$ gebildet werden. Aus $g'(\alpha_k) = 0$ erhält man das gesuchte α_k .

Bei der Methode des steilsten Abstieges stehen die Gradienten von f in jeweils zwei aufeinander folgenden Punkten senkrecht zueinander, wenn α_k aus der Ableitung bestimmt wurde. Dies führt zu einem „Zick-Zack-Kurs“, da die Suchrichtung immer um $\pm 90^\circ$ gedreht wird. Damit verläuft die Annäherung an das Minimum sehr langsam. Andere Verfahren umgehen dieses Problem.

⁵Eine Matrix ist positiv semidefinit, wenn alle Eigenwerte $\lambda_i \geq 0$ und reell sind.

5.5.3 NEWTON-Verfahren

Um dem „Zick-Zack-Kurs“ entgegen zu wirken, verwenden einige Verfahren den deflektierten Gradienten

$$d_k = -\lambda_k \text{grad}f(x_k) \quad (5.19)$$

Beim NEWTON-Verfahren wird der Faktor λ_k aus der HESSE-Matrix von $f(x)$ bestimmt, um eine optimale Schrittweite zu erreichen. Die HESSE-Matrix enthält die zweiten Ableitungen der Funktion nach den Veränderlichen:

$$[H] = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

Die Zielfunktion $f(x)$ kann näherungsweise durch eine Taylorreihe an der Stelle x_k angegeben werden. Bricht man die Taylorreihe nach dem quadratischen Term ab, so erhält man:

$$\tilde{f}(x) = f(x_k) + \text{grad}f(x_k)^T(x - x_k) + \frac{1}{2}(x - x_k)^T H(x_k)(x - x_k) \quad (5.21)$$

Durch Nullsetzen der ersten Ableitung der Funktion $\tilde{f}(x)$ läßt sich das Minimum berechnen. Die Forderung $\text{grad}\tilde{f}(x) = 0$ liefert:

$$\text{grad}\tilde{f}(x) = \text{grad}f(x_k) + H(x_k)(x - x_k) = 0 \quad (5.22)$$

Mit Gleichung (5.22) muss ein lineares Gleichungssystem der Form $Ax + b = 0$ gelöst werden, bei dem die Koeffizienten A und b nicht konstant sind.

$$\begin{aligned} A &= H(x_k) \\ b &= \text{grad}f(x_k) - H(x_k)x_k \end{aligned}$$

Ein solches Gleichungssystem kann mit dem NEWTON-Verfahren gelöst werden. Hierbei lautet ein Iterationsschritt:

$$x_{k+1} = x_k + \Delta x_k \quad (5.23)$$

Übertragen auf das Optimierungsproblem ergibt sich unter Einführung der Schrittweite α_k der folgenden Iterationsschritt:

$$x_{k+1} = x_k - \alpha_k H^{-1}(x_k) \text{grad}f(x_k) \quad (5.24)$$

Zur Berechnung eines Iterationsschrittes muss die HESSE-Matrix $H(x_k)$ invertiert werden, d. h. es muss das lineare Gleichungssystem

$$H(x_k) \cdot \lambda_k = -\text{grad}f(x_k) \quad (5.25)$$

gelöst werden. Die Lösung h_k des Gleichungssystems führt wieder auf ein eindimensionales Optimierungsproblem:

$$f(x_k - \alpha_k \lambda_k) < f(x_k) \quad (5.26)$$

Beim NEWTON-Verfahren muss für jeden Iterationsschritt die HESSE-Matrix invertiert und damit ein lineares Gleichungssystem gelöst werden. Dies bedeutet großen rechentechnischen Aufwand. Daher gibt es zum NEWTON-Verfahren zahlreiche Varianten, die den Rechenaufwand vermindern.

Eine Möglichkeit besteht z. B. darin, die HESSE-Matrix $H(x)$ und die inverse Matrix $H^{-1}(x)$ nur im Startpunkt $x = x_0$ zu bestimmen. Dann vereinfacht sich der Iterationsschritt zu:

$$\lambda_k = -H^{-1}(x_0) \text{grad}f(x_k) \quad (5.27)$$

5.5.4 QUASI-NEWTON-Verfahren

Beim QUASI-NEWTON-Verfahren soll der Rechenaufwand durch Umgehung der Matrixinversion verringert werden. Hierbei wird die HESSE-Matrix iterativ berechnet. Bei der nullten Iteration wird mit dem steilsten Abstieg und der Einheitsmatrix gestartet:

$$d_0 = -\text{grad}f(x_0) \quad (5.28)$$

$$H_0 = E \quad (5.29)$$

Es existieren verschiedene Berechnungsvorschriften für die HESSEsche Matrix. Die meist verwendeten sind die *DFP-Formel* und die *BFGS-Formel*. Die Bezeichnung stammt aus den Initialen der Erfinder.

Nach DAVIDSON, FLETCHER, POWELL lautet die Iterationsvorschrift für die Matrix H :

$$H_{k+1} = H_k + \frac{p_k p_k^T}{p_k^T r_k} - \frac{H_k r_k r_k^T H_k}{r_k^T H_k r_k} \quad (5.30)$$

mit

$$r_k = -\text{grad}f(x_{k+1}) - \text{grad}f(x_k) \quad (5.31)$$

$$p_k = x_{k+1} - x_k \quad (5.32)$$

Nach BROYDEN, FLETCHER, GOLDFARB, SHANO lautet die Iterationsvorschrift für die Matrix H :

$$H_{k+1} = H_k + \left(1 + \frac{r_k^T H_k r_k}{p_k^T r_k}\right) \frac{p_k p_k^T}{p_k^T r_k} - \frac{p_k r_k^T H_k + H_k r_k p_k^T}{p_k^T r_k} \quad (5.33)$$

5.5.5 GAUSS-NEWTON-Verfahren

Das GAUSS-NEWTON-Verfahren ist speziell für die Methode der kleinsten Fehlerquadrate gedacht. Hier wird eine dem Ausgleichsproblem angepasste Approximation der HESSE-Matrix durchgeführt.

Bei der Parameteridentifikation hat die Zielfunktion die Form:

$$F(x, p) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (x_{i, \text{mess}} - \tilde{x}_i(p))^2 \rightarrow \min \quad (5.34)$$

Allgemein lautet die Zielfunktion für die kleinsten Fehlerquadrate einer Funktion $g(x)$:

$$g(x) = \frac{1}{2} \|e(x)\|_2^2 \quad (5.35)$$

Damit ist $e(x)$ der (gewichtete) Fehlervektor. Die JACOBI-Matrix von $e(x)$ lautet:

$$J(x) = \frac{de(x)}{dx} \quad (5.36)$$

Weiterhin ergeben sich der Gradient und die HESSE-Matrix von $e(x)$ zu:

$$\text{grad } e(x) = e^T(x)J(x) \quad (5.37)$$

$$H(x) = J^T(x)J(x) + Q(x) \quad (5.38)$$

Vernachlässigt man den Fehlerterm $Q(x)$, so kann die Suchrichtung allein durch Ableitungsterme erster Ordnung approximiert werden:

$$J^T(x)J(x)d_k = -J^T(x)e(x) \quad (5.39)$$

Probleme können auftreten, wenn der Term $Q(x)$ nicht vernachlässigt werden kann. Dies kann bei der Parameteridentifikation bei nichtmodellierten Effekten auftreten.

Das Verfahren von LEVENBERG-MARQUARDT ist eine Variation des GAUSS-NEWTON-Verfahren. Die Suchrichtung wird aus der Lösung der Gleichung

$$(J^T(x)J(x) + \alpha_k E)d_k = -J^T e(x), \quad (5.40)$$

mit $\alpha_k > 0$ und der Nebenbedingung $\|d_k\| < \Delta_k$ bestimmt.

5.5.6 Trust-Region-Verfahren

Bei den bisher vorgestellten Verfahren handelt es sich ausschließlich um Abstiegsverfahren. Bei jedem Iterationsschritt wird zunächst die Suchrichtung d_k bestimmt und anschließend eine eindimensionale Suche in Richtung d_k durchgeführt. Die Suchrichtung d_k ergibt sich aus der Lösung der quadratischen Optimierungsaufgabe:

$$\tilde{f}(d) = f(x_k) + \text{grad}f(x_k)^T d + \frac{1}{2}d^T H(x_k)d \quad (5.41)$$

Die Unterschiede zwischen den Verfahren liegen vor allem in der Berechnung der positiv semidefiniten HESSE-Matrix H_k .

Allerdings wird die quadratische Näherung der Funktion f nur lokal gut wiedergegeben. Trotzdem wird das globale Minimum von $\tilde{f}(d_k)$ gewählt.

Hier besteht der Unterschied zu den Trust-Region-Verfahren. Das Mini-

imum der Funktion $\tilde{f}(d_k)$ wird nur innerhalb eines sog. Vertrauensbereichs Δ_k (englisch trust-region) gesucht. Es ist nun ein Teilproblem mit einer Ungleichungsnebenbedingung zu lösen.

$$\min \tilde{f}(d) \quad \text{u.d.N.} \quad \|d\| \leq \Delta_k \quad (5.42)$$

Damit entfällt auch die Schrittweitenbestimmung. Außerdem ist die Bedingung, dass die HESSE-Matrix positiv definit sein soll, nicht mehr notwendig.

5.6 Optimierungsverfahren ohne Ableitungen für mehrere Variablen

Bei den Optimierungsverfahren, die keine Ableitungen der Zielfunktion verwenden, werden Suchrichtungen und zum Teil auch die Schrittweiten entweder heuristisch oder schematisch festgelegt. Solche Verfahren werden auch Suchstrategien genannt. Dabei muss man in Kauf nehmen, dass sich bei einem Iterationsschritt der Wert der Zielfunktion verschlechtern kann. Dadurch ist es aber eher möglich, lokale Minima zu überspringen als bei den Optimierungsverfahren mit Ableitungen. Diese Robustheit erkauft man sich mit größerer Rechenzeit.

5.6.1 Koordinatenstrategie / GAUSS-SEIDEL-Verfahren

Die einfachste und vielleicht älteste mehrdimensionale Suchmethode ist die *Koordinatenstrategie*. Dabei wird immer in Richtung der Einheitsvektoren gesucht. In der einfachsten Form wird eine konstante Schrittweite verwendet. Effektiver ist das Verfahren mit variabler Schrittweite und der Verwendung einer eindimensionalen Suchmethode zur Bestimmung des relativen Minimums in der Suchrichtung. Der Algorithmus lautet wie folgt:

- Schritt 1: Lege einen Startpunkt $x_{0,0}$, eine Genauigkeit $\varepsilon > 0$ für die eindimensionale Suche und eine Startschrittweite z.B. $\alpha_0 = 10 \cdot \varepsilon$ fest.
- Schritt 2: Suche durch Variation (Verdopplung) der Schrittweite ein Intervall $[a_i, b_i]$, in dem ein relatives Minimum der Zielfunktion in der Suchrichtung liegt.

- Schritt 3: Bestimme das relative Minimum im Intervall $[a_i, b_i]$ durch ein-dimensionale Suche.
- Schritt 4: Wähle das relative Minimum als neuen Punkt und setze die Suche mit der nächsten Koordinatenrichtung fort. Setze Schrittweite zurück \rightarrow Schritt 2
- Schritt 5: Wenn in allen Koordinatenrichtungen gesucht wurde, wähle wieder die erste Richtung

Das Ablaufdiagramm für die Koordinatensuche ist in Abbildung 5.7 dargestellt.

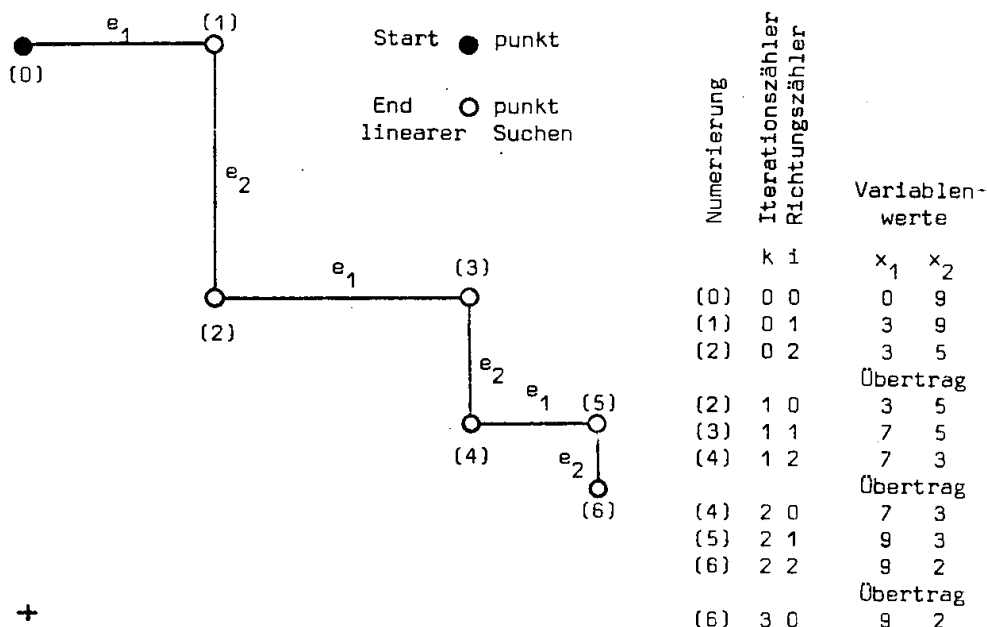


Abbildung 5.7: Strategie nach GAUSS und SEIDEL

5.6.2 Muster-Suche / Strategie von HOOKE und JEEVES

Die *Muster-Suche* von HOOKE und JEEVES wird auch als Optimierungsverfahren eingesetzt. Bei diesem Verfahren gehört zu jeder Iteration ein Tastzyklus. Dieser wird analog dem GAUSS-SEIDEL-Verfahren in Richtung der Einheitsvektoren durchgeführt. Während eines Zyklus bleibt die Schrittweite fest. Wird in der ersten Suchrichtung kein besserer Punkt gefunden, so wird ein Schritt in entgegengesetzter Richtung mit doppelter Schrittweite

durchgeführt. Dies wird für jede Suchrichtung vorgenommen. Eine lineare Suche wird nicht durchgeführt. Nach Beendigung eines Tastzyklus für alle Suchrichtungen wird durch den Startpunkt beim Beginn des Iterationsschrittes und des Endpunktes des Iterationsschrittes eine Verbindungslinie gelegt und der Startpunkt am Endpunkt entlang der Verbindungslinie gespiegelt (Extrapolation). Der Erfolg dieses Schrittes wird erst nach einem weiteren Tastzyklus überprüft. Abbildung 5.8 zeigt die Strategie an einem Beispiel.

5.6.3 Simplex-Strategie von NELDER und MEAD

Bei dieser Strategie wird anstelle eines Startpunktes ein $(n + 1)$ -Eck, *Simplex* genannt, verwendet. Dabei ist n die Dimension der Zielfunktion. An allen Eckpunkten wird der Wert der Zielfunktion bestimmt. Der Eckpunkt mit dem größten Funktionswert wird durch einen neuen ersetzt. Dieser ergibt sich aus Spiegelung am Mittelpunkt der verbleibenden n Ecken. Nach der Spiegelung wird geprüft, ob eine Expansion auf der Verbindungslinie des schlechtesten und des gespiegelten Punktes eine Verbesserung der Zielfunktion bringt. Bei der Iteration muss geprüft werden, ob der neue Punkt nicht wieder der schlechteste ist, da die Iteration nicht konvergiert. In diesem Fall wird der zweitschlechteste Funktionswert verwendet. Stagniert die Iteration, indem sie um den besten Eckpunkt rotiert, kann noch die Kantenlänge des n -Ecks halbiert werden. Abbildung 5.9 zeigt die Strategie an einem Beispiel. Der komplette Algorithmus ist ausführlich im Anhang dargestellt.

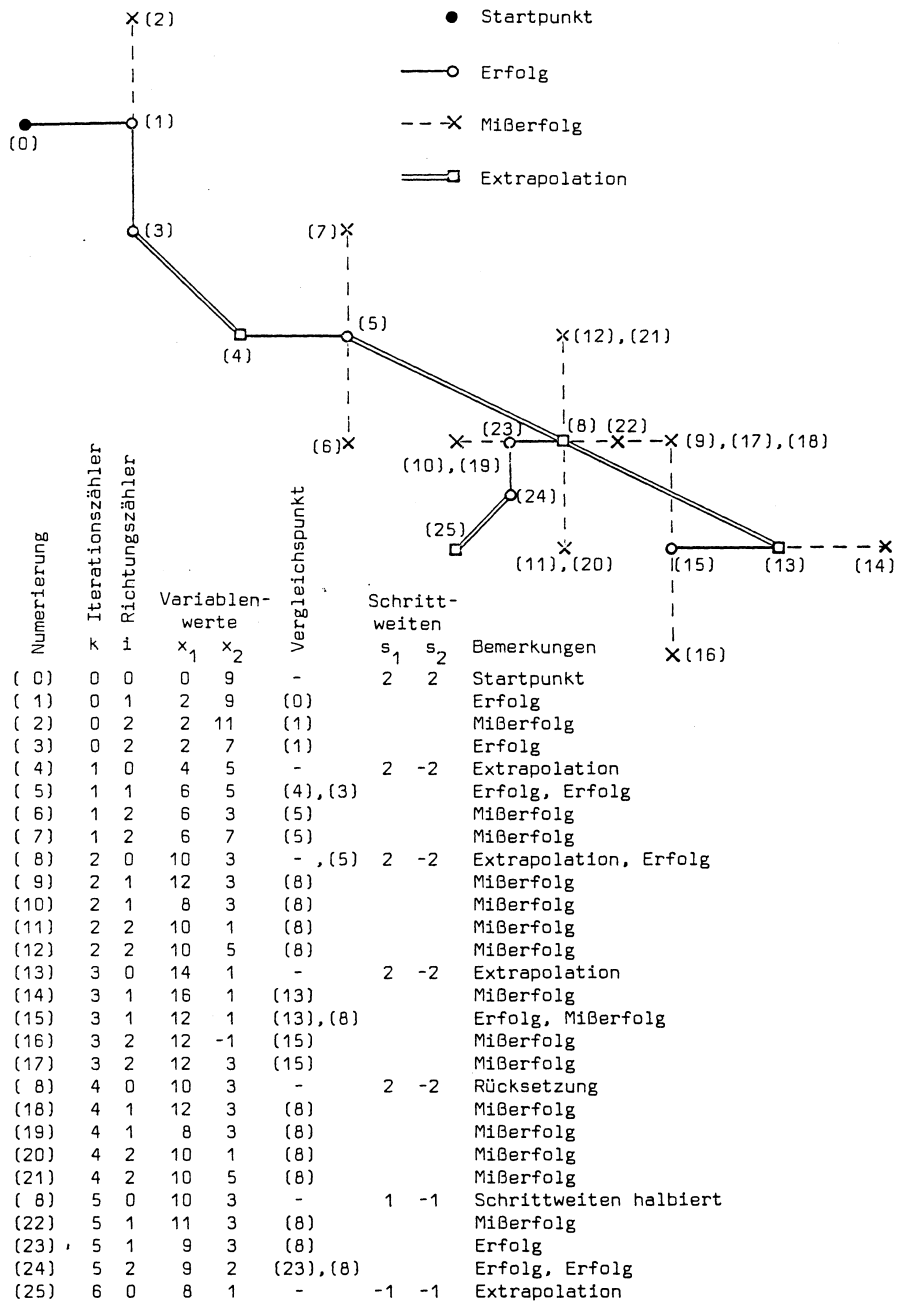
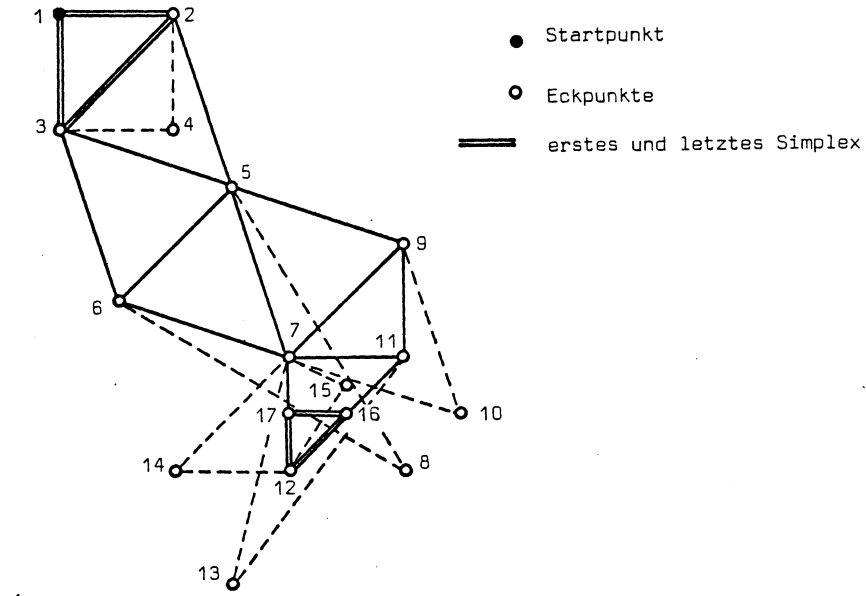


Abbildung 5.8: Strategie nach HOOKE und JEEVES



Iterationszähler	Simplexecken			neue Eckpunkte
	schlechteste		beste	
0	1	2	3	Startsimplex Reflexion Expansion (erfolgreich)
1	2	3	5	Reflexion
2	3	6	5	Reflexion
3	6	5	7	Reflexion Expansion (erfolglos)
4	5	9	7	Reflexion
5	9	11	7	Reflexion partielle Kontraktion außen
6	11	7	12	Reflexion Expansion (erfolglos)
7	17	16	12	Reflexion partielle Kontraktion innen totale Kontraktion

Abbildung 5.9: Simplex-Verfahren

5.7 Evolutionäre Algorithmen

Die Evolutionären Algorithmen (EA) oder Evolutionsstrategien (ES) gehören zu den auf Zufall basierenden Optimierungsverfahren. Dabei werden die Prinzipien der Evolutionstheorie nach Darwin verwendet. Die ES wurde von RECHENBERG [53], [54] und SCHWEFEL [57], [58], [59] in den siebziger Jahren entwickelt. Vor allen in den letzten Jahren wurden die ES erfolgreich auf die unterschiedlichsten Optimierungsprobleme angewendet [17], [41], [42].

Diese Optimierungsverfahren kann man zu den ableitungsfreien Verfahren zählen. In der Literatur wird aber häufig zwischen den Suchstrategien und den Zufallsstrategien unterschieden.

5.7.1 Algorithmen

Für die ES gibt es keinen fest vorgegebenen Algorithmus. Der Anwender kann verschiedene Komponenten – von RECHENBERG als „Spielzeichen“ bezeichnet – für die Optimierung verwenden und damit die Prinzipien der biologischen Evolution unterschiedlich stark in den Optimierungsalgorithmen berücksichtigen.

Der einfachste evolutionäre Algorithmus ist die (1+1)-gliedrige Evolutionsstrategie. Diese Notation zur Beschreibung des evolutionären Algorithmus wurde von SCHWEFEL [57] eingeführt. Auf sie wird im Verlauf des Kapitel 5.7.1 noch ausführlicher eingegangen.

Die Population besteht aus einem Elter, der ein Nachkommen hat. Durch zufällige Mutation werden die Eigenschaften des Nachkommens verändert. Dann wird die Qualität des Elters und des Nachkommen bestimmt. Der bessere der beiden überlebt und stellt den Elter für die nachfolgende Population⁶.

Das biologische Prinzip kann durch weitere Komponenten besser nachempfunden werden. Zunächst wird die Anzahl der Nachkommen erhöht. Man verwendet z. B. die (1+5)-gliedrige ES.

Ein wichtiger Schritt ist der Ausschluss der Eltern für die nachfolgende Population. Nur aus der Kinderpopulation werden die besten Nachkommen

⁶RECHENBERG und SCHWEFEL benutzen biologische Begriffe zur Beschreibung des ES. Für die Optimierung stellen die Eltern die zu optimierenden Parameter zum i -ten Iterationsschritt dar. Die Nachkommen sind Testparameter aus denen die Parameter für den nächsten Iterationsschritt bestimmt werden. Die Qualität entspricht dem Wert der Zielfunktion für die jeweiligen Parameter.

herausgesucht. Dadurch kann die Qualität von einem Iterationsschritt zum nächsten sinken. Für die gesamte Optimierung hat dies aber den Vorteil, dass die Gefahr, in einem lokalen Minimum „stecken zu bleiben“ geringer ist. Dieses Verfahren wird als (1,5)-gliedrige ES bezeichnet.

Als nächster Schritt wird die Vermischung nach dem Vorbild der sexuellen Fortpflanzung eingeführt. Aus der Elternpopulation werden zwei (oder mehr) zufällig ausgewählt. Ihre Eigenschaften (=Parameter) gehen jeweils zur Hälfte auf die Nachkommen über. Danach erfolgt Mutation, Bewertung und schliesslich Selektion.

5.7.2 Mutation-Selektion-Prinzip

Das Grundprinzip der ES ist von der Evolutionstheorie nach Darwin übernommen, das „Überleben des Stärkeren“. Ausgehend von einer Elternpopulation werden Nachkommen erzeugt, die sich in gewissem Maß von ihren Eltern unterscheiden (Mutation). Nun wird die Qualität der neuen Population bestimmt. Die Besten überleben und können im nächsten Schritt neue Nachkommen erzeugen (Selektion). Dabei ist zu unterscheiden, ob die Eltern weiterleben können, d.h. bei der Selektion mitberücksichtigt werden. Zur Beschreibung der ES hat SCHWEFEL eine Notation entwickelt. (1,3)-ES bedeutet, ein Elter erzeugt drei Nachkommen. Aus den Nachkommen wird der Beste bestimmt, der Elter wird nicht weiter berücksichtigt. Anders im Falle der (2+5)-ES. Hier erzeugen 2 Eltern fünf Nachkommen. Die Besten aus Eltern und Nachkommen überleben. Generell hat die +-Strategie den Nachteil, dass im ungünstigen Fall unsterbliche Eltern erzeugt werden und die Optimierung keine Fortschritte macht. Das gerade Beschriebene kann auch mathematisch formuliert werden. Der Variationsschritt lautet dann (für +- und ,- Strategie gleich):

$$\begin{aligned}
 x_{N1}^g &= x_E^g + z_1 \\
 x_{N2}^g &= x_E^g + z_2 \\
 &\vdots \\
 x_{N\lambda}^g &= x_E^g + z_\lambda
 \end{aligned}
 \tag{5.43}$$

Der Selektionsschritt lautet:

$$x_E^{g+1} = \text{Opt}\{x^g\} \quad (5.44)$$

5.7.3 Schrittweitenadaption

Mutationen erfolgen normalverteilt an den Nachkommen. Es stellt sich die Frage, wie groß der zulässige Bereich für die Mutationen ist. Während der Optimierung gibt es Bereiche, für die ein großer Mutationsbereich wünschenswert ist, damit z. B. lokale Minima übersprungen werden können. Befindet sich die Optimierung bereits in der Nähe des Optimums, so sollte der Mutationsbereich klein sein, um das Optimum treffen zu können.

Es wird deutlich, dass ein fester Mutationsbereich wenig Sinn macht. Entweder die Optimierung bleibt an einem lokalen Minimum „hängen“ oder konvergiert nicht. Daher wird die Mutationsweite mit jedem Optimierungsschritt angepasst. Dies nennt man Schrittweitenadaption. Aus der Schrittweite δ wird die Mutationsbreite berechnet:

$$\delta_{Ni}^g = \delta_E^g \xi_i \quad (5.45)$$

Nach RECHENBERG [54] wählt man für ξ_i :

$$\xi_1 = \xi_2 = \xi_{\lambda/2} = \alpha \quad (5.46)$$

$$\xi_{\lambda/2+1} = \xi_{\lambda/2+2} = \xi_\lambda = \frac{1}{\alpha} \quad (5.47)$$

Dabei hat sich $\alpha = 1,3$ bewährt. Die Mutationschrittweite des besten Nachkommen wird die Schrittweite des nächsten Optimierungsschrittes.

$$\xi_E^{g+1} = \xi_{NB}^g \quad (5.48)$$

6 Bestimmung der Sättigungsparameter aus Feldberechnung

Bei der Parameteridentifikation muss für jeden Parameter ein Startwert angegeben werden. Von der Wahl des Parameters hängt ab, ob die Identifikation gute Ergebnisse liefert. Für die Sättigungsparameter liegen oft keine Informationen über ihren Wertebereich vor. Daher wird versucht, mit Hilfe der numerischen Feldberechnung gute Startwerte für die Identifikation zu finden. Darüber hinaus wird überprüft, ob dieses Verfahren eine Alternative zur Bestimmung der gesuchten Parameter ist.

6.1 Berechnung von Induktivitäten

Die Parameter sollen mit Hilfe der stationären, numerischen Feldberechnung ermittelt werden. Hierzu kommt das Programm FEMAG zum Einsatz. Am Beispiel eines Einphasenmodelltransformators wird gezeigt, wie Koppel- und Streuinduktivitäten des Transformators durch Einsatz der numerischen Feldberechnung ermittelt werden können.

Die numerische Feldberechnung löst die Feldgleichung

$$\Delta \vec{A} = -\mu \vec{J} \quad (6.1)$$

Aus dem magnetischen Vektorpotential \vec{A} können dann die anderen magnetischen Feldgrößen \vec{H} , \vec{B} und Φ berechnet werden.

Für ein 2D-Problem berechnet sich der magnetische Fluss pro Länge aus den Vektorpotentialen \vec{A}_1 und \vec{A}_2 zu:

$$\Phi' = \vec{A}_2 - \vec{A}_1 \quad (6.2)$$

Aus dem Fluss Φ kann die Induktivität L berechnet werden.

$$L = \frac{\Phi}{I} \quad (6.3)$$

Für einen Einphasentransformator – also zwei magnetisch gekoppelte Stromkreise – gilt:

$$\Psi_1 = L_1 i_1 + M_{1,2} i_2 \quad (6.4)$$

$$\Psi_2 = M_{2,1} i_1 + L_2 i_2 \quad (6.5)$$

$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M_{1,2} \frac{di_2}{dt} \quad (6.6)$$

$$u_2 = M_{2,1} \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} \quad (6.7)$$

Dabei ist die Eigeninduktivität L die Summe aus Streuinduktivität L_σ und Gegeninduktivität M .

$$L_1 = L_{\sigma 1} + M_{1,2} \quad (6.8)$$

$$L_2 = L_{\sigma 2} + M_{2,1} \quad (6.9)$$

6.1.1 Eigeninduktivitäten

Der Modelltrafo trägt zwei Wicklungen mit je 100 Windungen. Die Permeabilität des Eisens wird mit $\mu_r = 1000$ als konstant angenommen.

Für die erste Rechnung wird in eine Wicklung ein Strom $I_1 = 1A$ eingespeist, die zweite Wicklung ist stromlos. Die Feldberechnung liefert als Ergebnis:

$$\Psi'_1 = 0,9108 \cdot 10^{-3} \frac{Vs}{mm} \Rightarrow L'_1 = 0,9108 \cdot 10^{-5} \frac{H}{mm}$$

Abbildung 6.1 zeigt die Feldverteilung im Leerlauf.

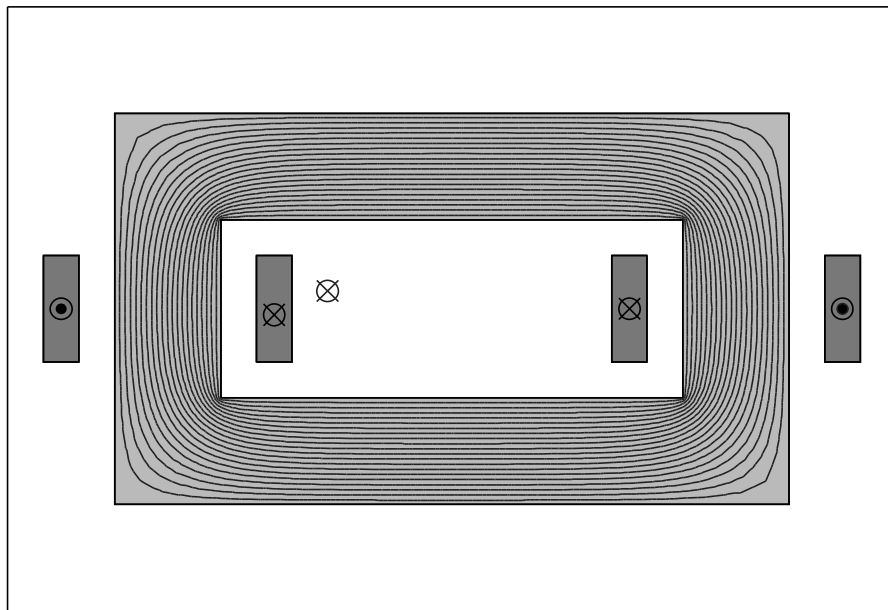


Abbildung 6.1: Feldverlauf im Leerlauf

6.1.2 Streuinduktivitäten

Unter dem Streufluss versteht man den Anteil des Hauptflusses der ersten Spule, der die zweite Spule nicht durchsetzt. Zur Berechnung des Streuflusses wird daher die sog. Nutzfeldleere berechnet, d. h. der Fluss der ersten Spule ist nicht mit der zweiten Wicklung verknüpft. Das entspricht dem Fall des sekundärseitigen Kurzschlusses. Da die Streuinduktivität deutlich kleiner als die Gegeninduktivität ist, ist dies der beste Weg, die Streuinduktivität ausreichend genau zu bestimmen. Die Feldberechnung liefert:

$$\Psi'_1 = 0,8595 \cdot 10^{-4} \frac{Vs}{mm} \Rightarrow L'_{\sigma 1} = 0,8595 \cdot 10^{-6} \frac{H}{mm}$$

Abbildung 6.2 zeigt die Feldverteilung im Kurzschluss.

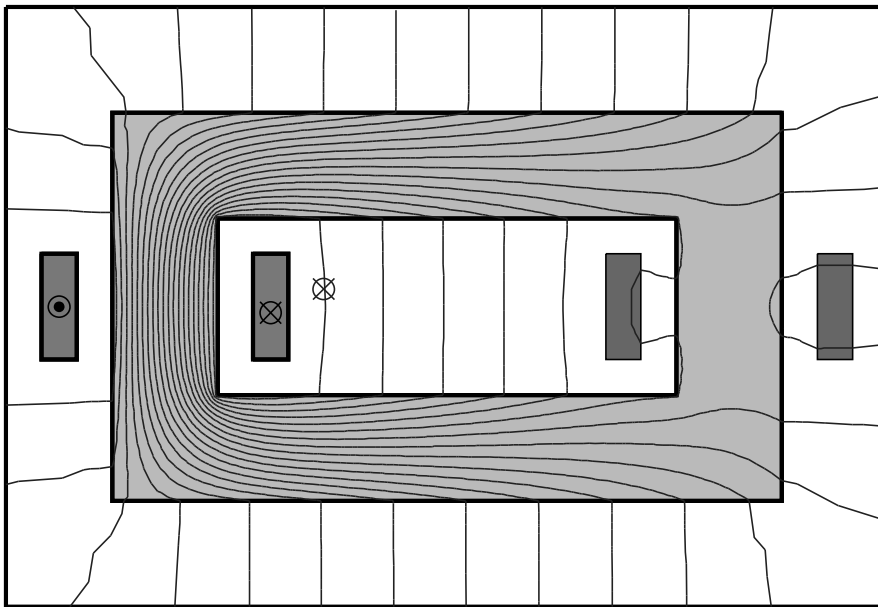


Abbildung 6.2: Feldverlauf im Kurzschluss

6.2 Berechnung der Ständerstreuinduktivität einer Synchronmaschine

Bei der Berechnung der Ständerstreuinduktivität einer Synchronmaschine wird nach dem in Kapitel 6.1.2 vorgestellten Prinzip vorgegangen. Der Unterschied zum Einphasentransformator ist, dass hier mehrere Stromkreise berücksichtigt werden müssen.

Der Ständer einer Synchronmaschine hat i.d.R. drei Stränge. Davon wird in einem Strang ein Strom eingespeist. Für diesen Strang wird die Streuinduktivität berechnet. Die anderen Stränge sind kurzgeschlossen, d.h. kein Fluss von Strang 1 ist mit Strang 2 bzw. 3 gekoppelt. Dasselbe gilt für die Rotorwicklungen, also die Erreger- und die Dämpferwicklung der Synchronmaschine. Häufig sind die Keile der Synchronmaschine aus leitfähigem Material und wirken als Dämpfer. Auch diese werden als kurzgeschlossene Wicklung berücksichtigt.

Neben den Dämpferkreisen fließen im Rotoreisen während des Kurzschlusses Wirbelströme [9]. Diese haben dieselbe Wirkung wie die Dämpfer. In [38] schlägt LORY vor, die oberen Schichten des Rotoreisens als stromführende Gebiete zu modellieren, um diese Ströme bei der Streufeldberechnung zu berücksichtigen.

Auf diese Weise wird die Streuinduktivität einer 775-MVA-Synchronmaschine berechnet. Abbildung 6.3 zeigt den Verlauf des Streufeldes. In der gezeichneten Wicklung wird der Nennstrom eingespeist. Die kurzgeschlossenen Wicklungen sind nicht gezeichnet.

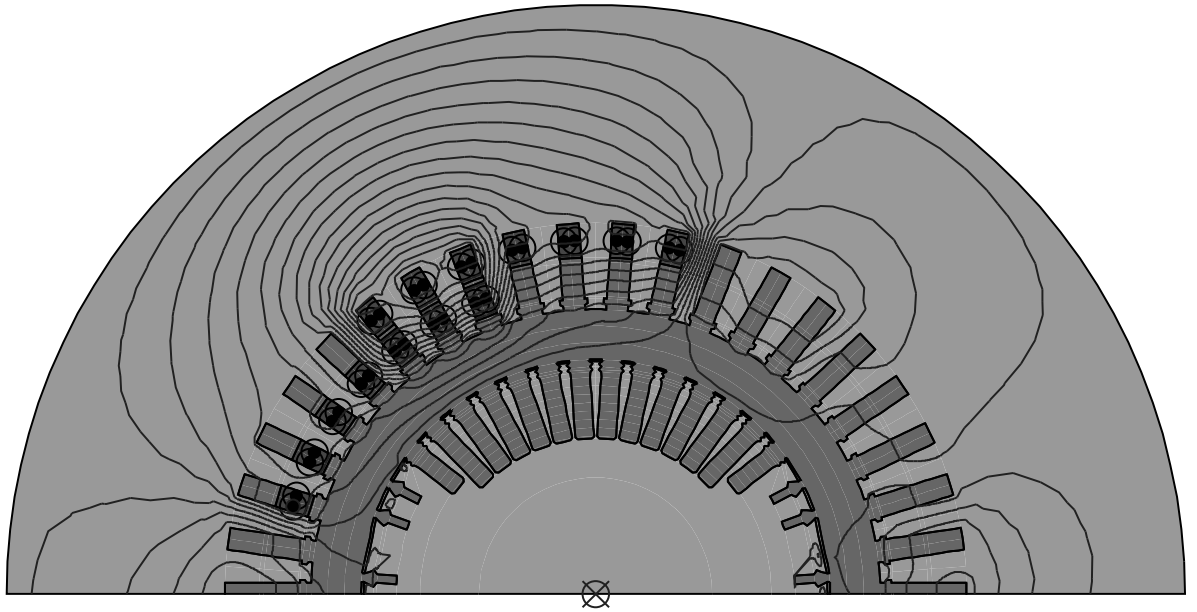


Abbildung 6.3: Ständerstreuflussfeld eines Stranges einer Synchronmaschine – die übrigen Ständer- und Rotorwicklungen sind kurzgeschlossen

Als Ergebnis der Feldberechnung erhält man den Streufluss des Ständerstranges pro Längeneinheit Ψ'_{as} . Daraus lässt sich nach 6.12 die Ständerstreureaktanz x_{as} berechnen.

$$x_{as} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \Psi'_{as} \cdot l_{Fe} \quad (6.12)$$

Abbildung 6.4 zeigt die Abhängigkeit der Ständerstreureaktanz x_{as} als Funktion des Ständerstromes.

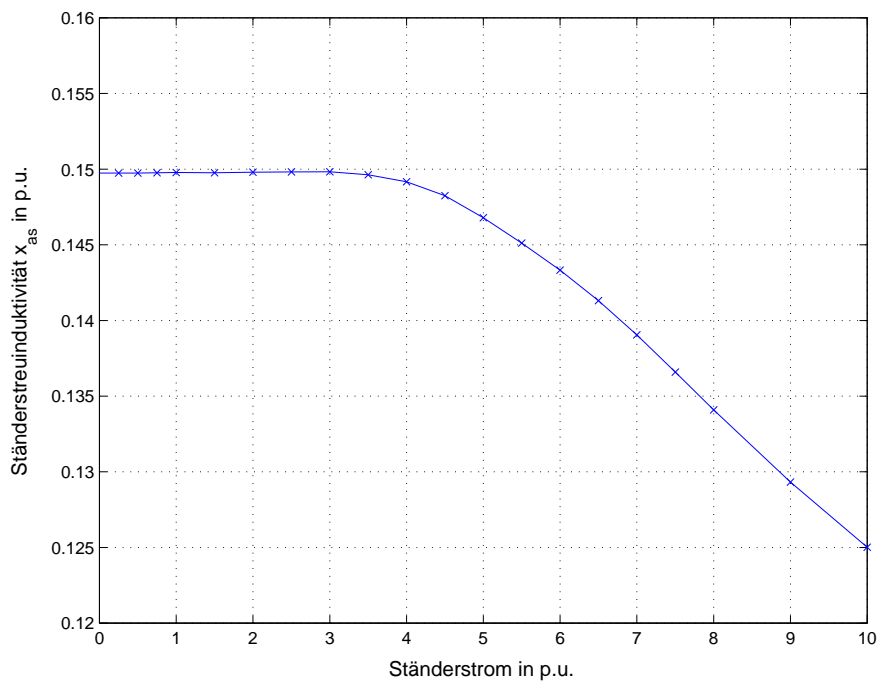


Abbildung 6.4: Ständerstrefeld einer Synchronmaschine

Nach demselben Prinzip kann auch die Streuinduktivität für den Erreger- bzw. Dämpferkreis berechnet werden. Es ist auch auf die Asynchronmaschine übertragbar. Hier fallen Dämpferkreise sowie die leitenden Eisenbereiche weg.

6.3 Übertragung der Ergebnisse auf das Ersatzschaltbild

Bei der Beschreibung einer elektrischen Maschine mit Hilfe von Ersatzschaltbildern wird das magnetische Feld nicht direkt modelliert, sondern in Teilfelder unterteilt. Diese sind den einzelnen Induktivitäten des Ersatzschaltbildes zugeordnet. Physikalisch gibt es nur ein Feld in der Maschine und eine Aufteilung des Feldes in Teilfelder ist nur für einen linearen magnetischen Kreis möglich. Diese Problematik ist schon im Kapitel 4.1 diskutiert worden. Eine wichtige Aussage war, dass eine Trennung der Felder zulässig ist, wenn ein Feldanteil dominiert. Diese Voraussetzung wird bei der Berechnung der Sättigungsabhängigkeit der Induktivitäten berücksichtigt, indem diese aus dem Kurzschluss (Nutzfeldleere) ermittelt werden. Beim Kurzschluss sind

die Streufelder dominant.

Im vorherigen Kapitel wurde die Sättigungsabhängigkeit der Streuinduktivität einer Ständerwicklung berechnet. Die Streuinduktivität $L_{a\sigma}$ aus dem *Parkschen*-Modell der Synchronmaschine entspricht der Streuinduktivität eines Stranges unter der Voraussetzung eines linearen magnetischen Kreises. Verwendet man die gewonnenen Ergebnisse aus der Feldberechnung für die Berechnung eines dreipoligen Klemmenkurzschlusses, so ändert sich das Ständerstreu Feld der Maschine. Um den Fehler geringer zu halten, ist das folgende Vorgehen denkbar. Die Ergebnisse der Feldberechnung werden als Startwerte für die Parameteridentifikation verwendet. Dabei werden zwei Ansätze verfolgt. Der berechnete Funktionsverlauf der Induktivität als Funktion des Stromes wird über eine geeignete Ansatzfunktion nachgebildet. Hier können dieselben Funktionen verwendet werden, die im Kapitel 4.5.3 vorgestellt wurden. Beim zweiten Ansatz wird der berechnete Funktionsverlauf punktweise jeder Induktivität des Ersatzschaltbildes zugewiesen, Zwischenwerte können interpoliert werden. Eine Anpassung erfolgt über zwei freie Parameter, einen konstanten, sättigungsunabhängigen Term und einen Korrekturfaktor. Es wird angesetzt:

$$x_{a\sigma, Park} = p_1 x_{a\sigma, FE} + p_2 \quad (6.13)$$

Dabei ist $x_{a\sigma, Park}$ der Wert der Ständerstreuinduktivität für das *Parksche* Modell, $x_{a\sigma, FE}$ der Wert der Ständerstreuinduktivität aus der Feldberechnung. Der Faktor p_2 beschreibt den sättigungsunabhängigen Anteil der Ständerstreuung, insbesondere aus dem Stirn- und Wickelkopfbereich. Dieser Anteil kann bei der 2D-Feldberechnung nicht berücksichtigt werden.

Schwieriger erscheint die Berechnung der Sättigungsabhängigkeit der Rotorstreuinduktivitäten mit Hilfe der stationären Feldberechnung. Die Implementierung der ermittelten Sättigungsabhängigkeit der Rotorstreuinduktivität bei Asynchronmaschinen mit Stromverdrängungsläufern ist nicht direkt möglich. Um Stromverdrängungseffekte zu modellieren, werden – wie in Kapitel 4.8 dargestellt – Kettenleiter verwendet. Die Feldberechnung liefert aber die Sättigungsabhängigkeit für die gesamte Streuinduktivität. Da im Modell der Asynchronmaschine mit Sättigung auch nur eine Rotorstreuinduktivität

als sättigungsabhängig angenommen wird, kann die aus der Feldberechnung ermittelte Abhängigkeit dieser Induktivität zugeschlagen werden und daraus Startwerte für die Optimierung analog den Ansätzen für die Statorstreuinduktivität gewonnen werden. Eine Anpannung der Ergebnisse aus der Feldberechnung mit Hilfe der Optimierung muss hier unbedingt erfolgen.

Ein ähnliches Problem tritt bei der Berechnung der Sättigungsabhängigkeit der Rotorstreuinduktivitäten der Synchronmaschine, also der Streuinduktivität der Erreger- und Dämpferwicklung auf. Die Zerlegung des magnetischen Flusses in die d - q -Achsen kann bei der Feldberechnung nicht berücksichtigt werden. Wird im Ersatzschaltbild der Synchronmaschine nur ein Erregerkreis in der d -Achse verwendet, läßt sich die Sättigungsabhängigkeit der Erregerstreuinduktivität direkt aus der Feldberechnung bestimmen. Bei der Streuinduktivität der Dämpferwicklung kann nur die Sättigungsabhängigkeit der gesamten Dämpferstreuung berechnet werden. Diese kann gleich auf d - und q -Achse verteilt und als Startwert für die Parameteridentifikation verwendet werden.

7 Ergebnisse

7.1 Vorgehensweise

Für die im Kapitel 4 vorgestellten Maschinenmodelle werden die Parameter identifiziert. Dabei wird der Einschaltvorgang für Spule, Transformator, Gleichstrom- und die Asynchronmaschine bzw. der Stoßkurzschluss bei der Synchronmaschine gemessen und daraus die Parameter identifiziert.

7.1.1 Messwerte

Zum Testen der Optimierungsalgorithmen werden im ersten Schritt die Parameter aus Simulationsergebnissen zurückgerechnet. D. h. es werden keine realen Messwerte, sondern Simulationsergebnisse verwendet. In diesem Fall existiert für das Optimierungsproblem eine eindeutige Lösung und damit wird an den Optimierungsalgorithmus die Anforderung gestellt, die Parameter sehr genau zu identifizieren. Dieser Schritt dient dazu, Schwierigkeiten bei der Identifikation zu erkennen. Es wird vor allem darauf geachtet, ob speziell die Ersatzschaltbildelemente gut bestimmt werden können, bei denen der jeweilige Strom nicht gemessen werden kann, also z. B. Rotorstrom einer ASM oder der Strom im Dämpfer einer SM.

In diesem Fall liegen ideale Messwerte vor. Alle Parameter, die für diese Fälle nicht identifiziert werden können, sind auch mit realen Messwerten nicht bestimmbar. Also ist dies ein wichtiger Test der Identifikationsalgorithmen.

Im nächsten Schritt geht man von den Simulationsergebnissen der Ersatzschaltbilder auf Simulationsergebnisse der numerischen Feldberechnung über. Damit kommt man der realen Maschine sehr nah. Der Vorteil der Simulationsergebnisse ist der, dass die „Messwerte“ unter idealen Bedingungen erzeugt werden können. Die Messwerte sind nicht verrauscht, alle Schaltvorgänge verlaufen ideal und das speisende Netz ist starr. Damit treten keine störenden Effekte auf, man betrachtet nur die Maschine und ihre parasitären Effekte. Hier kann man von quasi-realen Messwerten sprechen. Die Maschine selbst verhält sich vergleichbar einer realen Maschine. Allerdings können die Messwerte rausch- und fehlerfrei gemessen werden, was für reale Messungen nicht möglich ist. Für die Optimierungsalgorithmen ist das wichtig, wenn Verfahren verwendet werden, welche Ableitungen der Zeitverläufe nach der Zeit

verwenden. Bei verrauschten Messwerten wird der Fehler und das Rauschen durch die Ableitung verstärkt. Das kann so stark sein, dass die Messwerte unbrauchbar sind.

Aufgrund der umfangreichen und langen Berechnungen wird dieser Schritt nur bei den Drehfeldmaschinen angewendet.

Im letzten Schritt werden dann Messungen an realen Maschinen durchgeführt und daraus die Parameter bestimmt. Dabei wird die Optimierung mit realen Messwerten durchgeführt.

7.1.2 Startparameter

Die Wahl der Startparameter ist ein wichtiger Faktor für die Parameteridentifikation. Sind die Startparameter schlecht gewählt, können die richtigen Parameter unter Umständen nicht gefunden werden. Bei den meisten Maschinen sind die Parameter der linearen Ersatzschaltbilder bekannt und können als Startwert verwendet werden. Schwieriger ist dies bei der Wahl der Sättigungsparameter, da häufig nicht einmal die Größenordnung der Parameter bekannt ist. Dadurch steigt der Anspruch an den Optimierungsalgorithmus. Es wird also auch untersucht werden, inwieweit die Parameteridentifikation auch bei schlecht gewählten Startparametern gute Ergebnisse liefert.

Leicht zu messende Parameter – wie der Wicklungswiderstand des Ständers – werden immer vorgegeben. Gängige Vereinfachungen wie z.B. der Ansatz $L_{\sigma s} = L'_{\sigma r}$ für die Streuinduktivitäten der Asynchronmaschine werden benutzt.

7.1.3 Überprüfung der Ergebnisse

Eine gute Übereinstimmung zwischen den gemessenen und mit den identifizierten Parametern berechneten Stromverläufen allein ist noch kein hinreichendes Merkmal, dass die Parameter richtig bestimmt worden sind.

Einige Parameter können aus den Wicklungsdaten und der Maschinengeometrie berechnet werden. Dann können die berechneten und identifizierten Parameter direkt miteinander verglichen werden. Bei den Sättigungsparametern ist das nicht möglich. In einigen Fällen können die Parameter mit Hilfe der numerischen Feldberechnung überprüft werden. Dazu muss die Neukurve vom Stator- und Rotorblech bekannt sein.

Eine andere Möglichkeit ist es, einen weiteren transienten Vorgang an der Maschine zu messen und mit den zuvor identifizierten Parametern zu simulieren. Stimmen auch hier gemessener und berechneter Stromverlauf gut überein, kann davon ausgegangen werden, dass die Parameter richtig identifiziert wurden. So können die Parameter der Maschine z. B. aus dem Hochlauf identifiziert und mit dem Stoßkurzschlussversuch überprüft werden.

7.1.4 Wahl der Ansatzfunktionen

Im Kapitel 4.5 sind eine Vielzahl möglicher Ansatzfunktionen vorgestellt worden. Eine Spule mit Eisenkern läßt sich durch ein mathematisch einfaches Modell – einer nichtlinearen Differentialgleichung erster Ordnung – beschreiben. Anhand dieses Beispiels werden alle hier vorgestellten Ansatzfunktionen verwendet und überprüft, mit welchem Ansatz die besten Resultate erzielt werden können. Diese werden dann für die verschiedenen Maschinentypen verwendet.

7.1.5 Wahl des Optimierungsverfahrens

Die Anforderungen bezüglich des Optimierungsverfahrens sind im Bezug auf die Robustheit sehr hoch, da gerade bei den Drehfeldmaschinen sehr viele Parameter zu bestimmen sind und für die Sättigungsparameter keine guten Startwerte vorliegen. Die Rechenzeit ist hingegen von geringerer Bedeutung, da die Parameteridentifikation hier nur zur Modellbildung dient und damit für jede Maschine nur einmal durchgeführt werden muss.

Aus diesen Vorgaben werden Optimierungsverfahren ohne Ableitungen gewählt. Von den hier vorgestellten Verfahren sollen zunächst die Simplex-Strategie nach NELDER und MEAD und die Evolutionären Algorithmen verwendet werden. Da für alle Anwendungsfälle mit der Einfachschießmethode gute Ergebnisse erzielt werden konnten, kam das Mehrfachschießverfahren nicht zum Einsatz.

7.2 Spule mit Eisenkern

Die einfachste denkbare Anordnung ist eine Spule mit Eisenkern. Hieran sollen vor allem die unterschiedlichen, in Kap. 4.5 vorgestellten Ansatzfunktionen zur Beschreibung der Sättigung getestet werden. Die Ansatzfunktionen,

welche dabei die besten Ergebnisse liefern, werden dann für die Parameteridentifikation bei den rotierenden Maschinen übernommen.

Für die Untersuchung steht eine Experimentierspule der Firma PHYWE zur Verfügung. Die Spule hat 400 Windungen und einen viereckigen Eisenkern. Mit einigen Papierlagen wird ein kleiner Luftspalt erzeugt (vgl. Kap. 4.2.2). Zur Bestimmung der Sättigungsparameter und des Wicklungswiderstands wird der Einschaltstrom der Spule für 50-Hz Wechselstrom mit $U_{eff} = 50$ V gemessen. Nun werden für alle in Kap. 4.5 vorgestellten Ansatzfunktionen die Parameter p_1 , p_2 und ggf. L_0 bzw. L_{sat} aus dem gemessenen Einschaltstrom bestimmt. Die für die jeweilige Ansatzfunktion ermittelten Parameter sind in den Tabellen 7.1 bis 7.3 zusammengefasst.

Um die Güte der Parameter beurteilen zu können, wird der Fehler e zwischen dem gemessenen Strom i_{mess} und berechneten Strom i_{sim} gemäß

$$e = \sum_{i=1}^N \frac{(i_{i,mess} - i_{i,sim})^2}{\max(i_{i,mess})^2} \quad (7.1)$$

berechnet. Darin ist N die Anzahl der Messpunkte.

Darüberhinaus werden für dieselben Messwerte die Parameter R und L für ein lineares Spulenmodell bestimmt. Damit soll gezeigt werden, dass nur unter Berücksichtigung der Sättigung der gemessene Stromverlauf richtig nachgebildet werden kann. Abbildung 7.1 zeigt den gemessenen und simulierten Stromverlauf beispielhaft für die Ansatzfunktion $i = p_1\Psi + p_2\Psi^7$; Abbildung 7.2 für das lineare Spulenmodell.

Ansatz $\Psi = f(i)$

	p_1	p_2	R	Fehler e
$\Psi_1 = p_1 \arctan(p_2 i)$	0,25	0,460	2,28	0,05
$\Psi_2 = p_1 \tanh(p_2 i)$	7,95	0,012	1,94	0,51
$\Psi_3 = p_1 \sinh(p_2 i)$	0,643	0,143	2,16	0,53
$\Psi_4 = \frac{p_1 i}{p_2 + \text{abs}(i)}$	0,117	0,945	2,42	0,17

Tabelle 7.1: Ergebnisse der Parameteridentifikation für eine Spule mit Eisenkern

Ansatz $i = f(\Psi)$

	p_1	p_2	R	Fehler e
$i_1 = p_1 \Psi + p_2 \Psi^3$	8,32	72,33	2,060	0,1162
$i_2 = p_1 \Psi + p_2 \Psi^5$	9,96	1181,1	2,0313	0,0945
$i_3 = p_1 \Psi + p_2 \Psi^7$	9,52	16849	2,00	0,0786
$i_4 = p_1 \Psi + p_2 \Psi^9$	10,12	$2,7 \cdot 10^5$	2,00	0,11866
$i_5 = p_1 \arctanh(p_2 \Psi)$	2,51	3,54	2,098	0,118
$i_6 = p_1 \tan(p_2 \Psi)$	2,19	4,00	2,060	0,1336

Tabelle 7.2: Ergebnisse der Parameteridentifikation für eine Spule mit Eisenkern

Ansatz $L = f(i)$

	p_1	p_2	L_0 bzw. L_{sat}	Fehler e
$L_1 = L_0 - p_1 \arctan(p_2 i)$	0,0348	0,362	0,1260	0,129
$L_2 = L_0 - p_1 \tanh(p_2 i)$	0,0602	17,29	0,1533	0,470
$L_3 = L_{sat} \frac{p_1}{p_2 + i^2}$	0,4981	7,245	0,0485	0,053
$L_4 = \frac{p_1}{\sqrt{p_2 + i^2}}$	0,1348	4,5130	0,0569	0,070

Tabelle 7.3: Ergebnisse der Parameteridentifikation für eine Spule mit Eisenkern

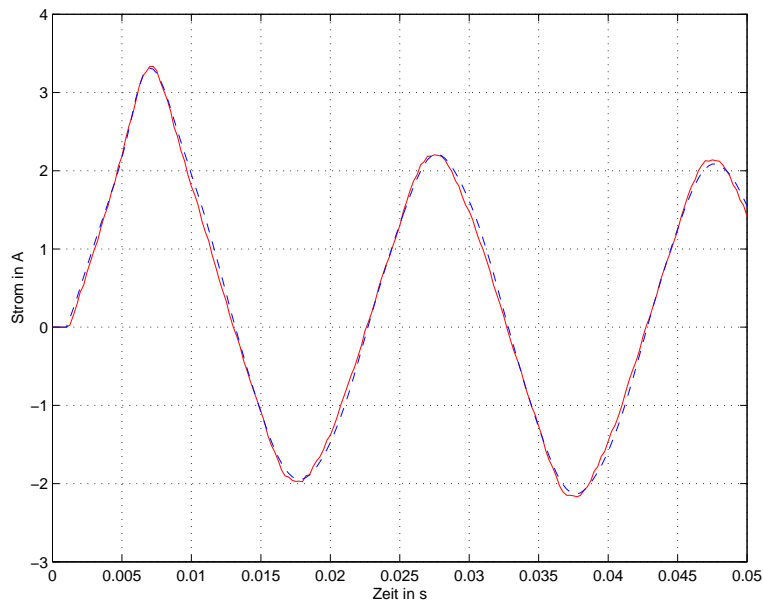


Abbildung 7.1: Gemessener (rot) und berechneter (blau) Einschaltstrom für eine Spule mit Eisenkern – die Sättigung wird mit dem Ansatz $i = p_1\Psi + p_2\Psi^7$ nachgebildet

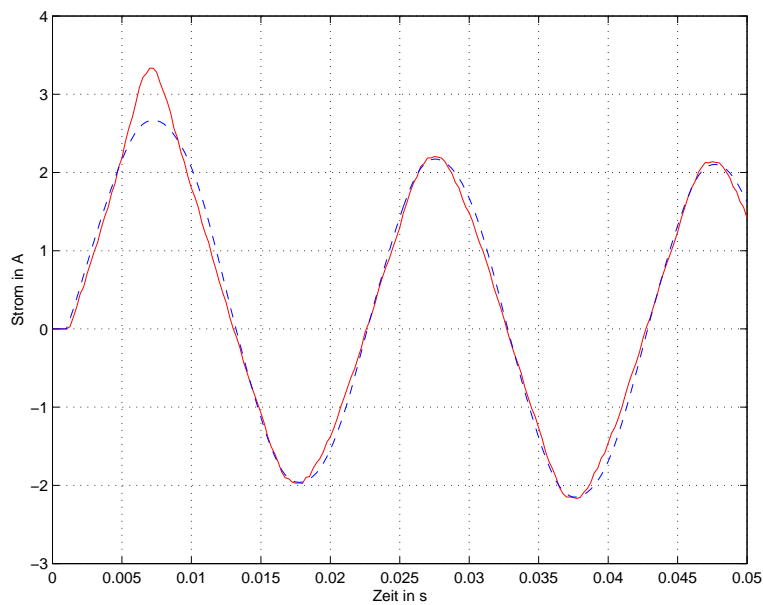


Abbildung 7.2: Gemessener (rot) und berechneter (blau) Einschaltstrom für eine Spule mit Eisenkern – linearer magnetischer Kreis

Die Ergebnisse in Tabelle 7.1 bis 7.3 zeigen, dass die Sättigung mit den verschiedenen Ansatzfunktionen unterschiedlich gut modelliert werden kann. Der Fehler nach 7.1 ist bei den Ansatzfunktionen

$$\begin{aligned}\Psi_1 &= p_1 \arctan(p_2 i) \\ i_3 &= p_1 \Psi + p_2 \Psi^7 \\ L_3 &= L_{sat} \frac{p_1}{p_2 + i^2}\end{aligned}$$

minimal.

Bei den Ansatzfunktionen $L = f(i)$ müssen im Vergleich zu den anderen Ansätzen drei Parameter identifiziert werden. Da für diese Ansatzfunktionen keine besseren Ergebnisse erzielt werden konnten, werden die Ansatzfunktionen $L = f(i)$ im Weiteren nicht mehr berücksichtigt.

Die Abbildungen 7.1 und 7.2 zeigen, dass nur mit einem Sättigungsmodell der gemessene Stromverlauf richtig nachgebildet werden kann. Für den linearen magnetischen Kreis beträgt der Fehler bei der Parameteridentifikation zwischen gerechnetem und gemessenem Strom $e = 0,533$. Er liegt damit ungefähr um den Faktor 10 höher als bei Verwendung geeigneter Sättigungsmodelle.

Besonders deutlich ist der Einfluss in der ersten Stromspitze. Mit dem Sättigungsmodell wird diese richtig nachgebildet ; beim linearen Modell liegt der Fehler

$$e_{max} = \frac{|\max(i_{mess}) - \max(i_{sim})|}{\max(i_{mess})}$$

bei $e_{max} = 19,8\%$.

7.3 Kollektormaschinen

Zur Identifikation der Parameter wird der Hochlauf eines 50-W-Universal-motors gemessen. Darauf sollen die Parameter R, c_1, p_1 und p_2 ermittelt werden. Abbildung 7.3 zeigt den Verlauf der gemessenen und berechneten Einschaltströme. Die Verläufe der beiden Ströme stimmen gut überein. Der größte Fehler tritt bei der ersten Spitze auf. Der nichtsinusförmige Verlauf des Stromes wird durch das Modell gut nachgebildet.

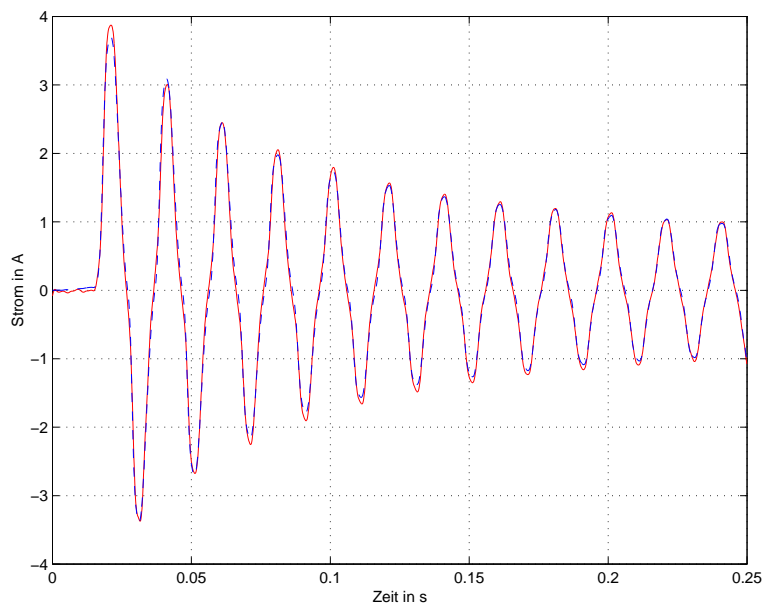


Abbildung 7.3: Gemessener (rot) und berechneter (blau) Einschaltstrom eines 50-W-Universalmotors

Die gute Übereinstimmung zwischen gemessenem und berechnetem Strom allein ist noch kein ausreichendes Kriterium dafür, dass die identifizierten Parameter richtig sind. Zur Überprüfung der berechneten Parameter wird der Motor an einen Wechselstromsteller angeschlossen und der Einschaltstrom für einen Steuerwinkel von $\alpha = 45^\circ$ gemessen. Derselbe Vorgang wird mit den aus dem ersten Versuch ermittelten Parametern simuliert. Abbildung 7.4 zeigt das Schema des Versuchsaufbau, Abbildung 7.5 zeigt den gemessenen und berechneten Einschaltstrom.

Darüberhinaus werden die Parameter R , L und c_1 für den Universalmotor unter Verwendung eines Modell mit linearem magnetischen Kreis bestimmt. Abbildung 7.6 zeigt den Verlauf des gemessenen und des berechneten Einschaltstroms. Der Fehler im Anlaufstrom ist für beide Modelle in Abbildung 7.7 dargestellt.

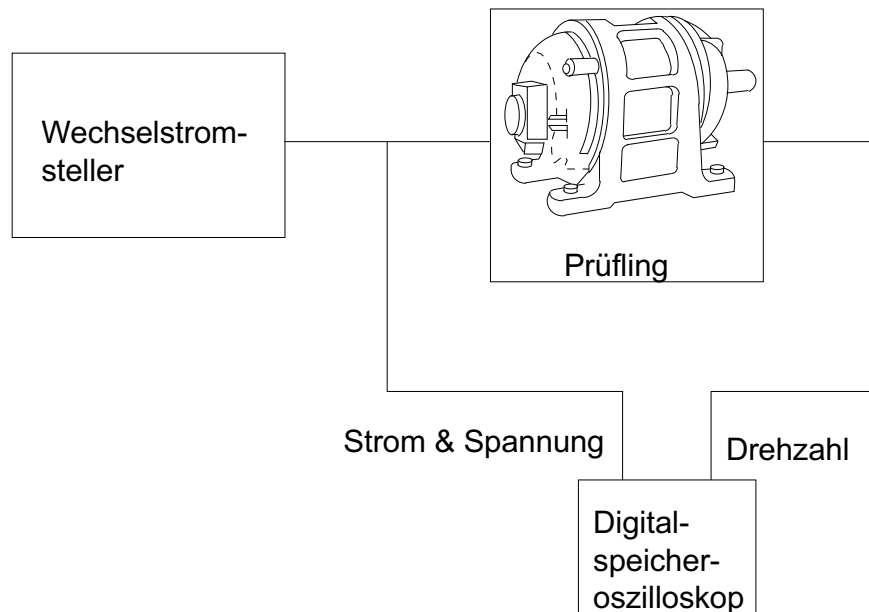


Abbildung 7.4: Schema des Versuchsaufbau

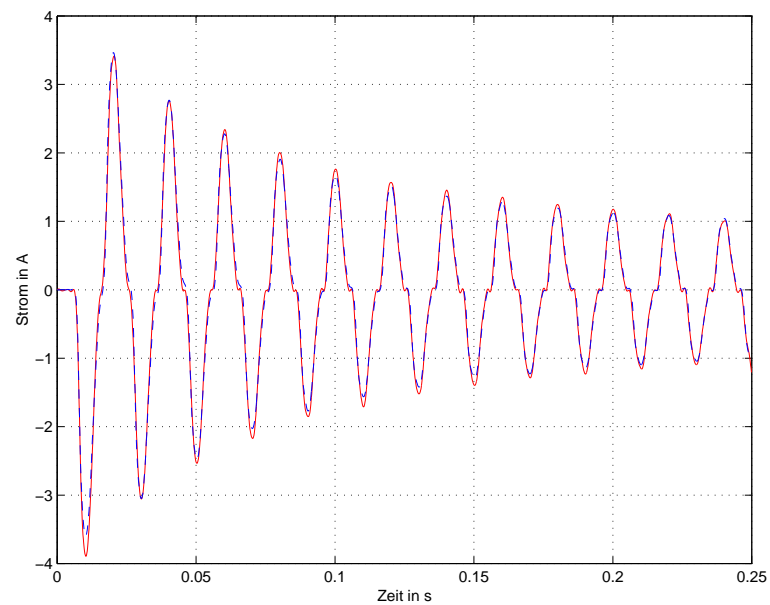


Abbildung 7.5: Gemessener (rot) und berechneter (blau) Einschaltstrom eines 50-W-Universal motors – Steuerwinkel $\alpha = 45^\circ$

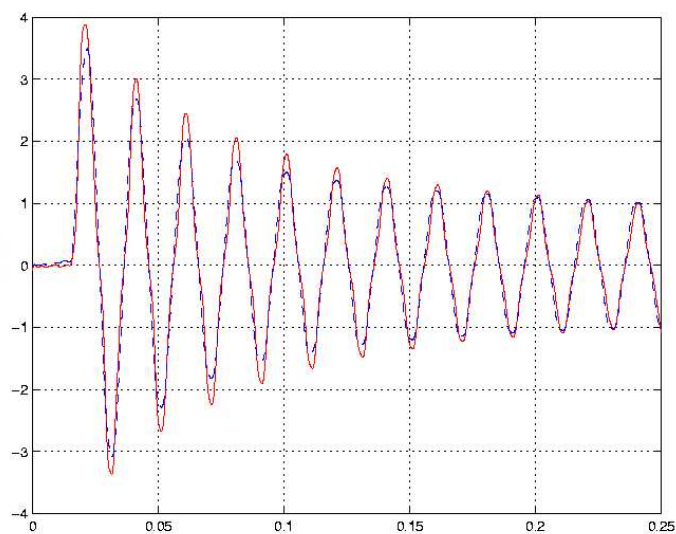


Abbildung 7.6: Gemessener (rot) und berechneter (blau) Einschaltstrom eines 50-W-Universal motors unter Verwendung eines Modells mit linearem magnetischen Kreis

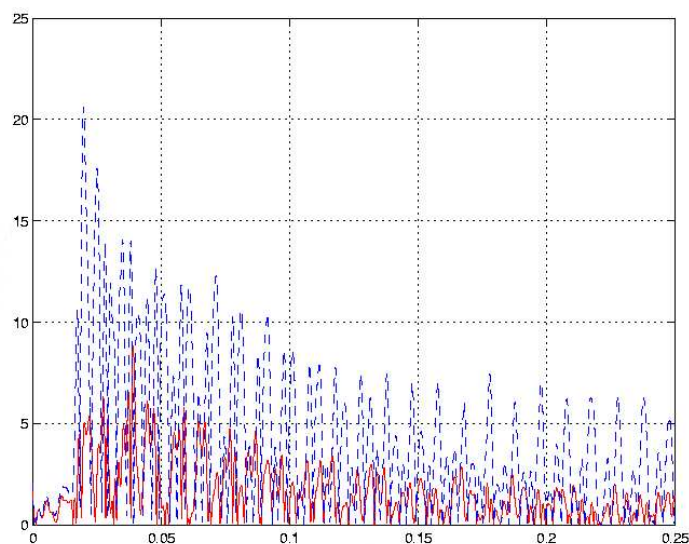


Abbildung 7.7: Fehler im Anlaufstrom zwischen gemessenen und berechneten Stromverlauf für das Modell mit linearem (blau) und nichtlinearem (rot) magnetischen Kreis

Besonders Abbildung 7.7 zeigt, dass durch die Berücksichtigung der Eisen-sättigung der Anlaufstrom deutlich besser nachgebildet werden kann. Der Fehler für das erweiterte Maschinenmodell liegt über dem gesamten Meszeitraum unter 10%. Für die erste Stromspitze liegt der Fehler bei ungefähr 5%, während er für das lineare Modell fast 20% beträgt.

Für das lineare Modell tritt der maximale Fehler während der ersten Stromspitze auf, da hier die Sättigungseinflüsse maximal sind.

Analog zu den Untersuchungen an der Spule mit Eisenkern werden die Parameter der ausgewählten Ansatzfunktionen für $i = f(\Psi)$ bzw. $\Psi = f(i)$ bestimmt und die Ergebnisse ausgewertet. Die ermittelten Parameter sowie der Restfehler zwischen berechnetem und gemessenem Motorstrom sind in den Tabellen 7.4 und 7.5 aufgeführt.

Ansatz $\Psi = f(i)$

	p_1	p_2	R	c_1	Fehler
$\Psi_1(i) = p_1 \arctan(p_2 i)$	0,34	1,05	84,33	0,70	0,96
$\Psi_2(i) = p_1 \tanh(p_2 i)$	4,50	0,03	85,50	1,19	4,36
$\Psi_3(i) = p_1 \sinh(p_2 i)$	0,61	0,20	85,76	1,27	4,90
$\Psi_4 = \frac{p_1 i}{p_2 + \text{abs}(i)}$	0,58	1,140	83,80	0,80	0,75

Tabelle 7.4: Ergebnisse der Parameteridentifikation für einen Universalmotor

Ansatz $i = f(\Psi)$

	p_1	p_2	R	c_1	Fehler e
$i_1 = p_1 \Psi + p_2 \Psi^3$	1,90	31,61	83,01	0,81	0,629
$i_2 = p_1 \Psi + p_2 \Psi^5$	3,21	148,02	82,64	0,80	0,761
$i_3 = p_1 \Psi + p_2 \Psi^7$	3,62	768,40	83,02	0,76	0,995
$i_4 = p_1 \Psi + p_2 \Psi^9$	–	–	–	–	–
$i_5 = p_1 \arctanh(p_2 \Psi)$	1,69	2,35	84,68	0,78	1,16
$i_6 = p_1 \tan(p_2 \Psi)$	1,13	2,98	83,57	0,78	0,846

Tabelle 7.5: Ergebnisse der Parameteridentifikation für einen Universalmotor

Vergleicht man die Ergebnisse in den Tabellen 7.4 und 7.5, so fällt auf, dass bei der Kollektormaschine andere Ansatzfunktionen als bei der Spule mit

Eisenkern, die besten Ergebnisse liefern.

Für die Ansatzfunktion $i_4 = p_1\Psi + p_2\Psi^9$ konnten für den Universalmotor keine befriedigenden Ergebnisse erzielt werden. Dies bedeutet, dass für unterschiedliche magnetische Kreise unterschiedliche Ansatzfunktionen zur Modellierung der Sättigung am besten geeignet sind.

7.4 Asynchronmaschine

Die Parameter einer 45-kW Asynchronmaschine sollen ermittelt werden. Dazu wird der Hochlauf der Maschine gemessen. Die Maschine wird im Stern an 795 V gelegt. Damit liegt an einer Wicklung mit $U=459$ V eine höhere Spannung, als die Bemessungsspannung der Maschine an. Dadurch soll erreicht werden, dass sich die Maschine beim Hochlauf stark sättigt.

Die Maschine wird mit zwei Rotorkreisen modelliert. Für Haupt- und Streufeldsättigung wird die Polynomfunktion $i = p_1\Psi + p_2\Psi^3$ gewählt. Bei diesem Ansatz entspricht der Parameter p_1 dem Kehrwert der ungesättigten Induktivität. Der Sättigungsparameter p_2 wird im Folgenden mit b bezeichnet und mit dem jeweiligen Index der entsprechenden Induktivität versehen. Man kann die Ansatzfunktion umformen zu:

$$i = \frac{1}{L}\Psi + b\Psi^3$$

Für die Induktivitäten der Maschine werden also zwei Parameter L und b bestimmt. Die zusätzlichen Rotorkreise dienen zur Modellierung von Stromverdrängungseffekten, daher wird nur die Streuinduktivität $L_{\sigma r1}$ als sättigungsabhängig angenommen, $L_{\sigma r2} = \text{const.}$ Weiterhin müssen die Rotorwiderstände R_{r1} und R_{r2} , sowie der Widerstand R_{Fe} identifiziert werden. Der Statorwiderstand kann durch eine Gleichstrommessung bestimmt werden. Die für die 45-kW-Asynchronmaschinen identifizierten Parameter sind in Tabelle 7.6 ausgeführt.

Abbildung 7.8 zeigt den Vergleich zwischen dem gemessenen und dem aus den geschätzten Parametern berechneten Ständerstrom. Die Ströme stimmen sehr gut überein.

$R_s [\Omega]$	$R'_{r1} [\Omega]$	$R'_{r2} [\Omega]$	$R_{Fe} [\Omega]$
0,1328	0,21	0,153	140
$L'_{\sigma s} [H]$	$L_h [H]$	$L'_{\sigma r1} [H]$	$L'_{\sigma r2} [H]$
0,0018	0,084	0,0057	0,0035
$b_{\sigma s}$	b_h	$b_{\sigma r1}$	$b_{\sigma r2}$
0,0211	0,113	3,4321	0

Tabelle 7.6: Ergebnis der Parameteridentifikation für eine Asynchronmaschine

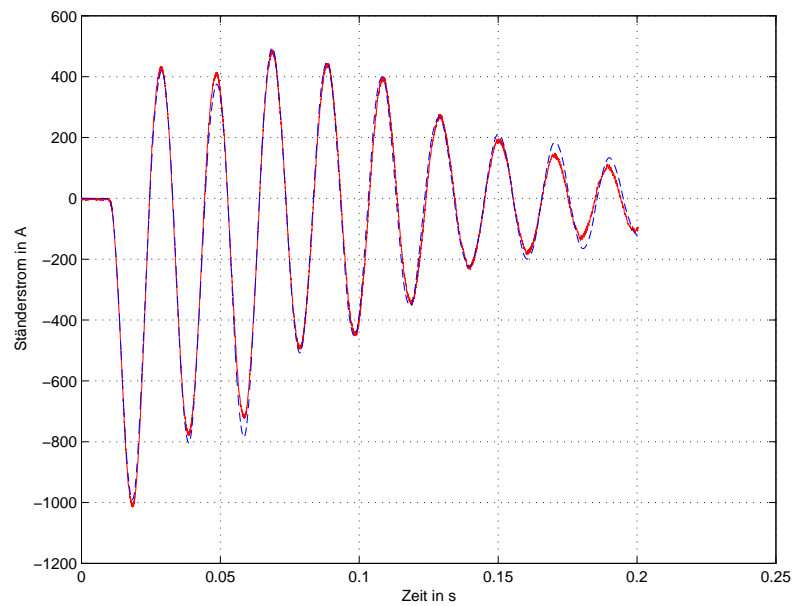


Abbildung 7.8: Gemessener (rot) und berechneter (blau) Ständerstrom beim Hochlauf einer Asynchronmaschine (Sättigungsmodell)

Um zu zeigen, dass das erweiterte Modell eine wesentliche Verbesserung bringt, werden die Parameter auch für konstante Induktivitäten mit demselben Identifikationsverfahren ermittelt. Abbildung 7.9 zeigt die beiden Ströme.

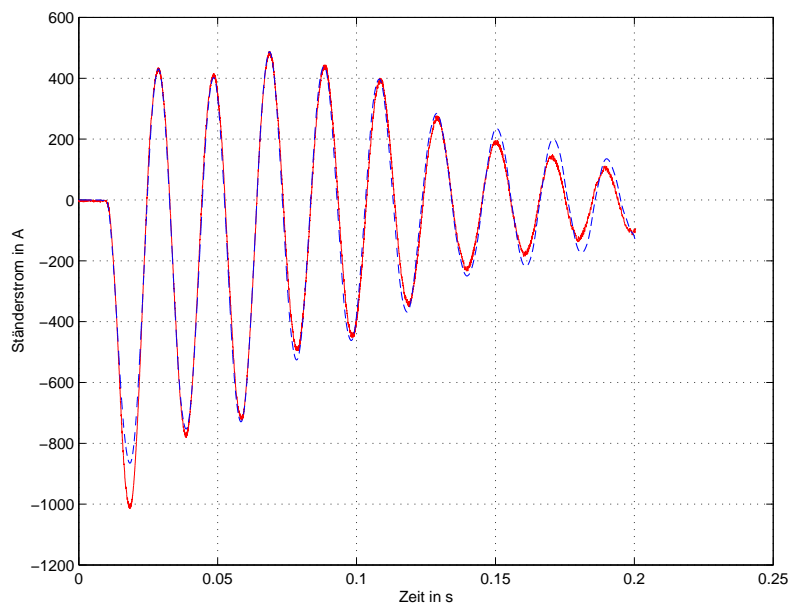


Abbildung 7.9: Gemessener und berechneter Ständerstrom beim Hochlauf einer Asynchronmaschine (lineares Modell)

Der signifikante Unterschied zwischen dem linearen und dem Sättigungsmodell zeigt sich in der ersten Stromspitze. Beim Sättigungsmodell stimmen berechneter und gemessener Strom sehr gut überein. Der Fehler in der ersten Spitze liegt bei 2,4%. Mit 14,7% liegt der Fehler beim linearen Modell deutlich höher. Der weitere Stromverlauf wird von beiden Modellen ungefähr gleich berechnet. Damit erfüllt das erweiterte Maschinenmodell die gestellten Forderungen.

Als nächster Schritt muss noch überprüft werden, inwieweit das Verhalten einer Asynchronmaschine mit den ermittelten Parametern simuliert werden kann. Die Parameter des Rotorkreises und die Sättigungsparameter lassen sich weder aus stationären Messungen bestimmen, noch aus Wicklungsdaten und Maschinengeometrie berechnen. Daher wird ein weiterer transienter Vorgang an der ASM gemessen - in diesem Beispiel der Hochlauf der ASM mit einer Ständerspannung von 660 V. Derselbe Vorgang wird mit den iden-

tifizierten Parametern simuliert. Abbildung 7.10 zeigt den Verlauf von gemessenem und berechnetem Strom.

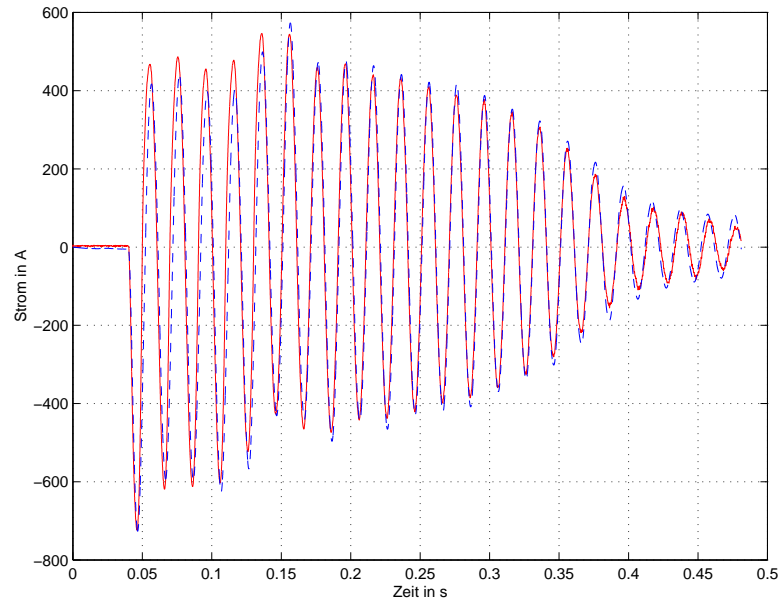


Abbildung 7.10: Gemessener und berechneter Ständerstrom beim Hochlauf einer Asynchronmaschine bei 660 V Ständerspannung

Auch für diesem Fall stimmen gemessener und berechneter Strom recht gut überein. Die erste Stromspitze wird richtig berechnet, bei den nächsten Perioden ist die Abweichung zwischen Rechnung und Messung deutlich größer.

7.5 Synchronmaschine

Bei der Synchronmaschine dient der dreipolige Klemmenkurzschluss zur Bestimmung der Reaktanzen x_d , x'_d , x''_d und Zeitkonstanten T_a , T'_d , T''_d [67]. Dazu werden alle drei Klemmen der leerlaufenden Maschine gleichzeitig kurzgeschlossen. Mit modernen Prüfständen lässt sich außerdem realisieren, dass ein Phasenstrom im Schalt Augenblick gerade Null ist. Diese Phase weist dann die größte Stromspitze auf und wird zur Auswertung herangezogen. Aus den Verläufen der drei Ständerströme und des Erregerstromes sollen die Parameter des PARKSchen Ersatzschaltbildes hergeleitet werden. Die Zeitverläufe der Ströme werden mit dem Programm FELMEC berechnet – die Parameteridentifikation wird also mit quasi-realen Messwerten durchgeführt.

DRUBEL [9] zeigt in seiner Arbeit, dass bei Einsatz des Programm FELMEC gemessene und berechnete Ströme sehr gut übereinstimmen.

Das Ersatzschaltbild der Synchronmaschine ist das komplexeste aller hier behandelten elektrischen Maschinen. Daher werden einige Zwischenschritte gemacht. Zunächst wird versucht, die Parameter des PARKSchen Modells zurückzurechnen, d. h. die Zeitverläufe der Ströme werden durch Lösen des Differentialgleichungssystems der Synchronmaschine bestimmt. Anschließend wird versucht, aus den berechneten Strömen die Parameter des Ersatzschaltbildes zu bestimmen. Die Parameteridentifikation verwendet ideale Messwerte. Für den Identifikationalgorithmus bedeutet das: Es gibt eine optimale Lösung.

In einem weiteren Schritt wird der Stoßkurzschluss mit konstanter Permeabilität berechnet. In diesem Schritt soll untersucht werden, welches Ersatzschaltbild am besten für die Parameteridentifikation geeignet ist. Hier gilt es einen Kompromiss zu finden, auf der einen Seite die Anzahl der zu identifizierenden Parameter gering zu halten, andererseits aber die Genauigkeit des Modells insbesondere im Hinblick auf die Rotorgrößen ausreichend gut zu wählen. Dieser Punkt trägt besonders den Ergebnissen von CANAY [5] Rechnung. In seiner Arbeit zeigt CANAY, dass das PARKSche Modell nur eines von vielen möglichen der Synchronmaschine ist. In seiner ursprünglichen Form werden die Rotorgrößen falsch berechnet. Abhilfe schafft die Einführung weiterer Rotorkreise und Koppelinduktivitäten.

7.5.1 Zurückrechnung der Parameter des PARKSchen Modells

In [28] wird gezeigt, dass die Synchronmaschine nach dem PARKSchen Modell nicht identifizierbar nach ISERMANN [21] ist. Es wird nun versucht, die Parameter mit den hier vorgestellten Optimierungsverfahren zu bestimmen. Als erster Schritt sollen die Parameter einer Synchronmaschine zurückgerechnet werden. Dazu wird der Stoßkurzschluss simuliert. Tabelle 7.7 zeigt die verwendeten Ersatzschaltbildparameter:

r_a [p. u.]	x_{as} [p. u.]	x_{hd} [p. u.]	x_{hq} [p. u.]	r_f [p. u.]
$1,13 \cdot 10^{-3}$	0,1577	1,617	1,528	$8,911 \cdot 10^{-4}$
r_{Dd} [p. u.]	x_{Dds} [p. u.]	r_{Dq} [p. u.]	x_{Dqs} [p. u.]	
0,01275	0,08461	0,002122	0,07184	

Tabelle 7.7: Parameter einer 775-MVA-Synchronmaschine

Die Simulationsergebnisse stellen die Messwerte für die Parameteridentifikation dar. Zur Untersuchung der Identifizierbarkeit werden mehrere Schritte unternommen:

1. Zurückrechnen aller Parameter unter Verwendung aller Ströme
2. Zurückrechnen aller Parameter unter Verwendung der messbaren Ströme i_d, i_q, i_f
3. Zurückrechnen der Parameter mit schlechten Startwerten

Punkt 1 ist der allgemeinste Fall. Hier soll gezeigt werden, ob mit den verwendeten Verfahren die optimale Lösung gefunden wird, d. h. ob alle Parameter korrekt bestimmt werden können. Für das Optimierungsproblem gibt es eine eindeutige Lösung und es stehen alle Informationen zur Verfügung, da alle Ströme als messbar angesehen werden.

Im Punkt 2 wird das Identifikationsproblem auf die technisch messbaren Größen eingeschränkt. Damit stehen für die Optimierung weniger Informationen zur Verfügung. Es ist davon auszugehen, dass im Vergleich zu Punkt 1 die Parameter der Dämpferkreise schlechter bestimmt werden.

Die Wahl der Startwerte hat große Bedeutung für die Rechenzeit und Konvergenz des Optimierungsalgorithmus. Bei schlecht gewählten Parametern kann das Optimum unter Umständen nicht gefunden werden. Daher wird in Punkt 3 untersucht, wie groß der Einfluss der Startwerte bei der Synchronmaschine ist. Die Parameter des PARKSchen Ersatzschaltbildes sind i. d. R. bekannt, nicht aber die Sättigungsparameter.

Als Ergebniss dieser Berechnungen lässt sich zusammenfassend sagen, dass für alle Punkte 1 bis 3 gute Ergebnisse erzielt werden konnten.

Unter Punkt 1 lassen sich alle Parameter mit einem Fehler kleiner 1% bestimmen. Der Fehler bei der Bestimmung der Dämpfergrößen steigt deutlich

an, wenn unter Punkt 2 nur noch die messbaren Ströme bei der Parameteridentifikation verwendet werden. Die Induktivitäten und Widerstände der Dämpferkreise werden mit einem Fehler kleiner 10% bestimmt. Auf den Fehler bei der Bestimmung der übrigen Parameter hat dieser Schritt keinen Einfluss.

Im Punkt 3 werden schlechte Startwerte verwendet. Dies hat keinen Einfluss auf die Güte der Parameteridentifikation. Nur die Rechenzeit nimmt zu.

7.5.2 Stoßkurzschluss ohne Sättigung

Das Programm FELMEC bietet die Möglichkeit, Feldprobleme auch für konstante Permeabilität zu berechnen. Damit treten beim Stoßkurzschluss keine Sättigungseffekte auf. Die Aufteilung der Rotorströme in Dämpfer, Keile und ins Rotoreisen wird berücksichtigt. Damit kann ein geeignetes Maschinenmodell gefunden werden.

Für die Identifikation wird der Stoßkurzschluss aus dem Leerlauf für einen 775-MVA-Turbogenerator verwendet. Die Parameter des Ersatzschaltbildes dieser Maschine liegen vor und sind in Tabelle 7.8 aufgeführt.

r_a [p. u.]	x_{as} [p. u.]	x_{hd} [p. u.]	x_{hq} [p. u.]	r_f [p. u.]
$1,13 \cdot 10^{-3}$	0,1577	1,617	1,528	$8,911 \cdot 10^{-4}$
r_{Dd} [p. u.]	x_{Dds} [p. u.]	r_{Dq} [p. u.]	x_{Dqs} [p. u.]	
0,01275	0,08461	0,002122	0,07184	

Tabelle 7.8: Parameter einer 775-MVA-Synchronmaschine

Im ersten Schritt wird das PARKSche Modell der Synchronmaschine mit einem Dämpferkreis in der d - und in der q -Achse, sowie einem Erregerkreis in der d -Achse verwendet (Abbildung 7.11).

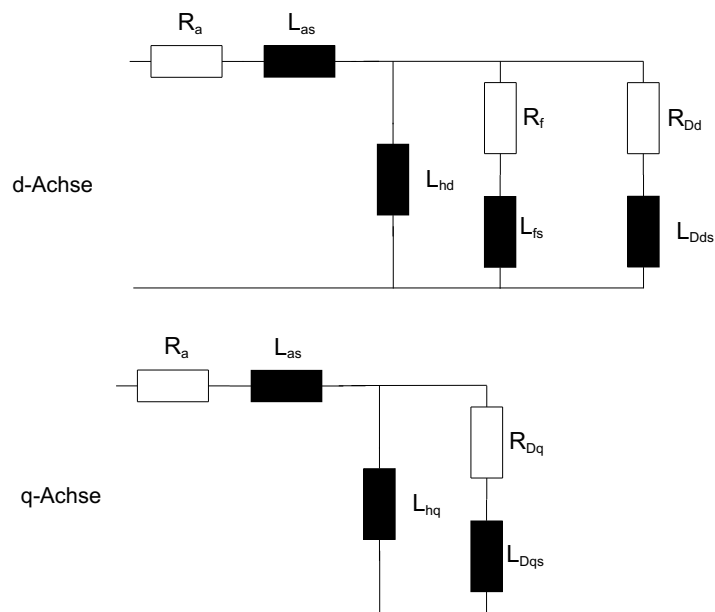


Abbildung 7.11: PARKSches Ersatzschaltbild der Synchronmaschine mit Dämpferkreis

Abbildung 7.12 zeigt in der linken Spalte die Zeitverläufe der mit FELMEC berechneten Ströme (rot) und mit den identifizierten Parametern simuliert (blau), sowie ihre Differenz in der rechten Spalte.

Abbildung 7.12 zeigt eine recht gute Übereinstimmung zwischen den Stromverläufen. Der Verlauf der Differenz zeigt, dass vor allem der Gleichanteil nicht richtig bestimmt wird. Auch im Erregerstrom zeigen sich größere Abweichungen. Diese verdeutlicht Abbildung 7.13.

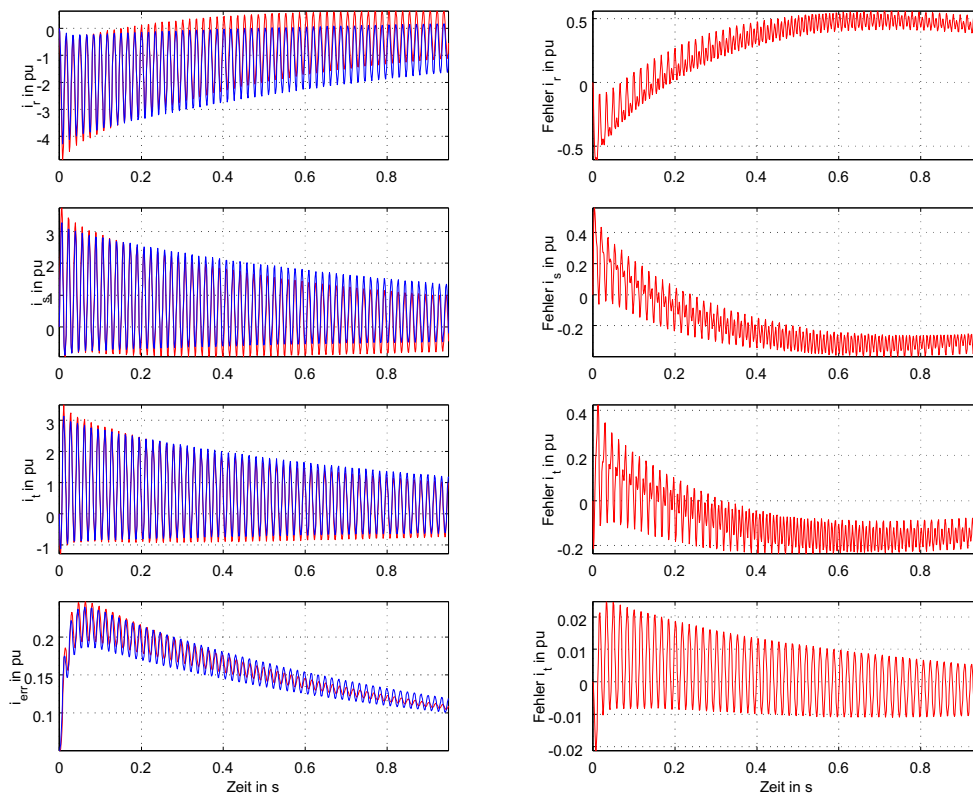


Abbildung 7.12: Zeitverläufe der Ständer- und Erregerströme einer 775-MVA-Synchronmaschine beim Stoßkurzschluss

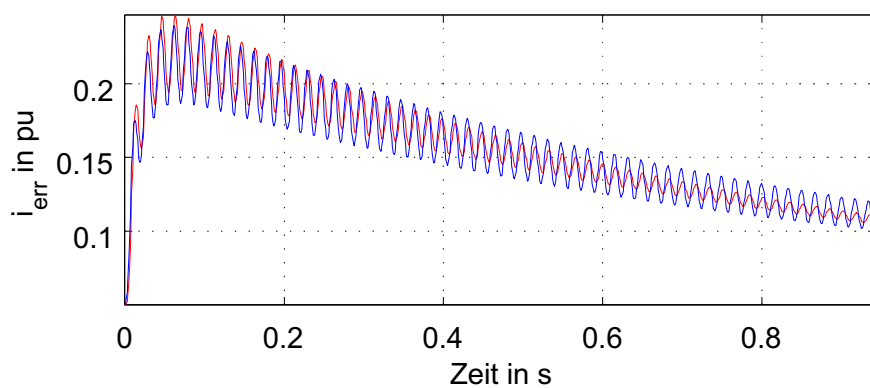


Abbildung 7.13: Zeitverlauf des Erregerstromes beim Stoßkurzschluss

Im zweiten Schritt wird das Ersatzschaltbild um die sog. CANAY-Induktivität erweitert. Durch die CANAY-Induktivität wird die Kopplung zwischen Stator und Rotor besser berücksichtigt. Abbildung 7.14 zeigt das Ersatzschaltbild nach CANAY.

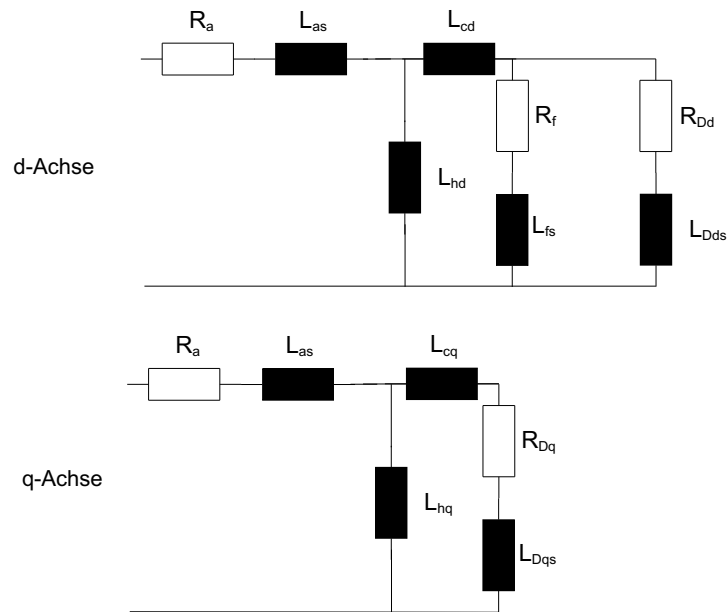


Abbildung 7.14: PARKSches Ersatzschaltbild der Synchronmaschine mit Dämpferkreis

Durch die Erweiterung des PARKSchen Modells gelang es CANAY, die Rotorgrößen im Modell der Synchronmaschine genauer nachzubilden. Dies zeigen auch die Ergebnisse der Parameteridentifikation. Mit dem CANAY-Modell stimmt der Modellstrom besser mit der Vorgabe überein.

Abbildung 7.15 zeigt, dass die maximale Abweichung bei ca. 0,25 p. u. liegt. Auch der Erregerstrom wird besser nachgebildet, wie in Abbildung 7.16 deutlich wird.

Zusammenfassend lässt sich sagen:

- für eine ungesättigte Maschine lassen sich die Parameter der Synchronmaschine mit den hier verwendeten Identifikationsverfahren bestimmen,
- um eine gute Übereinstimmung von Ständer- und Erregerstrom zu erreichen, sollte das Maschinenmodell nach CANAY verwendet werden.

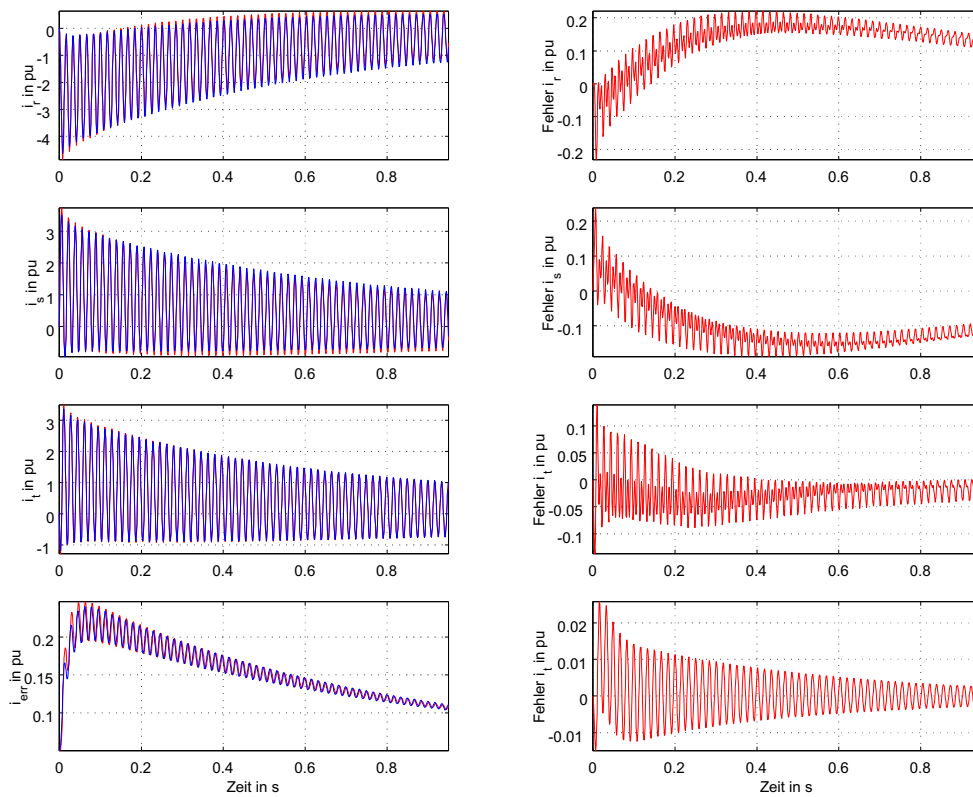


Abbildung 7.15: Zeitverläufe der Ströme beim Stoßkurzschluss

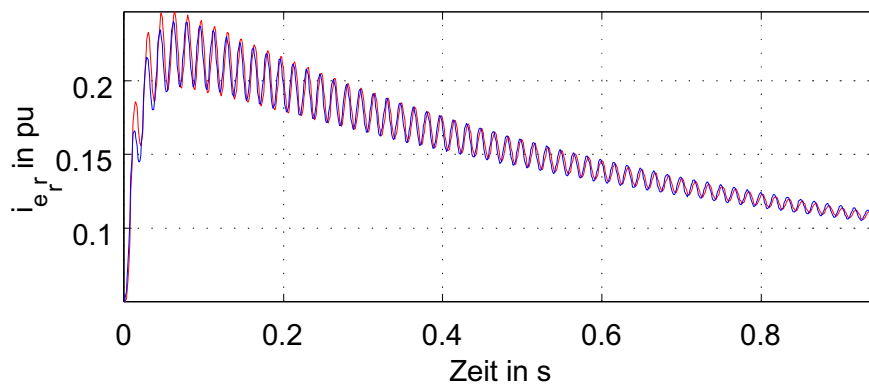


Abbildung 7.16: Zeitverläufe der Ständer- und Errgerströme einer 775-MVA-Synchronmaschine beim Stoßkurzschluss

7.5.3 Stoßkurzschluss mit Sättigung

Im nächsten Schritt wird der Stoßkurzschluss für die 775-MVA-Synchronmaschine unter Berücksichtigung der Eisensättigung mit FELMEC berechnet. Abbildung 7.17 zeigt den Ständerstrom in der Phase 1 mit und ohne Sättigung berechnet. Man sieht deutlich den Einfluss der Sättigung in den ersten Stromspitzen. Durch die großen Augenblickwerte des Ständerstromes sättigen sich die Streuwege. Dadurch sinkt die Streuinduktivität und der Strom wird größer als im ungesättigtem Fall.

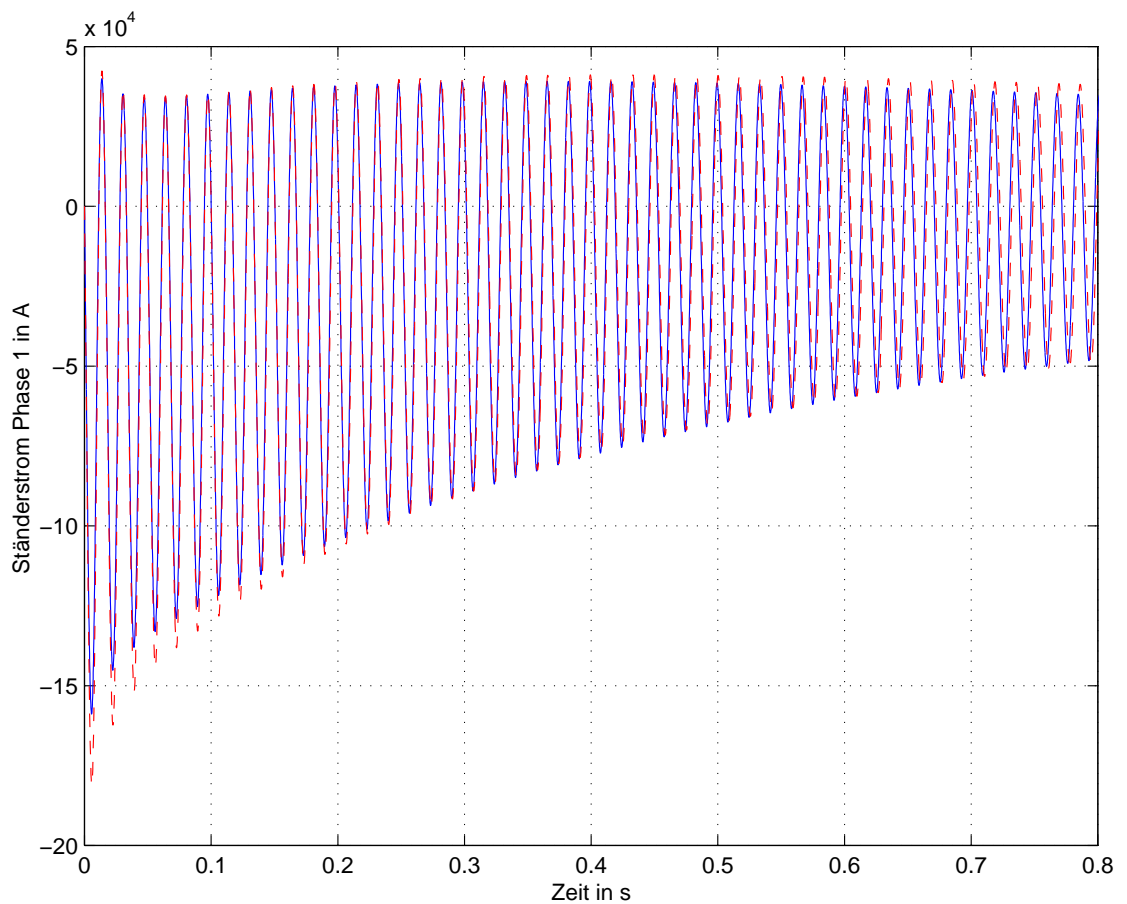


Abbildung 7.17: Zeitverläufe des Ständerstromes in Phase 1 - Rechnung mit (- -) und ohne (-) Sättigung

Für die Auswertung des Stoßkurzschlusses mit Sättigung wird das erweiterte nichtlineare Modell der Synchronmaschine nach Kap. 4.9 verwendet. Die Identifikation der Sättigungsparameter der Synchronmaschine aus dem

Stoßkurzschluss konnte kein befriedigendes Ergebnis liefern. Eine Ursache dafür ist vor allem darin zu sehen, dass der subtransiente Anteil sehr schnell abklingt (ein bis drei Netzperioden). Damit fällt dieser Bereich bei der Optimierung kaum ins Gewicht. Auch eine stärkere Gewichtung der ersten Perioden bringt bei der Optimierung keine besseren Ergebnisse.

Eine weitere Ursache der unbefriedigenden Ergebnisse bei der Synchronmaschine ist in der Ansatzfunktion zu suchen. Möglicherweise lassen sich die physikalischen Verhältnisse mit den einfachen Ansatzfunktionen nicht ausreichend genau beschreiben. Die Verwendung neuer Ansatzfunktionen mit weiteren freien Sättigungsparametern hat zur Folge, dass die ohnehin große Anzahl an Parametern⁷ weiter steigt. Daher wird versucht, die Sättigungsabhängigkeit der Induktivitäten mit Hilfe der numerischen Feldberechnung zu berechnen.

Im Kapitel 6 wurde gezeigt, wie sich die Streufeldsättigung einer Maschine mit Hilfe der numerischen Feldberechnung vorausberechnen lässt. Dieser Ansatz wird im folgenden Kapitel angewendet.

⁷Bei dem verwendeten Modell sind insgesamt 16 Parameter zu bestimmen

7.6 Ergebnisse mit vorausberechneten Sättigungskennlinien

Im Kap. 6.2 wurde die Abhängigkeit der Ständerstreinduktivität vom Ständerstrom ermittelt. Abbildung 7.18 zeigt noch einmal den ermittelten Verlauf des Ständerstreureaktanz x_{as} als Funktion des Ständerstromes.

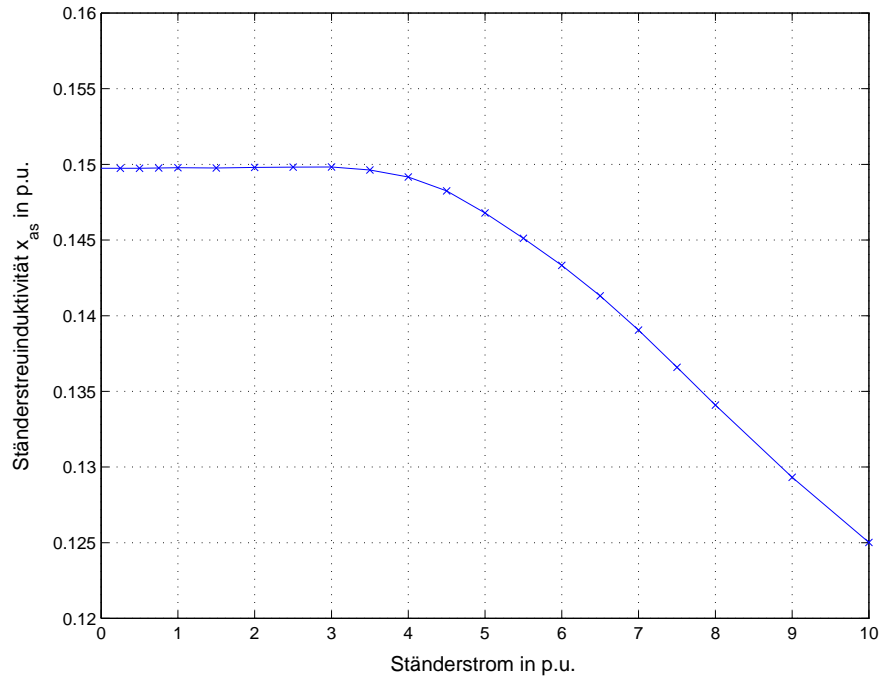


Abbildung 7.18: Ständerstreuefeld einer Synchronmaschine

Die berechnete Abhängigkeit wird nun in das Ersatzschaltbild implementiert, Zwischenwerte können interpoliert werden. Alle anderen Induktivitäten werden als linear angenommen. Um den berechneten Verlauf besser an die Maschine anpassen zu können, werden zwei freie Parameter eingeführt. Damit können auch sättigungsunabhängige Anteile der Ständerstreuung, insbesondere aus dem Stirn- und Wickelkopfbereich berücksichtigt werden. Die Ständerstreinduktivität $L_{a\sigma, Park}$ im Ersatzschaltbild berechnet sich aus der vorausberechneten Induktivität $L_{a\sigma, FE}$ und den Parametern p_1 und p_2 zu:

$$L_{a\sigma, Park} = p_1 L_{a\sigma, FE} + p_2 \quad (7.4)$$

Die Parameter p_1 und p_2 werden wie die übrigen linearen Induktivitäten und Widerstände mit der Parameteridentifikation bestimmt. Abbildung 7.19

zeigt das Ergebnis.

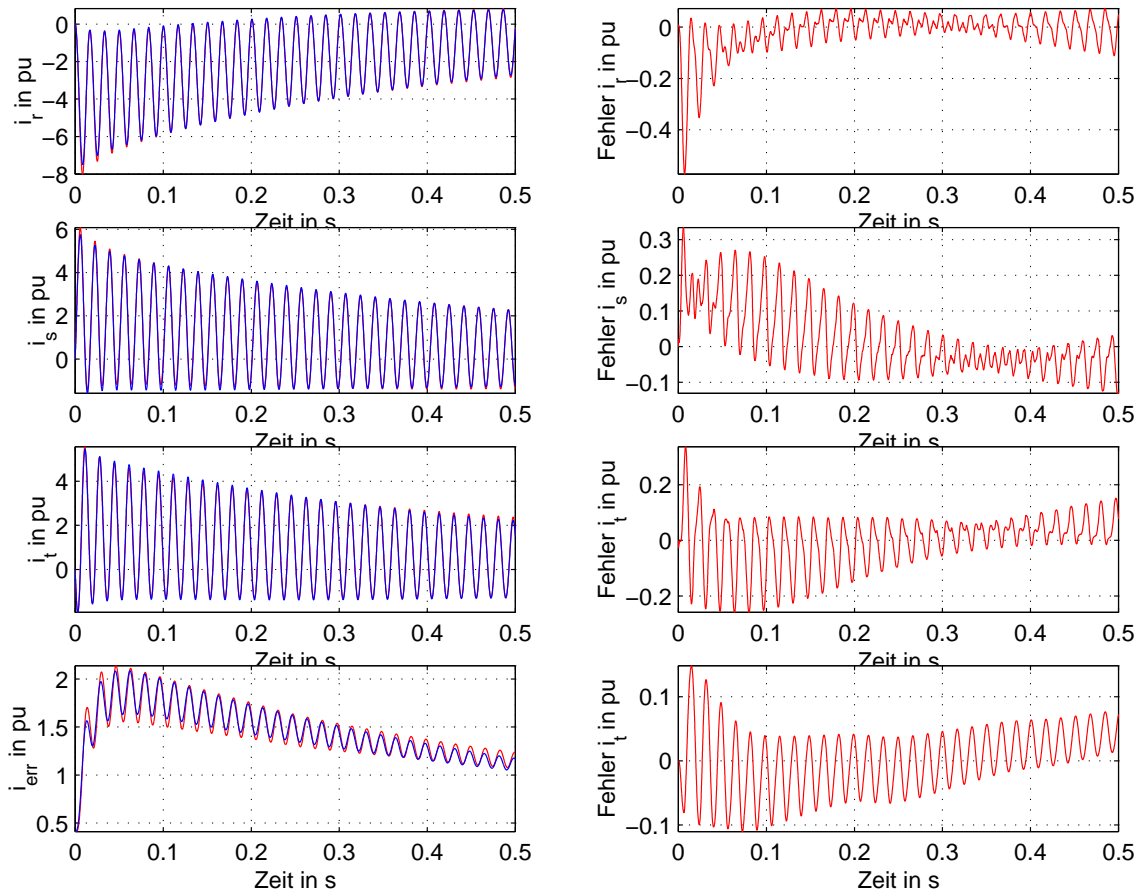


Abbildung 7.19: Zeitverläufe der Ständer- und Errgerströme einer 775-MVA-Synchronmaschine beim Stoßkurzschluss

Durch die Vorgabe der Sättigungskennlinie für die Ständerstreuinduktivität wird eine gute Übereinstimmung zwischen Messung und Rechnung erreicht. Zusammenfassend lässt sich sagen:

- Zur Berücksichtigung der Streufeldsättigung ist die Ständerstreuung ausreichend.
- Der Verlauf kann nicht durch eine Funktion approximiert werden.
- Die Vorgabe der Sättigungskennlinie, sowie zwei freie Parameter für die Statorstreuung und die effektive Eisenlänge liefern sehr gute Ergebnisse.

7.7 Anmerkungen zu den Optimierungsverfahren

Für die Parameteridentifikation kamen die Simplex-Strategie nach NELDER und MEAD und die evolutionären Algorithmen zum Einsatz. Für beide Verfahren wurde die Einfachschießmethode verwendet. Beide Verfahren sind für die Parameteridentifikation einsetzbar und liefern gute Ergebnisse. Vergleicht man beide Algorithmen, so benötigt die Simplex-Strategie eine geringere Rechenzeit. Dagegen liefern die evolutionären Algorithmen bessere Ergebnisse bei schlecht gewählten Startwerten. Dies ist aber bei der Wahl der Startwerte für die Sättigungsparameter nicht auszuschliessen, da hier teilweise nicht einmal die Größenordnung der Parameter bekannt ist. Hier erweist sich auch die Möglichkeit, bei der Evolutionsstrategie verschiedene Werte als Startpopulation zu wählen, als Vorteil.

Somit wäre auch eine Kombination beider Optimierungsverfahren denkbar. Zunächst wird die Evolutionsstrategie verwendet, um damit in die Nähe der Optimums zu kommen und die Simplex-Strategie zur Bestimmung des Minimums der Zielfunktion.

Die Mehrfachschießmethode kam bei der Parameteridentifikation nicht zum Einsatz, da mit der Einfachschießmethode bereits gute Ergebnisse erzielt werden konnten.

8 Ausblick

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass es gelungen ist, Sättigungseffekte in die Ersatzschaltbilder der wichtigsten Typen rotierender elektrischer Maschinen zu implementieren. Mit dem hier aufgezeigten Weg lassen sich auch die Ersatzschaltbilder der Maschinentypen erweitern, welche in dieser Arbeit nicht betrachtet wurden (Sonder- und Kleinmaschinen). Ggf. ist die Anwendung der numerischen Feldberechnung zur Bestimmung der Sättigungsparameter notwendig, wie sie am Beispiel der Synchronmaschine vorgestellt wurde.

Mit der Nachbildung der Neukurve zur Berücksichtigung der Sättigungseffekte durch einfache algebraische Ansatzfunktionen mit zwei freien Parametern ist sicherlich ein sehr einfacher Ansatz gewählt worden. Da aber hiermit gute Ergebnisse erzielt werden konnten, ist die Verwendung anderer Ansatzfunktionen nicht erforderlich.

Gleiches kann auch für die Parameteridentifikationsverfahren gesagt werden. Die *Simplex-Strategie* und die *evolutionären Algorithmen* lieferten gute Ergebnisse. Lediglich die große Rechenzeit zur Parameterbestimmung bieten noch Möglichkeiten für weitere Untersuchungen. Da die Parameter aber zur Modellbildung und nicht zur Fehler- bzw. Qualitätsprüfung bestimmt werden, ist die Rechnerzeit keine kritische Größe für die Anwendbarkeit des Verfahrens.

Um die erweiterten Ersatzschaltbilder dem Anwender zu Verfügung zu stellen, sollten diese in die gängigen Programme zur Berechnung von Netzwerken implementiert werden. In der Praxis werden u. U. die Sättigungsparameter für eine Maschine nicht bekannt und auch nicht über das Identifikationsverfahren bestimmbar sein. Möglicherweise liegen keine geeigneten Messungen vor oder können an der Maschine nicht durchgeführt werden. Daher sollten die Größenordnung der Sättigungsparameter genauer untersucht werden.

In einem ersten Schritt könnten diese für Synchronmaschinen unterschiedlicher Leistung bestimmt werden. Dabei sollte untersucht werden, ob die Sättigungsparameter näherungsweise aus typischen Maschinendaten, wie z. B. Nennscheinleistung, Ständerspannung, Kühlart u. a. bestimmt werden können. Auf diese Informationen kann dann der Anwender bei der Simulation

zurückgreifen.

Das hier vorgestellte Verfahren konnte erfolgreich auf die wichtigsten Typen rotierender elektrischer Maschinen angewendet werden. Bei Transformatoren wurden keine zufriedenstellende Ergebnisse erzielt. Als Ursache hierfür wird die Berücksichtigung der Sättigung über die Neukurve angesehen. Um Sättigungseffekte für technische Systeme mit einem magnetischen Kreis ohne Luftspalt modellieren zu können, muss die komplette Hysterese Kennlinie berücksichtigt werden. Es ist denkbar, mit algebraischen Hysterese Modellen Sättigungseffekte in die Ersatzschaltbilder von Transformatoren und anderen technischen Systemen ohne Luftspalt zu implementieren. Dies würde auf dieselbe Weise durchgeführt, wie für die rotierenden Maschinen gezeigt wurde.

A Algorithmus der Simplex-Strategie von Nelder und Mead

- Schritt 1: Wähle einen Startpunkt $x_{0,0}$, eine Anfangsschritt $s_{0,i}$ für alle $i = 1..n$
Setze $s_{0,i} = 1$, $c = 1$ und $k = 0$
- Schritt 2: Lege den Startsimplex fest: $x_{k,v} = x_{k,0} + c \cdot s_{0,v} \cdot e_v$ für alle $v = 1..n$
- Schritt 3: Bestimme die Indizes s (schlechtester Punkt) und b (besten Punkt) so, dass
 $F(x_{k,s}) = \text{Max}(F(x_{k,v})); v = 0..n$
 $F(x_{k,b}) = \text{Min}(F(x_{k,v})); v = 0..n$
 Bilde: $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{v=0}^n x_{k,v}$ und $\check{x} = 2\bar{x} - x_{k,v}$
 Wenn $F(\bar{x}) \leq F(x_{k,v}) \rightarrow$ Schritt 5
- Schritt 4: Bestimme die Anzahl χ , für die gilt $F(\bar{x}) \leq F(x_{k,v})$ für alle $v = 0..n$
 Wenn $\chi > 1$, setze $x_{k+1,s} \rightarrow$ Schritt 9
 Wenn $\chi = 1$, \rightarrow Schritt 6
 Wenn $\chi = 0$, \rightarrow Schritt 7
- Schritt 5: Bilde $\check{x} = 2\bar{x} - \bar{x}$ (Expansion)
 Wenn $F(\check{x}) < F(x_{k,b})$ setze $x_{k+1,s} = \check{x}$
 andernfalls setze $x_{k+1,s} = \bar{x} \rightarrow$ Schritt 9
- Schritt 6: Bilde $\check{x} = 0,5(\bar{x} + \bar{x})$ (partielle Kontraktion aussen)
 Wenn $F(\check{x}) < F(\bar{x})$ setze $x_{k+1,s} = \check{x} \rightarrow$ Schritt 9
 andernfalls \rightarrow Schritt 8
- Schritt 7: Bilde $\check{x} = 0,5(\bar{x} + x_{k,s})$ (partielle Kontraktion innen)
 Wenn $F(\check{x}) \leq F(x_{k,s})$ setze $x_{k+1,s} = \check{x} \rightarrow$ Schritt 9
- Schritt 8: Bilde $x_{k+1,v} = 0,5(x_{k,b} + x_{k,v})$ für alle $v = 0..n$ (totale Kontraktion) und \rightarrow Schritt 10
- Schritt 9: Übertrage $x_{k+1,v} = x_{k,v}$ für alle $0 \leq (v \neq s) \leq n$

Schritt 10: Setze $k = k + 1$; Wenn

$$\frac{1}{n} \left(\sum_{v=0}^n F(x_{k,v})^2 - \frac{1}{n+1} \left(\sum_{v=0}^n F(x_{k,v}) \right)^2 \right) < \epsilon^2$$

→ Schritt 11

andernfalls → Schritt 3

Schritt 11: Probiere, ob ein Vektor $x = x_{k,s} \pm 0,001 \cdot s_{0,i} \cdot e_i$ für alle $i = 1..n$ existiert, so dass $F(x) < F(x_{k,s})$

Wenn ja, setze $x_{k,0} = x, c = 0,001$ → **Neustart**

andernfalls **ENDE**

Nomenklatur

Formelzeichen

allgemeine Formelzeichen

\vec{E}	elektrische Feldstärke
\vec{D}	elektrische Verschiebungsflussdichte
\vec{H}	magnetische Feldstärke
\vec{B}	magnetische Flussdichte
\vec{A}	magnetisches Vektorpotential
Φ	magnetischer Fluss
Ψ	magnetische Flussverkettung
J, \vec{J}	Stromdichte
χ	Sättigungsfaktor
ϑ	Polradwinkel, Synchronmaschine
φ	mechanischer Winkel des Rotors einer elektrischen Maschine
ω	Winkelgeschwindigkeit
f	Frequenz
f_s	Frequenz, Statorsystem
f_r	Frequenz, Rotorsystem
p	Polpaarzahl
D	mechanische Dämpfung
Θ	Trägheitsmoment
m_a	Antriebsmoment
m_{el}	elektrisches Moment
m_{Last}	Lastmoment
m	Anzahl der Stänge
$[S], [T]$	Transformationsmatrizen
q	verallgemeinerte Koordinaten
Q_s, Q_r	verallgemeinerte Koordinaten
\mathcal{L}	Lagrange-Funktion
W_a	Energie der äußeren Kräfte
W_v	Verlustenergie
p_1, p_2	freie Parameter
a, b, c	freie Parameter
c_1	Maschinenkonstante, Gleichstrommaschine

Induktivitäten

L	Induktivität, allgemein
L_h	Hauptinduktivität
L_σ	Streuinduktivität
Synchronmaschine	
L_d	Längsinduktivität
L_q	Querinduktivität
L_{hd}	Hauptinduktivität der d -Achse
L_{hq}	Hauptinduktivität der q -Achse
L_{du}	ungesättigte Längsinduktivität
L_{qu}	ungesättigte Querinduktivität
L_{dg}	gesättigte Längsinduktivität
L_{qg}	gesättigte Querinduktivität
$L_{a\sigma}$	Ständerstreuinduktivität
L_f	Streuinduktivität der Feldwicklung
L_{Dd}	Streuinduktivität der Dämpferwicklung, d -Achse
L_{Dq}	Streuinduktivität der Dämpferwicklung, q -Achse
L_{cd}	CANAY-Induktivität, d -Achse
Asynchronmaschine	
$L_{s\sigma}$	Statorstreuinduktivität, induktiv gekoppeltes Modell
$L_{r\sigma}$	Rotorstreuinduktivität, induktiv gekoppeltes Modell
L_{sh}	Statorhauptinduktivität, induktiv gekoppeltes Modell
L_{rh}	Rotorhauptinduktivität, induktiv gekoppeltes Modell
$L_{\sigma s}$	Statorstreuinduktivität, Ersatzschaltbild
$L'_{\sigma r}$	Rotorstreuinduktivität, Ersatzschaltbild
L_h	Hauptinduktivität, Ersatzschaltbild

Widerstände

R	OHMScher Widerstand
R_1, R_2, \dots	Widerstand des i -ten Stranges
R_s	Widerstand der Ständerwicklung einer Asynchronmaschine
R_r	Widerstand der Rotorwicklung einer Asynchronmaschine
R'_r	Widerstand des Rotors, Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine
R_a	Ständerwiderstand

R_f	Widerstand der Feldwicklung
R_{Dd}	Widerstand der Dämpferwicklung, d -Achse
R_{Dq}	Widerstand der Dämpferwicklung, q -Achse

Flüsse

Ψ	magnetische Flussverkettung
Ψ_d	Längsfluss, Synchronmaschine
Ψ_q	Querfluss, Synchronmaschine
Ψ_h	Hauptfluss, allgemein
Ψ_{hd}	Hauptfluss in der d -Achse
Ψ_{hq}	Hauptfluss in der q -Achse
Ψ_{hdu}	Hauptfluss in der d -Achse, ungesättigt
Ψ_{hqu}	Hauptfluss der q -Achse, ungesättigt
Ψ_{hdg}	Hauptfluss in der d -Achse, gesättigt
Ψ_{hqg}	Hauptfluss der q -Achse, gesättigt
Ψ_{hu}	Gesamtfluss, ungesättigt
Ψ_{hg}	Gesamtfluss, ungesättigt
Ψ_f	Flussverkettung in der Feldwicklung
Ψ_{Dd}	Flussverkettung in der Dämpferwicklung der d -Achse
Ψ_{Dq}	Flussverkettung in der Dämpferwicklung der q -Achse
Ψ_s	Ständerflussverkettung der Asynchronmaschine
Ψ_r	Rotorflussverkettung der Asynchronmaschine
Ψ'_r	Rotorflussverkettung, auf Stator transformiert
Ψ'_{ri}	Flussverkettung des i -ten Rotorkreises, Kettenleiter
L_{qq}	gesättigte Querinduktivität
$L_{a\sigma}$	Ständerstreuinduktivität

Optimierung

x	Zustandsgröße
p	Parameter
x_k	k -ter Iterationsschritt
α_k	Schrittweite des k -ten Iterationsschrittes
d_k, δ_k	Richtung des k -ten Iterationsschrittes
H	HESSE-Matrix
J	JACOBI-Matrix

ϵ	Genauigkeit
z	normalverteilte Zufallszahl
ξ	Mutationsschrittweite
τ_i	i-te Schiessstelle

Literatur

- [1] M. Bazaraa, C. Shetty. *Nonlinear Programming*. John Wiley & Son Inc., 1979.
- [2] H. Bissig, K. Reichert, S. Kulig. Modelling und Identification of Synchronous Machines, a new Approach with an Extended Frequency Range. *IEEE Transaction on Energy Conversion*, 3(2):270, 1993.
- [3] I. Boldea, D.G. Dorrell, C.B. Rasmussen, T. Miller. Leakage Reactance Saturation in Induction Motors. *ICEM 2000 - Conference Proceedings*, pages 203–207, 2000.
- [4] I. Bomze, W. Grossmann. *Optimierung – Theorie und Algorithmen*. B-I-Wissenschaftsverlag, 1993.
- [5] M. Canay. *Ersatzschemata der Synchronmaschine sowie Vorausberechnung der Kenngrößen mit Beispielen*. PhD thesis, Universität Lausanne, 1968.
- [6] M. Canay. Modelling of Alternating Current Machines having Multiple Rotor Circuits. *IEEE-Proc.*, 1992.
- [7] S.R. Chaudry, S. Ahmed-Zaid, N.A. Demerdash. Coupled Finite-Element/State-Space Modelling of Turbogenerators in the ABC Frame of Reference - the Short-Circuit und Load Cases including Saturated Parameters. *IEEE Transaction on Energy Conversion*, 10, 1995.
- [8] S.R. Chaudry, S. Ahmed-Zaid, N.A. Demerdash. Coupled Finite-Element/State-Space Modelling of Turbogenerators in the ABC Frame of Reference - the Short-Circuit und Load Cases including Saturated Parameters. *IEEE Transaction on Energy Conversion*, 10, 1995.
- [9] O. Drubel. *Elektromagnetische Vorgänge und Temperaturverteilungen im Rotor großer Turbogeneratoren im gestörten Betrieb*. PhD thesis, Universität Dortmund, 2001.
- [10] D. Elten. *Parameteridentifikation an Asynchronmaschinen*. PhD thesis, TU Berlin, 1989.
- [11] J.C. Flores, G.W. Buckley, G. McPherson. The Effects of Saturation on the Armature Leakage Reactance of large Synchronous Machines. *IEEE Transaction on Power und Systems*, PAS–103, 1984.
- [12] P. Gill, W. Murray. *Practical Optimization*. Academic Press, 1981.
- [13] C. Goldemberg, A. Penteadó, F. Salotti. Induction Motor Analysis in the ABC/abc Reference Frame including Saturation Effects. *ICEM 2000 - Conference Proceedings*, pages 397–401, 2000.

- [14] R. Gottkehaskamp. *Nichtlineare Berechnung von Asynchronmaschinen mit massiveisernem Rotor und zusätzlichem Käfig im transienten Zustand mittels Finiter Differenzen und Zeitschrittrechnung*. PhD thesis, Universität Dortmund, 1992.
- [15] Chr. Großmann, J. Terno. *Numerik der Optimierung*. Teubner-Verlag, 1993.
- [16] F. Grupp. *Parameteridentifizierung nichtlinearer Deskriptorsystem mit Anwendung in der Rad-Schiene-Dynamik*. PhD thesis, VDI-Verlag, Fortschrittbericht Nr. 550, 1996.
- [17] S. Hafner. *Industrielle Anwendungen evolutionärer Algorithmen*. Oldenbourg, 1998.
- [18] A. Hederer. *Elektromotorenprüfung*. Expert-Verlag, 1999.
- [19] F. Hillenbrund. *Identifikation linearer zeitvarianter Systeme und ihre Anwendung auf Induktionsmaschinen*. PhD thesis, TU Berlin, 1982.
- [20] K. Hirayama. Practical detailed Model for Generators. *IEEE Transaction on Energy Conversion*, 10:183–194, 1995.
- [21] R. Isermann. *Identifikation dynamischer Systeme 1*, volume 1. Springer-Verlag, 2. edition, 1991.
- [22] R. Isermann. *Identifikation dynamischer Systeme 2*, volume 2. Springer-Verlag, 1991.
- [23] A. Janiszewski. *Parameteridentifikation an kleinen Asynchronmaschinen*. PhD thesis, Universität Dresden, 1993.
- [24] A. Janiszewski, W. Michalik. Empfindlichkeitsanalyse zur Parameteridentifikation an Asynchronmaschinen. *Wissenschaftliche Zeitschrift der Universität Dresden*, (42), 1993. Heft 2.
- [25] D.C. Jiles, D.L. Atherton. Ferromagnetic Hysteresis. *IEEE Transactions on Magnetics*, 19(5):2183–2185, 1983.
- [26] D.C. Jiles, D.L. Atherton. Determination of Model Parameters from experimental Hysteresis Loops. *IEEE Transactions on Magnetics*, 25(5):3928–3930, 1989.
- [27] D.C. Jiles, D.L. Atherton. Numerical Determination of Hysteresis Parameters for Modelling of Magnetic properties using the Theory of Ferromagnetic Hysteresis. *IEEE Transactions on Magnetics*, 28(1):27–35, 1992.
- [28] U. Kappel. Bestimmung der Streureaktanzen des Ersatzschaltbildes der Synchronmaschine unter Berücksichtigung der Sättigung. Diplomarbeit, Universität Dortmund, 1997.

-
- [29] H. Kettler. *Parameteridentifikation bei gewöhnlichen Differentialgleichungssystemen*. PhD thesis, Universität Hannover, 1990.
- [30] M. Klocke. *Berechnung dynamischer Vorgänge bei stromrichter gespeisten Asynchronmaschinenantrieben mit gekoppelten Massen mittels Finite-Differenzen-Zeitschrittrechnung*. PhD thesis, Universität Dortmund, 1998.
- [31] W. Krabs. *Einführung in die lineare und nichtlineare Optimierung für Ingenieure*. Teubner-Verlag, 1983.
- [32] B. Kulicke. *Numerische Berechnung der Momentanwerte elektromechanischer Ausgleichsvorgänge von Drehfeldmaschinen im Verbundbetrieb*. PhD thesis, Technische Hochschule Darmstadt, 1975.
- [33] S. Kulig. PhD thesis, Universität, 19??
- [34] S. Kulig. *Elektromechanische Energiewandler*. Skript zur Vorlesung, 2001.
- [35] K. Kunde. *Zur Modellierung, Auslegung und Auswahl von Stromwandler sowie zur rechnergestützten Planung digitaler Distanzschutz einrichtungen*. PhD thesis, Technische Hochschule Leipzig, 1992.
- [36] P. Lang, D. Prätzel-Wolters, S. Kulig. Modellreduktion und dynamische Beobachter für Torsionsschwingungen in Turbosätzen. In K.-H. Hoffmann, W. Jäger, T. Lohmann, and H. Schunk, editors, *Mathematik-Schlüsseltechnologie für die Zukunft*, pages 491–501. Springer Verlag, 1997.
- [37] L. Ljung. *System Identifikation: Theory for the User*. Prentice Hall Information and System Sciences Series, 1987.
- [38] M.P. Lory. *Bestimmung der Reaktanzen von Turbogeneratoren mit der FE-Methode*. PhD thesis, ETH Zürich, 1998.
- [39] Simulink Matlab. Power system toolbox program reference manual.
- [40] K. Metzger. *Eine Methode zur Prüfung von Kleinmotoren unter Einsatz eines Parameterschätzverfahrens*. PhD thesis, TU Berlin, 1983.
- [41] W. Nachtigall. *Vorbild Natur; Bionik-Design für funktionelles Gestalten*. Springer, 1997.
- [42] W. Nachtigall. *Grundlagen und Beispiele für Ingenieure und Naturwissenschaftler*. Springer, 1998.
- [43] W. Nürnberg, R. Hanitsch. *Prüfung elektrischer Maschinen*. Springer Verlag, 1987.

- [44] K. Oberretl. Über Sättigungsoberfelder in Induktionsmaschinen. *Elektrotechnik und Maschinenbau*, 8:285–294, 1961.
- [45] K. Oberretl. Die Berechnung des Streuflusses im Luftspalt von elektrischen Maschinen mit Käfig- und Dämpferwicklung. - teil 1: Theorie und Berechnungsmethoden. *Archiv für Elektrotechnik*, 69:11–22, 1986.
- [46] K. Oberretl. Die Berechnung des Streuflusses im Luftspalt von elektrischen Maschinen mit Käfig- und Dämpferwicklung. - teil 2: Resultate. *Archiv für Elektrotechnik*, 69:23–31, 1986.
- [47] L. Ockert. *Optimale Bestimmung der Ersatzschaltungen von Asynchronmaschinen und ihrer Parameter aus Hochlaufkennlinien*. PhD thesis, TU Berlin, 1986.
- [48] V. Ostovic. *Dynamics of Saturated Electric Machines*. Springer, 1989.
- [49] M. Papageorgiou. *Optimierung*. Oldenbourg-Verlag, 1996.
- [50] R.H. Park. Two Reaction Theory of Synchronous Machines, Generalized Method of Analysis. *Trans. AIEE*, Vol 48:716–730, 1929.
- [51] E. Philippow. *Nichtlineare Elektrotechnik*. Akademische Verlagsgesellschaft, 1971.
- [52] P. Ramminger. *Neue Verfahren zur Prädiktion des Betriebsverhaltens und Fehlererkennung bei Käfigläufermotoren kleiner Leistung*. PhD thesis, TU Darmstadt, 1992.
- [53] I. Rechenberg. *Optimierung technischer Systeme nach Prinzipien der biologischen Evolution*. PhD thesis, TU Berlin, 1970.
- [54] I. Rechenberg. *Evolutionsstrategie '94*. Frommann-Holzboog, 1994.
- [55] S. Schleiff. *Parameterschätzung in nichtlinearen Modellen unter besonderer Berücksichtigung kritischer Punkte*. PhD thesis, Universität Halle-Wittenberg, 1995.
- [56] K. Schnirel. *Erweiterte Nachbildung der Synchronmaschine als Teil eines Energiesystems*. PhD thesis, ETH Zürich, 1978.
- [57] H.P. Schwefel. *Evolutionsstrategie und numerische Optimierung*. PhD thesis, TU Berlin, 1975.
- [58] H.P. Schwefel. *Numerische Optimierung von Computer-Modellen mittels Evolutionsstrategie*. Birkhäuser-Verlag, 1977.
- [59] H.P. Schwefel. *Evolution und Optimum Seeking*. Wiley, New York, 1995.
- [60] H. Schwetlick, H. Kretschmar. *Numerische Verfahren für Naturwissenschaftler und Ingenieure*. Fachbuchverlag Leipzig, 1991.

-
- [61] H.O. Seinsch. *Ausgleichsvorgänge bei elektrischen Antrieben; Grundlagen zur analytischen und numerischen Berechnung*. Teubner, 1997.
- [62] H.O. Seinsch. *Oberfelderscheinungen in Drehfeldmaschinen; Grundlagen zur analytischen und numerischen Berechnung*. Teubner, 1997.
- [63] U.H. Thygesen, J.W. Hoffmann, D. Prätzel-Wolters, S. Kulig. Observers for a Generator Shaft. In H. Neunzert, editor, *Progress in Industrial Mathematics*, pages 529–542. Wiley und Teubner, 1996.
- [64] J. Timmer. Parameter Estimation in nonlinear stochastic Differential Equations. *Chaos, Solutions und Fractals*, (11):2571–2578, 2000.
- [65] H. Tsai, A. Keyhani, J.A. Demcko. Development of a Neural Network based Saturation Model for Synchronous Generator Analysis. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 10(4):617–624, 1995.
- [66] R. Ummelmann. Erweiterung eines Finite-Differenzen-Zeitschritt-Programmsystems auf Synchronmaschinen. Diplomarbeit, Universität Dortmund, 1997.
- [67] VDE. *VDE0530 - Elektrische Maschinen*.
- [68] R. Wamkeue, I. Kamwa. Saturated Electromechanical Transients based Maximum Likelihood Identification of Double-Cage Induction Generator Parameters. *ICEM 2000 - Conference Proceedings*, pages 286–290, 2000.
- [69] F. Weller. *Numerische Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler*. Springer-Verlag, 1988.
- [70] M. Wetter. *Prognose des Verhaltens weichmagnetischer Werkstoffe in beliebig zeitveränderlichen magnetischen Feldern*. PhD thesis, Universität Dortmund, 1997.

Lebenslauf

Persönliche Daten

Name	Flockermann
Vorname	Dirk
Wohnort	Dortmund
Geburtsort	Soest
Geburtsdatum	26.01.1970
Familienstand	ledig

Ausbildung

1976-1977	Grundschule in Borgeln
1977-1980	Grundschule in Schwefe
1980-1989	Conrad-von-Soest Gymnasium in Soest, Abschluss Abitur
1990-1996	Studium der Elektrotechnik an der Universität Dortmund, Abschluss Diplom

Berufsweg

1989-1990	Grundwehrdienst
Okt. 1996 - Juli 2002	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Elektrische Maschinen, Antriebe und Leistungselektronik
seit Nov. 2002	Entwicklungsingenieur bei der ESW-EXTEL SYSTEME WEDEL in Essen