

Tragfähigkeit von biegebeanspruchten Kragträgern mit T-förmigem Querschnitt aus Stahl

Michael Smida

Dortmund
13. Oktober 2004

Von der Fakultät Bauwesen - Universität Dortmund
angenommene Dissertation zur Erlangung
des Grades eines Doktors der Ingenieurwissenschaften

Tag der mündlichen Prüfung:

17. Juli 2004

Vorsitzender der Prüfungskommission:

Prof. Dr.-Ing. habil. A. Hettler
Universität Dortmund

Gutachter:

Prof. Dr.-Ing. D. Unger mann, Universität Dortmund
Prof. Agreg. Dr. Ir. P. Jasp art, Université de Liège
PD. Dr.-Ing. B. Brune, Universität Dortmund

Doktorand und Autor:

Michael Smida

Wissenschaftlicher Mitarbeiter
am

Lehrstuhl für Stahlbau der Fakultät Bauwesen
Universität Dortmund

Kurzfassung

In dieser Arbeit werden Kragträger mit T-Querschnitt untersucht, deren unterer freier Stegrand infolge der Belastung gedrückt ist. Der gedrückte Steg kann unter Umständen seitlich Ausweichen und entzieht sich so der Druckspannung und damit dem Lastabtrag. Es besteht dann die Gefahr des Verlustes der Stabilität. Aus statischer Sicht wäre daher ein unterer Flansch sinnvoll, allein um den freien Stegrand seitlich zu stützen. Der Kragträger mit T-Querschnitt bietet aber andere, konstruktive und architektonische Vorteile, weswegen er oft gewünscht und ausgeführt wird.

Diese Arbeit befasst sich mit dem Stabilitätsnachweis von Kragträgern mit T-Querschnitt. Der Stabilitätsnachweis ist neben dem allgemeinen Spannungsnachweis vom Tragwerksplaner zu erbringen.

Der Stabilitätsnachweis bringt Gewissheit darüber, ob das betrachtete Bauteil bei einer kleineren Last als der allein durch das eingesetzte Material beschränkten Grenzlasterlast (Bruchlast, Grenztragfähigkeit) versagt. Ist dies der Fall, so ist nachzuweisen, dass die Beanspruchung geringer als die Beanspruchbarkeit, eben der Traglast, ist.

Bei schlanken Kragträgern mit T-Querschnitt besteht die Gefahr, dass sich der untere gedrückte Stegbereich durch seitliches Ausweichen der Belastung entzieht und dadurch für den Querschnitt teilweise unwirksam wird. Der noch wirksame Querschnitt kann die Grenzlasterlast nicht mehr tragen. Es tritt ein Stabilitätsproblem auf.

Der Träger verdrillt sich und weicht seitlich aus. Dieses Verhalten wird Biegedrillknicken genannt und stellt den einen Stabilitätsfall dar. Der andere Stabilitätsfall ist durch die Verzerrung des Querschnittes gekennzeichnet - dem Stegbeulen. Beide Stabilitätsfälle treten gekoppelt als Gesamtstabilitätsproblem auf.

In dieser Arbeit wird mit den abfolgenden Schritten, der Querschnittstragfähigkeit, der Verzweigungslasterlastberechnung und der Traglastermittlung, ein für den Kragträger mit T-Querschnitt unter verschiedenen Lagerungen und Lastfällen an Versuchen und numerischen Berechnungen kalibriertes Bemessungsverfahren entwickelt.

Summary - Load Capacity of Cantilevers with a T-shaped Section in Bending

In this work cantilever beams with a T-shaped cross section subjected to loadcases causing bending are investigated. Thus the free longitudinal edge of the web is compressed.

The loss of stability may occur by lateral deflection of the compressed zone of the web. For static reasons only it would be useful to sustain the free edge of the web by a flange. On the other hand, cantilevers with a T-shaped cross section provide advantages from the architectural point of view and serviceability aspects. For this reason T-cantilevers became more popular recently.

However, it is the duty of the designer to proof the load resistance including the stability of the structural member.

In case of instability the load capacity is below the resistance of the cross section, i.e. yielding of the material may not be attained.

Slender cantilevers with a T-shaped cross section are endangered by two different phenomena of instability. On the one hand the cantilevers sections twists and deflects lateral. This is called the lateral torsional buckling. On the other hand the slender web plate distorts locally, so-called distortional buckling. Both types of instability may interact and occur as coupled instability.

In this work three steps of the proof the stability are investigated:

1. The resistance of the cross section.
2. The buckling load of lateral torsional and/or distortional buckling.
3. The ultimate load considering nonlinear second order effects.

A simplified design rule is worked out taking into account several bearing conditions and loadcases. The design rule was calibrated with the results of tests and nonlinear numerical calculations.

Inhaltsverzeichnis

1	Allgemeines	1
1.1	Einleitung	1
1.2	Vorteile von Kragträgern mit T-förmigem Querschnitt	2
1.2.1	Statisch-konstruktive Vorteile	3
1.2.2	Konstruktiver Korrosionsschutz	3
1.2.3	Gestalterische Vorzüge	4
1.2.4	Werkstoffermüdung	5
1.3	Problemstellungen	6
1.3.1	Grenzen der Tragfähigkeit	6
1.3.2	Querschnittstragfähigkeit	8
1.3.3	Stabilitätsproblem des T-Kragträgers	10
1.4	Motivation	16
1.5	Ziel und Vorgehen	19
1.6	Vereinbarungen und Definitionen	20
1.6.1	Annahmen	20
1.6.2	Abmessungen	21
1.6.3	Koordinatensystem und Vorzeichen	22
1.6.4	Querschnittswerte	23
2	Stand der Forschung	24
2.1	Das Verzweigungsproblem Biegedrillknicken des T-Kragträgers	24
2.1.1	Die Arbeiten von Prandtl, Mitchell, Timoshenko und Chwalla	24
2.1.2	Weiterführende theoretische Näherungslösungen nach Scheer, Fischer, Hildenbrand und Roik et. al	29

2.1.3	Versuche und Näherungslösung nach Anderson & Trahair	31
2.1.4	Berechnungen und Näherungen nach Roberts et al	35
2.1.5	Näherungsgleichung nach Wang & Kitipornchai für freie Kragträger	41
2.1.6	Ideale Verzweigungslasten der Gesamtstabilität mit dem FE-Element nach Bradford et al	46
2.1.7	Ideale Verzweigungslasten und Traglasten unter Voraussetzung der Querschnittstreue mit dem allgemeinen FE-Stabelement nach der BT II nach /Salzgeber 2000/	48
2.1.8	Resumeé	51
2.2	Stegbeulen des T-Querschnittes	52
2.2.1	Beulstabilität der dreiseitig gelagerten, am Längsrand eingespannten Platte unter Normalspannungsbeanspruchung mit linear veränderlicher Verteilung	52
2.2.2	Grenzfall für die elastische Tragfähigkeit	66
2.2.3	Grenzfall für die plastische Tragfähigkeit	69
2.2.4	Betrachtung als dreiseitig gelagerte Platte mit teileingespanntem Längsrand	69
2.2.5	Der T-Querschnitt in der Methode der wirksamen Breiten	71
2.3	Nachweis der Tragfähigkeit mit Hilfe von Einzelschlankeiten	75
2.3.1	Eurocode 3	76
2.3.2	DIN 18800	83
2.4	Nachweis der Tragfähigkeit mit Hilfe der Systemschlankeheit nach /Fischer, Smida 2000/	87
2.4.1	Vorgehen	87
2.4.2	Gesamt(in)stabilitätswerte k_{ges} für den querbelasteten Kragträger mit unterschiedlichen Lagerungsarten	90
2.4.3	Traglastversuche	97
2.4.4	Traglastabminderungskurve	103
2.5	Zusammenfassung und Diskussion	106
3	Querschnittstragfähigkeit	109
3.1	Elastische Bemessung	109
3.1.1	Bemessungswerte	109
3.1.2	Elastische Beanspruchungen	110

3.1.3	Ort des elastisch höchst belasteten Querschnitts bei linear veränderlicher Steghöhe	112
3.1.4	Elastische Querschnittstragfähigkeit, elastische Beanspruchbarkeit	116
3.1.5	Elastische Spannungsnachweise	118
3.2	Plastische Querschnittstragfähigkeit	119
3.2.1	Theoretisch vollplastisches Biegemoment	119
3.2.2	Interaktion mit Querkraft	120
3.2.3	Interaktionsbeziehungen bei gleichzeitig wirkender Normalkraft und Biegemoment	122
3.2.4	Fall I : Positives Biegemoment $M > 0$	124
3.2.5	Fall II : Negatives Biegemoment $M < 0$	126
3.2.6	Darstellung und Diskussion der plastischen Interaktionsbedingung beim T-Querschnitt	128
3.2.7	Plastische Tragfähigkeitsreserve des T-Querschnittes	130
3.3	Teilplastische Querschnittstragfähigkeit	138
3.4	Eine stofflich nichtlineare Berechnung nach der Methode der finiten Elemente (GMNA)	149
3.5	Zusammenfassung	157
4	Verzweigungslast unter Voraussetzung der Querschnittstreue	159
4.1	Methoden zur Berechnung der idealen Verzweigungslasten	161
4.1.1	Gleichgewichtsmethode	161
4.1.2	Energiemethode	163
4.1.3	FE-Methode	167
4.2	Querschnittswerte für den Biegedrillknicknachweis	172
4.2.1	Lage des Schubmittelpunktes	174
4.2.2	Das Wölbflächenmoment	177
4.2.3	Die auf den Schubmittelpunkt bezogene Querschnittsstrecke	179
4.3	Das ANSYS-Schalenmodell	181
4.3.1	FE-Modell	182
4.3.2	Vereinfachte Ermittlung der idealen Verzweigungslast unter Voraussetzung der Querschnittstreue für einige Fälle	184
4.4	Anwendung des <i>Rayleigh/Ritz</i> schen Verfahrens	197
4.4.1	Allgemeines	197

4.4.2	Lastfall 1 - Lagerung 1.1	200
4.4.3	Lastfall 2 - Lagerung 1.1	204
4.4.4	Lastfall 4 - Lagerung 1.1	206
4.4.5	Weitere Lagerungsarten	211
4.5	Herleitung eines speziellen Stabelementes für die Anwendung der finiten Elemente Methode	211
4.5.1	Herleitung der Elementsteifigkeitsmatrix \mathbf{k} des Finiten Elementes	212
4.5.2	Gesamtsteifigkeitsmatrix \mathbf{K}	218
4.5.3	Implementierung des Finiten Elements und Eigenwertbe- stimmung	220
4.5.4	Konvergenz und Güte des finiten Elementes	222
4.6	Zusammenfassung	225
5	Numerische Traglastuntersuchungen	226
5.1	Vorgehensweise	227
5.2	Ansatz geometrischer Imperfektionen	228
5.2.1	Vorkrümmungen	229
5.2.2	Vordrillungen	231
5.2.3	Eigenform	232
5.2.4	Überlagerung der geometrischen Ersatzimperfektionen	233
5.3	Numerische Traglastberechnungen und Vorschlag einer Trag- lastabminderungsbeziehung	239
5.3.1	Lastfall 1 - Einzellast	239
5.3.2	Lastfall 2 - Gleichstreckenlast	246
5.3.3	Lastfall 4 - Biegemoment	248
5.4	Zusammenfassung	250
6	Bemessungsverfahren	252
6.1	Vergleich der vorhandenen Bemessungsverfahren	257
6.2	Entwicklung eines neuen Bemessungsverfahrens mit Einzel- schlankheiten	261
6.2.1	Prinzipielles Vorgehen und Untersuchungen	261
6.2.2	Interaktion der Traglastabminderungen infolge lokalem Beulen und globalem Biegedrillknicken	264

6.2.3	Betrachtung einiger Grenzfälle	268
6.2.4	Traglast eines gevouteten Trägers	275
6.3	Zusammenfassung	278
7	Zusammenfassung, Schluss und Ausblick	279
7.1	Zusammenfassung und Schluss	279
7.2	Überblick über die Bemessungsverfahren mit Stabilitätsnachweis .	282
7.2.1	Nachweis mit Systemschlankheit	282
7.2.2	Nachweis mit Einzelschlankheiten	283
7.3	Ausblick	285
8	Notation	287
	Literaturverzeichnis	292
	Anhänge	298
A	CD-ROM	299
B	Ergänzende Tabellen zur Verzweigungslaststudie von 60 Trägern	301
B.1	Parameter und FE-Berechnungsergebnisse	301
C	Ergänzende Tabellen zu den Traglastberechnungen	303
C.1	Lastfall 1, Einzellast am Kragarmende	303
C.2	Lastfall 2, Gleichstreckenlast	311
C.3	Lastfall 4, Biegemoment am Kragarmende	315
D	Ergänzende Tabellen zu den Untersuchungen der Bemessungs-	
	verfahren	320

1 Allgemeines

1.1 Einleitung

Kragträger bilden im allgemeinen Hochbau oft die Tragkonstruktion von Vordächern, von an Bauwerken längs verlaufenden Stegen und anderen Auskragungen. Ein gevouteter Träger ist für einen Kragträger statisch sinnvoll, weil die veränderliche Trägerhöhe der Biegebeanspruchung infolge Einzel- oder Gleichlast entspricht.

Die Querschnittsform eines Kragträgers ist einerseits abhängig von der Wahl des Materials und der hiermit verbundenen Herstellungsart, andererseits von der möglichst günstigen statischen Ausnutzung. Letzteres führt zu einem sparsamen Umgang des verwendeten Werkstoffs und schont die Ressourcen.

Herstellungsart und Materialverbrauch, und damit die Querschnittswahl haben direkten Einfluss auf die Wirtschaftlichkeit der Konstruktion, wobei eine Herstellungsart mit etwas mehr Materialeinsatz günstiger sein kann, als möglichst wenig Materialverwendung durch höheren Herstellungsaufwand zu erreichen.

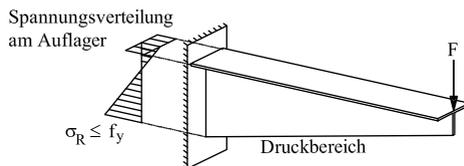


Bild 1.1: Infolge einer Einzellast biegebeanspruchter gevouteter Kragträger mit T-förmigem Querschnitt

In neuerer Zeit wird mit wachsender Beliebtheit aus verschiedenen konstruktiven und gestalterischen Gründen, die nachfolgend erläutert werden, für Kragträger im Hochbau ein T-Querschnitt gewählt (Bild 1.1).

1.2 Vorteile von Kragträgern mit T-förmigem Querschnitt

Der T-Querschnitt bietet für den praktischen Gebrauch das Notwendigste bei einfachster Herstellung. Der zur Last parallele Steg verleiht dem Träger Schub- und Biegesteifigkeit. Der Flansch bietet Seitensteifigkeit und kann zum Anschluss anderer Bauteile genutzt werden. In der modernen Stahl-Glas-Architektur bietet sich der Flansch als Auflagefläche von Glaselementen an und wird auch hierzu, wie Bild 1.2 zeigt, genutzt .



Bild 1.2: Ein Beispiel von ausgeführten Kragträgern mit T-Profil, hier eine Überdachung am Bahnhof Lünen, Westfalen.

So bietet der T-Querschnitt gegenüber dem reinen ‚Schwertträger‘, dessen Querschnitt allein aus einem senkrecht stehenden Blech besteht, statische und konstruktive Vorteile und gegenüber dem I-Querschnitt den Vorteil der vereinfachten Herstellung.

1.2.1 Statisch-konstruktive Vorteile

Um gevoutete Träger mit T-förmigem Querschnitt aus Stahl zu fertigen bieten sich zwei Möglichkeiten an: Entweder wird der Träger aus entsprechenden Blechen geschweißt, oder es wird ein Walzprofil diagonal-längs am Steg durchtrennt, wobei gleich zwei Träger mit T-Querschnitt entstehen. Nachteilig bei der zuletzt genannten Fertigungsart ist, dass der Steg relativ dünn ausfällt weil das Verhältnis von Steg zu Flanschdicke auf den doppeltsymmetrischen I-Querschnitt optimiert ist, wo der Steg einer vierseitig gehaltenen Platte entspricht und somit weniger beulgefährdet ist. Bei einem T-Querschnitt entspricht der Steg einer dreiseitig gehaltenen Platte und ist stärker beulgefährdet. Daher ist die Aufteilung des Materials zugunsten eines etwas dickeren gedrungeneren Stegs und eines dünneren Flansches günstig. Geschweißte Kragträger bieten den Vorteil, den T-Querschnitt mit einer besseren Aufteilung des Materials zu fertigen und gleichzeitig den Träger gevoutet auszuführen, wobei nur eine Halskehlnaht zwischen Steg und Flansch zu legen ist (Bild 1.3).

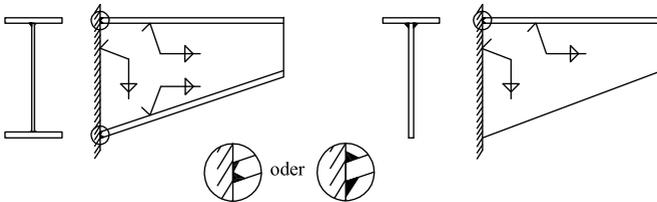


Bild 1.3: Notwendige Schweißnähte bei I und T-Querschnitt

1.2.2 Konstruktiver Korrosionsschutz

Der T-Querschnitt ist weniger korrosionsanfällig, weil keine Sammelstellen für Schmutz und Feuchtigkeit auf dem Untergurt und am Kragträgeranschluß vorhanden sind. Bei bewetterten Kragträgern mit T-Querschnitt kann Wasser vom freien unteren Stegrand direkt abtropfen, was bei einem I-Querschnitt nicht möglich ist.

Am Trägerauflager sammelt sich bei einem I-Querschnitt auf den unteren Flanschen Schmutz an. Diese feuchtigkeitshaltenden Schmutzecken begünstigen Korrosion. Auf den unteren Flanschen ablaufendes Wasser läuft nur hier vom Träger ab und hinterlässt unterhalb des Trägeranschlusses Schlieren.

Mit dem T-Querschnitt wird die Schlierenbildung unter dem Trägeranschluß vermieden oder gemildert.

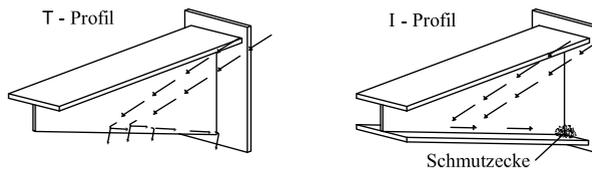


Bild 1.4: Korrosionsschutz

Als weiterer Nachteil des I-Profils erweist sich der Umstand, dass der untere Flansch gern von Vögeln bevölkert wird, was einerseits die vermehrte Ansammlung von Schmutz an diesen Stellen mit sich führt und andererseits auch unangenehm für Passanten unter diesem Träger werden kann, wenn es sich zum Beispiel um einen Träger einer typischen Bahnsteigüberdachung handelt. Die Wahl des T-Querschnittes schließt diese Probleme aus.

1.2.3 Gestalterische Vorzüge

Auskragende gevoutete Träger mit freiem unterem Stegrand (T-Querschnitt) wirken leicht und schlank. Sie bieten somit gestalterische Vorzüge, und haben in der Architektur schon eine eigene Bezeichnung „Schwerträger“ erhalten. Insbesondere in der modernen Stahl-Glas-Architektur wird diese Konstruktionsart mit wachsender Beliebtheit gewählt. Bei sichtbaren Unterkonstruktionen von Vordächern oder Laufstegen wirkt diese Konstruktionsart besonders schlank. Der schlanke Eindruck dieser „Schwerträger“ wird oft noch durch kreisrunde Stegausschnitte, welche die „Transparenz“ erhöhen, verstärkt.

1.2.4 Werkstoffermüdung

Für Konstruktionen mit wechselnder Beanspruchung mindert die Kerbwirkung von Anschlüssen die zulässigen Spannungen (Tragfähigkeit) in den Baugliedern an dieser Stelle ab.

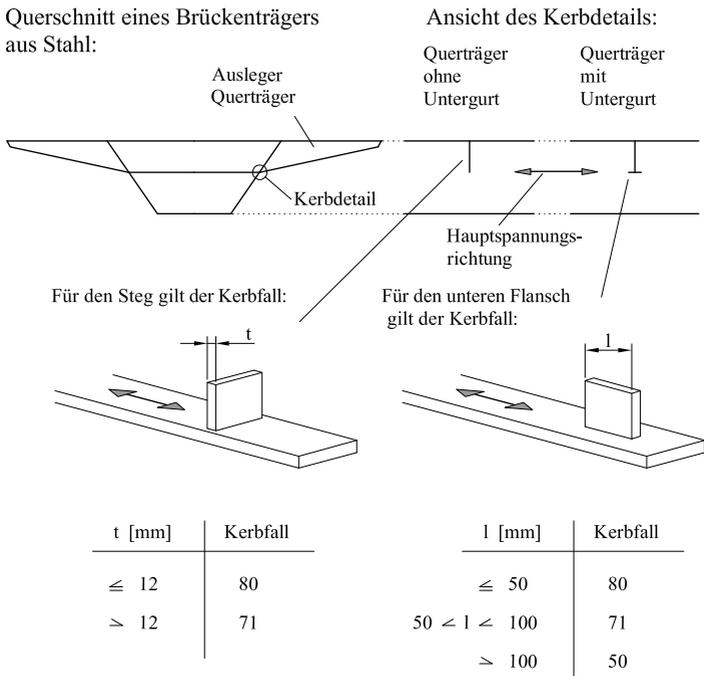


Bild 1.5: Kerbdetail bei einem Ausleger eines typischen Brückenquerchnittes

Beim Anschluss eines gevouteten Kragträgers mit T-Querschnitt an ein quer verlaufendes Bauteil der Hauptkonstruktion, wie z.B. den Steg eines Brückenkastenträgers, ergibt sich ein günstigerer Kerbfall, als wenn der untere Flansch eines

I-Querschnittes mit anschließen würde (Bild 1.5).

Bei typischen Abmessungen der Bauteile (Querträger) kann die Ermüdungsbeanspruchung im Brückenhauptträger mit der Wahl eines T-Querschnittes für den Querträger ca. 40 % höher als mit einem I-Querschnitt zugelassen werden.

1.3 Problemstellungen

1.3.1 Grenzen der Tragfähigkeit

Der Nachweis der Tragsicherheit von Stahlkonstruktionen wird unter Beachtung der Sicherheitskonzepte der Vorschriften /DIN 18800 1990/ oder /Eurocode 3-1-1 1993 & 2003/ geführt. Es ist nachzuweisen, dass die Beanspruchungen S_d die Beanspruchbarkeiten R_d nicht überschreiten.

$$\frac{S_d}{R_d} \leq 1,0 \quad (1.1)$$

Die Beanspruchungen sind aus anderen Vorschriften (DIN 1055, Eurocode 1) und je nach Lage und Ort des Bauteiles definiert.

Die Beanspruchbarkeiten entsprechen der Tragfähigkeit von Stahlkonstruktionen und sind einerseits durch die Materialfestigkeit und andererseits durch die Stabilität begrenzt. Die Grenzzustände der Tragfähigkeit des T-Kragträgers sind in Bild 1.6 dargestellt.

Materialversagen

Die Konstruktion versagt lokal bei Erreichen materialabhängiger Grenzwerte. Das Materialverhalten von Stahl wird über die Spannungs-Dehnungsbeziehung definiert (Bild 1.7).

Grenzzustände der Tragfähigkeit

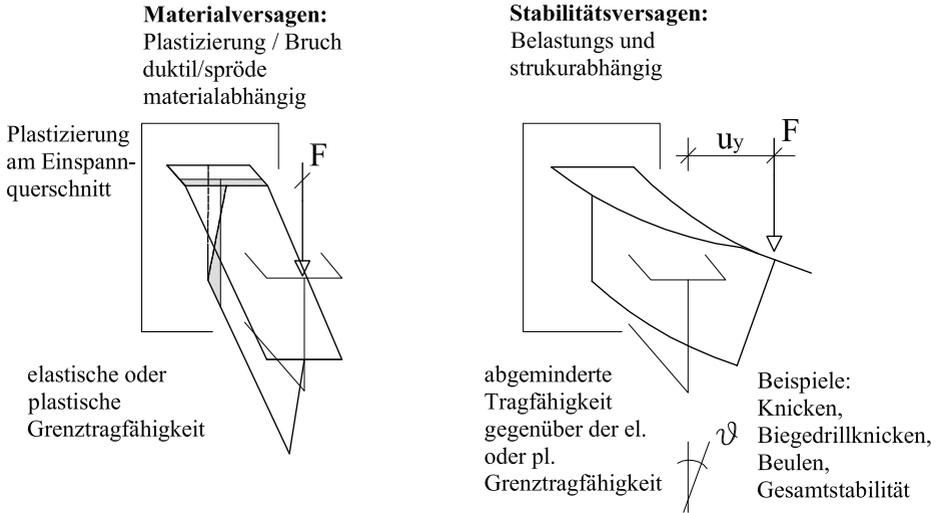


Bild 1.6: Grenzzustände der Tragfähigkeit

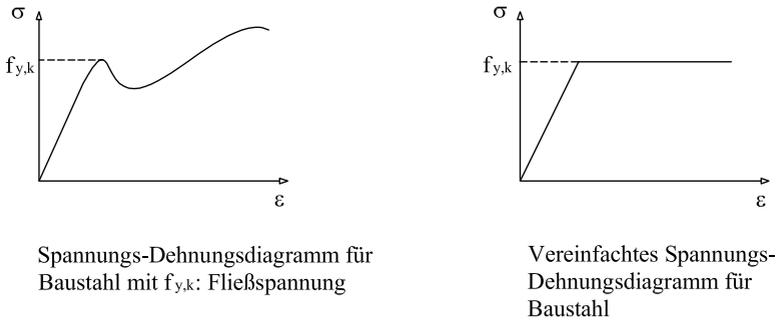


Bild 1.7: Spannungs-Dehnungsbeziehung von Stahl

Als Materialgrenzwert ist im Stahlbau die Proportionalitätsgrenze der Spannungs-Dehnungsbeziehung als Streckgrenze mit der Fließspannung f_y definiert. Mit dieser Größe lassen sich die elastischen und plastischen Grenzschnittgrößen N_{pl} , V_{pl} und M_{el} , M_{pl} eines Querschnittes angeben. Dies ist die Querschnittstragfähigkeit.

Nach dem Verfahren elastisch-elastisch gilt die Konstruktion als nicht mehr höher tragfähig, wenn an nur einer Stelle die Fließspannung f_y erreicht ist. Bei Anwendung der Verfahren elastisch-plastisch oder plastisch-plastisch ist das Erreichen der Fließspannung in einem größeren Querschnittsbereich, der dann plastiziert, zugelassen. Die Stahlkonstruktion versagt durch Bruch nach Plastizierungen und örtlich großen Verformungen, die zur Bildung eines kinematischen Mechanismus führen.

Stabilitätsversagen

Die Konstruktion versagt durch Verlust der Stabilität (Instabilitätserscheinungen) vor Erreichen der materialabhängigen elastischen oder plastischen Grenzlasterlast. Beispiele hierfür sind : Biegeknicken, Biegedrillknicken oder Plattenbeulen.

Der Tragsicherheitsnachweis ist im Grenzzustand der Stabilität zu führen. Es ist der Stabilitätsnachweis zu erbringen.

Der Stabilitätsnachweis für Bauteile kann grundsätzlich gemäß den Vorschriften /DIN 18800 1990/ oder /Eurocode 3-1-1 1993 & 2003/ geführt werden, sofern die ideale kritische Last (Verzweigungslast) bekannt ist und eine für den vorliegenden Stabilitätsfall spezifische schlankheitsabhängige Traglastabminderungskurve, wie beispielsweise die Knickspannungslinien für das Knickproblem oder die Winterkurve für das Plattenbeulen, zur Verfügung stehen.

1.3.2 Querschnittstragfähigkeit

Betrachtet man den allein durch das Material bedingten Grenzzustand der Tragfähigkeit so wird von der Querschnittstragfähigkeit gesprochen.

Bei einem T-Querschnitt tritt die Fließspannung f_y zuerst am unteren freien Stegtrand auf, während die übrigen Querschnittsbereiche und der obliegende

1.3 Problemstellungen

Flansch noch nicht voll ausgenutzt ist. Dieser Zustand wird als der elastische Grenzzustand definiert und ist in Bild 1.8 gezeigt.

Im Stahlbau wird die Beanspruchbarkeit oft auf Grundlage des (voll)plastischen Grenzzustandes bestimmt. Im vollplastischen Grenzzustand (plastische Querschnittstragfähigkeit) wirkt im gesamten Querschnitt die Fließspannung f_y . Der Querschnitt gilt dann als voll plastiziert. Die Spannungen müssen im Gleichgewicht sein. Der Spannungsverlauf im plastischen Grenzzustand ist ebenfalls in Bild 1.8 gezeigt.

Beim T-Kragträger treten die Plastizierungen zuerst am freien unteren Rand des Stegs auf.

Das Verhältnis von plastischer zu elastischer Tragfähigkeit ist abhängig von der Querschnittsform; jedoch ist beim T-Querschnitt das plastische Grenzbiegemoment um mindestens 50% höher als das elastische. Der T-Querschnitt bietet somit bei Biegemomentenbeanspruchung eine *hohe plastische Tragreserve*. Auf diese hohen plastischen Reserven soll bei der Traglastbestimmung nicht verzichtet werden. Allerdings müssen die zugehörigen plastischen Dehnungen auf bestimmte Werte beschränkt sein, so dass zum einen die Theorie vom Ebenbleiben der Querschnitt gilt und zum anderen die Gebrauchstauglichkeit nicht in Frage gestellt wird. Die Grenzdehnungen werden angegeben.

Die Frage ist, inwieweit die *plastische Tragfähigkeit* des T-Querschnitts für die

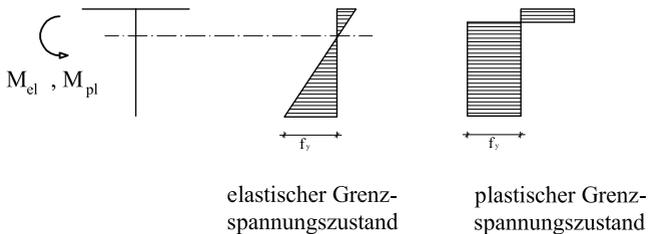


Bild 1.8: elastischer und plastischer Grenzspannungsverlauf infolge elastischem und plastischem Grenzbiegemoment.

1.3 Problemstellungen

Bei biegebeanspruchten Kragträgern mit einfachsymmetrischem T-Querschnitt, entsteht eine unsymmetrische Spannungsverteilung mit der betragsmäßig höchsten Spannung am unteren Stegrand (Bild 1.10). In dem hier betrachteten Fall wird der untere Querschnittsbereich, also der freie Stegrand, gedrückt. Andere Fälle als das der untere frei Stegrand gedrückt wird, werden nicht untersucht.

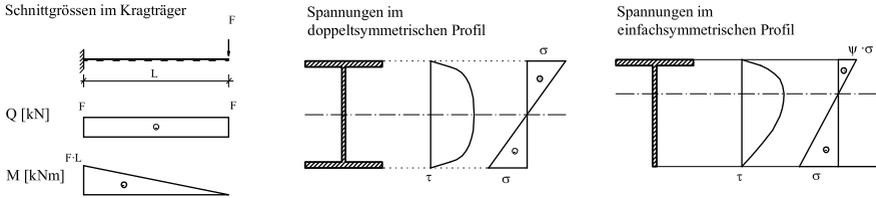


Bild 1.10: Schnittgrößen und Spannungsverteilung bei Kragträgern mit unterschiedlichen Querschnittsformen

Zusätzlich zu der Druckspannung aus dem Biegemoment muss der Steg auch die Schubspannungen aus der Querkraftbeanspruchung aufnehmen.

Im Gegensatz zum I-Profil wird der untere gedrückte Stegrand bei einem T-Profil nicht durch einen Flansch seitlich stabilisiert. Dies wirkt sich in zweierlei Hinsicht auf die Stabilität des gesamten Kragträgers aus: Zum Ersten kann der Steg sich wie eine dreiseitig gehaltene Platte mit Druck am freien Rand verhalten und *Ausbeulen*, zum Zweiten ist der T-Querschnitt im Gegensatz zum I-Querschnitt ein quasi wölbfreier Querschnitt und hat somit nur eine sehr geringe Biegetorsionssteifigkeit. Die Stabilität gegen *Biegedrillknicken* ist gefährdet. Beide Stabilitätsfälle beeinflussen sich gegenseitig.

Es liegt ein Gesamtstabilitätsproblem vor, das dadurch gekennzeichnet ist, dass der Grenzfall der Stabilität durch Biegedrillknicken des Trägers und Plattenbeulen des Stegs beeinflusst wird (Bild 1.9). Die Tragverhalten der beiden Instabilitätsarten sind verschieden und müssen im Fall der Gesamtstabilität in der Gemeinsamkeit - der Mischform - richtig bewertet werden.

Die unterschiedlichen Tragverhalten bei der global auftretenden Stabstabilität Biegedrillknicken und der lokalen Beulstabilität sind in Bild 1.11 allgemein und getrennt dargestellt.

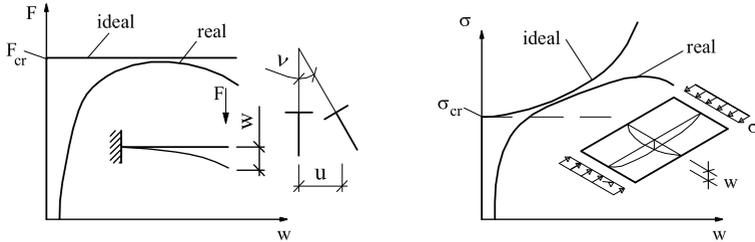


Bild 1.11: Ideales und reales Stabilitätsverhalten von querbelasteten Kragträgern und normalspannungsbeanspruchter Platte

Während die Traglast im Grenzzustand der Stabstabilität bei Trägern im höherem Schlankheitsbereich die ideal-kritische Last die obere Grenze darstellt, kann die Traglast im Grenzzustand der Plattenstabilität höher als die zugehörige ideal-kritische Last des Grundzustandes sein. Diese überkritischen Tragfähigkeiten werden im Stahlbau genutzt. Die Gesamtstabilität des T-Kragträgers ist ebenfalls durch dieses überkritische Tragverhalten geprägt. Es ist daher geboten den Anteil des überkritischen Tragverhaltens, wie es beim Stegbeulen auftritt, an der Gesamtstabilität zu überprüfen und realistisch einzuschätzen.

Die Beziehung der Traglastabminderungskurven von Biegedrillknicken und Plattenbeulen kann ebenfalls nicht festgehalten werden, da im Fall des Biegedrillknickens die Traglastabminderung bezüglich der *plastischen* Querschnittstragfähigkeit ermittelt wird und im Fall des Plattenbeulens bezüglich der *elastischen* Querschnittstragfähigkeit (Bild 1.12).

Im Einzelnen bestehen bei der Ermittlung der Tragfähigkeit biegebeanspruchter T-Kragträger die folgenden Problemstellungen:

Verzweigungslast für Biegedrillknicken

Die Torsionssteifigkeit des offenen dünnwandigen T-Querschnittes beschränkt sich auf die geringe *de Saint Venantsche* Torsionssteifigkeit der einzelnen Quer-

1.3 Problemstellungen

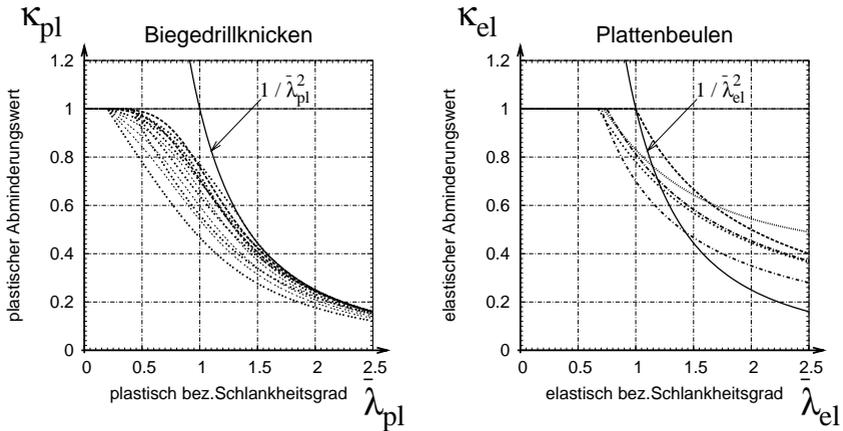


Bild 1.12: Traglastabminderungskurven für Biegedrillknicken und Plattenbeulen.

schnittsteile. Die Wölbsteifigkeit ist ebenfalls sehr gering. Die insgesamt *geringe Torsionssteifigkeit* begünstigt das *globale Versagen*. Hierbei verformt sich der Querschnitt nicht, was als *Querschnittstreue* bezeichnet wird.

Bei seitensteifem Obergurt verdreht sich der Querschnitt als Ganzes um den Schubmittelpunkt M . Der Schubmittelpunkt liegt in der Nähe des Schnittpunktes von Steg und Flansch. Die genaue Lage hat Einfluss auf die globale Stabilität. Der Gesamt-Schwerpunkt liegt unterhalb des Schubmittelpunktes. Der Schwerpunkt bewegt sich bei der Verdrehung des Querschnitts um M aus der Lage S nach S' (Bild 1.9-2). Die Systemachse (= Schwerachse) wird verformt. Der Träger wird also nicht nur verdreht sondern auch verbogen. Deshalb ist schon diese globale Instabilität ein Drillknicken mit Querbiegung, also *Biegedrillknicken*. Weil Schubmittelpunkt und Schwerpunkt nicht in einem Punkt liegen, ist die Stabilität gegen Biegedrillknicken je nach Lastrichtung unterschiedlich. Ist der untere Stegrand infolge Biegung gedrückt, ist der Träger nur bis zu einer betragsmäßig geringeren idealen Verzweigungslast stabil, als wenn am unteren Stegrand Zugspannungen wirken. Dieses Verständnis ist wichtig bei der Ermittlung der später erklärten

Querschnittsstrecke und deren Auswirkung auf die ideale Verzweigungslast des T-Kragträgers unter Voraussetzung der Querschnittstreue.

Bei geringer horizontaler Seitensteifigkeit des Flansches weicht der Querschnitt im Stabilitätsfall zusätzlich seitlich aus (Translation).

Die Berechnung der idealen Biegedrillknick-Verzweigungslast ist vom statischen System abhängig. Die bekannten in den Normen angegebenen vereinfachten Berechnungshilfen beziehen sich auf das System des Einfeldträgers mit doppelsymmetrischem Querschnitt und Gabellagerung der Endquerschnitte.

Die Berechnung der Verzweigungslast des Kragträgers mit einfachsymmetrischem T-Querschnitt nebst den hierzu benötigten Querschnittswerten wird hier behandelt und Lösungsmöglichkeiten angegeben.

Stabilität gegen Plattenbeulen des Stegs

Bild 1.9-3 zeigt die Querschnittsverformungen bei lokalem Verlust der Stabilität, dem Stegbeulen bei eingespanntem oberem Längsrand. Der Querschnitt verzerrt sich. Bei entsprechend großem Verhältnis von Steghöhe zu Stegdicke (b/t -Verhältnis) entziehen sich die gedrückten Bereiche des Steges durch seitliches Ausweichen der Druckspannung. Weil in diesem Falle die Plattensteifigkeit des Steges der Verformung maßgeblich widersteht, ist diese Instabilitätserscheinung als *Plattenbeulen* zu bezeichnen. Der Stahlbauer bezeichnet dies bei Stegen als *Stegbeulen*. Hier wird das Stegbeulen als das Stabilitätsproblem der dreiseitig gelagerten am Längsrand eingespannten oder teileingespannten Platte betrachtet und für den T-Kragträger aufbereitet, wobei auch der Einfluss eines gevouteten Trägers untersucht wird.

Gesamtstabilitätsproblem

Bei schlanken Stegblechen können die Instabilitätserscheinungen Stegbeulen und Biegedrillknicken gemeinsam auftreten. Es ist dann, wie /Fischer, Brune, Winterstetter 1997/ feststellten, ein *Gesamtstabilitätsproblem* (Teilbild 4 in Bild 1.9).

1.3 Problemstellungen

Eine Traglastabminderungskurve, die generell für das Gesamtstabilitätsproblem anzuwenden ist, kann nicht angegeben werden, da ja diese, je nach Einfluss der Einzelstabilitäten näher an der Traglastabminderungskurve für Biegedrillknicken oder für Plattenbeulen liegt. Weiter wäre festzulegen ob die Abminderung sich auf die elastische oder plastische Querschnittstragfähigkeit bezieht.

Wählt man den *Nachweis nach der Methode mit Einzelschlankheiten* so müssen Stegbeulen und Biegedrillknicken bei der Ermittlung der Traglast über eine Interaktionsformulierung gemeinsam gefasst werden. Eine geeignete Interaktionsformulierung wird hier vorgeschlagen.

Mit dem Forschungsbericht „*Dimensionierung und Nachweis von instabilitätsgefährdeten gevouteten Kragträger mit T-förmigem Querschnitt*“ /Fischer, Smida 2000 & 2001/ sind für vier Lastfälle und sieben Lagerungsarten (Bild 2.30) für einen großen Parameterbereich von Abmessungen und Vouten die *Verzweigungslasten der Gesamtstabilität* ermittelbar. Auf der Grundlage von acht Versuchen und weiteren numerischen FE-Traglastanalysen wird die Verwendung einer schlankheitsbezogenen Traglastabminderungskurve vorgeschlagen um die reale Traglast sicher bestimmen zu können. Dieses Vorgehen entspricht dem in der aktuellen Norm /Eurocode 3-1-1 2003/ vorgeschlagenen alternativen *Nachweis mit System-schlankheit*.

Auf das Vorgehen und die Ergebnisse des Forschungsberichtes wird in Abschnitt 2.4 eingegangen.

Weil die Versuchsträger einen hohen bezogenen Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}$ aufweisen, konnte das Tragverhalten von Kragträgern mit mittleren bezogenen Schlankheitsgrad bislang nur mit einer auf der sicheren Seite liegenden Traglastabminderung abgeschätzt werden. Die Berechnung von Trägern im mittelschlanken Bereich und deren Untersuchung bezüglich ihrer Traglast sollte möglichst genau erfolgen um ein wirtschaftliches Bemessungsmodell zu entwickeln.

Stabilitätsnachweis nach Norm

Nach den Normen /DIN 18800 1990, Eurocode 3-1-1 1993 & 2003/ kann für den Nachweis gegen kombiniertes Stabilitätsversagen (Gesamtstabilität) das *Verfahren auf Grundlage der Einzelschlankheiten* in verschiedenen Ausarbeitungen

angewendet werden. Ein Beispiel hierfür ist das Q-Faktor-Verfahren. Hierbei wird das Stegbeulen mit der Methode der wirksamen Breiten betrachtet. Es resultiert ein effektiver Querschnitt, dessen Widerstandsfähigkeit abgemindert ist. Die Stabilität gegen Biegedrillknicken wird gesondert betrachtet. Die ideale Verzweigungslast im Grenzzustand der Biegedrillknickstabilität des Kragträgers mit vollem Querschnitt muss bekannt sein. Die Berechnung dieser Verzweigungslast stellt ein Problem dar. Ebenso wie die Korrelation dieser idealen Verzweigungslast zur Traglast im Stabilitätsfall Biegedrillknicken sowie der Einfluss bei Gefährdung der Gesamtstabilität, also mit Stegbeulen kombinierte Instabilität.

Auf die zwei genannten Nachweisverfahren wird im Abschnitt 2 ausführlich eingegangen.

1.4 Motivation

Mit den heute verfügbaren modernen numerischen Berechnungsmethoden und den ebenso modernen Rechnern/Computern ist es möglich das Tragverhalten komplizierter Tragwerke mit Berücksichtigung des Einflusses der Nichtlinearität von Material, Geometrie und Imperfektionen zu simulieren und damit den Nachweis der Tragsicherheit zu führen.

Stabwerksprogramme bieten heute den Stabilitätsnachweis, beim querbelasteten Kragträger gegen Biegedrillknicken, an. Jedoch wird gerade beim T-Querschnitt festgestellt, dass die hiermit berechneten idealen Verzweigungslasten zu hoch sind, und der Nachweis mit diesen Lasten unsicher ist. Tabelle 1.1 zeigt die Abweichungen der Berechnungsergebnisse mit verschiedenen FE-Programmen und Elementarten.

Als genaue und sichere Näherung werden die idealen Verzweigungslasten nach CAS-2, ein Stabwerksprogramm mit allen nichtlinearen Anteilen in der Elementsteifigkeit nach /Salzgeber 2000/ und den kommerziellen FE-Programmen *Abaqus* und *Ansys* mit Verwendung von Schalenelementen angesehen. Wird hingegen mit den Balkenelementen von *Abaqus* und *Ansys* und dem RStab-Modul FE-BGDK die ideale Verzweigungslast ermittelt, so sind diese Lasten zu hoch und für den

1.4 Motivation

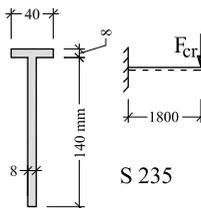
Anwendung/Näherung	Ideal-kritische Last [kN]	
CAS-2 /Salzgeber 2000/ <u>Abaqus:/Salzgeber 2000/</u>	5,144	
Schalenelement S4R <u>Ansys:</u>	5,104	
Schalenelement Shell 43 ohne Querschnittsverzerrung	5,25	
mit Querschnittsverzerrung	5,19	
<u>Rstab5:</u>		
Modul FE BGDK	5,60	
<u>Abaqus:/Salzgeber 2000/</u>		
Balkenelement B31OS	5,80	
<u>Ansys:</u>		
Balkenelement Beam 188	6,70	
<u>Näherungsverfahren:</u>		
/Wang, Kitipornchai 1986/	4,962	
/Roberts, Burt 1985/	6,13 / 3,05	

Tabelle 1.1: Vergleich von ideal-kritischen Lasten für einen T-Kragträger nach verschiedenen Berechnungsmethoden. Berechnungsergebnisse von CAS-2 und Abaqus nach /Salzgeber 2000/

sicheren Nachweis der Träger ungeeignet. Die zusätzliche Querschnittsverzerrung wird bei der Berechnung mit Balkenelementen nicht berücksichtigt, sodass das sich die berechneten Verzweigungslasten nur auf das querschnittstreue Versagen beschränken. Die Gesamtstabilität kann mit Balkenelementen nicht untersucht werden.

Mit dem Näherungsverfahren nach /Wang, Kitipornchai 1986/ wird die ideale Verzweigungslast sicher erzielt, während nach /Roberts, Burt 1985/ zum einen ein unsicheres und zum anderen ein sicheres Ergebnis resultiert. Diese Näherungsverfahren sind für Kragträger mit einfachsymmetrischem I-Querschnitt entwickelt worden. Der T-Querschnitt stellt für beide Näherungen einen absoluten Grenzfall dar und kann nicht gut abgebildet werden. Hiermit wird der Unterschied der Stabilität von I-Querschnitt zu T-Querschnitt deutlich. Beide Arbeiten weisen auf die Besonderheiten des T-Querschnittes hin.

Dennoch erfordert heute und auch in Zukunft die tägliche Arbeit des Ingenieurs, bei Entwurf, Dimensionierung und Nachweis von Bauwerken und Bauteilen, anwendbare und überschaubare Methoden. Die Vielfalt der heute zur Verfügung stehenden Simulationsmöglichkeiten können wegen der nicht immer eindeutigen und nachvollziehbaren Lösung eher zu Verwirrung führen. Dies verleitet dann dazu den Anspruch an Überschaubarkeit aufzugeben und den Ergebnissen aus Computeranwendungen als sogenannte 'Black Box' blind und ohne Plausibilitätsprüfung zu vertrauen. Dies ist in zweifacher Hinsicht schlecht, weil zum Einen schon die Eingabe, also die der 'Black Box' gegebenen Angaben, falsch sein könnten ohne die Möglichkeit dies anhand der Ergebnisse plausibel zu prüfen ¹. Zum anderen kann die Arbeitsweise der 'Black Box' selbst nicht mehr überprüft werden.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass sichere Lösungen nur mit den Schalenmodellen und dem FE-Programm CAS-2 erzielt werden. Der Aufwand bei der Modellbildung mit Schalenelementen für Trägerquerschnitte ist allerdings erheblich höher als wenn der Träger mit Balkenelementen diskretisiert wird.

Da dem praktisch tätigen Ingenieur in den wenigsten Fällen diese Programme zur Verfügung stehen, und selbst wenn dies der Fall wäre eine Analyse mit Schalenelementen sehr aufwendig und anspruchsvoll bleibt, sind vereinfachte Methoden

¹Englisches Sprichwort : „Garbage in, garbage out“

zur Dimensionierung und Nachweisführung sehr hilfreich und dienen der Sache, nämlich dem Bauen mit modernen neuen Formen.

1.5 Ziel und Vorgehen

Das Ziel dieser Arbeit ist es, ein Bemessungskonzept in Anlehnung an das *Verfahren mit Einzelschlankheiten* für den Stabilitätsnachweis von Kragträgern mit T-Querschnitt zu entwickeln und bereitzustellen.

Die einzelnen Schritte beim Nachweis nach dem Verfahren mit Einzelschlankheiten werden in dieser Arbeit entwickelt und vorgestellt. Diese sind:

1. Ermittlung der idealen Verzweigungslasten des querschnittstreuen Versagens für die wichtigsten Fälle mit verschiedenen Methoden (Biegedrillknicken).
2. Definition einer Traglastabminderungskurve für Biegedrillknicken über der plastischen Tragfähigkeit für den T-Kragträger.
3. Vorschlag eines sicheren, wirtschaftlichen und baupraktischen Nachweisverfahrens der Gesamtstabilität mit einer Interaktion von Biegedrillknicken und Stegbeulen.

Mit der Darstellung früherer Forschungsarbeiten zur Ermittlung der Verzweigungslast wird die Komplexität des Stabilitätsproblems verdeutlicht. Eigene Vorschläge zur vereinfachten Ermittlung der ideal-kritischen Last werden gemacht. Mit dem hier eigens hergeleiteten FE-Stabelement kann die Ermittlung der Verzweigungslast unter Voraussetzung der Querschnittstreue allgemein erfolgen.

Weil die Traglast in Bezug auf die plastische Grenzlast definiert wird, müssen Grenzen zur Anwendung des vollplastischen Momentes des T-Querschnittes, beziehungsweise auch zur Anwendung des hier vorgestellten Bemessungsverfahrens herausgearbeitet und definiert werden. Daher ist es von großer Bedeutung das plastische Tragverhalten des T-Querschnittes zu betrachten um die genannten Schlüsse zu ziehen.

Geometrisch und stofflich nichtlineare FE-Berechnungen unter Berücksichtigung unterschiedlicher, der Normung entsprechender Imperfektionen unter Einbeziehung von Versuchsergebnissen, bilden die Grundlage zur Bestimmung der Traglastabminderungsbeziehung.

Der Vergleich der verfügbaren Bemessungsmodelle untereinander und mit den Ergebnissen der numerischen Gegenrechnung zeigt, dass die Tragfähigkeit nicht annähernd realitätsnah bestimmt wird. Daher wird ein neues Nachweisverfahren in Anlehnung an die Normen, jedoch mit einer speziell für den T-Kragträger speziell entwickelten Interaktion von Biegedrillknicken und Stegbeulen vorgeschlagen.

1.6 Vereinbarungen und Definitionen

1.6.1 Annahmen

In dieser Arbeit beruhen die Untersuchungen und daraus folgenden Erkenntnisse auf den folgenden Annahmen:

1. Es wird der T-Querschnitt mit Druckspannung am freien Stegrand betrachtet.
2. Es wird das System des Kragträgers untersucht.
3. Die Traglastuntersuchungen erfolgen auf Grundlage des idealisierten bilinearen linear-elastisch ideal-plastischen Materialverhaltens von duktilem Baustahl ohne Begrenzung der plastischen Dehnungen.
4. Für die Nutzbarkeit der plastischen Tragreserve bei der plastischen Querschnittstragfähigkeit sind die Dehnungen auf die vierfache Fließdehnung begrenzt.
5. Normalspannungen sind auch bei gevouteten Trägern vereinfachend in Richtung der Trägerlängsachse definiert.
6. Der Einfluss von Schubspannungen wird nicht betrachtet.

1.6.2 Abmessungen

Bild 1.13 zeigt die verwendeten Bezeichnungen der Trägerabmessungen und die Orientierung des hier verwendeten Koordinatensystems.

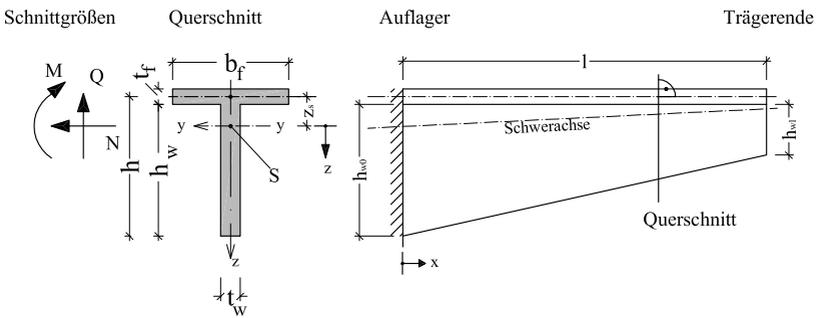


Bild 1.13: Bezeichnungen der Abmessungen am T-Kragträger

Bei veränderlicher Steghöhe $h_w(x)$ gilt:

$$h_w(x) = h_{w0} - \frac{x}{l}(h_{w0} - h_{wl}) \quad \text{mit} \quad \xi = \frac{x}{l} \quad \text{folgt} \quad (1.2)$$

$$h_w(\xi) = h_{w0} - \xi(h_{w0} - h_{wl}) \quad (1.3)$$

Für die nachfolgenden Untersuchungen ist es sinnvoll die Abmessungen in bezogenen dimensionslosen Werten anzugeben. Die relativen Beziehungen werden an

dieser Stelle wie folgt vereinbart:

$$k_h = \frac{l}{h_{w0}} \quad : \quad \text{bezogene Länge}$$

$$k_b = \frac{b_f}{h_{w0}} \quad : \quad \text{bezogene Flanschbreite}$$

$$k_v = \frac{h_{wl}}{h_{w0}} \quad : \quad \text{bezogene Voute}$$

$$k_w = \frac{h_{w0}}{t_w} \quad : \quad \text{Stegschlankheit}$$

$$k_f = \frac{t_f}{t_w} \quad : \quad \text{bezogene Flanschdicke}$$

1.6.3 Koordinatensystem und Vorzeichen

Das rechtshändige Bezugskordinatensystem für die hier abgeleiteten Größen liegt im Schwerpunkt des Querschnittes. Die x -Achse erstreckt sich in Trägerlängsrichtung, die z -Achse erstreckt sich in Richtung zum freien Stegstrand hin (1.14).

Zugspannungen/Dehnungen sind positiv, Druckspannungen/Verkürzungen sind negativ.

Positive Schnittgrößen rufen in einer positiven Faser (Lage in positiver z -Richtung des Querschnitts) positive Spannungen hervor.

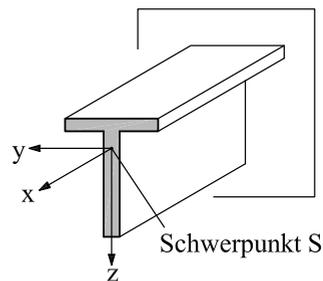


Bild 1.14: Koordinatensystem am T-Kragträger

Die Schnittgrößen und Querschnittswerte beziehen sich immer auf den Schwerpunkt. Allerdings werden die Querschnitte senkrecht zum Flansch betrachtet. Die Neigung der Schwerachse wird bei der Ermittlung von Querschnittswerten und Schnittgrößen vernachlässigt.

Daher gelten alle folgenden Untersuchungen nur, wenn die Neigung der Schwerachse vernachlässigt werden kann. Dies ist bei den hier betrachteten Trägern der Fall.

1.6.4 Querschnittswerte

Mit den vereinbarten Bezeichnungen der Abmessungen und der Querschnittshöhe $h_w = h_w(x)$ errechnen sich die erforderlichen Querschnittswerte wie folgt.

$$\text{Flanschfläche : } A_f = b_f \cdot t_f$$

$$\text{Stegfläche : } A_w = h_w \cdot t_w$$

$$\text{Querschnittsfläche : } A = A_f + A_w = b_f \cdot t_f + h_w \cdot t_w$$

$$\text{Koordinate des Flansches : } z_f = -\frac{A_w(t_w + h_w)}{2 \cdot A}$$

$$\text{Koordinate des Stegs : } z_w = \frac{A_f(t_w + h_w)}{2 \cdot A}$$

$$\begin{aligned} \text{Flächenmoment 2. Grades : } I_y &= \int_A z^2 dA \\ &= \frac{1}{12} (t_f^2 \cdot A_f + h_w^2 \cdot A_w) + z_f^2 A_f + z_w^2 A_w \end{aligned}$$

Die Koordinaten von Flansch z_f und z_w beziehen sich auf den Koordinatenursprung im Schwerpunkt.

2 Stand der Forschung

2.1 Das Verzweigungsproblem Biegedrillknicken des T-Kragträgers

Die Stabilität von Kragträgern ist maßgeblich durch Biegedrillknicken (Kippen) gefährdet. Zur Beurteilung dieser Instabilität wird die Biegetorsionstheorie der Stäbe genutzt.

Die allgemeine elastische Biegetorsionstheorie von offenen dünnwandigen Profilen beruht auf den Grundlagen-Arbeiten von *de St. Venant*, *Prandtl*, *Vlassow*, *Goodier*, *Wagner*, *Bleich*, *Kappus*, *Chwalla*, *Timoshenko/Gere*, *Bornscheuer* und Anderer.

Im Folgenden soll ein Überblick über wichtige Forschungsarbeiten das Stabilitätsproblem des Kragträgers betreffen, gegeben werden. Hierbei wird bei einigen Näherungslösungen nur das Biegedrillknickproblem behandelt, während andere zusätzlich die Querschnittsverzerrung, auch Verlust der Querschnittstreue genannt, mit berücksichtigen. Für die Bemessung ist aber immer die ideale Gesamtverzweigungslast, bei der alle Instabilitäten berücksichtigt sind, von Interesse. Bei den Lösungen ohne Berücksichtigung der Querschnittsverzerrung muss in einem nächsten oder bereits vorhergehenden Schritt die Ergänzung zur Gesamtstabilität erfolgen.

2.1.1 Die Arbeiten von Prandtl, Mitchell, Timoshenko und Chwalla

/Prandtl 1889/ und /Mitchell 1899/ ermittelten die ideale Verzweigungslast F_{cr}

2.1 Das Verzweigungsproblem Biegedrillknicken des T-Kragträgers

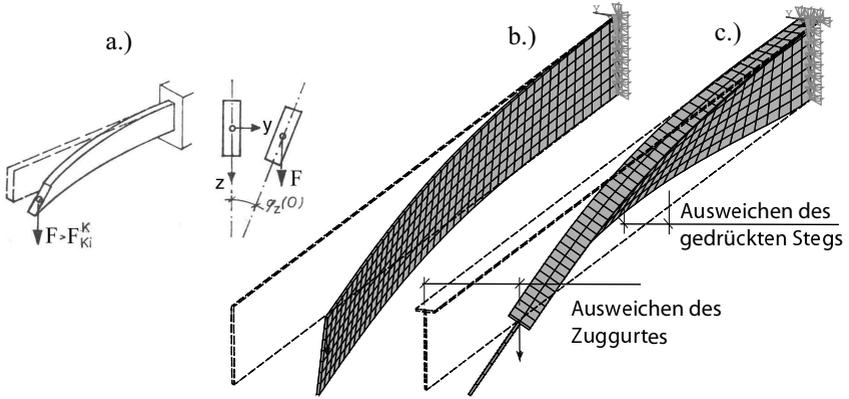


Bild 2.1: Ideale Versagensformen (Eigenformen) für Kragträger mit prismatischen Querschnitt. a.) Prandtl-Fall aus /Steup 1990/ und Eigenformen nach FE-Methode für b.) prismatischen Querschnitt und c.) T-Querschnitt.

für den Kragträger mit rechteckigen, über die Länge gleichbleibenden Vollquerschnitt unter Einwirkung einer Einzellast F am Kragträgerende, die im Abstand e vom Schubmittelpunkt angreift. Die Wölbsteifigkeit der Querschnitte wurde nicht berücksichtigt.

$$F_{cr} = 4,013 \cdot \frac{\sqrt{EI_z \cdot GI_t}}{l^2} \cdot \left(1 - 1,03 \frac{e}{l} \sqrt{\frac{EI_z}{GI_t}} \right) \quad (2.1)$$

Gleichung 2.1 ist die Lösung der für dieses Stabilitätsproblem notwendigen Differentialgleichungen,

$$GI_t \vartheta'' - M_y u_{yM}'' = 0, \quad (2.2)$$

$$EI_z u_{yM}^{IV} + (M_y \vartheta)'' = 0, \quad (2.3)$$

und ist nach der Eliminierung von u_{yM} , analog Gleichung 4.4, mit einem mehrgliedrigen Potenzreihenansatz mit Koeffizientenvergleich zugänglich, siehe hierzu

/Steup 1990/.

Für den Lastfall einer Gleichstreckenlast mit Lastangriff im Schubmittelpunkt $e = 0$ wurde die ideale Verzweigungslast q_{cr} von Prandtl/Mitchell wie folgt

$$q_{cr} = 12,854 \cdot \frac{\sqrt{EI_z \cdot GI_t}}{l^3} \quad (2.4)$$

angegeben.

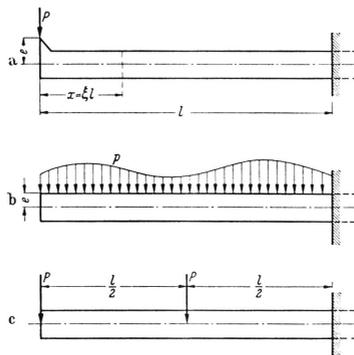


Abb. 32.

Bild 2.2: Kragträgersysteme für die nach Chwalla /Chwalla 1939/ ideale Verzweigungslasten zusammengefasst sind.

/Chwalla 1939/ fasst die Ergebnisse von *Prandtl/Mitchell* , *Timoshenko 1910/*, *Stüssi 1935/* und *Federhofer 1930/* zusammen und wendete zur Ermittlung der idealen Verzweigungslasten ein Iterationsverfahren zur angenäherten Lösung allgemeinerer Kipp-Probleme, das von Stüssi entwickelte Verfahren der „schrittweisen Annäherung“, an. Das Verfahren basiert auf einer plausibel angenommenen, die Randbedingungen erfüllenden Verteilung der Verdrehwinkel ϑ im Instabilitätsfall (Ansatzfunktion) mit anschließender Integration der aufgestellten Differentialgleichung und Bestimmung der Integrationskonstanten.

2.1 Das Verzweigungsproblem Biegedrillknicken des T-Kragträgers

Timoshenko [*Timoshenko, Gere 1961/*, *Timoshenko 1910*] führt das Kipp-Problem des I-Trägers mit doppelt-symmetrischem konstantem Querschnitt für verschiedene Fälle der Belastungen und Lagerung der Lösung zu. Er zeigt den Einfluss der Flanschbiegung (Verwölbung des Querschnittes) und den Einfluss des Lastangriffsortes auf. Als Ergebnis wurden über dem, auch als *Timoshenko-Parameter* bekannten Hilfwert

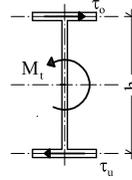


Bild 2.3: Flanschbiegung

$$\chi = \frac{EI_z}{GI_t} \left(\frac{h}{2l} \right)^2, \quad (2.5)$$

¹ Beiwerte k_{lt} für verschiedene Belastungen, Lastangriffsorte und Lagerungen angegeben. Diese Tabellen wurden auch in die früher gültige Stahlbaunorm /DIN 4114 1952/ aufgenommen und sind in Bild 2.1.1 und in den Bautechnischen Zahlentafeln /Wendehorst 2000/ dargestellt. Die ideale Verzweigungslast wird über die Momentenschnittgröße als ideal kritisches Biegemoment gewonnen.

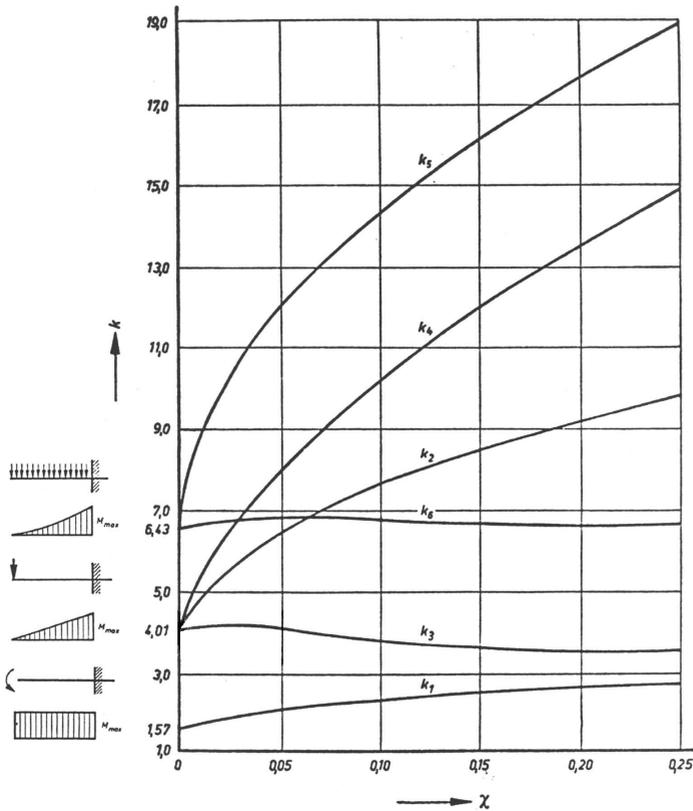
$$M_{cr} = \frac{k_{lt}}{l} \cdot \sqrt{EI_z \cdot GI_t} \quad (2.6)$$

Für den wölbfreien Querschnitt gehen die Lösungen von *Timoshenko* in die Lösung nach *Prandtl/Mitchell* über.

Bei seitlicher Halterung und Gabellagerung des freien Kragarmendes (Lagerung 1.2) werden in den Bautechnischen Zahlentafeln /Wendehorst 2000/, analog zu der Darstellung von *Timoshenko* für die Beiwerte k_{lt} , folgende Näherungsgleichungen angegeben.

$$\begin{aligned} k_1 &\cong 4,5[1 + 7,85 \cdot \chi \cdot (1 - \chi)] \\ k_2 &\cong k_3 \cong k_4 \cong 10,45 \cdot [1 + 9,0 \cdot \chi \cdot (1 - \chi)] \\ k_5 &\cong 16,65 \cdot [1 + 1,65 \cdot \chi \cdot (1 - \chi)] \end{aligned} \quad (2.7)$$

¹Hier wird der Index $_{lt}$ für Biegedrillknicken (engl. Lateral-Torsional Buckling) hinzugefügt



- k_1 : Biegemoment am Kragträgerende
- k_2 : Einzellast am Kragträgerende mit Lastangriff im Schubmittelpunkt
- k_3 : Einzellast am Kragträgerende mit Lastangriff am oberen Flansch
- k_4 : Einzellast am Kragträgerende mit Lastangriff am unteren Flansch
- k_5 : Gleichstreckenlast mit Lastangriff im Schubmittelpunkt
- k_6 : Gleichstreckenlast mit Lastangriff am oberen Flansch

Bild 2.4: Beiwerte $k = k_{lt}$ über dem *Timoshenko*-Parameter χ bei Kragträgern mit doppelsymmetrischem I-Querschnitt für unterschiedliche Lastfälle, aus /DIN 4114 1952/

2.1.2 Weiterführende theoretische Näherungslösungen nach Scheer, Fischer, Hildenbrand und Roik et. al

Scheer [*Scheer 1959*/, *Scheer 1968*] erfasst das Biegedrillknickproblem von einfachsymmetrischen Einfeldbiegeträgern als Beulproblem des Steges mit der realitätsnahen Einspannung der Längsränder durch die Flansche. Auf dieser Grundlage wird das Gesamtstabilitätsproblem nach der linearen Beultheorie mit dem Ansatz von trigonometrischen Funktionen unter Anwendung des Übertragungsmatrizenverfahrens gelöst und die ideale Verzweigungsspannung ermittelt.

Fischer [*Fischer 1967a*/, *Fischer 1967b*/, *Fischer 1973*] untersucht das Biegedrillknickproblem von doppelsymmetrischen I-Trägern bei Verzicht der Voraussetzung der Querschnittstreue - also das Gesamtstabilitätsproblem - und wirklichkeitsnaher Lagerung des gedrückten Gurtes unter konstanter Querbelastrung und exzentrischer Normalkraft. Zur Ermittlung von ideal-kritischen Verzweigungslasten kommt das Variationsprinzip der Energiemethode in Verbindung mit dem *Ritzschen* Verfahren zur Anwendung.

Fischer ermittelt zunächst die Potentiale der Gurtquerschnitte als Balken und des Stegs als Platte und fügt diese Anteile zusammen.

/Hildenbrand 1970/ untersucht die Kippstabilität einfach- und doppelsymmetrischer, eingespannter oder gabelgelagerter Träger mit linear veränderlicher Querschnittshöhe. Unter Anwendung der Energiemethode und dem *Ritzschen* Verfahren untersucht er das Stab-Stabilitätsproblem unter Voraussetzung der Querschnittstreue. Mit einem fünfgliedrigen Ansatz von trigonometrischen Funktionen wurden die Koeffizienten-Matrizen der systemabhängigen Anteile **A** und der Lastabhängigen Anteile **B** abgeleitet.

Hildenbrand leitet für freies Kippen und Kippen mit gebundener Drehachse des Kragträgers mit doppelsymmetrischem Querschnitt für die Belastungsfälle des am Kragarmende angreifenden Biegemomentes und der im Schubmittelpunkt angreifenden konstanten Gleichstreckenlast die Verzweigungslasten ab. Er verwendet hierzu einen eingliedrigen trigonometrischen Ansatz für die Verdrehung ϑ in der kombinierten Bewegungs-Differentialgleichung (4.5).

Freies Kippen nach *Hildenbrand*:

$$M_{cr}^2 = \frac{27\pi^3(9\pi^2 EI_w + 4l^2 GI_t)}{16l^4(8 + 9\pi)} EI_z \cong 1,44 \frac{9\pi^2 EI_w + 4l^2 GI_t}{l^4} EI_z$$

$$q_{cr}^2 = \frac{3645\pi^7(9\pi^2 EI_w + 4l^2 GI_t)}{8l^8(243\pi^5 - 2700\pi^3 + 7500\pi - 5120)} EI_z \cong 70,511 \frac{9\pi^2 EI_w + 4l^2 GI_t}{l^8} EI_z$$

Für $I_w = 0$, also den wölbfreien Querschnitt erhält man:

$$M_{cr} = 2,402 \frac{\sqrt{GI_t EI_z}}{l} \quad (2.8)$$

$$q_{cr} = 16,794 \frac{\sqrt{GI_t EI_z}}{l^3} \quad (2.9)$$

Kippen mit gebundener Drehachse nach *Hildenbrand*:

$$M_{cr} = \frac{3\pi(9\pi^2 EI_w + 9\pi^2 EI_z f_z^2 + 4GI_t l^2)}{8(3\pi + 4)l^2 f_z} \quad (2.10)$$

$$q_{cr} = \frac{27\pi^3(9\pi^2 EI_w + 9\pi^2 EI_z f_z^2 + 4GI_t l^2)}{4(9\pi^3 + 42\pi - 32)l^4 f_z} \quad (2.11)$$

Die Höhe des im Querschnitt gehaltenen Punktes wird mit der z-Koordinate f_z beschrieben.

Der Vergleich von idealen Verzweigungslasten des wölbfreien flanschlosen Kragträgers nach der Näherungslösung nach *Hildenbrand* mit der geschlossenen exakten Lösung nach der Gleichgewichtsmethode von *Prandtl/Mitchell* macht den Unterschied einer Näherungslösung zur geschlossenen ‘exakten’ Lösung deutlich. Während der Beiwert k für den Lastfall Gleichstreckenlast ‘exakt’ 12,854 (Gl.2.4) ist, erhält man mit der Näherungslösung (Gl.2.9) nach *Hildenbrand* einen um 30,7% höheren Beiwert von $k = 16,794$.

/Roik, Carl, Lindner 1972/ erläutern umfassend die Biegetorsionstheorie der Stäbe mit offenem dünnwandigem Querschnitt. Für das daraus abgeleitete ideale

Stabilitätsproblem des Biegedrillknickens werden Lösungsmöglichkeiten nach der Gleichgewichtsmethode (Lösen der Differentialgleichungen) und nach den Energiemethode in Verbindung mit dem *Rayleigh/Ritz*schen Verfahren diskutiert. Neben trigonometrischen Verformungsansätzen werden *Hermite*sche Polynomansätze angewendet und bevorzugt verwendet.

In /Roik, Carl, Lindner 1972/ wurde auch die Stabilität des seitlich gehaltenen Kragträgers, also das Kippen mit gebundener Drehachse untersucht. Es wurde festgestellt, dass für den Lastfall der Gleichstreckenlast eine Näherungslösung mit einem fünfgliedrigem Ansatz *Hermite*scher Polynome 10% Abweichung gegenüber der Näherungslösung eines eingliedrigen Sinus-Ansatzes aufweist, wobei aber noch keine Aussage über die Güte des genaueren Ansatzes mit *Hermite*scher Polynomen gemacht werden konnte.

2.1.3 Versuche und Näherungslösung nach Anderson & Trahair

/Anderson, Trahair 1972/ untersuchen das Kippverzweigungsproblem (Torsional-Flexural-Buckling) von einfachsymmetrischen nicht beulgefährdeten Querschnitten.

Es wird erkannt, dass die Gefährdung durch Instabilitätsverlust je nach Querschnittsform und statischem System unterschiedlich groß ist.

Beim durch positive Biegemomente belasteten Einfeldträger, also mit Zugspannungen im unteren und Druckspannungen im oberen Flansch, ist die Stabilität gegen Biegedrillknicken (Kippen) höher, wenn der gedrückte obere Flansch größer als der untere gezogene Flansch ausfällt und entsprechend geringer bei umgekehrten relativen Flanschflächenverhältnis (siehe Bild 2.5).

Folglich hängt die Stabilität gegen Biegedrillknicken von Trägern mit einfachsymmetrischem Querschnitt und Biegemomentenbelastung in Symmetrieebene von der Lastrichtung ab.

Bei durch Einzellast beanspruchten Trägern hat die Höhe der Lasteinleitung in Bezug auf den Schubmittelpunkt M , bei allen Querschnittsformen, zusätzlich Einfluss auf die Biegedrillknickstabilität.

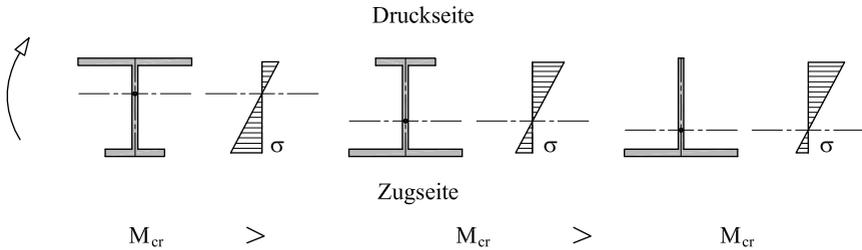
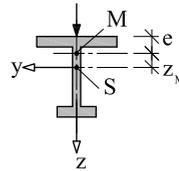


Bild 2.5: Relativer Vergleich ideal-kritischer Momente M_{cr} von einachs-symmetrischen Querschnitten

Um einen Grad der Einfachsymmetrie zu formulieren wird ein gemischtes Querschnittsintegral nach *Goodier* herangezogen.



$$\beta_y = \frac{1}{I_y} \cdot \left(\int_A y^2 z dA + \int_A z^3 dA \right) - 2z_M$$

Der Querschnittswert β_y ist identisch mit der auf den Schubmittelpunkt bezogenen Querschnittsstrecke r_{Mz} , wie schon in Abschnitt 4.2.3 definiert. Das Vorzeichen dieses Wertes hängt von der Belastungsrichtung ab. Liegt der untere positive Rand, wie bei dem hier betrachteten T-Querschnitt in der Druckzone, ist die Querschnittsstrecke r_{Mz} positiv. Mit einer positiven Querschnittsstrecke ist die zugehörige ideale Verzweigungslast kleiner als wenn der untere Rand in der Zugzone läge und r_{Mz} negativ wäre. Somit wird mit dem Vorzeichen der Querschnittsstrecke r_{Mz} die Abhängigkeit der Verzweigungslast von der Belastungsrichtung bestimmt.

2.1 Das Verzweigungsproblem Biegedrillknicken des T-Kragträgers

$$\begin{aligned}
 I_p &= \int_A (z^2 + y^2) dA && \text{polares Trägheitsmoment} \\
 I_{yp}^S &= \int_A z(z^2 + y^2) dA && \text{auf S bez. erw. pol. Trägheitsmoment} \\
 I_{yp}^M &= I_{yp}^S - 2z_M I_y && \text{auf M bez. erw. pol. Trägheitsmoment} \\
 r_{Mz} = \beta_y &= \frac{I_{yp}^M}{I_y} && \text{auf M bez. Querschnittsstrecke}
 \end{aligned}$$

Nach *Anderson & Trahair* ist der Grad der Einfachsymmetrie δ_{sym} die auf die Trägerlänge l und das Steifigkeitsverhältnis $\sqrt{\frac{EI_z}{GI_t}}$ bezogene Querschnittsstrecke r_{Mz} . Auf gleiche Weise wird der bezogene Lastangriffspunkt \bar{e} definiert.

$$\delta_{sym} = \frac{r_{Mz}}{l} \sqrt{\frac{EI_z}{GI_t}} \quad (2.12)$$

$$\bar{e} = \frac{e}{l} \sqrt{\frac{EI_z}{GI_t}} \quad (2.13)$$

$$(2.14)$$

Anderson & Trahair sahen das Biegedrillknickproblem von einfachsymmetrischen Querschnitten, speziell für das statische System des Kragträgers, als unzureichend erklärt. Mit der Methode der finiten Integrale konnten für den Einfeldträger und den Kragträger mit einfachsymmetrischem Querschnitt unter Gleichstreckenlast und Einzellast die Beiwerte ² k_{lt} der kritischen Last numerisch ermittelt werden.

$$k_{lt} = P_{cr} \cdot \frac{l^2}{\sqrt{EI_z GI_t}} \quad \text{Einzellast} \quad P_{cr} \quad (2.15)$$

$$k_{lt} = q_{cr} \cdot \frac{l^3}{\sqrt{EI_z GI_t}} \quad \text{Gleichstreckenlast} \quad q_{cr} \quad (2.16)$$

²Anderson und Trahair nannten diesen Wert γ , hier soll er die schon definierte Bezeichnung tragen.

In Tabelle 2.1 sind die kritischen Lastparameter k_{lt} für unterschiedliche Grade der Einfachsymmetrie δ_{sym} dargestellt. Je größer δ_{sym} ist, desto geringer ist der zugehörige kritische Lastparameter. Die umgekehrte Proportionalität von γ zur Querschnittsstrecke, die linear in den Grad der Einfachsymmetrie eingeht, ist erkennbar. Ein Träger mit gedrücktem kleinerem Flansch versagt eher als ein Träger dessen größerer Flansch gedrückt ist.

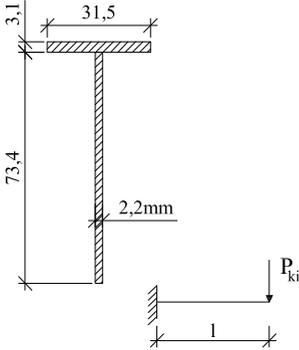
System	\bar{e}	Grad der Einfachsymmetrie δ						
		0.6	0.3	0.1	0	-0.1	-0.3	-0.6
	0.6	1.00	1.23	1.42	1.53	1.65	1.94	2.94
	0.3	1.30	1.77	2.22	2.50	2.83	3.65	5.39
	0	1.55	2.43	3.39	4.01	4.74	6.47	9.57
	-0.3	1.63	2.75	3.99	4.78	5.67	7.69	11.11
	-0.6	1.64	3.44	4.21	5.06	6.02	8.15	11.71
	0.6	2.25	2.89	3.49	3.85	4.27	5.32	7.64
	0.3	2.84	4.18	5.62	6.60	7.83	11.24	19.76
	0	3.26	7.49	9.95	12.89	16.54	25.54	41.67
	-0.3	3.37	8.66	13.35	18.27	23.74	35.60	54.17
	-0.6	3.41	9.38	15.12	21.60	28.36	42.18	62.72

Tabelle 2.1: Kritische Lastparameter k_{lt} für den Kragträger unter Einzellast und Gleichstreckenlast nach /Anderson, Trahair 1972/

In Abhängigkeit vom Grad der Einfachsymmetrie δ_{sym} und des bezogenen Lastangriffspunktes \bar{e} sind die kritischen Lastparameter für den Kragträger in Tabelle 2.1 aufgetragen.

An Kragträgern aus hochfestem Aluminium mit vier unterschiedlich einfachsymmetrischen Querschnitten, darunter ein T-Querschnitt, führten *Anderson & Trahair* Traglastversuche durch. Die untersuchten T-Träger weisen hohe bezogene Schlankheitsgrade $\bar{\lambda}$ auf, sodass die Traglasten mit den idealen Verzweigungsla-

2.1 Das Verzweigungsproblem Biegedrillknicken des T-Kragträgers



Träger		4Ba65	4Ba50
Länge l	[mm]	1651	1270
$P_{u,Exp}$	[N]	94.42	149.5
$M_{u,Exp}$	[Nm]	155.9	189.9
$P_{cr,And.&Tra.}$	[N]	95.31	145.63
$M_{cr,And.&Tra.}$	[Nm]	157.4	184.9
$P_{cr,FE}$	[N]	99.5	152.0
$M_{cr,FE}$	[Nm]	164.2	193.0
$\bar{\lambda}_{el} =$	$\sqrt{\frac{M_{el}}{M_{ki}}}$	2.11	1.95
$\bar{\lambda}_{pl} =$	$\sqrt{\frac{M_{pl}}{M_{ki}}}$	2.82	2.60

Tabelle 2.2: Berechnungs- und Versuchsergebnisse nach /Anderson, Trahair 1972/ im Vergleich mit FE-Schalenelementberechnungsergebnissen

sten durchaus verglichen werden können.

Die experimentell ermittelten Traglasten stimmen mit den theoretisch, unter Anwendung der kritischen Lastparameter k_{lt} , ermittelten idealen Verzweigungslasten in guter Näherung überein (Tabelle 2.2). Eine hier durchgeführte FE-Berechnung mit Schalenelementen unter der Annahme des Elastizitätsmoduls von $E = 7000 \text{ kN/cm}^2$ und des Schubmoduls $G = 2700$ für Aluminium führte zu etwas höheren ideal-kritischen Verzweigungslasten.

2.1.4 Berechnungen und Näherungen nach Roberts et al

/Roberts, Azizian 1983/ untersuchten die Instabilität einfachsymmetrischer I-Träger und leiten für einige wichtige Fälle die idealen Verzweigungslasten nach der Energiemethode ab.

Für den Einfeldträger wurden Bestimmungsgleichungen für die Lastfälle a) kon-

stantes Biegemoment, b) Einzellast in Feldmitte und c) Gleichstreckenlast über die gesamte Feldlänge angegeben. Alle Gleichungen basieren auf der Auswertung des charakteristischen Polynoms, auf das die Energiemethode führt. Mit dem relativ einfachen Ansatz der Halbsinuswelle für die Verformungen des instabilen Einfeldträgers, wie ihn /Roberts, Azizian 1983/ verwenden, kann das charakteristische Polynom aufgelöst werden.

Für den Fall des Kragträgers wird in /Roberts, Azizian 1983/ angemerkt, dass keine sinnvolle anwendbare geschlossene Lösung abgeleitet werden kann, weil die zugehörigen Verformungen komplex und variabel sind. Es wird auf die numerischen Untersuchungen von /Anderson, Trahair 1972/ verwiesen.

Roberts & Burt führten die in /Roberts, Azizian 1983/ beschriebenen Forschungen fort und veröffentlichten die weiteren Erkenntnisse in /Roberts, Burt 1985/. Numerische Lösungen der Energiegleichung (Energiemethode) mit einem mehrgliedrigen trigonometrischen Ansatz für die Verformungen im Instabilitätsfall, werden, auch für Kragträger mit einfachsymmetrischem I- und T-Querschnitt, angegeben.

Für den instabilen Kragträger werden die folgenden Reihen als Näherungsansatz der Verformungen verwendet:

$$u_y(x) = \sum_{i=1,2,\dots}^n C_{u,i} \left[1 - \cos\left(\frac{2i-1}{2l}\pi x\right) \right] \quad (2.17)$$

$$\vartheta_y(x) = \sum_{i=1,2,\dots}^n C_{\vartheta,i} \left[1 - \cos\left(\frac{2i-1}{2l}\pi x\right) \right] \quad (2.18)$$

$$(2.19)$$

$C_{u,i}$ und $C_{\vartheta,i}$ sind die freien Konstanten.

Die Verformungsansätze erfüllen die geometrischen und dynamischen Randbedingungen des freien Kragträgers.

$$\begin{aligned} u_y(x=0) &= u'_y(0) = \vartheta(0) = \vartheta'(0) = 0 \\ u''_y(x=l) &= \vartheta''(l) = 0 \end{aligned}$$

2.1 Das Verzweigungsproblem Biegedrillknicken des T-Kragträgers

Die ersten Terme der Reihen-Ansätze sind in Bild 2.6 dargestellt. Der Vergleich mit einigen FE-Analysen zeigt, dass mit dem Näherungsansatz für die Verdrehung ϑ_1 diese Verformung nicht befriedigend beschrieben ist.

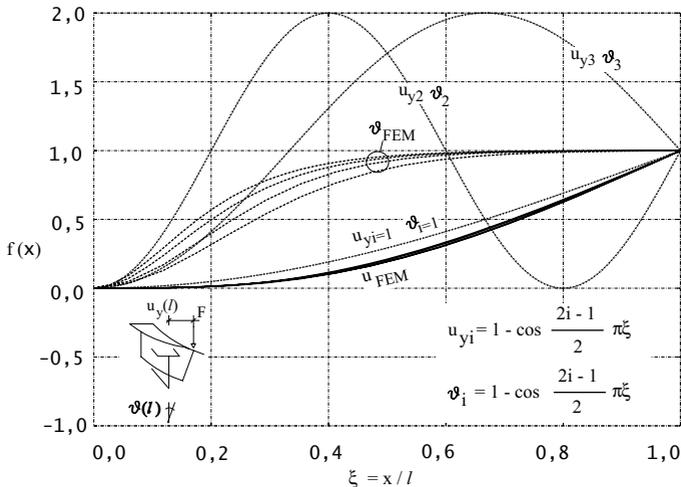


Bild 2.6: Ansatzfunktionsterme für seitliches Ausweichen u_{yi} und Verdrehung ϑ_i der Querschnitte nach /Roberts, Burt 1985/ im Vergleich mit Ergebnissen einiger eigenen FE-Analysen von freien T-Kragträgern unter Einzellast am freien Kragträgerende.

Die Anzahl der Terme in den Ansätzen für die seitliche Verschiebung und die Verdrehung wurde vereinfachend immer gleich gehalten.

Um ein ausreichend genaues Ergebnis zu erhalten, sind im Fall des Kragträgers Ansätze von mindestens 10 bis 20 Termen nötig. Für das Einfeldträgerproblem genügen schon 5 Terme.

Die Ergebnisse wurden in /Roberts, Burt 1985/ vertafelt und sind hier in Tabelle 2.3 für den Kragträger zusammengefasst.

Mit den Hilfswerten, wie sie auch schon in /Roberts, Azizian 1983/ definiert wur-

		 $F_{cr} = k_{lt} \frac{\sqrt{E I_z G I_T}}{l^2}$ $M_{cr} = k_{lt} \frac{\sqrt{E I_z G I_T}}{l}$					 $q_{cr} = k_{lt} \frac{\sqrt{E I_z G I_T}}{l^3}$ $M_{cr} = \frac{1}{2} k_{lt} \frac{\sqrt{E I_z G I_T}}{l}$				
K	μ	δ_{sym}					δ_{sym}				
		1,0	0,5	0,0	-0,5	-1,0	1,0	0,5	0,0	-0,5	-1,0
0	-1,0	0,63	0,78	1,00	1,30	1,74	1,42	1,84	2,48	3,49	5,17
	-0,5	0,84	1,20	1,82	2,98	5,17	1,84	2,75	4,64	8,93	19,3
	0	1,13	1,96	4,12	8,75	14,7	2,21	4,16	13,39	37,6	67,9
	0,5	1,06	2,02	5,14	10,79	17,36	2,33	4,64	21,29	55,8	90,3
	1,0	1,06	2,05	5,40	11,35	18,2	2,36	4,74	25,8	67,2	105,1
1	-1,0	1,04	1,22	1,47	1,83	2,37	3,52	4,15	5,04	6,38	8,48
	-0,5	1,56	2,00	2,74	4,12	6,87	5,25	6,80	9,51	14,8	26,8
	0	2,86	4,46	7,65	12,59	18,5	9,74	15,85	29,93	53,69	81,8
	0,5	4,83	7,20	10,87	15,89	21,77	19,6	31,8	51,3	77,5	107,0
	1,0	5,43	7,82	11,61	16,86	23,02	25,5	39,6	62,0	91,2	123,1
2	-1,0	1,74	2,02	2,40	2,94	3,76	6,59	7,66	9,11	11,19	14,32
	-0,5	2,63	3,30	4,38	6,26	9,69	9,99	12,59	16,8	24,35	38,91
	0	4,94	7,29	11,29	16,69	22,57	19,3	29,1	47,2	72,7	100,99
	0,5	10,03	13,54	17,7	22,5	27,86	43,1	60,4	81,2	105,4	132,1
	1,0	12,34	15,59	19,66	24,52	30,02	57,6	75,1	96,9	122,5	150,6
3	-1,0	2,83	3,27	3,86	4,68	5,88	11,0	12,8	15,0	18,3	22,96
	-0,5	4,23	5,24	6,76	9,22	13,21	16,7	20,7	26,9	37,0	54,2
	0	7,67	10,65	15,15	20,87	27,02	31,1	44,0	64,4	90,9	119,9
	0,5	14,97	19,29	23,94	28,89	34,15	65,1	85,6	107,9	132,0	157,7
	1,0	19,37	23,1	27,34	32,06	37,23	88,7	107,7	129,3	153,4	179,5

Tabelle 2.3: Beiwerte k_{lt} zur Bestimmung der idealen Verzweigungslasten für zwei Lastfälle in Abhängigkeit der Hilfswerte δ_{sym}, K, μ , nach /Roberts, Burt 1985/.

2.1 Das Verzweigungsproblem Biegedrillknicken des T-Kragträgers

den,

$$\delta_{sym} = \frac{r_{Mz}}{l} \sqrt{\frac{EI_z}{GI_t}} \quad (2.20)$$

$$K = \sqrt{\frac{EI_w \pi^2}{GI_t l^2}} \quad (2.21)$$

$$\mu = \frac{z_p}{l} \sqrt{\frac{EI_z}{GI_t}} \quad (2.22)$$

worin μ die Koordinate des Lastangriffspunktes z_p beinhaltet, kann der Beiwert k_{lt} für Biegedrillknicken der Tabelle entnommen und die ideale Verzweigungslast bestimmt werden.

Der Einfluss der vertikalen Verformung auf die ideale Verzweigungslast ist für Querschnitte, deren Verhältnis $\frac{I_z}{I_y} \ll 1,0$ ist, gering und wird daher, wie auch in /Roberts, Burt 1985/, vernachlässigt.

Für Querschnitte deren Flächenmomente I_y und I_z von ähnlichem Betrag sind, hat die Vertikalverformung allerdings Einfluss auf die Biegedrillknickstabilität des Trägers. Nach *Roberts & Burt* sowie *Anderson & Trahair* kann mit einem Faktor α der Einfluss der Vertikalverformung vereinfachend in der Ermittlung der idealen Verzweigungslast berücksichtigt werden. α wird auf die Hilfwerte angewendet.

$$\alpha = \left(1 - \frac{I_z}{I_y}\right)^{-0,5} \quad (2.23)$$

$$\bar{\delta}_{sym} = \frac{\delta_{sym}}{\alpha} \quad \bar{\mu} = \frac{\mu}{\alpha} \quad \bar{K} = \sqrt{\frac{1 + K^2 - \alpha}{\alpha}} \quad (2.24)$$

Für T-Querschnitte mit ausgeprägtem Flansch ist daher das Verhältnis $\frac{I_z}{I_y}$ zu überprüfen und gegebenenfalls α auf die Hilfwerte anzuwenden.

Nach Interpolation der von *Roberts & Burt* angegebenen Werte für k_{lt} , ermitteln sich für die von /Anderson, Trahair 1972/ durchgeführten Versuche die idealen Verzweigungslasten ohne Berücksichtigung der Vertikalverformung zu:

Träger	δ_{sym}	K	μ	k_{lt}	$F_{cr}[N]$	F_{FE}	$F_{u,Exp}[N]$
4Ba65	0,2198	0,0462	-0,0011	3,3125	114,13	99,5	94,42
4Ba50	0,2858	0,0600	-0,0014	3,0621	178,30	152,0	149,5

Berücksichtigt man die Vertikalverformung gemäß Gleichungen 2.23 und 2.24 ändern sich die Ergebnisse wie folgt:

Träger	α	$\bar{\delta}_{sym}$	\bar{K}	\bar{k}_{lt}	$\bar{F}_{cr}[N]$	$F_{u,Exp}[N]$
4Ba65	1,0262	0,2142	0	3,1946	110,07	94,42
4Ba50	1,0262	0,2784	0	2,9170	169,85	149,5

Die Vertikalverformung hat auf die untersuchten Träger destabilisierenden Einfluss von maximal 5%. Die Versuchstraglast wird aber auch mit Berücksichtigung der Vertikalverformungen überschritten. Daher wird vorgeschlagen keine lineare Interpolation, sondern den ungünstigsten Abminderungswert k_{lt} der Interpolationsgrenzen zu wählen. Für die Versuchsträger ist dies: $k_{lt} = 1,96$.

Die Verzweigungslasten der Versuchsträger berechnen sich dann zu:

Träger	k_{lt}	$F_{cr}[N]$	$F_{u,Exp}[N]$
4Ba65	1,96	67,53	94,42
4Ba50	1,96	114,13	149,5

Die ungünstig berechneten Verzweigungslasten liegen weit unter den Versuchstraglasten.

Allgemein wird der Einfluss der Vertikalverformung bei der Ermittlung der idealen Verzweigungslast vernachlässigt. Der Einfluss der Vertikalverformungen wird heute bei der Traglastermittlung über die Traglastabminderungsbeziehung berücksichtigt. Die ideale Verzweigungslast stellt für die Traglastermittlung den Eingangswert dar.

2.1.5 Näherungsgleichung nach Wang & Kitipornchai für freie Kragträger

/Kitipornchai, Wang, Trahair 1986/ untersuchen das Tragverhalten von freien Kragträgern (Lagerung 1.1) mit einfachsymmetrischem I- und T-Querschnitt. Es werden die Lastfälle *a)* Biegemoment, *b)* Einzellast am freien Kragträgerende und *c)* Gleichstreckenlast mit Beachtung des Lastangriffpunktes untersucht.

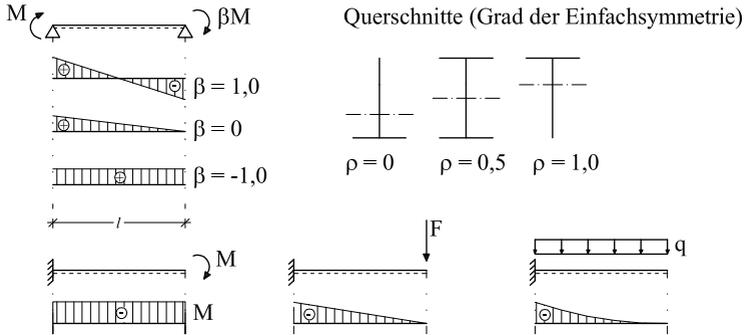


Bild 2.7: Von Wang und Kitipornchai untersuchte Fälle der Stabstabilität./Kitipornchai, Wang, Trahair 1986/.

Das Biegedrillknickproblem wurde wegen der Kopplung von seitlichen Ausweichen und Verdrillen der Querschnitte im Instabilitätsfall als äußerst komplexes Problem erkannt. Zur Vereinfachung der Bestimmung der benötigten Querschnittswerte werden Vorschläge gemacht. Der Bezug des Teilflächenmomentes um die Querschnittssymmetrieachse des oberen Flansches I_{zT} auf die Summe der Flanschflächenmomente $I_{zT} + I_{zB}$ wird von /Kitipornchai, Trahair 1980/ vereinfachend als ‘Grad der Einfachsymmetrie’ bezeichnet. I_{zB} ist das Flanschflächenmomente 2ten Grades des unteren Flansches.

$$\rho = \frac{I_{zT}}{I_{zT} + I_{zB}} \quad 0 \leq \rho \leq 1 \quad (2.25)$$

Für einen T-Querschnitt, $I_{zB} = 0$, folgt $\rho = 1$, wobei der Spannungszustand des verbleibenden Flansches in diesen Wert nicht eingeht.

h_w	t_w	b_f	t_f	r_{Mz}	\tilde{r}_{Mz}	ρ
20,0	2,0	0,0	0,0	0,00	0,00	0,5
20,0	1,6	5,0	1,6	11,67	18,00	1,0
20,0	1,8	4,0	1,0	5,15	18,00	1,0
20,0	1,4	10,0	1,2	15,97	17,94	1,0
20,0	0,8	5,0	0,8	15,76	18,00	1,0
15,0	1,0	5,0	1,0	11,38	13,49	1,0
17,0	1,0	3,0	1,0	8,57	15,30	1,0
10,0	1,0	10,0	1,0	7,30	7,05	1,0
<i>cm</i>	<i>cm</i>	<i>cm</i>	<i>cm</i>	<i>cm</i>	<i>cm</i>	/

Tabelle 2.4: Vergleich der Werte der Querschnittsstrecke r_{Mz} und \tilde{r}_{Mz} für unterschiedliche T-Querschnitte

Mit dem Wert ρ kann nach *Kitipornchai & Trahair* näherungsweise die Querschnittsstrecke r_{Mz} einfachsymmetrischer I-Querschnitte vereinfacht bestimmt werden.

$$\frac{\tilde{r}_{Mz}}{h} \cong 0,9(2\rho - 1) \left[1 - \left(\frac{I_z}{I_y} \right)^2 \right] \quad (2.26)$$

Für den T-Querschnitt gelte dann:

$$\begin{aligned} \rho &= 1,0 \\ \frac{\tilde{r}_{Mz}}{h} &\cong 0,9 \left[1 - \left(\frac{I_z}{I_y} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (2.27)$$

Tabelle 2.4 zeigt einen numerischen Vergleich der nach Gleichung 4.2.3 und nach der Näherungsgleichung 2.26 ermittelten Querschnittsstrecken. Die Querschnittsstrecke wird bei der Berechnung nach der vereinfachten Definition (Gleichung 2.27) in den hier exemplarischen Vergleichen um bis zu 78,5% gegenüber der genauen Berechnung nach Gleichung 4.2.3 überschätzt. Für den T-Querschnitt stellt

die allgemeine Näherung der Querschnittsstrecke für einfachsymmetrische Querschnitte nach /Wang, Kitipornchai 1986/ keine gute Lösung dar.

Dennoch werden, wie später gezeigt, mit den abgeleiteten Näherungsgleichungen für die ideale Verzweigungslast unter Verwendung der angenäherten Querschnittsstrecke \tilde{r}_{Mz} gute Ergebnisse erzielt. Dies deutet auf eine Berücksichtigung der Ungenauigkeit von \tilde{r}_{Mz} in den Näherungen hin.

Wang & Kitipornchai gehen zur Ermittlung der idealen Verzweigungslasten auch nach der Energiemethode gemäß dem *Rayleigh/Ritz*schen Verfahren vor und vergleichen die Ergebnisse mit jenen nach der Integralmethode zur Lösung der Gleichgewichtsdifferentialgleichungen.

Die Schar der Ansatzfunktionen wurde wie folgt gewählt:

$$u_y = \sum_{i=1}^n C_{u,i} \left[1 - \cos \frac{(2i-1)\pi}{2l} z \right] \quad (2.28)$$

$$\vartheta = \sum_{i=1}^n C_{\vartheta,i} \left[\sin \frac{(2i-1)\pi}{2l} z \right] \quad (2.29)$$

Die Ansatzfunktionen

$$\vartheta' \neq 0 \quad \text{und} \quad u_y = \vartheta = u'_y = 0 \quad (2.30)$$

erfüllen nur teilweise die theoretisch richtigen geometrischen Randbedingungen am Auflager. Hier wird am Auflager die Verdrillung ϑ' zugelassen, was der totalen Einspannung widerspricht, jedoch bei Betrachtung der Verläufe von Verdrehung ϑ und ϑ' akzeptabel ist. Beim fast wölbfreien T-Querschnitt wächst die Verdrehung vom Auflager weg sehr rasch an, sodass die Annahme einer Verdrillung am Auflagerquerschnitt zulässig ist. Bild 2.8 zeigt die ersten Terme der Ansatzfunktionen für seitliches Ausweichen u_y und Verdrehen ϑ über der bezogenen Kragträgerlänge ξ im Vergleich mit einigen FE-Analysen.

Wang & Kitipornchai untersuchten die Konvergenz der Ergebnisse und stellten fest, dass insbesondere beim T-Querschnitt unter Querlast der Verformungsansatz mindestens vom Grad $n = 9$ sein muss, um gegenüber Ergebnissen

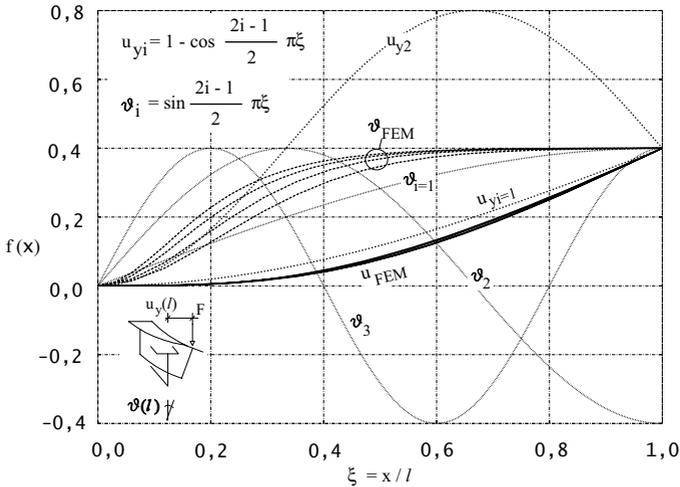


Bild 2.8: Ansatzfunktionsterme für seitliches Ausweichen u_y und Verdrehung ϑ der Querschnitte nach Wang & Kitipornchai /Wang, Kitipornchai 1986/ im Vergleich mit Ergebnissen einiger eigenen FE-Analysen von freien T-Kragträgern unter Einzelast am freien Kragträgerende.

mit Ansätzen noch höheren Grades keine nennenswerten Differenzen zu erhalten. Aber auch für Kragträger mit einfachsymmetrischem I-Querschnitt ist ein Ansatz mit mindestens $n = 4$ Termen erforderlich, mit denen sich ein Gleichungssystem mit $2n = 8$ Gleichungen aufstellen lässt. Die nichttriviale Lösung erfordert das Verschwinden der Koeffizientendeterminante und somit die Nullstellensuche des charakteristischen Polynoms. Die Angabe der 8 Nullstellen in einer rechnerisch anwendbaren Form ist nicht möglich, weshalb Wang & Kitipornchai Näherungsgleichungen zur Ermittlung des Biegedrillknickbeiwertes k_{lt} angeben.

Bei einem am Kragträgerende angreifenden Biegemoment, also konstantem Bie-

2.1 Das Verzweigungsproblem Biegedrillknicken des T-Kragträgers

gemomentenverlauf über die Kragträgerlänge, gilt für den T-Querschnitt ($\rho = 1.0$):

$$M_{cr} = k_{lt} \frac{\sqrt{EI_z GI_t}}{l} \quad (2.31)$$

$$k_{lt} = 1,65 \left[\left\{ 1 + \left(\frac{\tilde{r}_{Mz}}{h} K \right)^2 \cdot 0,452 \right\}^{0,3} + \frac{\tilde{r}_{Mz}}{h} K \cdot 0,559 \right] \quad (2.32)$$

$$K = \sqrt{\frac{EI_z h^2}{GI_t l^2} \pi^2} \quad (2.33)$$

Für den durch eine am Flansch angreifenden Einzellast oder Gleichstreckenlast querbelasteten T-Kragträger, also bei veränderlichem Biegemomentenverlauf über die Kragträgerlänge, wird folgende Näherung angegeben:

$$F_{cr} = k_{lt} \frac{\sqrt{EI_z GI_t}}{l^2} \quad (2.34)$$

$$q_{cr} = k_{lt} \frac{\sqrt{EI_z GI_t}}{l^3} \quad (2.35)$$

$$k_{lt} = m\pi \left[\left\{ 1 + K^2 \left(f_2 + f_3 \frac{\tilde{r}_{Mz}}{h} \right)^2 \right\}^{0,5} + \right. \quad (2.36)$$

$$\left. + K \left(f_2 + f_3 \frac{\tilde{r}_{Mz}}{h} \right) \right] \quad (2.37)$$

mit den Werten:

Lastfall	m	f_1	f_2	f_3
	$\frac{4,21}{\pi}$	0,305	-5,291	4,683
	$\frac{12,9}{\pi}$	0,507	-9,995	9,266

Die Ausweitung der Formeln auf einen anderen Lastangriffspunkt als am Flansch, kann /Wang, Kitipornchai 1986/ entnommen werden.

Für die in Tabelle 2.2 bezeichneten Versuchsträger von Anderson & Trahair berechnen sich die idealen Verzweigungslasten nach Wang, Kitipornchai /1986/ zu

Träger	$\frac{\tilde{r}_{Mz}}{h}$	K	k_{lt}	$F_{cr}[N]$	$F_{u,Exp}[N]$
4Ba65	0,8977	0,4261	2,692	96,1	94,42
4Ba55	0,8977	0,5539	2,382	143,7	149,5

Mit der genauen Berechnung der Querschnittsstrecke r_{Mz} nach Abschnitt 4.2.3 und den Näherungsgleichungen nach /Wang, Kitipornchai 1986/ berechnen sich die idealen Verzweigungslasten zu

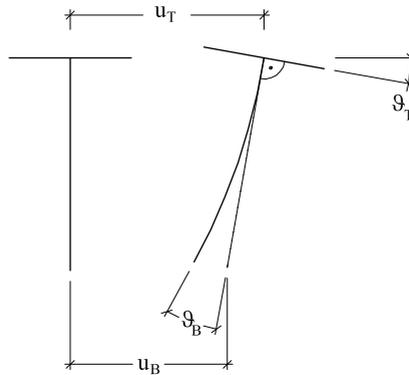
Träger	$r_{Mz}h$	K	k_{lt}	$F_{cr}[N]$	$F_{u,Exp}[N]$
4Ba65	0,8150	0,4261	2,328	83,1	94,42
4Ba55	0,8750	0,5539	2,000	120,6	149,5

Es ist ersichtlich, dass mit der genauen Herleitung der Querschnittsstrecke relativ ungünstige ideale Verzweigungslasten gegenüber der Verwendung der vereinfachten Herleitung nach Gleichung 2.27 berechnet werden. Bei Verwendung der Näherung nach /Wang, Kitipornchai 1986/ sollte daher auch die vorgeschlagene Näherung für die Querschnittsstrecke (Gleichung 2.27) verwendet werden.

2.1.6 Ideale Verzweigungslasten der Gesamtstabilität mit dem FE-Element nach Bradford et al

Bradford untersuchte das Gesamtstabilitätsproblem von querbelasteten Trägern mit doppelsymmetrischem I- /Bradford, Trahair 1981/, gevouteten einfachsymmetrischen I- /Bradford, Cuk 1988/ und T-Querschnitten /Bradford 1990/. *Bradford* nutzte für seine Untersuchungen die Methode der finiten Elemente und entwickelte hierfür ein finites Stabelement dessen 12 Freiheitsgrade auch die Querschnittsverzerrung beschreiben.

2.1 Das Verzweigungsproblem Biegedrillknicken des T-Kragträgers



$$\langle q \rangle = \{u_{T1}, u_{T2}, u'_{T1}, u'_{T2}, u_{B1}, u_{B2}, u'_{B1}, u'_{B2}, \vartheta_{T1}, \vartheta_{T2}, \vartheta_{B1}, \vartheta_{B2}\}^T$$

Bild 2.9: Querschnittsverformungen und Freiheitsgrade nach *Bradford/Bradford* 1990/

Für die Verschiebungen u_T und u_B wurden kubische und für die Verdrehungen ϑ_T und ϑ_B lineare Polynomverteilungen angesetzt.

Das so entwickelte finite Element zeigte sich in den Untersuchungen bezüglich der Verzweigungslasten und Verzweigungsformen von Einfeldbiegeträgern unter konstantem und linear-veränderlichem Biegemoment als geeignet, da nur wenige dieser Stabelemente genügen um eine gute angenäherte Lösung zu erhalten. Dadurch ist die Lösung des Eigenwertproblems mit iterativen Methoden (Subspace oder inverse Vektoriteration) schneller möglich. Allerdings sind diese Aspekte heutzutage nicht mehr von Belang, da auch größere Gleichungssysteme aus der FE-Methode ohne Probleme lösbar sind.

Bradford zeigt, dass bei Trägern mit T-Querschnitt der Einfluss der Querschnittsverzerrung, also dem Stegbeulen, die ideale Verzweigungslast verringert. Ebenso wird die gegenseitige Beeinflussung von lokalem Stegbeulen und globalem Biegedrillknicken festgestellt.

2.1.7 Ideale Verzweigungslasten und Traglasten unter Voraussetzung der Querschnittstreue mit dem allgemeinen FE-Stabelement nach der BT II nach /Salzgeber 2000/

Salzgeber entwickelte ein finites Balkenelement auf Grundlage der Biegetorsionstheorie und stellt dieses mit einem selbstentwickelten nichtlinearem FE-Programm in seiner Dissertation (/Salzgeber 2000/) vor.

In die Formulierung der Verzerrungen durch die Verformungen geht unter anderem auch der *Wagner*-Term ein, der bei einfachsymmetrischen Querschnitten zum Unterschied des Betrages der idealen Verzweigungslasten, je nach Richtung der Last, führt. /Wagner 1936/ beschreibt diesen Effekt. Der *Wagner*-Term wird mit der Querschnittsstrecke r_{Mz} gebildet.

Ein T-Querschnitt ist demnach stabil höher belastbar, wenn infolge Biegebeanspruchung die Biegedruckspannungen im Flansch wirken, als bei entgegengesetzter Belastungsrichtung mit den größten Biegedruckspannungen am freien Steg.

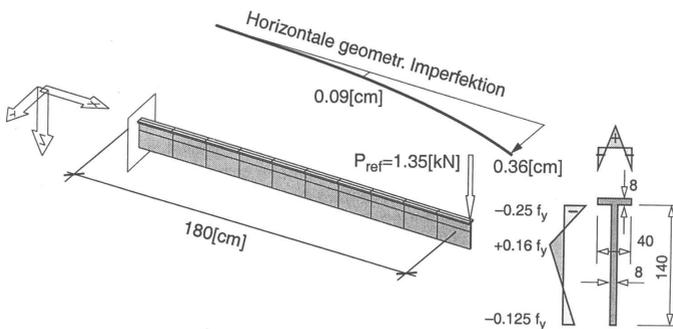


Bild 2.10: Von Salzgeber untersuchter T-Kragträger mit einer am freien Kragträgerende in Höhe des Obergurtes angreifenden Einzellast, aus /Salzgeber 2000/

Bild 2.10 zeigt den von Salzgeber untersuchten T-Kragträger. Die Berechnungsergebnisse von Salzgeber sind in Bild 2.11 dargestellt.

2.1 Das Verzweigungsproblem Biegedrillknicken des T-Kragträgers

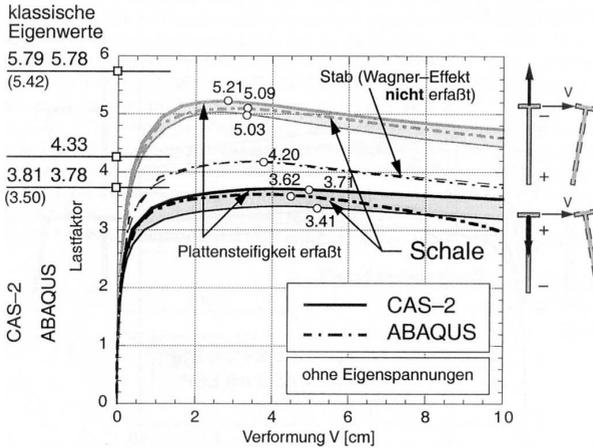


Bild 2.11: Berechnungsergebnisse nach der FE-Methode mit dem FE-Programm ABAQUS sowie mit dem FE-Programm CAS-2 von Salzgeber für das Biegedrillknickproblem eines T-Kragträgers (Bild 2.11) aus /Salzgeber 2000/.

Zusätzlich zu den Untersuchungen der idealen Verzweigungslasten (klassische Eigenwerte) wurden Traglastuntersuchungen unter Ansatz einer geometrischen Imperfektion von $u_{y_0}(l) = l/250$ gemäß DIN 18800 T2, und eines Eigenspannungszustandes, gemäß /Beuth-Kommentare 1993/, durchgeführt.

Salzgeber führt die Berechnungen zum einen mit dem nichtlinearen FE-Programm ABAQUS (strich-punktiert in Bild 2.11) mit Schalenelementen des Typs S4R (40 Elemente in Längsrichtung, jeweils 8 über die Steghöhe und Flanscbreite, $\Sigma = 640$ Elemente), zum anderen mit dem von ihm selbst entwickelten FE-Programm CAS-2, das mit einem FE-Modell mit nur 10 Stabilementen arbeitet. Mit letzterem wurden Untersuchungen jeweils mit (dicke Linien) und ohne (dünne Linien) Berücksichtigung der Dickeneffekte / Plattensteifigkeit geführt. Zusätzlich untersuchte Salzgeber den Träger in beide Belastungsrichtungen unter Vernachlässigung des Wagner-Terms in der Elementformulierung. Es ergab sich, dass dann der Betrag der ermittelten Verzweigungslast für beide Belastungsrichtungen gleich ist. Dies entspricht nicht dem Verhalten von einfachsymmetrischen Quer-

schnitten. Der *Wagner*-Term ist demnach unentbehrlich in der Elementformulierung.

Die Untersuchungen mit Schalenelementen unter Berücksichtigung des *Wagner*-Terms, zeigen, dass die Belastungsrichtung auf die Verzweigungs- und Traglast beträchtlichen Einfluss hat.

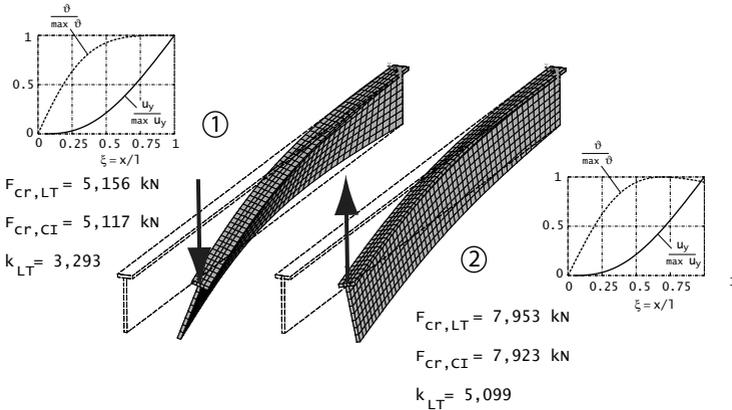


Bild 2.12: Vergleichende Berechnungsergebnisse mit ANSYS der von *Salzgeber* untersuchten T-Kragträger.

Vergleichende Untersuchungen wurden hier mit dem FE-Programm ANSYS geführt. Hierbei wurde das FE-Model mit 600 Schalenelementen des Typs Shell 188 (8 Elemente über die Steghöhe, 4 über die Flanschbreite, 40 in Längsrichtung) gebildet. Die Ergebnisse der Berechnungen der Verzweigungslasten in beide Belastungsrichtungen sind in Bild 2.12 dargestellt und machen die jeweilige Verformung des Versagens deutlich.

Im ersten Fall (Last in positive z-Richtung) wirkt die größte Biegedruckspannung am freien Stegrand am Auflager. Das Stabilitätsversagen ist durch Verdrehen und Ausweichen des Trägers gekennzeichnet. Aus dem Grafen ist erkennbar, dass die Verdrehung um den Schubmittelpunkt in Auflagernähe den stärksten Zuwachs hat, während der Zuwachs der Verschiebung des Schubmittelpunktes der Querschnitte

2.1 Das Verzweigungsproblem Biegedrillknicken des T-Kragträgers

mit Entfernung vom Auflager stärker wird. Betrachtet man die Eigenform des Stabilitätsfalles so fällt auf, dass, entgegen der ingenieurmäßigen Vorstellung, am Kragträgerende der gezogene Flansch mehr ausweicht als der gedrückte Gurt. Im Bereich des größeren Biegemomentes, also in Auflagernähe, weicht zunächst die untere Stegkante aus, wodurch der Querschnitt sich um den Schubmittelpunkt im Schnittpunkt von Flansch und Steg verdreht, siehe auch Bild 2.2.

Im zweiten Fall (Last in negative z-Richtung) ist der Flansch gedrückt und am freien Stegrand wirkt die größte Biegezugspannung am Auflager. Auch in diesem Fall weicht der gezogene Querschnittsbereich (untere Stegkante) stärker als der gedrückte (Flansch) vom Grundzustand aus. Die relativen Verformungen treten ähnlich dem ersten Fall auf. Die größte Verdrehung der Trägerquerschnitte tritt etwas vor dem freien Kragträgerende auf. Der Querschnitt am freien Kragträgerende ist etwas zurückgedreht, was der stabilisierenden Wirkung der Lasteinleitung entspricht. Die Lasteinleitung liegt etwas über dem Schubmittelpunkt. Die nach oben gerichtete Last erzeugt dann ein rückdrehendes Torsionsmoment.

Die Untersuchung des Einflusses von Eigenspannungen im T-Querschnitt auf das Tragverhalten des Kragträgers in /Salzgeber 2000/ ergab, dass Eigenspannungen gemäß /Beuth-Kommentare 1993/ bei Biegedruckspannung am freien unteren Stegrand die Tragfähigkeit erhöhen, also günstig wirken.

2.1.8 Resumé

Die in diesem Abschnitt dargestellten Forschungsergebnisse behandeln überwiegend die Stabilität von einfachsymmetrischen I-Kragträgern gegen Biegedrillknicken mit der Voraussetzung der Beibehaltung der Querschnittsform. Eine Ausnahme bildet die Arbeit von /Fischer 1967a/ und die im Abschnitt 2.1.6 zitierten Forschungen, wo die Querschnittsverzerrung berücksichtigt ist.

Traglasten werden nur von /Salzgeber 2000/ numerisch ermittelt und angegeben. Eine Anwendung für den vereinfachten Tragsicherheitsnachweis ist nicht verfügbar.

2.2 Stegbeulen des T-Querschnittes

Das Stegbeulen beeinflusst das Gesamtstabilitätsversagen von T-Kragträgern. In diesem Abschnitt werden diese Form des Stabilitätsverlustes und die Möglichkeiten des Tragfähigkeitsnachweises erörtert.

Das Phänomen des Stegbeulens der dreiseitig gelagerten Platte - des Stegs - tritt schon auf, wenn diese am Längsrand kontinuierlich gelenkig gelagert ist. Dabei verzerrt sich der Querschnitt nicht, er bleibt eben. Spannt sich der Steg nun in einen Flansch teilweise ein, so verzerrt sich der Querschnitt zunehmend, je höher der Einspanngrad ist.

Die Ermittlung der Verweigungslast und auch der Tragfähigkeit ist mit bereits abgeschlossenen Forschungen möglich, die hier für den T-Querschnitt aufbereitet dargestellt werden.

2.2.1 Beulstabilität der dreiseitig gelagerten, am Längsrand eingespannten Platte unter Normalspannungsbeanspruchung mit linear veränderlicher Verteilung

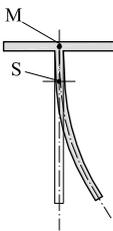


Bild 2.13: Querschnittsverzerrung

Betrachtet man den Steg als eine normalspannungsbelastete dreiseitig gelagerte Platte mit eingespanntem Längsrand, so tritt der Stabilitätsverlust in Form einer Querschnittsverzerrung auf (Bild 2.13). Diese Form des Plattenbeulens kann gut von der querschnittstreuen Instabilität getrennt betrachtet werden.

An dieser Stelle wird nur die Stabilität des speziellen Falles der dreiseitig gelagerten Platte mit größter Druckspannung am freien Rand betrachtet. Die Zusammenführung mit der querschnittstreuen Instabilität geschieht bei der Ermittlung der realen Traglast an anderer Stelle.

2.2 Stegbeulen des T-Querschnittes

Beim Plattenbeulen wird die ideale Verzweigungsspannung σ_{Pi} als Druckspannung positiv ermittelt. Hierzu bedient man sich einerseits des Plattenbeulwertes $k_{\sigma_{Pi}}$ und andererseits der *Eulerschen* Bezugsspannung σ_e , die als *Eulersche* Knickspannung eines Plattenstreifens mit einer Breite von 1 cm und einer Knicklänge h_{w0} , der Beulfeldbreite, gedeutet werden kann.

$$\sigma_{Pi} = k_{\sigma_{Pi}} \cdot \sigma_e = k_{\sigma_{Pi}} \cdot \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \left(\frac{t_w}{h_{w0}} \right)^2 = k_{\sigma_{Pi}} \cdot 18980 \left(\frac{t_w}{h_{w0}} \right)^2 \left[\frac{kN}{cm^2} \right] \quad (2.38)$$

Mit dem Beulwert $k_{\sigma_{Pi}}$ gehen in die Bestimmungsgleichung 2.38 der idealen Plattenbeulspannung σ_{Pi} die Einflüsse der Beanspruchungsart und der Beulfeldgeometrie ein. Die Beanspruchungsart einer normalspannungsbeanspruchten Platte wird durch das Randspannungsverhältnis ψ beschrieben. Hier wird zusätzlich vorausgesetzt, dass die größte Druckspannung am unteren freien Rand der dreiseitig gelagerten Platte wirkt.

$$\psi = \frac{\min \sigma}{\sigma_{Pi}} \quad (2.39)$$

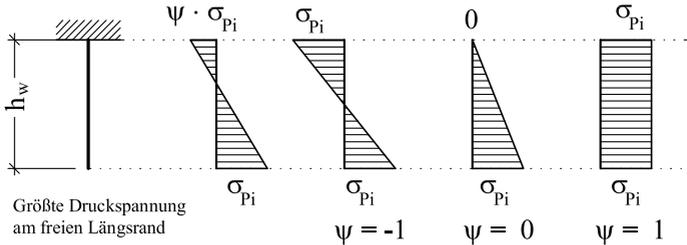


Bild 2.14: Randspannungen und einige besondere ideal-kritische Spannungszustände

Die Beulfeldgeometrie wird durch das Seitenverhältnis α von Beulfeldlänge zu Beulfeldbreite (hier die maximale Steghöhe h_{w0}) beschrieben.

$$\alpha = \frac{\ell}{h_{w0}} \quad (2.40)$$

Je nach Seitenverhältnis α bilden sich bei Instabilität eine oder mehrere Beulen aus. Die Ausbeulung erfolgt stets in Form von Sinushalbwellen in Plattenlängsrichtung. Bild 2.15 zeigt die idealen Beulformen für ein nichtgevoutetes und ein gevoutetes Blech. Man erkennt deutlich, dass bei dem Blech mit konstanter Höhe h_w sich eine Reihung von Beulen einstellt, während beim gevouteten Blech die Beulverformung im höheren und damit schlankeren Blechbereich auftritt und in Richtung der geringeren Steghöhe abklingt.

Trägt man den Beulwert $k_{\sigma_{p_i}}$ für ein Beulfeld konstanter Beulfeldhöhe über dem Seitenverhältnis α auf (wie in Bild 2.16 geschehen), erkennt man einen Girlandenkurven-ähnlichen Verlauf. Die jeweiligen Hochpunkte der Girlanden markieren dabei die Ausbildung einer weiteren Beule.

Weil bei größeren Seitenverhältnissen α der Beulwert für unterschiedliche Randspannungsverhältnisse ψ immer gegen einen Wert strebt, entsprechend den Tiefpunkten der Girlandenkurve, wird vereinfacht für die Bestimmung der idealen Beulspannung σ_{p_i} auf diesen asymptotischen minimalen Beulwert $k_{\sigma_{p_i}} = \min k_{\sigma_{p_i}}$ zurückgegriffen.

In Bild 2.17 sind die Beulwerte über dem Seitenverhältnis $\alpha = \frac{\ell}{h_{w0}}$ für eine dreiseitig gelagerte Platte mit eingespanntem Längsrand und veränderlicher Höhe gezeigt. Die Verläufe der Beulwerte in diesem gevouteten Fall sind deutlich weniger girlandenartig als im Fall eines Blechs mit konstanter Höhe (Bild 2.16). Dies kann mit der sich ausbildenden Beulform in diesem gevouteten Fall erklärt werden. Die Anzahl der Beulen hängt, wie beim nicht-gevouteten Blech, von der Länge, beim gevouteten Blech jedoch vielmehr von der Steigung des freien Längsrandes ab. So bilden sich die ersten beiden Beulen schon bei einem Seitenverhältnis von $\alpha = 2$ aus. Eine dritte Beule tritt aber erst bei einem Seitenverhältnis von ungefähr $\alpha = 12$ in Erscheinung. Im theoretischen Falle der unendlich langen gevouteten dreiseitig gelagerten, am Längsrand eingespannten Platte ($\alpha = \infty$), wäre die Steigung des freien Randes sehr gering und es würde sich das gleiche Beulmuster wie bei einer Platte mit konstanter Höhe einstellen. Die minimalen Beulwerte $k_{\sigma_{p_i}}$ wären im gevouteten und nicht-gevouteten Fall gleich.

Die minimalen Beulwerte in Abhängigkeit des Randspannungsverhältnisses ψ im Falle der nicht-gevouteten und gevouteten dreiseitig gelagerten Platte für unterschiedliche Seitenverhältnisse bis $\alpha = 12$ sind in Bild 2.18 gemeinsam gezeigt.

2.2 Stegbeulen des T-Querschnittes

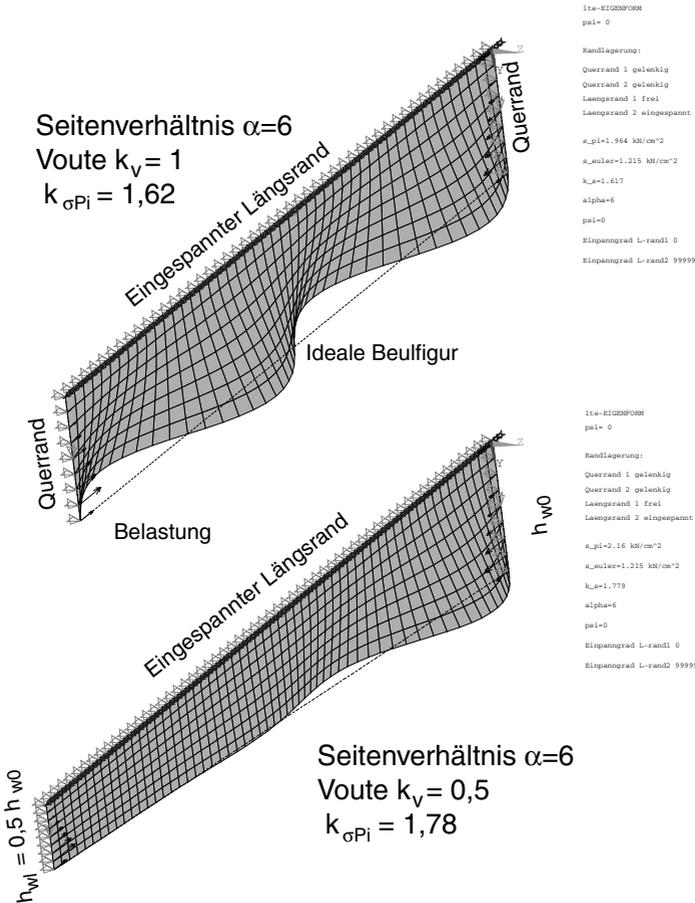


Bild 2.15: Ideale Beulformen von normalspannungsbeanspruchten, am Längsrand eingespannten dreiseitigen Platten mit konstanter und veränderlicher Beulfeldbreite. Randspannungsverhältnis : $\psi = 0$

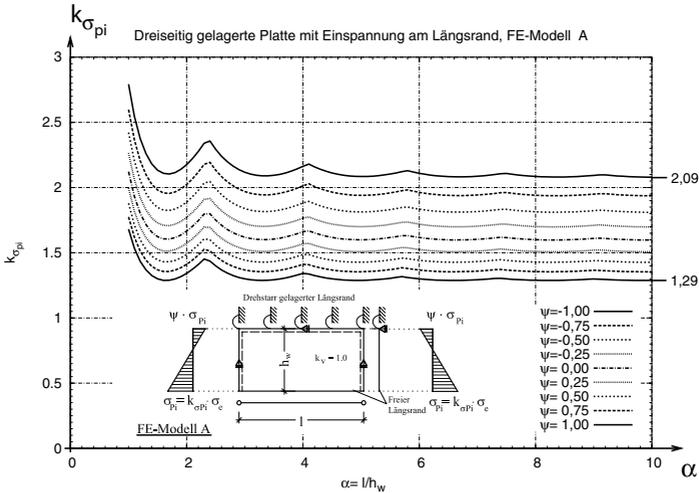


Bild 2.16: Beulwerte $k_{\sigma_{pi}}$ über dem Seitenverhältnis α für die dreiseitig gelagerte, am Längsrand eingespannte Platte konstanter Höhe mit größter Druckspannung am freien Rand für verschiedene Randspannungsverhältnisse .

Für einige markante Randspannungsverhältnisse wurden die minimalen Beulwerte den ANSYS-FE-Berechnungen entnommen und sind in Tabelle 2.5 aufgelistet. Diese minimalen Beulwerte sind als Kreise in beide Grafen in Bild 2.18 mit eingefügt.

Es wird festgestellt, dass für Platten veränderlicher Höhe die Beulwerte geringfügig höher sind. Mit zunehmendem Seitenverhältnis α und damit abnehmender Steigung des freien Randes gleichen sich die Beulwerte beider Fälle an. Auf der sicheren Seite liegend und ohne große Einbußen kann also auch für gevoutete dreiseitig gelenkig gelagerte Platten der minimale Beulwert $k_{\sigma_{pi}}$ für Platten konstanter Höhe herangezogen werden. Mit der angegebenen Interpolationsgleichung 2.41 für Beulwerte von Platten konstanter Höhe können Zwischenwerte in Abhängigkeit des Randspannungsverhältnisses ψ auch für Platten veränderlicher Höhe angenähert werden.

2.2 Stegbeulen des T-Querschnittes

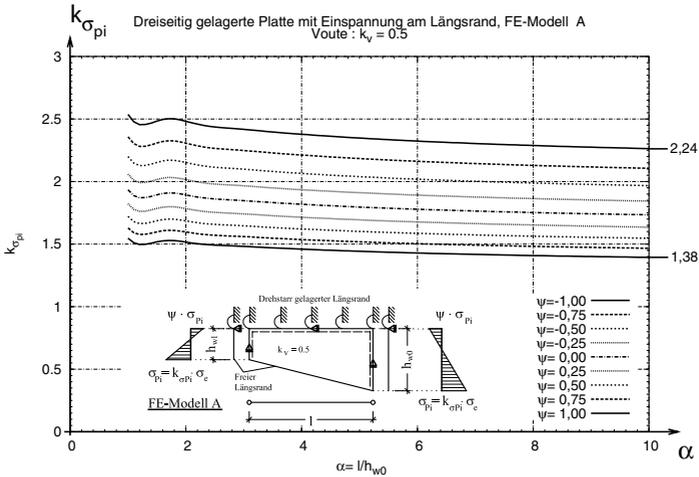


Bild 2.17: Beulwerte $k_{\sigma_{pi}}$ über dem Seitenverhältnis $\alpha = \frac{l}{h_{w0}}$ für die dreiseitig gelagerte, am Längsrand eingespannte Platte veränderlicher Höhe ($k_v = 0,5$) mit größter Druckspannung am freien Rand für verschiedene Randspannungsverhältnisse. Die größte Druckspannung ist an beiden Querrändern gleich.

Ideale Plattenbeulwerte $k_{\sigma_{pi}}$ – FE – Modella									
ψ	-1,00	-0,75	-0,50	-0,25	0	0,25	0,50	0,75	1,00
$k_v = 1,00$	2,09	1,95	1,82	1,71	1,60	1,51	1,42	1,35	1,29
$k_v = 0,75$	2,19	2,04	1,90	1,78	1,68	1,58	1,50	1,42	1,35
$k_v = 0,50$	2,24	2,09	1,95	1,83	1,72	1,62	1,54	1,45	1,38

Tabelle 2.5: Plattenbeulwerte $k_{\sigma_{pi}}$ für die dreiseitig gelagerte, am Längsrand eingespannten Platte konstanter und veränderlicher Höhe mit größter Druckspannung am freien Rand. Die Werte sind mit dem FE-Modell A bestimmt.

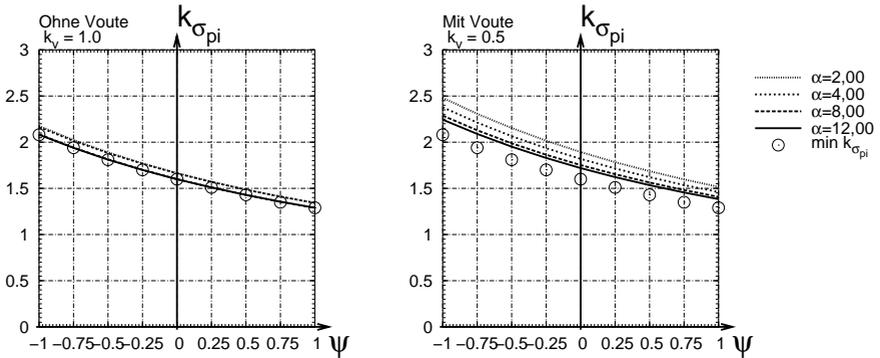


Bild 2.18: Beulwerte $k_{\sigma_{pi}}$ über dem Randspannungsverhältnis ψ für nicht-gevoutete und gevoutete dreiseitig gelagerte Platten mit Einspannung am Längsrand für einige Seitenverhältnisse α .

$$\tilde{k}_{\sigma_{pi}} = 1,60 - 0,40 \psi + 0,09 \psi^2 \quad (2.41)$$

Diskussion des FE-Modells A und Vergleich mit dem alternativen FE-Modell B

Die Untersuchungen zur Beulstabilität der dreiseitig gelagerten Platte konstanter und veränderlicher Höhe wurden mit dem FE-Modell A geführt.

Bild 2.19 zeigt die Lagerungsbedingung der Platte und das Kräftesystem bezogen auf die geneigte Schwereachse für das FE-Modell A und das FE-Modell B, bei dem die Lagerung und Lastaufbringung zu Modell A verändert ist.

Bei dem **Modell-A** wird für Platten veränderlicher Höhe und damit unterschiedlich hohen Querrändern vorausgesetzt, dass die idealen Beulspannungen σ_{pi} und die Randspannungsverhältnisse an beiden Querrändern gleich sind. Dies bedingt

2.2 Stegbeulen des T-Querschnittes

wegen der unterschiedlichen Höhe der Querränder, dass die resultierende Normaldruckkraft an beiden Querrändern unterschiedlich ist. Die vorhandene Differenz der Druckkraft wird durch ein Lager am gehaltenen Längsrand abgetragen.

Weil die Schwerlinie der Platte bei veränderlicher Plattenhöhe geneigt ist und dadurch die resultierenden Normalkräfte an den Querrändern versetzt sind, entsteht zusätzlich ein Versatzmoment, das in den Vertikallagern an beiden Querrändern Reaktionskräfte erzeugt.

Die an dem FE-Modell A aufgetragenen Spannungen sind nicht im Gleichgewicht. Es verbleiben Reaktionskräfte in den Lagern

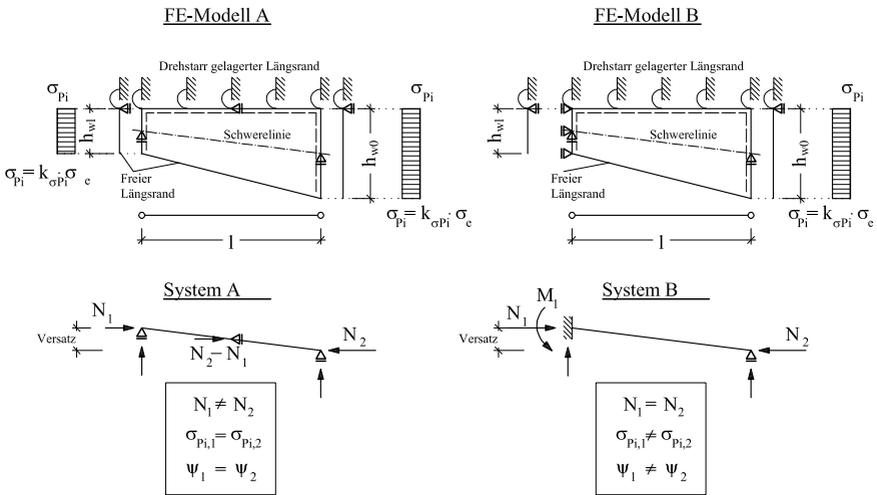


Bild 2.19: Unterschiedliche FE-Modelle zur Untersuchung der Beulstabilität von Platten veränderlicher Höhe und deren Systeme.

Das **FE-Modell B** stellt eine andere Möglichkeit der Modellierung, insbesondere der Definition der Lagerung, die der dreiseitig, am Längsrand drehstarr gelagerten Platte veränderlicher Höhe entspricht dar. Der Unterschied zu FE-Modell A besteht in der veränderten Scheibenlagerung der Platte. Das Längslager befindet sich beim FE-Modell B am kleineren niederen Querrand. Jeder einzelne Knoten dieses

Querrandes ist in Plattenlängsrichtung gelagert. Dadurch können auch Biegemomente am kleineren Querrand abgetragen werden, wie in Bild 2.19 gezeigt. Die definierten Randspannungen werden nur auf dem größeren Querrand mit Knotenlasten aufgebracht. Die Reaktionskräfte am kleineren Querrand und den Vertikallagern stehen mit diesen im Gleichgewicht.

Dem definierten Randspannungsverhältnis $\psi = 1$ am höheren Querrand steht also die Normalkraft aus der Reaktion am niederen Querrand gegenüber. Für diese Kraftrichtung herrscht Gleichgewicht. Das infolge der Neigung der Systemlinie (Schwerlinie) entstehende Versatzmoment wird einerseits durch das Reaktionsmoment am kleineren Querrand und die Vertikallager beider Querränder aufgenommen. Beim FE-Modell B sind also die Normalkräfte an beiden Querrändern im Gleichgewicht, jedoch sind die maximalen Druckspannungen (σ_{pi}) und die Randspannungsverhältnisse (ψ) der unterschiedlich hohen Querränder verschieden.

Die mit dem FE-Modell B ermittelten idealen Beulwerte sind in Bild 2.20 gezeigt.

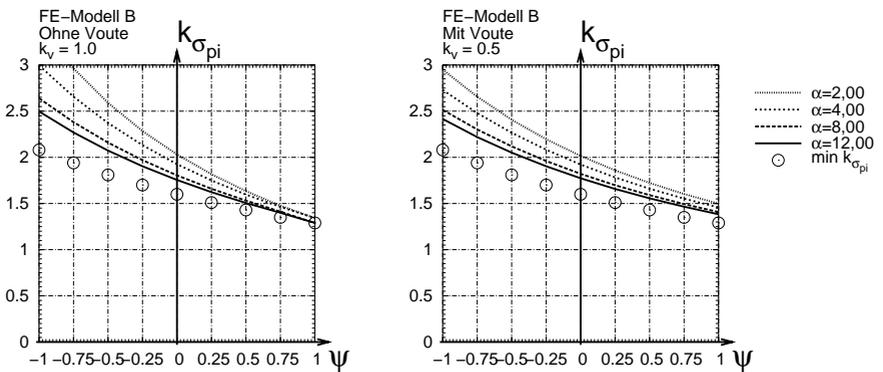


Bild 2.20: Beulwerte $k_{\sigma_{pi}}$ über dem Randspannungsverhältnis ψ , nach dem FE-Modell B ermittelt. Die Kreise markieren die Beulwerte nach der Näherungsgleichung 2.41.

Das FE-Modell B ist gegenüber dem FE-Modell A wegen der einseitigen

2.2 Stegbeulen des T-Querschnittes

Biegemomenten-Einspannung erheblich steifer und die idealen Beulspannungen sind dadurch höher. Je höher der eingespannte kleinere Querrand ist, desto größer ist die Einspannwirkung und desto höher sind die zugehörigen idealen Beulwerte. Ohne Voute, mit dem Randspannungsverhältnis $\psi = 1$ stimmen die nach den FE-Modellen A und B ermittelten Beulwerte überein. Die Einspannung wird nicht angesprochen. Die Modelle verhalten sich gleich.

Der Vergleich der idealen Beulwerte nach den unterschiedlichen FE-Modellen zeigt, dass die Ergebnisse unter Verwendung des FE-Modells A immer auf der ungünstigeren Seite liegen. Daher wird auch dieses Modell zur näheren Untersuchung der Plattenbeulwerte verwendet.

Warum die idealen Beulwerte gevouteter Bleche nicht kleiner sind als für Bleche konstanter Höhe

Die beiden Extremfälle der Randspannungsverhältnisse $\psi = 1$ und $\psi = -1$ sind in Bild 2.21 gezeigt.

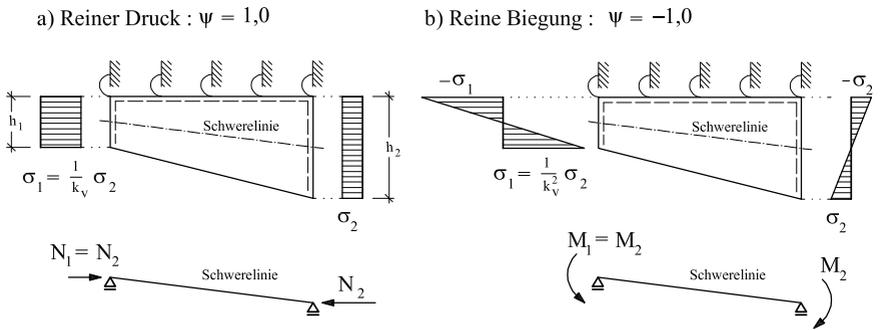


Bild 2.21: Extremfälle der Randspannungsverhältnisse dreiseitig gelagerter Platte mit drehstarr gelagertem Längsrand. Die Spannungsergebnisse sind im Gleichgewicht, wenn Abtriebskräfte vernachlässigt sind.

Definiert man die Randspannungen σ_1 am niederen Querrand so, dass, wenn Abtriebskräfte vernachlässigt werden, die aus den Spannungsverläufen resultieren-

den Schnittgrößen im Gleichgewicht sind, so gelten für die in Bild 2.21 gezeigten Fälle a) und b) die folgenden Verhältnisse der maximalen Druckspannungen beider Querränder:

$$\begin{aligned}
 \text{a) Reiner Druck: } \quad \psi = 1,0 \quad \rightsquigarrow \quad \frac{\sigma_1}{\sigma_2} &= \frac{1}{k_v} \\
 \text{b) Reine Biegung: } \quad \psi = -1,0 \quad \rightsquigarrow \quad \frac{\sigma_1}{\sigma_2} &= \frac{1}{k_v^2}
 \end{aligned} \tag{2.42}$$

mit: $k_v = \frac{h_1}{h_2}$

Um nun die aus den Spannungen resultierende kleinste maßgebende Beanspruchung (Normalkraft/Biegemoment) zu bestimmen, könnte man die Beulspannungen von Platten konstanter Höhe mit den Höhen der Querränder untersuchen. Die Beulspannungen errechnen sich zu:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{Pi_1} &= k_\sigma \cdot 18980 \cdot \left(\frac{t}{k_v \cdot h_2} \right)^2 \\
 \sigma_{Pi_2} &= k_\sigma \cdot 18980 \cdot \left(\frac{t}{h_2} \right)^2
 \end{aligned}$$

Weil nun die Randspannungsverhältnisse an beiden Querrändern gleich sind, sind auch die Beulwerte k_σ in den Bestimmungsgleichungen der idealen Beulspannungen gleich.

Der Vergleich der resultierenden kritischen Beanspruchungen an beiden Querrändern im Fall a) bei reinem Druck liefert:

$$\frac{N_{cr,1}}{N_{cr,2}} = \frac{\sigma_{Pi_1} \cdot h_1 \cdot t}{\sigma_{Pi_2} \cdot h_2 \cdot t} = \frac{1}{k_v} > 1 \tag{2.43}$$

Dies zeigt, dass die kritische Normalkraft am größeren Querrand und damit die dort wirkende Beulspannung maßgebend ist.

Der Vergleich im Fall b) der reinen Biegung zeigt, dass die kritischen Biegemomente unabhängig von der Voute und damit von der Höhe sind:

$$\frac{M_{cr,1}}{M_{cr,2}} = \frac{\sigma_{Pi_1} \cdot h_1^2 \cdot t}{\sigma_{Pi_2} \cdot h_2^2 \cdot t} = 1 \quad (2.44)$$

Im Fall des Biegemomentes kann also der größere wie der kleinere Querrand zur Ermittlung der kritischen Beanspruchung genutzt werden.

Diese ersten Hinweise beruhen allerdings auf der Annahme, dass die Voute keinen Einfluss auf die gleich angenommenen Beulwerte am höheren und niederen Querrand haben. Um einen realitätsnahen Vergleich von Platten konstanter und veränderlicher Höhe zu erhalten werden nun solche Platten direkt verglichen. Für die gevoutete Platte wird ein Ersatzsystem mit einer Platte konstanter Höhe mit der Höhe in Plattenmitte gebildet. Anschließend werden die idealen Beulspannungen des Ersatzsystems mit der Platte konstanter Höhe verglichen. Die Definitionen hierzu sind in Bild 2.22 angegeben.

Für den Fall des reinen Drucks gilt folgendes:

Die Druckspannung am Ersatzsystem lautet in Abhängigkeit der Druckspannung der gevouteten Platte am größeren Querrand:

$$\sigma_2^{Ersatz} = \sigma_2^{Voute} \cdot \frac{1}{\frac{1}{2}(1+k_v)} \quad (2.45)$$

Mit der idealen Beulspannung des Ersatzsystems wird auf die ideale Beulspannung des gevouteten Blechs am größeren Querrand zurückgerechnet:

$$\sigma_{Pi,2}^{Ersatz} = k_\sigma \cdot 18980 \cdot \left(\frac{t}{h_2 \cdot \frac{1}{2}(1+k_v)} \right)^2 \quad (2.46)$$

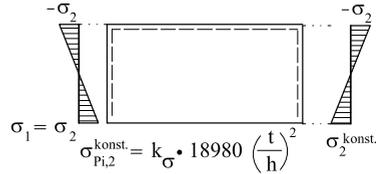
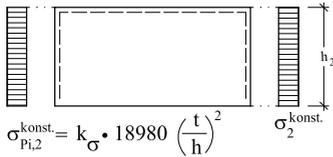
$$\sigma_{Pi,2}^{Voute} = \sigma_{Pi,2}^{Ersatz} \cdot \frac{1}{2}(1+k_v) \quad (2.47)$$

In den Bestimmungsgleichungen für die Beulspannung am Blech konstanter Höhe und am Ersatzsystem sind wegen dem gleichen Randspannungsverhältnis auch die

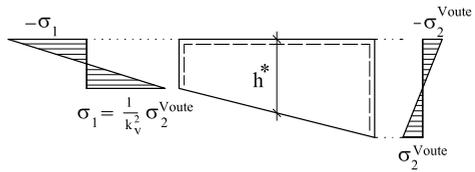
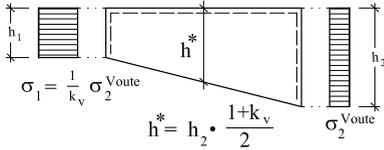
a) Reiner Druck : $\psi = 1,0$

b) Reine Biegung : $\psi = -1,0$

Blech konstanter Höhe



Gevoutetes Blech



Ersatzsystem mit Höhe h*

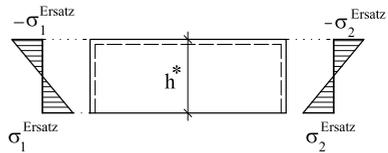
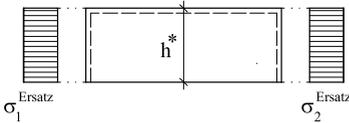


Bild 2.22: Definition eines Ersatzsystems für ein gevoutetes Blech bei reinem Druck und reiner Biegung.

Beulwerte gleich. Der Verhältniswert der idealen Beulspannungen des gevouteten Blechs und des Blechs konstanter Höhe zeigt wiederum, dass beim gevouteten Blech die ideale Beulspannung höher ist. Die nachfolgende Tabelle belegt diese Aussage.

$$f = \frac{\sigma_{Pi,2}^{Voute}}{\sigma_{Pi,2}^{konst.}} = \frac{\frac{1}{2}(1+k_v)}{\left[\frac{1}{2}(1+k_v)\right]^2} = \frac{2}{1+k_v} \quad (2.48)$$

k_v	0,25	0,50	0,75	0,9	1,0
f	1,60	1,33	1,14	1,053	1,0

Für den Fall des reinen Biegemomentes gilt folgendes:

Die größte Druckspannung am Ersatzsystem lautet in Abhängigkeit der Druckspannung der gevouteten Platte am größeren Querrand:

$$\sigma_2^{Ersatz} = \sigma_2^{Voute} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1+k_v}{2}\right)^2} \quad (2.49)$$

Nun wird wiederum mit der idealen Beulspannung der Verzweigungslast am Ersatzsystem auf die ideale Beulspannung des gevouteten Blechs am größeren Querrand zurückgerechnet:

$$\sigma_{Pi,2}^{Ersatz} = k_\sigma \cdot 18980 \cdot \left[\frac{t}{h_2 \cdot \frac{1}{2}(1+k_v)} \right]^2 \quad (2.50)$$

$$\sigma_{Pi,2}^{Voute} = \sigma_{Pi,2}^{Ersatz} \cdot \left[\frac{1}{2}(1+k_v) \right]^2 \quad (2.51)$$

Der Verhältniswert der idealen Beulspannungen des gevouteten Blechs und des Blechs konstanter Höhe bestätigt die oben gemachte Aussage, dass nämlich die ideale Beulspannung eines gevouteten Blechs gleich der des Blechs konstanter Höhe ist.

$$f = \frac{\sigma_{Pi,2}^{Voute}}{\sigma_{Pi,2}^{konst.}} = \frac{\left[\frac{1}{2}(1+k_v)\right]^2}{\left[\frac{1}{2}(1+k_v)\right]^2} = 1 \quad (2.52)$$

Die Beulspannung eines Ersatzsystems mit der Höhe h^* ist also in beiden Belastungsfällen niemals höher, allenfalls gleich, als die Beulspannung eines Blechs mit konstanter Höhe h_2 , der Höhe des größeren Querrandes des gevouteten Blechs.

Daher gelten die Beulwerte von dreiseitig gelagerten Platten konstanter Höhe mit drehstarrer Lagerung am Längsrand und größtem Druck am freien Längsrand auch für solche Platten mit veränderlicher Höhe. Mit der Näherungsgleichung 2.41 können die Beulwerte bestimmt werden.

2.2.2 Grenzfall für die elastische Tragfähigkeit

Der Stabilitätsverlust infolge Beulen kann generell ausgeschlossen werden, wenn die Blechschlankheit $\frac{h_w}{t_w}$ gewisse Grenzwerte $\text{grenz}(\frac{h_w}{t_w})$ nicht überschreitet.

Ist das Blech bezüglich der Proportionen so stark gedungen, dass ein realistisches Ausbeulen nur mit höheren Spannungen als der Fließgrenze des Materials f_y einhergehen müsste, sind die Grenzwerte $\text{grenz}(\frac{h_w}{t_w})$ für den Ausschluss des Beulens bei elastischer Tragfähigkeit eingehalten. Dann ist nach /Eurocode 3-1-1 2003/ der Querschnitt der Querschnittsklasse 3 zuzuordnen oder nach /DIN 18800 1990/ der Nachweis gemäß dem Verfahren elastisch-elastisch zu führen.

Die Grenzwerte $\text{grenz}(\frac{h_w}{t_w})$ können aus den Traglastabminderungsbeziehungen, die hier noch nicht behandelt wurden, zurückgerechnet werden. Reale Beulerscheinungen sind im elastischen Grenzzustand nämlich auszuschließen, solange keine Abminderung der Tragfähigkeit infolge Plattenbeulen nötig ist, also

$$\kappa_p(\bar{\lambda}_p) = 1.0 \quad (2.53)$$

ist.

Größen die sich auf das Plattenbeulen beziehen erhalten den Index p für die englische Bezeichnung 'plate', im Deutschen 'Blech, Platte'.

Geht man nach der Vorschrift /Eurocode 3-1.5 2002/ vor, und legt die dort angegebene Traglastabminderungsbeziehung für einseitig gestützte Bauteile zu Grunde, kann die Bestimmungsgleichung der Grenzwerte für die Stegchlankheit beim elastischen Beulen wie folgt angegeben werden:

$$\kappa_{p,EC3}(\bar{\lambda}_p) = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,188}{\bar{\lambda}_p^2} \rightsquigarrow \text{grenz} \left(\frac{h_w}{t_w} \right) = 21,29 \varepsilon \sqrt{k_{\sigma p_i}} \quad (2.54)$$

mit der Berücksichtigung des Materials

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{23,5}{f_{y,k}}} \quad \text{mit } f_{y,k} \text{ in } [kN/cm^2] \quad (2.55)$$

2.2 Stegbeulen des T-Querschnittes

Bild 2.23 zeigt, dass die Traglastkurve nach /Eurocode 3-1.5 2002/ ähnlich der bekannten Traglastkurve für Plattenbeulprobleme nach *Winter* ist, die Abminderung jedoch erst bei einem höheren Plattenschlankheitsgrad beginnt. Der Bereich des Plattenschlankheitsgrades für den keine Abminderung der Traglast infolge Plattenbeulens nötig ist (Plateau), ist gemäß Gleichung 2.56 definiert.

$$\kappa_{EC3} = 1,0 \quad \text{für } \bar{\lambda}_p \leq 0,749. \quad (2.56)$$

Mit dem Grenzwert des Plattenschlankheitsgrades $\bar{\lambda}_p = 0,749$ kann dann der Grenzwert der Geometrieverhältnisse $grenz(\frac{h_w}{t_w})$, wie in Gleichung 2.54 angegeben, ermittelt werden.

Die Traglastabminderungskurve nach *Winter* führt zu dem folgenden angegebenen Grenzwert $grenz(\frac{h_w}{t_w})$ bei der die Stabilität gegen Beulerscheinungen der dreiseitig gelagerten am Längsrand eingespannten Platte noch gegeben ist:

$$\kappa_{p,Winter}(\bar{\lambda}_p) = \frac{1}{\bar{\lambda}_p} - \frac{0,22}{\bar{\lambda}_p^2} \quad \rightsquigarrow \quad grenz\left(\frac{h_w}{t_w}\right) = 19,13 \varepsilon \sqrt{k_{\sigma p_i}} \quad (2.57)$$

Eine Abminderung ist nicht erforderlich wenn

$$\kappa_{p,Winter} = 1.0 \quad \text{für } \bar{\lambda}_p \leq 0,673. \quad (2.58)$$

Dies ergibt beulgedrungenere Plattenquerschnitte als nach /Eurocode 3-1.5 2002/. Ein durch Normalspannungen belastetes dreiseitig gelagertes, am Längsrand eingespanntes Blech kann nach Eurocode 3 Teil 1.5 um 15% höher sein als nach der *Winter*-Kurve. Die *Winter*kurve führt daher zu kleineren Grenzwerten $grenz(\frac{h_w}{t_w})$ als der Eurocode 3 Teil 1.5.

In /Brune - CIMS 2000/ und /Rusch 2000/ wird das Beultragverhalten der dreiseitig gelagerten Platte eingehend untersucht und festgestellt, dass wenn man die Gebrauchstauglichkeit vernachlässigen kann, die Traglasten der dreiseitig gelagerten Platte noch über der Traglastabminderungsbeziehung nach *Winter* liegen. Es wird

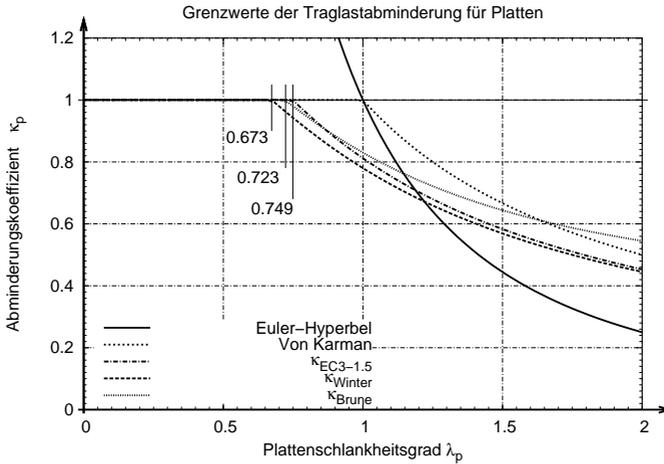


Bild 2.23: Ideale (Euler, Kármán) und aktuelle Traglastabminderungsbeziehungen mit Kennzeichnung des Beginns der Abminderung (Plateau).

daher eine erweiterte Bestimmungsgleichung des Abminderungskoeffizienten auf Grundlage der *Winterkurve* vorgeschlagen.

$$\kappa_{p,Brune}(\bar{\lambda}_p) = \begin{cases} \kappa_{p,Winter} + 0,025 (3 - \psi) \bar{\lambda}_p & 0 \leq \psi \leq 1 \\ \kappa_{p,Winter} + 0,05 \bar{\lambda}_p & \psi = 1 \\ \kappa_{p,Winter} + 0,075 \bar{\lambda}_p & \psi \leq 0 \end{cases} \quad (2.59)$$

Für das Randspannungsverhältnis $\psi = 1$ berechnet sich dann aus Gl.2.59 der $grenz\left(\frac{h_w}{t_w}\right)$ -Wert wie folgt.

$$\kappa_p(\bar{\lambda}_p) = \frac{1}{\bar{\lambda}_p} - \frac{0,22}{\bar{\lambda}_p^2} + 0,05 \bar{\lambda}_p \quad \rightsquigarrow \quad grenz\left(\frac{h_w}{t_w}\right) = 20,55 \varepsilon \sqrt{k_{\sigma p_i}} \quad (2.60)$$

das Plateau für keine Abminderung

$$\kappa_{p,Brune} = 1,0 \quad \text{für } \bar{\lambda}_p \leq 0,723. \quad (2.61)$$

Der Vorschlag von *Brune/Rusch/Lindner* einer modifizierten Traglastabminderungskurve für dreiseitig gelagerte Bleche führt zu $grenz(\frac{h_w}{t_w})$ -Werten, die zwischen denen nach der *Winter*-Kurve und nach /Eurocode 3-1.5 2002/ liegen.

2.2.3 Grenzfall für die plastische Tragfähigkeit

Die Plastischen Tragreserven können in vollem Umfang ausgeschöpft werden, wenn die in Abhängigkeit der zugelassenen Grenzdehnungen in Tabelle 3.2 angegebenen Grenzwerte $grenz \frac{h_w}{t_w}$ nach /Brune 2000b/ eingehalten sind, wobei die Tragfähigkeit durch das teilplastische Biegemoment bei der angesetzten Dehnung, z.B. $\varepsilon = 2 \varepsilon_y$, begrenzt ist.

2.2.4 Betrachtung als dreiseitig gelagerte Platte mit teileingespanntem Längsrand

Die Stabilität des Kragträgers mit T-Querschnitt kann in einigen Fällen auch als Stabilität der dreiseitig gelagerten am Längsrand teileingespannten (drehsteif) Platte aufgefasst werden. Geht man von einer kontinuierlichen seitlichen Lagerung des Flansches aus (Lagerungsarten 2.2 & 2.3) trifft diese Annahme zu. Der Steg wird durch den Flansch drehsteif gelagert, eben teileingespannt. Die Stabilität des Systems kann dann durch die Berechnung der idealen Beulspannung am unteren Stegstrand komplett betrachtet und bewertet werden.

Nach /Brune 2000a/ kann für die durch den Flansch drehsteif gelagerte dreiseitige Platte der Beulwert wie folgt berechnet werden.

1. Bettungszahl:

$$\tilde{c}_\varphi = \frac{c_{\varphi,w}}{c_{\varphi,f}} = \frac{1}{4} \frac{b_f \cdot t_w^3}{h_w \cdot t_f^3} \quad (2.62)$$

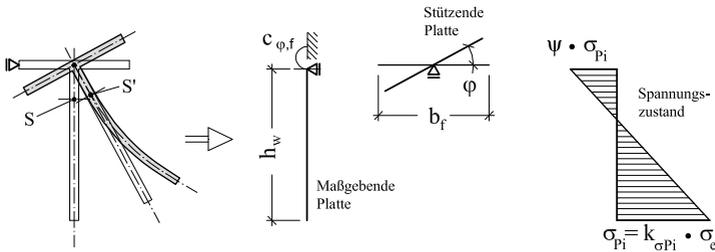


Bild 2.24: Betrachtung des seitlich gelagerten T-Kragträgers als am Längsrand kontinuierlich teileingespannter dreiseitig gelagerter Platte.

2. Einspannfaktor:

$$f_e = \frac{1}{\sqrt{1 + 9\bar{c}}} \quad (2.63)$$

3. Beulwert unter Berücksichtigung der Teileinspannung:

$$k_{\sigma, teileing.} = k_{\sigma, gel.} + f_e \cdot (k_{\sigma, eing.} - k_{gel.}) \quad (2.64)$$

Mit den Beulwerten bei gelenkigem ($k_{\sigma, gel.}$) und eingespanntem ($k_{\sigma, eing.}$) Längsrand:

$$\begin{aligned} k_{\sigma, gel.} &= 0,57 - 0,21\psi + 0,07\psi^2 \\ k_{\sigma, eing.} &= 1,64 - 0,43\psi + 0,07\psi^2 \end{aligned}$$

Dabei ist der Betrag der maximal wirkenden Spannung auf die Fließspannung f_y begrenzt.

Mit dem Beulwert der am Längsrand teileingespannten dreiseitig gelagerten Platte errechnet sich die ideale Plattenbeulspannung, wobei die Länge der Platte, also des Trägers, keinen Einfluß hat.

Die ideale Verzweigungslast des Kragträgers mit T-Profil bei seitlicher Lagerung kann leicht aus dieser idealen Plattenbeulspannung errechnet werden. Damit wäre

auch die Stabilität, die sich bei dieser Betrachtungsweise auf die Beulstabilität beschränkt, vollständig bewertet. Dies bedeutet weiter, dass ein Gesamtstabilitätsproblem nur bei zusätzlich seitlichem Ausweichen entstände.

2.2.5 Der T-Querschnitt in der Methode der wirksamen Breiten

Mit der Methode der wirksamen Breiten soll der Einfluss der querschnittsverzerrenden Instabilität des Stegs auf die Querschnittstragfähigkeit festgestellt werden. Für den hier betrachteten Querschnitt gelten die folgenden Einschränkungen:

- Es wird nur der Fall mit der größten Druckspannung, und damit der größten negativen Dehnung, am freien unteren Rand betrachtet.
- Da die wirksame Spannung unbekannt ist, wird die Fließspannung als maximale Spannung vorausgesetzt.
- Es wird nur reine Biegung um die starke Achse betrachtet.

Zunächst muss der betrachtete Steg in die richtige Kategorie der Querschnittsklassen eingeordnet werden. Dies geschieht über die Grenzwerte der Stegabmessungen $\frac{I_w}{I_w}$ gemäß Abschnitt 2.2 Gleichung 2.60 für die Einordnung eines Klasse 4 Querschnittes, der vor Erreichen des elastischen Grenzbiegemomentes beult. Ist der Steg gedrungener als der berechnete Grenzwert besteht dennoch Beulgefahr im teilplastischen Zustand (plastisches Beulen). Sind die Grenzwerte nach Tabelle 3.2 eingehalten, versagt der Träger ohne Ausbeulen.

Der Beulwert k_σ wird gemäß Abschnitt 2.2 Gleichung 2.41 bestimmt, wenn der Steg sich drehstarr in den Flansch einspannt. Dies ist der Fall bei den Lagerungsarten 3.2 und 3.3 und beim Nachweis mit Einzelschlankheiten.

Bei kontinuierlicher seitlicher Lagerung (2.2 und 2.3) zeigt sich, dass der Nachweis allein mit der Methode der wirksamen Breiten geführt werden kann, wenn der Beulwert unter Berücksichtigung der Teileinspannung am gehaltenen Längsrand gemäß Abschnitt 2.2.4 ermittelt ist.

Der wirksame (effektive) T-Querschnitt besteht aus den nach *Brune* angegebenen wirksamen Breiten für dreiseitig gelagerte Platten. Die wirksamen Breiten sind im elastischen und plastischen Zustand leicht unterschiedlich zu bestimmen.

Bild 2.25 zeigt den wirksamen Querschnitt und die zugehörigen angenommenen elastischen und plastischen Spannungsverläufe sowie den Dehnungsverlauf. Es zeigt sich, dass auch am freien Rand ein wirksamer Querschnitt vorausgesetzt wird. Die Berechnung der wirksamen Breiten ist für elastisches und plastisches Beulen angegeben.

Beim plastischen Beulen verändert sich der bezogene Schlankheitsgrad in Abhängigkeit der maximalen Randdehnung in Bezug zur Fließdehnung wie folgt:

$$\bar{\lambda}_{p,pl} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_y}} \cdot \bar{\lambda}_p \quad (2.65)$$

mit

$$\max \varepsilon = 4 \varepsilon_y \quad \leadsto \quad \bar{\lambda}_{p,pl} = 2 \cdot \bar{\lambda}_p$$

Für den Abminderungswert ρ wird die modifizierte Winter-Kurve (Abschnitt 2.2 Gleichung 2.59) verwendet.

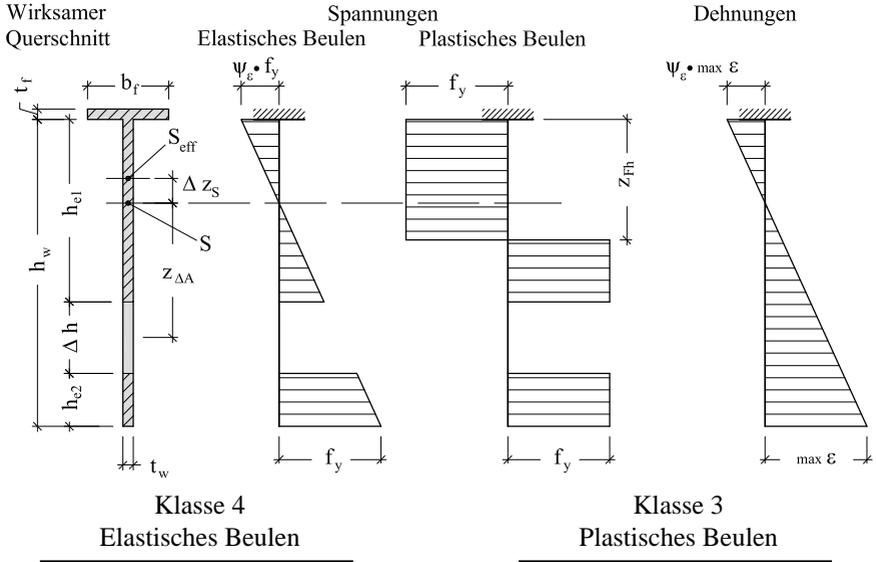
$$\rho = \frac{1}{\bar{\lambda}} - \frac{0,22}{\bar{\lambda}^2} + 0,075 \bar{\lambda}$$

Das Randdehnungsverhältnis ψ_ε kann im elastische Spannungszustand leicht mit der Lage des Schwerpunktes, und im plastischen Spannungszustand mit der Lage der Flächenhalbierenden bestimmt werden.

$$\Psi_{\varepsilon,el}^{(0)} = \frac{z_f + \frac{1}{2} t_w}{z_w + \frac{1}{2} t_w}, \quad \Psi_{\varepsilon,pl}^{(0)} = \frac{z_{Fh}}{z_{Fh} - h_w}$$

Ausgehend vom Randdehnungsverhältnis $\psi_{\varepsilon,el}$ bei Biegebeanspruchung, werden Beulwert k_σ , kritische Beulspannung σ_{cr} , bezogener Plattenschlankheitsgrad $\bar{\lambda}_\rho$ berechnet.

2.2 Stegbeulen des T-Querschnittes



$$\begin{aligned}
 \max \varepsilon &= \varepsilon_y \\
 \frac{h_{eff}}{h_w} &= \frac{\rho - \psi_\varepsilon}{1 - \psi_\varepsilon} \\
 \frac{h_{e2}}{h_w} &= \frac{0,226}{\bar{\lambda}_{p,pl}^2} \\
 h_{eff} &= h_{e1} + h_{e2} \\
 \Delta h &= h_w - h_{eff}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \max \varepsilon &= 4 \varepsilon_y \\
 \frac{h_{eff}}{h_w} &= \frac{\rho - \psi_\varepsilon}{1 - \psi_\varepsilon} \\
 \frac{h_{e2}}{h_w} &= \frac{0,226}{\bar{\lambda}_{p,pl}^2 (1 - f_{pl})} (1 + f_{pl}) \\
 z_{Fh} &= \frac{1}{t_w} \left(\frac{1}{2} A_{eff} - A_f \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{\lambda}_{p,pl} &= 2\bar{\lambda}_p \\
 f_{pl} &= 0 \quad \text{für } \psi_\varepsilon \geq |0,25| \\
 f_{pl} &= \frac{1}{2}(1 - 16 \psi_\varepsilon) \quad \text{für } \psi_\varepsilon \leq |0,25|
 \end{aligned}$$

Bild 2.25: Wirksamer T-Querschnitt und Angaben der Wirksamen Breiten für elastisches und plastisches Beulen nach /Brune 1998/ mit dem Randdehnungsverhältnis $0 \geq \psi_\varepsilon \geq -1,0$.

Die effektiven Querschnittswerte werden mit den elastischen bzw. plastischen Randdehnungsverhältnis iterativ ermittelt. Sie erhalten den Index $_{eff}$ und als Superskript die Anzahl der Iteration, z.B. $^{(1)}$. Die maßgeblichen Werte berechnen sich wie folgt:

$$\begin{aligned}
 \text{effektive Stegfläche : } A_{w,eff} &= h_{eff} \cdot t_w \\
 \text{nicht-wirksame Fläche : } \Delta A &= \Delta h_w \cdot t_w \\
 \text{effektive Fläche : } A_{eff} &= A - \Delta A \\
 \text{Koordinate : } z_{\Delta A} &= z_w + \frac{1}{2}h_w - h_{e2} - \frac{1}{2}\Delta h \\
 \text{Schwerpunktverschiebung : } \Delta z_S &= \frac{z_{\Delta A} \cdot \Delta A}{A_{eff}} \\
 \text{neues Randdehnungsverhältnis : } \Psi_{\varepsilon,el}^{(1)} &= \frac{z_f + \frac{1}{2}t_w + \Delta z_S}{z_w + \frac{1}{2}t_w + \Delta z_S}, \\
 &\Psi_{\varepsilon,pl}^{(1)} = \frac{z_{Fh} + \Delta z_S}{z_{Fh} - h_w + \Delta z_S} \\
 \text{effektives Trägheitsmoment : } I_{y,eff}^{(1)} &= I_y - z_{\Delta A}^2 \cdot \Delta A - \frac{1}{12}\Delta \cdot h_w^2 \cdot t_w - \Delta z_S^2 \cdot A_{eff} \\
 \text{effektives pl. Widerstandsmoment : } W_{pl,eff} &= (z_{Fh} + \frac{1}{2}t_f) \cdot A_f + (\frac{1}{2}z_{Fh})^2 \cdot t_w + \\
 &\quad + (\frac{1}{2}(h_{e1} - z_{Fh}))^2 \cdot t_w \\
 &\quad + (h_w - \frac{1}{2}(z_{Fh} + h_{e2}))h_{e2}t_w
 \end{aligned}$$

Mit dem neu ermittelten Randspannungsverhältnis kann die Iteration der Querschnittswertbestimmung neu begonnen werden. Die Iterationen werden so oft wiederholt, wie sich ein signifikanter Unterschied in den Werten darstellt. In den Verifikationen waren drei Iterationen ausreichend.

Die Abminderung der Querschnittstragfähigkeit wird über die Widerstandsmomente definiert.

$$Q_W = \frac{W_{y,eff}^{(i)}}{W_{pl}} \quad (2.66)$$

Für die Bestimmung des plastischen Widerstandsmomentes sind in Abschnitt 3.2.3 Gleichungen angegeben.

2.3 Nachweis der Tragfähigkeit mit Hilfe von Einzelschlankheiten

Die Abminderung der Querschnitts-Steifigkeit infolge Beulens auf das Biegedrillknicken wird hier näherungsweise über die Trägheitsmomente definiert.

$$Q_I = \frac{I_{y,eff}^{(i)}}{I_y^{(0)}} \quad (2.67)$$

Das Grenzbiegemoment infolge Beulens $M_{u,p}$ allein, bestimmt sich ebenfalls auf Grundlage der effektiven Biegesteifigkeit zu

$$M_{u,p} = W_{el,eff} \cdot f_y = \frac{I_{y,eff}^{(i)}}{z_w + \frac{1}{2} t_f + \Delta z_S^{(i)}} \cdot f_y \quad (2.68)$$

Im plastischen Zustand geht in die Bestimmung des Grenzbiegemomentes das effektive plastische Widerstandsmoment ein.

$$M_{u,p} = W_{pl,eff} \cdot f_y \quad (2.69)$$

Damit kann mit der Methode der wirksamen Breiten die infolge Stegbeulens abgeminderte Tragfähigkeit oder Steifigkeit angegeben werden.

2.3 Nachweis der Tragfähigkeit mit Hilfe von Einzelschlankheiten

Der Nachweis der Gesamtstabilität mit den Einzelschlankheiten wird in den Normen vorgeschlagen. Daher wird ein kurzer Einblick in die Ermittlung der Beanspruchbarkeit von durch Biegedrillknicken und Stegbeulen instabilitätsgefährdeten Trägern nach den beiden im Stahlbau wichtigsten Vorschriften gegeben. Dabei sind die Bezeichnungen denen dieser Arbeit angepasst.

2.3.1 Eurocode 3

In der Norm /Eurocode 3-1-1 1993 & 2003/ wird für Biegedrillknickprobleme ein Vorgehen, das als *Q-Faktor Methode* bekannt ist, zur Traglastermittlung vorgeschlagen. Mit dieser Methode ist die Ermittlung der Traglast unter Berücksichtigung des Stegbeulens (lokale Instabilität) möglich.

Bei der *Q-Faktor Methode* wird wie folgt vorgegangen:

Zunächst wird der Stegbeuleinfluss, hier der querschnittsverzerrende Anteil der Instabilität, gesondert nach der Methode der wirksamen Breiten betrachtet. Besteht die Gefahr des Stegbeulens wird der *Q-Faktor*, der die Querschnittstragfähigkeit unter Berücksichtigung des Beulens angibt, bestimmt. Hier sei angemerkt, dass bei Querschnitten der Klasse 3 gemäß Eurocode, die zwar die elastische Grenztragfähigkeit erreichen, jedoch wegen Beulgefährdung im teilplastischen Zustand nicht die plastische Grenztragfähigkeit erreichen, die Querschnittstragfähigkeit auf die elastische Grenztragfähigkeit M_{el} reduziert ist.

Die Querschnittsverzerrung bei Instabilität des T-Querschnitts, dem Stegbeulen, entspricht dem Ausbeulen der dreiseitig gelagerten am Längsrand eingespannten Platte. Das Tragverhalten von dreiseitig gelagerten Platten wurde von /Brune 1998, Konowalczyk 1992, Priebe 1994, Rusch 2000/ u.A. untersucht. Die Reduktion des Querschnittes auf den mit den wirksamen Breiten gebildeten noch effektiven Querschnitt stehen ohne Zweifel zur Verfügung. Alle Querschnittswerte die am effektiven Querschnitt berechnet werden erhalten den Index $_{eff}$. Nach /Eurocode 3-1-1 1993 & 2003/ wird der Q-Faktor wie folgt definiert:

$$Q = \frac{W_{eff}}{W_{pl}} \quad 0 \leq Q \leq 1 \quad (2.70)$$

Für die Einteilung der Querschnitte gemäß ihrer Grenztragfähigkeit in Klassen gilt für die Querschnittstragfähigkeit im Einzelnen:

2.3 Nachweis der Tragfähigkeit mit Hilfe von Einzelschlankeiten

$$\begin{aligned} Q = 1 & \quad \text{für Querschnitte der Klassen 1 \& 2} \\ Q = \frac{W_{el}}{W_{pl}} & \quad \text{für Querschnitte der Klasse 3} \\ Q = \frac{W_{eff}}{W_{pl}} & \quad \text{für Querschnitte der Klasse 4} \end{aligned}$$

Mit der Abminderung der Querschnittstragfähigkeit, ausgedrückt durch den Q -Faktor, wird der bezogene Schlankheitsgrad für das globale Instabilitätsversagen gebildet, hier Biegedrillknicken, und der Traglastabminderungswert bezogen auf die abgeminderte Querschnittstragfähigkeit ermittelt.

$$\bar{\lambda}_{lt,Q} = \sqrt{Q} \cdot \bar{\lambda}_{lt} \quad (2.71)$$

$$\kappa_{lt,Q} = f(\bar{\lambda}_{lt,Q}) \quad (2.72)$$

Index $_{lt}$ kennzeichnet die Werte für Biegedrillknicken und steht für die englische Bezeichnung *lateral torsional*, was sich in deutsch als ‚seitlich verdrehend‘ übersetzt und die Verformung im Instabilitätsfall beschreibt.

Der Abminderungswert $\kappa_{lt,Q}$ ist abhängig vom bezogenen Schlankheitsgrad und wird über eine der europäischen Knicklinien definiert. Diese sind in der Formulierung nach *Perry & Robertson* gehalten, wobei allerdings die Werte $\bar{\lambda}_0$ und β bei Walzträger-Querschnitten und gleichartigen geschweißten Querschnitten (besonderer Fall) verändert werden kann.

$$\kappa_{lt,Q} = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \beta \lambda_{lt,Q}^2}} \quad \left\{ \begin{array}{l} \leq 1,0 \\ \leq \frac{1}{\bar{\lambda}_{lt,Q}^2} \end{array} \right. \quad (2.73)$$

Für den Beiwert Φ gilt:

$$\Phi = 0,5(1 + \alpha_0(\bar{\lambda}_{lt,Q} - \bar{\lambda}_0) + \beta\bar{\lambda}_{lt,Q}^2) \quad (2.74)$$

mit:

Fallunterscheidung	$\bar{\lambda}_0$	β
Knickfälle, allgemeines Biegedrillknicken	0,2	1,0
Biegedrillknicken von Walzprofilen	0,4	0,75

In der neueren Fassung von /Eurocode 3-1-1 2003/ werden die Imperfektionsbeiwerte α_0 gemäß der Zuordnung der Querschnittsart analog dem Biegeknicken empfohlen.

Knicklinie	a	b	c	d
Imperfektionsbeiwert α_0	0,21	0,34	0,49	0,76

Für den Kragträger mit geschweißtem T-Profil soll der ungünstigste Imperfektionsparameter der Knicklinie d angewendet werden.

Es stellt sich die Frage, ob die für das Knicken normalkraftbelasteter Stäbe abgeleiteten Imperfektionsbeiwerte auch vereinfacht für das Biegedrillknicken biegebelasteter Träger sinnvoll sind. Insbesondere ist das Tragverhalten von durch Biegedrillknicken instabilitätsgefährdeten Kragträgern mit T-Querschnitt bis auf die oben genannten Forschungen noch nicht behandelt. Des Weiteren muss überprüft werden inwieweit das Plateau der Knicklinien auch für das Biegedrillknicken gilt.

Daher werden, wie oben schon dargelegt, im /Eurocode 3-1-1 2003/ die Knicklinien für das Biegedrillknicken gewalzter oder gleichartig geschweißter Querschnitte modifiziert, sodass eine Abminderung in den Fällen mit einem bezogenen Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}_{pl} < 0,4$ nicht nötig ist. Allerdings muss in diesen Fällen, für die auch der Beiwert β verändert ist, der Abminderungswert mit der Eulerhyperbel selbst begrenzt werden, um zu verhindern, dass sich überkritische Traglasten berechnen. Die Traglastabminderungskurven sind in Bild 2.27 dargestellt.

2.3 Nachweis der Tragfähigkeit mit Hilfe von Einzelschlankheiten

Die Beanspruchbarkeit bei gleichzeitiger Berücksichtigung von Biegedrillknicken und Stegbeulen soll nach /Eurocode 3-1-1 1993 & 2003/ wie folgt berechnet werden:

$$M_{ci,R} = \kappa_{ci} \cdot M_{pl} = \kappa_{lt,Q} \cdot Q \cdot M_{pl} \quad (2.75)$$

Der Index des $_{ci}$ steht für die internationale Bezeichnung der Gesaminstabilität *coupled instability*.

Diskussion der Q-Faktor-Methode

Die Anwendung der Q-Faktor Methode bei Biegedrillknickproblemen im /Eurocode 3-1-1 1993 & 2003/ ist von Vorteil, da auch die Beulstabilität bei der Ermittlung der Traglast Berücksichtigung findet.

Die Grenzfälle, lokales Beulens bei Trägern mit kleinem bezogenem globalem Schlankheitsgrad einerseits und Biegedrillknicken bei hohem globalem Schlankheitsgrad andererseits, werden erfüllt. Bei Trägern mit hohem globalem Schlankheitsgrad deren Abminderung näherungsweise durch die Eulerhyperbel beschrieben wird, fällt der Einfluss der Querschnittsabminderung und damit des Beulens automatisch weg.

$$\bar{\lambda}_{lt,Q} = \sqrt{Q} \cdot \bar{\lambda}_{lt} \quad (2.76)$$

$$\kappa_{lt,Q} = \frac{1}{\bar{\lambda}_{lt,Q}^2} = \frac{1}{Q \cdot \bar{\lambda}_{lt}^2} \quad (2.77)$$

$$\kappa_{ci} = Q \cdot \kappa_{lt,Q} = \frac{1}{\bar{\lambda}_{lt}^2} \quad (2.78)$$

Folgende Überlegungen zeigen jedoch, dass mit dieser Methode sehr konservative Ergebnisse im mittelschlanken Bereich erzielt werden können.

Der Q-Faktor wird mit der Annahme ermittelt, dass die infolge lokalen Beulens abgeminderte Querschnittstragfähigkeit erreicht ist. Als Beanspruchung wird also

das durch Beulen abgeminderte Grenzbiegemoment $M_{u,li}$ vorausgesetzt. Der Index li kürzt die Bezeichnung *local instability* für die lokal auftretende Instabilität ab.

$$M = M_{u,li} \rightsquigarrow \frac{W_{eff}}{W_{pl}} = Q$$

Geht man von einem beulgefährdeten Träger aus, der schon weit unter der Beanspruchung $M_{u,li}$ durch Biegedrillknicken versagt,

$$M_{u,lt} \ll M_{u,li}$$

hat die Abminderung des globalen Schlankheitsgrads wenig Auswirkung auf den Abminderungswert $\kappa_{lt,Q}$.

$$\sqrt{Q} \cdot \bar{\lambda}_{lt} = \bar{\lambda}_{lt,Q} \rightsquigarrow \kappa_{lt,Q} \approx \kappa_{lt}$$

Bei dem nun folgenden Schritt um die Abminderung κ_{ci} der gekoppelten Stabilitätsphänomene zu ermitteln, wird die nicht eintretende Abminderung der Querschnittstragfähigkeit jedoch voll berücksichtigt.

$$\kappa_{ci,Q} = Q \cdot \kappa_{lt,Q} \approx Q \cdot \kappa_{lt} < \kappa_{lt,Q}$$

Der Träger wird in seiner Tragfähigkeit wegen der nicht auftretenden, jedoch berücksichtigten Beultragfähigkeit zu stark abgemindert und damit die Tragfähigkeit unterschätzt.

Auf der anderen Seite beinhaltet die Q-Faktor Methode durch die Berücksichtigung des Einflusses der lokalen Beulstabilität allein auf die Querschnittstragfähigkeit auch Unsicherheiten wie folgende Überlegungen zeigen.

Abgemindert wird allein die Querschnittstragfähigkeit und damit der globale Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}_{lt}$.

$$\bar{\lambda}_{lt,Q} = \sqrt{Q} \cdot \bar{\lambda}_{lt} = \sqrt{\frac{W_{eff} \cdot W_{pl} f_y}{W_{pl} \cdot M_{cr,lt}}} = \sqrt{\frac{M_{pl,eff}}{M_{cr,lt}}} \quad (2.79)$$

Die idealen Verzweigungslasten werden, weil oft sehr aufwendig und auch gar nicht möglich, nicht mit den Steifigkeiten des infolge Beulens noch effektiven

2.3 Nachweis der Tragfähigkeit mit Hilfe von Einzelschlankheiten

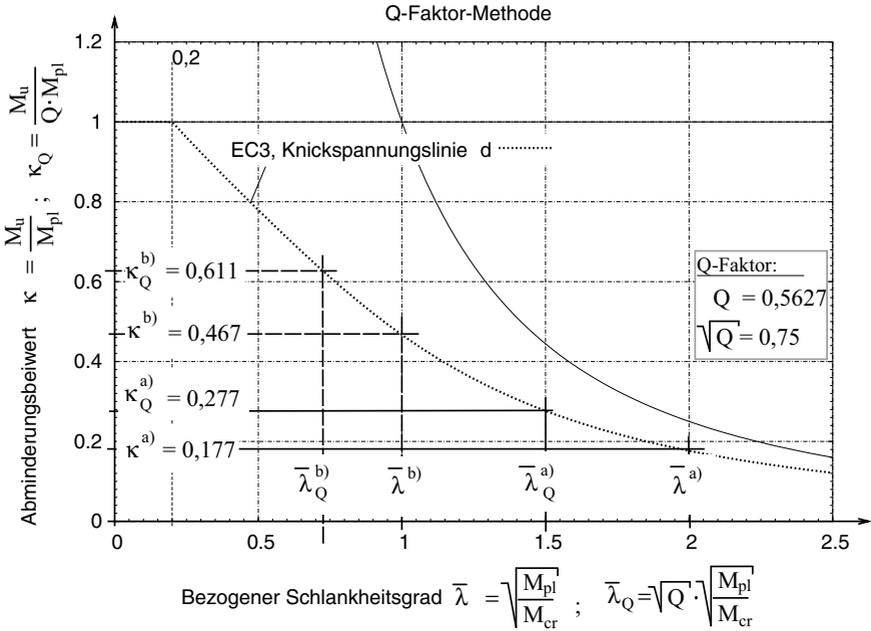


Bild 2.26: Zwei Beispiele der Abminderung des bezogenen Schlankheitsgrades $\bar{\lambda}$ auf $\bar{\lambda}_Q$ und die Auswirkungen auf den Abminderungswert κ bei Anwendung der Knickspannungslinie d für Biegedrillknicken nach /Eurocode 3-1-1 2003/.

Querschnittes, sondern am vollen Brutto-Querschnitt berechnet. Bezüglich des Einflusses der lokalen Beulstabilität auf die globale Biegedrillknickstabilität wird der Schlankheitsgrad nicht verändert. Letzteres kann Unsicherheiten mit sich bringen, da der so abgeminderte Schlankheitsgrad zu höheren Abminderungsbeiwerten $\kappa_{lt,Q} > \kappa_{lt}$ führt. Die Berücksichtigung der effektiven Steifigkeiten in der Verzweigungslastermittlung führt hingegen zu geringeren Verzweigungsbiegemomenten M_{cr}^* und damit zu einer Erhöhung des Schlankheitsgrades von $\bar{\lambda}_Q$ auf $\bar{\lambda}_Q^*$ womit

kleinere Abminderungswerte $\kappa_{lt,Q}^*$ erzielt werden.

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}_{lt,Q} &< \bar{\lambda}_{lt,Q}^* < \bar{\lambda}_{lt} \\ \kappa_{lt,Q} &> \kappa_{lt,Q}^* > \kappa_{lt} \end{aligned}$$

Die Einflüsse des Beulens wirken sich gegensätzlich auf den Schlankheitsgrad aus. In Bild 2.26 sind für zwei Fälle, a) und b), die Abminderungen mit der Q-Faktor Methode dargestellt. Es wird in beiden Fällen der gleiche Q-Faktor für die Abminderung des Grenzbiegemomentes M_{pl} und des Schlankheitsgrads von $\bar{\lambda}$ auf $\bar{\lambda}_Q$ angewendet.

$$Q \cdot M_{pl} = 0,5627 M_{pl} \rightsquigarrow \sqrt{Q} \cdot \bar{\lambda} = \bar{\lambda}_Q = 0,75 \bar{\lambda}$$

Unter der Voraussetzung, dass die volle Beultragfähigkeit genutzt wird, und die verminderte Querschnittsfläche zu geringeren Steifigkeiten führt, sind auch die Verzweigungslasten vermindert. Hier wird nun untersucht wie sich durchaus vorstellbare infolge des Steifigkeitsverlustes abgeminderte Verzweigungsbiegemomente M_{cr}^* auf die Schlankheit $\bar{\lambda}_Q^*$ und die Traglastabminderungswerte auswirken.

$$\bar{\lambda}_Q^* = \bar{\lambda}_Q \cdot \sqrt{\frac{M_{cr}}{M_{cr}^*}}$$

Tabelle 2.6 zeigt für eine 10 und 20 %ige Abminderung der Verzweigungsbiegemomente Abweichungen auf der unsicheren Seite des Traglastabminderungswertes um bis zu 16 %.

/Brune 2000a/ und /Rusch 2000/ stellen unsichere Beispiele der Q-Faktor Methode beim Problem des beulgefährdeten Knickstabs fest. Rusch schlägt für einige Querschnittsarten die Verminderung der zulässigen Stabvorkrümmung vor. Brune geht den Weg die Steifigkeiten bei der Schlankheitsberechnung mit zu Berücksichtigen.

Die Vorgehensweise der Q-Faktor Methode, nämlich zunächst den Einfluss der Beultragfähigkeit vereinfacht zu nutzen um damit die globale Stabilität zu beeinflussen, ist von Vorteil und wird später auch für das vorliegende Problem angewendet.

2.3 Nachweis der Tragfähigkeit mit Hilfe von Einzelschlankheiten

	Fall	$\bar{\lambda}_Q^*$	κ_Q^*	$\bar{\lambda}_{Ci}^*$	Abweichung
$M_{cr}^* = 1,0 \cdot M_{cr}$	a)	1,5	0,277	0,156	0%
	b)	0,75	0,611	0,343	0%
$M_{cr}^* = 0,9 \cdot M_{cr}$	a)	1,6	0,251	0,141	-9,4%
	b)	0,8	0,580	0,327	-4,7%
$M_{cr}^* = 0,8 \cdot M_{cr}$	a)	1,68	0,233	0,131	-16,0%
	b)	0,84	0,556	0,313	-8,7%

Tabelle 2.6: Einfluss abgeminderter Verzweigungsbiegemomente auf Traglastermittlung nach der Q-Faktor-Methode.

2.3.2 DIN 18800

Die Norm /DIN 18800 1990/ macht in Teil 2 Abschnitt 7 Angaben zum Nachweis bei Gefährdung des Verlustes der Stabstabilität einerseits und der Platten-/Beulstabilität andererseits. Die Beulstabilität ist demnach gefährdet, wenn die Grenzwerte $\frac{b}{t}$ der Querschnittsteile nicht mehr eingehalten sind. Der Einfluß des Beulens auf die Stabstabilität, hier das Biegedrillknicken, besteht darin, dass die Stabsteifigkeit durch das Ausbeulen herabgesetzt wird und dass sich Spannungen innerhalb des Querschnittes auf steifere oder weniger belastete Querschnittsbereiche umlagern³.

Daher wird auch in der /DIN 18800 1990/ die Methode der wirksamen Breiten zur Reduktion des Querschnittes vorgeschlagen. Das T-Profil wird hierbei jedoch als nicht zulässiges Profil erkannt. Neuere Forschungen einschließlich der Vorliegenden lassen die Behandlung des T-Profiles mit der Methode der wirksamen Breiten nun zu.

Das Vorgehen zur Ermittlung der Beanspruchbarkeit $M_{ci,R}$ mit gleichzeitiger Berücksichtigung von Biegedrillknicken und Beulen nach /DIN 18800 1990/ Teil

³/DIN 18800 1990/ Teil 2 Element (701) Anmerkung 2

2 Abschnitt 7.6.3.2 ist ähnlich dem Vorgehen nach /Eurocode 3-1-1 1993 & 2003/. Der bezogene Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}_{lt,Q}$ wird jedoch auf Grundlage eines infolge Beulens reduzierten ideal-kritischen Biegemomentes bestimmt. Damit geht der infolge lokaler Instabilität eintretende Steifigkeitsverlust in die Änderung des Schlankheitsgrads mit ein.

$$\text{red } M_{cr,lt} = M_{cr,lt} \sqrt{\frac{1}{1 + \left(\frac{M_{cr,lt}}{M_{cr,li}}\right)^2}} \quad (2.80)$$

mit $M_{cr,li} = k_{\sigma} \cdot \sigma_e \cdot W_{el}$ ideales Biegemoment für das Plattenbeulen

$$\bar{\lambda}_{lt,Q} = \sqrt{\frac{M_{pl,eff}}{\text{red } M_{cr,lt}}} = \sqrt{Q} \cdot \sqrt{\frac{M_{pl}}{\text{red } M_{cr,lt}}} \quad (2.81)$$

mit $Q = \frac{M_{eff}}{M_{pl}} = \frac{W_{eff}}{W_{pl}}$ Querschnittsabminderung

Ein weiterer Unterschied zum /Eurocode 3-1-1 1993 & 2003/ ist, dass der auf den reduzierten effektiven Querschnitt bezogene Abminderungswert $\kappa_{lt,Q}$ mit der nach *Unger* angegebenen Abminderungsbeziehung bestimmt wird. Die Form dieser Abminderungsbeziehung (Gl.2.82) geht auf eine *Merchant-Rankine*-Formulierung zurück.

$$\frac{1}{M_{lt,Q}^n} = \frac{1}{M_{pl}^n} + \frac{1}{\text{red } M_{cr,lt}^n} \quad \rightsquigarrow \quad \kappa_{lt,Q} = \left(\frac{1}{1 + \bar{\lambda}_{lt,Q}^{2n}} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (2.82)$$

$$\text{mit } \kappa_{lt,Q} = \frac{M_{lt,Q}}{M_{pl}}$$

$$\kappa_{lt,Q} = 1 \quad \text{für } \bar{\lambda}_{lt,Q} \leq 0,4 \quad (2.83)$$

Der Trägerbeiwert n wird in /DIN 18800 1990/ Teil 2 Tabelle 9 angegeben und

2.3 Nachweis der Tragfähigkeit mit Hilfe von Einzelschlankheiten

beträgt für geschweißte Querschnitte $n = 2,0$. Der größte Trägerbeiwert für Walzprofile wird mit $\max n = 2,5$ angegeben.

Die *Merchant-Rankine* Formulierung hat den Vorteil, dass für große Verzweigungsmomente die Beanspruchbarkeit gegen das plastische Grenzbiegemoment läuft und im umgekehrten Falle, also kleinen ideal-kritischen Verzweigungsmomenten sich eben diese als Beanspruchbarkeit ergeben.

$$\begin{aligned} \text{red } M_{cr,lt} >> M_{pl} &\implies M_u \rightarrow M_{pl} \\ \text{red } M_{cr,lt} << M_{pl} &\implies M_u \rightarrow \text{red } M_{cr,lt} \end{aligned}$$

Für den Nachweis nach DIN 18800 ist als Beanspruchbarkeit das effektive plastische Grenzmoment $M_{pl,eff}$ anzuwenden. Dies bedeutet in der Formulierung eines Gesamtabminderungswertes die Multiplikation des Q -Faktors mit dem Abminderungswert $\kappa_{lt,Q}$.

$$\begin{aligned} \kappa_{ci} &= \kappa_{lt,Q} \cdot Q \\ M_{ci,R} &= \kappa_{lt,Q} \cdot M_{pl,eff} = \kappa_{ci} \cdot M_{pl} \end{aligned}$$

Zum Nachweis gemäß /DIN 18800 1990/ ist folgendes anzumerken:

- Obwohl bei der gewählten Formulierung der Traglastabminderung eigentlich keine Beschränkung benötigt wird, wird vereinfachend davon ausgegangen, dass in Fällen mit geringeren bezogenen Schlankheitsgraden als 0,4 keine Abminderung des Grenzbiegemomentes nötig erscheint. Die damit eingeführte Unstetigkeit der Traglastabminderungskurve an der Stelle $\bar{\lambda}_{lt} = 0,4$ ist umso größer je geringer der Trägerbeiwert n ist.
- Der Einfluss der Beultragfähigkeit wird einerseits in der Bestimmung des reduzierten Verzweigungsmomentes und andererseits mit der Q -Faktor Methode durch die Reduktion des Querschnittes berücksichtigt.
- Wie in /Eurocode 3-1-1 1993 & 2003/ wird in dem letzten Schritt zur Bestimmung der Beanspruchbarkeit ebenfalls die Multiplikationsmethode angewendet.

Zum Vergleich sind in Bild 2.27 einige hier angesprochene Abminderungskurven der behandelten Normen über dem bezogenen Schlankheitsgrad dargestellt.

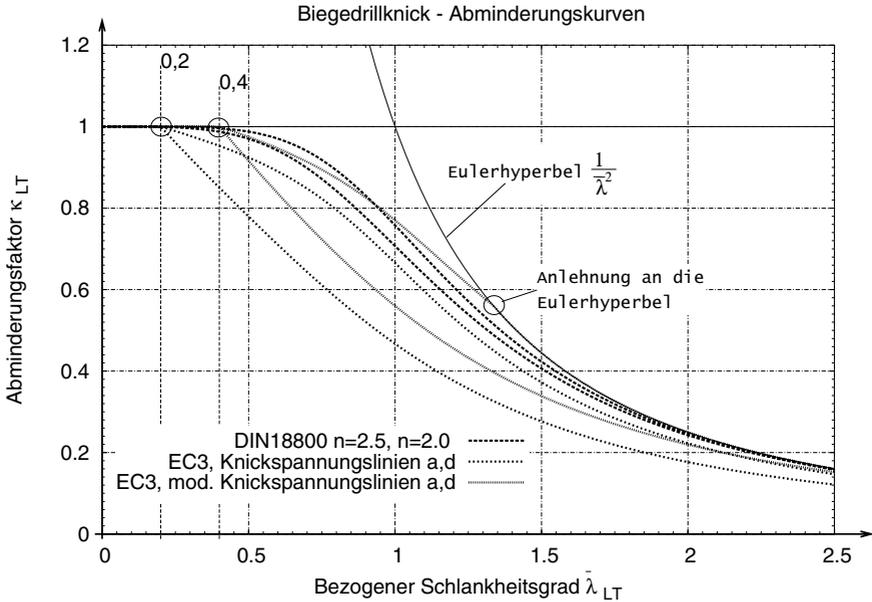


Bild 2.27: Vergleich von Knickspannungslinien für das Biegedrillknicken nach den Normen /DIN 18800 1990, Eurocode 3-1-1 1993 & 2003/

Der Vergleich der günstigsten Knicklinie nach /DIN 18800 1990/ für $n = 2.5$ mit der günstigsten Knicklinie nach /Eurocode 3-1-1 2003/ (Plateau bis 0,4 und $\alpha_0 = 0,21$) zeigt trotz der unterschiedlichen Formulierungen eine deutlich bessere Übereinstimmung, als wenn man die Knicklinie für den allgemeinen Fall des Biegedrillknickens (Plateau bis 0,2 und $\alpha_0 = 0,21$) für den Vergleich heranzieht.

Für den hier vorliegenden Fall geschweißter T-Träger verlaufen die Knicklinien jedoch recht unterschiedlich. Dies sind die Kurven mit dem Imperfektionsbeiwert $\alpha_0 = 0,76$ der Knicklinie d, beziehungsweise mit dem Trägerbeiwert $n = 2,0$, wenn es sich um Träger konstanter Höhe handelt.

Klarheit über die Zusammenhänge beim realitätsnahen Nachweis von T-Kragträgern soll durch die folgenden eigenen Untersuchungen geschaffen werden.

2.4 Nachweis der Tragfähigkeit mit Hilfe der Systemschlankheit nach /Fischer, Smida 2000/

Ausgehend von der Diplomarbeit von /Winterstetter 1996/ und der darauf folgenden Veröffentlichung /Fischer, Brune, Winterstetter 1997/, wurden im Rahmen eines Forschungsprojektes mit dem Titel „*Dimensionierung und Nachweis von instabilitätsgefährdeten gevouteten Kragträgern mit T-förmigem Querschnitt*“⁴ am Lehrstuhl für Stahlbau der Universität Dortmund Berechnungshilfen für den Stabilitätsnachweis nach dem Verfahren mit Systemschlankheit erarbeitet und im zugehörigen Forschungsbericht /Fischer, Smida 2000/ veröffentlicht.

2.4.1 Vorgehen

1. Ideale Verzweigungsspannung des Systems:

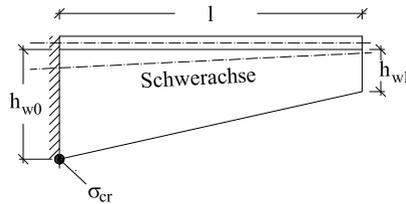
Mit dem vertafelten Gesamt(in)stabilitätswert k_{ges} wird die ideale Verzweigungsspannung σ_{cr} am unteren Rand des Einspannquerschnittes bestimmt. Hierzu wird die *Eulersche* Bezugsspannung σ_e herangezogen (Gleichung 2.84).

2. Bezogener Schlankheitsgrad:

Mit der ideal-kritischen System-Verzweigungsspannung σ_{cr} und der Streckgrenzen-Spannung des Baustahls f_y wird der elastisch bezogene Systemschlankheitsgrad $\bar{\lambda}_{el}$ berechnet:

$$\bar{\lambda}_{el} = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} \quad (2.85)$$

⁴Gefördert aus Mitteln des BMWi über die Arbeitsgemeinschaft industrieller Forschungsvereinigungen „Otto von Guericke“ e.V. (AiF-Nr.11449 N/1).



$$\sigma_{cr} = k_{ges} \cdot \sigma_e = k_{ges} \cdot \frac{\pi^2 \cdot E}{12(1 - \mu^2)} \cdot \left(\frac{t_w}{h_{w0}} \right)^2 \quad (2.84)$$

Bild 2.28: Ort, auf den sich der Gesamtbeulwert k_{ges} und die ideal-kritische Spannung σ_{cr} nach /Fischer, Smida 2000/ bezieht.

Die elastisch bezogenen Systemschlankheitsgrade werden gemäß Tabelle 2.8 angegeben und als Eingangswert für die weitere Traglastermittlung definiert.

Grundsätzlich kann der bezogene Systemschlankheitsgrad $\bar{\lambda}$ auch mit der plastischen Grenztragfähigkeit gebildet werden. Es wird dann in den elastischen oder plastischen bezogenen Schlankheitsgrad unterschieden. Bei Biegebeanspruchung ist der elastische Schlankheitsgrad immer kleiner als der plastische.

$$\bar{\lambda}_{el} = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} = \sqrt{\frac{M_{el}}{M_{cr}}}; \quad < \quad \bar{\lambda}_{pl} = \sqrt{\frac{M_{pl}}{M_{cr}}} \quad (2.86)$$

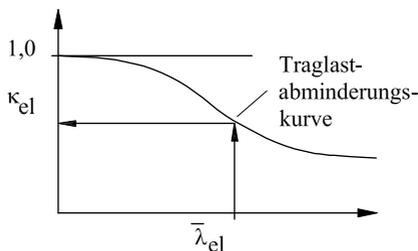
3. Traglastabminderungswert:

Mit einer über Traglastversuche abgesicherte, auf den elastischen Systemschlankheitsgrad $\bar{\lambda}_{el}$ bezogene Traglastabminderungskurve wird der Abminderungswert κ_{el} in Bezug auf die elastische Grenztragfähigkeit bzw. der Streckgrenze des Materials ermittelt (Gleichung 2.87).

4. Grenzbeulspannung Tragfähigkeit:

Die Grenzbeulspannung $\sigma_{R,ci}$ ist die Spannung, die im Grenzfall der Gesamtstabilität aufgenommen wird. Die Grenzbeulspannung wird mit dem

2.4 Nachweis der Tragfähigkeit mit Hilfe der Systemschlankheit nach /Fischer, Smida 2000/



$$\kappa_{el} = \frac{f_y}{\sigma_{R,ci}} = f(\bar{\lambda}_{el}) \quad (2.87)$$

Bild 2.29: Elastische Traglastabminderungskurve

auf die Streckgrenze bezogenen Abminderungswert ermittelt.

$$\sigma_{R,ci} = \kappa_{el} \cdot f_y \quad (2.88)$$

Hieraus leitet sich direkt die abgeminderte Tragfähigkeit ab. Die abgeminderte Tragfähigkeit ermittelt sich aber auch aus der elastischen Grenztragfähigkeit, z.B. das abgeminderte Tragbiegemoment:

$$M_{R,ci} = \kappa_{el} \cdot M_{el} \quad (2.89)$$

Wird nun der Abminderungswert κ_{pl} über der plastischen bezogenen Schlankheit $\bar{\lambda}_{pl}$ ermittelt, so wird die plastische Grenztragfähigkeit abgemindert.

$$\kappa_{pl} = f(\bar{\lambda}_{pl}) \quad (2.90)$$

$$M_{R,ci} = \kappa_{pl} \cdot M_{pl} \quad (2.91)$$

In Gleichung 2.90 ist als plastische Grenztragfähigkeit das theoretische vollplastische Biegemoment M_{pl} , das unter der Annahme des voll plastizierten Querschnitts ermittelt wird, einzusetzen. Abschnitt 3.2 macht Aussagen zur Bestimmung und Anwendbarkeit des vollplastischen Biegemomentes.

5. **Nachweis:**

Unter Berücksichtigung der Teilsicherheitsbeiwerte kann entweder der elastische Nachweis auf Grundlage der Grenzbeulspannung oder der auf Grundlage der abgeminderten Tragfähigkeit geführt werden.

$$\frac{\sigma_d}{\sigma_{R,ci}} \leq 1,0 \quad (2.92)$$

$$\frac{M_d}{M_{R,ci,d}} \leq 1,0 \quad (2.93)$$

2.4.2 Gesamt(in)stabilitätswerte k_{ges} für den querbelasteten Kragträger mit unterschiedlichen Lagerungsarten

Die Gesamt(in)stabilitätswerte wurden mit einem FE-Schalenmodell mit dem FE-Programm ANSYS für 4 Lastfälle und eine Vielzahl von Querschnittsabmessungen, die über die bezogenen Abmessungen definiert sind, berechnet.

	Lastfall 1	Lastfall 2	Lastfall 3	Lastfall 4
				
k_h	1.0 ... 7.0 mit Schrittweite $\Delta = 0.5$			
k_v	0.1/0.25/0.5/0.75/1.0 0.5/0.63/0.75/0.87/1.0			
k_b	0.0/0.25/0.5/0.75/1.0			
k_w	20/40/60/80			
k_f	0.5/0.75/1.0/1.5/2.0			

Tabelle 2.7: Parameterbereich der bezogenen Abmessungen und Lastfälle für deren Kombinationen Gesamt(in)stabilitätswerte k_{ges} errechnet wurden

Die Berechnungen wurden für alle Lagerungsarten gemäß Bild 2.30 durchgeführt. Die Lagerungsarten sollen hier kurz erläutert sein.

2.4 Nachweis der Tragfähigkeit mit Hilfe der Systemschlankheit nach /Fischer, Smida 2000/

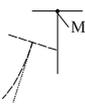
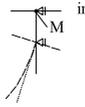
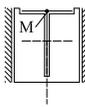
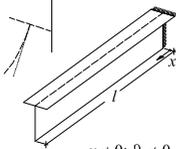
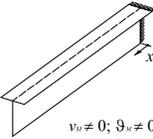
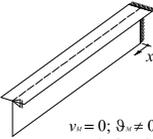
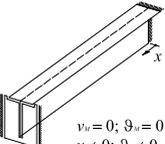
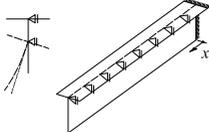
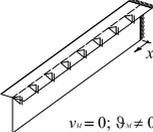
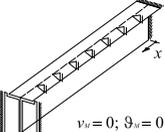
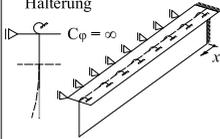
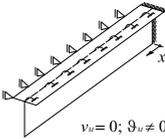
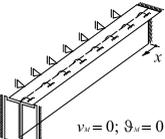
Lagerung des Trägerquerschnitts am Kragträgerende Lagerung des Flansches über die Kragträgerlänge; Bereich $0 < x < l$	1. frei  $v_y \neq 0; \vartheta_y \neq 0$	2. seitliche Halterung in M  $v_y = 0; \vartheta_y \neq 0$	3. Gabelhalterung  $v_y = 0; \vartheta_y = 0$
1. frei  $v_y \neq 0; \vartheta_y \neq 0$	1.1  $v_y \neq 0; \vartheta_y \neq 0$ $v_y \neq 0; \vartheta_y \neq 0$	1.2  $v_y = 0; \vartheta_y \neq 0$ $v_y \neq 0; \vartheta_y \neq 0$	1.3  $v_y = 0; \vartheta_y = 0$ $v_y \neq 0; \vartheta_y \neq 0$
2. seitliche Halterung  $v_y = 0; \vartheta_y \neq 0$	2.1 Kombination ist unvereinbar.	2.2  $v_y = 0; \vartheta_y \neq 0$ $v_y = 0; \vartheta_y \neq 0$	2.3  $v_y = 0; \vartheta_y = 0$ $v_y = 0; \vartheta_y \neq 0$
3. Einspannung mit seitlicher Halterung  $v_y = 0; \vartheta_y = 0$	3.1 Kombination ist unvereinbar.	3.2  $v_y = 0; \vartheta_y \neq 0$ $v_y = 0; \vartheta_y = 0$	3.3  $v_y = 0; \vartheta_y = 0$ $v_y = 0; \vartheta_y = 0$

Bild 2.30: Lagerungen von T-Kragträgern /Fischer, Smida 2000/

Lagerung 1.1 Der Kragträger ist nur an der Einspannstelle gelagert. Dies ist der Fall des klassischen Freitragers.

Lagerung 1.2 Der Kragträger ist an seinem freien Ende in Höhe des Flansches seitlich gehalten. Das Verdrehen um den Schnittpunkt von Flansch und Steg (Nähe des Schubmittelpunktes) des Endquerschnittes ist allerdings möglich.

- Lagerung 1.3** Der Kragträger ist an seinem freien Ende gabelgelagert, also gegen seitliches Ausweichen und Verdrehen gehalten.
- Lagerung 2.2** Der Kragträger ist in Höhe des Flansches kontinuierlich über die Länge seitlich gehalten.
- Lagerung 2.3** Der Kragträger ist in Höhe des Flansches kontinuierlich über die Länge seitlich gehalten und am freien Ende zusätzlich gabelgelagert.
- Lagerung 3.2** Der Flansch des Kragträgers ist über die Länge gegen seitliches Ausweichen und Verdrillen gehalten (Einspannung des Flansches).
- Lagerung 3.3** Der Flansch des Kragträgers ist über die Länge gegen seitliches Ausweichen und Verdrillen gehalten (Einspannung des Flansches) und der Endquerschnitt ist gabelgelagert, also kann sich der Endquerschnitt nicht verzerren.

Bei Trägern mit Lagerung nach Art 3.2 & 3.3 verzerrt sich im Instabilitätsfall der Querschnitt. Der Steg beult aus. Biegedrillknicken ist bei den Lagerungen 3.2 & 3.3 ausgeschlossen.

Die erzeugte Datenbasis von 152880 k_{ges} -Werten wurde noch grafisch in Kurven-
tafeln umgesetzt.

Es sei hier vermerkt, dass in der auf das Forschungsvorhaben folgenden Zeit die Datenbasis noch erweitert wurde. Es sind inzwischen auch k_{ges} -Werte für bezogene Trägerlängen bis $k_h = 18$ verfügbar. Die Daten und deren grafische Aufbereitung sind in Anhang A dieser Arbeit beigelegt.

2.4 Nachweis der Tragfähigkeit mit Hilfe der Systemschlankheit nach /Fischer, Smda 2000/

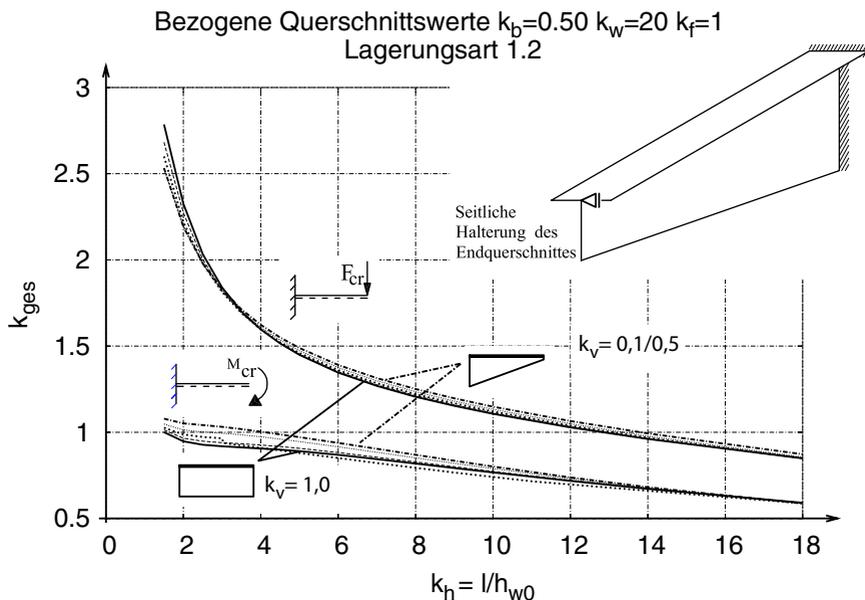


Bild 2.31: Gesamt(in)stabilitätswerte k_{ges} über der bezogenen Kragträgerlänge k_h für die angegebenen bezogenen Querschnittsabmessungen und Lagerungsart unter Einzellast.

Aus den in Bild 2.31 gezeigten Gesamt(in)stabilitätswertkurven können bezüglich des k_{ges} Wertes folgende Schlüsse gezogen werden:

- Die Route hat bei dieser Lagerung einen geringen Einfluss auf die Verzweigungslast.
- Die Belastungsart beeinflusst die Verzweigungslast ganz erheblich.
- Mit zunehmender bezogener Kragträgerlänge bei gleichbleibender Höhe am Auflagerquerschnitt (Kragträgerschlankheit) nimmt der Gesamt(in)stabilitätswert ab. Je geringer die Querkraft ist, desto weniger

gekrümmt erfolgt dieser Abfall in Abhängigkeit der Kragträgerschlankheit k_h . Bei konstantem Biegemomentenverlauf (Lastfall 4) verlaufen die Gesamt(in)stabilitätswertkurven linear.

Bei Lastfall 3 hat die Voute einen sehr hohen Einfluss auf die Stabilität, da die am Kragträgerende zentrisch angreifende Normalkraft N am höheren Auflagerquerschnitt nicht mehr zentrisch wirkt und sogar an der freien unteren Stegkante am Auflager Zugspannungen resultieren können (Bild 2.32).

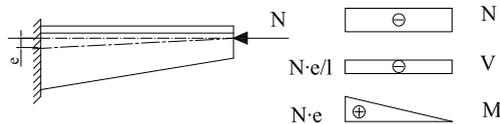


Bild 2.32: Versatz e der Normalkraft bei einem am freien Kragarmende zentrisch normal belasteten (LF 3) gevouteten T-Kragträger und die zugehörigen Schnittgrößen.

Bild 2.33 zeigt die Verläufe der Gesamt(in)stabilitätswerte k_{ges} über der bezogenen Kragträgerlänge $k_h = l/h_w$ für drei Grenzfälle der betrachteten Lagerungsarten und Lastfälle. Es wird ein Kragträger ohne Flansch, ein stehendes Blech, unter Biegebelastung mit Lagerungsarten 3.3 und 2.3 sowie unter einer am freien Kragträgerende angreifenden Einzellast mit Lagerungsart 1.1 betrachtet.

Bei Einspannung und seitlicher Lagerung des Längsrandes entsprechen die Instabilitätsarten dem Beulen der dreiseitig gelagerten Platte. Bei reiner Biegemomentenbeanspruchung ist das Randspannungsverhältnis $\psi = -1$. Die Beulwerte konvergieren mit zunehmendem Seitenverhältnis, entsprechend dem Wert k_h , nach den bekannten Beulwerten der dreiseitig gelagerten Platte. Für den Fall des eingespannten Längsrandes (Lagerungsart 3.3) nach $k_{ges} = 2,20$, und für den Fall der gelenkigen Längsrandlagerung (Lagerungsart 2.3) nach $k_{ges} = 0,85$.

Die untere Kurve zeigt den schon bekannten Fall des klassischen Freitragers nach *Prandtl* oder *Timoshenko*. Auch in diesem Fall ist die Übereinstimmung der Beulwerte festzustellen. Hierzu muss zunächst die ideale kritische Last bestimmt werden.

2.4 Nachweis der Tragfähigkeit mit Hilfe der Systemschlankheit nach /Fischer, Smda 2000/

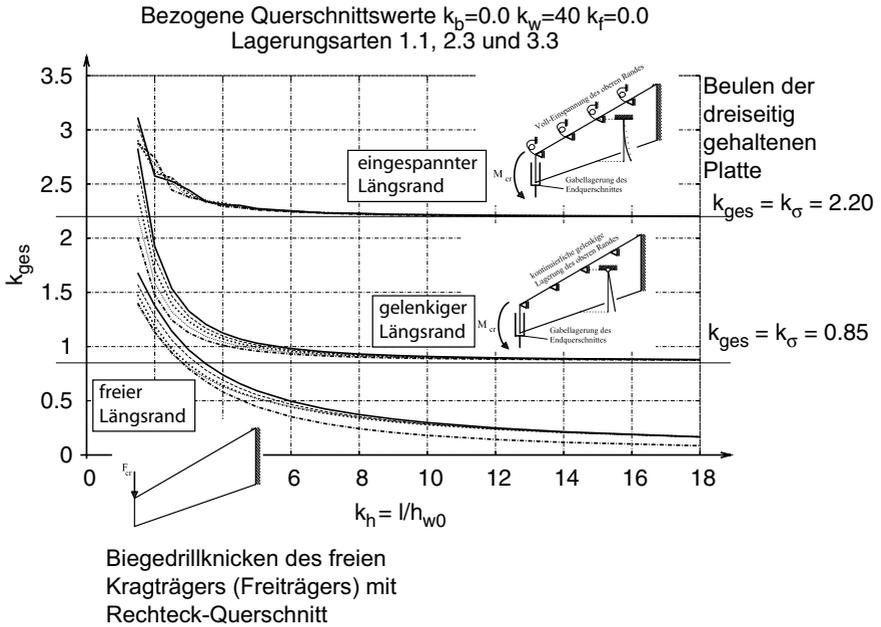


Bild 2.33: Grenzfälle der ermittelten Gesamt(in)stabilitätswerte.

Die ideale kritische Last folgt aus der nun bekannten kritischen Spannung σ_{cr} . Tabelle 2.8 zeigt die Rechenformeln für alle betrachteten Lastfälle. Die ideale kritische Last bezieht sich auf den Querschnitt des Lastangriffs. Die Grenzlasterlast nach der Elastizitätstheorie bezieht sich auf den maßgebenden Querschnitt des Kragträgers.

Für einen Kragträger mit konstanter Steghöhe, dessen Querschnittsabmessungen den bezogenen Abmessungen in Bild 2.33 entsprechen, mit einer gewählten Kragträgerschlankheit von $k_h = 6$, entnehmen wir im Fall für den Freiträger (Lagerungsart 1.1) mit Einzellast am Kragträgerende einen Gesamt(in)stabilitätswert $k_{ges} = 0.5$.

Bei einer festgelegten Querschnittshöhe von 40 cm ergeben sich die folgenden

	Lastfall 1	Lastfall 2	Lastfall 3	Lastfall 4
				
Kritische Spannung	$\sigma_{cr} = k_{ges} \cdot \sigma_e$			
Ideale kritische Last	$F_{cr} = \frac{\sigma_{cr} \cdot W}{l}$	$q_{cr} = \frac{\sigma_{cr} \cdot W}{\frac{1}{2} l^2}$	$N_{cr} = \frac{\sigma_{cr}}{\frac{1}{A} - \frac{e}{W}}$	$M_{cr} = \sigma_{cr} \cdot W$
elastische Grenzlast	$F_{el} = \frac{f_y \cdot W}{l}$	$q_{el} = \frac{f_y \cdot W}{\frac{1}{2} l^2}$	$N_{el} = f_y \cdot A_l$	$M_{el} = f_y \cdot W_l$
bez. Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}_{el}$	$\sqrt{\frac{F_{el}}{F_{cr}}}$	$\sqrt{\frac{q_{el}}{q_{cr}}}$	$\sqrt{\frac{N_{el}}{N_{cr}}}$	$\sqrt{\frac{M_{el}}{M_{cr}}}$

Tabelle 2.8: Herleitung der idealen kritischen Last, der elastischen Grenzlast sowie dem bezogenen Schlankheitsgrad mit Hilfe der vertafelten Beulwerte k_{ges} für die vier untersuchten Lastfälle. Werte mit Index l sind auf das Kragträgerende bezogen.

Werte:

$$\begin{aligned}
 h_w &= 40 \text{ cm} & W_{yu} &= 267 \text{ cm}^3 \\
 k_h &= 6 \rightsquigarrow \ell = 240 \text{ cm} & I_z &= 3,33 \text{ cm}^4 \\
 k_{ges} &= 0,5 & I_t &= 13,33 \text{ cm}^4 \\
 k_w &= 40 \rightsquigarrow t_w = 1,0 \text{ cm} & I_t &= 13,33 \text{ cm}^4
 \end{aligned}$$

Unter Verwendung des Gesamt(in)stabilitätswerts berechnet sich die ideale Ver-

zweigungslast zu:

$$\begin{aligned}\sigma_{cr} &= k_{ges} \cdot \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \left(\frac{t_w}{h_w} \right)^2 = 0,5 \cdot 18980 \cdot \left(\frac{1}{40} \right)^2 = 5,931 \frac{kN}{cm^2} \\ F_{cr} &= \frac{\sigma_{cr} \cdot W_{ly}}{\ell} = \frac{5,931 \cdot 267}{240} = \underline{6,60 kN}\end{aligned}$$

Die *Prandtsche* Lösung für die Verzweigungslast ist

$$F_{cr,Prandtl} = 4,013 \frac{\sqrt{EI_z GI_t}}{\ell^2} = \underline{6,05 kN}$$

Mit dem Verfahren nach *Timoshenko* ergibt sich der Vorwert $k_{lt} = 4,01$ und damit die gleiche Lösung wie nach *Prandtl*.

Die Differenz der Kräfte F_{cr} und $F_{cr,Prandtl}$ von $\approx 9\%$ für ein und denselben Kragträger ist bei den unterschiedlichen Theorien auf denen die Herleitungen der Bestimmungsgleichungen basieren zu vermuten. So sind im ersten Fall die Gesamt(in)stabilitätswerte k_{ges} mit FEM unter Verwendung von Schalenelementen abgeleitet, während die *Prandtsche* Lösung auf der Stabtheorie basiert.

2.4.3 Traglastversuche

Zur Erforschung des Tragverhaltens und zur Angabe einer gesicherten schlankheitsbezogenen Abminderungskurve führten /Fischer, Smida 2000/ acht Traglastversuche an gevouteten T-Kragträgern am Institut für Bauforschung der Universität Dortmund durch.

Die Lagerung der Versuchsträger entsprach der Lagerungsart 1.2 gemäß Bild 2.30. Die seitliche Halterung des Kragträgerendes wurde mit einem am Endquerschnitt im Schnittpunkt von Flansch und Steg eingeschweißten Rundstahl, der in ein vertikal geschlitztes, am Belastungsbock befestigten U-Profil, eingriff realisiert. Das freie Kragträgerende wurde so vertikal verschieblich bei seitlicher Halterung mit der Möglichkeit der uneingeschränkten Verdrillung gehalten.

Am freien Kragträgerende wurde den Trägern eine weggeregelt vertikale Verformung von oben nach unten (Einzellast F) aufgeprägt. Die Lasteinleitung erfolgte mit einem Dorn, der am unteren Ende über einen Kugelkopf in eine Pfanne drückte. Die Lasteinleitung war so auch am verdrehten Endquerschnitt möglich. Die Verdrehung des Endquerschnittes wurde nicht behindert. Hydraulikzylinder, Kraftmessdose und Lasteinleitungsorn waren gelenkig am Belastungsbock befestigt, so dass es sich bei der Lasteinleitung um eine Pendelgelenkstange zwischen Träger und oberem Festhaltepunkt am Belastungsbock handelte und so keine Querkräfte auf den Versuchsträger wirken konnten.

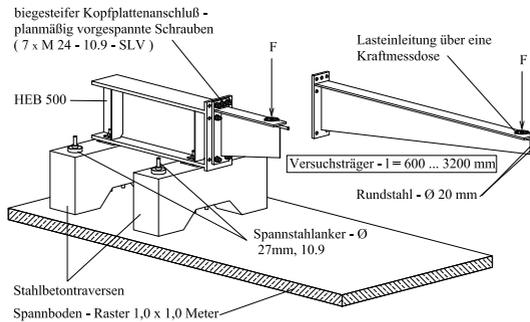


Bild 2.34: Versuchsaufbau für T-Kragträger nach /Fischer, Smida 2000/

Bild 2.34 zeigt den Versuchsaufbau ohne den Belastungsbock. Bild 2.35 zeigt die Geometrien der Versuchsträger.

Die Blechdicken und die Geometrien der Versuchsträger waren so gewählt, dass die Stabilitäts-Versagensarten Stegbeulen und Biegedrillknicken bei einigen Trägern allein auftraten und bei anderen Trägern das Versagen durch den Verlust der Gesamtstabilität, also gemeinsames lokales Stegbeulen und globales Biegedrillknicken, geprägt war. Ein Beispiel dieses Gesamtinstabilitätsverhaltens konnte am Träger 2400_3 gut beobachtet werden.

Die Bilder 2.36, 2.37 zeigen die während des Versuchs aufgetretenen großen Biegedrillknick-Verformungen der Träger 2400_3 und 3200_1. Neben der Lasteinleitung und der seitlichen Führung des Kragträgerendes ist auch die Messeinrich-

2.4 Nachweis der Tragfähigkeit mit Hilfe der Systemschlankheit nach /Fischer, Smida 2000/

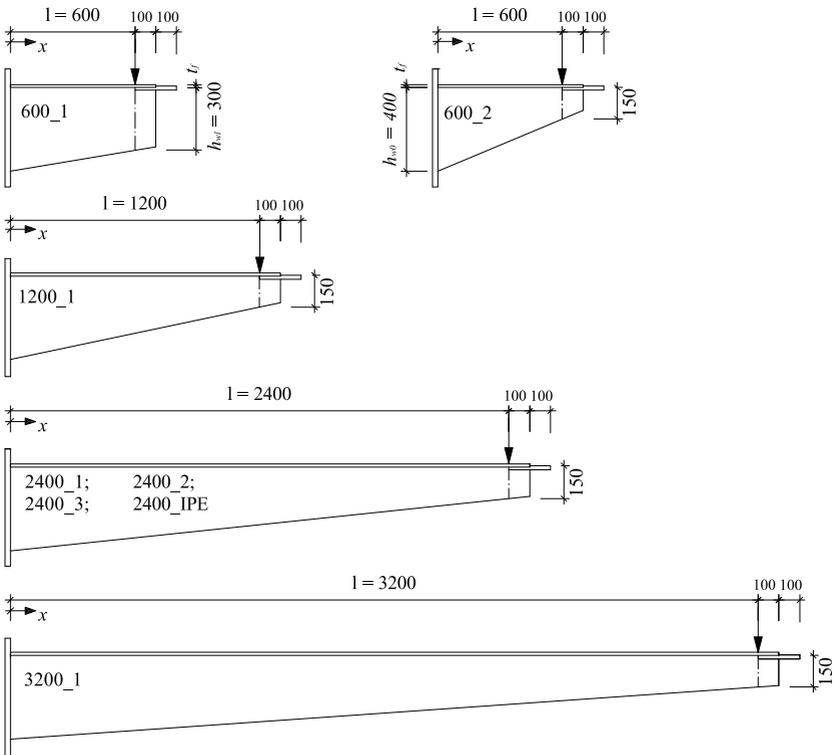


Bild 2.35: Versuchsträger-Geometrien

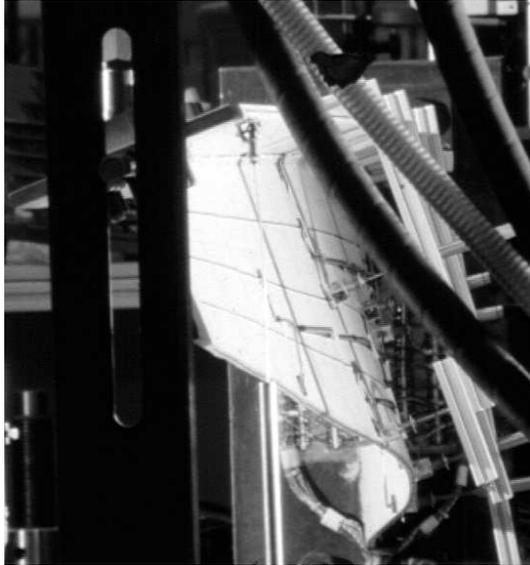


Bild 2.36: Versuchsträger 2400_3 im Nachtraglastbereich

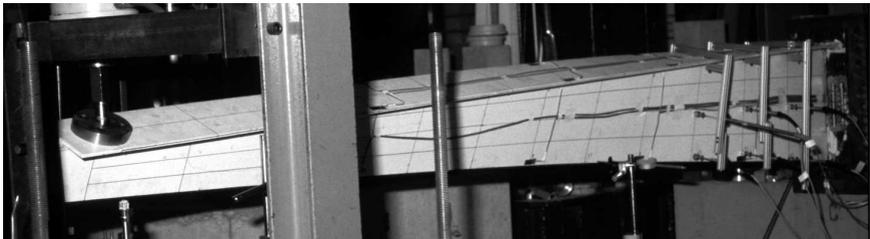


Bild 2.37: Versuchsträger 3200_3 im Nachtraglastbereich

tung für die Querschnittsverzerrung in der Nähe des Auflagers zu erkennen.

Die Stegverformungen wurden jeweils an drei Querschnitten relativ zum Flansch gemessen. Es wurde festgestellt, dass im Nachtraglastbereich der dem Auflager am nächsten betrachtete Querschnitt sich immer verzerrte. Die Querschnittsverzerrung klang bei den Trägern, die durch Biegedrillknicken versagten jedoch mit weiterer Entfernung vom Auflager ab, wogegen bei den Trägern, die durch Stegbeulen versagten, die größte Verzerrung des Stegs nicht am Auflager auftrat, sondern weiter davon entfernt.

Von Interesse während des Versuchs war die Beobachtung welches Versagen, Stegbeulen oder Biegedrillknicken, zuerst auftrat und so die Instabilität einleitete. Weitere Einzelheiten, wie die Last-Verformungs-Diagramme, können dem Forschungsbericht /Fischer, Smida 2000/ entnommen werden.

In den Tabellen 2.9,2.10 sind einige Ergebnisse der Versuchsreihe zusammengefasst. Die angegebenen Material-Streckgrenzen der verwendeten Baustähle sind aus gesonderten Zugversuchen an Zugproben gemäß DIN 50125 gewonnen worden.

Für alle Versuchsträger erfolgten geometrisch-physikalisch nichtlineare numerische Berechnungen mit dem ANSYS-FE-Modell. Die Verzweigungslasten wurden einerseits unter der Voraussetzung der Querschnittstreu und andererseits mit dem sich frei verzerrenden Querschnitt numerisch berechnet. Der Unterschied zwischen den Verzweigungslasten macht den jeweiligen Einfluss der freien Stegverformung deutlich. In Tabelle 2.9 sind hierzu die auf die unterschiedlichen Verzweigungslasten bezogenen elastischen und plastischen Schlankheitsgrade $\bar{\lambda}$ angegeben.

Neben den durch Versuche ermittelten Traglasten sind die jeweiligen numerisch berechneten Traglasten in Tabelle 2.10 angegeben. Bei den numerischen Berechnungen wurden neben den aus den Zugversuchen ermittelten Werkstoffkennwerten auch die am Versuchsträger gemessenen geometrischen (geringen) Imperfektionen berücksichtigt. Bei einigen Versuchen wurden, wegen der geringen geometrischen Imperfektionen und der daraus nicht ablesbaren Form, Berechnungen mit unterschiedlich skalierten Eigenformen als Vorverformung, durchgeführt. Die erste Eigenform als Vorverformungsfigur erwies sich bei Trägern mit geringen Im-

Versuchsträger- bezeichnung	0600.1	0600.2	1200.1	2400.1	2400.2	2400.3	2400_IPE	3200.1	
Abmessungen in mm									
Länge l	600	600	1200	2400	2400	2400	2400	3200	
Flanschbreite b	150	150	150	150	150	180	190	150	
Steghöhe	h_{w0}	400	400	400	400	400	400	400	
	h_{wl}	300	150	150	150	150	150	150	
Stegdicke ¹⁾	t_w	6.2	5.9	12.35	12.4	8.14	8.23	9.64	12.08
Flanschdicke ¹⁾	t_f	15.14	15.18	8.36	8.3	15.07	12.3	13.7	8.08
Material-Streckgrenzen R_{el} in kN/cm^2									
Steg	39,36	39,36	39,80	39,80	39,36	35,77	38,87	38,8	
Flansch	38,80	38,80	39,36	39,36	38,80	33,16 ²⁾	36,48	39,36	
Grenzbiegemom., kritisches Biegemom. (kNm) und bez. Schlankheit am Kragträgerauflager									
M_{el}	106,15	106,15	168,37	168,37	124,60	123,92	160,84	175,94	
M_{pl}	193,41	193,41	270,92	270,92	270,20	222,90	215,04	245,34	
M_{cr}	49,91	46,59	105,13	81,20	46,02	52,69	93,22	67,80	
$\bar{\lambda}_{el}$	1,461	1,512	1,266	1,440	1,645	1,534	1,314	1,611	
$\bar{\lambda}_{el,lt}$	1,071	1,018	1,242	1,430	1,584	1,438	1,277	1,603	
$\bar{\lambda}_{pl}$	1,969	2,037	1,605	1,830	2,423	2,057	1,519	2,257	
$\bar{\lambda}_{pl,lt}$	1,443	1,372	1,575	1,820	2,332	1,929	1,223	2,246	

1) Angegeben sind die gemessenen und gemittelten Blechdicken.

2) Bei diesem Material war keine ausgeprägte Streckgrenze festzustellen. Als elastische Grenzspannung wurde die Spannung bei einer Dehnung von 0.2 % festgelegt.

Tabelle 2.9: Abmessungen, Material-Streckgrenzen, Grenzschnittgrößen und Verzweigungslasten nach dem ANSYS-FE-Modell der Versuchsträger

2.4 Nachweis der Tragfähigkeit mit Hilfe der Systemschlankeit nach /Fischer, Smida 2000/

Versuchsträger- bezeichnung	0600.1	0600.2	1200.1	2400.1	2400.2	2400.3	2400_IPE	3200.1
Grenzlasten F in kN								
F_{el}	176,92	176,92	140,31	70,15	51,92	51,63	67,02	54,98
F_{pl}	322,35	322,35	225,77	112,88	112,58	92,87	89,60	107,92
F_{cr}	83,18	77,65	87,60	33,83	19,18	21,95	38,84	21,19
$F_{u,FEM}$	103,56	86,59	87,85	37,63	27,55	31,29	48,52	24,74
$F_{u,EXP}$	93,25	80,04	88,92	37,00	31,18	31,95	50,70	25,00
Abminderungsfaktoren κ								
$\kappa_{el,FEM}$	0,585	0,489	0,626	0,536	0,531	0,606	0,724	0,450
$\kappa_{el,EXP}$	0,527	0,452	0,634	0,533	0,601	0,619	0,757	0,455
$\kappa_{pl,FEM}$	0,321	0,269	0,389	0,333	0,245	0,337	0,542	0,229
$\kappa_{pl,EXP}$	0,289	0,248	0,394	0,331	0,277	0,344	0,566	0,232
Versagen hauptsächlich durch lokale oder globale Instabilität oder Gesamt(in)stabilität								
	Lokal	Lokal	Global	Global	Lokal	Gesamt	Gesamt	Global

Tabelle 2.10: Traglasten im Vergleich mit den Berechnungen mit dem ANSYS-FE-Modell und eine Einordnung des Stabilitätsfalles

perfektionen als zutreffende Annahme, wobei die Skalierung der Eigenform der tatsächlich gemessenen Ausmitte entsprach. Diese war sehr gering.

In der untersten Zeile von Tabelle 2.10 ist eine Zuordnung in die Stabilitätsfälle - lokale, globale Instabilität oder Gesamtinstabilität - angegeben. Die lokale Instabilität zeichnet sich durch querschnittsverzerrendes Stegbeulen aus, während die globale Stabilität durch Biegedrillknicken gefährdet ist.

2.4.4 Traglastabminderungskurve

Mit den Ergebnissen der Traglastversuche wurde die allgemeingültige Traglastabminderungskurve für den Nachweis mit Systemschlankeit festgelegt.

Bild 2.38 zeigt die Traglastabminderungswerte aus den Versuchen und deren numerischer Gegenrechnung bezogen auf die elastische Grenztragfähigkeit κ_{el} (Bild

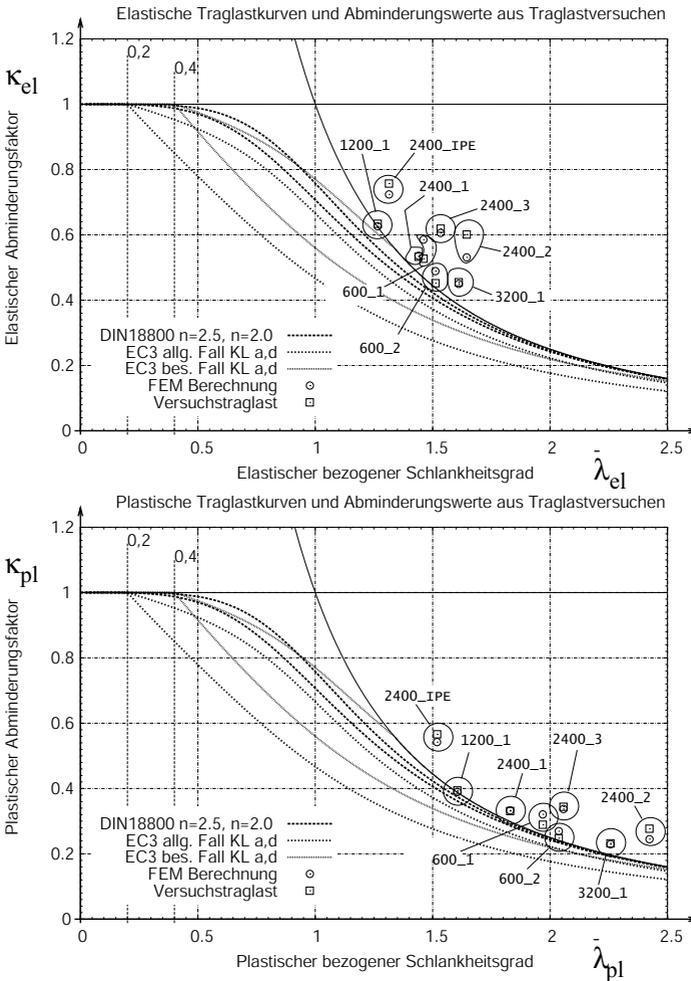


Bild 2.38: Elastische und plastische Traglastabminderungswerte aus Versuch und numerischer Berechnung mit dem ANSYS-FE-Modell im Vergleich mit Abminderungskurven nach den Vorschriften /DIN 18800 1990, Eurocode 3-1-1 1993 & 2003/ über dem elastischen Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}_{el} = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}}$ und plastischen Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}_{pl} = \sqrt{\frac{M_{pl}}{M_{cr}}}$.

2.38-oben) und plastische Grenztragfähigkeit κ_{pl} (Bild 2.38-unten). Der bezogene Schlankheitsgrad muss dann entsprechend elastisch ($\bar{\lambda}_{el}$) oder plastisch ($\bar{\lambda}_{pl}$) formuliert sein.

Der Einfluss des jeweiligen Stabilitätsfalles auf die Traglast ist gut in den Darstellungen von Bild 2.38 zu beobachten.

Ohne die Betrachtung der Traglasten der kurzen Träger, 600.1 und 600.2, deren Trägerabmessungen es eigentlich nicht zulassen als Träger bezeichnet zu werden, sondern Konsolen sind und auch mit deutlichem Schubbeuleinfluss lokal infolge Stegbeulens versagen, kann folgendes aus der Darstellung der Versuchstraglasten über den bezogenen Schlankheitsgraden (Bild 2.38) festgestellt werden: Die Tragfähigkeit von Trägern, deren Versagen durch lokales Stegbeulen und Gesaminstabilität geprägt ist (Träger 2400.IPE, 2400.2, 2400.3), ist überkritisch und bildet sich deutlich über der Eulerhyperbel ab. Die Tragfähigkeit von den untersuchten global versagenden Trägern (1200.1, 2400.1, 3200.1) überschreitet kaum die ideale kritische Verzweigungslast und stellt sich mit der Eulerhyperbel dar.

In dem Forschungsbericht wird die Traglastermittlung mit Systemschlankheit mit der Abminderungskurve für Biegedrillknicken über der elastisch bezogenen Schlankheit vorgeschlagen.

$$\kappa_{el}(\bar{\lambda}_{el}) = \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{1}{\bar{\lambda}_{el}}\right)^{2n}} \right)^{\frac{1}{n}} \quad n = 2,5 \quad (2.94)$$

Damit ist die Tragfähigkeit auf die elastische Grenztragfähigkeit begrenzt. Diese Einschränkung war sinnvoll, da die plastische Grenztragfähigkeit des T-Querschnittes im Vergleich zum stahlbautypischen I-Querschnitt hohe Tragreserven bietet und noch geklärt werden musste inwieweit diese hohen plastischen Tragreserven überhaupt genutzt werden können.

In Abschnitt 3.2 wird in dieser Arbeit auf die plastische Tragreserve eingegangen und Grenzen der Nutzbarkeit festgelegt. Damit kann die Traglastermittlung auch mit dem plastischen bezogenen Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}_{pl}$ erfolgen.

Um die Vergleichbarkeit mit der Traglastermittlung nach der Methode mit Einzelschlankheiten zu gewährleisten, wird in dieser Arbeit bei Anwendung der Tragla-

stermittlung nach der Methode mit Systemschlankheit der plastische Traglastabminderungswert über dem plastisch bezogenen Schlankheitsgrad ermittelt. Hierbei wird dann auch die Traglastkurve für Biegedrillknicken nach /DIN 18800 1990/ verwendet.

$$\kappa_{pl}(\bar{\lambda}_{pl}) = \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{1}{\bar{\lambda}_{pl}}\right)^{2n}} \right)^{\frac{1}{n}} \quad n = 2,5 \quad (2.95)$$

2.5 Zusammenfassung und Diskussion

Der umfassende Überblick zum Stand der Forschung zeigt folgendes:

- Viele Forschungsarbeiten, die sich mit dem Biegedrillknickproblem des Kragträgers auseinandersetzen behandeln nur den Träger nach Lagerungsart 1.1 (Bild 2.30), also den klassischen Freitragler.
- Die Forschungen beschränken sich weitgehend auf die Ermittlung der Verzweigungslast. Traglastuntersuchungen sind bis auf /Fischer, Smida 2000/ nicht erfolgt.
- Die Stabilität gegen Stegbeulen kann mit bereits abgeschlossenen Forschungen betrachtet werden. Die Tragfähigkeit im Fall des Stegbeulens wird mit der Methode der wirksamen Breiten ermittelt. Es ergibt sich eine abgeminderte Querschnittstragfähigkeit.
- Die Normen schlagen die Ermittlung der Tragfähigkeit bei Gefährdung der Stabilität mit Hilfe von Einzelschlankheiten vor. Hierfür muss bei der Tragfähigkeitsermittlung für den Fall des Stegbeulens und Biegedrillknickens verfügbar sein. Während für das Stegbeulen Lösungen bereitstehen ist das Biegedrillknicken von T-Kragträgern nach dem Stand der Forschung nicht möglich zu berücksichtigen. Schon das Verzweigungsproblem kann nicht vereinfacht gelöst werden. Das reale Tragverhalten ist bis auf die Untersuchungen von /Fischer, Smida 2000/ nicht untersucht.

2.5 Zusammenfassung und Diskussion

Mit der Forschung von /Fischer, Smida 2000/ und den Erläuterungen zu dieser Arbeit wird folgendes festgestellt:

- Wenn die Stabilität von T-Kragträgern teilweise durch Stegbeulen gefährdet ist, dann ist das Tragverhalten überkritisch. Es konnte bisher jedoch keine quantitative Aussage hierzu gemacht werden.
- Bei vorwiegend globaler Instabilitätsgefahr ist das Tragverhalten ähnlich der Stabstabilitäten einzuordnen. Jedoch sind die bezogenen Schlankheitsgrade der untersuchten Träger hoch, weshalb hier keine explizite Aussage über mittelschlanke oder gedrungene Träger gemacht werden konnte.
- Im Forschungsbericht /Fischer, Smida 2000/ wurde auf der sicheren Seite für die Abminderungsbeziehung eine *Merchant-Rankine* Abminderung, jedoch über dem elastischen bezogenen Schlankheitsgrad $\tilde{\lambda}_{el}$ vorgeschlagen.
- In dieser Arbeit wird festgestellt, dass die sichere Traglastabminderung auch bezüglich der plastischen Grenztragfähigkeit erfolgen kann. Die auf der sicheren Seite angewendete Abminderungsbeziehung ist die Biegedrillknickkurve nach /DIN 18800 1990/, also die oben genannten *Merchant-Rankine* Formulierung, jedoch, wie im Fall des Biegedrillknickens üblich, über dem plastischen bezogenen Schlankheitsgrad $\tilde{\lambda}_{pl}$.
- Kurze Träger (Konsolträger), die vorwiegend über Schubspannungen die Last abtragen, versagen infolge Schubbeulen. Die Hauptspannungen an der unteren freien Stegkante wirken parallel zu dieser Stegkante, wenn wie bei Träger 600_2 die Voute sehr stark ist.

Die gekoppelten Versagensarten im Grenzzustand der Gesamtstabilität - globales querschnittstreues und lokales querschnittsverzerrendes Versagen - verhalten sich bezüglich der realen Tragfähigkeit unterschiedlich. Der Schritt von der idealen Stabilität zum realen Tragverhalten muss, bei wirtschaftlicher Bemessung, getrennt nach Stabilitätsversagen erfolgen. Daher müssen die idealen Stabilitätsversagensarten getrennt untersucht werden, um die Tragfähigkeit mit Hilfe von Einzelschlankheiten zu ermitteln.

Im Abschnitt 5 werden die hier genannten Punkte mit numerischen Berechnungen untersucht. In Abschnitt 6 werden Vorschläge für Bemessungsverfahren gemacht.

3 Querschnittstragfähigkeit

Die Querschnittstragfähigkeit ist die Tragfähigkeit, wenn keine Instabilitätseinflüsse betrachtet werden. Allein Querschnittsform und die Streckgrenze des Stahls begrenzen die Querschnittstragfähigkeit.

Bei der elastischen Bemessung wird der elastische Grenzspannungszustand definiert, aus dem sich die elastischen Querschnittstragfähigkeiten ergeben.

Bei der plastischen Querschnittstragfähigkeit wird der theoretische, über den Querschnitt im Fall der plastischen Grenzmomentes unstetigen, vollplastischen Spannungszustand vorausgesetzt.

Dieser Abschnitt behandelt die Bemessung des T-Kragträgers nach den Verfahren elastisch-elastisch und elastisch-plastisch, und macht Vorschläge zu einigen Problemen bei der Bemessung mit der plastischen Querschnittstragfähigkeit.

3.1 Elastische Bemessung

3.1.1 Bemessungswerte

Bemessungswerte sind diejenigen Werte der Einwirkungsgrößen und Widerstandsgrößen, die für die Nachweise anzunehmen sind. Diese Größen werden mit dem Index d gekennzeichnet.

Die Beanspruchungen S_d sind die von den Bemessungswerten der Einwirkungen F_d verursachten Zustandsgrößen. Die Bemessungswerte der Einwirkungen sind die mit den Sicherheitsbeiwerten γ_f sowie ψ für Einwirkungskombinationen multiplizierten Einwirkungen F .

Die Beanspruchbarkeiten R_d werden aus den Widerständen errechnet.

In den zur Zeit eingeführten und angewendeten Vorschriften zur Bemessung von Stahlbauten, /Eurocode 3-1-1 1993 & 2003/ und /DIN 18800 1990/, wird ein mit der charakteristischen Materialfließgrenze $f_{y,k}$ ermittelter Widerstand als charakteristisch bezeichnet und erhält für gewöhnlich den Index k . Durch Dividieren der charakteristischen Widerstandsgröße S_k durch den Teilsicherheitsbeiwert γ_M errechnet sich der Bemessungswert der Widerstandsgröße R_d .

$$R_d = R_{el,k} / \gamma_M \quad \text{Widerstandsgröße}$$

$$\sigma_{Rd} = f_{y,d} = f_{y,k} / \gamma_M \quad \text{Grenzspannung}$$

Nach den Teilsicherheitskonzepten der gültigen Stahlbaunormung wird der Widerstandsseite der Materialsicherheitsbeiwert γ_M angewendet.

$$\gamma_M = 1,1 \quad (3.1)$$

Da im Folgenden immer von Bemessungswerten auszugehen ist, wird auf den Index d verzichtet.

3.1.2 Elastische Beanspruchungen

Biegemoment M_y und zentrische Normalkraft N bewirken im T-Querschnitt Normalspannungen σ . Bild 3.1 zeigt den Verlauf der Normalspannungen über die Höhe des Querschnittes.

$$\sigma_x(z) = \sigma_M(z) + \sigma_N = \frac{M_y}{I_y} \cdot z + \frac{N}{A} \quad (3.2)$$

Mit dem Verhältnis der Randspannungen ψ kann der linear veränderliche Spannungszustand des Stegs beschrieben werden. Gewöhnlich wird, unter Beachtung der Vorzeichen, die minimale Spannung zu der maximalen Spannung in inverse Beziehung gesetzt, sofern die minimale Spannung eine Druckspannung, also negativ ist. Vereinfachend wird hier unter Vernachlässigung der halben Flanschdicke

3.1 Elastische Bemessung

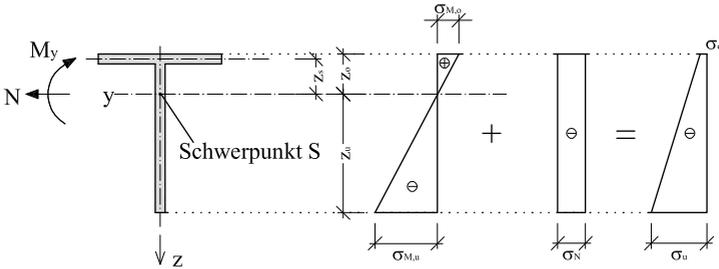


Bild 3.1: Elastische Normalspannungsverläufe infolge negativem Biegemoment M und Normaldruckkraft N .

die Querschnittsteilachse des Flansches als Bezugsachse der oberen Randspannung gewählt. Unter der Annahme der minimalen Spannung (maximale Druckspannung) an der freien unteren Stegkante, errechnet sich das Randspannungsverhältnis ψ zu

$$\psi = \frac{\sigma_o}{\sigma_u} \quad \leadsto \quad \sigma_o = \psi \cdot \sigma_u \quad . \quad (3.3)$$

Mit Kenntnis der Lage der elastischen Spannungsnulllinie folgt für das Randspannungsverhältnis bei reiner negativer Momentenbeanspruchung mit der größten Druckspannung am freien unteren Stegrand :

$$\psi = \frac{z_o}{z_u} \leq 1,0 \quad \text{mit} \quad z_u < 0 \quad (3.4)$$

Die Querkraft V_z bewirkt über den T-Querschnitt eine veränderliche Schubfluss- $T(z)$ und Schubspannungsverteilung $\tau(z)$. Für die Ermittlung wird das Flächenmoment 1. Grades (Statisches Moment) S_z bestimmt.

$$S_z = \int_A z \, dA \quad (3.5)$$

$$\text{Schubfluss :} \quad T(z) = \frac{V_z \cdot S_z}{I_y} \quad (3.6)$$

$$\text{Schubspannung im Steg :} \quad \tau = \tau_{xz}(z) = \frac{T}{t_w} \quad (3.7)$$

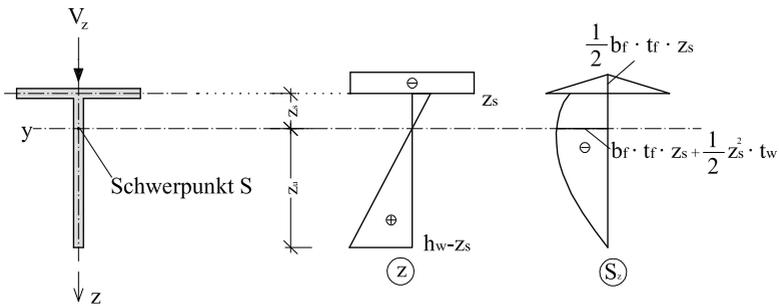


Bild 3.2: Ermittlung des statischen Momentes S_z

Kombinierte Beanspruchungen

Sind die Beanspruchungen Biegemoment, Normalkraft und Querkraft kombiniert, wirken auf den Querschnitt die zugehörigen Normal- und Schubspannungen gemäß Abschnitt 3.1.2 ein.

Bei kombinierten Einwirkungen (Normal- und Schubspannungen) kann die *von Mises* - Vergleichsspannung σ_V , abgeleitet aus der Gestaltänderungshypothese, errechnet werden.

$$\sigma_V = \sqrt{\sigma^2 + 3 \tau^2} = \sqrt{(\sigma_M + \sigma_N)^2 + 3 \tau^2} \quad (3.8)$$

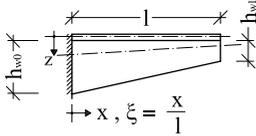
3.1.3 Ort des elastisch höchst belasteten Querschnitts bei linear veränderlicher Steghöhe

Bei veränderlicher Steghöhe gemäß Gleichung 1.3 sind auch die Querschnittswerte über die Trägerlänge veränderlich.

3.1 Elastische Bemessung

Im Einzelnen gelten dann die folgenden Definitionen:

mit der Steghöhe: $h_w(\xi) = h_{w0} - \xi(h_{w0} - h_{wl})$ mit $\xi = \frac{x}{l}$



folgt:

$$\begin{aligned}
 \text{Flanschfläche :} & \quad A_f(\xi) = b_f \cdot t_f = \text{const.} \\
 \text{Stegfläche :} & \quad A_w(\xi) = h_w(\xi) \cdot t_w \\
 \text{Querschnittsfläche :} & \quad A(\xi) = A_f + A_w(\xi) \\
 \text{Koordinate des Flansches :} & \quad z_f(\xi) = \frac{\frac{1}{2}(t_f + h_w(\xi)) \cdot A_w(\xi)}{A(\xi)} \\
 \text{Koordinate des Stags :} & \quad z_w(\xi) = \frac{\frac{1}{2}(t_f + h_w(\xi)) \cdot A_f}{A(\xi)}
 \end{aligned}$$

Das über die Kragträgerlänge veränderliche Flächenmoment 2ten Grades um die y-y Achse des Querschnittes berechnet sich zu:

$$\begin{aligned}
 I_y(\xi) &= \frac{1}{12} [t_w h_w^3(\xi) + b_f t_f^3] \\
 &+ A_f \cdot \left[\frac{1}{2}(t_f + h_w(\xi)) \right]^2 \\
 &- A(\xi) \cdot z_w^2(\xi)
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

Mit dem bekannten Schnittgrößenverlauf $M(\xi)$ über die Trägerlänge, folgt unter Verwendung der obigen Gleichungen der Verlauf der Biegenormalspannung $\sigma_{x,u}(\xi)$ an der unteren Stegkante.

$$\sigma_{x,u}(\xi) = \frac{M(\xi)}{I_y(\xi)} \cdot \left[z_w(\xi) + \frac{1}{2} h_w(\xi) \right] \tag{3.10}$$

Der Spannungsnachweis muss an den Stellen der maximalen Biegenormalspannung geführt werden. Für diese Stellen gilt:

$$\frac{d}{d(\xi)} \sigma_{x,u} = 0 \quad (3.11)$$

In welchem Querschnitt bei gevouteten Kragträgern mit T-förmigem Querschnitt, die maximalen Spannungen an der unteren Stegkante wirken, ist hier untersucht worden. Im Folgenden werden die Erkenntnisse erläutert. Schubspannungen sind am unteren freien Stegrand nicht vorhanden.

Ort der maximalen Spannung infolge einer vertikalen Einzellast am Kragträgerende

Parameterstudien zum Biegenormalspannungsverlauf am unteren freien Stegrand über die Kragträgerlänge haben gezeigt, dass unter einer Einzellast am Kragträgerende (Lastfall 1) bei einer Voute im Bereich von

$$1,0 \geq k_v \geq 0,4 \quad k_v = \frac{h_{wl}}{h_{w0}} \quad , \quad (3.12)$$

die maximale Spannung am Kragträgerauflager auftritt. Bei stärker gevouteten Kragträgern ($k_v < 0.4$), also mit der Querschnittshöhe am Kragträgerende $h_{wl} < 0,4 h_{w0}$, befindet sich das Maximum der Stegrand-Spannung nicht mehr am Kragträgerauflager.

Wenn die Steghöhe am Kragträgerende sehr klein oder gar Null ist, treten die maximale Biegenormalspannungen in unmittelbarer Nähe des Kragträgerendes auf (Bild 3.3 oberste Kurve).

Bild 3.3 zeigt den Einfluss der Steg-Voutung auf den Biegenormalspannungsverlauf am unteren Stegrand für einen typischen Kragträger-Querschnitt. Die veränderliche Biegenormalspannung am unteren Stegrand $\sigma_{x,u}(\xi)$ ist hier auf die am Auflager wirkende Biegenormalspannung $\sigma_{x,u}(0)$ bezogen. Durch diese Darstellungsart der Spannungsverläufe hat die bezogene Höhe k_h keinen Einfluss mehr. Hier nicht dargestellte Untersuchungen zeigten, dass die Spannungsverläufe

3.1 Elastische Bemessung

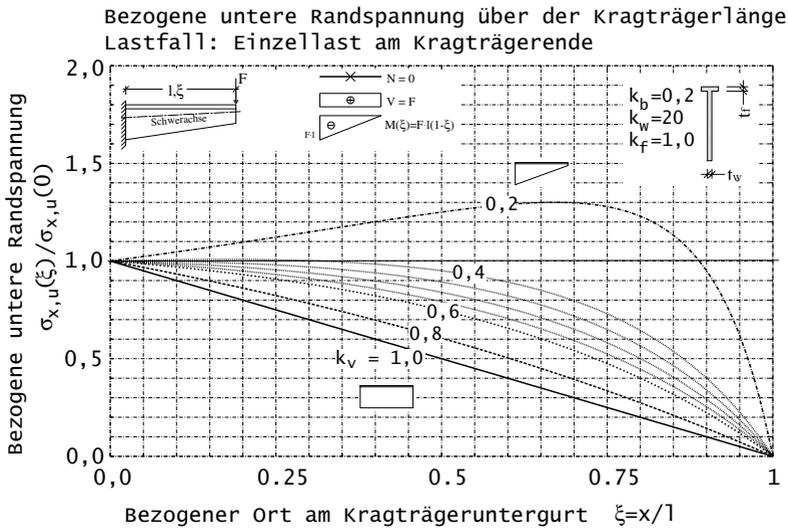


Bild 3.3: Bezogene Spannung am unteren Stegrand für Lastfall 1 (Einzellast am Kragträgerende), aufgetragen über der bezogenen Kragträgerlänge für unterschiedliche bezogene Voutungen k_v .

zwar je nach Querschnittsausgestaltung (bezogene Abmessungen: k_b, k_w, k_f) gering variieren, die Höhe der Voute (bezogener Wert k_v) jedoch den maßgeblichen Einfluss auf den Spannungsverlauf über die Kragträgerlänge und den Ort des höchst ausgenutzten Querschnittes hat.

Ist die bezogene Voute k_v kleiner als in dem in Gl. 3.12 angegebenen Bereich, muss die Lage des Spannungsmaximums nach Gl. 3.11 überprüft werden.

Ort der maximalen Spannung infolge einer Gleichstreckenlast

Bei Belastung durch eine Gleichstreckenlast zwischen Kragträgerauflager und -ende (Lastfall 2), treten im Auflagerquerschnitt am unteren Stegrand die maximalen Biegezugspannungen auf. Die Parameterstudien bestätigen dies (Bild 3.4)

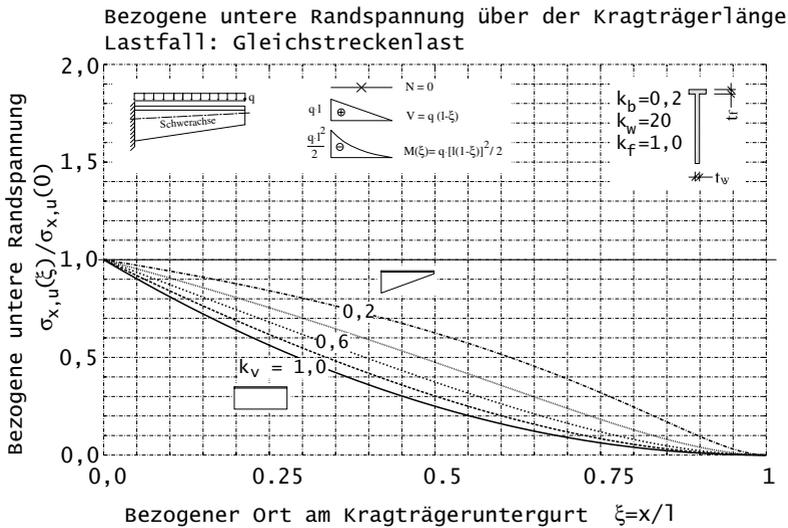


Bild 3.4: Bezogene Spannung am unteren Stegrand für Lastfall 2 (Gleichstreckenlast), aufgetragen über der bezogenen Kragträgerlänge für unterschiedliche bezogene Voutungen k_v .

Bei diesem Lastfall muss der Spannungsnachweis immer am Kragträgerauflager geführt werden.

3.1.4 Elastische Querschnittstragfähigkeit, elastische Beanspruchbarkeit

Für die elastische Grenznormalspannung wird der Wert der Materialfließgrenze (Streckgrenze)

$$\sigma_R = f_y \quad (3.13)$$

3.1 Elastische Bemessung

herangezogen. Die Grenzschubspannung folgt aus der Vergleichsspannungsbeziehung nach *von Mises* zu

$$\tau_R = f_y / \sqrt{3} \quad (3.14)$$

Aus den Beanspruchbarkeiten können Grenzschnittgrößen berechnet werden, wenn die Beanspruchungen nicht maßgeblich kombiniert wirken.

Elastisches Grenzbiegemoment

Als elastisches Grenzbiegemoment M_{el} wird das maximal aufnehmbare Biegemoment bezeichnet, wenn keine Gefährdung durch Instabilität besteht und der Grenzzustand der Tragfähigkeit durch den Beginn des Materialfließens definiert ist. Das elastische Grenzmoment wird beim Nachweisverfahren Elastisch-Elastisch gemäß /DIN 18800 1990/, sowie bei Einordnung in die Querschnittsklasse 3 nach /Eurocode 3-1-1 1993 & 2003/ für den Tragsicherheitsnachweis herangezogen.

Unter der Annahme, dass keine Normalkraft auf den Querschnitt wirkt, ist das elastische Grenzbiegemoment M_{el} erreicht, wenn die Biegenormalspannung σ_M an der unteren Stegkante den Wert der Grenzspannung σ_R beträgt.

$$M_{el,R} = \int_A z \sigma_M dA = \sigma_R \cdot \frac{I_y}{z_u} \quad (3.15)$$

Elastische Grenznormalkraft

Unter den vorherigen Annahmen und alleiniger Wirkung von Normalkraft, kann die elastische Grenznormalkraft errechnet werden

$$N_{el,R} = \int_A \sigma_N dA = \sigma_R \cdot A \quad (3.16)$$

Elastische Grenzquerkraft

Unter der Annahme, dass eine Quer­kraft allein auftreten würde, folgt mit der Grenz­schubspannung τ_R und Anwendung von Gleichung 3.7

$$\tau_R = \sigma_R / \sqrt{3} \quad (3.17)$$

$$Q_{el,R} = \int_{A_w} \tau \, dA_w \quad (3.18)$$

$$= \frac{I_y \cdot t_w}{S_z(z=0)} \tau_{(z=0)} \quad (3.19)$$

$$= \frac{I_y \cdot t_w}{A_f z_s + \frac{1}{2} z_s^2 t_w} \cdot \tau_R \quad (3.20)$$

3.1.5 Elastische Spannungsnachweise

Der elastische Spannungsnachweis ist erfüllt, wenn an allen Stellen des Querschnittes die Beträge der Spannungen σ , τ die zugehörigen Grenzspannungen σ_R , τ_R nicht überschreiten.

$$\sigma / \sigma_R \leq 1,0 \quad \text{Normalspannungsnachweis} \quad (3.21)$$

$$\tau / \tau_R \leq 1,0 \quad \text{Schubspannungsnachweis} \quad (3.22)$$

Wirken an einer Stelle Normal- und Schubspannungen gleichzeitig und ist die folgende Bedingung an dieser Stelle erfüllt,

$$\sigma / \sigma_R > 0,5 \quad \text{und} \quad \tau / \tau_R > 0,5 \quad (3.23)$$

so ist der Spannungsnachweis mit der Vergleichsspannung nach *von Mises* zu führen.

$$\sigma_V = \sqrt{\sigma^2 + 3 \tau^2}$$

$$\sigma_V / \sigma_R \leq 1,0 \quad \text{Vergleichsspannungsnachweis} \quad (3.24)$$

3.2 Plastische Querschnittstragfähigkeit

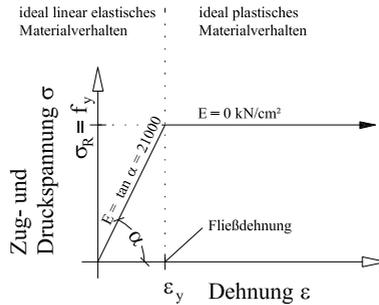


Bild 3.5: Idealisiertes Bilineare Spannungs-Dehnungsbeziehung von Baustahl

3.2 Plastische Querschnittstragfähigkeit

Die vollplastische Biegemomenten­tragfähigkeit des T-Querschnittes ist immer um mindestens 50% höher als die elastische Biegemomenten­tragfähigkeit. Im Folgenden werden zum einen die plastischen Interaktionsbedingungen in Anlehnung an /Rubin 1978/ für den T-Querschnitt hergeleitet, zum anderen wird untersucht inwieweit die überaus hohen plastischen Reserven vertretbar für den Tragfähigkeitsnachweis genutzt werden können.

3.2.1 Theoretisch vollplastisches Biegemoment

Unter den allgemeinüblichen Annahmen, ist der plastische Grenzzustand erreicht, wenn im gesamten Querschnitt die Fließspannung f_y wirkt.

Annahmen:

1. Linear elastisches - ideal plastisches Werkstoffverhalten (Bild 3.5)
2. Vergleichsspannung von Normal- und Schubspannungen nach der Gestaltänderungshypothese (von Mises-Spannung)

$$\sqrt{\sigma^2 + 3 \tau^2} = \sigma_v = f_y \quad (3.25)$$

3. Der verformte Querschnitt bleibt eben.
4. Die Dehnungen sind über die Querschnittshöhe linear veränderlich.
5. Das Gleichgewicht von Belastung und wirkenden Spannungen muss erfüllt sein.

Der Spannungszustand des voll durchplastizierten Querschnittes führt nach Integration der Spannungen über den Querschnitt zu den plastischen Grenzchnittgrößen, die den plastischen Beanspruchbarkeiten einer bestimmten Kombination von Normalkraft, Querkraft und Biegemoment entsprechen. Es müssen also bestimmte, je nach Querschnittsart bei kombiniert wirkenden Schnittgrößen unterschiedliche Interaktionsbedingungen für die Herleitung der Beanspruchbarkeit verfügbar sein.

3.2.2 Interaktion mit Querkraft

In Anlehnung an die Arbeit von /Rubin 1978/ sollen hier die Interaktionsbedingungen für den T-Querschnitt abgeleitet werden.

Rubin hat in /Rubin 1978/ hat unter Einhaltung sowie Grenzbetrachtung der Fließbedingung und Gleichgewichtsbedingung gezeigt, dass für querkraftparallele Teile eines Querschnitts eine konstante Schubspannungsverteilung angenommen werden darf, und dass die senkrecht dazu stehenden Querschnittsteile so behandelt werden können, als ob dort keine Schubspannung vorhanden wäre.

Unter der Annahme, dass die Querkraft V_z allein im Steg und in Verlängerung des Steges in den Flansch hinein wirkt, wird V_{pl} als diejenige Querkraft definiert, die in dieser Schubfläche die Grenzschubspannung $\tau_R = f_y/\sqrt{3}$ hervorruft.

$$V_{pl} = \tau_R \cdot (A_w + t_w \cdot t_f) \quad (3.26)$$

Für die vorhandene Schubspannung τ infolge der Querkraft $V = V_z$ kann geschrieben werden:

$$\tau = \frac{V}{V_{pl}} \tau_R \quad \text{mit} \quad \frac{V}{V_{pl}} \leq 1 \quad (3.27)$$

3.2 Plastische Querschnittstragfähigkeit

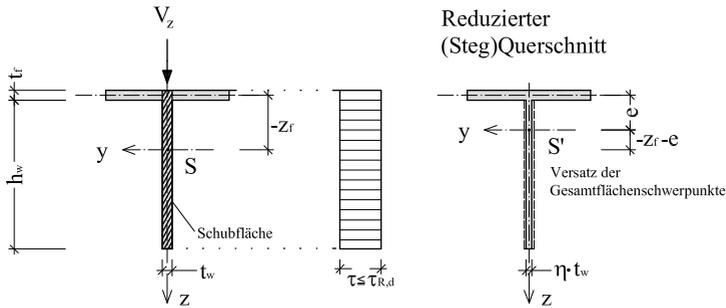


Bild 3.6: Schubspannungen bei Querkrafteinwirkung V_z und zugehörige Schubfläche, sowie infolge Interaktionsvorschrift abgeminderter Querschnitt.

Unter Beachtung der Fließbedingung Gl.3.25 beträgt dann die noch übertragbare Normalspannung im Steg

$$\sigma = \sqrt{1 - \left(\frac{V}{V_{pl}}\right)^2} f_y = \eta \cdot f_y \quad (3.28)$$

mit der Abkürzung

$$\eta = \sqrt{1 - \left(\frac{V}{V_{pl}}\right)^2} \quad (3.29)$$

Gleichbedeutend mit der Abminderung der Fließspannung im Steg ist die Abminderung der Stegblechdicke und damit der Stegfläche mit dem Faktor η unter Beibehaltung der Fließspannung f_y .

$$t_{w,red} = \eta t_w \quad (3.30)$$

$$A_{w,red} = \eta A_w \quad (3.31)$$

In den zur Zeit gültigen Stahlbaunormen wird bei doppelsymmetrischen I-förmigen Querschnitten eine Interaktion mit der Querkraft V erst ab einem Verhältnis

von $V_{pl}/V > 3$ vorgeschrieben. Diese Abgrenzung ist auch auch bei T-förmigen Querschnitten auf der sicheren Seite zutreffend.

$$\eta = 1,0 \quad \text{für} \quad \frac{V}{V_{pl}} < \frac{1}{3} \quad (3.32)$$

Der Vorteil der Reduzierung der Stegdicke infolge Querkraft (Bild 3.6) liegt darin, dass bei der Ermittlung der plastischen Beanspruchbarkeit unter Biegemoment und Normalkraft mit dem reduzierten Querschnitt fortgefahren werden kann. Die Querkraft hat dann keinen weiteren Einfluss auf die Interaktionsbeziehungen.

3.2.3 Interaktionsbeziehungen bei gleichzeitig wirkender Normalkraft und Biegemoment

Zur Herleitung der Interaktionsbeziehungen müssen Fallunterscheidungen bezüglich der Lage der Spannungsnulllinie und dem Spannungszustand des Flansches infolge Biegung gemacht werden.

1. Je nach Vorzeichen des wirkenden Biegemomentes liegt der Flansch entweder auf der Momentend**ruckseite** oder auf der Momentenz**ugseite**
2. Die Spannungsnulllinie kann entweder in den Steg oder in den Flansch fallen.

Somit sind vier Fälle zu unterscheiden. Tabelle 3.1 zeigt die gewählten Bezeichnungen der vier Fälle bei der Ermittlung des vollplastischen Biegemomentes.

Alle Querschnittswerte, die infolge Querkraft reduziert werden, erhalten den Index *red*. Alle Querschnittswiderstände, die unter Beachtung des infolge der wirkenden Querkraft V bestimmt werden, erhalten den Index V .

- Reduzierte Querschnittsfläche:

$$A_{red} = A_f + A_{w,red} \quad (3.33)$$

3.2 Plastische Querschnittstragfähigkeit

Richtung des Biegemomentes	Lage der Spannungsnulllinie	
	im Steg	im Flansch
$M > 0$	Ia	IIa
$M < 0$	Ib	IIb

Tabelle 3.1: Bezeichnung der Fallunterscheidungen bei der Ermittlung des vollplastischen Biegemomentes

- Flächenanteile:

$$\delta_f = \frac{A_f}{A_{red}}, \delta_w = \frac{A_{w,red}}{A_{red}} \quad (3.34)$$

- Vollplastische Normalkraft:

$$N_{pl,V} = A_{red} \cdot f_y \quad (3.35)$$

Ziel der folgenden Untersuchungen ist es, das plastische Grenzbiegemoment $M_{pl,V,N}$ zu bestimmen, wenn gleichzeitig noch Normalkraft und Querkraft wirken. Die Schnittgrößen $M_{pl,V,N}$ und N erhält man aus Integration der je nach Fall unterschiedlichen plastischen Normalspannungszustände am reduzierten Querschnitt.

$$N = \int_{A_{red}} \sigma dA_{red} \quad (3.36)$$

$$M_{pl,V,N} = \int_{A_{red}} \sigma z dA_{red} \quad (3.37)$$

In den Integrationsformeln bedeutet z die z -Koordinate einer Faser in Bezug zum Schwerpunkt. Die Wirkungslinie der Normalkraft führt durch den Schwerpunkt.

Die Lage des Schwerpunktes kann wegen der Flächenreduktion infolge Querkraft verändert sein. Der Abstand von Schwerpunkt zu Flansch beträgt dann

$$e = \delta_w \frac{1}{2} (h_w + t_f) = |z_{f,V}| \quad (3.38)$$

Eine im Schwerpunkt S wirkende positive Normalkraft erzeugt mit dem positiven Versatz $-z_f - e$ (Bild 3.6) ein positives Moment auf der Einwirkungsseite, welches

gleichbedeutend auf der Widerstandsseite negativ zu beachten ist.

$$\Delta M_N = N \cdot (-z_f - e) \quad (3.39)$$

In den folgenden Abschnitten wird das plastische Grenzbiegemoment zusammen mit dem Versatzmoment angegeben.

3.2.4 Fall I : Positives Biegemoment $M > 0$

Fall Ia: Spannungsnulllinie im Steg

Die wirkende Normalkraft errechnet sich zu:

$$\begin{aligned} N &= -f_y A_{red} + 2 f_y \cdot \xi_w \cdot A_{w,red} \\ &= N_{pl,V} (2\xi_w \delta_w - 1) \end{aligned} \quad (3.40)$$

Die bezogene Lage der Spannungsnulllinie folgt damit zu:

$$\xi_w = \left(\frac{N}{N_{pl,V}} + 1 \right) \frac{1}{2\delta_w} \quad (3.41)$$

Für die Lage der Spannungsnulllinie im Steg lautet die Bedingung:

$$0 \leq \xi_w \leq 1$$

und damit

$$-1 \leq \frac{N}{N_{pl,V}} \leq 2\delta_w - 1 \quad (3.42)$$

Das plastische Grenzbiegemoment erhält man unter Anwendung der Integrationsformel auf das Spannungsbild dieses Falles.

$$\begin{aligned} M_{pl,V,N} + \Delta M_N &= (h_w + \frac{1}{2}t_f - e - \frac{1}{2}\xi_w h_w) \xi_w A_{w,red} \cdot 2f_y \\ &= 2 N_{pl,V} \xi_w \delta_w (h - e - \frac{1}{2}\xi_w h_w) \\ &\geq 0 \end{aligned} \quad (3.43)$$

mit

$$h = h_w + \frac{1}{2}t_f$$

3.2 Plastische Querschnittstragfähigkeit

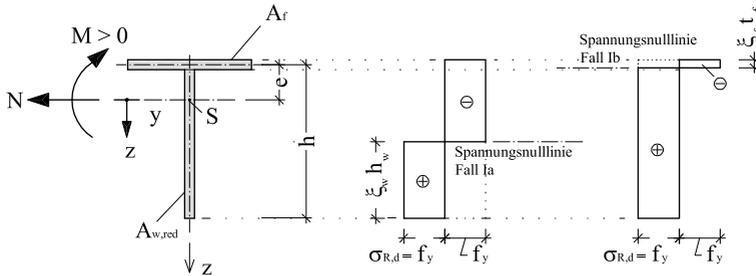


Bild 3.7: Plastische Spannungsverläufe bei Interaktion von positivem plastischem Grenzbiegemoment und beliebiger Normalkraft (Fall I)

Fall Ib: Spannungsnulllinie im Flansch

Die wirkende Normalkraft in diesem Fall errechnet sich zu:

$$\begin{aligned} N &= f_y A_{red} - 2 f_y \cdot \xi_f \cdot A_f \\ &= N_{pl,V} (1 - 2 \xi_f \delta_f) \end{aligned} \quad (3.44)$$

Die bezogene Lage der Spannungsnulllinie folgt damit zu:

$$\xi_f = \left(1 - \frac{N}{N_{pl,V}} \right) \frac{1}{2 \delta_f} \quad (3.45)$$

Für die Lage der Spannungsnulllinie im Flansch lautet die Bedingung:

$$0 \leq \xi_f \leq 1$$

und damit

$$1 - 2 \delta_f \leq \frac{N}{N_{pl,V}} \leq 1 \quad (3.46)$$

Das plastische Grenzbiegemoment erhält man unter Anwendung der Integrationsformel auf das Spannungsbild des Falles Ib.

$$\begin{aligned} M_{pl,V,N} + \Delta M_N &= \left(-e - \frac{1}{2} t_f + \frac{1}{2} \xi_f t_f \right) \xi_f A_f \cdot 2(-f_y) \\ &= N_{pl,V} \xi_f \delta_f (2e + t_f (1 - \xi_f)) \\ &\geq 0 \end{aligned} \quad (3.47)$$

3.2.5 Fall II : Negatives Biegemoment $M < 0$

Fall IIa: Spannungsnulllinie im Steg

Die wirkende Normalkraft errechnet sich zu:

$$\begin{aligned} N &= f_y A_{red} - 2 f_y \cdot \xi_w \cdot A_{w,red} \\ &= N_{pl,V} (1 - 2\xi_w \delta_w) \end{aligned} \quad (3.48)$$

Die bezogene Lage der Spannungsnulllinie folgt damit zu:

$$\xi_w = \left(1 - \frac{N}{N_{pl,V}} \right) \frac{1}{2\delta_w} \quad (3.49)$$

Für die Lage der Spannungsnulllinie im Steg lautet die Bedingung:

$$0 \leq \xi_w \leq 1$$

und damit

$$1 - 2\delta_w \leq \frac{N}{N_{pl,V}} \leq 1 \quad (3.50)$$

Das plastische Grenzbiegemoment erhält man unter Anwendung der Integrationsformel auf das Spannungsbild dieses Falles.

$$\begin{aligned} M_{pl,V,N} + \Delta M_N &= \left(h_w + \frac{1}{2} t_f - e - \frac{1}{2} \xi_w h_w \right) \xi_w A_{w,red} \cdot 2(-f_y) \\ &= 2 N_{pl,V} \xi_w \delta_w \left(\frac{1}{2} \xi_w h_w + e - h \right) \\ &\leq 0 \end{aligned} \quad (3.51)$$

Fall IIb: Spannungsnulllinie im Flansch

Die wirkende Normalkraft in diesem Fall errechnet sich zu:

$$\begin{aligned} N &= -f_y A_{red} + 2 f_y \cdot \xi_f \cdot A_f \\ &= N_{pl,V} (2\xi_f \delta_f - 1) \end{aligned} \quad (3.52)$$

3.2 Plastische Querschnittstragfähigkeit

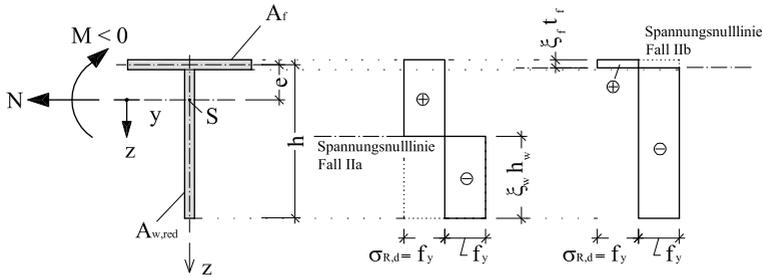


Bild 3.8: Plastische Spannungsverläufe bei Interaktion von negativem plastischem Biegemoment und beliebiger Normalkraft (Fall II)

Die bezogene Lage der Spannungsnulllinie folgt damit zu:

$$\xi_f = \left(\frac{N}{N_{pl,V}} + 1 \right) \frac{1}{2\delta_f} \quad (3.53)$$

Für die Lage der Spannungsnulllinie im Flansch lautet die Bedingung:

$$0 \leq \xi_f \leq 1$$

und damit

$$-1 \leq \frac{N}{N_{pl,V}} \leq 2\delta_f - 1 \quad (3.54)$$

Das plastische Grenzbiegemoment erhält man unter Anwendung der Integrationsformel auf das Spannungsbild des Falles IIb.

$$\begin{aligned} M_{pl,V,N} + \Delta M_N &= \left(-e - \frac{1}{2}t_f + \frac{1}{2}\xi_f t_f \right) \xi_f A_f \cdot 2f_y \\ &= N_{pl,V} \xi_f \delta_f (t_f(\xi_f - 1) - 2e) \\ &\leq 0 \end{aligned} \quad (3.55)$$

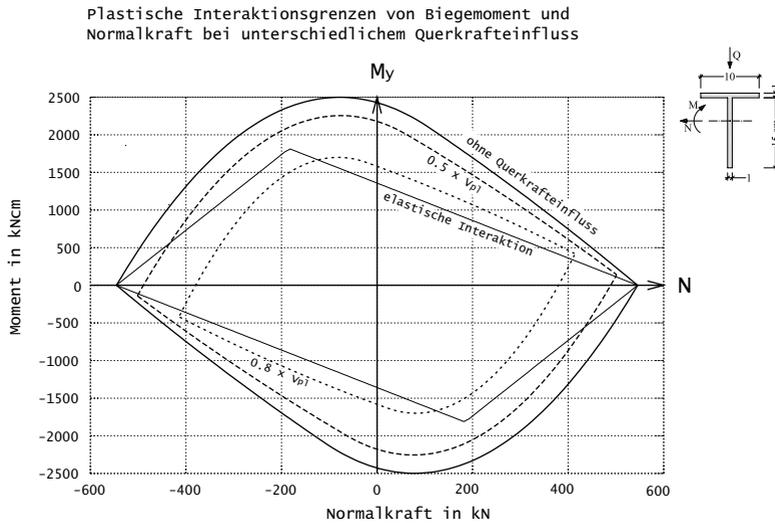


Bild 3.9: Eingrenzungen der kombinierten Belastungen nach den plastischen Interaktionsbedingungen für einen T-Querschnitt

3.2.6 Darstellung und Diskussion der plastischen Interaktionsbedingung beim T-Querschnitt

Mit den hergeleiteten Interaktionsbedingungen kann das nutzbare Biegemoment (plastische Grenzmoment) über der wirkenden Normalkraft für einen bestimmten Querschnitt mit bekannter Querkraftausnutzung dargestellt werden. Abbildung 3.9 zeigt für einen Querschnitt diese Interaktionsdarstellung unter drei unterschiedlich starken Querkraftausnutzungen. Hierzu sei Folgendes bemerkt:

1. Das Maximum/Minimum des nutzbaren Biegemomentes wird nur mit Unterstützung durch eine Normalkraft erreicht, wobei entscheidend ist, ob eine Druck- oder Zugkraft wirkt. Das maximale positive Moment kann nur mit einer gewissen Druckkraft genutzt werden, da hiermit die Spannungsnulllinie sich zum gezogenen Rand hin, also in Richtung des freien Stegandes,

3.2 Plastische Querschnittstragfähigkeit

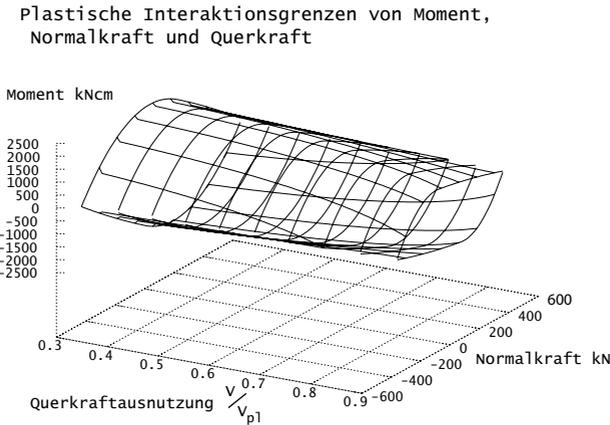


Bild 3.10: Einhüllende Fläche der plastischen Interaktionsbedingungen bei kombinierten Belastungen für einen T-Querschnitt

versetzt, und so der Querschnitt eine gleichmäßigere Ausnutzung erfährt. Wirkt in dem Querschnitt eine Zugkraft, so versetzt sich die Spannungsnulllinie in Richtung der Druckzone, was bei positivem Moment eine ungleichmäßigere und bei negativem Moment gleichmäßigere Ausnutzung zur Folge hat. Das negative minimale Biegemoment kann nur mit einer gewissen Zugkraft genutzt werden. Die Interaktionskurven zeigen in dem Bereich mit günstiger Normalkraft einen bauchig ausgerundeten Verlauf und in dem Bereich mit ungünstig wirkender Normalkraft einen annähernd linearen Verlauf. Vergleicht man die Linie der elastischen Interaktion mit der Linie der plastischen Interaktion ohne Querkrafteinfluss, so wird deutlich, dass die größere plastische Reserve der Tragfähigkeit gegenüber der elastischen Tragfähigkeit im Bereich der ungünstig wirkenden Normalkraft (annähernd linearer Kurvenverlauf) vorhanden ist.

2. Bei Einwirkung einer Querkraft V_z wird die Stegdicke abgemindert (siehe 3.2.2. Dies führt zu einem Versatz der Schwerlinie und in Zusammenhang mit einer zentrisch im ursprünglichen Schwerpunkt angreifenden Normal-

kraft zu einem Versatzmoment ΔM . Dieser Zusammenhang wird mit den dargestellten Interaktionskurven deutlich, indem hier erkennbar die plastische Normalkraft des abgeminderten Querschnittes nur in Interaktion mit einem Moment genutzt werden kann. Wirkt im infolge Querkraft abgeminderten T-Querschnitt die plastische Normalkraft N_{pl} , muss gleichzeitig auch ein Moment M wirken, welches mit dem Versatzmoment ΔM im Gleichgewicht ist, sodass im Querschnitt keine Biegenormalspannungen wirken.

Die plastischen Interaktionsbedingungen der Schnittgrößen Moment, Querkraft und Normalkraft sind in der räumlichen Abbildung 3.10 über einen kontinuierlichen Bereich für einen bestimmten Querschnitt dargestellt. Diese Art der Darstellung ist zwar nicht geeignet um die Interaktionsgrenzen abzulesen, dennoch kann das charakteristische Verhalten bei Interaktion beobachtet werden. Mit zunehmender Querkraftausnutzung schnürt sich der Bereich des nutzbaren Biegemomentes nichtlinear ein, bis theoretisch - hier nicht dargestellt - bei voller plastischer Querkraftausnutzung kein Moment mehr abgetragen werden kann. Die nutzbaren Interaktionsflächen von Biegemoment und Normalkraft 'verkippen' mit Zunahme der Querkraftausnutzung und machen damit, wie auch schon unter Punkt 2. erläutert, den Einfluss des Versatzmomentes deutlich.

3.2.7 Plastische Tragfähigkeitsreserve des T-Querschnittes

Die Reserve an Tragfähigkeit, die der plastische Grenzzustand eines Querschnittes gegenüber dem elastischen Grenzzustand noch bietet, kann mit den Quotienten der jeweiligen Tragfähigkeiten ausgedrückt werden. Gewöhnlich wird hierzu die Momentenragfähigkeit ohne Einfluss einer Normalkraft betrachtet. Der plastische Momentenbeiwert α_{pl} (auch Formbeiwert genannt) gibt das Verhältnis von plastischem zu elastischem Grenzbiegemoment an.

$$\alpha_{pl} = \frac{M_{pl}}{M_{el}} \quad (3.56)$$

Der plastische Momentenbeiwert α_{pl} beschreibt die Reserve an Tragfähigkeit, die ein auf Biegung belasteter Querschnitt noch bietet, wenn der Grenzzustand der elastischen Querschnittstragfähigkeit erreicht ist (elastischer Grenzzustand), aber bis

3.2 Plastische Querschnittstragfähigkeit

zum vollständigen Durchplastizieren des Querschnittes (plastischer Grenzzustand) weiter belastet werden darf. Der plastische Widerstand (plastischer Grenzzustand) eines Querschnittes kann nur dann genutzt werden, wenn keine Gefährdung der lokalen Stabilität (Plattenbeulen/Querschnittsverzerrung) bei geringeren Beanspruchungen als der plastischen Beanspruchbarkeit besteht.

Die lokale Stabilität gegen Plattenbeulen gedrückter Querschnittsteile wird einerseits von der Plattengeometrie- schlanker oder gedrungener Querschnitt - und andererseits von der Plattenrandlagerung - frei, gelenkig oder eingespannt - beeinflusst.

Es ist also erforderlich, dass der Querschnitt unter plastischen Druckspannungen in jeder Faser voll mitwirkt und so die plastische Grenztragfähigkeit erreicht. Für die einzelnen Querschnittsteile sind in Abhängigkeit der Beanspruchung und Lagerung Grenzwerte b/t - Plattenbreite b zu Plattendicke t - vorhanden, bei deren Einhaltung die plastische Grenztragfähigkeit als plastische Beanspruchbarkeit genutzt werden kann.

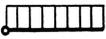
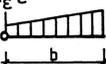
In den Vorschriften /DIN 18800 1990/ und /Eurocode 3-1-1 1993 & 2003/ sind die Grenzwerte b/t angegeben, wobei mit Einhalten dieser Werte entweder das Bemessungsverfahren Elastisch-Plastisch (DIN 18800) zulässig ist, oder der Querschnitt der Klasse 2 der Querschnittseinteilung nach EC3 entspricht. In beiden Fällen sind die Querschnitte dann mit der plastischen Beanspruchbarkeit nutzbar.

Brune hat in neuerer Zeit die Grenzwerte b/t unter Beachtung des Dehnungszustandes gedrückter Bleche untersucht und schlägt in /Brune 2000b/ neue Werte vor. Tabelle 3.2 zeigt auszugsweise die Werte für die dreiseitig gelagerte Platte in Abhängigkeit des Dehnungsverlaufs über dem Querschnitt für maximale Randdehnungen ϵ von $2\epsilon_y$ und $4\epsilon_y$ (Bild 3.11), wobei ϵ_y der Dehnung bei Erreichen der Streckgrenze entspricht, also der maximalen elastischen Dehnung.

Der T-Querschnitt setzt sich aus dreiseitig gelagerten Platten zusammen. Ein Vergleich der Grenzwerte b/t für dreiseitig gelagerte Platten nach Vorgabe der Normen und nach *Brune* zeigt gerade im Bereich von Beanspruchungen mit wechselndem Vorzeichen ($\psi_\epsilon \leq 0$) signifikante Unterschiede, die auch schon in /Brune 2000b/ diskutiert wurden.

Für die Untersuchungen zur plastischen Tragfähigkeitsreserve sind daher zwei

Druck am freien Rand:

Beanspruchung	Beulwert k (je nach Randbedingung)		Grenzwerte b/t	
	z. B. gelenkig	eingespannt	$\epsilon \cong 4\epsilon_y$	$\epsilon \cong 2\epsilon_y$
 $\psi_{\epsilon} = 1$	0,43	1,28	$9,6 \sqrt{\frac{235}{f_y}} \sqrt{k}$	$13,5 \sqrt{\frac{235}{f_y}} \sqrt{k}$
 $0 \leq \psi_{\epsilon} \leq 1$	$0,57 - 0,21 \psi_{\epsilon}$ $+ 0,07 \psi_{\epsilon}^2$	$1,64 - 0,43 \psi_{\epsilon}$ $+ 0,07 \psi_{\epsilon}^2$		
 $\psi_{\epsilon} = 0$	0,57	1,64		
 $-1 \leq \psi_{\epsilon} \leq 0$	$0,57 - 0,21 \psi_{\epsilon}$ $+ 0,07 \psi_{\epsilon}^2$	$1,64 - 0,43 \psi_{\epsilon}$ $+ 0,07 \psi_{\epsilon}^2$		
 $\psi_{\epsilon} = -1$	0,85	2,14		
f_y in [N/mm ²]				

Druck am gelagerten Rand:

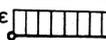
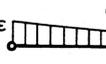
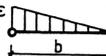
Beanspruchung	Beulwert k (je nach Randbedingung)		Grenzwerte b/t	
	z. B. gelenkig	eingespannt	$\epsilon \cong 4\epsilon_y$	$\epsilon \cong 2\epsilon_y$
 $\psi_{\epsilon} = 1$	0,43	1,28	$9,6 \sqrt{\frac{235}{f_y}} \sqrt{k}$	$13,5 \sqrt{\frac{235}{f_y}} \sqrt{k}$
 $0 \leq \psi_{\epsilon} \leq 1$	$\frac{1,7}{1+3\psi_{\epsilon}}$	$\frac{5,9}{1+3,6\psi_{\epsilon}}$		
 $\psi_{\epsilon} = 0$	1,7	5,9		
 $-1 \leq \psi_{\epsilon} \leq 0$	$1,7 - 5,0 \psi_{\epsilon}$ $+ 17,1 \psi_{\epsilon}^2$	$5,9 - 19,2 \psi_{\epsilon}$ $+ 14,6 \psi_{\epsilon}^2$		
 $\psi_{\epsilon} = -1$	23,9	39,6		
f_y in [N/mm ²]				

Tabelle 3.2: Grenzwerte b/t von dreiseitig gelagerten Platten unter linear veränderlichem Dehnungszustand infolge Druck- und Biegebeanspruchung nach /Brune 2000b/.

3.2 Plastische Querschnittstragfähigkeit

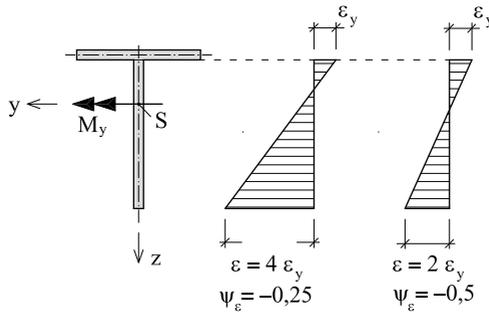


Bild 3.11: Dehnungs-Grenzzustände nach *Brune* für T-Querschnitte

Querschnittsserien A und B definiert. Die Querschnittsteile Flansch und Steg der Querschnittsserie A sind so gewählt, dass die Grenzwerte b/t für negative Momentenbelastung gerade noch gemäß Vorgabe der Normen DIN 18800 und Eurocode 3, erfüllt sind. Die Querschnitte der Querschnittsserie B erfüllen auch die Grenzwerte b/t nach *Brune* mit $\epsilon = 4\epsilon_y$ (plastische Dehnung) und fallen dementsprechend gedrungener aus.

In Tabelle 3.3 sind für beide Querschnittsserien A & B in Abhängigkeit der Flächenaufteilung von Flansch zu Steg (Flächenwert δ_f) die vorhandenen Werte h_w/t_w des Stegs und die Grenzwerte b/t für größte Druckbeanspruchung am freien Rand nach Vorgabe der Normen und nach *Brune* zusammengefasst. Es wird hier als Material ein Stahl S235 vorausgesetzt.

Es sei hier der Hinweis von *Brune* wiederholt, dass die Vorgaben der Normen in diesem Fall auf der unsicheren Seite liegen, Beulerscheinungen also nicht auszuschließen sind, und daher kritisch zu beurteilen sind.

Dennoch werden die Vorgaben der Normen erfüllende Querschnitte, wie die Serie A, ausgeführt. Daher wird hier die plastische Tragfähigkeitsreserve auch für solche Querschnitte untersucht.

Die Darstellung in Bild 3.12 zeigt für die beiden Querschnittsreserven A & B und zwei weitere Querschnittsserien exemplarisch die plastische Tragfähigkeitsreserve von T-Querschnitten, wenn keine Normalkraft und keine Querkraft im

Querschnitt wirken. Über der sich verändernden Flächenaufteilung von Flansch und Steg (Flächenwert δ_f) ist der plastische Momentenbeiwert α_{pl} aufgetragen. Ausgehend von dem reinen Stegquerschnitt mit bekanntem $\alpha_{pl} = 1,5$ für den Vollquerschnitt steigt, bei zunehmend ausgeglichenerem Flächenverhältnis von Flansch zu Steg, der plastische Momentenbeiwert auf 1,8 an, wobei sich hier ein Plateau in der Kurve abzeichnet. T-Querschnitte mit ausgeglichenerem Flächenverhältnis, entsprechend einem Flächenwert von $\delta_f = 0,4 \dots 0,6$, weisen einen plastischen Momentenbeiwert von 1,8 auf. Sind mehr als $\frac{2}{3}$ der Gesamtfläche dem Flansch zugeordnet steigt der plastische Momentenbeiwert zunehmend an und erreicht bei einem Flächenwert von ungefähr 0,9 das Maximum. Die maximale plastische Tragreserve beträgt bis zum dreifachen der elastischen Tragfähigkeit bei T-Querschnitten mit ausgeprägtem Flanschflächenanteil. Mit weiter ansteigendem Flanschflächenanteil tendiert der plastische Biegemomentenbeiwert α_{pl} wieder gegen den Wert des prismatischen Vollquerschnittes von 1.5.

Hieraus ist erkenntlich, dass der T-Querschnitt je nach Ausbildung des Querschnitts - hier durch den Parameter δ_f für vier Querschnittsserien beschrieben - weit über die elastische Tragfähigkeitsgrenze belastet werden darf, wenn zur Bemessung das vollplastische Biegemoment (plastische Grenzmoment) herangezogen wird. Schlankere Querschnitte (A) erreichen höhere Tragfähigkeitsreserven als gedrungenere Querschnitte (B).

Die Verformung im Traglastzustand setzt sich dann aus einem größerem Anteil plastischer, irreversibler Verformung und einem kleinerem Anteil elastischer, reversibler Verformung zusammen. Zu große Verformungen schränken zum einen die Gebrauchstauglichkeit und zum anderen die Möglichkeit der statischen Berechnung ein, die u.a. auf der Annahme kleiner Verformungen und Verzerrungen beruht. Die vollplastische Tragfähigkeit kann wegen dieser Einschränkung nicht immer genutzt werden. Deshalb gilt für bestimmten Konstruktionsarten eine Beschränkung für α_{pl} [Beuth-Kommentare 1993, DIN 18800 1990/]. Für Einfeldträger, auch mit veränderlichem Querschnitt gilt gemäß [DIN 18800 1990/Element 755 und laut den erläuternden Beuth-Kommentaren zur Norm [Beuth-Kommentare 1993/], wegen des überschaubaren Anwendungsbereichs für die statische Berechnung nach Theorie I. Ordnung, keine Beschränkung des plastischen Grenzmomentes.

3.2 Plastische Querschnittstragfähigkeit

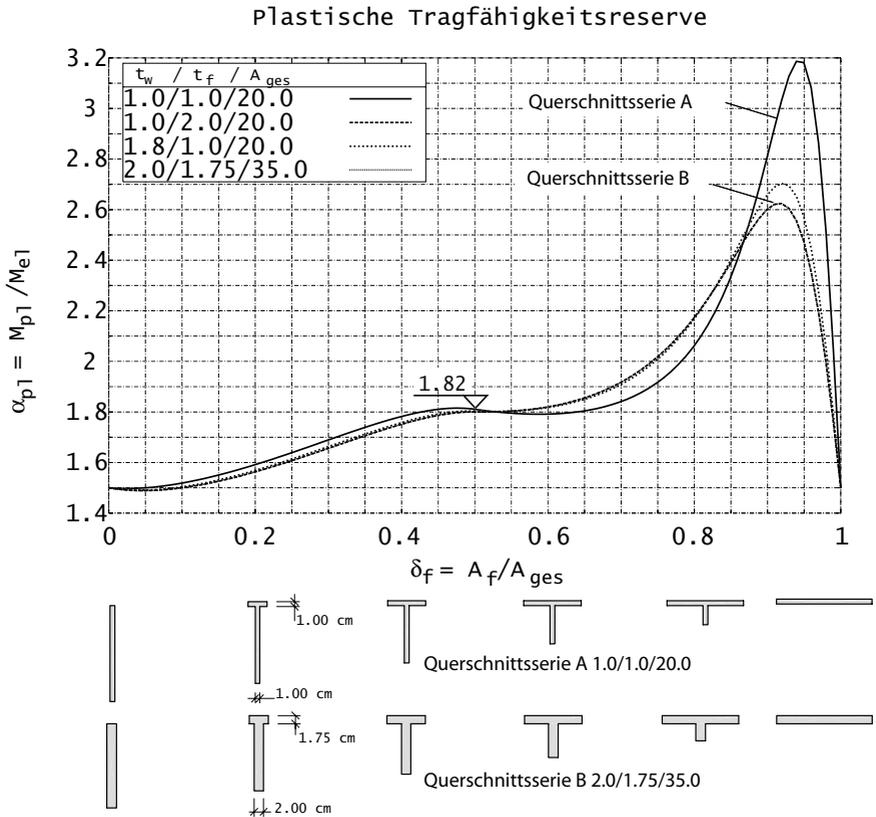


Bild 3.12: Plastischer Momentenbeiwert α_{pl} über dem Flächenwert δ_f für unterschiedliche T-Querschnitte

Der Tragsicherheitsnachweis nach dem Verfahren elastisch-plastisch kann demnach mit dem plastischen Grenzmoment geführt werden, wobei die Verformungen unberücksichtigt bleiben. Die Verformungen müssen aber im Hinblick auf die Gebrauchstauglichkeit und damit den baupraktischen Nutzen eingeschränkt sein.

Um den Gebrauchstauglichkeitsnachweis unter Ausnutzung plastischer Tragreserven zu führen, werden die plastischen Verformungen begrenzt. Dies ist gleichbedeutend mit der Begrenzung der plastischen Dehnung.

Die Begrenzung der plastischen Randdehnung bei biegebelasteten Querschnitten mit linear-veränderlichem Dehnungsverlauf hat zur Folge, dass im Querschnitt neben den plastizierten Randbereichen ein elastischer Bereich vorhanden ist.

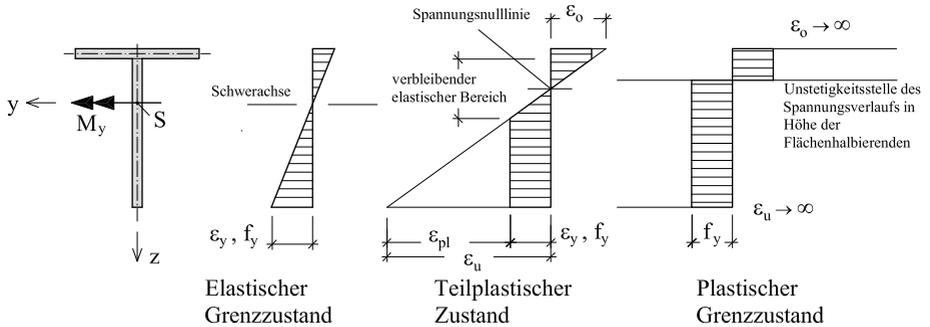


Bild 3.13: Spannungen über den biegebeanspruchten T-Querschnitt bei verschiedenen Größenordnungen der unteren maximalen Randdehnung ϵ_u

Brune begrenzt für Untersuchungen biegebeanspruchter Querschnitte im plastischen Zustand /Brune 2000b/ die maximalen Randdehnungen auf die vierfache Dehnung des elastischen Grenzzustandes (Fließdehnung) $4\epsilon_y$ und bezeichnet diese Dehnung als plastische Dehnung. Unter dieser Annahme wurden Grenzwerte b/t für volles Mittragen von Querschnittsteilen bei Ausnutzung plastischer Querschnittsreserven (Tabelle 3.2) hergeleitet.

Mit Bild 3.14 wird deutlich wie sich die plastische Tragfähigkeit mit Zunahme der Randdehnung entwickelt. I und H - Profile erreichen mit der Randdehnung $\epsilon_u/\epsilon_y = 4$ bereits 98% des plastischen Grenzmomentes. Bei doppelsymmetrischen

3.2 Plastische Querschnittstragfähigkeit

Querschnittsreihe	A		$t_w = 1,0 \text{ cm}$	$t_f = 1,0 \text{ cm}$	$A = 20 \text{ cm}^2$		
Querschnittsreihe	B		$t_w = 2,0 \text{ cm}$	$t_f = 1,75 \text{ cm}$	$A = 35 \text{ cm}^2$		
Querschnittsreihe			Grenzwerte b/t nach				
A	B		DIN18800 /	BRUNE			
δ_f	h_w/t_w	Ψ_ϵ	$\alpha = \xi_w$	EC3	$\epsilon_u = 4\epsilon_y$	$\epsilon_u = 2\epsilon_y$	
0,00	20	8,75	-1,0	0,50	20,0	8,85	12,45
0,25	15	6,56	-0,5	0,67	15,0	7,99	11,46
0,50	10	4,38	0,0	1,00	10,0	7,25	10,19
0,75	5	2,19	0,5	1,00	10,0	6,65	9,38
0,90	2	0,88	0,8	1,00	10,0	6,42	9,02
1,00	-	-	-	-	-	-	-

Tabelle 3.3: Vergleich der Werte h_w/t_w mit den Grenzwerten b/t nach Vorgabe der Normen und nach Brune für Querschnitte der Querschnittsreihen A & B

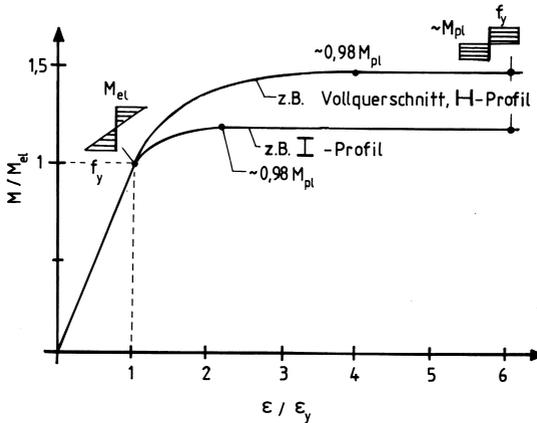


Bild 3.14: Aufnehmbares (teilplastisches) Biegemoment von unterschiedlichen Stahlquerschnitten in Abhängigkeit der bezogenen maximalen Dehnung ϵ/ϵ_y nach Brune 2000b/.

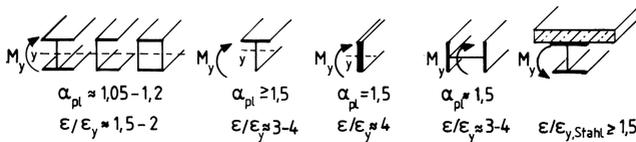


Bild 3.15: Abschätzung der Dehnungen im Traglastzustand von unterschiedlichen Stahlquerschnitten unter Biegebeanspruchung nach /Brune 2000b/.

Profilen kann daher auch mit der Begrenzung der plastischen Dehnungen immer in guter Näherung das vollplastische Biegemoment ($\epsilon = \infty$), zur Bemessung angewendet werden.

Aus Bild 3.15 kann zunächst ein Hinweis entnommen werden, dass die Dehnungen im teilplastischen Grenzzustand bei T-Querschnitten bislang nur abgeschätzt wurden.

Für den einfachsymmetrischen T-Querschnitt soll im Folgenden die teilplastische Tragfähigkeit mit der Fragestellung untersucht werden, ob die hohe plastische Tragfähigkeitsreserve des T-Querschnittes mit der Begrenzung der maximalen Dehnung auf $4\epsilon_y$ überhaupt genutzt werden kann.

3.3 Teilplastische Querschnittstragfähigkeit

Für die Ermittlung der teilplastischen Tragfähigkeit gelten die Annahmen, wie sie unter 3.2.1 für die Ermittlung des theoretisch vollplastischen Biegemomentes formuliert wurden.

Eine zusätzliche Annahme für die teilplastische Querschnittstragfähigkeit ist :

5. Der Spannungsverlauf über dem Querschnitt ist stetig.

Im plastischen Grenzzustand ist der Spannungszustand des Querschnitts in der Spannungsnulllinie unstetig und springt von der maximalen Zugspannung ($\sigma = f_y$)

3.3 Teilplastische Querschnittstragfähigkeit

auf die maximale Druckspannung ($\sigma = -f_y$) über. Dieser Übergang wird im teilplastischen Zustand über dem verbleibendem elastisch beanspruchtem Querschnittsteil erzielt.

Die Aufgabe bei der Ermittlung der teilplastischen Tragfähigkeit besteht darin, den über den Querschnitt linearen Dehnungszustand zu finden, dessen zugehöriges nichtlineares teilplastisches Spannungsbild im Gleichgewicht mit einer gesuchten Schnittgröße und gleichzeitig den gegebenen anderen Schnittgrößen ist.

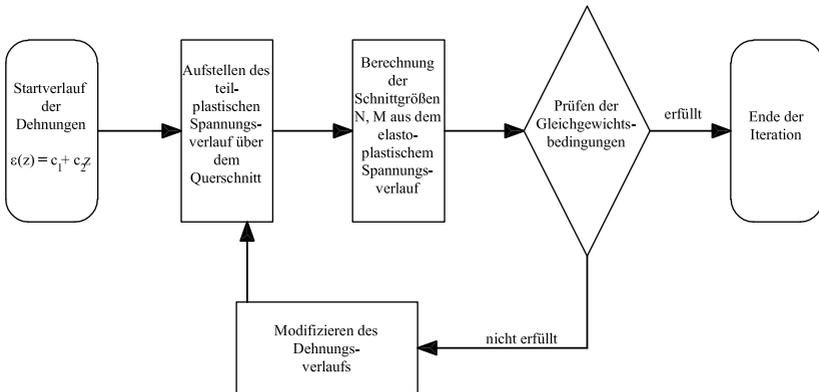


Bild 3.16: Iteratives Vorgehen zur Ermittlung des teilplastischen Spannungs-Dehnungs-Zustandes

Bild 3.16 zeigt anschaulich das iterative Vorgehen zur Ermittlung der teilplastischen Tragfähigkeit.

Bei Wirkung der maßgeblichen Querkraft $V > \frac{1}{3} \cdot V_{pl}$ wird mit dem gemäß Abschnitt 3.2.2 reduzierten Querschnitt die teilplastische Tragfähigkeit ermittelt.

Mit dem in Bild 3.16 gezeigten Iterationspfad wird hier für eine bestimmte Randdehnung ε_u am unterem freien Stegrand des T-Querschnitts der Dehnungsverlauf solange iterativ geändert, bis die zugehörigen Normalspannungen mit der vorgegebenen Normalkraft im Gleichgewicht sind. Das gesuchte teilplastische Biegemoment wird dann aus dem elasto-plastischen Normalspannungsverlauf integriert.

Bei gegebenem Biegemoment und einer vorgegebenen Randdehnung kann die zugehörige Normalkraft sinngemäß über das Gleichgewicht ermittelt werden.

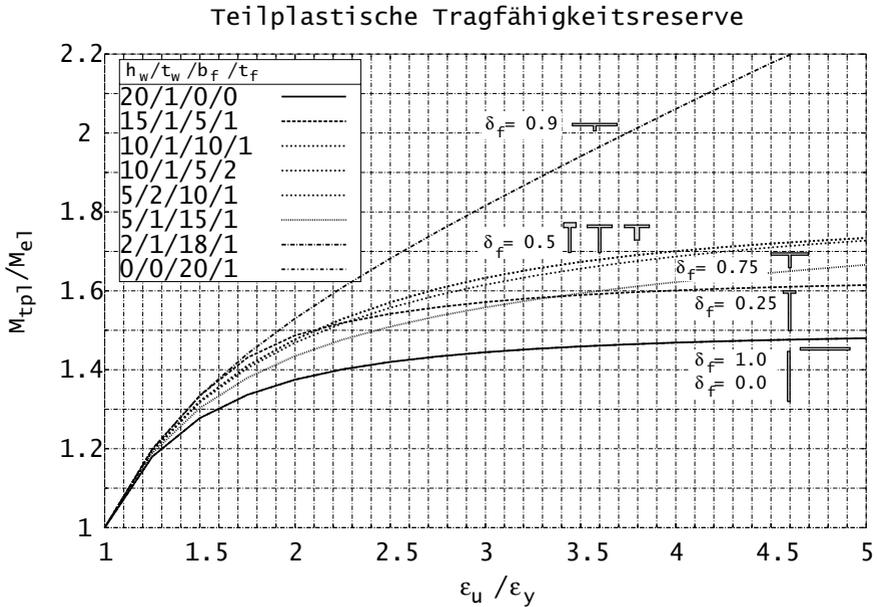


Bild 3.17: Auf elastisches Grenzmoment M_{el} bezogenes teilplastisches M_{tpI} Biegemoment über der auf die Fließdehnung ϵ_y bezogenen Dehnung der unteren Randfaser ϵ_u von T-Querschnitten.

Die Bilder 3.17 und 3.18 zeigen jeweils das teilplastische Biegemoment bezogen auf das elastische und plastische Grenzbiegemoment über der auf die Fließdehnung ϵ_y bezogene untere Randdehnung ϵ_u im Bereich plastischer Dehnungen ($\epsilon_u / \epsilon_y \geq 1,0$). In diesem Dehnungs-Bereich sind die Querschnitte der schlanken Querschnittsreihe A untersucht, weil diese nach Vorgabe der Normen gerade noch als voll mitwirkend gelten.

Mit der hier getroffenen Voraussetzung für die Normalkraft ($N = 0$), ist die absolute Randdehnung ϵ_u der unteren Faser des T-Querschnitts immer das absolute

3.3 Teilplastische Querschnittstragfähigkeit

$h_w/t_w/b_f/t_f$ [cm]	δ_f [/]	M_{el} [kNcm]	M_{pl} [kNcm]	M_{tpl} [kNcm]	
				$\epsilon_u/\epsilon_y = 2.0$	$\epsilon_u/\epsilon_y = 4.0$
20/1/0/0	0,00	1455	2182	2000	2136
15/1/5/1	0,25	1198	1964	1782	2136
10/1/10/1	0,50	663	1200	973	1178
10/1/5/2	0,50	783	1410	1157	1332
5/2/10/1	0,50	392	705	579	666
5/1/15/1	0,75	209	400	299	338
2/1/18/1	0,90	62	175	95	128
0/0/20/1	0,00	73	109	100	107

Tabelle 3.4: Absolute Werte des elastischen, plastischen und teilplastischen Biegemomentes bei 2 und 4facher Fließdehnung der unteren Randfaser für Querschnitte der Querschnittsserie A.

Dehnungsmaximum über dem Querschnitt und die Werte und Diagramme gelten gleichermaßen für positive und negative Biegemomenteneinwirkung.

Auf den Einfluss einer von Null verschiedenen Normalkraft auf das vollplastische Biegemoment wurde schon eingegangen (siehe 3.2.1). Hier wird das Ziel verfolgt, eine Aussage über die Anwendbarkeit des plastischen Grenzbiegemomentes zu formulieren.

In Bild 3.17 ist erkennbar, dass für die unterschiedlich ausgebildeten T-Querschnitte der Querschnittsserie A, gleicher Querschnittsfläche mit gleichen Randdehnungen größer als die Fließdehnung, sich unterschiedliche teilplastische Biegemomente M_{tpl} ergeben.

Das teilplastische Biegemoment nimmt mit Steigerung der unteren Randdehnung ϵ_u zu, wobei bei Querschnitten gleicher Anteile δ_f der Flanschfläche zur Gesamtfläche, die Zuwächse auf annähernd gleichen Pfaden erfolgt. Dies ist anschaulich durch die drei T-Querschnitte mit $\delta_f = 0,5$ gezeigt.

Betrachtet man den Verlauf des teilplastischen Biegemomentes M_{tpl} über der be-

zogenen Randdehnung ϵ_u/ϵ_y , so fällt auf, dass je höher der Flanschflächenanteil δ_f eines Querschnittes ist, desto weniger deutet sich die asymptotische Annäherung an das plastische Grenzmoment M_{pl} an. Bei gleicher bezogener Randdehnung (z.B. $\epsilon_u/\epsilon_y=4$) verlaufen die Kurven für Querschnitte mit höherem Flanschflächenanteil δ_f steiler als für Querschnitte mit niedrigerem Flanschflächenanteil (Ausnahme für $\delta_f = 1,0$). Dies bedeutet, dass das plastische Grenzbiegemoment erst bei höheren Randdehnungen gut angenähert wird. Dieser Zusammenhang ist in Bild 3.18 und zugehöriger Tabelle 3.5 dargestellt.

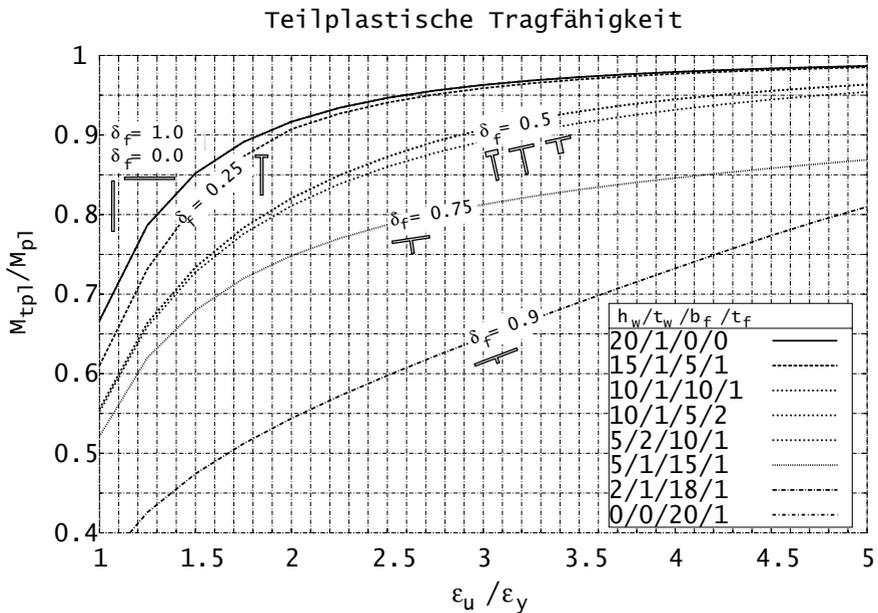


Bild 3.18: Auf plastisches Grenzmoment M_{pl} bezogenes teilplastisches M_{Tp1} Biegemoment über der auf die Fließdehnung ϵ_y bezogenen Dehnung der unteren Randfaser ϵ_u von T-Querschnitten.

Während der Rechteck-Vollquerschnitt ($\delta_f = 0,0$) mit der Randdehnung von $4\epsilon_y$, ein teilplastisches Biegemoment von 98% des plastischen Grenzbiegemomentes

3.3 Teilplastische Querschnittstragfähigkeit

$h_w/t_w/b_f/t_f$ [cm]	δ_f [/]	M_{Ipl}/M_{el} bei $\epsilon_u/\epsilon_y =$			M_{Ipl}/M_{pl} bei $\epsilon_u/\epsilon_y =$	
		2,0	4,0	∞	2,0	4,0
20/1/0/0	0,00	1,38	1,47	1,50	0,92	0,98
15/1/5/1	0,25	1,49	1,60	1,64	0,91	0,98
10/1/10/1	0,50	1,47	1,69	1,81	0,81	0,93
10/1/5/2	0,50	1,48	1,70	1,80	0,82	0,94
5/2/10/1	0,50	1,48	1,70	1,80	0,82	0,94
5/1/15/1	0,75	1,43	1,62	1,91	0,75	0,85
2/1/18/1	0,90	1,53	2,06	2,82	0,54	0,73
0/0/20/1	0,00	1,37	1,47	1,50	0,92	0,98

Tabelle 3.5: Auf elastisches und plastisches Grenzbiegemoment bezogenes teilplastisches Biegemoment bei 2 und 4 facher Fließdehnung in der unteren Randfaser ϵ_u

erreicht, ist ein T-Querschnitt mit 75% Flanschflächenanteil mit gleicher Randdehnung nur zu 85% des plastischen Grenzbiegemomentes ausgenutzt.

In Tabelle 3.4 sind die elastischen und plastischen Grenzbiegemomente und die teilplastischen Biegemomente für zwei Randdehnungen, $2\epsilon_y$ und $4\epsilon_y$, in absoluten Werten auf Grundlage einer Materialstreckgrenze von $23,5 \text{ kN/cm}^2$ angeschrieben.

Der Vergleich in Tabelle 3.4 zwischen den einzelnen Querschnitten zeigt, wie stark die teilplastische Biegemomente mit Zunahme des Flanschflächenanteiles δ_f abfallen. Als Besonderheit fällt der Querschnitt 2/1/18/1, $\delta_f = 0,9$ auf, der eine geringere elastische Grenztragfähigkeit als der Querschnitt 0/0/20/1, $\delta_f = 1,0$ hat, während der Vergleich der plastischen Grenztragfähigkeiten das relative Gegenteil zeigt.

Die teilplastischen Biegemomente von Querschnitten mit mehr als 75% Flanschflächenanteil ($\delta_f > 0,75$) weisen bei Beschränkung der maximalen Dehnung auf $4\epsilon_y$ nur bis zu 85% des theoretisch vollplastischen Biegemomentes auf. Wegen der starken Abminderung bezüglich des vollplastischen ZUstandes sind diese Querschnitte mit $\delta_f > 0,75$ für Beanspruchung durch Biegemomente

ungeeignet.

Die Grenze der noch sinnvollen Nutzbarkeit von T-Querschnitten in Abhängigkeit des Flanschflächenanteiles liegt somit zwischen $\delta_f = 0,5$ und $0,75$. Die genauere Abgrenzung kann mit den Bildern 3.19 und 3.20 gefunden werden. Der Verlauf des teilplastischen Biegemomentes wird bezogen zum Einen auf das elastische und zum Anderen auf das plastische Grenzmoment über der auf die Fließdehnung bezogenen unteren Randdehnung $\xi_\varepsilon = \varepsilon_u/\varepsilon_y$ dargestellt.

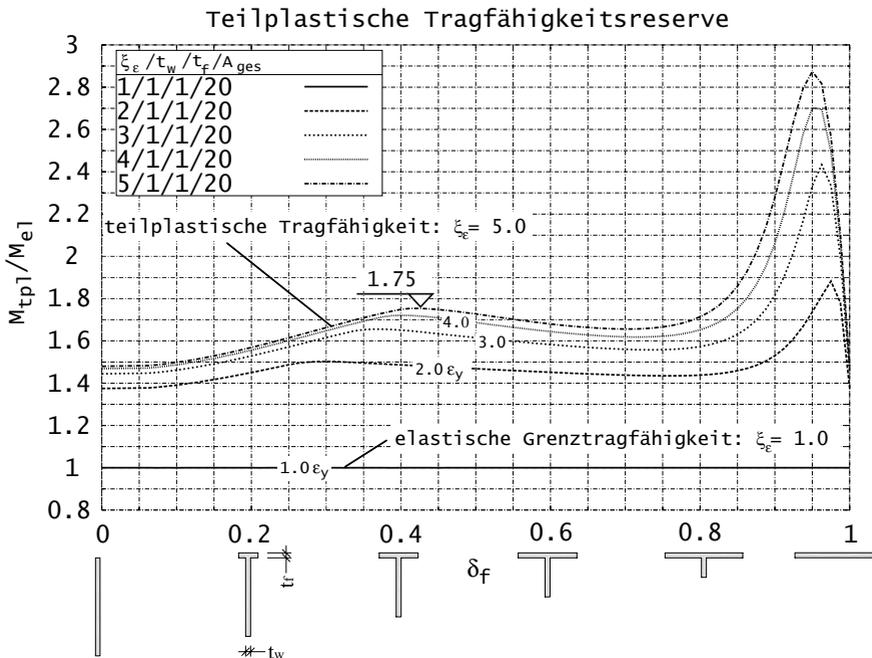


Bild 3.19: Auf **elastisches** Grenzmoment M_{pl} bezogenes teilplastisches M_{Ipl} Biegemoment über dem Flächenwert $\delta_f = A_f/A$ bei unterschiedlichen plastischen Dehnungszuständen beschrieben mit dem Kurvenparameter $\xi_\varepsilon = \max \varepsilon/\varepsilon_y$ für Querschnitte der Querschnittsserie A

3.3 Teilplastische Querschnittstragfähigkeit

Aus Bild 3.19 ist ersichtlich, dass je höher die bezogene Randdehnung $\xi_\varepsilon = \varepsilon_u/\varepsilon_y$ ist, desto mehr nähert sich das bezogene teilplastische Biegemoment M_{Ipl}/M_{el} in Betrag und Verlauf den in Bild 3.12 gezeigten Verläufen, wo das vollplastische auf das elastische Grenzbiegemoment (α_{pl}) bezogen dargestellt ist, an.

Deutlich erkennbar ist auch der Tragfähigkeitsgewinn infolge der Dehnungssteigerung von der elastischen Grenztragfähigkeit mit zugehörig $\xi_\varepsilon = 1,0$ bis zur teilplastischen Tragfähigkeit mit der zugehörigen bezogenen unteren Randdehnung $\xi_\varepsilon = 2,0$.

Bei weiterer Steigerung der bezogenen Randdehnung über $\xi_\varepsilon = 3,0$ erhöht sich die plastische Tragfähigkeit nur bei Querschnitten mit ausgeprägtem Flanschflächenanteil $\delta_f \geq 0,5$, und besonders bei $\delta_f \geq 0,8$.

Hier sei bemerkt, dass eine Verringerung des Flanschflächenanteiles δ_f zu Gunsten der Stegfläche mehr Beanspruchbarkeit verspricht, als den Querschnitt mit der höheren Dehnungsbeanspruchung zu nutzen.

Auch in Bild 3.20 ist der Zuwachs der Tragfähigkeit bei Steigerung der bezogenen Randdehnung ξ_ε vom elastischem Zustand zum teilplastischen Zustand mit $2 \xi_\varepsilon$ deutlich erkennbar.

Setzt man einmal voraus, dass der duktile Baustahl durch Verfestigung und infolge Dehnungsumlagerungen über dem Querschnitt sich nicht streng gemäß den Annahmen unter Abschnitt 3.2.1 verhält, sondern bei Dehnungssteigerung auch im plastischen Zustand einen geringen Steifigkeitszuwachs aufweist, und somit bei größeren Dehnungen noch an Widerstand gewinnt, fällt das tatsächliche teilplastische Biegemoment M_{Ipl} höher als das nach den Annahmen ermittelte aus. Aus diesem Grund kann das plastische Grenzmoment M_{pl} als Beanspruchbarkeit genutzt werden, wenn das unter diesen Annahmen ermittelte teilplastische Biegemoment M_{Ipl} mindestens 95% von M_{pl} beträgt.

$$M_{pl,R} = M_{pl} \quad \text{für} \quad M_{Ipl} \geq 0,95 \cdot M_{pl} \quad (3.57)$$

Legt man für das teilplastische Biegemoment den zulässigen Dehnungszustand für $4 \varepsilon_y$ fest, ergibt sich aus Bild 3.20 eine klare Abgrenzung der Nutzbarkeit des plastischen Grenzmomentes für T-Querschnitte bei $\delta_f = 0,45$. T-Querschnitte mit

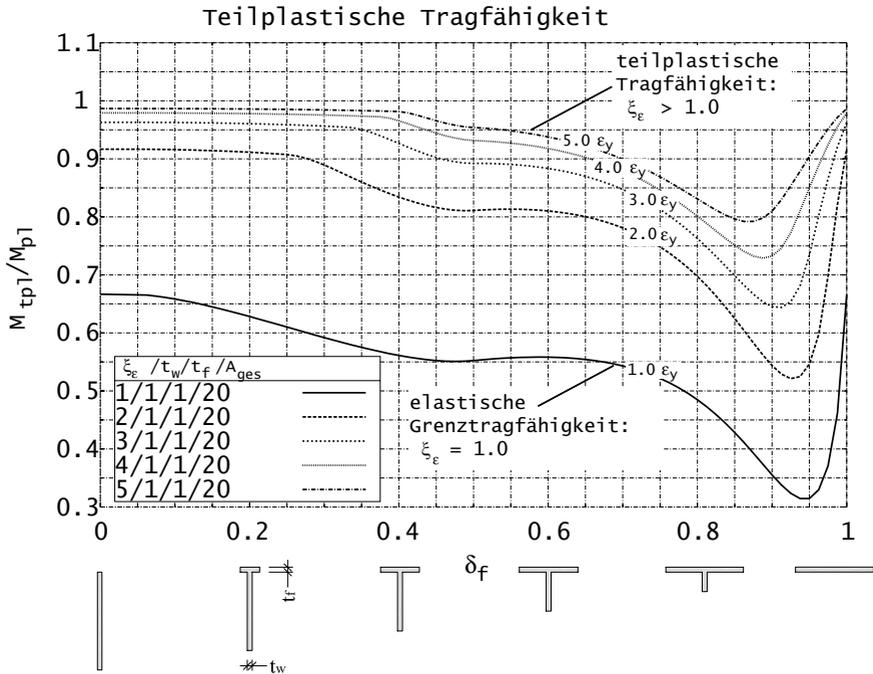


Bild 3.20: Auf **plastisches** Grenzmoment M_{pl} bezogenes teilplastisches M_{tp1} Biegemoment über dem Flächenwert $\delta_f = A_f/A$ bei unterschiedlichen plastischen Dehnungszuständen beschrieben mit dem Kurvenparameter $\xi_\epsilon = \max \epsilon/\epsilon_y$ für Querschnitte der Querschnittsserie A

3.3 Teilplastische Querschnittstragfähigkeit

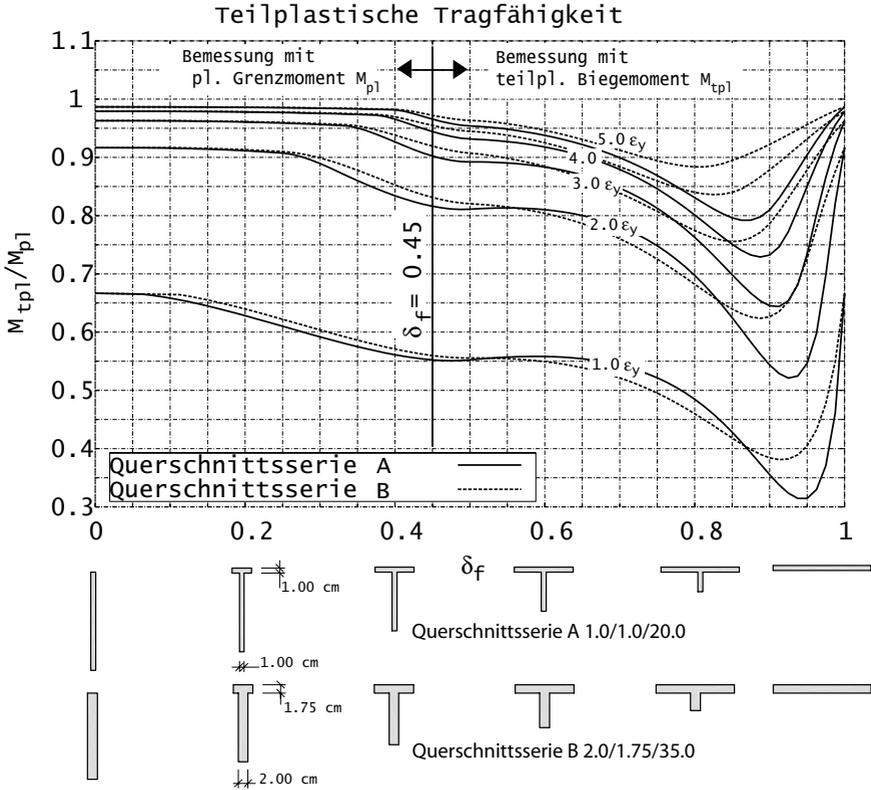


Bild 3.21: Vergleich der Querschnittsserien A und B bezüglich des auf das **plastische** Grenzmoment M_{pl} bezogene teilplastische M_{tpl} Biegemoment über dem Flächenwert δ_f .

höherem Flanschflächenanteil sollten demnach nicht mit dem plastischen Grenzmoment, sondern mit dem geringeren teilplastischen Biegemoment bemessen werden, sofern diese Querschnitte den baupraktischen Belangen genügen.

$$M_{pl,R} = \begin{cases} M_{pl} & \text{für } \delta_f \leq 0,45 \\ M_{tpl} & \text{für } \delta_f > 0,45 \end{cases} \quad (3.58)$$

Um zu zeigen, dass diese Aussagen auch für andere Querschnittsausbildungen Gültigkeit haben, wurde in Bild 3.21 die teilplastische Tragfähigkeit der gedrungeneren Querschnitte der Querschnittsserie B den Tragfähigkeiten der Querschnittsserie A gemeinsam über dem Flanschflächenanteil δ_f dargestellt. Es zeigt sich, dass die teilplastische Tragfähigkeit der Querschnittsserie B im Bereich $0 \leq \delta_f \leq 0,45$ geringfügig höher ist, als die teilplastische Tragfähigkeit der Querschnittsserie A.

3.4 Eine stofflich nichtlineare Berechnung nach der Methode der finiten Elemente (GMNA)

3.4 Eine stofflich nichtlineare Berechnung nach der Methode der finiten Elemente (GMNA)

In diesem Abschnitt wird die Güte der vorangegangenen theoretischen Untersuchungen zur teilplastischen Tragfähigkeit, die auf Grundlage der Balkentheorie nach Bernoulli (z.B. Ebenbleiben der Querschnitte) gewonnen wurden, mit einer FE-Berechnung mit Schalenelementen unter Berücksichtigung des nichtlinearen Materialverhaltens verglichen. Dies dient auch zur Prüfung der dort gemachten Aussagen bezüglich des teilplastischen Tragverhaltens.

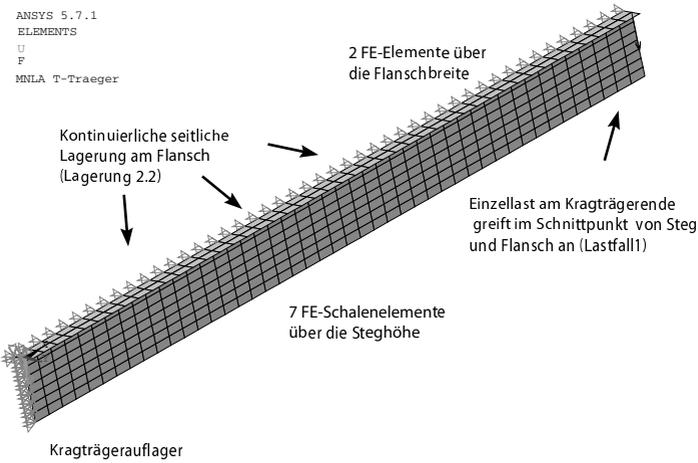


Bild 3.22: Finite Elemente Netz eines nach Lagerungsart 2.2 gelagerten Kragträgers mit Einzellast am Kragträgerende

Eine heutzutage mögliche, geometrisch nichtlineare statische Analyse der perfekten Struktur (ohne geometrische Imperfektionen!) unter Berücksichtigung des nichtlinearen Materialverhaltens - **GMNA** - mit FE-Schalenelementen liefert Erkenntnisse über den Dehnungs- und Verformungszustand bei unterschiedlichen maximalen Dehnungen im Querschnitt. Die Querschnitte bleiben bei einer GMNA mit Schalenelementen im Gegensatz zu der Annahme nach der Bernoullitheorie

$h_w/t_w/b_f/t_f$ [cm]	δ_f [/]	$M_{t_{pl,FE}}/M_{el}$			$M_{t_{pl,FE}}/M_{pl}$	
		$\xi_\varepsilon = 1,0$	$\xi_\varepsilon = 2,0$	$\xi_\varepsilon = 4,0$	$\xi_\varepsilon = 2,0$	$\xi_\varepsilon = 4,0$
20/1/0/0	0,00	1,16	1,44	1,53	0,96	1,02
15/1/5/1	0,25	1,12	1,59	1,72	0,97	1,05
10/1/10/1	0,50	1,08	1,52	1,76	0,84	0,97
5/1/15/1	0,75	1,04	1,43	1,61	0,75	0,84

Tabelle 3.6: Bezogene Werte der teilplastischen Biegemomente nach FEM.

und gemäß Abschnitt 3.2.1 nicht eben. Folglich entwickelt sich auch der Dehnungsverlauf über den Querschnitt nichtlinear und damit wirklichkeitsnah.

Beispielhaft werden vier Querschnitte der Querschnittsserie A ($\delta_f = 0,0/0,25/0,50/0,75$) mit dem FE-Programm Ansys 5.7, unter Nutzung der nichtlinearen Berechnung, untersucht. Der wie Lagerungsart 2.2 gelagerte Kragträger unter Lastfall 1 wird mit Schalenelementen Shell 181 geometrisch ideal modelliert (siehe Bild 3.22) und ohne Ansatz jeglicher Vorverformung berechnet. Die Nichtlinearität der Berechnung reduziert sich dann auf das ideal elastisch - ideal plastische bilineare Materialverhalten von Stahl mit der hier festgelegten Fließspannung $f_y = 235 \text{ MPa}$.

Bild 3.23 zeigt in Verbindung mit Tabelle 3.6 die teilplastischen Biegemomente nach der GMNA bezogen auf das elastische und plastische Grenzmoment über den durch die bezogene maximale Dehnung beschriebenen Dehnungszustand.

Das bezogene Biegemoment wird hier zusätzlich zum teilplastischen Dehnungsbereich ($\xi_\varepsilon = 1 \dots 5$) auch im rein elastischen ($\xi_\varepsilon = 0 \dots 1$) Bereich dargestellt, weil bereits im elastischen Spannungszustand Unterschiede zwischen der FE-Berechnung mit Schalenelementen und der Berechnung nach Balkentheorie zu beobachten sind.

Nach der FE-Berechnung wird bereits im rein elastischen Dehnungszustand ein höheres Biegemoment abgetragen, als dies nach der Balkentheorie unter der Annahme des Eben bleiben der Querschnitte möglich ist. Dieses Verhalten ist in der oberen Darstellung von Bild 3.23 umso stärker ausgeprägt zu beobachten, je höher

3.4 Eine stofflich nichtlineare Berechnung nach der Methode der finiten Elemente (GMNA)

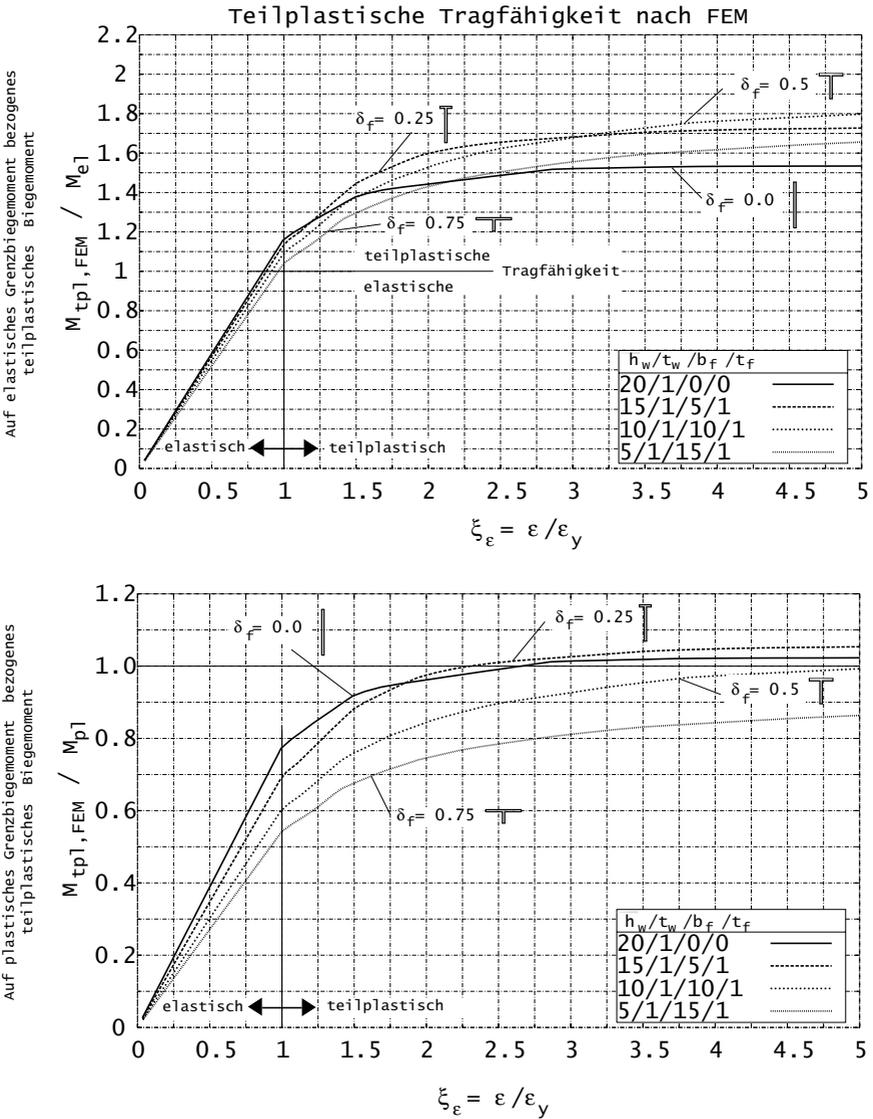


Bild 3.23: Auf das **elastische** und **plastische** Grenzbiegemoment bezogene teilplastische Biegemoment über der bezogenen maximalen Dehnung für unterschiedliche T-Querschnitte nach der FE-Methode mit Schalenelementen. 151

der Steg ausgebildet ist, der wie eine Scheibe trägt.

Bei dem reinen Schwertquerschnitt, also der T -Träger ohne Flansch ($\delta_f = 0,0$), ist die Scheibentragwirkung am höchsten und es wird ein Biegemoment mit 16% über dem elastischen Grenzmoment nach Balkentheorie mit elastischen Dehnungen abgetragen. Die elastischen Spannungen sind ebenso wie die Dehnungen nichtlinear über den Stegquerschnitt verteilt, siehe Bild 3.24.

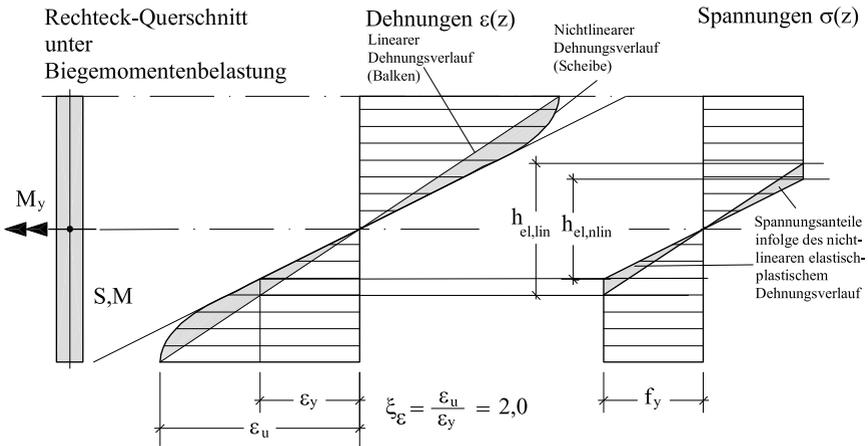


Bild 3.24: Qualitative Spannungs- und Dehnungsverläufe nach der Balken- und Scheibentheorie ohne Störung geometrischer Randbedingungen (Einspannung am Auflager)

Nach Überschreiten der elastischen Grenzdehnung ($\xi_\epsilon = 1,0$) zeigt sich für alle Träger im teilplastischen Bereich eine nichtlineare Tragfähigkeitssteigerung.

Je kleiner der Flanschflächenanteil δ_f der Querschnitte ist, desto geringer sind die auftretenden plastischen Dehnungen, bei denen das vollplastische Grenzbiegemoment M_{pl} erreicht wird.

Querschnitte mit geringem Flanschflächenanteil $\delta_f \leq 0,25$ überschreiten das vollplastische Grenzbiegemoment sogar geringfügig, wie aus Bild 3.23 ersichtlich

3.4 Eine stofflich nichtlineare Berechnung nach der Methode der finiten Elemente (GMNA)

$h_w/t_w/b_f/t_f$ [cm]	δ_f [/]	elastisch		plastisch	
		$\xi_\varepsilon = 2,0$	$\xi_\varepsilon = 4,0$	$\xi_\varepsilon = 2,0$	$\xi_\varepsilon = 4,0$
20/1/0/0	0,00	0,958	0,961	0,958	0,961
15/1/5/1	0,25	0,937	0,930	0,938	0,930
10/1/10/1	0,50	0,967	0,960	0,964	0,960
5/1/15/1	0,75	1,000	1,010	1,000	1,010

Tabelle 3.7: Vergleich der teilplastischen Biegemomente nach Balkentheorie (Tabelle 3.5) / nach FE-Berechnung (Tabelle 3.6).

wird. Dieses Tragverhalten begründet sich in der Randeinspannung des Kragträgerauflagers, wo die geometrische Randbedingung des ebenen Querschnittes vorgegeben ist. Dadurch ist der Dehnungszustand in der Nähe des Auflagers gewissen Zwängungen unterworfen, die in Zusammenhang mit der Scheibentragfähigkeit, die hier beobachtete Steigerung des Widerstands zur Folge haben.

In Tabelle 3.7 sind die Sicherheiten mit denen eine Berechnung nach der Balkentheorie gegenüber der realitätsnaheren FE-Berechnung erfolgt, ablesbar. Kragträger mit T-Querschnitt können demnach sicher nach der Balkentheorie teilplastisch berechnet werden. Die Balkentheorie liegt umso mehr auf der sicheren Seite, je geringer der Flanschflächenanteil δ_f ist.

So kann in Zusammenhang mit der Darstellung in Bild 3.21 die Abgrenzung des Tragsicherheitsnachweises gegen das plastische Grenzmoment M_{pl} , für Kragträger mit T-Querschnitt mit Flanschflächenanteil $\delta_f = 0,45$ und weniger, bestätigt werden.

Zur Beobachtung des Einflusses der Scheibentragfähigkeit des Stegs von T-Querschnitten und der Ausbildung der Fließzonen werden die Ergebnisse der FE-Berechnung eines Kragträgers mit T-Querschnitt ($\delta_f = 0,25$) genauer diskutiert.

Bild 3.25 zeigt die Ausbildung der plastischen Zonen über die Höhe und Länge des Steges bei den maximalen Dehnungen $\xi_\varepsilon = \varepsilon_u/\varepsilon_y = 1,0/2,0/3,0/4,0$. Die maximalen Dehnungen treten in allen Fällen am freien unteren Stegrand in der Nähe des Auflagers auf.

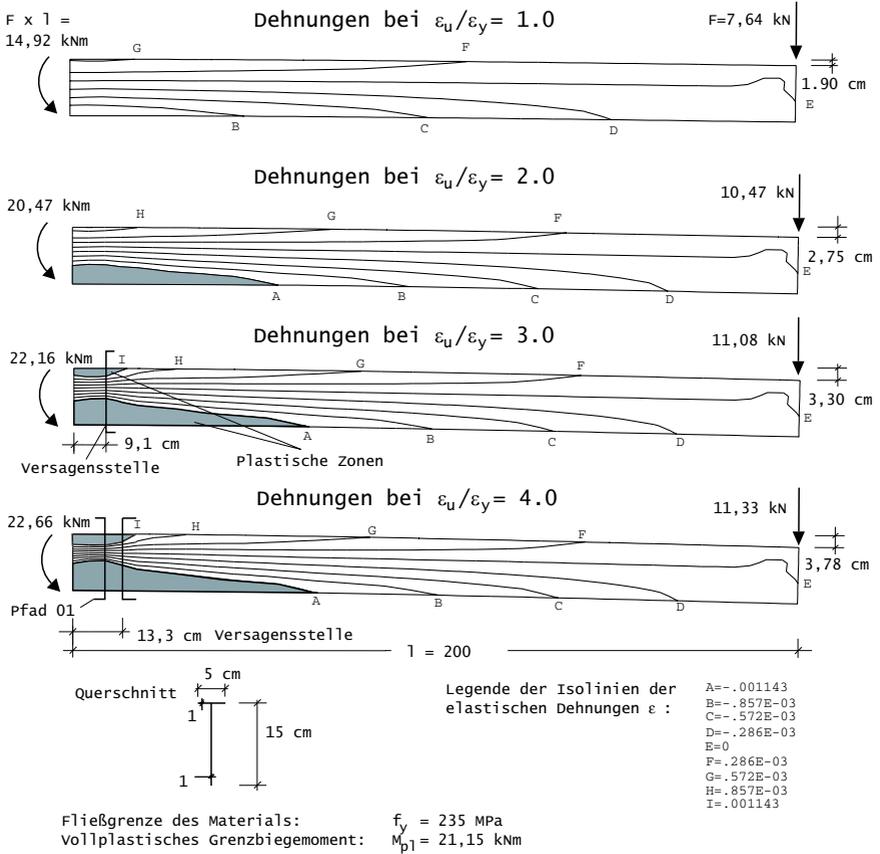


Bild 3.25: Dehnungen des Stgs und Verformung eines Kragträgers infolge einer Einzellast am Kragträgerende bei 4 Dehnungsintensitäten.

3.4 Eine stofflich nichtlineare Berechnung nach der Methode der finiten Elemente (GMNA)

Als Versagensstelle wird hier der vom Auflager am weitesten entfernte Querschnitt, in dem das vollplastische Biegemoment wirkt, definiert. In dem Bereich vom Auflager bis zu dieser Stelle gilt der Träger als voll durchplastiziert.

Mit zunehmender Plastizierung am Kragträgerauflager, aber erst bei Erreichen des plastischen Grenzbiegemomentes am Auflager, entfernt sich die Versagensstelle und der Querschnitt mit dem größten plastischen Anteil (Pfad 01) von der Einspannstelle weg. Dies ist notwendig, um zum einen bei der Ausbildung des plastischen Fließgelenkes an der Einspannstelle die nötigen kinematischen Wege, die sich aus dem Integral der Dehnungen über die Trägerlänge ergeben, zu ermöglichen und zum anderen der geometrischen Randbedingung durch das Kragträgerauflager gerecht zu werden. Geometrisch muss hier der Querschnitt eben bleiben. Jedoch ist der Querschnitt nach der Scheibentheorie verzerrt/uneben. Es bildet sich von der Einspannstelle bis zur Versagensstelle in Trägerlängsrichtung eine gleichmäßige sich kaum ändernde Fließzone aus. Die Versagensstelle des Trägers rückt erkennbar von der Einspannstelle ab. Hieraus kann gegenüber der Annahmen für die Berechnung nach der Balkentheorie (Versagensstelle an der Einspannstelle) ein steiferes und tragfähigeres Verhalten angenommen werden.

In Bild 3.26 sind die Dehnungen und Spannungen im Abstand von $h/2$ vom Kragträgerauflager über der Steghöhe dargestellt. Die nichtlineare Dehnungsverteilung ist deutlich in der oberen Darstellung erkennbar. Das Scheibentragwerk 'Steg' ist bei diesem Querschnitt also vorhanden und verleiht dem Gesamttragwerk 'Kragträger' eine höhere Traglast bei gleicher Randdehnung gegenüber der Balkentheorie.

Mit der unteren Darstellung des Bildes 3.26 wird der teilplastische Zustand bei den verschiedenen Randdehnungszuständen bestätigt. Der Knick im Spannungsverlauf lässt die Einteilung des Querschnittes in plastische und elastische Bereiche besonders bei den höheren Dehnungsintensitäten gut erkennen. In dem verbleibendem elastischen Bereich verläuft wegen der Schubverzerrung bei Scheibentragwirkung der Normalspannungsverlauf nichtlinear.

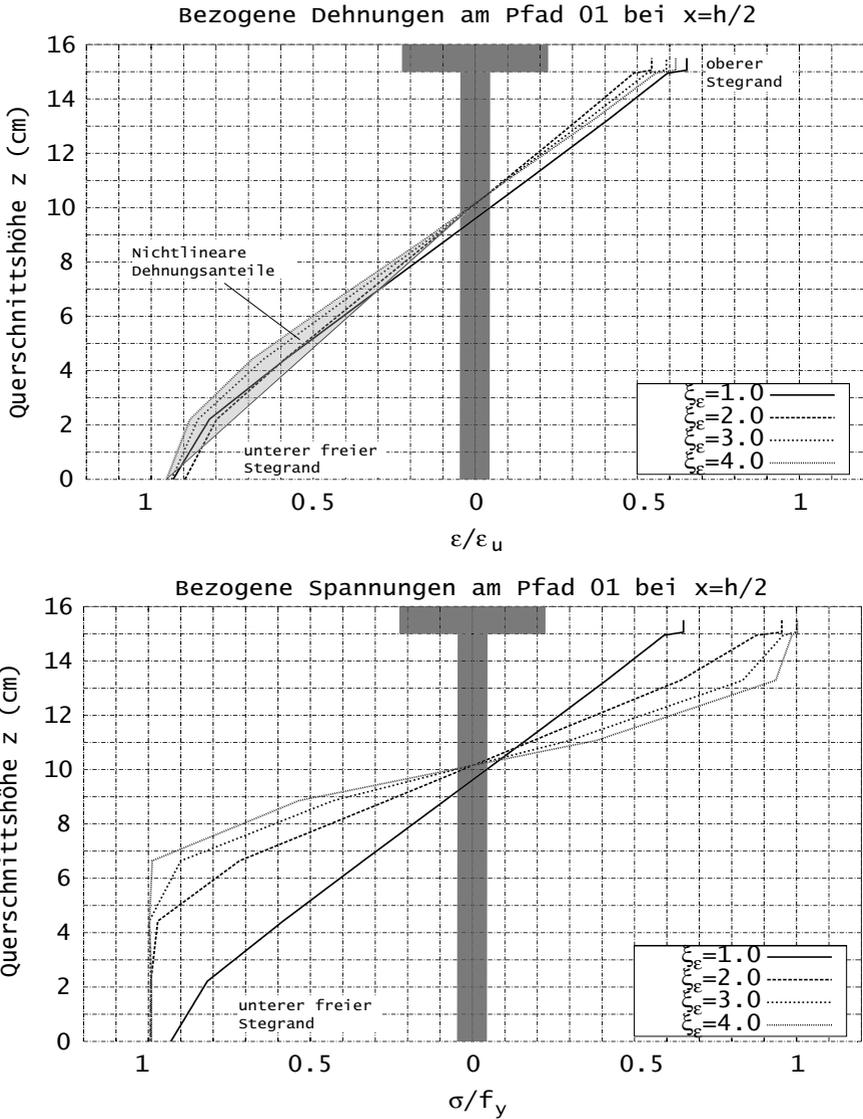


Bild 3.26: Dehnungs- und Spannungsverteilung über den T-Querschnitt bei $x = h/2$ vom Kragträgerauflager entfernt bei unterschiedlichen Dehnungsintensitäten nach FEM.

3.5 Zusammenfassung

Für die elastische Bemessung werden Vorschläge für den gevouteten T-Kragträger gemacht.

Bei kombinierter Beanspruchung M, N, V muss die plastische Querschnittstragfähigkeit des T-Querschnitts mit einer Interaktion ermittelt werden. Die plastischen Interaktionsbedingungen, wie sie für den T-Querschnitt gelten sind in diesem Abschnitt der aufbereitet und dargestellt.

Dabei ist neben der Lage der Spannungsnulllinie auch die Richtung des einwirkenden Biegemomentes zu beachten. Für die vier unterschiedlichen Fälle werden Bestimmungsgleichungen des reduzierten plastischen Grenzbiegemomentes angegeben.

Die Untersuchung der Anwendungsgrenzen für das vollplastische Biegemoment zeigt, dass die hohe plastische Tragfähigkeitsreserve bei T-Querschnitten je nach Aufteilung der Querschnittsflächen in Flansch und Steg unterschiedlich ausfällt.

Zunächst wird festgestellt, dass die Querschnittsgeometrie Einfluss auf die Dehnungsverteilung hat.

$$\delta_f \rightsquigarrow f(\varepsilon)$$

Die Anwendungsgrenze des plastischen Biegemomentes wird hier mit der Beschränkung der auftretenden plastischen Dehnung $max \varepsilon$ definiert. Bei eingeschränkter Randdehnung ergibt sich ein teilplastischer Normalspannungszustand über dem Querschnitt, der dem teilplastischen Biegemoment entspricht.

$$max \varepsilon = 4 \varepsilon_y \rightsquigarrow M_{tpl} < M_{pl}$$

Weil das teilplastische Grenzbiegemoment mit bestimmter Randdehnung nur iterativ berechnet werden kann und damit gegenüber der Bestimmung des vollplastischen Biegemomentes ein weit höherer Aufwand betrieben werden müsste, ist es sinnvoll eine Abgrenzung zur Anwendung des vollplastischen Grenzbiegemomentes anzugeben. Mit der für Stahl zulässigen Vereinfachung

$$M_{pl,R} = M_{pl} \quad \text{für} \quad M_{tpl} \geq 0,95 \cdot M_{pl}$$

und der Begrenzung der Dehnungen auf die vierfache Fließdehnung (siehe oben), wird festgestellt, dass eine Abgrenzung bezüglich der Flächenaufteilung von Flansch zur Gesamtquerschnittsfläche angegeben werden kann.

$$M_{pl,R} = \begin{cases} M_{pl} & \text{für } \delta_f \leq 0,45 \\ M_{tpl} & \text{für } \delta_f > 0,45 \end{cases}$$

T-Querschnitte deren Flanschfläche weniger als 45% der Gesamtquerschnittsfläche beträgt, können uneingeschränkt mit dem vollplastischen Biegemoment bemessen werden, während für T-Querschnitte mit höheren Flanschflächenanteil das teilplastische Biegemoment die Grenze der Beanspruchbarkeit darstellt. T-Querschnitte mit höherem Flanschflächenanteil als 45% sind schon wegen der elastisch ungünstigen Ausnutzung bautechnisch unpraktisch. Daher werden solche Querschnitte, die mit nicht gerechtfertigtem erhöhtem Aufwand gegen das teilplastische Grenzbiegemoment nachgewiesen werden müssen, im Weiteren nicht betrachtet.

Die folgenden Untersuchungen, Erkenntnisse und Bemessungsmethoden werden für baupraktische T-Querschnitte deren Flanschfläche höchstens 45% der Gesamtfläche beträgt, formuliert. Querschnitte mit dieser Voraussetzung können mit dem vollplastischen Biegemoment als plastische Querschnittstragfähigkeit bemessen werden

Eine FE-Untersuchung mit Schalenelementen des teilplastischen Spannung-Dehnungszustandes bekräftigt die gemachten Aussagen und deutet bei hohen Stegen die Abweichung von der Annahme der Balkentheorie, dem Ebenbleiben der Querschnitte, an.

4 Verzweigungslast unter Voraussetzung der Querschnittstreue

Für geometrisch und stofflich ideale Tragstrukturen existieren bei höheren Lasten als der idealen Verzweigungslast mehrere Verformungslagen in denen Gleichgewicht herrscht. Gesucht ist die Verformungslage im Grenzzustand der Stabilität.

Im Grundzustand der idealen Tragstruktur treten Verformungen nur in der Belastungsebene auf. Unter kleineren Lasten als der idealen Verzweigungslast reagiert die ideale Tragstruktur mit Verformungen im Grundzustand und ist stabil (Bild 4.1).

Unter der idealen Verzweigungslast existiert neben dem Grundzustand auch eine ausgelenkte Gleichgewichtslage. In der ausgelenkten Lage entstehen Abtriebskräfte, die wiederum zur Vergrößerung der Auslenkung führen, also destabilisierend wirken. Die ideale Tragstruktur verhält sich indifferent.

Für die Bemessung instabilitätsgefährdeter Tragwerke kann die Verzweigungslast nicht direkt herangezogen werden. Die reale Tragfähigkeit ist durch Imperfektionen der Tragstruktur und der Lasteinleitung reduziert. Jedoch gilt die Verzweigungslast als Eingangswert um das reale, durch Instabilität und Imperfektionen beeinflusste Tragverhalten über den Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}$ abzuschätzen. In direkter Folge kann mit einer zugehörigen Traglastabminderungsbeziehung der Tragsicherheitsnachweis mit der abgeminderten Tragfähigkeit geführt werden.

Wenn im Folgenden von Stabilität gesprochen wird, so ist damit immer die Stabilität der idealen Struktur gemeint.

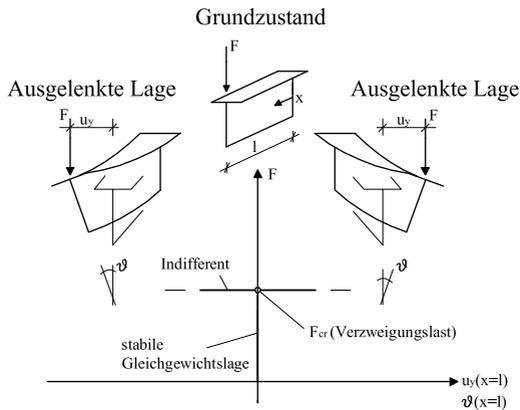


Bild 4.1: Mögliche Gleichgewichtslagen bei indifferentem Gleichgewicht von T-Kragträgern.

Die Berechnung der Verzweigungslast unter der Voraussetzung der Querschnittstreue (Stabstabilität, Biegedrillknicken) wird in diesem Kapitel mit drei Näherungsverfahren behandelt.

1. In Abschnitt 4.3 wird ein FE-Modell mit Schalenelementen mit dem FE-Programm ANSYS betrachtet. Die Querschnittstreue wird durch gezielte Kopplungen erreicht. Mit den sortierten idealen Verzweigungslasten lassen sich für einige Lagerungen und Lastfälle empirische Näherungslösungen formulieren.
2. In Abschnitt 4.4 wird die querschnittstreu Stabstabilität mit der Variation der potentiellen Energie nach der Rayleigh/Ritzschen Methode untersucht. Die Folgerungen aus diesem Abschnitt führen zur Anwendung der FEM.
3. Abschnitt 4.5 beinhaltet die Herleitung und Anwendung eines finiten Stabelementes. Unter Anwendung der FEM wird für das vorliegende Problem ein finites Stabelement abgeleitet. Mit diesem Stabelement sind für alle Lagerungen bei denen die Stabstabilität gefährdet sein kann und verschiedenen Lastfällen Verzweigungslasten ermittelbar.

4.1 Methoden zur Berechnung der idealen Verzweigungslasten

Die Betrachtung der Querschnittsverzerrung beim vorliegenden Gesamtstabilitätsproblem des Kragträgers mit T-Profil erfolgte bereits mit Untersuchungen zur Plattenstabilität des Stegs in Abschnitt 2.2.

Alternativ kann bei kontinuierlich seitlich gelagerten T-Kragträgern die Stabilität mit der Betrachtung des in den Flansch teileingespannten Stegs bewertet werden. In Abschnitt 2.2.4 wird die Herangehensweise an das Gesamtstabilitätsproblem der T-Kragträger kurz erläutert.

4.1 Methoden zur Berechnung der idealen Verzweigungslasten

Im Folgenden soll ein Überblick über die Methoden zur Berechnung idealer Verzweigungslasten des Kragträgers gegeben werden.

4.1.1 Gleichgewichtsmethode

Mit dem Aufstellen der Gleichgewichtsbeziehungen am ausgelenkten differentiellen Balkenelement unter Berücksichtigung des komplexen Biege- und Verdrehvorganges leiten sich die elastostatischen Grundbeziehungen als System von gekoppelten Differentialgleichungen ab, welches unter der Voraussetzung linear-elastischen Materials, die elastischen Verformungen (Biegungen und Drillung) beschreibt. Nach /Roik, Carl, Lindner 1972/ (Bild 4.2) lautet das Differentialgleichungssystem des allgemeinen Biegetorsionsstabes mit den hier benutzten Bezeichnungen für die Verschiebungen des Schubmittelpunktes $u_{yM} = \eta_M$ und $u_{zM} = \zeta_M$:

$$\begin{aligned} GI_t \vartheta'' - EI_w \vartheta^{IV} + \{ \vartheta' (N_x i_M^2 - M_z r_{My} + M_y r_{Mz} + M_w r_{Mw}) \}' - \\ - M_y u_{yM}'' - M_z u_{zM}'' + N_x (z_M u_{yM}'') - y_M u_{zM}'' - p_z z_p \vartheta - \\ - p_y y_p^M + m_a = 0, \end{aligned} \quad (4.1)$$
$$\begin{aligned} EI_y u_{zM}^{IV} + (M_z \vartheta)'' - [N_x (u_{zM}' - y_M \vartheta')] - p_z = 0 \\ EI_z u_{yM}^{IV} + (M_y \vartheta)'' - [N_x (u_{yM}' + z_M \vartheta')] - p_y = 0 \end{aligned}$$

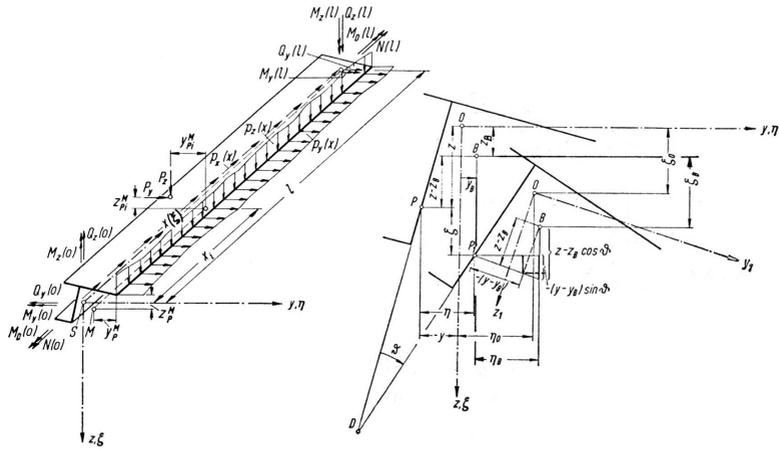


Bild 4.2: Koordinatensystem und Belastung eines allgemeinen Stabelements und Querschnitt in unverformter und verformter Lage nach Roik/Carl/Lindner /Roik, Carl, Lindner 1972/.

Zur Lösung des linearen Stabilitätsproblems des T-Kragträgers verbleiben aus den Gleichungen 4.1, für die in Bild 4.3 dargestellten Verformungen, die folgenden Bewegungs-Differentialgleichungen:

$$GI_t \vartheta'' - EI_w \vartheta^{IV} - (M_y r_{Mz} \vartheta')' - M_y u_{yM}'' = 0 \quad (4.2)$$

$$EI_z u_{yM}^{IV} + (M_y \vartheta)'' = 0 \quad (4.3)$$

Die mathematische Lösung des Eigenwertproblems des gekoppelten Differentialgleichungssystems (Gleichungen (4.2)(4.3)) führt zur Lösung des Stabilitätsproblems, wobei der kleinste positive Eigenwert der gesuchten idealen Verzweigungslast entspricht.

Über die Differentialgleichungen ergibt sich für freies Kippen aus den Gleichungen (4.2) (4.3) ein Zusammenhang zwischen seitlicher Verformung u_{yM} und der Verdrehung ϑ , womit bei einigen Herleitungen nur die Verdrehung betrachtet wird.

4.1 Methoden zur Berechnung der idealen Verzweigungslasten

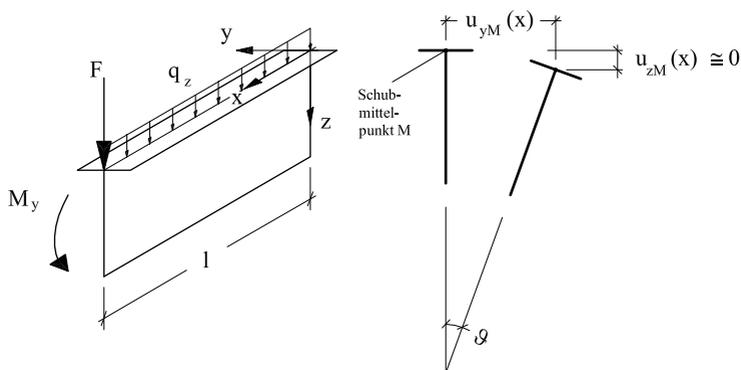


Bild 4.3: Koordinatensystem und Belastung des hier betrachteten Kragträgers mit T-förmigem Querschnitt in unverformter und verformter Lage mit Angabe der auf den Schubmittelpunkt bezogenen Verformungen.

Aus (4.3) folgt für die seitliche Verformung des Schubmittelpunktes

$$u''_{yM} = -\frac{M_y \vartheta}{EI_z} + \underbrace{C_1 x + C_2}_0. \quad (4.4)$$

Durch Einsetzen in (4.2) erhält man

$$GI_t \vartheta'' - EI_w \vartheta^{IV} - (M_y r_{Mz} \vartheta')' + \frac{M_y^2}{EI_z} \vartheta = 0. \quad (4.5)$$

Die nichttriviale Lösung dieser Differentialgleichung *IV*ten Grades entspricht der Lösung des Stabilitätsproblems des T-Kragträgers bei freier Kippung. Allerdings sei hier schon vermerkt, dass nur in wenigen Fällen die geschlossene Lösung zugänglich ist und daher Näherungsverfahren bevorzugt verwendet werden.

4.1.2 Energiemethode

Das Potential des Biege-Torsionsproblems von Stäben mit offenem einfachsymmetrischem Profil unter Querbelastrung in Richtung der Symmetrieachse mit Last-

angriff auf der Symmetrieachse lautet z.B nach /Roik, Carl, Lindner 1972/ mit den hier verwendeten Bezeichnungen der Verformungen nach Bild 4.3

$$\begin{aligned}
 \Pi &= \Pi^{(i)} + \Pi^{(a)} = \int F(x, u''_{yM}, u_{zM}, u''_{zM}, \vartheta, \vartheta', \vartheta'') dz \\
 &= \frac{1}{2} \int_{x=0}^l \{ EI_z u''_{yM}{}^2 + EI_y u''_{zM}{}^2 + EI_w \vartheta''^2 + GI_t \vartheta'^2 + M_y (2u''_{yM} \vartheta + r_{Mz} \vartheta'^2) \} dx \\
 &\quad - \int_{x=0}^l \{ p_z (u_{zM} - \frac{1}{2} z_p^M \vartheta^2) \} dx - \sum_i P_z i (u_{zM} - \frac{1}{2} z_p^M \vartheta^2). \tag{4.6}
 \end{aligned}$$

Nach dem „**Prinzip vom stationären Wert der potentiellen Energie**“ muss im Gleichgewichtsfall die erste Variation δ der gesamten potentiellen Energie $\delta\Pi$ des Systems zu Null werden, damit der Wert der gesamten potentiellen Energie des Systems stationär ist (Zitat /Fischer 1966/).

$$\Pi = \text{const.} \rightsquigarrow \delta\Pi = 0 \tag{4.7}$$

Unter der idealen Verzweigungslast im Stabilitätsfall sind mehrere Gleichgewichtslagen möglich, in denen der Wert der potentiellen Energie stationär ist. In diesen indifferenten Gleichgewichtszuständen muss dann der Wert der ersten Variation der gesamten potentiellen Energie jeweils Null sein. Existiert unter gleicher Last neben dem sich im Gleichgewicht befindlichen Grundzustand mit $\delta\Pi_0 = 0$ noch ein ebensolcher Nachbarzustand mit $\delta\Pi_I = 0$, so sind diese Gleichgewichtszustände indifferent und die zugehörige Last ist die ideale Verzweigungslast. Mit der speziellen Variation $\bar{\delta}$ des Grundzustandes geht dieser unter Berücksichtigung der Glieder bis zweiter Ordnung in den Nachbarzustand über.

$$\Pi_I = \Pi_0 + \bar{\Delta}\Pi_0 = \Pi_0 + \bar{\delta}\Pi_0 + \frac{1}{2!} \bar{\delta}^2 \Pi_0 \tag{4.8}$$

Da der Grundzustand im Gleichgewicht ist, gilt

$$\bar{\delta}\Pi_0 = 0 \rightsquigarrow \Pi_I = \Pi_0 + \frac{1}{2!} \bar{\delta}^2 \Pi_0 \tag{4.9}$$

4.1 Methoden zur Berechnung der idealen Verzweigungslasten

Aus der Bedingung, dass der Nachbarzustand ebenfalls ein Gleichgewichtszustand ist folgt:

$$\begin{aligned}\delta\bar{\Pi}_0 &= \delta(\Pi_0 + \frac{1}{2}\bar{\delta}^2\Pi_0) = 0 \\ \leadsto \delta\Pi_0 + \delta(\frac{1}{2}\bar{\delta}^2\Pi_0) &= 0\end{aligned}\quad (4.10)$$

Hieraus erhält man mit $\delta\Pi_0 = 0$ und der speziellen zweiten Variation $\bar{\delta}^2$ der potentiellen Energie des Grundzustandes Π_0 das hinreichende und notwendige Kriterium für indifferentes Gleichgewicht:

$$\delta(\frac{1}{2}\bar{\delta}^2\Pi_0) = 0 \quad \text{oder} \quad \delta(\bar{\delta}^2\Pi_0) = 0 \quad (4.11)$$

Die notwendige Bedingung lautet

$$\bar{\delta}^2\Pi_0 = 0 \quad (4.12)$$

und sagt aus, dass zur Verschiebung des Systems in mindestens eine spezielle Nachbarlage keine Energie aufzuwenden ist.

Geht man nach dem **Raleigh/Ritzschen Näherungsverfahren** vor und setzt anstelle der unbekanntes idealen Eigenform, also der 'Knickfigur' des Systems, eine Näherung

$$\vartheta(x) = C_1 \cdot u_1 + C_2 \cdot u_2 \dots C_n \cdot u_n \quad (4.13)$$

mit den Koeffizienten C_1, C_2, \dots, C_n der geometrisch zulässigen n Ansatz-Funktionen u_1, u_2, \dots, u_n zur Potentialbestimmung an, so wird für diese Näherung $\bar{\delta}^2\Pi_0 > 0$. Der Sollwert für indifferentes Gleichgewicht $\bar{\delta}^2\Pi_0 = 0$ stellt für die Näherung ein Minimum dar. Wendet man die Bedingung dafür $\delta(\bar{\delta}^2\Pi_0)$ auf den Näherungsansatz

$$\frac{\partial(\bar{\delta}^2\Pi)}{\partial C_1} = 0; \quad \frac{\partial(\bar{\delta}^2\Pi)}{\partial C_2} = 0; \quad \dots \quad \frac{\partial(\bar{\delta}^2\Pi)}{\partial C_n} = 0 \quad (4.14)$$

an, ergibt sich für die Koeffizienten ein homogenes Gleichungssystem. Teilt man das Gleichungssystem in systemabhängige Anteile und lastabhängige Anteile auf

und skaliert den lastabhängigen Anteil mit einem unbekanntem Faktor λ , ergibt sich das Gleichungssystem in der bevorzugten Schreibweise zur Eigenwertermittlung.

$$(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{B})\mathbf{u} = \mathbf{0} \tag{4.15}$$

Die gesuchte nichttriviale Lösung dieses Gleichungssystemes fordert das Verschwinden der Koeffizientendeterminante. Aus dem charakteristischem Polynom n -ten Grades ergeben sich schließlich n Eigenwerte, deren betragsmäßig kleinster näherungsweise der gesuchten Verzweigungslast entspricht. Bei größeren Gleichungssystemen dienen zur Ermittlung des kleinsten Eigenwertes Iterationsverfahren, wie z.B. die inverse Vektoriteration nach *R.v.Mises*, (siehe hierzu z.B. /Lauermann 2003/).

Die Güte der so ermittelten Stabilitätsgrenze hängt von der Güte der Näherung des Verformungsansatzes ab. Die mit dem Verformungsansatz ermittelte Verzweigungslast wird immer höher als die theoretisch exakte ausfallen. Es handelt sich also um eine auf der unsicheren Seite liegenden Näherung, deren Fehler umso geringer ist, je genauer der Verformungsansatz ist.

¹ Die von *Bubinow* begründete und von *Galerkin* weiterentwickelte Variante energetischer Näherungsverfahren, das „**Galerkin-Verfahren**“, nimmt, bei schärferen Forderungen hinsichtlich der Ansatzfunktionen, direkt Bezug auf die bekannten Differentialgleichungen des Problems. Die Ansatzfunktionen müssen bei Anwendung dieses Verfahrens neben den geometrischen auch die dynamischen Randbedingungen erfüllen. Mit den Ansatzfunktionen (gemäß Gl.(4.13))

$$\vartheta(x) = \sum_i^n C_{\vartheta,i} \vartheta_i \tag{4.16}$$

$$u_{yM}(x) = \sum_i^n C_{u,i} u_{yMi} \tag{4.17}$$

und den das Problem beschreibenden Differentialgleichungen Gleichung 4.2 $D_{\vartheta}[\vartheta, u_{yM}]$ und Gleichung 4.3 $D_{u_{yM}}[\vartheta, u_{yM}]$ werden die *Galerkinschen* Gleichun-

¹nach /Steup 1990/

gen aus den Produktintegralen

$$\int_0^l D_{\vartheta}[\vartheta, u_{yM}] \cdot \vartheta_i = 0 \quad (4.18)$$

$$\int_0^l D_u[\vartheta, u_{yM}] \cdot u_{yMi} = 0 \quad (4.19)$$

abgeleitet. Die seitlichen Verformungen u_{yM} beziehen sich auf den Schubmittelpunkt und erhalten daher den Index M .

Die nichttriviale Lösung des abgeleiteten homogenen Gleichungssystems führt wiederum näherungsweise von oben zur Stabilitätsgrenze.

Anstatt der beiden Bewegungs-Differentialgleichungen bezüglich des Drillens D_{ϑ} und der Verschiebung des Schubmittelpunktes $D_{u_{yM}}$ kann das *Galerkin*-Verfahren auch auf die kombinierte Gleichung (4.5) mit nur einer einzigen Verformungsgröße, der Verdrehung ϑ angewendet werden. Dann müsste nur für die Verdrehung ϑ ein Ansatz gemacht werden, der allerdings einer höheren Güte entsprechen sollte.

Können die dynamischen Randbedingungen mit den Ansatzfunktionen nicht erfüllt werden, so sind, wie *Leipholz* gezeigt hat, Randkorrekturen gemäß

$$\int_0^l D[\vartheta] \vartheta_i + \left[\vartheta_i \frac{\partial F}{\partial \vartheta'} \right]_0^l - \left[\vartheta_i \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial \vartheta'} \right) \right]_0^l + \left[\vartheta_i' \frac{\partial F}{\partial \vartheta''} \right]_0^l = 0 \quad (4.20)$$

erforderlich.

4.1.3 FE-Methode

In der finiten Elemente Methode betrachtet man die Struktur in zusammenhängenden Teilbereichen, eben den finiten Elementen. Für jedes einzelne (finite) Element kann mit einem relativ einfachen Ansatz der Verformungen über den Elementbereich die potentielle Energie ermittelt werden. Die FE-Methode ist, wie das

Ritzsche Verfahren, eine Energiemethode, wobei der eingliedrige Verformungsansatz auf Teilbereiche der Struktur angewendet wird.

An den Stoßstellen, den Knoten der finiten Elemente müssen die Kontinuität der Verformungen erfüllt sein. Daher ist der Verformungsansatz über die Elemente so zu wählen, dass die in der herangezogenen Potentialgleichung auftretenden Ableitungen mindestens linear veränderlich sind und so die Ableitungen an den Knoten den stetigen Übergang (Kontinuität) erfüllen.

Aus den Anteilen der potentiellen Energien der einzelnen Elemente ergibt sich dann das Gesamtpotential zu:

$$\Pi = \frac{1}{2} \left(\sum_{Elemente} u^T \cdot \mathbf{K}_e \cdot u \right) - u \cdot F \quad (4.21)$$

mit \mathbf{K}_e : Elementsteifigkeitsmatrix
 u : Knotenverformungsvektor
 F : Knotenkraftvektor

Aus der Forderung des Minimums der potentiellen Energie für statisches Gleichgewicht ergibt sich die Steifigkeitsmatrix \mathbf{K}_{ges} für die gesamte Struktur.

$$\delta \Pi = \frac{\partial \Pi}{\partial u} = 0 = (\sum \mathbf{K}_e \cdot u) - F \quad (4.22)$$

$$\mathbf{K}_{ges} \cdot u = F \quad (4.23)$$

Aus der Lösung des Gleichungssystems ergeben sich die unbekanntenen Verformungen u und daraus aus der Rückrechnung die Schnittgrößen des Systems.

Die notwendige Bedingung für indifferentes Gleichgewicht ist

$$\delta^2 \Pi = 0 \quad (4.24)$$

Deshalb entspricht die nichttriviale Lösung des homogenen Gleichungssystems 4.23 der idealen Verzweigungslast der instabilitätsgefährdeten Struktur.

4.1 Methoden zur Berechnung der idealen Verzweigungslasten

Hierzu wird die Elementsteifigkeitsmatrix in system- und lastabhängige Teile aufgespalten und den lastabhängigen Anteilen wiederum der Faktor λ vorangestellt.

$$\left(\mathbf{K}_{sys} + \lambda \mathbf{K}_{geo} \right) u = 0 \quad (4.25)$$

mit \mathbf{K}_{sys} : Systemabhängige Elementsteifigkeitsmatrix
 \mathbf{K}_{geo} : geometrische oder lastabhängige Elementsteifigkeitsmatrix

Das Gleichungssystem wird mit einer gewählten Einheitslast aufgestellt. Der kleinste Eigenwert λ der Gleichung 4.25 entspricht dem auf die Einheitslast bezogenen Laststeigerungsfaktor zur idealen Verzweigungslast.

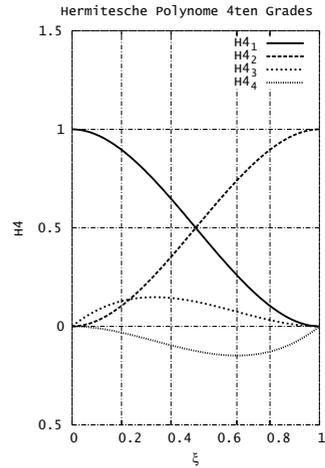
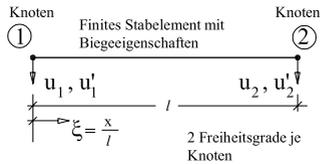
Der Vorteil der finiten Elemente Methode liegt in der Kompensation eines ungenauen, jedoch einfachen, die Ableitungen der Verformungen in der Potentialgleichung erfüllenden Ansatzes durch mehrere Elemente. Die standardisierte Vorgehensweise ist von Vorteil für die Programmierung.

Die Güte der Berechnungsergebnisse richtet sich zum einen nach der gewählten Anzahl der Elemente und zum anderen danach, welche system- und lastabhängigen Anteile in der Elementsteifigkeitsmatrix erfasst sind. Die Komplexität eines kompletten nichtlinearen Stabelementes nach der nichtlinearen Biegetorsionstheorie (BT II) zeigt /Salzgeber 2000/.

Stabelemente unterscheiden sich in der Elementformulierung, d.h. im Aufbau der Elementsteifigkeitsmatrix. Ein Fachwerkstab bedarf nicht der Biegeanteile. Ein Stab mit doppeltsymmetrischem Querschnitt bedarf nicht gewisser Querschnittswerte der allgemeinen Biegetorsionstheorie.

Für Stabelemente mit Berücksichtigung von Biegeanteilen genügt für den Verschiebungsfreiheitsgrad ein kubischer *Hermite*scher Polynomansatz über die Elementlänge. Bild 4.4 zeigt diese Verformungsansätze.

Die Eigenwertuntersuchung mit der FE-Methode der idealen Struktur unter der Annahme idealelastischem Materialverhaltens wird als Lineare Analyse (LA) bezeichnet.



$$H4(\xi) = \begin{bmatrix} H4_1 \\ H4_2 \\ H4_3 \\ H4_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \xi \\ \xi^2 \\ \xi^3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{u}(\xi) = H4(\xi)[u_1, u_1', u_2, u_2']^T$$

Bild 4.4: Hermitesche Ansatzfunktionen der Verformungen für das biegegesteife finite Stabelement.

Bild 4.5 zeigt das Verhältnis der idealen Knicklasten der linearen Analysen (LA) nach der FE-Methode $N_{cr,FE}$ und der Lösung der Differentialgleichung $N_{cr,Analytisch} = \pi^2 \frac{EI}{s_k^2}$ für die vier Eulerfälle bei unterschiedlicher Zahl der Elemente. Die ideale Verzweigungslast für einen Knickstab nach Eulerfall 1 wird mit der FE-Methode bereits mit einem Element mit nur 0,75% Abweichung zur analytischen Lösung ermittelt. In diesem Fall wird die gute Näherung der idealen Verzweigungslast erhalten, weil der verwendete Verformungsansatz über ein Element der tatsächlichen sinusförmigen Knickfigur sehr ähnlichen ist.

Für die Eulerfälle 2 und 3 ist eine gute Näherung der idealen Knicklast mit mehr als 2 Elementen möglich. Eulerfall 4 lässt sich mit einem einzigen Element nicht annähern. Das Modell muss mindestens aus 2 Elementen bestehen um überhaupt eine Näherung der Knicklast zu erhalten.

In dieser Arbeit wird immer wieder auf die FE-Berechnung mit dem nichtlinearen FE-Programm ANSYS² mit Schalenelementen des Typs Shell 43 zurückgegrif-

²ANSYS ist ein Produkt der ANSYS Inc. Southpointe 275 Technology Drive Canonsburg, PA 15317

4.1 Methoden zur Berechnung der idealen Verzweigungslasten

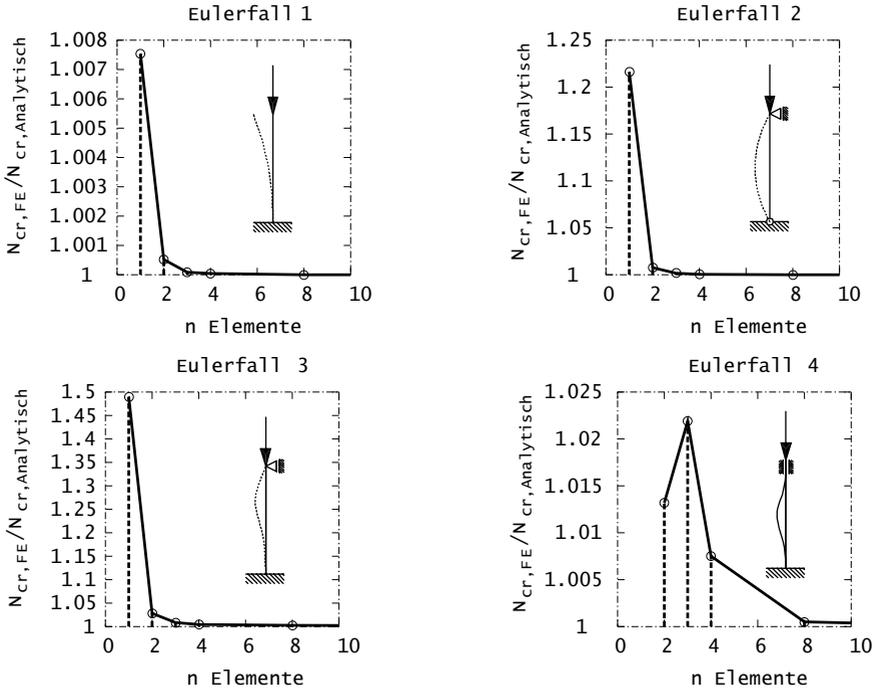


Bild 4.5: Untersuchung der Güte der idealen Verzweigungslast nach der FE-Methode in Abhängigkeit der Elementzahl am Beispiel des Knickstabes für die vier Eulerfälle

fen. Durch die Modellierung mit Schalelementen sind Querschnittsverzerrung zusätzlich zu den globalen Stabverformungen, also die Betrachtung des Gesamtstabilitätsverhaltens möglich. Die Spezifikationen dieses Elements können dem /Ansys-Manual/ entnommen werden. Zusätzlich bietet ANSYS eine gute Visualisierung der Eigenformen und Verformungsfiguren. Bild 2.2 zeigt die Eigenformen von freien T-Kragträgern mit Einzellast am freien Ende nach *Prandtl* und nach den FE-Schalenmodellen ohne und mit Flansch.

<http://www.ansys.com>

Ausführliche Informationen zur Methode der finiten Elemente können /Bathe 2002, Gross/Hauger/Schnell 1995, Mueller, Rehfeld, Katheder 1995, Zienkiewicz 1975/ entnommen werden.

4.2 Querschnittswerte für den Biegedrillknicknachweis

Dem Verdrehen und seitlichen Ausweichen beim Biegedrillknicken wirken Seitensteifigkeit und Torsionssteifigkeit stabilisierend entgegen. Wegen der ohnehin geringen Torsionssteifigkeit des T-Querschnittes ist die Genauigkeit bei der Bestimmung dieser Steifigkeit von Bedeutung in Bezug auf den Stabilitätsnachweis des Kragträgers.

Es werden daher folgende Querschnittswerte bestimmt:

- I_z : Flächenmoment 2.Grades um die schwache Querschnittsachse.
- I_t : Torsionsflächenmoment 2.Grades (St. Venantscher Torsionswiderstand).
- z_M : Lage des Schubmittelpunktes im Schwerachsenkoordinatensystem.
- I_w : Wölbflächenmoment 2.Grades (Wölbwiderstand).
- r_{Mz} : Auf den Schubmittelpunkt bezogene Querschnittsstrecke.

Das **Flächenmoment 2.Grades** um die schwache Querschnittsteilachse für den T-Querschnitt ist:

$$I_z = I_{z,f} + I_{z,w} \tag{4.26}$$

mit:

$$\begin{aligned} I_{z,f} &= \frac{1}{12} b_f^3 t_f \\ I_{z,w} &= \frac{1}{12} t_w^3 h_w \approx 0 \end{aligned}$$

4.2 Querschnittswerte für den Biegedrillknicknachweis

Die Bestimmungsgleichung des **Torsionsflächenmomentes 2.Grades** eines aus Rechteckelementen zusammengesetzten Querschnitts lautet allgemein

$$I_t = \frac{1}{3} \sum b t^3, \quad (4.27)$$

wobei b die Höhe und t die Dicke des rechteckigen Querschnittselementes sind.

Für Stahlbautypische Querschnitte (walzträgerähnlich) wurde diese Berechnungsform bereits durch /Föppl 1921/ bestätigt und für Abweichungen von den Ergebnissen der Berechnungsform nach Gleichung 4.27, Korrekturfaktoren η bestimmt, womit die bei Walzträgern typischen Ausrundungen zwischen Flansch und Steg berücksichtigt werden können.

Für das Torsionsflächenmoment 2.Grades des T-Profiles lautet die Bestimmungsgleichung:

$$I_t = \eta \frac{1}{3} \sum b t^3 = \eta \frac{1}{3} [h_w t_w^3 + b_f t_f^3], \quad (4.28)$$

mit:

$\eta = 1,12$ für T-Profil aus Walzträger mit Ausrundungen

$\eta = 1,00$ geschweißtes T-Profil

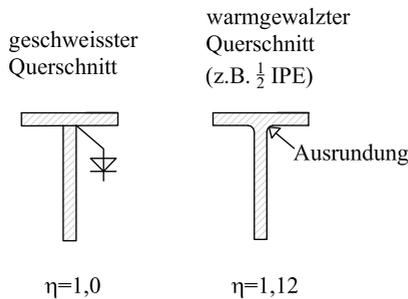


Bild 4.6: Korrekturfaktoren für T-Querschnitte zur Berechnung des Torsionsflächenmomentes 2.Grades

4.2.1 Lage des Schubmittelpunktes

Querschnittswerte von Stahlquerschnitten werden allgemein üblich unter Verzicht der Auswertung der Querschnittsintegrale über die Blechdicken ermittelt. Der Querschnitt wird gedanklich auf die Profilmittellinien (Systemlinien) reduziert, was für dünnwandige Querschnitte zulässig ist. Der Schubmittelpunkt des als *dünnwandig betrachteten* T-Querschnittes liegt im Schnittpunkt der Profilmittellinien von Flansch und Steg.

T-Querschnitte können allerdings relativ gedrungen (dickwandig) (Einhaltung der Grenzwerte b/t nach *Brune* für die Querschnittsklasse 2 nach EC3) oder mit geringem Flanschflächenanteil (δ_f) ausfallen. Bei genauerem Ansatz unter Berücksichtigung der Blechdicken, der *dickwandigen Betrachtungsweise*, liegt der Schubmittelpunkt nicht im Schnittpunkt der Querschnitts-Systemlinien.

Die genaue Lage des Schubmittelpunktes z_M des einfachsymmetrischen T-Querschnittes läßt sich aus der Gleichgewichtsbetrachtung der Resultierenden der Schubflüsse von Flansch T_f und Steg T_w mit der zum Flansch parallelen Querkraft V_y gewinnen, siehe Bild 4.7.

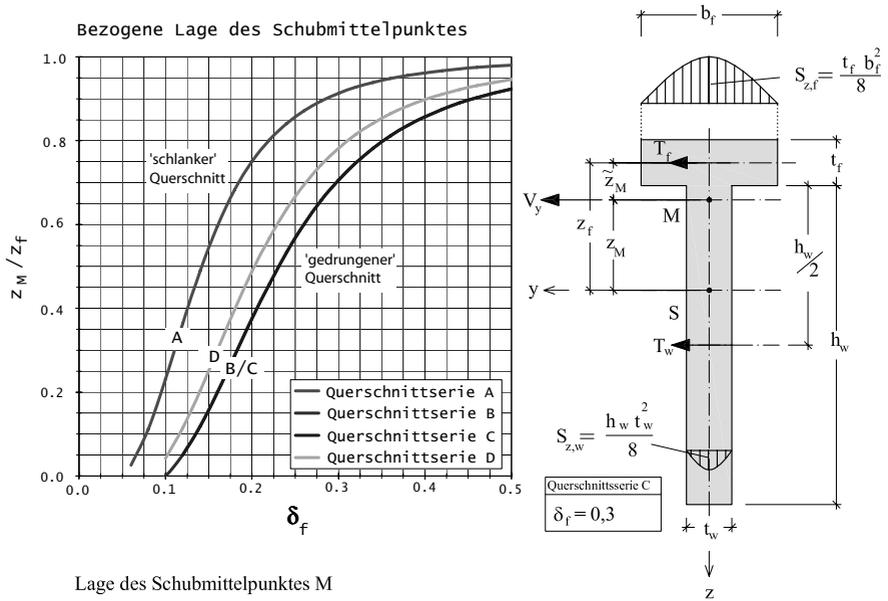
Für die Resultierenden der Schubflüsse gilt:

$$T_f = -\frac{V_y}{I_z} \int_0^{b_f} S_z ds = -\frac{V_y}{I_z} \frac{t_f b_f^3}{12} = -\frac{V_y}{I_z} I_{z,f} \quad (4.29)$$

$$T_w = -\frac{V_y}{I_z} \int_0^{t_w} S_z ds = -\frac{V_y}{I_z} \frac{h_w t_w^3}{12} = -\frac{V_y}{I_z} I_{z,w} \quad (4.30)$$

Ein Torsionsbiegemoment entsteht nur, wenn die Wirkungslinie der Querkraft V_y nicht durch den Schubmittelpunkt M des Querschnittes führt. Aus dem Biegemomentengleichgewicht um den Schubmittelpunkt können die Hebelarme, also die Lage des Schubmittelpunktes bestimmt werden.

4.2 Querschnittswerte für den Biegedrillknicknachweis



Lage des Schubmittelpunktes M

Querschnittserie C (wie B): $t_w = 1,0 \text{ cm}$ $t_f = 1,0 \text{ cm}$ $A_{ges} = 10 \text{ cm}^2$

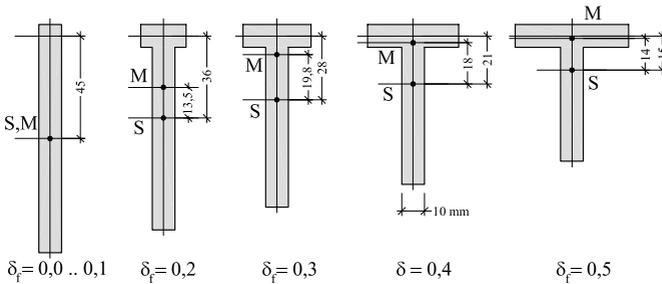


Bild 4.7: Bezogene Lage des Schubmittelpunktes, sowie die Lage des Schubmittelpunktes beim T-Querschnitt bei dickwandiger Betrachtungsweise, sowie Schubflüsse von Flansch und Steg infolge einer Querkraft V_y und die Veränderung der Lage des Schubmittelpunktes M bei Querschnitten der Querschnittsserie C mit unterschiedlichen Flanschflächenanteilen

$$\tilde{z}_M = -\frac{\frac{1}{2}(h_w + t_f) \cdot T_w}{T_f + T_w} = -\frac{\frac{1}{2}(h_w + t_f) \cdot I_{z,w}}{I_z} \quad (4.31)$$

$$z_M = z_f - \tilde{z}_M \quad (4.32)$$

$$z_M = \frac{1}{2}(h_w + t_f) \left[\frac{I_{z,w}}{I_z} - \frac{A_w}{A} \right] \quad (4.33)$$

Querschnittsreihe	A	B	C	D
$t_w/t_f/A$	1,0/1,0/20	2,0/1,75/35	1,0/1,0/10	1,0/1,0/12
$\delta_f = 0,1$	0,111	0,000	0,000	0,042
	0,2	0,375	0,375	0,488
z_M/z_f	0,3	0,706	0,706	0,782
	0,4	0,857	0,857	0,898
	0,5	0,923	0,923	0,946

Tabelle 4.1: Werte der auf die Flanschachse bezogenen Lage des Schubmittelpunktes z_M/z_f unterschiedlicher Querschnitte von 4 Querschnittsreihen

Bild 4.7 gibt einen Überblick über die Lage des Schubmittelpunktes bei einem T-Querschnitt mit und ohne Flansch. In Zusammenhang mit der Darstellung der Querschnittsreihe C wird deutlich, dass die Lage des Schubmittelpunktes M nicht vereinfachend im Schnittpunkt der Profilmittellinien angenommen werden sollte. So liegt bei dem Rechteckquerschnitt $\delta_f = 0,0 \dots 0,1$ der Schubmittelpunkt im Schwerpunkt des Querschnittes. Bei Querschnitten mit Flansch ($\delta_f > 0,1$) liegt der Schubmittelpunkt zwischen dem Schwerpunkt S und dem Schnittpunkt der Profilmittellinien. Mit zunehmenden Flanschanteil nähert sich der Schubmittelpunkt dem Schnittpunkt der Profilmittellinien an. Beim ausgeprägten T-Querschnitt der Serie C mit 50% Flanschflächenanteil liegt der Schubmittelpunkt annähernd im Schnittpunkt der Achsen von Flansch und Steg.

Die Annäherung ist je nach Querschnittsausbildung (schlanke oder gedrungene Bleche) unterschiedlich. Mit der Kurvendarstellung der bezogenen Lage des

4.2 Querschnittswerte für den Biegedrillknicknachweis

Schubmittelpunktes über dem Flächenanteil δ_f ist ersichtlich, dass bei gleichem Flanschflächenanteil der Schubmittelpunkt bei 'schlanken' dünnwandigen Querschnitten näher am Schnittpunkt der Achsen von Flansch und Steg liegt als bei 'gedrungenen' dickwandigen Querschnitten.

Dennoch ist die Ausbildung von Querschnitten mit $\delta_f = 0,2$ sinnvoll, da, je geringer der Flanschflächenanteil ist, desto höher ist die Biegesteifigkeit um die starke Achse und damit die Tragfähigkeit. T-Querschnitte sind umso wirtschaftlicher je geringer der Flanschflächenanteil ist.

Der Schubmittelpunkt liegt dann bei einem aus dem Stegblech $160\text{ mm} \times 10$ und dem Flanschblech $40\text{ mm} \times 10$ gebildeten 'schlanken' Querschnitt 17 mm unterhalb des Schnittpunktes der Profilmittellinien von Flansch und Steg.

In Tabelle 4.1 sind die bezogenen Werte der Lage des Schubmittelpunktes für einige Querschnitte der Querschnittsserien A,B,C und D aufgeschrieben. Die Lage des Schubmittelpunktes der Querschnittsserie B und C sind identisch.

Die Lage des Schubmittelpunktes hat Einfluss auf die Berechnung des Wölbflächenmomentes I_w und der Querschnittsstrecke r_{Mz} . Beide Querschnittswerte beeinflussen wiederum die Steifigkeit und die geometrische (nichtlineare) Steifigkeit des biegebelasteten Kragträgers im Stabilitätsfalle. Die zu ermittelnde Verzweigungslast im Stabilitätsfall hängt dann im Grunde von der Lage des Schubmittelpunktes ab, weswegen die genaue Lage bekannt sein sollte.

4.2.2 Das Wölbflächenmoment

Gewöhnlich werden die Querschnitte im Stahlbau dünnwandig betrachtet. In die Berechnung einiger Querschnittswerte wird nicht über die Querschnittsteildicke integriert. Dieses Vorgehen ist bei dünnwandigen Querschnitten auch zulässig. Man spricht auch von der dünnwandigen Betrachtungsweise.

Für den T-Querschnitt bedeutet die dünnwandige Betrachtungsweise, dass der Schubmittelpunkt im Schnittpunkt der Mittellinien von Flansch und Steg liegt und weiter, dass das Wölbflächenmoment $I_w = 0$, also keine Wölbsteifigkeit vorhanden ist.

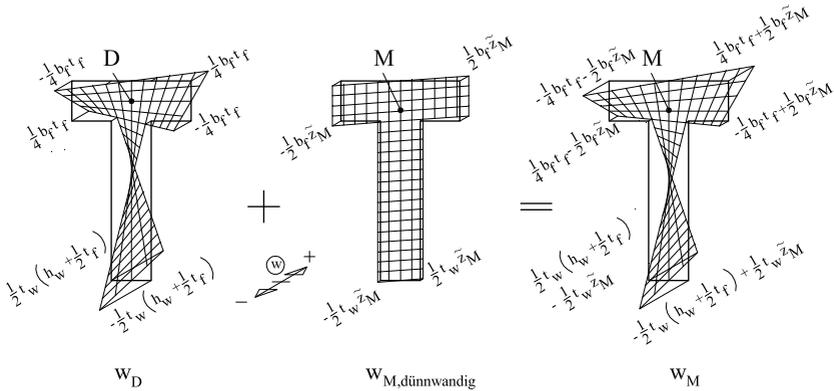


Bild 4.8: Einheitsverwölbungsflächen w_M des als dickwandig betrachteten T-Querschnittes, gewonnen aus der Überlagerung einzelner Anteile

Bei Berücksichtigung der Querschnittsteildicke, liegt, wie schon dargelegt, der Schubmittelpunkt nicht immer im Schnittpunkt der Mittellinien von Flansch und Steg. Damit ist auch eine geringe Wölbsteifigkeit vorhanden.

Für die Stabilität von Kragträgern mit T-Querschnitt gegen Biegedrillknicken ist der Beitrag der Wölbsteifigkeit bei einigen Querschnittsausbildungen von Bedeutung, weil die Saint Venantsche Torsionssteifigkeit sehr gering ist. Eine geringe Wölbsteifigkeit stabilisiert den Träger zusätzlich. Um die Stabilität der Träger zu Bewerten und den Nachweis zu führen sollte aus diesem Grund sollte die Wölbsteifigkeit nicht vernachlässigt werden. Voraussetzung für die Wirksamkeit der geringen Wölbsteifigkeit ist ein wölbstarres Einspannlager.

Das Wölbflächenmoment wird hier in 2 Anteile gespalten, die einfach zu berechnen sind. Dies ist zum Ersten der Anteil, wenn das Wölbflächenmoment des dickwandig betrachteten T-Querschnittes auf den Schnittpunkt der Profilmittellinien von Flansch und Steg bezogen wird ($I_{w,D}$) und zum Zweiten das auf den Schubmittelpunkt bezogene Wölbflächenmoment ($I_{w,M}$) des dünnwandig betrachteten T-Querschnittes. Das auf den Schubmittelpunkt bezogene Wölbflächenmoment

4.2 Querschnittswerte für den Biegedrillknicknachweis

des dickwandig betrachteten Querschnittes ($I_{w,M,ges}$) erhält man durch die hier zulässige Superposition der beiden Anteile, Bild 4.8. Die Zulässigkeit der Aufspaltung des Wölbflächenmomentes kann durch Überlegungen in Bezug auf die Einheitsverwölbungen der beiden Anteile am dickwandig betrachteten Querschnitt nachvollzogen werden.

Die Bestimmungsgleichung für das Wölbflächenmoment des dickwandig betrachteten T-Querschnittes lautet:

$$I_{w,M,ges} = \int_A w^2 dA \quad (4.34)$$

$$= I_{w,D} + I_{w,M} \quad (4.35)$$

$$= \frac{1}{144} b_f^3 t_f^3 + \frac{1}{36} \left(h_w + \frac{t_f}{2} \right)^3 t_w^3 - \underbrace{\frac{1}{192} t_f^3 t_w^3 - \tilde{z}_M^2 I_z}_{\cong 0} \quad (4.36)$$

Bild 4.9 zeigt die Entwicklung des Wölbflächenmomentes über dem Flanschflächenanteil. T-Querschnitte mit Flanschflächenanteil von $\delta_f \cong 0,2$ weisen das größte Wölbflächenmoment auf. Die 'schlanken' dünnwandigen Querschnitte der Serie A sind offenbar um ein Vielfaches wölbsteifer als die 'gedrungenen' Querschnitte der Serien B,C und D. Dies ist beachtlich weil gerade die 'schlanken' Querschnitte das geringere Torsionsflächenmoment aufweisen und somit stärker durch die Wölbsteifigkeit stabilisiert werden können.

4.2.3 Die auf den Schubmittelpunkt bezogene Querschnittsstrecke

Bei der Querschnittsstrecke handelt es sich um ein Querschnittsintegral, dass zur Bestimmung der geometrischen Steifigkeit im Stabilitätsfall nötig ist. Für den T-Querschnitt lautet die Bestimmungsgleichung wie folgt:

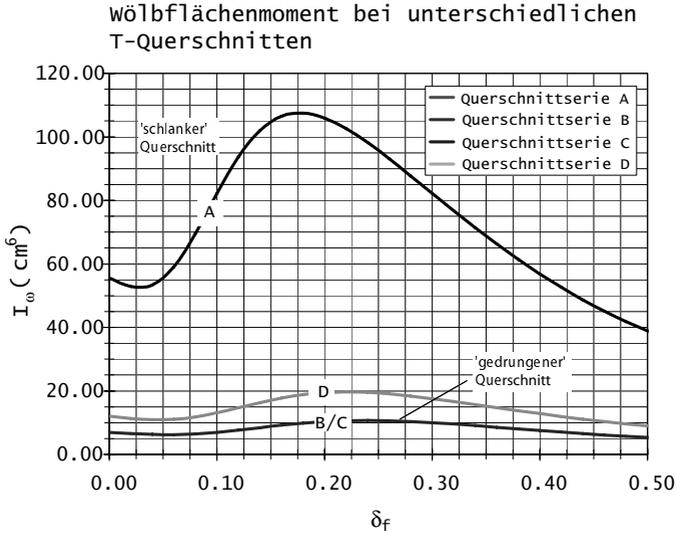


Bild 4.9: Wölbflächenmomente I_{ω} der Querschnitte der Serien A,B,C,D über dem Flanschflächenanteil δ_f .

$$\begin{aligned}
 r_{Mz} &= \frac{1}{I_y} \int_A z(y^2 + z^2) dA - 2z_M & (4.37) \\
 &= \frac{1}{I_y} \left\{ A_f z_f^3 + I_{z,f} \cdot z_f + \frac{1}{4} t_w [|z_f| z_f^3 + |(h_w + z_f)| (h_w + z_f)^3] \right\} - 2z_M
 \end{aligned}$$

mit der Koordinate des Flansches :

$$z_f = - \frac{\frac{1}{2}(h_w + t_f) \cdot A_w}{A}$$

Der Wert r_{Mz} ist positiv, wenn am positiven Rand (Lage) infolge der Belastungsrichtung negative Spannungen wirken. Im Fall des T-Kragträgers ist die positive Randfaser, also der untere Stegrand, gedrückt und somit der Wert r_{Mz} positiv.

4.3 Das ANSYS-Schalenmodell

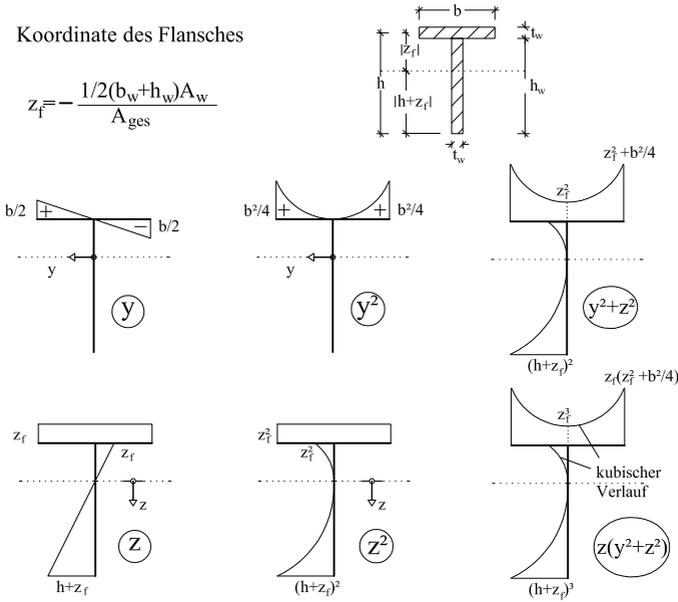


Bild 4.10: Querschnittsintegrale des allgemeinen T-Querschnittes zur Ermittlung der Querschnittsstrecke

4.3 Das ANSYS-Schalenmodell

Alle hier neu entwickelten Methoden zur Verzweigungslastberechnung, sowie auch die numerischen Traglastberechnungen in Abschnitt 5, wurden anhand geometrisch und/oder physikalisch nichtlinearer FE-Berechnungen mit dem Programm ANSYS unterschiedlicher Versionen überprüft. Alle mit diesem Programm berechneten Werte erhalten den Index ANSYS.

4.3.1 FE-Modell

FEM Programm ANSYS

Das kommerziell-wissenschaftliche FE-Programm *ANSYS* bietet die Möglichkeit für struktur-elastische Problemstellungen ideal-kritische Verzweigungslasten (LA) mit einer Eigenwertanalyse zu berechnen. Mit der möglichen Definition eines bilinearen linear elastischem - ideal plastischem Materialgesetz und dem Ansatz von beliebigen Vorverformungen können auch nichtlineare Strukturanalysen (GM-NIA) durchgeführt werden.

APDL-Macros

Für die Eingabe bietet sich die im *ANSYS*-Programm mit enthaltene Programmiersprache APDL an. Mit den APDL-Macros können Befehlsfolgen definiert und dem Programm als Eingabe übergeben werden.

Elementtyp

Das Schalenmodell wird aus Elementen des Typs Shell 43 oder Shell 181 aufgebaut.

Beide Elementtypen besitzen an den vier Knoten jeweils 6 Freiheitsgrade. Der Elementtyp Shell 181 bietet bei nichtlinearen Analysen eine bessere Konvergenz als der Elementtyp Shell 43 und wird deshalb auch im */Ansys-Manual/* für solche Berechnungen vorgeschlagen.

Umsetzung der Werkstoffeigenschaften

Bei den Eigenwertanalysen (LA) wird ein linear elastisches Werkstoffverhalten unterstellt.

Dennoch wird das vereinfachte bilineare Materialgesetz des Werkstoff Stahls für eine Temperatur definiert. Eine mögliche Verfestigung nach Erreichen der

4.3 Das ANSYS-Schalenmodell

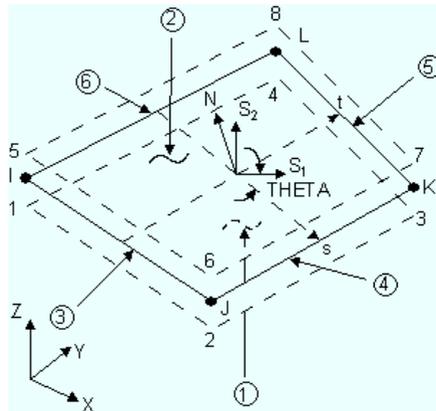


Bild 4.11: Schalenelement Typ Shell 181 aus dem FE-Programm Ansys, aus /Ansys-Manual/

Fließgrenze gemäß /Eurocode 3-1-1 1993 & 2003/ wäre zwar möglich, wird aber hier nicht angesetzt. Bei den physikalisch nichtlinearen Analysen (GMNIA) wird das linear elastisch - ideal plastische Materialverhalten berücksichtigt (3.5).

Aufbau des Schalenmodells - Netzgenerierung

Das Finite Elemente Modell wird direkt generiert. Es wird keine automatische Vernetzung verwendet. Der Vorteil ist, dass die Lage und Nummerierung aller Knoten und Elemente so eindeutig bleibt, und die Elementverteilung geordnet ist. Elemente mit nur drei Knoten werden nicht verwendet. Das Verhältnis der Elementseitenlängen a und b von

$$a = b * \sqrt{k_h}$$

wird angestrebt. Das Seitenverhältnis wird während der automatisierten Modellierung kontrolliert, so dass keine zu unausgeglichene Seitenverhältnisse entstehen.

Es werden mindestens 8 Elemente über die Steghöhe und 4 über die Flanschbreite generiert. Die Elementlänge ergibt sich aus dem oben genannten Seitenverhältnis. Folglich ist die Elementanzahl von Träger zu Träger unterschiedlich.

Eigenwertbestimmung

Nach dem Prinzip des Minimums des Potentials der virtuellen Energie und deren 2ten Variation wird der Eigenwert zu der Eigenform mit der niedrigsten Verformungsenergie bestimmt. Der mit der SUBSPACE-Methode ermittelte Eigenwert bezieht sich auf die vorangegangene statische Berechnung mit einer Einheitslast. Die Skalierung dieser Einzellast mit dem Eigenwert liefert die ideale Verzweigungslast. Die zugehörige Eigenform wird bestimmt und ist die „Knickfigur“.

Querschnittstreue

Durch die Kopplung des Verdrehfreiheitsgrades um die Trägerlängsachse aller in einem Querschnitt liegenden Knoten kann der Querschnitt sich nicht mehr verzerren. Es wird also die Querschnittstreue erzwungen. Verzweigungslasten, die mit dieser Kopplungsbedingung bestimmt werden, sind immer höher, als wenn der Querschnitt sich verzerren kann. Ein Vergleich der Verzweigungslasten mit und ohne Querschnittsverzerrung kann erfolgen und untersucht werden.

Einen Vergleich der Versagenformen zeigt Bild 4.12, wo das finite Schalenmodell und die Verdrehungen um die Längsachse einmal mit und ohne Querschnittsverzerrung dargestellt ist.

4.3.2 Vereinfachte Ermittlung der idealen Verzweigungslast unter Voraussetzung der Querschnittstreue für einige Fälle

Die Untersuchungen mit dem ANSYS-Schalenmodell bezüglich des idealen Biegedrillknick-Versagens (Voraussetzung der Querschnittstreue) zeigten die

4.3 Das ANSYS-Schalenmodell

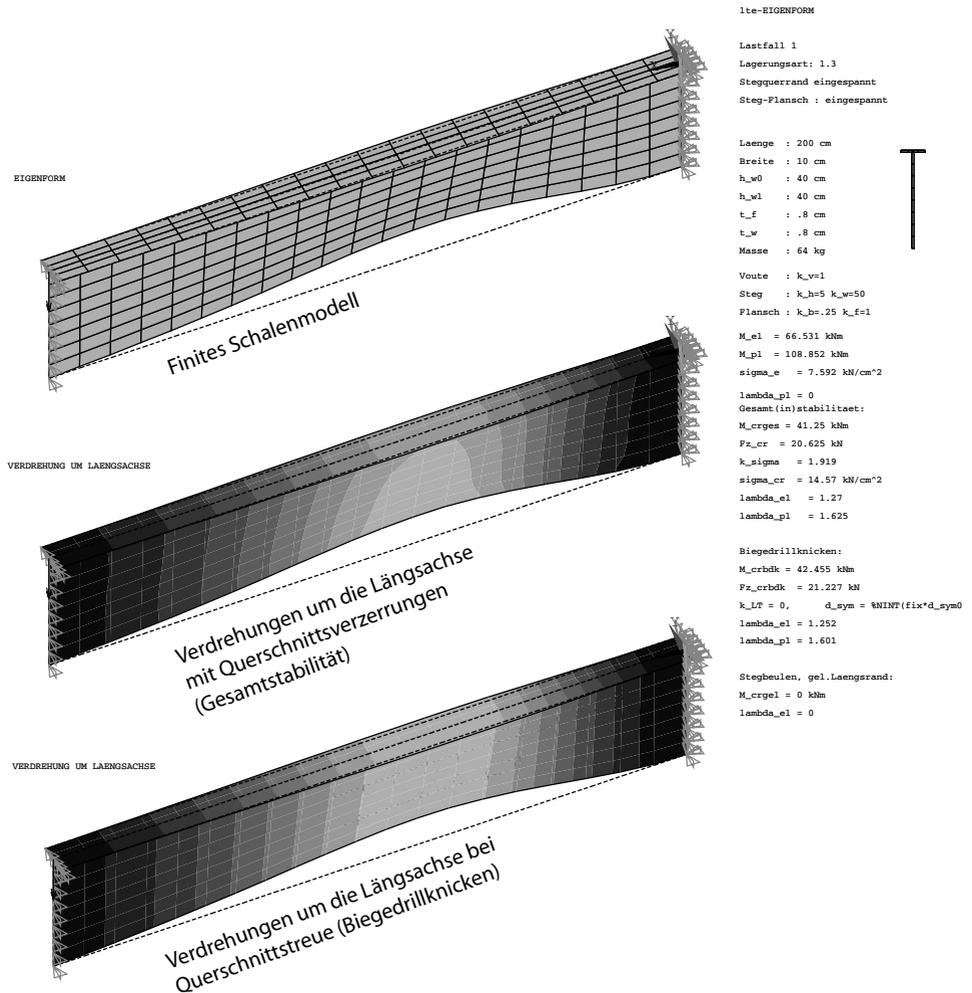


Bild 4.12: Ausgabe einer Verzweigungslaststudie mit dem FE-Schalenmodell. Die Verdrehung um die Längsachse wird durch die unterschiedlichen Schattierungen dargestellt.

Möglichkeit auf, einige vereinfachte Näherungen für bestimmte Fälle von Lagerung und Lastfällen für die ideale Biegedrillknicklast anzugeben.

Im Folgenden wird eine Darstellung von Biegedrillknickbeiwerten k_{lt} über dem Grad der Einfachsymmetrie δ_{sym} derart gewählt, dass die Ermittlung von idealen Verzweigungslasten für baupraktische Anwendungen mit einem einzigen Diagramm je Lastfall und Lagerungsart möglich ist. Dabei soll die Formulierung für k_{lt} verändert werden.

Die Untersuchungen erfolgen mit dem ANSYS-Schalenmodell, wobei die Rotationsfreiheitsgrade um die Trägerlängsachse der Knoten eines Querschnittes gekoppelt sind und so die Querschnittsverzerrung und damit der Einfluss des Stegbeulens ausgeschlossen ist. Es wird also nur das Biegedrillknickproblem betrachtet (Lateral-Torsional-Buckling).

Zunächst soll eine Studie mit nur zwölf Kragträgern betrachtet werden. Die Abmessungen der vier Querschnitte können Tabelle 4.2 entnommen werden. Bei der Betrachtung von drei Längen ergeben sich die zwölf Kragträger.

Querschnitt	h_w	t_w	b_f	t_f	δ_f
QS 1	20	2,0	0,0	0,0	0,0
QS 2	20	1,6	5,0	1,6	0,2
QS 3	20	1,8	4,0	1,0	0,1
QS 4	20	1,4	10,0	1,2	0,3
	<i>cm</i>	<i>cm</i>	<i>cm</i>	<i>cm</i>	/
Längen $\ell =$	100	200	300	<i>cm</i>	

Tabelle 4.2: Abmessungen der zwölf Träger für die erste Studie.

Ziel der gesuchten Darstellung ist zunächst, die Beiwerte k_{lt} über

$$\delta_{sym} = \frac{r_{Mz}}{\ell} \sqrt{\frac{EI_z}{GI_t}} \tag{4.38}$$

4.3 Das ANSYS-Schalenmodell

aufzutragen.

Tabelle 4.3 zeigt die benötigten, von der Länge ℓ unabhängigen Querschnittswerte. Zusätzlich ist noch das vollplastische Biegemoment M_{pl} angegeben.

Querschnitt	I_z	I_t	I_w	z_f	z_M	r_{Mz}	M_{pl}
QS 1	13,33	53,33	444	0	0	0	48,00
QS 2	23,49	34,13	796	-8,64	-5,50	11,67	56,74
QS 3	15,05	40,12	704	-9,45	-2,67	5,15	52,25
QS 4	104,57	24,12	656	-7,42	-6,96	15,97	57,96
	cm^4	cm^4	cm^6	cm	cm	cm	$kNcm$

Tabelle 4.3: Querschnittswerte zur Stabilitätsuntersuchung der zwölf Träger

Ausgehend von der *Timoshenko*-Formulierung für die Beiwerte k_{It01} wird dieser Wert um einen zusätzlichen Term, mit dem die Wölbsteifigkeit eingeht, erweitert ($k_{It05}, k_{It06}, k_{It07}$). Dabei wird der Vorwert des zusätzlichen Wölbsteifigkeitsterms in den Werten $k_{It05}, k_{It06}, k_{It07}$ variiert. Die Idee der Erweiterung des Beiwertes k_{It} um den Wölbsteifigkeitsterm kam aus der Beobachtung der von /Hildenbrand 1970/ formulierten Näherungsgleichungen.

$$\begin{aligned}
 k_{It01} &= M_{cr} \cdot \ell (EI_z \cdot GI_T)^{-0,5} \\
 k_{It05} &= M_{cr} \cdot \ell \left\{ \left(2,25 \pi^2 \frac{EI_w}{\ell^2} + GI_T \right) EI_z \right\}^{-0,5} \\
 k_{It06} &= M_{cr} \cdot \ell \left\{ \left(4,5 \pi^2 \frac{EI_w}{\ell^2} + GI_T \right) EI_z \right\}^{-0,5} \\
 k_{It07} &= M_{cr} \cdot \ell \left\{ \left(7,75 \pi^2 \frac{EI_w}{\ell^2} + GI_T \right) EI_z \right\}^{-0,5}
 \end{aligned}$$

Tabelle 4.4 zeigt die Ergebnisse der Verzweigungslastberechnung mit dem ANSYS-Schalenmodell für die zwölf Träger. Neben dem Einfachsymmetrieparameter δ_{sym}

sind das ideal-kritische Biegemoment M_{cr} und die vier in der Wertigkeit der Wölbsteifigkeit unterschiedlichen Biegedrillknickbeiwerte $k_{lt01}, k_{lt05}, k_{lt06}, k_{lt07}$ für alle zwölf Träger aufgeschrieben.

Länge	Querschnitt	δ_{sym}	M_{cr}	k_{lt01}	k_{lt05}	k_{lt06}	k_{lt07}
$\ell = 100cm$	QS 1	0,000	146,53	4,219	4,121	4,030	3,944
	QS 2	0,156	136,49	3,701	3,474	3,285	3,124
	QS 3	0,0508	135,86	4,240	4,041	3,867	3,714
	QS 4	0,537	151,45	2,319	2,155	2,022	1,911
$\ell = 200cm$	QS 1	0,000	73,97	4,260	4,234	4,209	4,185
	QS 2	0,078	71,79	3,893	3,829	3,769	3,712
	QS 3	0,025	69,01	4,307	4,254	4,202	4,153
	QS 4	0,268	95,44	2,922	2,866	2,814	2,764
$\ell = 300cm$	QS 1	0,000	49,56	4,281	4,270	4,259	4,247
	QS 2	0,052	49,00	3,986	3,956	3,927	3,900
	QS 3	0,017	46,35	4,339	4,315	4,291	4,268
	QS 4	0,179	70,79	3,252	3,224	3,196	3,170
		/	kNm	/	/	/	/

Tabelle 4.4: Ideal-kritisches Biegemoment M_{cr} für die 12 untersuchten Kragträger unter Lastfall 1 und Lagerungsart 1.1 und die unterschiedlichen Biegedrillknickbeiwerte $k_{lt01}, k_{lt05}, k_{lt06}, k_{lt07}$.

Bild 4.13 zeigt die Biegedrillknickbeiwerte der unterschiedlichen Formulierungen $k_{lt01}, k_{lt05}, k_{lt06}, k_{lt07}$ über dem Grad der Einfachsymmetrie δ_{sym} . Aus dieser Darstellung ist die am meist geeignete Formulierung erkennbar. Mit k_{lt06} über δ_{sym} kann eine kontinuierlich verlaufende Beziehung festgestellt werden. Zum Vergleich betrachte man die Darstellung für k_{lt01} , die ohne Wölbsteifigkeit formuliert ist. Hier springen die Beträge der Beiwerte k_{lt01} bei ähnlichem δ_{sym} für unterschiedliche Querschnitte.

4.3 Das ANSYS-Schalenmodell

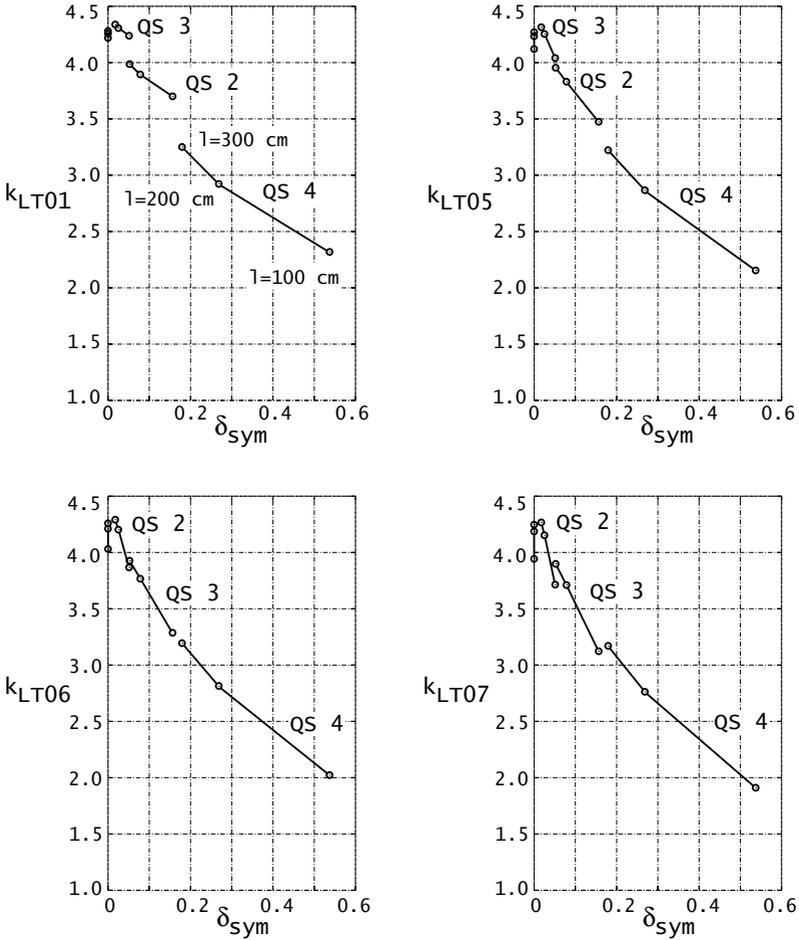


Bild 4.13: Darstellung der Biegedrillknickbeiwerte $k_{lt01}, k_{lt05}, k_{lt06}, k_{lt07}$ über dem Grad der Einfachsymmetrie δ_{sym} für 12 Kragträger unter Lastfall 1 und Lagerung 1.1.

Es wird die Formulierung des Biegedrillknickbeiwertes festgelegt.

$$k_{lt} = k_{lt06} = M_{cr} \cdot \ell \left\{ \left(4,5 \pi^2 \frac{EI_w}{\ell^2} + GI_T \right) EI_z \right\}^{-0,5} \quad (4.39)$$

Im nächsten Schritt werden mit der festgelegten Formulierung des Biegedrillknickbeiwertes $k_{lt} = k_{lt06}$ über dem Grad der Einfachsymmetrie δ_{sym} die Darstellungen für weitere Lagerungen und Lastfälle für 60 Kragträger erzeugt. Die Querschnittsabmessungen und Querschnittswerte, sowie die FE-Berechnungsergebnisse und daraus abgeleiteten Beiwerte k_{lt} für die 60 Kragträger können Anhang B entnommen werden.

Bild 4.14 zeigt die Beiwerte k_{lt06} über dem Grad der Einfachsymmetrie δ_{sym} für die zwei Lastfälle 1) Einzellast und 2) Gleichstreckenlast und die drei Lagerungsarten 1.1, 1.2 und 1.3 gemäß Bild 2.30.

Zusätzlich ist in jede Lastfall-Lagerung Kombination eine Näherungsfunktion der Form

$$\tilde{k}_{lt}(\delta_{sym}) = a^{\delta_{sym}} \cdot b + c \quad (4.40)$$

eingefügt. Die zugehörigen Konstanten a, b, c der Näherungsfunktion $\tilde{k}_{lt}(\delta_{sym})$ sind in den Legenden der einzelnen Lastfall-Lagerungs-Kombinationen in Bild 4.14 angegeben. Die Näherungsfunktion liegt, bis auf wenige Ausnahmen, unterhalb der k_{lt06} -Werte und damit auf der als sicher bezeichneten Seite. Werden also Beiwerte \tilde{k}_{lt} unter Verwendung der angegebenen Näherungsfunktion ermittelt und daraus das ideal-kritische Moment \tilde{M}_{cr} berechnet, so ist dieses geringer, als wenn dieses mit der FE-Methode berechnet wird. In den Ausnahmefällen ist die Abweichung, wie später gezeigt wird, in vertretbarem Maße auf der unsicheren Seite. Insbesondere bei Querschnitten ohne Flansch, deren Grad der Einfachsymmetrie $\delta_{sym} = 0$ ist, streuen die Werte in den unsicheren Bereich. Es sei hier schon angemerkt, dass bei solchen Trägern die Definition des Biegedrillknickbeiwertes k_{lt01} , also ohne Wölbsteifigkeitsterm, bessere Ergebnisse liefert.

Alle angenäherten Werte erhalten als Kennzeichnung die Tilde $\tilde{}$.

4.3 Das ANSYS-Schalenmodell

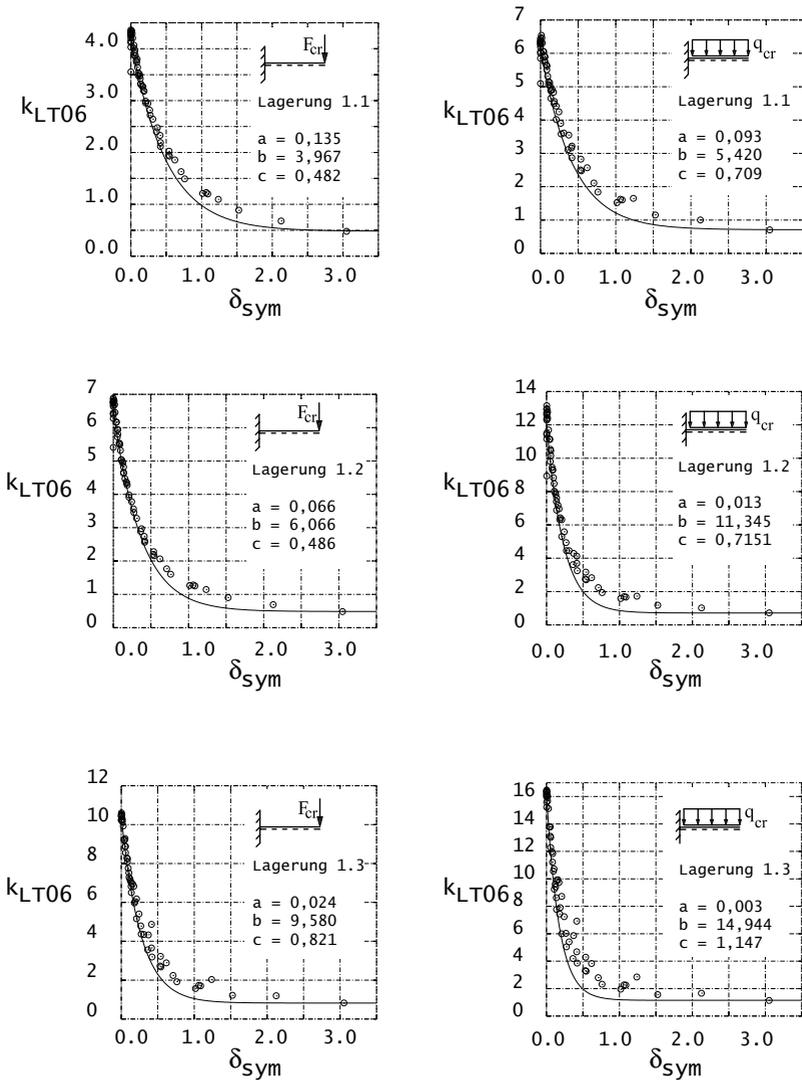


Bild 4.14: Biegedrillknickbeiwerte k_{LT06} über dem Grad der Einfachsymmetrie δ_{sym} für 60 Kragträger unter den Lastfällen 1 und 2 für drei unterschiedliche Lagerungen.

$$\delta_{sym} = 0 \quad : \quad \tilde{M}_{cr} = \frac{\tilde{k}_{lt}}{\ell} \sqrt{G I_t E I_z} \quad (4.41)$$

$$\delta_{sym} > 0 \quad : \quad \tilde{M}_{cr} = \frac{\tilde{k}_{lt}}{\ell} \sqrt{\left(4,5\pi^2 \frac{E I_w}{\ell^2} + G I_t\right) E I_z} \quad (4.42)$$

Um die Güte der vorgeschlagenen Näherungsgleichungen zu bewerten wird die Stichprobe, bestehend aus den 60 Trägern, statistisch untersucht.

$$\text{Bezogener Fehler} \quad \Delta k_{lt,i} = \frac{(k_{lt,i} - \tilde{k}_{lt,i})}{\tilde{k}_{lt,i}} \quad (4.43)$$

$$\text{Arithm. Mittelwert} \quad \bar{\Delta k}_{lt} = \frac{1}{n} \sum_i^n \Delta k_{lt,i} \quad (4.44)$$

$$\text{Varianz} \quad s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_i^n (\Delta k_{lt,i} - \bar{\Delta k}_{lt})^2 \quad (4.45)$$

$$\text{Standardabweichung} \quad s = +\sqrt{s^2} \quad (4.46)$$

$$\text{Variationskoeffizient} \quad V = \frac{s}{\bar{\Delta k}_{lt}} \quad (4.47)$$

Die Streuung der Biegedrillknickbeiwerte nimmt mit Änderung der Lagerungen von 1.1 nach 1.2 und 1.3 für beide Lastfälle zu. In Bild 4.14 sind die unterschiedlichen Streuungen für die einzelnen Lagerungen erkennbar. Wegen der Annäherung der Beiwerte von der sicheren Seite her und der Voraussetzung, dass der Großteil der Beiwerte noch oberhalb der Näherungskurve liegen, nimmt mit der Streuung auch der bezogene Mittelwert der Fehler $\bar{\Delta k}_{lt,i}$ der Näherungsgleichungen zu den FE-Ergebnissen in der angegebenen Reihenfolge der Lagerungen zu. In Tabelle 4.5 sind die Mittelwerte der bezogenen Fehler, sowie Varianz und Streuung der Fehler für die in Bild 4.14 dargestellten Fälle angegeben.

Die Näherungsergebnisse \tilde{k}_{lt} weichen im Mittel für Lastfall 1 und Lagerung 1.1 (freies Kragende) um 7,2% ab, wobei die Standardabweichung $s = 10\%$ beträgt.

4.3 Das ANSYS-Schalenmodell

Lastfall	1) 			2) 			
	Lagerung	1.1	1.2	1.3	1.1	1.2	1.3
Mittelwert	$\bar{\Delta}k_{It,i}$	0,072	0,097	0,164	0,106	0,236	0,353
Varianz	s^2	0,010	0,027	0,063	0,017	0,104	0,195
Standardabw.	s	0,100	0,165	0,251	0,131	0,323	0,442
Variationsko.	V	1,382	1,710	1,532	1,232	1,371	1,254

Tabelle 4.5: Statistische Werte des Fehlers der Biegedrillknickbeiwerte \tilde{k}_{It} nach den Näherungen aus Bild 4.14 gegenüber den FE-Berechnungen für die Stichprobe von 60 Trägern.

Für Kragträger unter Lastfall 2, gelagert nach Lagerungsart 1.3 (Kragende gabelgelagert) weichen die Näherungsergebnisse \tilde{k}_{It} im Mittel um 35% ab. Die Standardabweichung beträgt in diesem Fall $s = 44\%$. In diesem Fall ist die Näherungsgleichung zwar sicher, aber in einzelnen Fällen auch sehr ungünstig.

Die genauere Untersuchung der Verteilung der bezogenen Fehler $\Delta k_{It,i}$ zeigt, dass die Fehler-Verteilungsdichte eher logarithmisch-normalverteilt ist (die grafische Darstellung ist in Anhang B gezeigt).

Bezieht man den oberen und unteren Grenzwert auf die 5%-Fraktilwerte und schließt so die Werte mit den größten Hebeln aus, ergeben sich die in Tabelle 4.6 gezeigten Ober- und Unterwerte. Dies ist gleichbedeutend mit dem Entfernen der Träger mit den drei oberen und drei unteren Extremwerten des bezogenen Fehlers aus der Stichprobe.

Der ungünstigste bezogene Fehler Δk_{It} ergibt sich für Lastfall 2 und Lagerungsart 1.3 zu 1,38. Der günstigste bezogene Fehler liegt bei $-0,016$ auf der unsicheren Seite. Die angenäherten Verzweigungslasten \tilde{M}_{cr} streuen demnach im Bereich von $0,98 M_{cr}$ bis $2,38 M_{cr}$.

Die reale Traglast wird mit einer Traglastabminderungsbeziehung über dem bezo-

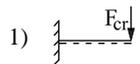
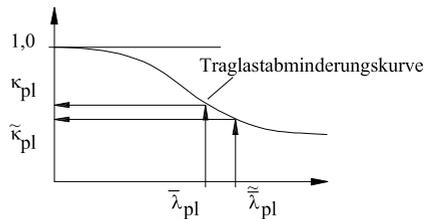
Lastfall	1) 			2) 		
	1.1	1.2	1.3	1.1	1.2	1.3
Lagerung						
Oberwert	0,330	0,556	0,714	0,356	0,907	1,38
Untervert	-0,016	-0,007	-0,009	-0,005	-0,0001	-0,006

Tabelle 4.6: 5%-Fraktilwerte der bezogenen Fehler Δk_{lt} aus der Stichprobe von 60 Trägern

genen Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}$, in die wiederum das ideale Verzweigungslastmoment unter der Wurzel eingeht, bestimmt. Ein Fehler in der Verzweigungslastbestimmung beeinflusst also keinesfalls linear die Traglastbestimmung. Welchen Einfluss der hier mit der Näherung für das ideale Verzweigungsbiegemoment gemachte Fehler auf die Traglastermittlung hat, soll erläutert werden.

Die Wurzel des Quotienten von vollplastischer Grenzlast zu ideal-kritischer Verzweigungslast ist der bezogene plastische Schlankheitsgrad:

$$\bar{\lambda}_{pl} = \sqrt{\frac{M_{pl}}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{M_{pl}}{k_{lt} \sqrt{\dots}}} \quad (4.48)$$



Mit dem nach den Näherungsgleichungen bestimmten ideal-kritischen Biegemoment lautet der bezogene Schlankheitsgrad:

$$\tilde{\lambda}_{pl} = \sqrt{\frac{M_{pl}}{\tilde{M}_{cr}}} = \sqrt{\frac{M_{pl}}{\tilde{k}_{lt} \sqrt{\dots}}} \quad (4.49)$$

Das Verhältnis von genauem bezogenen Schlankheitsgrad zu angenähertem bezo-

genen Schlankheitsgrad liefert mit dem bezogenen Fehler $\Delta k_{lt,i}$:

$$\frac{\bar{\lambda}_{pl}}{\tilde{\lambda}_{pl}} = \sqrt{\frac{k_{lt}}{\tilde{k}_{lt}}} = \sqrt{\Delta k_{lt,i} + 1} \quad (4.50)$$

Der angenäherte bezogene Schlankheitsgrad $\tilde{\lambda}$ kann dann mit dem richtigen bezogenen Schlankheitsgrad bestimmt werden:

$$\tilde{\lambda}_{pl} = \bar{\lambda}_{pl} \sqrt{\Delta k_{lt,i} + 1} \quad (4.51)$$

Mit der über dem bezogenem Schlankheitsgrad aufgetragenen Traglastabminderungskurve kann der Abminderungswert κ_{pl} , der Quotient von vollplastischer Grenzlast M_{pl} zu nutzbarer Traglast M_u , ermittelt werden. Hier wird exemplarisch einmal die Traglastabminderungsbeziehung für Biegedrillknicken gemäß /DIN 18800 1990/ gewählt. Dies ist:

$$\kappa_{pl} = \frac{M_u}{M_{pl}} = \left(\frac{1}{(1 + \tilde{\lambda}_{pl})^{2n}} \right)^{\frac{1}{n}} \quad \text{mit } n = 2,5 \quad (4.52)$$

Mit dem angenäherten bezogenen Schlankheitsgrad $\tilde{\lambda}_{pl}$ berechnet sich dann unter Verwendung der vorigen Gleichung der angenäherte Traglastabminderungswert $\tilde{\kappa}_{pl}$.

Bezieht man den richtigen Traglastabminderungswert κ_{pl} auf den angenäherten $\tilde{\kappa}_{pl}$ in dem der Quotient gebildet wird, so zeigt sich nun die Auswirkung auf die Tragfähigkeit infolge des bezogenen Fehlers Δk_{lt} bei angenäherter Bestimmung des Biegedrillknickbeiwertes \tilde{k}_{lt} .

In Bild 4.15 sind über dem bezogenen Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}$ die Verläufe des beschriebenen Quotienten der Traglastabminderungswerte $\frac{\kappa_{pl}}{\tilde{\kappa}_{pl}}$ gezeigt. Es sind hier der maximale und minimale Wert nach Bereinigung der Stichprobe durch die 5%-Fraktilwerte des bezogenen Fehlers $\Delta k_{lt,i}$ und der größte Mittelwert \bar{k}_{lt} untersucht. Die dargestellten Verläufe von Ober- und Unterwert sind also die Grenzen der Fehler der Traglast, wenn mit den Näherungen gerechnet wird. Die Gesamtheit der Fehler verteilt sich, wie in Bild 4.15 angedeutet, logarithmisch-normalverteilt. Der Mittelwert liegt nicht im arithmetischem Mittel von Ober- und Unterwert.

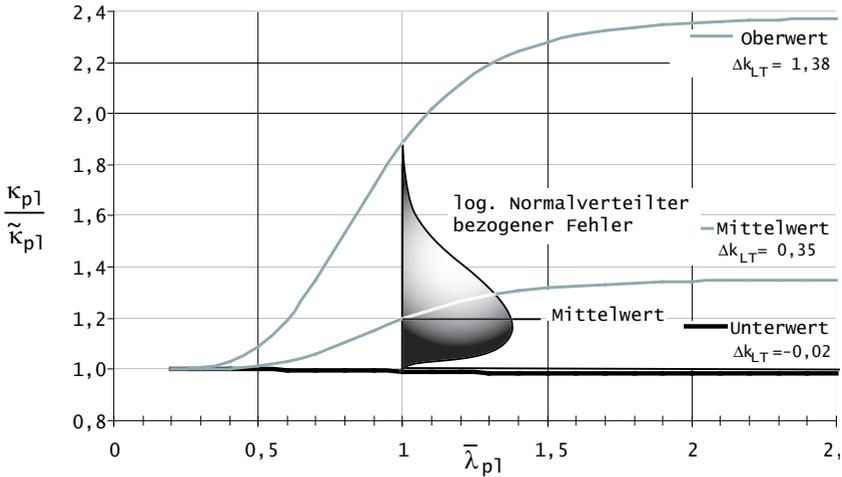


Bild 4.15: Untersuchung des bezogenen Fehlers Δk_{lt} und dessen Auswirkung auf die Traglast durch den Vergleich der Traglastabminderungsfaktoren $\kappa_{pl} = M_u/M_{pl}$ berechnet mit dem richtigem Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}$ und $\tilde{\kappa}_{pl} = M_u/M_{pl}$ berechnet mit dem angenäherten bezogenen Schlankheitsgrad $\tilde{\bar{\lambda}}$.

Aus Bild 4.15 ist ersichtlich, dass ein Fehler in der Ermittlung der idealen Verzweigungslast bei der Traglastermittlung erst bei einem Schlankheitsgrad von $\bar{\lambda} \approx 2,0$ in gleichem Maße Einfluss hat.

Der Fehler in der Traglast auf der unsicheren Seite beträgt weniger als 2% für einige wenige Trägerkonstellationen. Diese Unsicherheit gilt für Träger mit kleiner Querschnittsstrecke r_{Mz} , also vor allem für die flanschlosen Querschnitte, für die ja die Vernachlässigung der Wölbsteifigkeit in der Herleitung des ideal-kritischen Biegemomentes vorgeschlagen wird (Gleichung 4.41), aber in der Stichprobe enthalten sind.

Der maximale Fehler von 138% wirkt sich, wie schon gesagt, erst bei hohen Schlankheiten $\bar{\lambda} > 2,0$ aus. Solche ungünstigen und damit unwirtschaftlichen Werte treten aber nur bei Lagerungsart 1.3 auf. Bei den weiteren Lagerungsarten ist

4.4 Anwendung des *Rayleigh/Ritz*schen Verfahrens

der Fehler weit geringer. Konstruktionen mit solch hohem Schlankheitsgrad sind wegen der ohnehin schon geringen zulässigen Ausnützung von nur $\kappa = 0,3$ keineswegs baupraktisch sinnvoll und sollten daher vermieden werden. Des Weiteren ist der Oberwert bei logarithmisch-normalverteiltem Fehler als Ausnahmefehler zu bezeichnen.

Betrachtet man den ungünstigsten Mittelwert des Fehlers \bar{k}_{ll} , so kann bei einer sinnvollen Konstruktion mit einem Schlankheitsgrad von $\bar{\lambda} \approx 1,0$ mit der Abweichung von 20% auf der sicheren Seite ausgegangen werden, was als vertretbar angesehen wird.

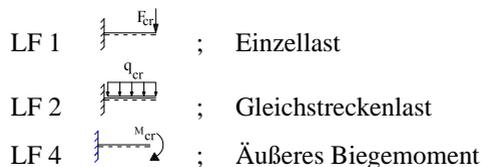
4.4 Anwendung des *Rayleigh/Ritz*schen Verfahrens

4.4.1 Allgemeines

Die Energiemethode nach *Rayleigh/Ritz* bietet die Möglichkeit der näherungsweise Ermittlung von idealen Verzweigungslasten von Kragträgern mit T-Querschnitt. Hier wird der Vorrassgesetzt, dass die Querschnitte sich nicht verzerren.

Ziel ist die Ableitung des bestimmenden Gleichungssystems, dessen kleinster Eigenwert der Näherungslösung entspricht und die symmetrische Steifigkeitsmatrix mit linearen und geometrisch nichtlinearen Anteilen angibt. Es soll festgestellt werden, inwieweit das Verfahren mit den gewählten Ansatzfunktionen relativ einfachen Grades noch sinnvoll und überschaubar anwendbar ist.

Betrachtet wird der querbelastete Kragträger für die Lastfälle:



Das vereinfachte Potential der inneren Energie für diese Lastfälle lautet:

$$\Pi_i = \frac{1}{2} \int_{x=0}^{\ell} \underbrace{\{EI_z u_y''^2 + GI_t \vartheta'^2 + EI_w \vartheta''^2\}}_{\text{linearer Anteil}} + \underbrace{M_y(2u_y'' \vartheta + r_{M_z} \vartheta'^2)}_{\text{geom. nichtlinearer Anteil}} dx \quad (4.53)$$

Durch den Bezug der Längskoordinate x auf die Kragträgerlänge

$$\xi = \frac{x}{\ell} \quad [0 \dots 1] \quad ,$$

kann das Integral des inneren Potentials in den vereinfachten Grenzen unter Beachtung der nötigen Substitutionen für die Integration und Differentiation angegeben werden.

$$\Pi_i = \frac{1}{2} \int_{\xi=0}^1 \left\{ \frac{EI_z}{\ell^4} u_y''^2 + \frac{GI_t}{\ell^2} \vartheta'^2 + M_y \left(\frac{2}{\ell^2} u_y'' \vartheta + \frac{r_{M_z}}{\ell^2} \vartheta'^2 \right) \right\} \ell d\xi \quad (4.54)$$

Substitutionen:

$$\begin{aligned} \xi = \frac{x}{\ell} &\quad \rightsquigarrow \quad \frac{d\xi}{dx} = \frac{1}{\ell} &\quad \rightsquigarrow \quad dx = \ell \cdot d\xi \\ u' = \frac{du}{d\xi} &\quad \rightsquigarrow \quad u' = \frac{du}{dx} = \frac{du}{d\xi} \cdot \frac{d\xi}{dx} = \frac{1}{\ell} u' \\ u'' = \frac{d^2 u}{d\xi^2} &\quad \rightsquigarrow \quad u'' = \frac{d^2 u}{dx^2} = \frac{d^2 u}{d\xi^2} \cdot \left(\frac{d\xi}{dx} \right)^2 = \frac{1}{\ell^2} u'' \end{aligned}$$

Bei den betrachteten unterschiedlichen Lastfällen ergeben sich verschiedene Biegemomentenverläufe $M(\xi)$. Der Biegemomentenverlauf geht in den geometrisch nichtlinearen Anteil des inneren Potentials ein.

$$\text{LF 1 : } M_y(\xi) = -P_{cr} \cdot \ell (1 - \xi) \quad (4.55)$$

$$\text{LF 2 : } M_y(\xi) = -q_{cr} \cdot \frac{\ell}{2} (1 - \xi)^2 \quad (4.56)$$

$$\text{LF 4 : } M_y(\xi) = M_{cr} \quad (4.57)$$

Für die Verteilung der Verformungen über die gesamte Kragträgerlänge u_y und ϑ im Instabilitätsfall werden Ansatzfunktionen mit *Hermitschen* Polynomen 3ten

4.4 Anwendung des *Rayleigh/Ritz*schen Verfahrens

Grades, sogenannte H4 Polynome, gebildet. Die Verläufe der H4-Polynome sind in Bild 4.4 gezeigt. Die allgemeinen Näherungen unter Verwendung der H4-Polynome für seitliche Verschiebung \tilde{u}_y des Schubmittelpunktes und Verdrehung des Querschnittes $\tilde{\vartheta}$ sind:

$$\tilde{u}_y(\xi) = \mathbf{C}_{u_y}^T \mathbf{H4}(\xi) = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} H4_1(\xi) \\ H4_2(\xi) \\ H4_3(\xi) \\ H4_4(\xi) \end{bmatrix} \quad (4.58)$$

$$\tilde{\vartheta}(\xi) = \mathbf{C}_{\vartheta}^T \mathbf{H4}(\xi) = \begin{bmatrix} C_5 \\ C_6 \\ C_7 \\ C_8 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} H4_1(\xi) \\ H4_2(\xi) \\ H4_3(\xi) \\ H4_4(\xi) \end{bmatrix} \quad (4.59)$$

Die Ansatzfunktionen werden mit dem ANSYS-FE-Modell, soweit möglich durch Entfernen von einzelnen Anteilen, die durch Festhaltebedingungen begründet sind, kalibriert. Entscheidend für eine gute Näherungslösung nach dem *Rayleigh/Ritz*schen Verfahren ist die Affinität der Ansatzfunktion mit der tatsächlichen Verformung im Instabilitätsfall.

Es sei hier schon gesagt, dass zwar mit Ansätzen höheren Grades oder mit Reihenansätzen für die Verformungen die Affinität genauer erfasst werden kann, aber damit auch die Zahl der Variablen C_n ansteigt, wodurch sich die Dimension des zu lösenden Gleichungssystems erhöht. Um einfache Berechnungsmöglichkeiten anzugeben, ist es jedoch nötig die Zahl der Variablen gering zu halten.

Mit dem *Rayleigh/Ritz*schen Verfahren werden hier zwölf Kragträger mit den in Bild 4.16 gezeigten Querschnitten 1,2,3,4 und drei Längen untersucht.

Die Ableitungen der Koeffizientenmatrizen und die anschließende Eigenwertberechnung wurde hier mit der Mathematik-Software MAPLE 6³ durchgeführt.

³Copyright (c) 1981-2000 by Waterloo Maple Inc.

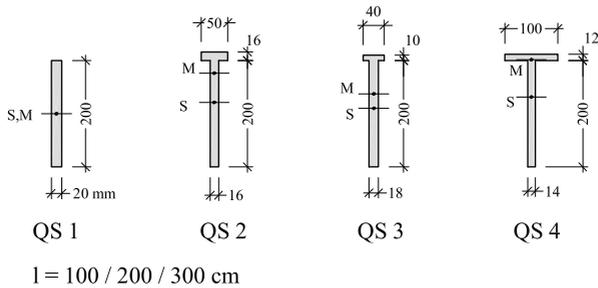


Bild 4.16: Querschnitte QS 1-4 mit Lage von Schwerpunkt S und Schubmittelpunkt M . Die zugehörigen Querschnittswerte sind in Tabelle 4.3 gezeigt.

4.4.2 Lastfall 1 - Lagerung 1.1

Die geometrischen Randbedingungen für den Kragträger nach Lagerungsart 1.1 sind.

$$\begin{aligned}
 u_y(\xi = 0) &= 0 & u'_y(0) &= 0 \\
 \vartheta(0) &= 0 & \vartheta'(0) &\neq 0 \\
 u_y(\ell) &\neq 0 & u'_y(\ell) &\neq 0 \\
 \vartheta(\ell) &\neq 0 & \vartheta'(\ell) &= 0
 \end{aligned}$$

Bild 4.17 zeigt die normierten Verformungen. Hieraus wird deutlich, dass zum einen die Verdrillung ϑ' schon am Auflager von Null verschieden ist und zum anderen die Verdrillung am freien Kragträgerende komplett abgeklungen ist. Mit den gemachten Beobachtungen der normierten Verformungen können die Näherungsansätze wie folgt formuliert werden.

4.4 Anwendung des *Rayleigh/Ritz*schen Verfahrens

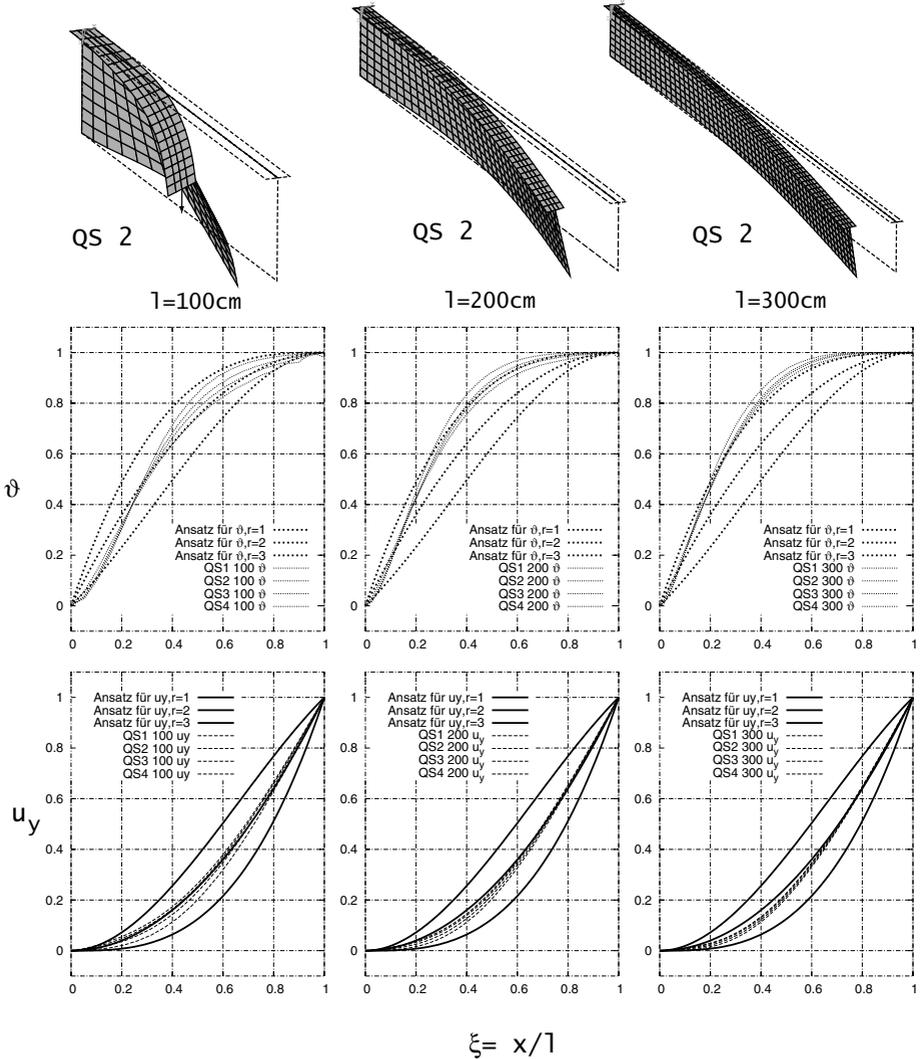


Bild 4.17: Unterschiedlich skalierte Ansatzfunktionen (dicke Linien) im Vergleich mit den normierten Verformungen u_y, ϑ aus Berechnungen mit dem ANSYS-FE-Modell für zwölf Kragträger unter Lastfall 1 und Lagerungsart 1-1.

$$\tilde{u}_y(\xi) = \begin{bmatrix} C_2 \\ C_4 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} H4_2(\xi) \\ H4_4(\xi) \end{bmatrix} = C_2(3\xi^2 - 2\xi^3) + C_4(-\xi^2 + \xi^3) \quad (4.60)$$

$$\tilde{\delta}(\xi) = \begin{bmatrix} C_6 \\ C_7 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} H4_2(\xi) \\ H4_3(\xi) \end{bmatrix} = C_6(3\xi^2 - 2\xi^3) + C_7(\xi - 2\xi^2 + \xi^3) \quad (4.61)$$

Setzt man diese Näherungsansätze in das Potential der inneren Energie ein, leitet jeweils nach den Variablen C_i ab und setzt diese Ableitungen zu Null, ergibt sich ein Gleichungssystem dessen symmetrische Koeffizientenmatrix sich wie folgt bildet.

$$K_{LF1,Lag1.1} = \begin{bmatrix} 12 \frac{EI_z}{l^3} & -6 \frac{EI_z}{l^3} & \frac{1}{10} P & -\frac{1}{10} P \\ -6 \frac{EI_z}{l^3} & 4 \frac{EI_z}{l^3} & -\frac{1}{5} P & 0 \\ \frac{1}{10} P & -\frac{1}{5} P & 12 \frac{EI_w}{l^3} - 3/5 Pr_{Mz} + \frac{6}{5} \frac{GI_t}{l} & -\frac{1}{10} \frac{GI_t}{l} - 6 \frac{EI_w}{l^3} \\ -\frac{1}{10} P & 0 & -\frac{1}{10} \frac{GI_t}{l} - 6 \frac{EI_w}{l^3} & \frac{2}{15} \frac{GI_t}{l} + 4 \frac{EI_w}{l^3} - \frac{1}{10} Pr_{Mz} \end{bmatrix} \quad (4.62)$$

Der kleinste Eigenwert für P des Gleichungssystems

$$\mathbf{K}_{LF1,Lag1.1} \mathbf{C} = 0 \quad (4.63)$$

entspricht näherungsweise der gesuchten kritischen Last P_{cr} .

Für die zwölf Kragträger sind die so genäherten kritischen Lasten bestimmt und in Tabelle 4.7 mit den kritischen Lasten nach dem FE-Schalenmodell verglichen, wobei dieser Vergleich mit der Biegemomentenschnittgroe geführt wird.

Der Vergleich in Tabelle 4.7 zeigt, dass mit den gewählten Verformungsansatzen sichere Ergebnisse erzielt werden. Für den Kragträger mit Querschnitt QS4 und

4.4 Anwendung des *Rayleigh/Ritz*schen Verfahrens

Lastfall 1, Lagerung 1.1:

Länge	Querschnitt	\tilde{M}_{cr}	$\tilde{M}_{cr,FE}$	$\frac{\tilde{M}_{cr,FE} - \tilde{M}_{cr}}{\tilde{M}_{cr,FE}} \cdot 100$
$\ell = 100cm$	QS 1	153,74	146,53	-4,90
	QS 2	125,36	136,49	+8,15
	QS 3	130,50	135,86	+3,95
	QS 4	124,70	151,45	+17,66
$\ell = 200cm$	QS 1	76,40	73,97	-3,29
	QS 2	70,55	71,79	+1,73
	QS 3	67,42	69,01	+2,30
	QS 4	89,35	95,44	+6,38
$\ell = 300cm$	QS 1	50,88	49,56	-2,66
	QS 2	49,15	49,00	-0,31
	QS 3	45,54	46,35	+1,75
	QS 4	69,10	70,79	+2,39
		<i>kNm</i>	<i>kNm</i>	%

Tabelle 4.7: Nach der *Rayleigh/Ritz*schen Näherungsmethode berechnete kritische Biegemomente der zwölf Kragträger unter LF 1 und Lagerungsart 1.1 im Vergleich mit den Ergebnissen der FE-Schalenmodell-Berechnung

der Länge $\ell = 100$ cm wird allerdings ein zu 17,7% auf der sicheren Seite liegendes ideales Verzweigungsbiegemoment \tilde{M}_{cr} ermittelt. Diese sichere Abweichung nimmt mit zunehmender Kragträgerlänge ab.

Mit dem *Rayleigh/Ritz*schen Verfahren können in diesem Fall sichere, wenn auch auf der sicheren Seite abweichende Ergebnisse für die ideale Verzweigungslast gewonnen werden.

4.4.3 Lastfall 2 - Lagerung 1.1

Die Verteilung der Verformungen und die daraus abgeleiteten Ansatzpolynome entsprechen denen wie unter Lastfall 1 - Lagerung 1.1 im vorigen Abschnitt. Die symmetrische Koeffizientenmatrix für den Lastfall 2 und Lagerungsart 1.1 lautet dann:

$$K_{LF2,Lag1.1} = \begin{bmatrix} 12 \frac{EI_z}{l^3} & -6 \frac{EI_z}{l^3} & -\frac{1}{70} q & -\frac{3}{70} q \\ -6 \frac{EI_z}{l^3} & 4 \frac{EI_z}{l^3} & -\frac{11}{420} q & \frac{1}{210} q \\ -\frac{1}{70} q & -\frac{11}{420} q & 12 \frac{EI_w}{l^3} - \frac{6}{35} q r M_z + \frac{6}{5} \frac{GI_t}{l} & -\frac{1}{10} \frac{GI_t}{l} - 6 \frac{EI_w}{l^3} - \frac{1}{70} q r M_z \\ -\frac{3}{70} q & \frac{1}{210} q & -\frac{1}{10} \frac{GI_t}{l} - 6 \frac{EI_w}{l^3} - \frac{1}{70} q r M_z & \frac{2}{15} \frac{GI_t}{l} - \frac{3}{70} q r M_z + 4 \frac{EI_w}{l^3} \end{bmatrix} \quad (4.64)$$

Der kleinste Eigenwert q des Gleichungssystems

$$\mathbf{K}_{LF2,Lag1.1} \mathbf{C} = 0 \quad (4.65)$$

entspricht näherungsweise der gesuchten kritischen Last q_{cr} .

Die ideal-kritischen Biegemomente nach dem Näherungsverfahren sind mit den Lösungen nach dem ANSYS-FE-Modell in Tabelle 4.8 verglichen.

4.4 Anwendung des *Rayleigh/Ritz*schen Verfahrens

Lastfall 2, Lagerung 1.1:

Länge	Querschnitt	\tilde{M}_{cr}	$\tilde{M}_{cr,FE}$	$\frac{\tilde{M}_{cr,FE} - \tilde{M}_{cr}}{\tilde{M}_{cr,FE}} \cdot 100$
$\ell = 100cm$	QS 1	246,7	213,01	-15,8
	QS 2	186,9	204,4	+8,6
	QS 3	201,9	203,19	+0,6
	QS 4	161,2	211,62	+23,8
$\ell = 200cm$	QS 1	122,12	108,72	-12,0
	QS 2	108,08	107,62	+/- 0
	QS 3	105,61	103,70	-1,8
	QS 4	122,52	132,30	+7,0
$\ell = 300cm$	QS 1	81,26	73,08	-11,2
	QS 2	76,23	73,71	-3,4
	QS 3	71,73	69,80	-2,8
	QS 4	96,0	99,59	+1,0
		<i>kNm</i>	<i>kNm</i>	%

Tabelle 4.8: Nach der *Rayleigh/Ritz*schen Näherungsmethode berechnete kritische Biegemomente der zwölf Kragträger unter LF 2 und Lagerungsart 1.1 im Vergleich mit den Ergebnissen der FE-Schalenmodell-Berechnung

Tabelle 4.8 zeigt, dass die mit der *Rayleigh/Ritz*schen Methode und den in diesem Fall verwendeten Ansätze Verzweigungslasten gewonnen werden, die bis zu 24% auf der unsicheren Seite liegen, und damit unzulässig sind.

Die Erweiterung des Ansatzes für die Verdrehungen ϑ im Instabilitätsfall um den Verdrillfreiheitsgrad am freien Kragträgerende führt zwar zu einer 5-dimensionalen Koeffizientenmatrix, allerdings nicht zu einer Verbesserung der Ergebnisse. Dies zeigt, dass der Näherungsansatz der seitlichen Verschiebung nicht ausreichend affin zu der Verformung im Instabilitätsfall ist. Genauere Ergebnisse werden mit Polynomansätzen noch höheren Grades erzielt, wodurch die Dimension der Koeffizientenmatrix ansteigt und die Eigenwertbestimmung mit höherem Aufwand behaftet ist.

4.4.4 Lastfall 4 - Lagerung 1.1

Betrachtet man die Verläufe der normierten Verformungen u_y, ϑ der Instabilität infolge Lastfall 4 (äußeres Biegemoment) am freien Kragträger (Lagerungsart 1.1), so erkennt man den Unterschied zu den Verformungen bei den Lastfällen 1 & 2 darin, dass die Verdrillung ϑ' vom Auflager bis zum freien Kragträgerende von Null verschieden ist, und die Verdrehung in entgegengesetzter Richtung erfolgt. Der freie untere Stegrand ist durch die hier vorhandene Drehrichtung immer weiter von der Ursprungslage entfernt als der obenliegende Flansch.

Der mit den *Hermitschen* Interpolationspolynomen gebildete Näherungsansatz erweitert sich wegen der durchweg vorhandenen Verdrillung zu:

$$\tilde{u}_y(\xi) = \begin{bmatrix} C_2 \\ C_4 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} H4_2(\xi) \\ H4_4(\xi) \end{bmatrix} = C_2(3\xi^2 - 2\xi^3) + C_4(-\xi^2 + \xi^3) \quad (4.66)$$

$$\tilde{\vartheta}(\xi) = \begin{bmatrix} C_6 \\ C_7 \\ C_8 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} H4_2(\xi) \\ H4_3(\xi) \\ H4_4(\xi) \end{bmatrix} = C_6(3\xi^2 - 2\xi^3) + C_7(\xi - 2\xi^2 + \xi^3) + C_8(-\xi^2 + \xi^3) \quad (4.67)$$

4.4 Anwendung des *Rayleigh/Ritz*schen Verfahrens

Die abgeleitete Koeffizientenmatrix $\mathbf{K}_{LF^4, Lag1.1}$ ist in Tabelle 4.9 gezeigt.

Verzweigungslast unter Voraussetzung der Querschnittstreue

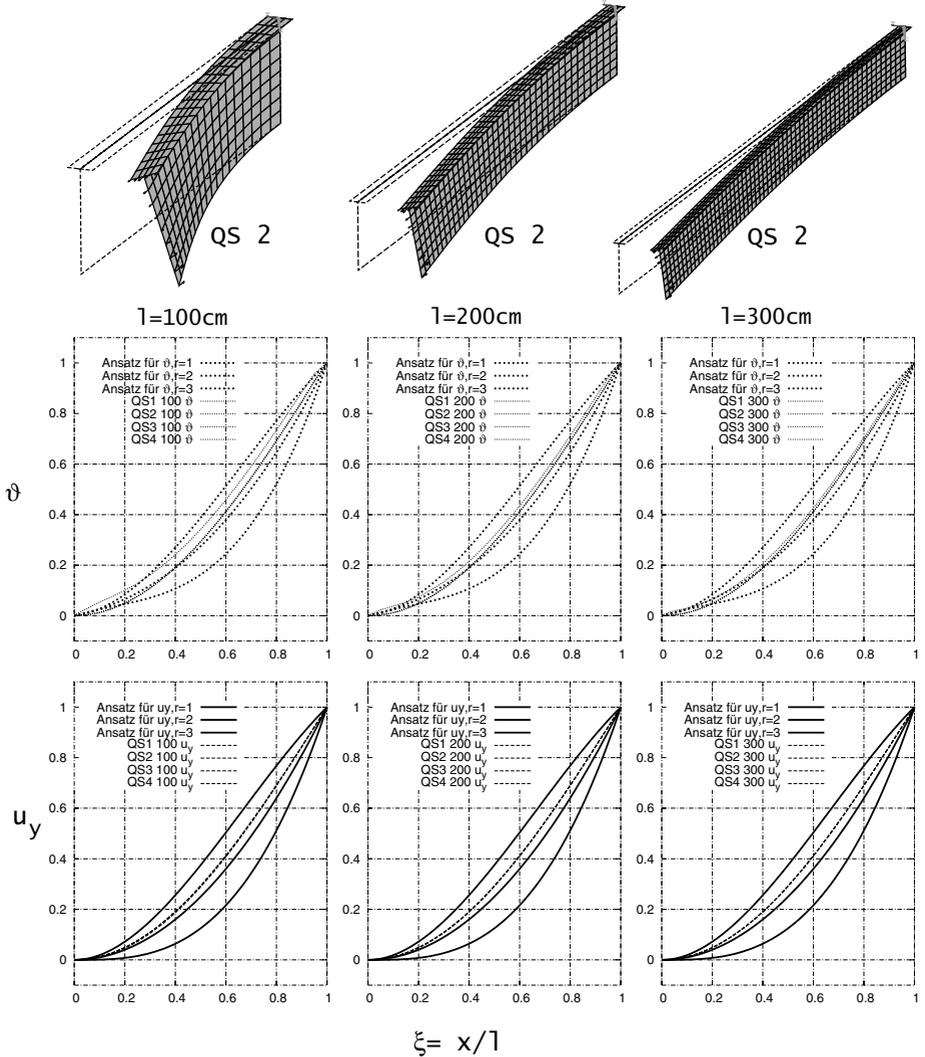


Bild 4.18: Ansatzfunktionen (dicke Linien) und normierte Verformungen u_y, ϑ aus ANSYS-FE-Berechnungen für zwölf Kragträger unter Lastfall 4 und Lagerungsart 1-1.

Lastfall 4, Lagerung 1.1:

Länge	Querschnitt	\tilde{M}_{cr}	$\tilde{M}_{cr,FE}$	$\frac{\tilde{M}_{cr,FE} - \tilde{M}_{cr}}{\tilde{M}_{cr,FE}} \cdot 100$
$\ell = 100cm$	QS 1	54,97	54,82	-2,0
	QS 2	51,90	51,59	-0,6
	QS 3	48,87	50,38	3,0
	QS 4	69,04	68,72	-0,5
$\ell = 200cm$	QS 1	27,43	27,64	+0,8
	QS 2	27,43	27,38	-0,2
	QS 3	24,83	25,81	+4,0
	QS 4	41,92	41,76	-0,4
$\ell = 300cm$	QS 1	18,28	18,60	+1,7
	QS 2	18,65	18,70	+0,3
	QS 3	16,65	17,44	+4,5
	QS 4	29,90	29,87	-0,1
		<i>kNm</i>	<i>kNm</i>	%

Tabelle 4.10: Nach der *Rayleigh/Ritz*schen Näherungsmethode berechnete kritische Biegemomente der zwölf Kragträger unter LF 4 und Lagerungsart 1.1 im Vergleich mit den Ergebnissen der ANSYS-FE-Berechnung

In Tabelle 4.10 sind die mit der hier geschilderten Methode genäherten ideal-kritischen Biegemomente mit den Ergebnissen der FE-ANSYS-Berechnungen am Schalenmodell verglichen.

Der Vergleich zeigt eine gute Übereinstimmung der ideal-kritischen Biegemomente \tilde{M}_{cr} und $M_{cr,FE}$.

Die *Rayleigh/Ritz*sche Methode in Verbindung mit *Hermitschen* Interpolationspo-

lynomen als Näherungsansatz der Verformungen liefert gute Ergebnisse für die ideal-kritischen Biegemomente bei einem am freien Kragträgerende angreifenden negativen Biegemomentes und der Lagerung 1.1.

4.4.5 Weitere Lagerungsarten

Für andere Lagerungsarten als 1.1, wie z.B der Kragträger mit seitlicher Lagerung des freien Kragträgerendes 1.2, können mit den hier verwendeten Näherungsansätzen nach der *Rayleigh/Ritz*schen Methode keine eindeutigen und verwendbaren Verzweigungslasten ermittelt werden. Die sich im Instabilitätsfall einstellende Verformungsfigur kann mit den relativ einfachen *Hermitschen* Interpolationspolynomen 3ten Grades (H4) nicht ausreichend genau approximiert werden.

Um auch für Kragträger mit diesen Lagerungsarten Verzweigungslasten bestimmen zu können, muss entweder der Näherungsansatz die Verformungen besser beschreiben, was mit Reihenansätzen und mehr Variablen möglich ist, oder das betrachtete Kontinuum in zusammenhängenden Teilen betrachtet werden. Letzteres bedeutet nichts anderes als die Methode von *Rayleigh/Ritz* auf die Methode der finiten Elemente zu erweitern.

4.5 Herleitung eines speziellen Stabelementes für die Anwendung der finiten Elemente Methode

Mit der Methode der finiten Elemente kann die Stabilität des idealen perfekten Stabes untersucht werden, sofern die kinematischen Beziehungen (Potential der inneren Energie) vollständig abgeleitet sind. In der FEM wird das Potential der inneren Energie einer elastischen Struktur bereichsweise untersucht. Das prinzipielle Vorgehen bei der FEM ist in Abschnitt 4.1.3 einleitend erläutert.

Im Folgenden wird ein Finites Stabelement hergeleitet und in das Mathematikprogramm *Maple 6* implementiert.

4.5.1 Herleitung der Elementsteifigkeitsmatrix \mathbf{k} des Finiten Elementes

Ausgehend von dem, auf den Fall des querbelasteten Stabes mit einfachsymmetrischem, bei Stabilitätsverlust querschnittstreuen Querschnitt, reduzierten inneren Potentials,

$$\Pi_i = \frac{1}{2} \int_{x=0}^a \{EI_z u_y''^2 + EI_w \vartheta''^2 + GI_t \vartheta'^2 + M_y (2u_y'' \vartheta + r_{M_z} \vartheta'^2)\} dx \quad (4.69)$$

und dessen erster Variation,

$$\delta \Pi_i = \int_{x=0}^a \{EI_z u_y'' \delta u_y'' + EI_w \vartheta'' \delta \vartheta'' + GI_t \vartheta' \delta \vartheta' + M_y u_y'' \delta \vartheta + M_y \delta u_y'' \vartheta + M_y r_{M_z} \vartheta' \delta \vartheta'\} dx \quad , \quad (4.70)$$

wird die Elementsteifigkeitsmatrix \mathbf{k} über den Teilbereich mit der Länge a , des Finiten Elementes, bestimmt.

$$\delta \Pi_i = \underbrace{\underline{u}_{\text{Freiheitsgrade}} \int_{x=0}^a \mathbf{BEB}^T dx}_{\mathbf{k}_{\text{Element}}} \quad (4.71)$$

In Matrix \mathbf{E} sind die Elastizitätsbeziehungen und in der Matrix \mathbf{B} die zugehörigen Ableitungen der Ansatzfunktionen zusammengefasst.

Wegen des Auftretens von 2ten Ableitungen der Verformungen im Integralausdruck liegt eine sogenannte C_1 -Kontinuität vor und bedeutet für die zu wählende Ansatzfunktionen, dass diese mindestens vom Grad 3 sein müssen, damit deren 2te Ableitungen in den Übergangsstellen (Knoten) stetig sind.

Um die Integration über die Elementlänge numerisch zu vereinfachen (Gauß- oder Newton-Cotes-Integration) wird die Elementkoordinate ξ für den Bereich $[-1 \dots 1]$ festgelegt. Es entsteht ein Element mit der Integrationslänge 2.

4.5 Herleitung eines speziellen Stabelementes für die Anwendung der finiten Elemente Methode

Folgende Substitutionen müssen gemacht werden:

$$x = (\xi + 1) \frac{a}{2} \quad \rightsquigarrow \quad \frac{dx}{d\xi} = \frac{a}{2} \quad \rightsquigarrow \quad dx = \frac{a}{2} \cdot d\xi$$

Mit den Vereinbarungen $u' = \frac{du}{dx}$ und $u \cdot = \frac{du}{d\xi}$, ergeben sich für die Ableitungen einer Funktion $u(x)$ unter Berücksichtigung der Kettenregel:

$$\begin{aligned} u'(x) &= \frac{du}{dx} = \frac{du}{d\xi} \cdot \frac{d\xi}{dx} = \frac{2}{a} u \cdot \quad \rightsquigarrow \quad u \cdot = \frac{a}{2} u' \\ u''(x) &= \frac{d^2u}{dx^2} = \frac{d^2u}{d\xi^2} \cdot \left(\frac{d\xi}{dx}\right)^2 = \frac{4}{a^2} u \cdot \cdot \quad \rightsquigarrow \quad u \cdot \cdot = \frac{a^2}{4} u'' \end{aligned}$$

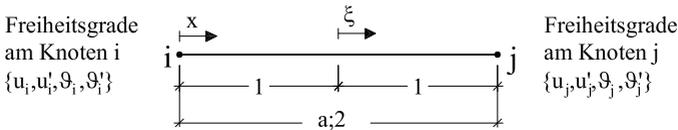


Bild 4.19: Länge und Freiheitsgrade des hier abgeleiteten isoparametrischen finiten Stabelementes

Das Finite Element, für das hier die Elementsteifigkeitsmatrix bestimmt werden soll, hat an jedem Knoten 4, insgesamt also 8 Freiheitsgrade, bedingt dadurch, dass an jedem Knoten die seitliche Verschiebung u_y und die Verdrehung um die Längsachse ϑ , sowie deren Ableitungen u'_y und ϑ' betrachtet werden müssen, (Bild 4.19).

Der Verschiebungsvektor für die Freiheitsgrade \underline{u} wird wie folgt definiert.

$$\underline{u} = \{u_{yi}, u'_{yi}, \vartheta_i, \vartheta'_i, u_{yj}, u'_{yj}, \vartheta_j, \vartheta'_j\}^T \tag{4.72}$$

Im Folgenden werden die Ansatzfunktionen der Übersichtlichkeit wegen, für nur eine Verformung u und deren Ableitung u' mit jeweils zwei Freiheitsgraden u, u' je Knoten i und j , also insgesamt vier am Element hergeleitet. Der zugehörige Verschiebungsvektor hierfür lautet:

$$\underline{u}_4 = \{u_i, u'_i, u_j, u'_j\}^T \quad (4.73)$$

Ausgehend von einem Ansatzpolynom dritten Grades für $u(\xi)$ werden die Ansatzkoeffizienten C_i durch die Freiheitsgrade des Elementes ersetzt.

$$u(\xi) = C_1 + C_2\xi + C_3\xi^2 + C_4\xi^3 = \begin{bmatrix} 1 \\ \xi \\ \xi^2 \\ \xi^3 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix} \quad (4.74)$$

$$u(\xi) = \underline{\hat{\phi}} \cdot \underline{C} \quad (4.75)$$

$$\begin{aligned} u_i &= u(\xi = -1) = C_1 - C_2 + C_3 - C_4 \\ u'_i &= u'(\xi = -1) = C_2 - 2C_3 + 3C_4 = \frac{a}{2} u'(\xi = -1) \\ u_j &= u(\xi = 1) = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 \\ u'_j &= u'(\xi = 1) = C_2 + 2C_3 + 3C_4 = \frac{a}{2} u'(\xi = 1) \end{aligned}$$

In Matrixschreibweise:

$$\begin{aligned} \underline{\hat{\phi}}^* \cdot \underline{C} &= \underline{u}_4 \\ \underline{C} &= \underline{\hat{\phi}}^{*-1} \cdot \underline{u}_4 \end{aligned}$$

Nach Einsetzen in Gleichung 4.75 erhält man:

4.5 Herleitung eines speziellen Stabelementes für die Anwendung der finiten Elemente Methode

$$u(\xi) = \hat{\underline{\phi}} \cdot \hat{\underline{\phi}}^{*-1} \cdot \underline{u}_4$$

$$u(\xi) = \mathbf{B}(\xi) \cdot \underline{u}_4 \quad (4.76)$$

$$u(xi) = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{a}{2} \\ 1 \\ \frac{a}{2} \end{bmatrix}^{diag} \begin{bmatrix} 2 & -3 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \xi \\ \xi^2 \\ \xi^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ u'_i \\ u_j \\ u'_j \end{bmatrix}$$

$$u'(\xi) = \mathbf{B}'(\xi) \cdot \underline{u}_4 \quad (4.77)$$

$$u'(xi) = \frac{1}{2a} \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{a}{2} \\ 1 \\ \frac{a}{2} \end{bmatrix}^{diag} \begin{bmatrix} -3 & 0 & 3 \\ -1 & -2 & 3 \\ 3 & 0 & -3 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \xi \\ \xi^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ u'_i \\ u_j \\ u'_j \end{bmatrix}$$

$$u''(\xi) = \mathbf{B}''(\xi) \cdot \underline{u}_4 \quad (4.78)$$

$$u''(xi) = \frac{1}{a^2} \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{a}{2} \\ 1 \\ \frac{a}{2} \end{bmatrix}^{diag} \begin{bmatrix} 0 & 6 \\ -2 & 6 \\ 0 & -6 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ u'_i \\ u_j \\ u'_j \end{bmatrix}$$

Für das betrachtete Finite Element mit dem Verschiebungsvektor \underline{u} gemäß Gl.4.72 sind die Ansatzfunktionsmatrizen \mathbf{B} sinngemäß auf acht Zeilen zu erweitern, wobei hier der Überschaubarkeit wegen, eine Matrix \mathbf{B}_{u_y} für die seitlichen Verschie-

bung und eine weitere \mathbf{B}_ϑ für die Verdrehung gebildet wird.

$$\mathbf{B}_{u_y} = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 0 & 1 \\ \frac{a}{2} & -\frac{a}{2} & -\frac{a}{2} & \frac{a}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & -1 \\ \frac{a}{2} & -\frac{a}{2} & -\frac{a}{2} & \frac{a}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \xi \\ \xi^2 \\ \xi^3 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_\vartheta = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \\ \frac{a}{2} & -\frac{a}{2} & -\frac{a}{2} & \frac{a}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \\ \frac{a}{2} & -\frac{a}{2} & -\frac{a}{2} & \frac{a}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \xi \\ \xi^2 \\ \xi^3 \end{bmatrix}$$

Die linearen Anteile in der Elementsteifigkeitsmatrix, das sind diejenigen, die nicht von der Belastung abhängig sind, ergeben sich durch partielle Anwendung des inneren Potentials, Gleichung 4.70 und 4.71.

$$\mathbf{k}_{lin} \cdot \underline{u} = u \int_{-1}^1 \left\{ EI_z \frac{1}{a^4} \mathbf{B}'_{u_y} \mathbf{B}''_{u_y T} + EI_w \frac{1}{a^4} \mathbf{B}''_{\vartheta} \mathbf{B}''_{\vartheta T} + GI_t \frac{1}{4a^2} \mathbf{B}'_{\vartheta} \mathbf{B}'_{\vartheta T} \right\} \frac{a}{2} d\xi \quad (4.79)$$

Die Matrix \mathbf{k}_{lin} ist in Tabelle 4.11 gezeigt.

Die geometrische Elementsteifigkeitsmatrix wird mit den lastabhängigen Arbeiten/Steifigkeiten des inneren Potentials erstellt.

Dabei kann der veränderliche Biegemomentenverlauf $M_y(\xi)$ generell mit der numerischen Integration gemäß Gauß oder Newton-Cotes berücksichtigt werden. Hier soll vereinfachend ein linear veränderlicher Biegemomentenverlauf über die Elementlänge a vorausgesetzt werden.

$$\begin{aligned} M_y(\xi) &= \left(\frac{M_{yj} - M_{yi}}{a} \right) (\xi + 1) \frac{a}{2} + M_{yi} \\ &= \frac{1}{2} (M_{yj} - M_{yi}) (\xi + 1) + M_{yi} \end{aligned} \quad (4.81)$$

4.5 Herleitung eines speziellen Stabelementes für die Anwendung der finiten Elemente Methode

$$\mathbf{k}_{lin}^{8 \times 8} = \begin{bmatrix} 12 \frac{EI_z}{a^3} & 6 \frac{EI_z}{a^2} & 0 & 0 & & & & \\ 6 \frac{EI_z}{a^2} & 4 \frac{EI_z}{a} & 0 & 0 & & & & \\ 0 & 0 & 12 \frac{EI_w}{a^3} + \frac{6}{5} \frac{GI_t}{a} & 6 \frac{EI_w}{a^2} + \frac{1}{10} GI_t & & & & \\ 0 & 0 & 6 \frac{EI_w}{a^2} + \frac{1}{10} GI_t & 4 \frac{EI_w}{a} + \frac{2}{15} GI_t a & & & & \dots \\ -12 \frac{EI_z}{a^3} & -6 \frac{EI_z}{a^2} & 0 & 0 & & & & \\ 6 \frac{EI_z}{a^2} & 2 \frac{EI_z}{a} & 0 & 0 & & & & \\ 0 & 0 & -12 \frac{EI_w}{a^3} - \frac{6}{5} \frac{GI_t}{a} & -6 \frac{EI_w}{a^2} - \frac{1}{10} GI_t & & & & \\ 0 & 0 & 6 \frac{EI_w}{a^2} + \frac{1}{10} GI_t & 2 \frac{EI_w}{a} - \frac{1}{30} GI_t a & & & & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -12 \frac{EI_z}{a^3} & 6 \frac{EI_z}{a^2} & 0 & 0 & & & & \\ -6 \frac{EI_z}{a^2} & 2 \frac{EI_z}{a} & 0 & 0 & & & & \\ 0 & 0 & -12 \frac{EI_w}{a^3} - \frac{6}{5} \frac{GI_t}{a} & 6 \frac{EI_w}{a^2} + \frac{1}{10} GI_t & & & & \\ \dots & 0 & 0 & -6 \frac{EI_w}{a^2} - \frac{1}{10} GI_t & 2 \frac{EI_w}{a} - \frac{1}{30} GI_t a & & & \\ 12 \frac{EI_z}{a^3} & -6 \frac{EI_z}{a^2} & 0 & 0 & & & & \\ -6 \frac{EI_z}{a^2} & 4 \frac{EI_z}{a} & 0 & 0 & & & & \\ 0 & 0 & 12 \frac{EI_w}{a^3} + \frac{6}{5} \frac{GI_t}{a} & -6 \frac{EI_w}{a^2} - \frac{1}{10} GI_t & & & & \\ 0 & 0 & -6 \frac{EI_w}{a^2} - \frac{1}{10} GI_t & 4 \frac{EI_w}{a} + \frac{2}{15} GI_t a & & & & \end{bmatrix} \quad (4.80)$$

Tabelle 4.11: Lineare Elementsteifigkeitsmatrix

Die geometrische Elementsteifigkeitsmatrix kann dann wie folgt abgeleitet werden.

$$\mathbf{k}_{geo} \cdot \underline{u} = \underline{u} \int_{-1}^1 \left\{ M_y(\xi) \frac{1}{4a^2} \mathbf{B}''_{\vartheta} \mathbf{B}^T_{u_y} + M_y(\xi) \frac{1}{4a^2} \mathbf{B}''_{u_y} \mathbf{B}^T_{\vartheta} + M_y(\xi) r_{Mz} \frac{1}{4a^2} \mathbf{B}'_{\vartheta} \mathbf{B}^T_{\vartheta} \right\} \frac{a}{2} d\xi \quad (4.82)$$

Die geometrische Elementsteifigkeitsmatrix ist in Tabelle 4.12 gezeigt.

Die vollständige Elementmatrix wird aus linearer und geometrischer Elementmatrix gebildet:

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}_{lin} + \mathbf{k}_{geo} \quad (4.84)$$

Für die Untersuchung des Eigenwertproblems zur Ermittlung der idealen Verzweigungslasten ist es jedoch günstiger die Anteile getrennt zu belassen, um das generalisierte Eigenwertproblem auszuwerten.

4.5.2 Gesamtsteifigkeitsmatrix \mathbf{K}

Setzt man die Finiten Elemente an ihren Knotenpunkten (Übergangsstellen) zu einem Finite Elemente Modell zusammen, bildet sich in der Überlagerung der einzelnen Elementsteifigkeitsmatrizen \mathbf{k} in den gemeinsamen Freiheitsgraden die Gesamtsteifigkeitsmatrix \mathbf{K} .

Im Fall des hier mit n Elementen modellierten Stabs und $n + 1$ Knoten ist die Gesamtsteifigkeitsmatrix von der Dimension

$$(n + 1) \cdot \dim \underline{u} = (n + 1) \cdot 8,$$

bei acht Freiheitsgraden je Knoten.

Die Lagerungsbedingungen des Stabs werden in das Finite Elemente Modell derart übertragen, dass der betreffende Freiheitsgrad u_i als unverschieblich gilt, also den Wert null annimmt. In einem solchen Fall kann der Freiheitsgrad aus dem Gleichungssystem entfernt und die entsprechend zugehörige Spalte i ersatzlos gestrichen werden. Das Gleichungssystem wäre nun überbestimmt, weshalb eine Zeile entfernt werden kann. Wird die Zeile i entfernt, bleibt die Gesamtsteifigkeitsmatrix \mathbf{K} symmetrisch.

4.5 Herleitung eines speziellen Stabelementes für die Anwendung der finiten Elemente Methode

$$\mathbf{k}_{geo}^{8 \times 8} = \begin{bmatrix}
 0 & 0 & -\frac{1}{10} \frac{M_{yj} + 11M_{yi}}{a} & -\frac{1}{10} M_{yi} \\
 0 & 0 & -\frac{1}{5} M_{yj} - \frac{9}{10} M_{yi} & -\frac{1}{30} a (3M_{yi} + M_{yj}) \\
 -\frac{1}{10} \frac{M_{yj} + 11M_{yi}}{a} & -\frac{1}{5} M_{yj} - \frac{9}{10} M_{yi} & \frac{3}{5} \frac{r_{Mz} (M_{yj} + M_{yi})}{a} & \frac{1}{10} r_{Mz} M_{yj} \\
 -\frac{1}{10} M_{yi} & -\frac{1}{30} a (3M_{yi} + M_{yj}) & \frac{1}{10} r_{Mz} M_{yj} & \frac{1}{30} r_{Mz} a (3M_{yi} + M_{yj}) \\
 0 & 0 & \frac{1}{10} \frac{M_{yj} + 11M_{yi}}{a} & \frac{1}{10} M_{yi} \\
 0 & 0 & \frac{1}{10} M_{yj} - \frac{1}{5} M_{yi} & \frac{1}{30} M_{yj} a \\
 \frac{1}{10} \frac{11M_{yj} + M_{yi}}{a} & \frac{1}{5} M_{yj} - \frac{1}{10} M_{yi} & -\frac{3}{5} \frac{r_{Mz} (M_{yj} + M_{yi})}{a} & -\frac{1}{10} r_{Mz} M_{yj} \\
 -\frac{1}{10} M_{yj} & \frac{1}{30} M_{yi} a & \frac{1}{10} r_{Mz} M_{yi} & -\frac{1}{60} r_{Mz} a (M_{yj} + M_{yi})
 \end{bmatrix} \dots$$

$$\dots \begin{bmatrix}
 0 & 0 & \frac{1}{10} \frac{11M_{yj} + M_{yi}}{a} & -\frac{1}{10} M_{yj} \\
 0 & 0 & \frac{1}{5} M_{yj} - \frac{1}{10} M_{yi} & \frac{1}{30} M_{yi} a \\
 \frac{1}{10} \frac{M_{yj} + 11M_{yi}}{a} & \frac{1}{10} M_{yj} - \frac{1}{5} M_{yi} & -\frac{3}{5} \frac{r_{Mz} (M_{yj} + M_{yi})}{a} & \frac{1}{10} r_{Mz} M_{yi} \\
 \frac{1}{10} M_{yi} & \frac{1}{30} M_{yj} a & -\frac{1}{10} r_{Mz} M_{yj} & -\frac{1}{60} r_{Mz} a (M_{yj} + M_{yi}) \\
 0 & 0 & -\frac{1}{10} \frac{11M_{yj} + M_{yi}}{a} & \frac{1}{10} M_{yj} \\
 0 & 0 & \frac{9}{10} M_{yj} + \frac{1}{5} M_{yi} & -\frac{1}{30} a (3M_{yj} + M_{yi}) \\
 -\frac{1}{10} \frac{11M_{yj} + M_{yi}}{a} & \frac{9}{10} M_{yj} + \frac{1}{5} M_{yi} & \frac{3}{5} \frac{r_{Mz} (M_{yj} + M_{yi})}{a} & -\frac{1}{10} r_{Mz} M_{yi} \\
 \frac{1}{10} M_{yj} & -\frac{1}{30} a (3M_{yj} + M_{yi}) & -\frac{1}{10} r_{Mz} M_{yi} & \frac{1}{30} r_{Mz} a (3M_{yj} + M_{yi})
 \end{bmatrix} \quad (4.83)$$

Tabelle 4.12: Geometrische Elementstifigkeitsmatrix (Lastabhängige Anteile)

Zur Ermittlung der idealen Verzweigungslast, wird das homogene Gleichungssystem bezüglich des betragsmäßig kleinsten Eigenwertes untersucht. Es ist günstig das generalisierte Eigenwertproblem zu betrachten.

$$\mathbf{K}_{lin} + \lambda \mathbf{K}_{geo} = 0 \quad (4.85)$$

4.5.3 Implementierung des Finiten Elements und Eigenwertbestimmung

Das Mathematikprogramm *Maple 6* bietet die Möglichkeit der notwendigen Matrizenmanipulationen zum Aufbau des Finiten Elemente Modells aus den Finiten Elementen. Der Aufbau der Gesamtsteifigkeitsmatrix kann in einer programmierbaren Umgebung geschehen. Eine gute Darstellung der Matrizen bietet gute Kontrollmöglichkeiten. Des Weiteren sind in *Maple 6* die notwendigen Algorithmen zur Eigenwertbestimmung mit enthalten. Der betragsmäßig kleinste Eigenwert entspricht dem Laststeigerungsfaktor der idealen Verzweigungslast (Knicklast).

Das programmierte Finite Elemente Modell ist variabel gestaltet. Die Abmessungen ℓ, h_w, t_w, b_f, t_f des Kragträgers und die notwendigen Materialparameter Elastizitäts- und Schubmodul, sowie der Anzahl n der finiten Elemente aus denen das Modell gebildet wird, sind Eingabeparameter. Eine weitere Wahlmöglichkeit besteht für die Art der Belastung. Es sind die Lastfälle Einzellast, Gleichstreckenlast und Biegemoment am Kragende wie in Abschnitt 2.4.2 definiert möglich. Auf der im Anhang A enthaltenen CDROM ist das Script der Implementierung in das Mathematikprogramm *MAPLE* mit enthalten.

In Übereinstimmung mit Tabelle 2.30 werden die Verzweigungslasten für die Lagerungsarten 1.1 / 1.2 / 1.3 / 2.2 und 2.3, bei denen die Verformung bei Instabilität ohne Querschnittsverzerrung möglich ist, berechnet.

Die Lagerungsbedingungen werden durch Entfernen der den gesperrten Freiheitsgraden zugehörigen Zeilen und Spalten berücksichtigt.

Bei Lagerungsart 1.2 ist die seitliche Verschiebung am Kragträgerende im Schnittpunkt von Flansch und Steg behindert. Als Folge verdreht sich der Querschnitt hier um diesen Punkt. Es handelt sich also um eine diskrete gebundene Drehachse. Der

4.5 Herleitung eines speziellen Stabelementes für die Anwendung der finiten Elemente Methode

Freiheitsgrad 'seitliche Verschiebung des Schubmittelpunktes u_y ' kann in linearer Abhängigkeit der Verdrehung betrachtet werden. Die Freiheitsgrade sind, wie in Bild 4.20 gezeigt, gekoppelt

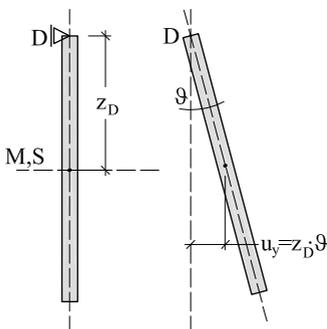


Bild 4.20: Kopplungsbeziehung bei gebundener Drehachse

Die Kopplungsbeziehung wird in der Gesamtsteifigkeitsmatrix wie folgt berücksichtigt: Weil in den Verschiebungsvektor zwei Freiheitsgrade gekoppelt sind, können die beiden zugehörigen Spalten in der Gesamtsteifigkeitsmatrix zusammengefasst werden. Die Abhängigkeit des gekoppelten Freiheitsgrades wird dabei berücksichtigt. Zusätzlich kann dann die Zeile des gekoppelten Freiheitsgrades entfernt werden, sodass die Gesamtsteifigkeitsmatrix wieder symmetrisch ist, und das Gleichungssystem eindeutig lösbar ist.

Bei den Lagerungsbedingungen 2.2 und 2.3 kann diese Kopplung über alle Knotenpunkte erfolgen.

Es zeigte sich aber, dass wenn die Querschnittsstrecke und der Wölbwiderstand in Bezug auf den Drehpunkt bestimmt werden, und das gewöhnliche Vorgehen zur Berücksichtigung von Lagerungsbedingungen - Streichen von Spalten und Zeilen - zur Anwendung kommt, bessere und vor allem deutbare Ergebnisse resultieren. Daraus lässt schließen, dass bei gebundener Drehachse zum einen nicht nur die Freiheitsgrade gekoppelt sind, sondern auch die Querschnittswerte, die sich auf den Drehpunkt beziehen, eben die Querschnittsstrecke und der Wölbwiderstand,

erheblichen Einfluss auf die ideale Verzweigungslast üben und damit verändert sind.

4.5.4 Konvergenz und Güte des finiten Elementes

Um die Güte des abgeleiteten finiten Elementes und zur Studie der Konvergenz wurden die Verzweigungslasten für acht Träger (4 Querschnitte in 2 Längen, Tabelle 4.13, Bild 4.21) mit 2/4/8 und 12 Elementen berechnet und zum Vergleich mit dem querschnittstreuen FE-ANSYS-Schalenmodell die Verzweigungslasten berechnet.

Querschnitt	h_w	t_w	b_f	t_f	z_f	z_M	I_y	I_z	I_t	r_{Mz}
QS5	40	1,0	20	1,6	-11,6	-11,5	13032	1070	40,6	31,9
QS6	40	1,6	20	1,6	-13,9	-13,6	17770	1080	81,9	32,6
QS7	40	1,6	10	1,6	-16,6	-14,7	14074	147	68,3	31,5
QS8	40	1,6	0	0	-20,0	0	8533	13,7	54,6	0
	<i>cm</i> ⁴	<i>cm</i> ⁴	<i>cm</i> ⁴	<i>cm</i>						

Längen $\ell =$ 200 400 *cm*

Tabelle 4.13: Abmessungen und Querschnittswerte der mit dem FE-Stabelemente-Modell untersuchten Kragträger

Bild 4.22 zeigt den Vergleich der FE-Berechnungen unter Verwendung des hergeleiteten Stabelements mit den Ergebnissen unter Verwendung des Schalenmodells mit ANSYS. Es werden die Verzweigungslasten für alle Lagerungsarten, Querschnitte gemäß Bild 4.21, Längen und Lastfälle betrachtet.

Auf eine Darstellung mit Differenzierung bezüglich der einzelnen Lagerungsarten, Querschnitte und Längen wird zur Beurteilung der Güte des Stabelementes

4.5 Herleitung eines speziellen Stabelementes für die Anwendung der finiten Elemente Methode

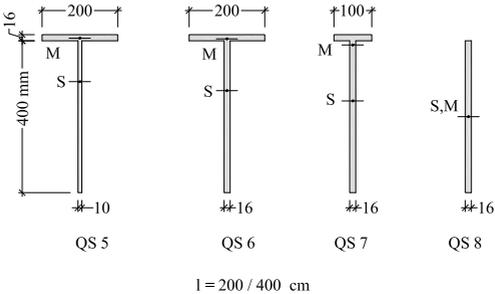


Bild 4.21: Querschnitte mit denen eine Verzweigungslast-Berechnung mit dem Finite Stabelement-Modell erfolgt.

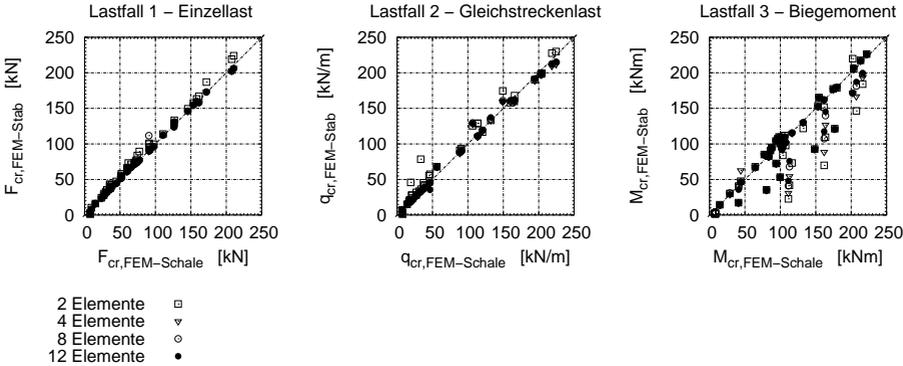


Bild 4.22: Vergleich der Verzweigungslasten, berechnet nach FEM mit dem Stabmodell und dem Schalenmodell

verzichtet, da die Übereinstimmung der Ergebnisse sich pauschal nur bezüglich des Lastfalles unterscheidet. Mit Bild 4.22 wird deutlich, dass unter den Lastfällen 1) Einzellast und 2) Gleichstreckenlast die Verzweigungslasten mit dem FEM-Stabmodell in guter Übereinstimmung mit dem Schalenmodell sind. Beim Lastfall 4, dem am Kragende angreifenden Biegemoment, konnte in einigen Fällen selbst mit 12 Elementen beim Stabmodell (schwarze Punkte) zwar keine Übereinstimmung mit dem Schalenmodell erzielt werden, jedoch sind die Verzweigungslasten $F_{cr,FEM-Stab}$ mit dem Stabmodell stets geringer als nach dem Schalenmodell $F_{cr,FEM-Schale}$. Die Abweichungen treten nur bei den Lagerungsarten 1.2 und 2.2 und zwar bei allen Querschnitten auf, was darauf schließen lässt, dass die Koppelungsbeziehung am Kragarmende bei diesem Lastfall Einfluss auf die Konvergenz der Ergebnisse übt.

In den überwiegenden Fällen liefert das Stabelement schon mit 4 Elementen gute Ergebnisse. Die Ermittlung von Verzweigungslasten mit dieser Methode ist daher mit erträglichem Aufwand für die Instabilität unter Voraussetzung der Querschnittstreue möglich und auch zu empfehlen. Diese Methode kann leicht in die schon bekannten und verfügbaren Stabwerksprogramme integriert werden. Stabwerksprogramme, die schon die Ermittlung von idealen Biegedrillknicklasten von Stäben ermöglichen, können um die für den T-Kragträger spezifischen Querschnittswerte ergänzt werden.

In der Arbeit von /Scheld 2003/ wird auch der Einfluss der Wölbsteifigkeit untersucht. Weil der T-Querschnitt nur über eine geringe *de Saint Venantsche* Torsionssteifigkeit verfügt, wurde vermutet, dass auch die geringe Wölbsteifigkeit des T-Querschnitts zur Stabilisierung herangezogen werden muss.

Es wurde festgestellt, dass je nach Querschnittsausbildung die Verzweigungslasten ohne Ansatz der Wölbsteifigkeit bis zu 50 % geringer ausfallen als wenn diese in Ansatz gebracht wird. Dies zeigt, dass die Wölbsteifigkeit des T-Querschnittes ganz erheblich die Stabilität gegen Biegedrillknicken gewährleistet und darauf nicht leichtfertig verzichtet werden sollte, vorausgesetzt das Einspannlager lässt keine Verwölbung zu.

4.6 Zusammenfassung

Auf eine Einführung der Methoden zur Ermittlung von Verzweigungslasten folgt die Bestimmung von Querschnittswerten, die gewöhnlich nicht ermittelt werden, aber für die Untersuchung der Stabilität des Kragträgers mit T-Querschnitt wichtig sind.

Mit dem FE-Programm *ANSYS* und einem aus Schalenelementen aufgebautem FE-Modell ist die Berechnung der idealen Verzweigungslasten von T-Kragträgern allgemein möglich. Aus den Ergebnissen der Berechnungen einer Auswahl von T-Kragträgern kann für Spezialfälle ein herausgefilterte Näherungslösung angegeben werden.

Die Berechnung der Verzweigungslast nach dem *Rayleigh/Ritz*schem Verfahren liefert für die Lagerungsart 1.1 und Lastfälle 1 und 2 akzeptable Ergebnisse, wobei aber der Eigenwert eines 4×4 Gleichungssystems bestimmt werden muss. Die Verbesserung der Näherungslösungen und Erweiterung auf andere Lagerungsarten ist theoretisch mit der Erhöhung des Grades der Ansatzfunktionen möglich, aber wegen des zu lösenden Gleichungssystems unpraktisch.

Die allgemeine Berechnung der idealen Verzweigungslast von T-Kragträgern unter Voraussetzung der Querschnittstreue kann mit einem hier abgeleiteten FE-Stebelement und einem Mathematikprogramm in guter Näherung erfolgen. Das Stebelement ist um die speziellen Eigenschaften des T-Querschnittes erweitert. Es wurde gezeigt, dass 12 Stebelemente ausreichen um die Verzweigungslast in Übereinstimmung mit dem *ANSYS*-Schalenelementmodell zu bestimmen.

5 Numerische Traglastuntersuchungen

Die Traglast eines Bauteiles stellt dessen maximale Beanspruchbarkeit dar, sofern die Gebrauchstauglichkeit keine Rolle spielt. Die Traglast eines Bauteiles aus Stahl wird einerseits durch die Materialtragfähigkeit und andererseits durch die Strukturtragfähigkeit bestimmt (Bild 1.6).

Mit der Fließgrenze f_y des Materials können elastische und plastische Beanspruchbarkeiten definiert werden. Auf die allein materialbezogenen Beanspruchbarkeit wurde schon in Abschnitt 3 eingehend eingegangen.

Die folgenden Traglastuntersuchungen erfolgen nur für T- Querschnitte, deren plastische Querschnittstragfähigkeit mit dem vollplastischen Biegemoment M_{pl} berechnet werden darf. Die in Abschnitt 3.2 gemachten Abgrenzung sind eingehalten. Die Gültigkeit der hier gemachten Aussagen beschränkt sich demnach auf baupraktisch sinnvolle T-Querschnitte mit der größten Druckspannung am freiem unteren Stegrand.

$$\delta_f = \frac{A_f}{A} \leq 0,45$$

Die Stabilität unter Berücksichtigung von strukturellen und geometrischen Imperfektionen stellt die Grenze der Strukturtragfähigkeit dar und wird an dieser Stelle behandelt.

Die Traglast wird meist auf Grundlage der Verzweigungslast ermittelt, so dass die Kenntnis dieser, gegenüber der Traglast, noch berechenbaren Größe von äußerster Wichtigkeit ist.

5.1 Vorgehensweise

Grundsätzlich kann die vereinfachte Ermittlung der Traglast auf Grundlage der Verzweigungslast mit den zwei Vorgehensweisen **Nachweis mit Systemschlankheit** und **Nachweis mit Einzelschlankheiten** erfolgen.

Weiter ist es möglich die Traglast immer direkt mit einer geometrisch und physikalisch nichtlinearen Berechnung mit der FEM zu bestimmen; jedoch müssen dann gesicherte Annahmen bezüglich der Imperfektionen, des Materials und der Berechnungsart getroffen werden. Eine Berechnung nach Theorie zweiter Ordnung ohne Berücksichtigung von nichtlinearen Materialeigenschaften, mit einem Stabelement, dass keine Plattenverformungen berücksichtigt kann und mit ungesicherten Imperfektionsannahmen, liefert keine aussagefähigen, meist falsche Ergebnisse.

Ziel dieses Abschnittes ist es, zum einen das Tragverhalten der T-Kragträger unter Beachtung der ungünstigst wirkenden strukturellen Imperfektion zu untersuchen und andererseits, speziell für den T-Kragträger, in Anlehnung an die Normung die nötigen Berechnungshilfen aufzuarbeiten.

Um den Nachweis auch mit Einzelschlankheiten führen zu können, werden die Bemessungsverfahren der Normen untersucht. Alternative Vorschläge zur Bemessung der T-Kragträger werden gemacht und den Vorgehen der Normen gegenübergestellt.

5.1 Vorgehensweise

Ziel der geometrisch und physikalisch nichtlinearen numerischen Analysen mit dem ANSYS- FE - Modell ist die Bestimmung der für das Tragverhalten von T-Kragträgern zutreffenden Traglastabminderungsbeziehung über den gesamten Bereich des bezogenen plastischen Schlankheitsgrades $\bar{\lambda}_{pl}$.

Die physikalisch (stoffliche) Nichtlinearität wird durch die Annahme des bilinearen linear-elastischen ideal-plastischen Materialverhaltens ohne Verfestigung berücksichtigt.

Der geometrischen Nichtlinearität wird zum einen durch die Modellierung mit Schalenelementen, die Effekte der Theorie zweiter Ordnung berücksichtigen, und zum anderen durch eine geeignete geometrische Imperfektion, also einer Vorverformung, entsprochen.

Strukturelle Imperfektionen in der Form von Eigenspannungen werden wegen des von /Salzgeber 2000/ festgestellten günstigen Einflusses auf die Tragfähigkeit von T-Kragträgern nicht berücksichtigt.

Zunächst sollen unterschiedliche geometrische Imperfektionen gemäß der Normung und deren Kombinationen an einer Reihe von unterschiedlichen Kragträgern verschiedener bezogener Schlankheitsgrade angesetzt werden, und jeweils die Traglast numerisch bestimmt werden. Ziel ist es, die ungünstigste Kombination der geometrischen Imperfektion beim Biegedrillknicken für alle Lagerungsarten und betrachteten Lastfälle zu definieren.

In einem nächsten Schritt werden für eine angemessene Anzahl von Kragträgern, deren bezogene Schlankheitsgrade den wichtigsten Bereich - gedrungen, mittelschlank bis schlank - abdecken, die Traglasten bestimmt, so dass eine Aussage bezüglich einer Traglastabminderungsbeziehung ausreichend sicher und hinreichend wirtschaftlich getroffen werden kann.

Gedrungene Träger sind solche, die nicht instabilitätsgefährdet sind, also die plastische Grenztragfähigkeit erreichen. *Mittelschlank* sind Träger deren Tragverhalten unterkritisch ist; die Traglast also weit geringer als die kritische Last ist. Als *schlank* werden Träger bezeichnet wenn deren Traglast annähernd mit der kritischen Last übereinstimmt oder sogar, wie in den Beulfällen, überkritisch ist.

5.2 Ansatz geometrischer Imperfektionen

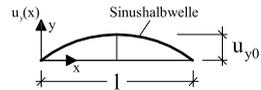
Als geometrische Imperfektionen werden hier einerseits Translationen der Querschnitte in Richtung der starken Achse (senkrecht zum Steg) und andererseits Verdrehungen der Querschnitte um die Längsachse betrachtet.

5.2.1 Vorkrümmungen

Die Vorschriften /DIN 18800 1990/ und /Eurocode 3-1-1 2003/ legen Vorkrümmungen als geometrische Ersatzimperfektion von Stäben fest. Als Vorkrümmung ist die Krümmung der Trägerlängsachse um die vertikale (z-Achse) gemeint. In den Kommentaren /Beuth-Kommentare 1993/ zur /DIN 18800 1990/ wird weiter betont, dass die Form einer Sinushalbwellen der Vorkrümmung auch für Stäbe anzuwenden wäre, wenn es sich nicht um einen beidseitig gelenkig gelagerten Stab handle. Dies ist gerade für das System des Kragträgers zu überprüfen.

Für durch Knicken instabilitätsgefährdeter Stäbe, sind in Abhängigkeit der Stabart - dies ist die Zuordnung einer Knicklinie - bei plastischer Bemessung die Vorkrümmung in Form der Sinushalbwellen mit den folgend angegebenen maximalen Ausmitten anzusetzen:

Knicklinie / Stabart	Stich der Vorkrümmung u_{y0}	
	/DIN 18800 1990/	/Eurocode 3-1-1 2003/
a	$\ell/300$	$\ell/250$
b	$\ell/250$	$\ell/200$
c	$\ell/200$	$\ell/150$
d	$\ell/150$	$\ell/100$



Für den T-Querschnitt gilt die Knicklinie c. Bei dem durch Biegedrillknicken instabilitätsgefährdeten Stab, darf gemäß der beiden Vorschriften der angegebene Stich der Vorkrümmung halbiert werden. Wird, wie beim Kragträger sinnvoll, nur eine Sinusviertelwellen über die Kragträgerlänge als Vorkrümmung angesetzt, so ist die maximale Ausmitte am Kragträgerende bezüglich der Kragträgerlänge wiederum zu verdoppeln, damit die Vorkrümmung gleich bleibt

In Bild 5.1 sind die untersuchten Ersatzimperfektionen dargestellt. Die Formen 20 / 30 / 40 sind die abgeleiteten Vorkrümmungen. Nach den Vorschriften beträgt die maximale Ausmitte u_{y0} :

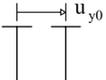
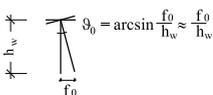
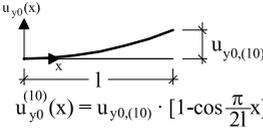
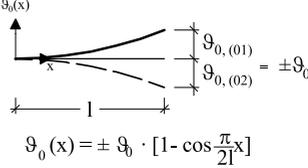
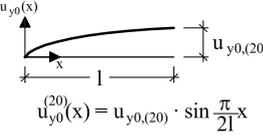
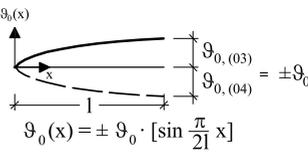
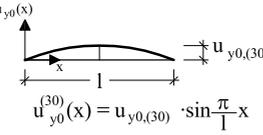
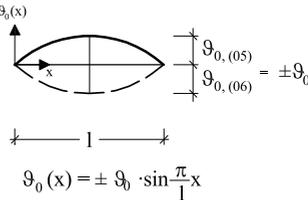
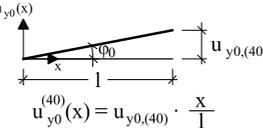
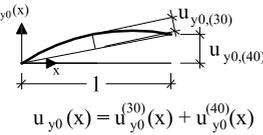
Geometrische Ersatzimperfectionen für Kragträger	
<p>Vorkrümmungen:</p> 	<p>Verdrillungen:</p> 
<p>Form 10</p>  <p>$u_{y0}^{(10)}(x) = u_{y0,(10)} \cdot [1 - \cos \frac{\pi}{2l} x]$</p>	<p>Form 01/02</p>  <p>$\vartheta_0(x) = \pm \vartheta_0 \cdot [1 - \cos \frac{\pi}{2l} x]$</p>
<p>Form 20</p>  <p>$u_{y0}^{(20)}(x) = u_{y0,(20)} \cdot \sin \frac{\pi}{2l} x$</p>	<p>Form 03/04</p>  <p>$\vartheta_0(x) = \pm \vartheta_0 \cdot [\sin \frac{\pi}{2l} x]$</p>
<p>Form 30</p>  <p>$u_{y0}^{(30)}(x) = u_{y0,(30)} \cdot \sin^2 \frac{\pi}{2l} x$</p>	<p>mit $f_0 = \frac{l_m}{250}$</p> <p>$l_m = 2l$ für $l \leq 2 h_w$</p> <p>$l_m = 4 h_w$ für $l > 2 h_w$</p>
<p>Verdrehnungen:</p>	<p>Form 05/06</p>  <p>$\vartheta_0(x) = \pm \vartheta_0 \cdot \sin \frac{\pi}{l} x$</p>
<p>Form 40</p>  <p>$u_{y0}^{(40)}(x) = u_{y0,(40)} \cdot \frac{x}{l}$</p>	<p>mit $f_0 = \frac{l_m}{250}$</p> <p>$l_m = 1$ für $l \leq 4 h_w$</p> <p>$l_m = 4 h_w$ für $l > 4 h_w$</p>
<p>Form 50</p>  <p>$u_{y0}(x) = u_{y0}^{(30)}(x) + u_{y0}^{(40)}(x)$</p>	

Bild 5.1: Untersuchte geometrische Ersatzimperfectionen

5.2 Ansatz geometrischer Imperfektionen

Form		/DIN 18800 1990/	/Eurocode 3-1-1 2003/
10	$u_{y0,(10)} =$	$\ell/200$	$\ell/150$
20	$u_{y0,(20)} =$	$\ell/200$	$\ell/150$
30	$u_{y0,(30)} =$	$\ell/400$	$\ell/300$

Der Stich der Vorkrümmungen ist nach /Eurocode 3-1-1 2003/ größer als nach /DIN 18800 1990/. Jedoch sind die Angaben des Stichts noch in einem nationalen Anhang des /Eurocode 3-1-1 2003/ festzulegen. Da dieser zur Zeit noch nicht vorliegt wird von den Vorgaben nach der /DIN 18800 1990/ ausgegangen.

Für durch Normalkraft belastete Stäbe ist zusätzlich in bestimmten Fällen eine Vorverdrehung des Stabes um einen Winkel von $\varphi_0 = \ell/200$ anzusetzen. Dies sind in Bild 5.1 die Formen 40 und 50. Beim Biegedrillknicken des durch Biegung beanspruchten Stabes ergeben sich hieraus keine Abtriebskräfte, weswegen eine Vorverdrehung nicht berücksichtigt wird. Die Form 40 allein ergäbe so keine Imperfektion die destabilisierende Kräfte mit sich führe. Der Träger erreicht theoretisch- numerisch in jedem Fall seine plastische Grenzlast.

5.2.2 Vordrillungen

Aus den unvermeidbaren Herstellungsungenauigkeiten, wie sie in /DIN 18800 1990/ Teil 3 angegeben sind, können Vordrillungen, also die Vorverdrehung der Querschnitte, abgeleitet werden. Bild 5.2 zeigt die Zeile 1 Spalten 3 und 4 der Tabelle 2 worin eine Aussage zu den Höchstwerten f der unvermeidbaren Herstellungsungenauigkeiten bezüglich eines allgemeinen unversteiften Beulfeldes gemacht wird.

Unter der Annahme, dass diese Herstellungsungenauigkeit auch für dreiseitig gelagerte Bleche gilt, ist der Höchstwert an den freien Rand zu verlagern. Das dreiseitig gelagerte Blech hätte dann die Höhe $\frac{1}{2} b$. Auf den T-Kragträger angewendet, können dann die Vordrillungen der Querschnitte, wie sie in Bild 5.1 gezeigt sind, abgeleitet werden. Die Vordrillungen werden für zwei Drehrichtungen definiert, weil sich in Überlagerung mit einer Vorkrümmung zwei unterschiedliche Vorverformungen ergeben.

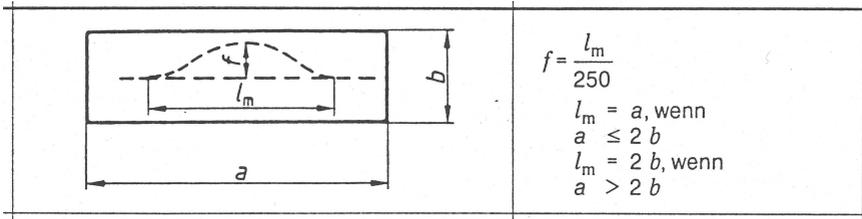


Bild 5.2: Höchstwerte f der unvermeidbaren Herstellungsungenauigkeiten für ein allgemeines ebenes Beulfeld nach /DIN 18800 1990/ Teil 3 Tabelle 2 (Auszug). Das Maß f ist senkrecht zur Plattenebene gerichtet.

Querschnittsverzerrende Imperfektionen werden hier nicht angesetzt, da die ungünstigste Imperfektion für das Biegedrillknicken, also für die querschnittstreu Instabilität, gesucht ist. Die Methoden zur Ermittlung der Traglast von dreiseitig gelagerten Platten sind gut erforscht und werden als ausreichend sicher vorausgesetzt.

5.2.3 Eigenform

Oft wird auch die erste Eigenform skaliert als geometrische Imperfektion für nicht-lineare FE-Berechnungen gewählt. Dabei kann aber nicht vorausgesetzt werden, dass zum einen der Querschnitt verzerrungsfrei ist und damit eigentlich schon das Beultragverhalten untersucht wird. Zum anderen ist die Skalierung nur in einer sehr unübersichtlichen Weise möglich, da ja für unterschiedliche Träger die größte Ausmitte an unterschiedlichen Stellen zu vermuten ist. Die Vergleichbarkeit von unterschiedlichen Trägern, Lastfällen und Randbedingungen ist dann nicht mehr gegeben. In einigen Fällen sind die ersten Eigenformen sogar mehrwellig. Herstellungsbedingte Vorverformungen sind höchst unwahrscheinlich exakt mehrwellig. Die Annahme einer mehrwelligen Vorverformung, durch Skalierung einer mehrwelligen Eigenform ist also nicht wirklichkeitsnah und sollte daher nicht angesetzt werden.

5.2.4 Überlagerung der geometrischen Ersatzimperfektionen

Die in Bild 5.1 gezeigten Vorkrümmungen und Vordrillungen bilden in ihrer reinen und überlagerten Form die untersuchten Vorverformungen.

Bezeichnung der Vorverformungen								
Vorkrümmung	Vordrillung		Überlagerungen					
10	01	02	11	12	13	14	15	16
20	03	04	21	22	23	24	25	26
30	05	06	31	32	33	34	35	36

Die 27 unterschiedlichen Vorverformungen wurden auf Träger mit zwei unterschiedlichen Querschnitten, Längen und Vouten aufgebracht und für zwei Lastfälle und fünf Lagerungsarten die Traglast mit einer geometrisch-physikalisch nichtlinearen FE-Berechnung bestimmt. Die Imperfektion, mit der die geringste Traglast bestimmt wird, ist als die Ungünstigste zu werten.

Bild 5.4 zeigt die Auswertung der numerischen Berechnungen. Für jede Trägerkonfiguration wurden jeweils unter dem Ansatz aller Vorverformungen die Traglasten berechnet und die Traglastabminderungswerte bestimmt. Der minimale Traglastabminderungswert ($\min \kappa_{pl}$) bezüglich einer Vorverformung wurde herausgesucht und alle weiteren Traglastabminderungswerte, die sich bei allen anderen Vorverformungen ergeben, hierauf bezogen und über der Bezeichnung der angewendeten Vorverformung in Bild 5.4 dargestellt. Liegt ein dargestellter Punkt auf der Grenze 1, so wurde mit der angegebenen Vorverformung der minimale Traglastabminderungswert für eine Trägerkonfiguration bestimmt.

Mit Bild 5.4 wird folgendes bezüglich der unterschiedlichen Imperfektionsannahmen festgestellt:

- Die Bandbreite der Abminderungswerte bei unterschiedlichen Vorverformungen beträgt über 35%. Dies zeigt, dass geometrische Imperfektionen

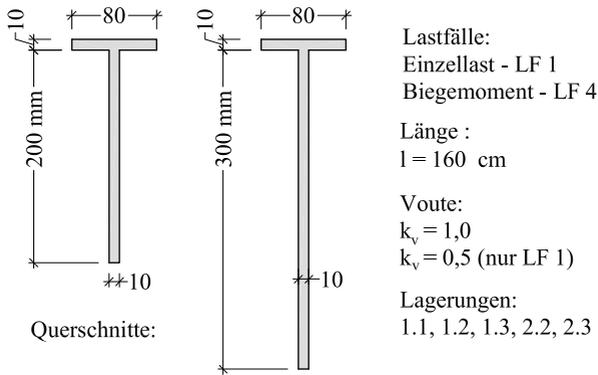


Bild 5.3: T-Querschnitte und Angaben zu den Trägern, für die mit unterschiedlichen geometrischen Imperfektionen die Traglasten numerisch mit dem ANSYS-FE-Modell ermittelt wurden

großen Einfluss auf die Traglastberechnung ausüben. Es ist daher unbedingt nötig die ungünstigste Vorverformung anzusetzen.

- Für drei unterschiedliche Vorverformungen wird bei den hier betrachteten Trägerkonfigurationen mindestens einmal die geringste Traglast bestimmt.
- Bei der Vorverformung mit der Bezeichnung 36 wird von 25 unterschiedlichen Trägerkonfigurationen in 23 Fällen die geringste Traglast ermittelt.

Folgende Tabelle zeigt den Vergleich der mindestens einmal bei der Untersuchung von Vorverformungen auftretenden kleinsten Traglastabminderungswerte:

Vorverformung	Oberwert	Untervert	Mittelwert	mittlere Abweichung
12	1,203	1,0	1,125	0,044
15	1,069	1,0	1,035	0,017
36	1,043	1,0	1,003	0,005

5.2 Ansatz geometrischer Imperfektionen

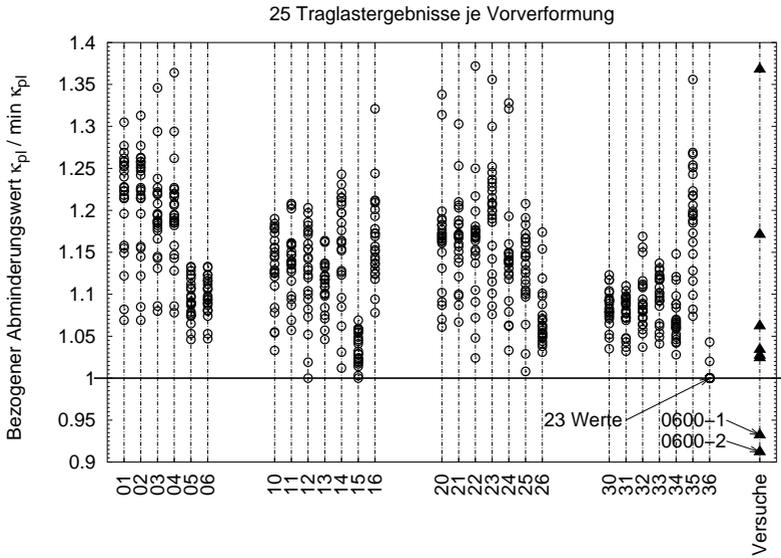


Bild 5.4: Auf den minimalen Traglastabminderungswert bezogener Abminderungswert κ_{pl} der numerischen Traglastberechnungen unter Ansatz unterschiedlicher Vorverformungen und experimentell ermittelten Traglasten bezogen auf FE-Berechnungen unter Ansatz der Imperfektion 36.

Aus den Ergebnissen zur Studie zum Einfluss unterschiedlicher Vorverformungen ist die Vorverformung 36, die sich aus einer über die Trägerlänge sinushalbwelligen Translation der Querschnitte mit dem Maximum in Trägermitte von $\ell/400$ und einer sinushalbwellig verteilten Vordrillung der Querschnitte zusammensetzt, als die maßgebliche, ungünstigste und damit im Weiteren als die bei nichtlinearen numerischen Traglastberechnungen anzusetzende Vorverformung definiert.

Die Vorverformung 36 ist die ungünstigste Kombination von Vordrillung und Vorkrümmung, weil der gedrückte untere Rand in diesem Fall von der geraden Verbindungslinie zwischen freiem Trägerende und Einspannlager am weitesten in seitlich-horizontaler Richtung entfernt ist und so die größte destabilisierende Wirkung von allen betrachteten Vorverformungen erzielt wird.

Um die als ungünstigst festgestellte Imperfektion realitätsnah, quantitativ zu beurteilen, sind in Bild 5.4 die Versuchstraglasten bezogen auf FE-Berechnungen unter Ansatz der Imperfektion 36 mit gezeigt. Bei diesen Gegenrechnungen der Versuchsträger wurden die Blechdicken mit den Nennstärken modelliert. Es wurden die realen Streckgrenzen der Zugproben aus den Versuchsträgern (siehe Tabelle 2.9) vorausgesetzt. Der Lasteinleitungspunkt wurde vereinfacht direkt im Schnittpunkt von Flansch und Steg und nicht wie bei der Versuchsdurchführung und genauen Gegenrechnung ca. 2cm darüber angesetzt. Der gehaltene Stegquerrand konnte sich durch die drehstarre Lagerungen nicht verdrehen.

Die Traglasten der Versuchsergebnisse und der FE-Berechnungen unter Ansatz der als ungünstigst festgestellten Imperfektion sowie deren Verhältnis zueinander zeigt Tabelle 5.1.

Die numerisch ermittelte Traglast des Trägers mit 2400_I_{FE} mit einem Walzprofil ohne unteren Flansch weicht von der Versuchstraglast ab, weil in der Berechnung der Querschnitt ohne Walz-Ausrundungen modelliert wurde.

Im Vergleich mit den Versuchen zeigt sich, dass die als ungünstigst festgestellte Imperfektion 36 nicht für die konsolartigen Versuchsträger 0600_1 und 0600_2 vorausgesetzt werden darf. Allerdings ermitteln sich mit der genauen Gegenrechnung unter Berücksichtigung der wahren Geometrie, Imperfektion und Fließgrenzen der Versuchsträger die FE-Traglasten $F_{u,FE}$ ebenfalls höher als die im Versuch

Vorverformung 36 :

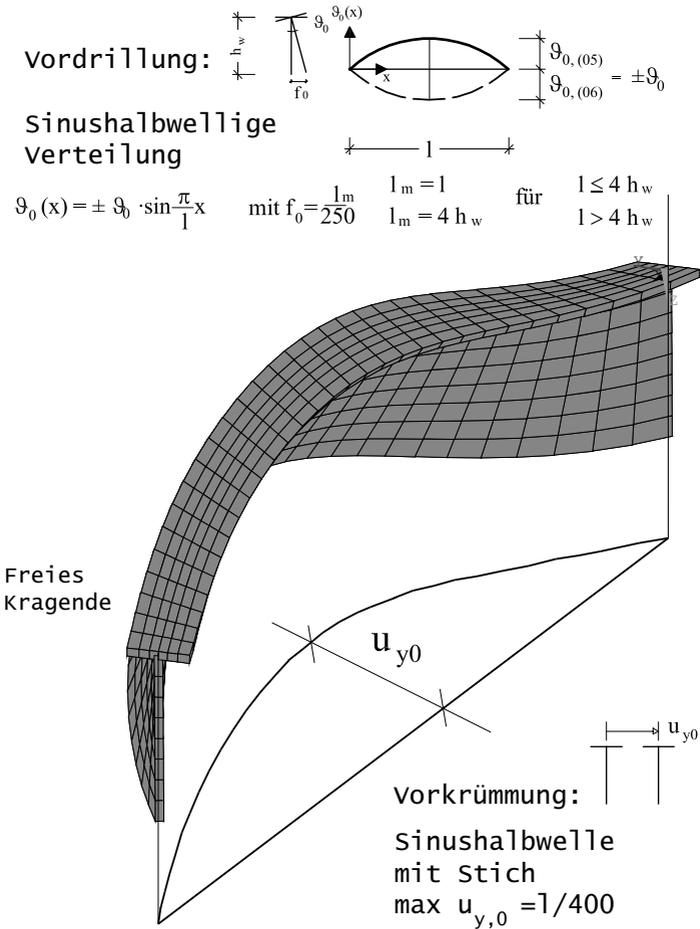


Bild 5.5: Die maßgeblich ungünstigste Vorverformung 36. Hier 40fach überhöht dargestellt.

Versuchsträger	Versuch			FE-Berechnung mit Imp.36		Vergleich
	$F_{u,exp}$	$F_{u,FE}$	$\bar{\lambda}_{pl}$	$F_{u,FE imp36}$	$\bar{\lambda}_{pl,imp 36}$	$\frac{F_{u,exp}}{F_{u,FE imp36}}$
0600_1	93,25	103,56	1,969	100,03	1,863	0,932
0600_2	80,04	86,59	2,037	87,75	1,883	0,912
1200_1	88,92	87,85	1,605	86,661	1,480	1,027
2400_1	37,00	37,63	1,440	35,776	1,713	1,034
2400_2	31,18	31,18	2,423	26,623	2,073	1,171
2400_3	31,95	31,29	2,057	30,075	2,073	1,062
2400_I _{PE}	50,70	48,52	1,519	37,05	1,828	1,368
3200_1	25,00	24,74	2,257	24,416	1,811	1,024
	<i>kN</i>	<i>kN</i>	/	<i>kN</i>	/	/

Tabelle 5.1: Experimentell ermittelte Traglasten im Vergleich mit FE-Rechnungen unter der Annahme der ungünstigsten Imperfektion 36.

festgestellten $F_{u,exp}$. Dies liegt an der Annahme der vollen Einspannung des Stegquerrandes in das Auflager, die sich im FE-Modell stärker auszuwirken scheint, als unter den Versuchsbedingungen.

Es wird festgestellt, dass die Imperfektion 36 auch durch die Versuchsergebnisse mit Ausnahme der konsolartigen Träger als anwendbar bestätigt wird. Alle weiter gemachten Aussagen auf Grundlage dieser Imperfektion gelten daher nicht für Konsolträger, sondern nur für Träger deren Verhältnis von Länge zu Höhe mindestens drei beträgt (Versuchsträger 1200_1).

5.3 Numerische Traglastberechnungen und Vorschlag einer Traglastabminderungsbeziehung

Die Traglastanalysen werden für Kragträger unterschiedlicher Länge mit den in Anhang B angegebenen Querschnitten für drei Lastfälle und fünf Lagerungsarten mit dem ANSYS-Schalenmodell geführt. Bei den in die Untersuchung einbezogenen gevouteten Trägern liegt die höchstbeanspruchte Stelle stets am Einspannquerschnitt.

Das plastische Grenzbiegemoment der betrachteten Träger muss nicht gemäß Abschnitt 3.2 abgemindert werden. Der plastische Grenzzustand ist vollplastisch. Es gilt für alle untersuchten Träger:

$$\delta_f < 0,45$$

Es wird das bilineare elastisch plastische Materialverhalten gemäß Bild 3.5 angesetzt. Als geometrische Ersatzimperfektion wird die im vorigen Abschnitt als ungünstigst festgestellte Imperfektion 36 vorausgesetzt.

Ziel ist es, den maßgeblichen Schlankheitsbereich für alle betrachteten Lagerungsarten abzudecken.

5.3.1 Lastfall 1 - Einzellast

Bild 5.6 zeigt für den Lastfall ‘Einzellast’ die numerisch bestimmten plastischen Traglastabminderungswerte κ_{pl} über dem bezogenen plastischen Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}_{pl}$. Der bezogene plastische Schlankheitsgrad wird hier auf Grundlage der idealen kritischen Verzweigungslast der Gesamtstabilität $M_{cr,ci}$ des ANSYS-FE-

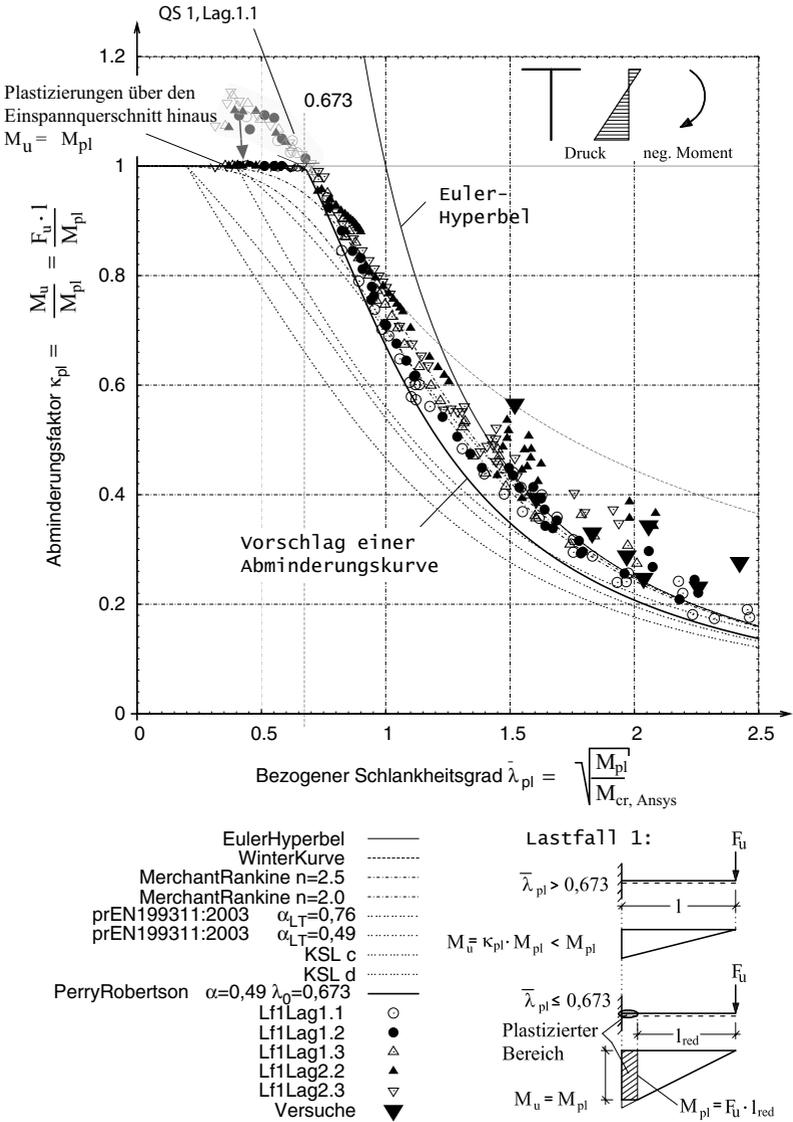


Bild 5.6: Experimentell ermittelte und numerisch berechnete Traglasten für den Lastfall 1 im Vergleich mit bekannten und einer vorgeschlagenen Traglastabminderungskurve.

5.3 Numerische Traglastberechnungen und Vorschlag einer Traglastabminderungsbeziehung

Modells bestimmt.

$$\kappa_{pl} = \frac{M_u}{M_{pl}} \quad (5.1)$$

$$\bar{\lambda}_{pl} = \sqrt{\frac{M_{pl}}{M_{cr,Ansys}}} \quad (5.2)$$

$$M_{cr,Ansys} = M_{cr,ei} \quad (5.3)$$

Unter den betrachteten Trägerkonfigurationen sind auch solche, bei denen Stegbeulen nicht ausgeschlossen ist und auch auftritt. Daher wird in Bild 5.6 auch überkritisches Tragverhalten beobachtet. Bei Trägern mit seitlich gehaltenem Flansch (Lagerungsarten 2.2 & 2.3) kann der bezogene Schlankheitsgrad mehr über die Steghöhe als die Trägerlänge verändert werden, was ein eindeutiger Hinweis auf Beultragverhalten ist.

In Bild 5.7 sind die Abminderungswerte etwas differenzierter dargestellt. Die Abminderungswerte sind getrennt nach der freien (1.x) und unverschieblich gelenkigen (2.x) Lagerung des Flansches dargestellt. Im letzteren Fall ist die Stabilität des Kragträgers allein durch die Beulstabilität des Steges definiert.

Des Weiteren wird durch den Bezug der Abminderung auf die elastische (κ_{el}) und plastische (κ_{pl}) deutlich, dass die elastische Abminderung die Traglast zu stark begrenzen würde. Die numerisch ermittelten Tragfähigkeiten liegen zum Teil deutlich über der elastischen Grenztragfähigkeit, d.h. $\kappa_{el} > 1.0$.

Daher ist es sinnvoll die Tragfähigkeit in Bezug auf die plastische Querschnittstragfähigkeit anzugeben. Die Abminderung der Tragfähigkeit von T-Kragträger mit Druck am freien Rand erfolgt mit dem plastischen Abminderungsfaktor (κ_{pl}).

Mit Bild 5.6 kann annähernd der Grenzwert des bezogenen Schlankheitsgrades $\bar{\lambda}_0$ angegeben werden, bis zu dem für alle Lagerungsarten kein Stabilitätsversagen eintritt, bzw. die Tragfähigkeit durch die plastische Querschnittstragfähigkeit begrenzt wird. Alle Träger mit kleinerem bezogenen Schlankheitsgrad als $\bar{\lambda}_0$ versagen erst mit Erreichen der vollplastischen Grenztragfähigkeit M_{pl} .

Der Grenzwert $\bar{\lambda}_0$ des bezogenen Schlankheitsgrades beträgt:

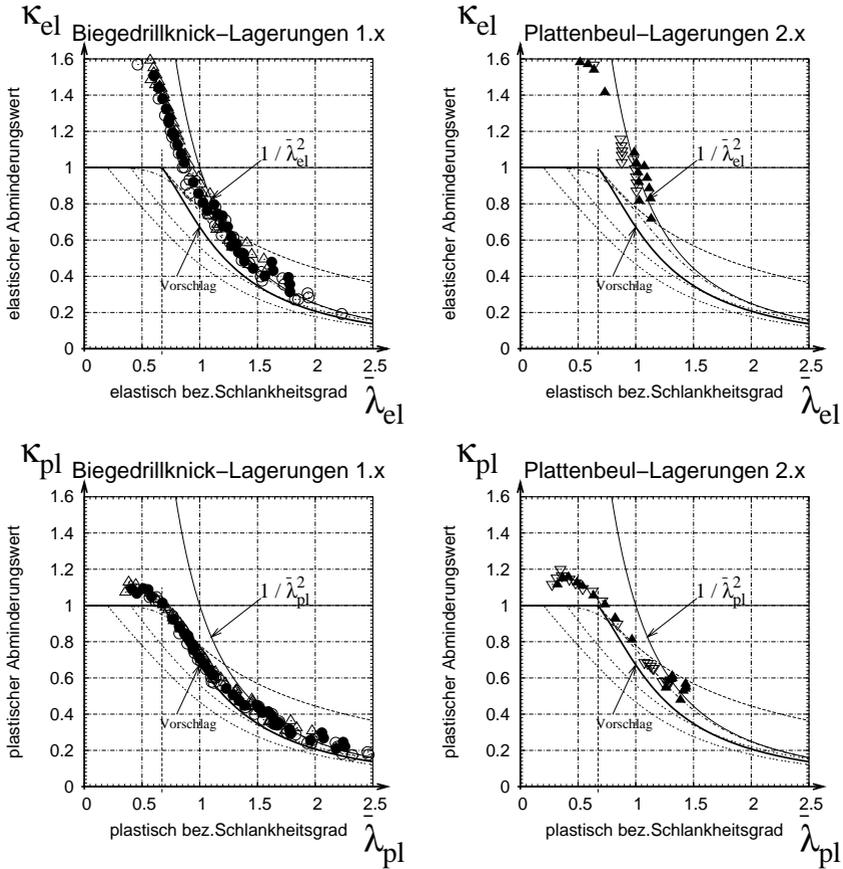


Bild 5.7: Elastische und plastische Traglastabminderungsfaktoren für den Lastfall 1 getrennt nach Lagerung des Flansches dargestellt.

5.3 Numerische Traglastberechnungen und Vorschlag einer Traglastabminderungsbeziehung

$$\kappa_{pl} = 1,0 \quad \text{für} \quad \bar{\lambda}_{pl} \leq \bar{\lambda}_0 = 0,673 \quad (5.4)$$

Es wird der bekannte Grenzwert nach der *Winterkurve* vorgeschlagen. Der Grenzwert nach der Abminderungskurve der dreiseitig gelagerten Platte nach *Brune/Rusch/Lindner* (0,723) liegt für einige Träger auf der unsicheren Seite. Mit der angesetzten Imperfektion 36 ist der Stich der vorausgesetzten Vordrillung doppelt so groß, wie er für die Untersuchungen der dreiseitig gehaltenen Platte angesetzt wurde. Mit der ungünstigeren Imperfektion werden geringere Traglasten erzielt. Die Annahme des größeren Stiches der Vordrillung bei T-Kragträgern ist durch die Betrachtung der Imperfektionen im Vergleich mit den Versuchsergebnissen jedoch nötig.

Durch die Begrenzung des Plateaus des Abminderungswertes ($\kappa_{pl} = 1.0$) mit dem Grenzwert $\bar{\lambda}_0 = 0,673$ ist das Tragverhalten von gedrungenen T-Kragträgern eher dem der dreiseitig gelagerten Platte als den bekannten Biegedrillknickproblemen einzuordnen, deren Traglastkurve dadurch gekennzeichnet ist, dass das Plateau durch eine geringere Schlankheit begrenzt ist.

Dies kann dadurch erklärt werden, dass das Biegedrillknicken meist für den stahlbautypischen I-Träger untersucht ist. Bei solchen Trägern entspricht das Biegedrillknicken einem Knicken des gedrückten Flansches. Es ist dann eher ein Knickproblem. Bei der Knickstabilität ist das Plateau der Abminderungswerte $\kappa_{pl} = 1,0$ bei der bezogenen Schlankheit $\bar{\lambda}_0 = 0,2$ begrenzt.

Das Biegedrillknickproblem des T-Kragträgers mit Druckpannung am freien Rand ist eher dem Plattenbeulen der dreiseitig gelagerten Platte zuzuordnen, da sich der freie untere Stegrand nur durch die Plattensteifigkeit stabilisiert. Das Tragverhalten muss dann auch dem der Plattensteifigkeit sein, was die in den Bildern 5.6 und 5.7 dargestellten Ergebnisse zeigen.

An einem Beispiel kann dieses Tragverhalten deutlich gemacht werden: Der in Bild 5.6 gekennzeichnete Träger QS_1_1.1 mit der Länge $\ell = 100 \text{ cm}$ trägt das vollplastische Biegemoment stabil ab. Der Querschnitt wird allein aus einem (Steg)-Blech 200x20 mm gebildet. Mit einer Schlankheit $\bar{\lambda}_{pl} = 0,566$ wird ein Abminderungswert $\kappa_{pl} = 1,046 > 1,0$ ermittelt. Der Träger versagt global durch Biegedrillknicken.

Es besteht nun Erklärungsbedarf, warum ein Stahlträger mit einer solch hohen Schlankheit nicht instabilitätsgefährdet ist. Bekannt ist, dass querbelastete Stahlträger mit I-Querschnitt ab einem plastisch bezogenen Schlankheitsgrad von $\bar{\lambda}_{pl} > 0,4$ durch Biegedrillknicken stabilitätsgefährdet sind. Die bekannte Grenze gilt für Träger mit I-ähnlichem Querschnitt und einem gedrückten Flansch, der im Fall des Biegedrillknickens seitlich um seine starke Achse ausknickt. Das Biegedrillknicken ist, wie schon oben gesagt, bei I-Querschnitten ein Ausknicken des gedrückten Flansches, also ein Knickproblem.

Ein Querschnitt, der allein aus einem stehenden Blech besteht, besitzt kein Querschnittsteil das im Biegedrillknickfall um seine starke Achse knicken würde. Daher versagt dieser Ein-Blech-Querschnitt ähnlich einer Platte unter Biegemomentenbeanspruchung und es gelten auch die Grenzwerte $\bar{\lambda}_0$ wie im Plattenbeulfall, was durch die Ergebnisse in Bild 5.6 und Anhang C beweisen.

Die T-Kragträger mit Druck am freien Stegrand verhalten sich wie der beschriebene I-Blech Querschnitt. Der T-Kragträger mit Druckspannung am freien Stegrand weist ein Tragverhalten ähnlich der dreiseitig gelagerten Platte auf!

Numerisch werden für Träger mit geringeren Schlankheiten als $\bar{\lambda}_0$ Traglasten ermittelt, die sogar höher sind als die plastische Tragfähigkeit. Die genauen numerischen Werte sind in Anhang C zusammengefasst. In Bild 5.6 ist bewusst von Abminderungswerten $\kappa_{pl} > 1$ Abstand genommen, da in keinem Querschnitt des T-Kragträgers Biegemomente wirken können die größer als das plastische Biegemoment sind.

Diese numerisch ermittelten Traglasten, bei denen Biegemomente die größer als M_{pl} sich darstellen, lassen sich dadurch erklären, dass im numerischen Modell bei der Ausbildung des plastischen Gelenkes am Einspannquerschnitt die Versagensstelle sich etwas vom Auflager entfernt. Es tritt eine Systemänderung auf, die dazu führt, dass das Produkt aus äußerer Kraft F am Kragende und Trägerlänge ℓ nicht der vorhandenen Schnittgröße am Einspannquerschnitt entspricht. Dort wirkt tatsächlich, mit den Ausführungen zur teilplastischen Tragfähigkeit in Abschnitt 3.4 nachvollziehbar, kein höheres Moment als das plastische Grenzbiegemoment. *Daher ist das Tragbiegemoment M_u auf das vollplastische Grenzbiegemoment be-*

5.3 Numerische Traglastberechnungen und Vorschlag einer Traglastabminderungsbeziehung

schränkt, wie in Bild 5.6 geschehen.

$$M_u \leq M_{pl} \quad (5.5)$$

Wie Bild 3.25 zeigt, entfernt sich der Versagensquerschnitt erst vom Einspannquerschnitt, wenn das plastische Biegemoment erreicht ist. Dies geschieht, wie das Beispiel in Bild 3.25 zeigt, nachdem die zweifache plastische Dehnung überschritten ist. Für die in Bild 5.6 unterhalb $\kappa_{pl} = 1.0$ bzw. rechts von $\bar{\lambda}_0$ aufgetragenen Traglastabminderungswerte bedeutet dies, dass die Beanspruchbarkeit M_u mit der vollen Kragarmlänge berechnet werden muss.

Durch den Vorgang des Plastizierens am Einspannquerschnitt, ändert sich das statische System derart, dass die elastische Kragarmlänge etwas abnimmt. Da aber die Schnittgrößenermittlung sich ausschließlich auf die elastisch reagierenden Bereiche beschränkt, wird irrtümlich ein zu großes Biegemoment zurückgerechnet.

Für die sichere Abminderung der Traglast bei Trägern mit höherem Schlankheitsgrad als der Grenzschlankheitsgrad ($\bar{\lambda}_{pl} > \bar{\lambda}_0 = 0,673$) wird eine Abminderungskurve ähnlich der Knickspannungslinien in der Formulierung nach Perry-Robertson (Gleichung 2.73) vorgeschlagen:

$$\kappa_{pl} = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}_{pl}^2}} \quad \text{für} \quad \bar{\lambda}_{pl} > 0,673 \quad (5.6)$$

Für den Beiwert Φ gilt:

$$\Phi = 0,5(1 + \alpha_0(\bar{\lambda}_{pl} - \bar{\lambda}_0) + \bar{\lambda}_{pl}^2)$$

mit:

$$\begin{aligned} \text{Imperfektionsbeiwert} & : \quad \alpha_0 = 0,49 \\ \text{Grenzschlankheit} & : \quad \bar{\lambda}_0 = 0,673 \end{aligned}$$

In Tabelle 5.2 ist der hier gemachte vereinfachte Vorschlag zur Abminderung für den von Beginn des Abminderungsbereiches bis zu einer Abminderung auf ca. 10% ausgewertet.

$\bar{\lambda}$	κ	$\bar{\lambda}$	κ	$\bar{\lambda}$	κ	$\bar{\lambda}$	κ
0,65	1,0000	1,25	0,4758	1,85	0,2392	2,45	0,1425
0,70	0,9753	1,30	0,4456	1,90	0,2279	2,50	0,1372
0,75	0,9269	1,35	0,4180	1,95	0,2173	2,55	0,1322
0,80	0,8759	1,40	0,3927	2,00	0,2075	2,60	0,1275
0,85	0,8236	1,45	0,3695	2,05	0,1983	2,65	0,1230
0,90	0,7713	1,50	0,3482	2,10	0,1896	2,70	0,1188
0,95	0,7204	1,55	0,3287	2,15	0,1816	2,75	0,1148
1,00	0,6719	1,60	0,3107	2,20	0,1740	2,80	0,1110
1,05	0,6263	1,65	0,2941	2,25	0,1669	2,85	0,1073
1,10	0,5838	1,70	0,2787	2,30	0,1603	2,90	0,1039
1,15	0,5447	1,75	0,2645	2,35	0,1540	2,95	0,1006
1,20	0,5087	1,80	0,2514	2,40	0,1481	3,00	0,0974

Tabelle 5.2: Abminderungswerte nach der vorgeschlagenen vereinfachten Abminderungsbeziehung Gleichung 5.6

5.3.2 Lastfall 2 - Gleichstreckenlast

Bild 5.8 zeigt die Traglastabminderungswerte für Kragträger unter ‘Gleichstreckenlast’.

Der Übergang zur Abminderung infolge Instabilitätseinfluss kann unter dem Lastfall Gleichstreckenlast bei $\bar{\lambda}_0 = 0,673$ beobachtet und angegeben werden. Die vereinfachte Traglastabminderung kann wie beim Lastfall Einzellast mit der Perry-Robertson-Formel nach Gleichung 5.6 ausreichend sicher und hinreichend wirtschaftlich erfolgen.

Auch bei diesem Lastfall werden höhere Grenzlaster als das plastische Grenzmoment numerisch ermittelt. In Bild 5.8 sind die Abminderungswerte bewusst auf

5.3 Numerische Traglastberechnungen und Vorschlag einer Traglastabminderungsbeziehung

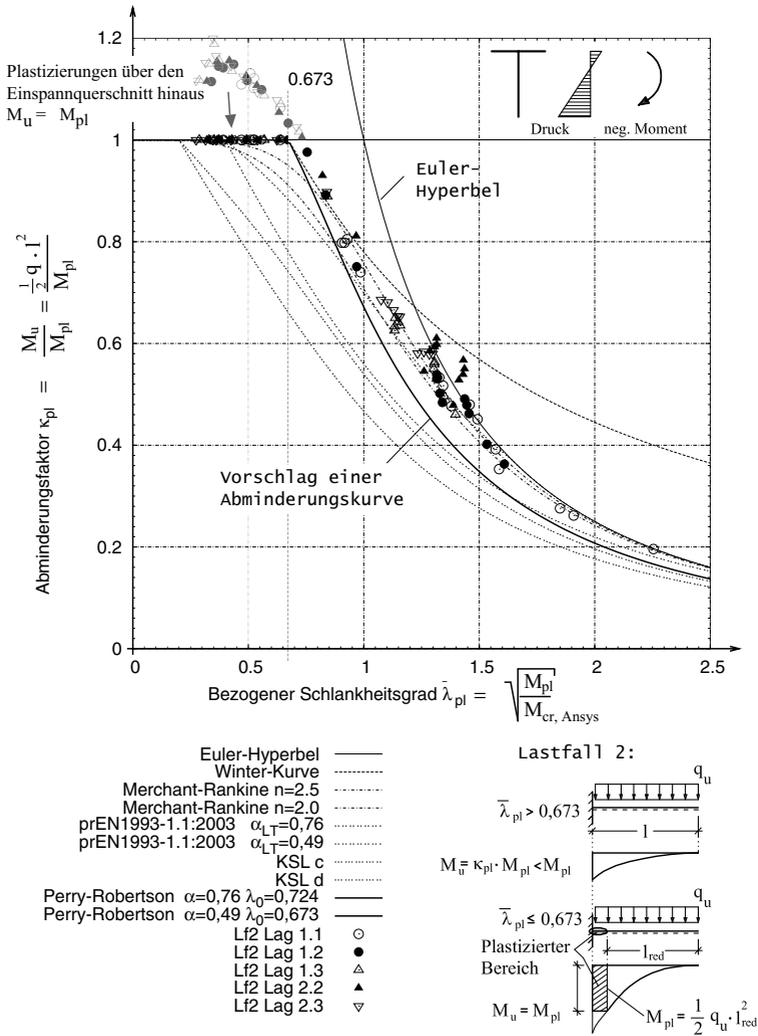


Bild 5.8: Numerisch berechnete Traglasten für den Lastfall 2 (Gleichstreckenlast) im Vergleich mit bekannten und einer vorgeschlagenen Traglastabminderungskurve. Das Tragbiegemoment M_u ist auf die plastische Grenztragfähigkeit M_{pl} begrenzt. 247

den Maximalwert von $\kappa_{pl} = 1,0$ begrenzt. Höhere Werte werden zwar numerisch berechnet, treten in Realität aber so nicht auf. Es gilt Gleiches wie beim Lastfall Einzellast. Der Einfluss der Systemänderung wirkt sich bei diesem Lastfall noch stärker aus, weil in das Tragbiegemoment die Kraglänge zum Quadrat eingeht. Infolge der Systemänderung reduziert sich eben diese Länge. Für das Tragbiegemoment gilt auch bei diesem Lastfall die Begrenzung auf M_{pl} :

$$M_u \leq M_{pl} \quad (5.7)$$

Die genauen Berechnungsergebnisse können Anhang C entnommen werden.

5.3.3 Lastfall 4 - Biegemoment

Bild 5.9 zeigt die numerisch ermittelten Traglastabminderungsfaktoren bezogen auf die plastische Tragfähigkeit für den Lastfall 'Biegemoment'. Die Ergebnisse der Berechnungen sind in Anhang C zusammengefasst.

Das plastische Grenzmoment kann bei diesem (theoretischen) Lastfall auch für gedrungene Träger durch die numerischen FE-Berechnungen nicht abgebildet werden. Im Unterschied zu den oben betrachteten Lastfällen bildet sich kein örtlich definiertes und begrenztes plastisches Fließgelenk aus. Wegen des gleichförmigen Biegemomentenverlaufes müsste der Träger über die gesamte Länge plastizieren. Numerisch kann das plastische Biegemoment in diesem Fall nicht ermittelt werden, weil ja die Annahme der unendlich großen Dehnungen die Grundlage für das vollplastische Biegemoment darstellt und die Formulierung der Steifigkeitsmatrix der Elemente auf der Annahme kleiner Verformungen, also auch Dehnungen, basiert.

Bei den in Bild 5.9 schattiert hinterlegten Werten wurde die numerische Berechnungen wegen Überschreitung der Verzerrungen eines Elementes abgebrochen, bevor der Träger sein Tragmoment erreicht. Diese Lokalisierung beruht auf der Belastung des FE-Modells am Endquerschnitt. Das Biegemoment wird mit Einzellasten auf Knoten des Endquerschnittes am ANSYS-FE-Schalenmodell aufgebracht. Überschreitet das aufgebrachte Biegemoment nun das elastische Grenzmoment bedeutet dies, dass auf den Knoten am freien unteren Stegrand eine Last

5.3 Numerische Traglastberechnungen und Vorschlag einer Traglastabminderungsbeziehung

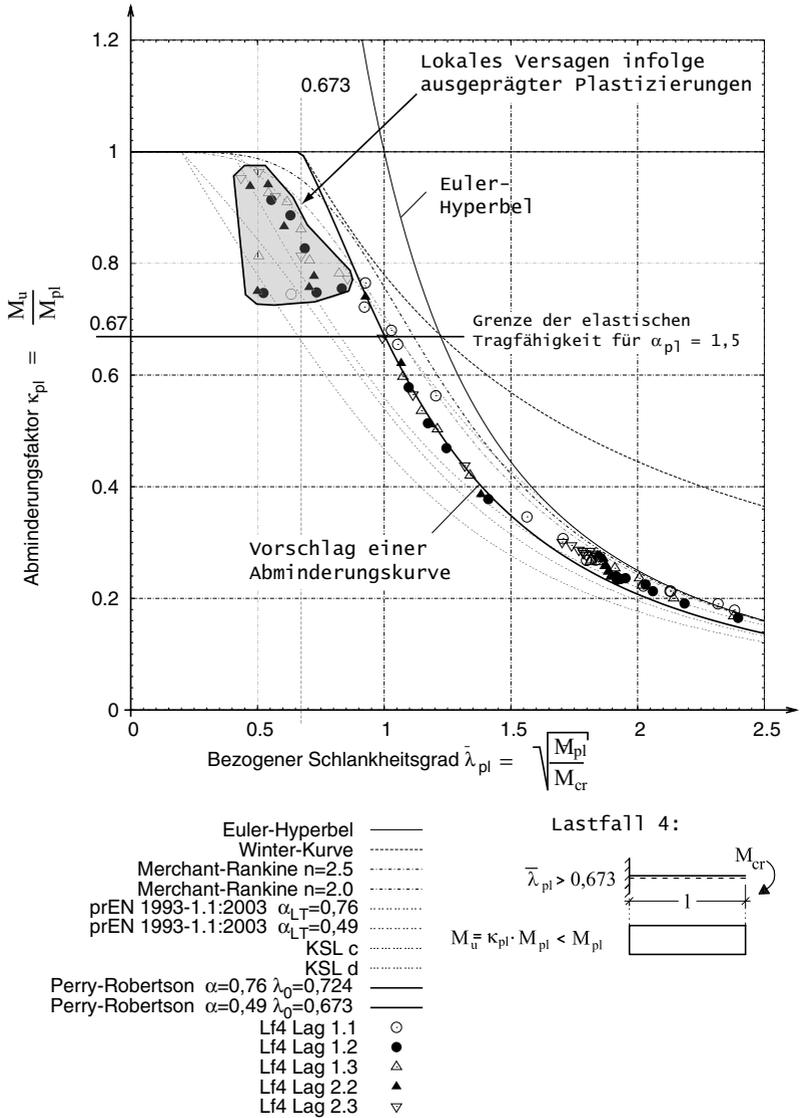


Bild 5.9: Numerisch berechnete Traglasten für den Lastfall 4 (Biegemoment) im Vergleich mit bekannten und einer vorgeschlagenen Traglastabminderungskurve.

eingepägt wird, die die plastische Widerstandskraft des betrachteten Elementes überschreitet. Wegen des linear-elastisch ideal-plastischen Materialgesetzes sind nun die Dehnungen unendlich groß, was zur Singularität der Elementsteifigkeitsmatrix führt und die numerische Berechnung abgebrochen wird.

In Realität ist bei geeigneter Übertragung eines Biegemomentes auf den gedrun-genen Träger der Lastabtrag bis zum plastischen Grenzbiegemoment vorstellbar.

In Bild 5.9 wird die Grenze der elastischen Tragfähigkeit für einen prismatischen Querschnitt angegeben. T-Querschnitte beginnen mit Plastizierungen schon unter der dargestellten Grenze, da der plastische Formbeiwert $\alpha_{pl} > 1,5$ ist.

Numerisch berechnete Traglastabminderungswerte, die unterhalb dieser Grenze liegen, können gut mit der Abminderungsbeziehung nach Perry-Robertson gemäß Gleichung 5.6 abgebildet werden.

5.4 Zusammenfassung

Die numerischen Traglastuntersuchungen von biegebeanspruchten T-Kragträgern mit Druck am freien Stegrand, unter Ansatz der ungünstigst wirkenden geometrischen Ersatzimperfektion und dem bilinearem linear elastischen ideal plastischen Materialverhalten von Baustahl, lassen ein zu üblichen Stahlprofilen (I-Querschnitt) abweichendes Tragverhalten bei Stabilitätsverlust erkennen.

Gedrungene T-Kragträger verhalten sich im Grenzzustand der Stabilität, sofern dieser maßgebend wird, bedingt durch den gedrückten Steg ähnlich dem bekannten Tragverhalten von dreiseitig gelagerten Platten mit Druck am freien Rand. Das Stabilitätsproblem ‚Biegedrillknicken‘ von T-Kragträgern mit Druck am freien Stegrand ähnelt im gedrun-genen Schlankheitsbereich dem Plattenbeulen von dreiseitig gelagerten Platten, wenn die Querschnittsverzerrung vernachlässigbar ist.

Die numerisch ermittelten Traglastabminderungswerte κ_{pl} für biegebeanspruchte Kragträger mit T-förmigem Querschnitt und Druck am freien Rand werden sinnvoll auf die vollplastische Querschnittstragfähigkeit bezogen und dementsprechend über dem plastisch bezogenen Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}_{pl}$ aufgetragen.

5.4 Zusammenfassung

Eine sichere Traglastabminderungskurve wird vorgeschlagen. Diese gilt ausschließlich nur für biegebeanspruchte Kragträger mit T-förmigem Querschnitt und Druck am freien Stegrand. Für andere Querschnittsformen oder umgekehrte Spannungsverhältnisse ist diese Abminderung nicht anwendbar.

6 Bemessungsverfahren

Es existieren mehrere Bemessungsverfahren für den biegebeanspruchten Kragträger mit T-förmigem Querschnitt und Druck am freien Stegtrand. Im Forschungsbericht /Fischer, Smida 2000/ wird das Verfahren mit Systemschlankheit vorgeschlagen. Grundsätzlich besteht nach /Eurocode 3-1-1 2003/ die Möglichkeit den Nachweis mit der Systemschlankheit zu führen. Der Nachweis kann auch mit Einzelschlankheiten nach der *Q-Faktor* Methode erfolgen. Dieser Weg der Nachweisführung wird von beiden Normen /DIN 18800 1990/ und /Eurocode 3-1-1 2003/ vorgeschlagen.

Im Folgenden werden diese drei, schon im Abschnitt 2 angesprochenen, Verfahren auf konkrete Beispiele angewendet. Zusätzlich soll auf die drei Verfahren die vorgeschlagene Abminderungskurve angewendet und die sich einstellenden Unterschiede festgestellt werden.

Damit ergeben sich die in Tabelle 6.1 angegebenen sechs Bemessungsverfahren:

	Verfahren	angewendete Abminderungskurve		Gleichung
1.	EN 1993-1-1	Perry-Robertson	$\alpha = 0,76 \quad \bar{\lambda}_0 = 0,2$	(2.73)
2.	EN 1993-1-1	Perry-Robertson	$\alpha = 0,49 \quad \bar{\lambda}_0 = 0,673$	(5.6)
3.	DIN 18800 T2 A7	Merchant-Rankine	$n = 2,0$	(2.82)
4.	DIN 18800 T2 A7	Perry-Robertson	$\alpha = 0,49 \quad \bar{\lambda}_0 = 0,673$	(5.6)
5.	/Fischer, Smida 2000/	Merchant-Rankine	$n = 2,5$ (elastisch)	(2.94)
6.	/Fischer, Smida 2000/	Perry-Robertson	$\alpha = 0,49 \quad \bar{\lambda}_0 = 0,673$	(5.6)

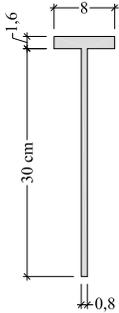
Tabelle 6.1: Sechs Bemessungsverfahren für den T-Kragträger

Betrachtet werden Träger konstanter Höhe in drei Längen mit zwei beulgefährdeten Querschnitten (QS 20, QS 21) unter dem Lastfall 1 (Einzellast am Kragträgerende und Flansch). Gevoutete Träger werden zunächst nicht untersucht. Mit den Untersuchungen der Lagerungsarten (1.1 / 1.2 / 1.3 / 2.2 / 2.3), bei denen die Stabilität gefährdet ist, ergeben sich insgesamt 36 Träger. Die untersuchten Träger sind in Bild 6.1 gezeigt.

Der Querschnitt *QS 21* ist in Bezug auf die Beulstabilität relativ schlank und stellt auch einen theoretischen, nicht unbedingt baupraktischen Querschnitt dar. Wenn T-Träger aus ‘dünnen’ Stegblechen bestehen sollten, wäre sicherlich auch der Flansch von einer ähnlichen Dicke. Dies hätte den Effekt, dass der Steg relativ mehr Fläche beansprucht und damit der Schwerpunkt tiefer läge, was wiederum zu einem günstigeren Beultragverhalten führt.

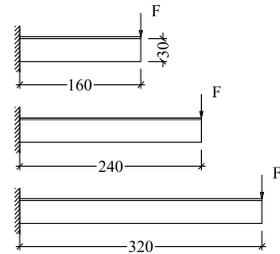
Bild 6.2 zeigt eine Ausgabe der nichtlinearen FE-Berechnungen unter der Annahme von Imperfektionen mit dem *ANSYS*-Schalenmodell für den nach Lagerungsart 1.1 gelagerten Träger der Länge $\ell = 160 \text{ cm}$ mit Querschnitt *QS 20* und dem Einspannlager an der rechten Seite. Es sind in Bild 6.2 oben die Traglastverformungen, unten die zugehörige Eigenform abgebildet und rechts einige Informationen bezüglich der Eingabe und Ergebnisse angeschrieben. Anhand der Schattierung, die die unterschiedlichen Verdrehungen um die Trägerlängsachse kennzeichnen, ist deutlich die gemischte Verformung infolge Beulens und Biegedrillknickens ablesbar. In der Eigenform ist die Beulverformung stärker ausgeprägt als in der Traglastverformung. Dies zeigt, dass das Stegbeulen bei der Traglast einen geringeren Einfluss auf das Tragverhalten hat, als die Eigenform verspricht. Dies bedeutet auch, dass die unterschiedlichen Tragverhalten auf Grundlage der Verzweigungsanalysen nur getrennt als Einzelschlankheiten und in unterschiedlicher Wertigkeit auf das wirkliche Tragverhalten projizierbar sind.

Querschnitt QS 20: Querschnittswerte:

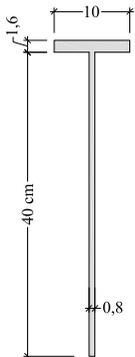


$f_y = 24,0$	$\frac{kN}{cm^2}$
$M_{el} = 43,80$	kNm
$M_{pl} = 79,45$	kNm
$I_y = 3887$	cm^4
$\sigma_e = 13,50$	$\frac{kN}{cm^2}$
$k_{\sigma} = 1,805$	—
$Q_W = 0,4932$	—
$Q_I = 0,8967$	—

Proportionen-Trägerlängen:



Querschnitt QS 21: Querschnittswerte:



$f_y = 24,0$	$\frac{kN}{cm^2}$
$M_{el} = 76,89$	kNm
$M_{pl} = 137,47$	kNm
$I_y = 8885$	cm^4
$\sigma_e = 7,59$	$\frac{kN}{cm^2}$
$k_{\sigma} = 1,815$	—
$Q_W = 0,3767$	—
$Q_I = 0,7214$	—

Proportionen-Trägerlängen:

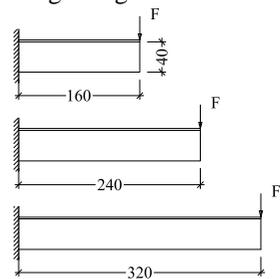
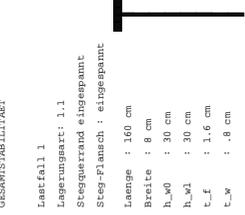


Bild 6.1: Querschnitte, am Querschnitt konstante Werte und Trägerlängen, für deren Kombinationen der Bemessungsvorschlag beispielhaft überprüft wird.

EIGENFORM- UND TRAGLASTANALYSE
GESAMTSYMBILITÄT



Lastfall 1
Lagerungsart: 1.1
Stegverrand eingespannt
Steg-Flansch : eingespannt

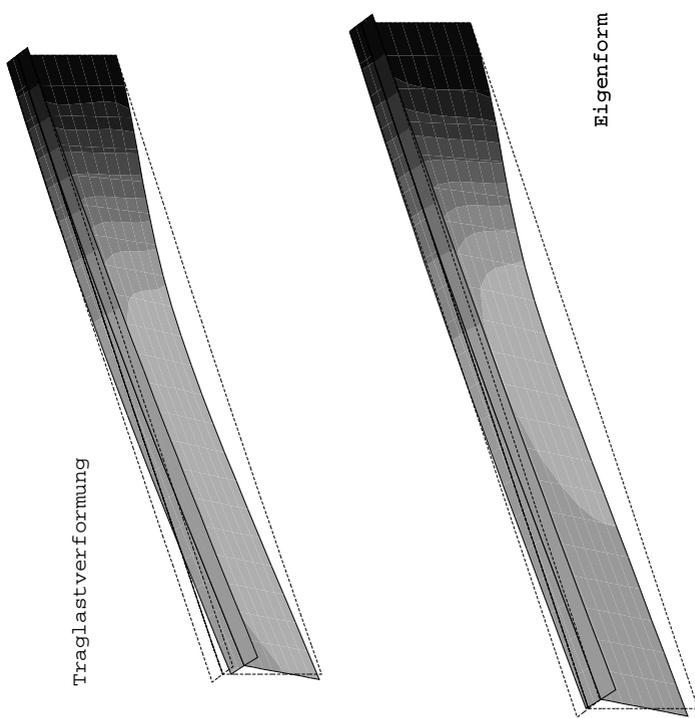
Laenge : 160 cm
Breite : 8 cm
 h_{w0} : 30 cm
 h_{w1} : 30 cm
 t_f : 1.6 cm
 t_w : .8 cm
Vouté : $k_{xy}=1$

Steg : $k_{Jy}=5.333$ $k_{Jw}=37.5$
Flansch : $k_{Jb}=267$ $k_{Jf}=2$
 M_{e1} = 43.803 kNm
 M_{pl} = 79.45 kNm
 $\sigma_{max,e}$ = 13.497 kN/cm²

EIGENFORMANALYSE

Lokales und globales Vertragen:
 M_{cr} = 49.874 kNm
 F_{cr} = 31.171 kN
 K_{σ} = 2.025
 $\sigma_{max,cr}$ = 27.327 kN/cm²
 $\lambda_{max,e1}$ = .937
 $\lambda_{max,pl}$ = 1.262
Globales Vertragen (Bk) :
 $\sigma_{max,cr}$ = 30.625 kN/cm²
 $\lambda_{max,e1}$ = .885
 $\lambda_{max,pl}$ = 1.192

TRAGLASTANALYSE
Traglast: $F_{k,tf}$ = 25.439 kN
Verform : u_{1tr} = 1.063 cm
Abm-Faktor: $kappa_{e1}$ = .929
Abm-Faktor: $kappa_{pl}$ = .512



Eigenform 0, Vorkrümmung 3, Vordrillung 6

Bild 6.2: Ausgabe der nichtlinearen numerischen Berechnung mit dem ANSYS-FE-Modell für den Trägerquerschnitt 20, Länge 160 cm Lagerung 1.1. Die unterschiedlichen Schattierungen korrespondieren zu unterschiedlichen Verdrehungen um die Trägerlängsachse.

Die mit dem ANSYS-FE-Programm berechneten Abminderungswerte sind über dem bezogenen Gesamtschlankheitsgrad in Bild 6.3 dargestellt.

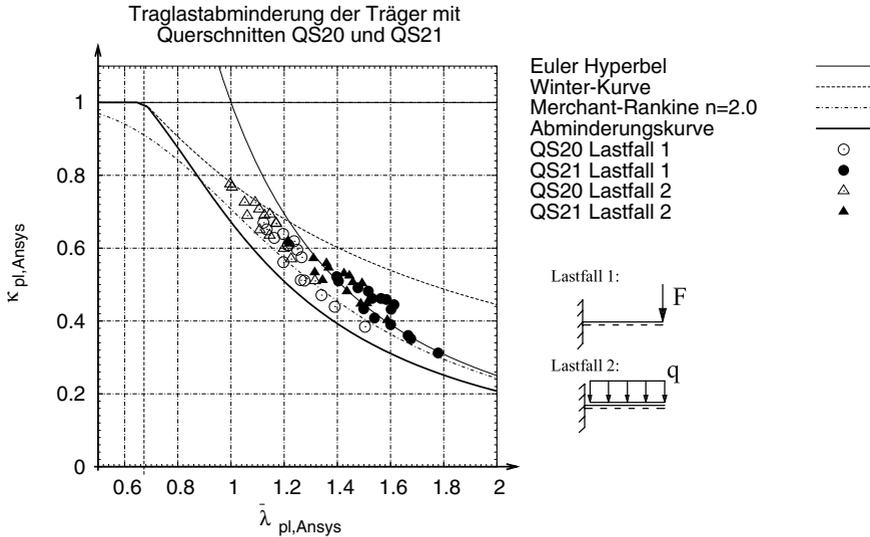


Bild 6.3: Abminderungswerte der betrachteten Träger mit Querschnitten QS20 und QS 21 für die Lastfälle 1.Einzellast und 2.Gleichstreckenlast und die vorgeschlagene Abminderungskurve.

Die betrachteten Träger mit beulgefährdeten Querschnitten sind dem mittelschlanken Bereich zugeordnet ($0,8 < \bar{\lambda}_{lt} < 1,8$). Einige Träger mit Querschnitt 21 weisen das für Ausbeulen typische überkritische Tragverhalten auf.

Die verschiedenen Bemessungsverfahren werden im Folgenden mit den Abminderungswerten $k_{pl,ANSYS}$ aus diesen ANSYS-FE-Berechnungen verglichen.

Während die Systemschlankheiten als Eingangswerte des Verfahrens nach /Fischer, Smida 2000/ aus dem Forschungsbericht oder, wie hier erfolgt, numerisch bestimmt werden, können die Einzelschlankheiten für Biegedrillknicken und Beulen als Eingangswerte für die übrigen Verfahren nach Abschnitt 2.2 und 4 berechnet werden. Beim Nachweis mit Einzelschlankheiten wird der Abminderungsfak-

6.1 Vergleich der vorhandenen Bemessungsverfahren

tor infolge Beulens für die Querschnittstragfähigkeit Q_W oder Steifigkeit Q_I mit der Methode der wirksamen Breiten berechnet.

Die idealen Verzweigungslasten für das Biegedrillknicken wurden mit dem FE-Stabelement gemäß Abschnitt 4.5 berechnet. Die Verzweigungslasten $F_{cr,lt}$ und Biegemomente $M_{cr,lt}$ der betrachteten Träger sowie die abgeleiteten Schlankheiten $\bar{\lambda}_{lt}$ sind im Anhang D, Tabelle D.1 gefasst.

6.1 Vergleich der vorhandenen Bemessungsverfahren

Die Vergleiche der bekannten Bemessungsverfahren werden anhand der konkreten Träger mit den Querschnitten QS20& QS21 geführt.

Es wird Folgendes verglichen,

- a) die Güte der Bemessungsverfahren untereinander,
- b) der Einfluss der neuen Abminderungskurve bei Anwendung auf die einzelnen Bemessungsverfahren

In den Bildern 6.4 und 6.5 wird das nach den genannten sechs Bemessungsverfahren ermittelte Tragbiegemoment $M_{u,Verfahren}$ bezogen auf das mit dem ANSYS FE-Modell ermittelte Tragbiegemoment $M_{u,ANSYS}$ über dem plastischen Schlankheitsgrad für Biegedrillknicken $\bar{\lambda}_{pl,lt}$ in Graphen dargestellt.

Bild 6.4 zeigt die Vergleiche der Bemessungsverfahren für den für den Lastfall 1 (Einzellast) und Bild 6.5 für den Lastfall 2 (Gleichlast).

Die Zahlenwerte sind in Tabellen D.2 und D.3 in Anhang D zusammengefasst.

Aus dem Vergleich der Bemessungsverfahren wird festgestellt:

1. Mit den untersuchten Bemessungsverfahren werden auf der sicheren Seite liegende Traglasten erzielt.

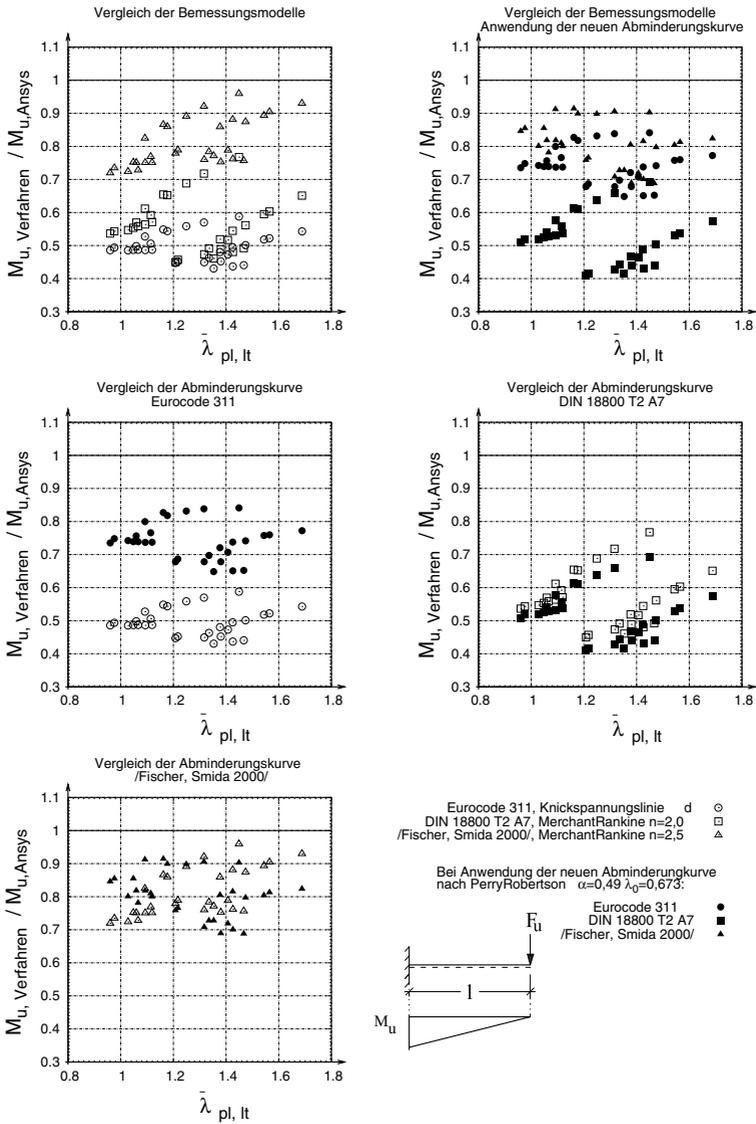


Bild 6.4: Vergleich der Bemessungsverfahren und Einfluss bei Anwendung der neuen Abminderungskurve Gleichung 5.6 für den Lastfall 1.

6.1 Vergleich der vorhandenen Bemessungsverfahren

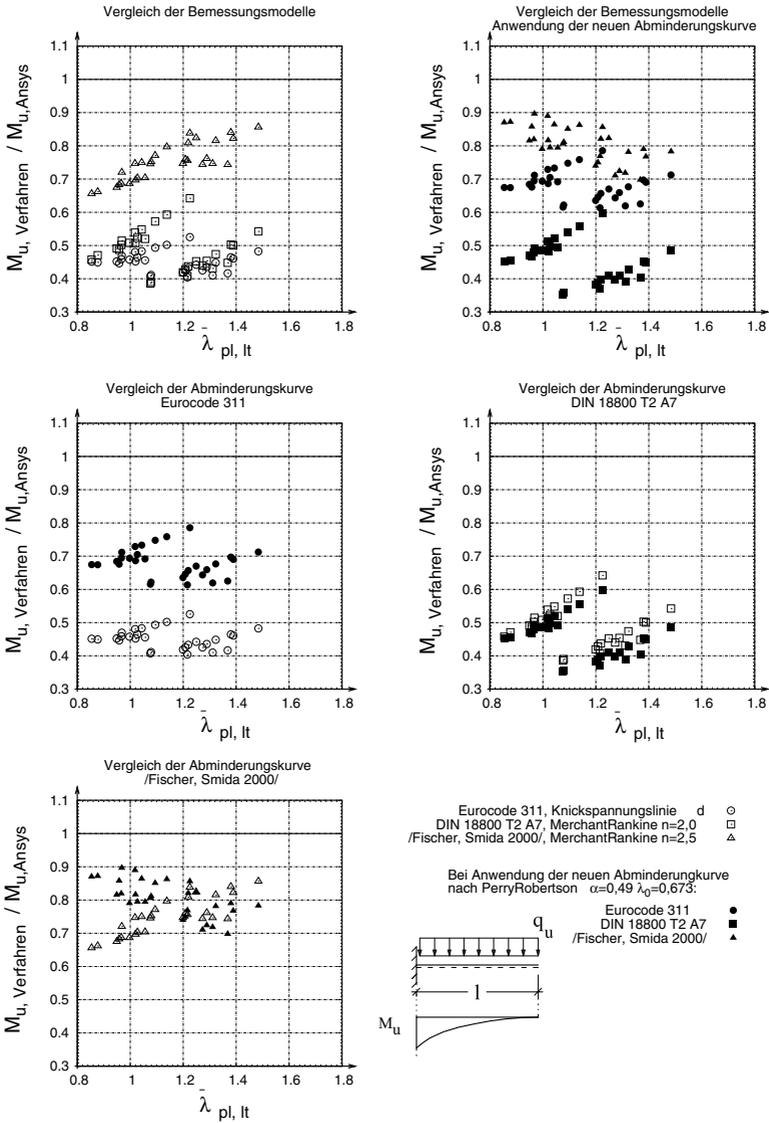


Bild 6.5: Vergleich der Bemessungsverfahren und Einfluss bei Anwendung der neuen Abminderungskurve Gleichung 5.6 für den Lastfall 2.

2. Mit den vorhandenen Bemessungsverfahren werden Ergebnisse unterschiedlicher Güte erzielt. Während mit den Nachweisen mit Einzelschlankheiten nach /DIN 18800 1990/ und /Eurocode 3-1-1 1993/ sehr konservative Ergebnisse erzielt werden, erfasst der Nachweis mit Systemschlankheit nach /Fischer, Smida 2000/ die Tragfähigkeit günstiger. Die günstigsten Traglasten mit den Nachweisen mit Einzelschlankheiten liegen bei ungefähr 77% der Traglasten nach der FE-Berechnung. Das Verfahren mit Systemschlankheit erreicht eine Güte von ungefähr 95% und ist nie schlechter als 70% im Vergleich zu den FE-Traglasten.
3. Die Anwendung der neuen Abminderungskurve (Gl. 5.6) verbessert die Güte des Verfahrens nach /Eurocode 3-1-1 1993/ mit Einzelschlankheiten über den gesamten Schlankheitsbereich hinweg deutlich; während sich beim Verfahren nach /DIN 18800 1990/ die neue Abminderungskurve ungünstig auswirkt. Dies liegt daran, dass in dem betrachteten Schlankheitsbereich die neue Abminderungskurve unter der verwendeten Abminderungskurve für Biegedrillknicken (Merchant-Rankine $n=2$) liegt, wie Bild 6.3 zeigt.

Für das Verfahren mit Systemschlankheit nach /Fischer, Smida 2000/ wirkt sich die Anwendung der neuen Abminderungskurve, jeweils abhängig vom Schlankheitsgrad, günstig oder ungünstig auf die erzielten Traglasten aus. Mit der neuen Abminderungskurve erhöhen sich bei Trägern mit kleinem Schlankheitsgrad die Traglasten, während bei Trägern mit höherem betrachteten Schlankheitsgrad die Traglasten etwas ungünstiger erfasst werden.
4. Das Verfahren mit Systemschlankheit nach /Fischer, Smida 2000/ liefert im Vergleich zu den anderen Verfahren mit der dort angegebene Abminderungskurve die günstigsten Ergebnisse.

Von Nachteil beim Verfahren nach /Fischer, Smida 2000/ ist, dass die Systemschlankheit bekannt sein muss. Die Systemschlankheit kann zwar mit dem ANSYS-FE-Modell berechnet werden, jedoch steht in der Praxis diese Möglichkeit nicht zur Verfügung, so dass auf die im Forschungsbericht /Fischer, Smida 2000/ enthaltenen Werten zurückgegriffen werden muss. In diesem Falle ist die Systemschlankheit nicht von der Genauigkeit wie sie für diese Untersuchung zur Verfügung

stand. Wünschenswert ist es daher ein Verfahren mit den berechenbaren und damit verfügbaren Einzelschlankheiten zu entwickeln, dessen Güte dem mit System-schlankheit entspricht oder besser ist.

6.2 Entwicklung eines neuen Bemessungsverfahrens mit Einzelschlankheiten

Im Folgenden soll ein verbessertes Nachweisverfahren auf Grundlage der Verzweigungslasten für das Biegedrillknicken $M_{cr,lt}$ einerseits und der idealen Beulspannung der dreiseitig gelagerten Platte mit eingespanntem Längsrand andererseits sowie der Kenntnis der vereinfachten Abminderungsbeziehung nach Gleichung 5.6 für die gesicherte Traglastermittlung entwickelt werden.

Einige der untersuchten Träger mit den Querschnitten QS20 & QS21 weisen das für Ausbeulen typische überkritische Tragverhalten auf. Bild 6.3 zeigt dies. Der Bemessungsvorschlag soll auch dieses, bei einigen der untersuchten Träger mit mittlerer Schlankheit ($1,0 < \tilde{\lambda}_{lt} < 1,8$) vorhandene Tragverhalten mit berücksichtigen.

Der Bemessungsvorschlag orientiert sich grundsätzlich am Nachweis mit Einzelschlankheiten der Normen. An bestimmten Stellen sind jedoch Abweichungen eingefügt, die zu einer Verbesserung der Güte der Traglasten führt.

6.2.1 Prinzipielles Vorgehen und Untersuchungen

1. Zunächst wird die Querschnittssteifigkeit unter Berücksichtigung des Beuleinflusses bestimmt.

Nach wenigen Iterationen bei Anwendung der Methode der wirksamen Breiten erhält man mit der reduzierten Steifigkeit des Querschnittes $I_{y,eff}$ den hier verwendeten Q-Faktor bezüglich der Steifigkeiten.

$$Q_I = \frac{I_{y,eff}}{I_y} \quad (6.1)$$

Es wird hier abweichend vom Vorgehen in den Normen als Q-Faktor die Abminderung der Steifigkeiten gewählt, weil damit zum Teil die Querschnittstragfähigkeit und zum anderen eben die Steifigkeit des Querschnittes abgemindert ist. Mit dem Wert Q_I wird der bezogene Schlankheitsgrad $\bar{\lambda}_{lt}$ nicht so stark abgemindert, wie wenn der Wert Q_W bezüglich der Widerstandsmomente angewendet wird. Folglich sind die Abminderungswerte kleiner.

$$\begin{aligned} Q_I &> Q_W \\ \bar{\lambda}_{lt,Q_I} &> \bar{\lambda}_{lt,Q_W} \\ \kappa_{lt,Q_I} &< \kappa_{lt,Q_W} \end{aligned}$$

2. Unter der Anwendung des FE-Stabelementes (Abschnitt 4.5) werden die ideale Verzweigungslast und der bezogene Schlankheitsgrad für das querschnittstreue Versagen ermittelt.

$$\text{FE-Stabelement} \Rightarrow M_{cr,lt} \Rightarrow \bar{\lambda}_{lt} = \sqrt{\frac{M_{pl}}{M_{cr}}} \quad (6.2)$$

3. Der bezogene Schlankheitsgrad mit Einfluss der Steifigkeitsabminderung infolge Beulens wird mit dem Q-Faktor bestimmt.

$$\bar{\lambda}_{lt,Q} = \bar{\lambda}_{lt,Q_I} = \sqrt{Q_I} \cdot \bar{\lambda}_{lt} \quad (6.3)$$

4. Unter der Verwendung der vorgeschlagenen Abminderungskurve wird nun der Abminderungswert bezogen auf die vollplastische Biegetragfähigkeit bestimmt. Beim Vorgehen nach den Normen wird die infolge Beulen abgeminderte Biegetragfähigkeit herangezogen. Die Beultragfähigkeit wird im ersten Schritt mit der Fließspannung ermittelt. Es soll hier die volle Biegetragfähigkeit als Bezugsgröße gelten, weil im ersten Schritt noch nicht geklärt ist, ob die Fließspannung f_y wegen Biegedrillknicken bei geringerer Spannung überhaupt erreicht wird.

$$\bar{\lambda}_{lt,Q} \rightsquigarrow \kappa_{lt,Q} = \frac{M_u}{M_{pl}} \quad (6.4)$$

5. Die Interaktion der Tragverhalten Biegedrillknicken und Beulen geschieht über eine Interaktionsbedingung als modifizierte Kreisgleichung.

$$\kappa_{ci} = \left(\frac{1}{\left(\frac{1}{\kappa_{lt,Q}}\right)^n + \left(\frac{1}{Q_l}\right)^n} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (6.5)$$

Der Vorteil dieser Interaktionsgleichung liegt darin, dass die Abminderung infolge der gekoppelten unterschiedlichen Instabilitäten Biegedrillknicken und Beulen erst bei annähernd gleichem Einfluss der einzelnen Instabilitäten auf die Traglast berücksichtigt wird. Dies entspricht der Vorstellung, dass, als Beispiel, eine hohe Beultragfähigkeit wenig Einfluss auf das Tragverhalten eines bezüglich Biegedrillknickens schlanken Trägers hat. Die Instabilitäten sind im Grenzfall auch nicht gekoppelt, was die Q-Faktor Methode berücksichtigt und in Abschnitt 2.3.1 schon diskutiert wurde. Allerdings gilt es den gegenseitigen Einfluss der Instabilitäten im mittelschlanken Bereich besser zu erfassen.

Alternativ wird die Interaktionsbeziehung mit dem Abminderungsbeiwert für Biegedrillknicken κ_{lt} , der ohne Berücksichtigung der lokalen Beulstabilität auf den globalen Schlankheitsgrad ermittelt ist, untersucht.

$$\kappa_{ci} = \left(\frac{1}{\left(\frac{1}{\kappa_{lt}}\right)^n + \left(\frac{1}{Q_l}\right)^n} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (6.6)$$

6. Das Tragbiegemoment M_u kann unter Berücksichtigung des Beulens und des Biegedrillknickens ermittelt werden.

$$M_u = \kappa_{ci} \cdot M_{pl} \quad (6.7)$$

Der Tragsicherheitsnachweis für T-Kragträger ist mit dem Bemessungswert der Beanspruchbarkeit, also unter Beachtung der Sicherheiten wie folgt zu

führen.

$$M_{Rd} = \frac{M_u}{\gamma_M} \quad \frac{M_{Sd}}{M_{Rd}} \leq 1,0 \quad (6.8)$$

6.2.2 Interaktion der Traglastabminderungen infolge lokalem Beulen und globalem Biegedrillknicken

Die Interaktion der Traglastabminderung wird mit der modifizierten Kreisgleichung gemäß Gleichung 6.5 und alternativ auch mit Gleichung 6.6 untersucht.

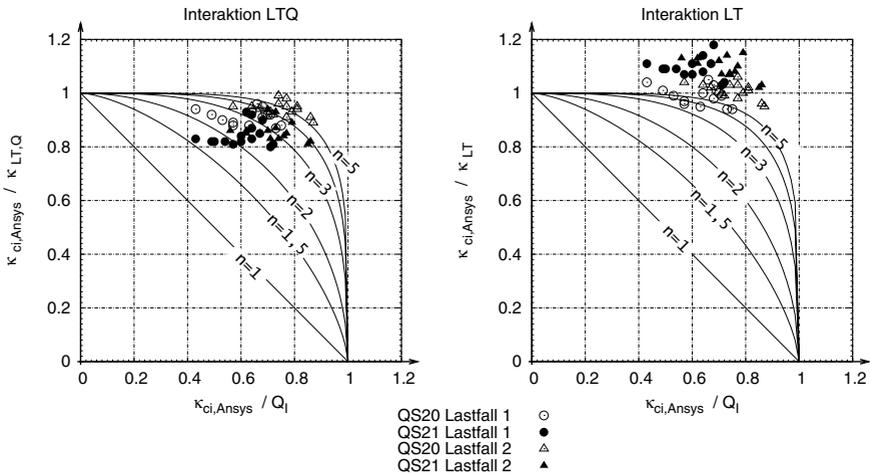


Bild 6.6: Vergleich der Ergebnisse von FE-Berechnungen mit der Interaktion LTQ Gl.6.5 und Interaktion LT 6.6 von lokalem und globalem Stabilitätsversagen.

Bild 6.6 zeigt die mit dem ANSYS-FE-Schalenmodell berechneten Traglastabminderungswerte $\kappa_{ci,ANSYS}$ jeweils bezogen auf den Abminderungswert κ_{lt,Q_I} (Interaktion LTQ, links) und κ_{lt} (Interaktion LT, rechts), wie er in die Interaktionsformulierung eingeht, über dem auf den Q_I -Faktor bezogenen Traglastabminderungswert. Zusätzlich sind die Verläufe der Interaktionsformulierung selber für verschiedene Werte n in die Graphen eingefügt.

6.2 Entwicklung eines neuen Bemessungsverfahrens mit Einzelschlankeiten

Die FE-Berechnungen wurden für Träger mit den Querschnitten QS20 und QS21 in den in Bild 6.1 angegebenen Längen unter Lastfall 1) Einzellast und 2) Gleichstreckenlast geführt.

Mit Bild 6.1 folgen zwei Erkenntnisse:

1. Werden die Traglasten bezogen auf den Abminderungswert κ_{lt} betrachtet, vermag die Interaktionsformulierung den überwiegenden Teil nur sehr konservativ zu erfassen, da die Werte über dem Grenzwert der Interaktion 1,0 liegen (rechter Graph).

Die Interaktion unter Verwendung des Abminderungswertes κ_{lt} erfasst den Einfluss der lokalen Stabilität auf das Gesamtstabilitätsverhalten zu ungünstig. Daher wird im Folgenden die Interaktion mit dem Abminderungswert $\kappa_{lt,Q}$ geführt.

2. Mit einem bestimmten Wert n in der Interaktionsgleichung können nur einige Traglasten annähernd genau bestimmt werden, da für andere Traglasten ein anderer Wert n günstiger wäre.

Die Kalibrierung der Interaktionsgleichung 6.5 erfolgt anhand der FE-Traglastermittlung der betrachteten Träger mit QS20 & QS21 für die Lastfälle Einzellast (Lastfall 1) und Gleichlast (Lastfall 2). Es erwies sich vorteilhaft den Beiwert n der Interaktionsgleichung abhängig von der Stabschlankeit $\bar{\lambda}_{lt}$ zu formulieren. Die Lastfälle wurden hierzu getrennt betrachtet. Eine gute Näherung ergab sich bei den wie folgt angegebenen Beiwerten $n_{LF 1}$ im Lastfall Einzellast und $n_{LF 2}$ im Lastfall Gleichlast.

$$\text{Lastfall 1 - Einzellast} : n_{LF 1} = \frac{2,0}{\sqrt{\bar{\lambda}_{lt}}} \quad (6.9)$$

$$\text{Lastfall 2 - Gleichlast} : n_{LF 2} = \frac{2,5}{\sqrt{\bar{\lambda}_{lt}}} \quad (6.10)$$

Die umgekehrte Proportionalität des Beiwert n zur Quadratwurzel des Stabschlankeitsgrads $\bar{\lambda}_{lt}$ erwies sich in den Vergleichen als gute Annahme. Mit Bild

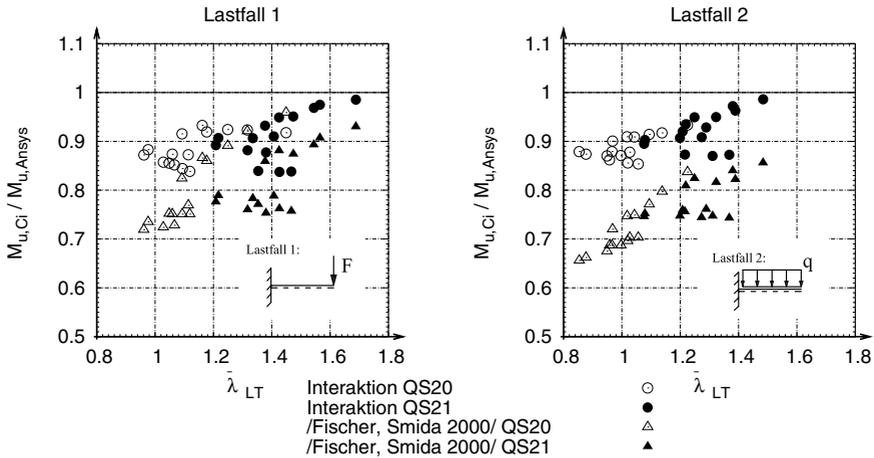


Bild 6.7: Auf den mit dem ANSYS-Schalenelement ermittelten Traglastabminderungswert bezogene Abminderungswerte nach der Interaktionsbedingung und nach dem Verfahren mit Systemschlankheit nach /Fischer, Smida 2000/ über der Stabschlankheit.

6.7 kann die Güte der unter Anwendung der kalibrierten Interaktionsgleichung ermittelten Traglastabminderungswerte beobachtet werden.

Bild 6.7 zeigt, dass im Vergleich zu dem Verfahren mit Systemschlankheit nach /Fischer, Smida 2000/ sich die Ermittlung des Abminderungswertes mit der Interaktionsgleichung 6.5 eindeutig als die günstigere und dabei sichere Methode erweist, wenn die angegebenen Beiwerte $n_{LF 1}$ beim Lastfall Einzellast und $n_{LF 2}$ beim Lastfall Gleichlast herangezogen werden.

In Tabelle 6.2 sind für die Trägerkonfiguration *QS 20_160* (160 cm langer Träger mit Querschnitt *QS 20*) für die fünf Lagerungsarten die wichtigsten Ergebnisse der einzelnen Berechnungs-Schritte angegeben. Die ideale kritische Last wird als wichtiger Eingangsparameter mit dem FE-Stabelement nach Abschnitt 4.5 bestimmt.

Für Träger mit anderen Längen und Querschnitten (*QS20/QS21*) sind diese

6.2 Entwicklung eines neuen Bemessungsverfahrens mit Einzelschlankheiten

QS 20_160 Lastfall 1						
Lagerungen	1.1	1.2	1.3	2.2	2.3	Einheit
$F_{cr,lt}$	36,78	41,62	52,08	45,21	53,83	kN
$M_{cr,lt}$	58,85	66,59	83,33	72,34	86,10	kNm
$\bar{\lambda}_{lt}$	1,162	1,092	0,976	1,048	0,960	—
κ_{lt}	0,536	0,590	0,694	0,628	0,710	—
$M_{u,lt}$	42,58	46,88	55,14	49,90	56,41	kNm
$\bar{\lambda}_{lt,Q}$	1,108	1,034	0,925	0,992	0,909	—
$\kappa_{lt,Q}$	0,584	0,640	0,746	0,679	0,761	—
$\kappa_{ci}^{n_{LF} 1}$	0,477	0,513	0,576	0,537	0,584	—
$M_{u,ci}^{n_{LF} 1}$	37,93	40,79	45,75	42,67	46,44	kNm
κ_{ANSYS}	0,512	0,561	0,652	0,628	0,670	—
$M_{u,ANSYS}$	40,70	44,56	51,77	49,87	53,2	kNm
$\frac{M_{u,ci}^{n_{LF} 1}}{M_{u,ANSYS}}$	0,93	0,92	0,88	0,86	0,87	—

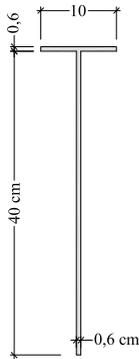
Tabelle 6.2: Berechnungen nach dem Bemessungsvorschlag für Träger mit Querschnitt **20** der Länge $\ell = \mathbf{160\ cm}$, nach Bild 6.1 für Lastfall Einzellast.

ausführlichen Tabellen in Anhang D angegeben.

6.2.3 Betrachtung einiger Grenzfälle

Um die Anwendbarkeit der vorgestellten Nachweise mit Einzelschlankheiten gemäß Tabelle 6.1 und des entwickelten Interaktions-Verfahrens eingehender zu bewerten sollen drei Grenzfälle betrachtet sein. Es werden Träger unter Lastfall 1 (Einzellast) mit Lagerungsarten 1.1 / 1.2 / 1.3 / 2.2 und 2.3 untersucht. Bei diesen Lagerungen können die Träger sowohl lokal durch Beulen als auch global durch Biegedrillknicken versagen.

Querschnitt QS 23: Querschnittswerte:



$f_y = 24,0$	$\frac{kN}{cm^2}$
$M_{el} = 51,65$	kNm
$M_{pl} = 83,23$	kNm
$I_y = 5187$	cm^4
$\sigma_e = 4,27$	$\frac{kN}{cm^2}$
$k_{\sigma} = 1,905$	—
$Q_W = 0,3147$	—
$Q_I = 0,5953$	—

Proportionen-Trägerlängen:

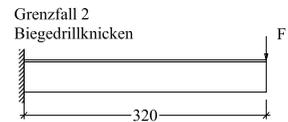
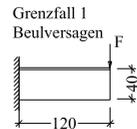


Bild 6.8: Beulgefährdeter Querschnitt QS 23

Grenzfall I: Ein beulgefährdeter Träger versagt vorwiegend durch Beulen

Der in Bild 6.8 gezeigte beulgefährdete Querschnitt versagt bei kurzer Trägerlänge vorwiegend durch Stegbeulen. Es wird hier der Träger mit einer Länge von $\ell = 120 \text{ cm}$ betrachtet. Das Verhältnis von Länge zu Höhe ist sehr klein, entspricht aber durchaus einem noch zu betrachtendem Grenzfall.

6.2 Entwicklung eines neuen Bemessungsverfahrens mit Einzelschlankheiten

Die einzelnen Werte der Querschnittsabminderung des Querschnitts 23 infolge Beulen sind im Bild 6.8 mit angegeben. Die Verzweigungslast und die weiteren Werte zur Bewertung der globale Stabilität sind im oberen Teil der Tabelle 6.3 je nach Lagerung angegeben. Tabelle 6.3 zeigt im unteren Abschnitt die mit den vorgestellten Nachweisverfahren mit Einzelschlankheiten ermittelten Tragbiegemomente und die Tragbiegemomente die sich aus numerischen Berechnungen mit dem ANSYS-FE-Modell ergeben. Der Index $\text{Index}_{\text{neue Abm.}}$ besagt, dass auf die Verfahren die neue Abminderungskurve gemäß Gleichung 5.6 angewendet wurde. Das neu vorgestellte Nachweisverfahren wird in der Tabelle mit 'Interaktion' bezeichnet.

Aus Tabelle 6.3 ist ersichtlich, dass mit dem neu entwickelten Verfahren und der Interaktion der schlankheitsbezogenen Abminderungswerte noch die günstigsten und dabei sicheren Tragbiegemomente erzielt werden. Die ermittelten Traglasten sind dennoch sehr ungünstig. Allerdings ist dies bei den hohen bezogenen Schlankheitsgraden nicht überraschend, da z.B beim Interaktionsmodell der Beiwert n umgekehrt proportional zur Schlankheit ist. Mit hoher Schlankheit wird auch die Interaktion ungünstiger.

Der laststeigernde Einfluss des Beulens auf das Tragverhalten wird auch beim Interaktionsmodell teilweise berücksichtigt.

Die Abweichung der Berechnung nach dem Interaktions-Modell ist im Lagerungsfall 2.2 jedoch sehr hoch. Alternativ kann man das Stabilitätsproblem dieses Trägers als das Beulstabilitätsproblem der dreiseitig gelagerten Platte mit teileingespanntem Längsrand gemäß Abschnitt 2.2.4 betrachten. Dann ermitteln sich mit Anwendung der Methode der wirksamen Breiten die Tragbiegemomente wie folgt:

Iteration	$M_{u,teilein.}$	$\frac{M_{u,teilein.}}{M_{u,ANSYS}}$	
		Lag. 2.2	2.3
1	28,17	0,95	0,86
2	25,14	0,85	0,76
3	24,36	0,82	0,74
	kNm	-	-

QS 23_120						
Lagerung	1.1	1.2	1.3	2.2	2.3	Einheit
Globale Stabilität						
$F_{cr,lt}$	13,51	13,82	20,88	13,87	20,95	<i>kN</i>
$M_{cr,lt}$	16,21	16,58	25,06	16,64	25,14	<i>kNm</i>
$\bar{\lambda}_{lt}$	2,267	2,241	1,823	2,237	1,820	–
κ_{lt}	0,165	0,168	0,246	0,169	0,246	–
$M_{u,lt}$	13,72	14,01	20,46	14,05	20,52	<i>kNm</i>
Gesamtstabilität - Tragbiegemomente $M_{u,Ci}$						
EN 1993-1-1	9,14	9,28	11,94	9,30	11,96	<i>kNm</i>
EN 1993-1-1 _{neue Abm.}	12,12	12,35	17,06	12,39	17,10	<i>kNm</i>
DIN 18800 T2	10,83	10,94	12,59	10,96	12,60	<i>kNm</i>
DIN 18800 T2 _{neue Abm.}	9,30	9,39	10,94	9,41	10,95	<i>kNm</i>
Interaktion	17,69	18,00	24,31	18,05	24,36	<i>kNm</i>
FE-ANSYS	23,63	25,63	31,79	29,59	32,89	<i>kNm</i>
Interaktion FE-ANSYS	0,75	0,70	0,77	0,61	0,74	–

Tabelle 6.3: Tragbiegemomente nach den Verfahren mit Einzelschlankeiten und nach der numerischen Berechnung für den Grenzfall-Träger QS 23 der Länge $\ell = 120 \text{ cm}$

Mit fortgeführter Iteration in der Methode der wirksamen Breiten nimmt das Tragbiegemoment ab. Auf der sicheren Seite liegend sollte daher der Wert der dritten Iteration für das Tragbiegemoment angesetzt werden. Dieses Tragbiegemoment kann in den Lagerungsfällen 2.2 und 2.3 gut als untere Schranke angesetzt werden.

Grenzfall II: Ein beulgefährdeter Träger versagt vorwiegend durch Biegedrillknicken

Lange Kragträger versagen auch mit beulgefährdeten Querschnitten vorwiegend durch Biegedrillknicken. Nun wird der Querschnitt *QS 23* als relativ langer Träger untersucht ($\ell = 320 \text{ cm}$). In Bild 6.8 sind neben einer Darstellung der Proportion auch die Werte zur Berechnung der Querschnittstragfähigkeit angegeben.

Die Tragbiegemomente nach den Verfahren mit Einzelschlankheiten und die Traglasten nach den numerische FE-Berechnungen sind in Tabelle 6.4 gezeigt.

Die höchste Annäherung an das mit dem ANSYS-FE-Modell numerisch berechnete Tragbiegemoment wird durch das neu entwickelte Interaktionsmodell erzielt. Das Tragbiegemoment wird im günstigsten Fall mit rund 70% des FE-Tragbiegemomentes angenähert. Dies ist zwar nicht als 'gute' Näherung zu bezeichnen, dennoch erreichen die bekannten Nachweismethoden mit Einzelschlankheiten diese Güte der Näherung nicht.

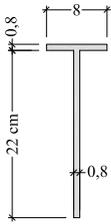
In den Lagerungsfällen mit kontinuierlicher seitlicher Halterung des Trägers (2.2/2.3) kann das Gesamtstabilitätsproblem des T-Kragträgers als das Stabilitätsproblem der dreiseitig gelagerten Platte mit drehelastisch teileingespanntem Längsrand nach Abschnitt 2.2.4 betrachtet werden. Bei diesem Stabilitätsfall ist der betrachtete Querschnitt, der sich nicht verzerrt, einordbar. In der Stabilitätstheorie zur dreiseitig gelagerten Platte sind die Biegetorsionsanteile, die unter der Voraussetzung der Querschnittstreue zu beachten sind, mit enthalten, /Brune 2000a/. Wie schon im vorigen Abschnitt berechnet, beträgt das Tragbiegemoment für den Querschnitt *QS23*: $M_{u,teil\text{ein.}} = 24,36 \text{ kNm}$. Dieses Tragbiegemoment kann als untere Schranke des Tragbiegemomentes für alle kontinuierlich seitlich gestützten Träger mit dem Querschnitt *QS23* angesehen werden.

QS 23_320						
Lagerung	1.1	1.2	1.3	2.2	2.3	Einheit
Globale Stabilität						
$F_{cr,lt}$	3,14	3,48	4,29	3,68	4,38	<i>kN</i>
$M_{cr,lt}$	10,05	11,14	13,73	11,78	14,02	<i>kNm</i>
$\bar{\lambda}_{lt}$	2,879	2,735	2,463	2,659	2,438	–
κ_{lt}	0,105	0,116	0,141	0,122	0,144	–
$M_{u,lt}$	8,77	9,66	11,75	10,27	11,98	<i>kNm</i>
Gesamtstabilität - Tragbiegemomente $M_{u,Ci}$						
EN 1993-1-1	6,49	7,01	8,16	7,31	8,28	<i>kNm</i>
EN 1993-1-1 _{neue Abm.}	8,01	8,77	10,53	9,21	10,72	<i>kNm</i>
DIN 18800 T2	8,27	8,85	9,99	9,16	10,10	<i>kNm</i>
DIN 18800 T2 _{neue Abm.}	7,05	7,54	8,54	7,81	8,64	<i>kNm</i>
Interaktion	11,95	13,04	15,50	13,66	15,76	<i>kNm</i>
FE-ANSYS	15,84	19,3	22,57	23,19	25,81	<i>kNm</i>
Interaktion FE-ANSYS	0,75	0,68	0,69	0,59	0,61	–

Tabelle 6.4: Tragbiegemomente nach den Verfahren mit Einzelschlankeiten und nach der numerischen Berechnung für den Grenzfall-Träger QS 23 der Länge $\ell = 320 \text{ cm}$

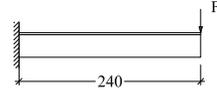
Grenzfall III: Ein beulgedrungener Träger versagt vorwiegend durch Biegedrillknicken

Querschnitt QS 24: Querschnittswerte:



$$\begin{aligned}
 f_y &= 24,0 && \frac{kN}{cm^2} \\
 M_{el} &= 22,57 && kNm \\
 M_{pl} &= 37,67 && kNm \\
 \sigma_e &= 25,10 && \frac{kN}{cm^2} \\
 k_\sigma &= 1,856 && - \\
 Q_W &= 0,603 && - \\
 Q_I &= 1,0 && -
 \end{aligned}$$

Proportionen-Trägerlängen:



$$\begin{aligned}
 \text{grenz } \frac{h_w}{t_w} &= 27,70 \\
 \text{vorh } \frac{h_w}{t_w} &= 27,50
 \end{aligned}$$

Bild 6.9: Beulgedrungener Querschnitt QS 24

Der in Bild 6.9 gezeigte Querschnitt besteht aus einem gedrungenen Steg, dessen b/t -Verhältnis unter dem Grenzwert $\text{grenz } \frac{h_w}{t_w}$ liegt und damit bis zum Erreichen der elastischen Grenztragfähigkeit nicht beulgefährdet ist.

Die Bemessung mit dem Vorschlag ergibt die in Tabelle 6.5 gezeigten Tragbiegemomente.

Im Grenzfall bei dem nur Versagen unter Querschnittstreue auftritt, werden die Tragbiegemomente auch sicher mit der alleinigen Betrachtung der globalen Stabilität ermittelt. Daher wird festgestellt, dass wenn das Grenz-Abmessungsverhältnis $\text{grenz } \frac{h_w}{t_w}$ eingehalten ist, die Bemessung mit dem Tragbiegemoment $M_{u,lt}$ sicher erfolgen kann.

Das Verfahren unter Anwendung der Interaktion der einzelnen schlankheitsbezogenen Abminderungswerte liefert durchgehend sichere, jedoch nicht immer die günstigsten Tragbiegemomente.

Auch in diesem Fall kann für die Träger mit kontinuierlicher seitlicher Halterung (Lagerungen 2.2/2.3) der Stabilitätsnachweis über die Betrachtung des Stegs als

<i>QS 24.240.LF1</i>						
Lagerung	1.1	1.2	1.3	2.2	2.3	Einheit
Globale Stabilität						
$F_{cr,lt}$	8,02	10,17	12,85	12,08	13,78	<i>kN</i>
$M_{cr,lt}$	19,25	24,41	30,84	28,99	33,07	<i>kNcm</i>
$\bar{\lambda}_{lt}$	1,399	1,242	1,105	1,140	1,067	–
κ_{lt}	0,393	0,481	0,580	0,552	0,611	–
$M_{u,lt}$	14,81	18,11	21,83	20,81	23,03	<i>kNm</i>
Gesamtstabilität - Tragbiegemomente $M_{u,Ci}$						
EN 1993-1-1	9,66	11,03	12,38	12,02	12,77	<i>kNm</i>
EN 1993-1-1 _{neue Abm.}	13,52	16,03	18,51	18,87	19,21	<i>kNm</i>
DIN 18800 T2	13,92	15,55	16,88	16,55	17,22	<i>kNm</i>
DIN 18800 T2 _{neue Abm.}	12,63	14,59	16,39	15,93	16,88	<i>kNm</i>
Interaktion	13,26	15,86	18,62	17,88	19,46	<i>kNm</i>
FE-ANSYS	16,56	19,6	24,60	25,30	26,75	<i>kNm</i>
Interaktion FE-ANSYS	0,80	0,81	0,76	0,71	0,73	<i>kNm</i>

Tabelle 6.5: Traglasten des Grenzfall-Trägers QS 24 der Länge $\ell = 240$ cm

6.2 Entwicklung eines neuen Bemessungsverfahrens mit Einzelschlankheiten

dreiseitig gelagerte am Längsrand teileingespannte Platte geführt werden. Nach der Beulwertermittlung gemäß Abschnitt 2.2.4 und der Methode der wirksamen Breiten errechnet sich bei diesem Querschnitt das Tragbiegemoment zu :

Iteration	$M_{u,teilein.}$	$\frac{M_{u,teilein.}}{M_{u,ANSYS}}$	
		Lag. 2.2	2.3
1/2/3	22,39	0,88	0,84
	kNm	-	-

Bei Einhaltung der Grenzwerte $grenz \frac{h_w}{t_w}$ ist die Iteration nicht nötig, da der Querschnitt nicht abzumindern ist.

6.2.4 Traglast eines gevouteten Trägers

Bei gevouteten Kragträgern mit T-Querschnitt ist zu beachten, dass sich der elastisch am höchsten beanspruchte Querschnitt je nach Lastfall und Stärke der Voute nicht mehr an der Einspannstelle befindet. Für die Bestimmung des Ortes des maßgeblichen Querschnittes kann nach Abschnitt 3.1.3 vorgegangen werden.

Ob der höchst beanspruchte Querschnitt mit geringerer Steghöhe als am Auflager auch für die vereinfachte Traglastbestimmung nach den Nachweisverfahren mit Einzelschlankheit ist, gilt es zu untersuchen.

Am Beispiel des Versuchsträgers 2400_3 aus der Versuchsreihe von /Fischer, Smida 2000/ wird gezeigt, dass mit dem höchst beanspruchten Querschnitt als Ersatzquerschnitt für den Träger der Stabilitätsnachweis geführt werden kann.

Der elastisch am höchsten beanspruchte Querschnitt liegt 60 cm vom Einspannauflager entfernt. Die Proportionen des maßgeblichen beulgefährdeten Querschnittes und die Querschnittswerte sind in Bild 6.10 dargestellt. Auf Grundlage dieser Werte werden nun zunächst die Verzweigungslasten mit der Gesamtlänge des Trägers ermittelt. Die Traglasten werden nach den Nachweisverfahren mit Einzelschlankheiten für einen Kragträger mit konstantem Querschnitt bestimmt und

VT2400_3_LF1 – Ersatzquerschnitt						
Lagerung	1.1	1.2	1.3	2.2	2.3	Einheit
Globale Stabilität						
$F_{cr,lt}$	27,42	28,78	33,70	29,35	33,97	<i>kNm</i>
$M_{cr,lt}$	65,81	69,07	80,88	70,44	81,53	<i>kNm</i>
$\bar{\lambda}_{lt}$	1,560	1,523	1,408	1,508	1,402	–
κ_{lt}	0,325	0,339	0,389	0,345	0,392	–
$M_{u,lt}$	52,04	54,32	62,34	55,26	62,77	<i>kNm</i>
Gesamtstabilität - Tragbiegemomente $M_{u,Ci}$						
EN 1993-1-1	28,52	29,22	31,45	29,50	31,56	<i>kNm</i>
EN 1993-1-1 _{neue Abm.}	41,97	43,25	47,27	43,79	47,47	<i>kNm</i>
DIN 18800 T2	32,80	33,18	34,27	33,33	34,32	<i>kNm</i>
DIN 18800 T2 _{neue Abm.}	29,39	29,81	31,03	29,98	31,09	<i>kNm</i>
Interaktion	55,56	57,36	63,28	58,09	63,58	<i>kNm</i>
FE-ANSYS	71,13	72,23	78,85	81,74	80,65	<i>kNm</i>
Versuch	76,68					<i>kNm</i>
Interaktion FE-ANSYS	0,78	0,79	0,80	0,71	0,78	<i>kNm</i>
Mit Werten des Einspannquerschnitts $M_{u,Ci}$						
Interaktion	60,75	62,28	70,20	62,99	70,47	<i>kNm</i>

Tabelle 6.6: Tragbiegemoment nach den Nachweisverfahren mit Einzelschlankeiten und numerischen Berechnungen und einem Versuch des gevouteten Versuchsträgers 2400_3

6.2 Entwicklung eines neuen Bemessungsverfahrens mit Einzelschlankeiten

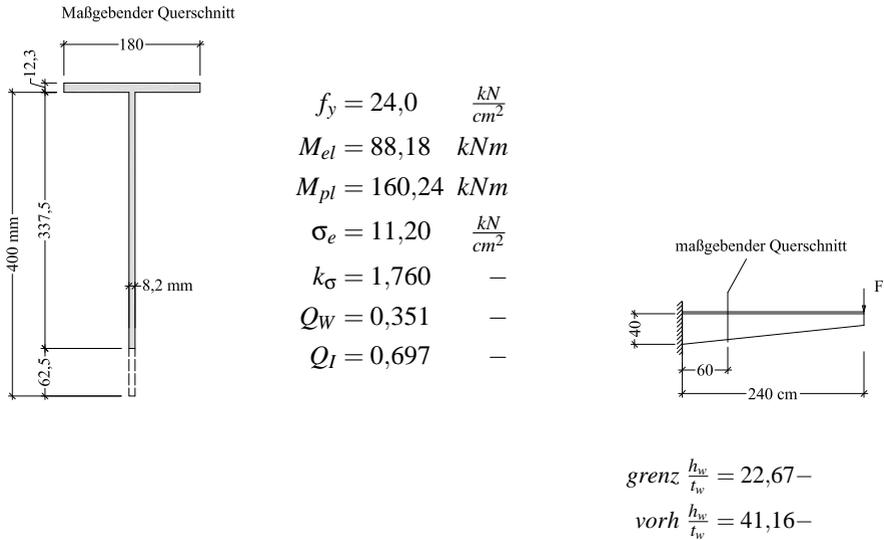


Bild 6.10: Maßgebender (Ersatz-) Querschnitt des gevouteten Versuchsträgers 2400_3

den Traglasten nach dem ANSYS-FE-Modell in Tabelle 6.6 und dem Versuch gegenüber gestellt.

Es zeigt sich, dass mit der Interaktion der Abminderungswerte bezüglich lokaler und globaler Stabilität der Nachweis am maßgeblichen Querschnitt erfolgen kann. Der Nachweis kann in diesem Fall auch am Einspannquerschnitt geführt werden. Jedoch ist zu beachten, dass wenn der Träger stärker gevoutet ausgeführt wird, der Nachweis am Einspannquerschnitt höhere Traglasten verspricht als der Nachweis mit dem Ersatzquerschnitt. In Tabelle 6.6 sind in der untersten Zeile die Tragbiegemomente auf Grundlage der Querschnittswerte an der Einspannstelle nach dem Interaktions-Verfahren eingefügt.

Daher ist der Stabilitätsnachweis gevouteter Träger unbedingt mit dem höchstbelastetem Querschnitt, dem Ersatzquerschnitt, zu führen.

6.3 Zusammenfassung

Die bekannten Bemessungsverfahren auf Grundlage von Einzelschlankheiten gemäß den Normen /DIN 18800 1990, Eurocode 3-1-1 1993 & 2003/ und das Verfahren auf Grundlage der Systemschlankheit nach /Fischer, Smida 2000/ werden den numerischen Traglastberechnungen gegenübergestellt. Zusätzlich wird die Auswirkung bei Anwendung der neuen schlankheitsbezogenen Abminderungskurve auf die Bemessungsverfahren untersucht.

Es wird erkannt, dass mit den Verfahren auf Grundlage von Einzelschlankheiten die Tragfähigkeit stark unterschätzt wird und folglich ungünstige Nachweise geführt werden müssten. Daher wird das Nachweisverfahren auf Grundlage von Einzelschlankheiten speziell für den Fall der Kragträger mit T-Querschnitt weiterentwickelt. Das neuen Bemessungsverfahren beinhaltet eine Interaktion der Abminderungswerte für lokales Beulen und globales Biegedrillknicken einerseits und der in Abschnitt 5 speziell für den Kragträger mit T-Querschnitt formulierten Traglastabminderungsbeziehung andererseits.

Anhand von ausgewählten Trägern, bei denen beide Stabilitätsfälle gegen Beulen und Biegedrillknicken nachzuweisen sind, wird die Interaktion der schlankheitsbezogenen Abminderungswerte in der Formulierung einer modifizierten Kreisgleichung vorgeschlagen und kalibriert.

Der Nachweis mit dem neu entwickelten Bemessungsverfahren ist für die betrachteten Träger sicher und günstiger, als die schon bekannten Nachweismethoden. Dies bestätigt auch die Betrachtung einiger Grenzfälle.

Bei der Betrachtung der Grenzfälle wird festgestellt, dass T-Kragträger deren seitliche Verschiebung am Flansch nicht möglich ist, als das Stabilitätsproblem der dreiseitig gelagerten Platte mit drehelastisch teileingespanntem Längsrand betrachtet werden können. Die Betrachtung als Beulproblem allein ist in den anwendbaren Lagerungsfällen 2.2 und 2.3 günstiger als mit der Interaktionsmethode. Die Berechnung der Beulwerte der teileingespannten Platte geht auf die Ableitung der gegenseitigen Stützung von Platten in zusammengesetzten Querschnitten nach /Brune 2000b/ zurück.

7 Zusammenfassung, Schluss und Ausblick

7.1 Zusammenfassung und Schluss

Die Tragfähigkeit von biegebeanspruchten Kragträgern mit T-förmigem Querschnitt und Druck am freiem Stegrand kann mit den in dieser Arbeit vorgestellten Berechnungsmethoden zur plastischen Grenztragfähigkeit, zur Berechnung der Verzweigungslast und zur Ermittlung der realitätsnahen Traglast bestimmt werden. Der Stabilitätsnachweis von T-Kragträgern ist damit vereinfacht möglich.

Die Bemessung von instabilitätsgefährdeten T-Kragträgern nach den zur Zeit gültigen Normen ist unter der Voraussetzung der Kenntnis der idealen Verzweigungslast zwar prinzipiell möglich, jedoch sehr ungünstig. Dies liegt daran, dass die in den Normen enthaltenen Bemessungshilfen und Abminderungskurven eher auf stahlbautypische doppelsymmetrische Querschnitte ausgelegt sind. Es war daher erforderlich für das einfachsymmetrische T-Profil einen Bemessungs-Vorschlag, einschließlich der Ermittlung der idealen Verzweigungslast des Kragträgers mit T-Querschnitt, zu entwickeln.

Die Güte der hier für den T-Querschnitt angegebenen Näherungen, die auch gleichzeitig für mehrere Lagerungsarten definiert wurden, entsprechen nicht der Güte eines auf stahlbautypische doppelsymmetrische Querschnitte optimierten Nachweises der aktuellen Normung, da das Stabilitätsproblem von Kragträgern mit T-Querschnitt für die baupraktische Bemessung weitergehende Vereinfachungen verlangt.

Allerdings besteht nun mit der vorliegenden Arbeit überhaupt die Möglichkeit die

Tragfähigkeit von T-Kragträgern gesichert und vereinfacht zu ermitteln.

Im Einzelnen wurde festgestellt:

1. Das vollplastische Grenzbiegemoment des T-Querschnitts beträgt mindestens das 1,5fache bis dreifache des elastischen Grenzbiegemomentes. Die hohen plastischen Reserven sind für den Tragsicherheitsnachweis wegen der zugehörigen großen Dehnungen nicht nutzbar. Daher wird in der vorliegenden Arbeit mit Berechnungen der Grenzlasten des teilplastizierten Querschnitts unter Begrenzung der betragsmäßig größten Randdehnung auf die vierfache Fließdehnung gezeigt, dass bei einem Flächenanteil des Flansches von weniger als 45% die volle plastische Tragfähigkeit genutzt werden kann. Dies sind bis zu 80% mehr als die elastische Biegetragfähigkeit.

Daraus wird geschlossen, dass sich Bauteile mit T-Querschnitt wegen der hohen plastischen Tragreserven äußerst duktil verhalten.

Zusätzlich werden die plastischen Interaktionsbeziehungen M-N-V des T-Querschnitts bereitgestellt.

2. Die ideale Verzweigungslast für das querschnittstreue Biegedrillknicken ist für den T-Querschnitt in Verbindung mit dem System des Kragträgers, wie gezeigt wird, komplex und nicht vereinfacht zu bestimmen. Daher wird in der vorliegenden Arbeit zur Bestimmung der idealen kritischen Last ein spezielles finites Element für den T-Kragträger hergeleitet. Mit wenigen solcher Stabelemente ist in guter Näherung die Verzweigungslast bestimmbar. Die Genauigkeit des neuen Stabelements wird an Gegenrechnungen mit einem aus Schalenelementen aufgebauten FE-Modell überprüft und festgestellt.
3. Für die Ermittlung der Tragfähigkeit von biegebeanspruchten Kragträgern mit T-förmigem Querschnitt und Druck am freien unteren Stegrand wird eine spezielle, dem Problem entsprechende, schlankheitsabhängige Traglastabminderungskurve definiert. Die neue Abminderungskurve beruht zum einen auf einer Vielzahl von geometrisch-physikalisch nichtlinearen numerischen FE-Berechnungen mit Schalenelementen unter Ansatz der an die Normen angelehnten traglastmindernden Vorverformung. Zum anderen wurden

die mit Versuchen festgestellten Traglasten an T-Kragträgern berücksichtigt.

4. Das querschnittsverzerrende Instabilitätsversagen, das Stegbeulen, wird unter Anwendung der Methode der wirksamen Breiten in der aktuellsten Form für die dreiseitig gelagerte, am Längsrand eingespannten Platte behandelt. Auf Grundlage der ermittelten Querschnittstragfähigkeit kann dann der steifigkeitsmindernde Einfluss auf die Biegedrillknickschlankeheit angegeben werden.
5. In den Lagerungsfällen mit kontinuierlich seitlich gestützem Flansch reduziert sich das Gesamtstabilitätsproblem des T-Kragträgers auf das des dreiseitig gelagerten, am Längsrand drehelastisch teileingespannten Stegblechs. Die Verdrehsteifigkeit des Flansches stellt dabei die Teileinspannung her. Mit den in /Brune 2000b/ angegebenen Verfahren kann der Beulwert des durch den Flansch teileingespannten Stegs mit Druck am freien Rand bestimmt werden. Die Bestimmung der Traglast erfolgt mit der Methode der wirksamen Breiten.
6. Die bekannten Methoden der Traglastermittlung mit *Einzelschlankeheiten* - Beulen und Biegedrillknicken - weisen nicht die Güte der Traglastermittlung mit *Systemschlankeheit* - Gesamtstabilität - auf. Um auch den Nachweis mit Einzelschlankeheiten gut führen zu können, wird ein Vorschlag entwickelt, der auf der Interaktion der schlankeheitsbezogenen Abminderungen der einzelnen Stabilitätsfälle basiert. Der Vergleich des Vorschlages mit dem Verfahren mit Systemschlankeheit zeigt sogar eine Verbesserung des Nachweises bei ausreichender Sicherheit.
Die Betrachtung ausgeprägter Grenzfälle von T-Kragträgern zeigt, dass der Vorschlag eine Verbesserung der bekannten Methoden mit Einzelschlankeheiten der Normen darstellt.

7.2 Überblick über die Bemessungsverfahren mit Stabilitätsnachweis

7.2.1 Nachweis mit Systemschlankheit

Nach Forschungsbericht /Fischer, Smida 2000/

1. Bezogene Abmessungen : k_h, k_b, k_v, k_w, k_f nach Bild 1.13
2. Bestimmung des Gesamtbeulwertes k_{ges} aus den Kurventafeln; diese sind auf der CDROM im Anhang A abgelegt. Die Kombinationen für die diese Werte verfügbar sind können Tabelle 2.7 entnommen werden.
3. Bezugsspannung und kritische Gesamtbeulspannung:

$$\sigma_e = 18980 \cdot \left(\frac{t_w}{h_w} \right)^2 \quad \left[\frac{kN}{cm^2} \right]$$

$$\sigma_{cr} = k_{ges} \cdot \sigma_e$$

Die ideale Verzweigungslast der Gesamtstabilität kann mit Tabelle 2.8 bestimmt werden.

4. Systemschlankheit der Gesamtstabilität:

$$\bar{\lambda}_{el, Sys} = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} \quad \text{allgemein}$$

$$\bar{\lambda}_{el, Sys} = \sqrt{\frac{M_{el}}{M_{cr}}} \quad \text{nach Tab. 2.8}$$

5. Abminderungswert und Tragbiegemoment:

$$\kappa_{ci, Sys} = f(\bar{\lambda}_{el, Sys}) = \left(\frac{1}{1 + 2 \bar{\lambda}_{el, Sys}^{2n}} \right)^{\frac{1}{n}} \quad \text{mit } n = 2,5$$

$$M_{u, Ci} = \kappa_{ci, Sys} \cdot M_{el}$$

6. Nachweis:

$$\frac{M_d}{M_{u,ci,d}} \leq 1,0$$

7.2.2 Nachweis mit Einzelschlankheiten

1. Plastisches Grenzbiegemoment nach Abschnitt 3.2. Einhaltung des Grenzwertes für Nutzbarkeit des vollplastischen Biegemomentes!

$$\delta_f = \frac{A_f}{A_w} \leq 0,45$$

2. Lokale Einzelschlankheit

Beulwert der dreiseitig gelagerten Platte mit eingespanntem Längsrand, Kritische Beulspannung, Beulschlankheitsgrad:

$$\begin{aligned}\tilde{k}_{\sigma_{pi}} &= 1,60 - 0,40 \psi + 0,09 \psi^2 \\ \sigma_{cr} &= k_{ges} \cdot \sigma_e = 18980 \cdot \left(\frac{t_w}{h_w}\right)^2 \\ \bar{\lambda}_{li} &= \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}}\end{aligned}$$

3. Iterative Berechnung des wirksamen Querschnittes nach Abschnitt 2.2.5 und Abminderung der Querschnittssteifigkeit:

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{1}{\bar{\lambda}} - \frac{0,22}{\bar{\lambda}^2} + 0,075 \bar{\lambda} \rightarrow \text{Methode der wirksamen Breiten} \\ Q_I &= \frac{I_{y,eff}}{I_y}\end{aligned}$$

4. Abminderung des globalen Einzelschlankheitsgrads:

$$\bar{\lambda}_{l,Q_I} = \sqrt{Q_I} \cdot \bar{\lambda}_{li}$$

5. Globale Einzelschlankheit

Ideale Verzweigungslast für Biegedrillknicken mit FE-Stabelement, Abschnitt 4.5. Eine Implementierung ist in *MAPLE 6* mit bis zu 12 Elementen erfolgt. Die Eingabe ist auf der CDROM im Anhang A niedergelegt.

$$\text{FEM} \Rightarrow M_{cr,lt} \Rightarrow \bar{\lambda}_{lt} = \sqrt{\frac{M_{pl}}{M_{cr,lt}}}$$

6. Abminderungswert mit abgemindertem globalem Einzelschlankheitsgrad:

$$\kappa_{lt,Q} = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}_{lt,Q}^2}} \quad \text{für} \quad \bar{\lambda}_{lt,Q} > 0,673$$

Für den Beiwert Φ gilt:

$$\Phi = 0,5(1 + \alpha_0(\bar{\lambda}_{lt,Q} - \bar{\lambda}_0) + \bar{\lambda}_{lt,Q}^2)$$

mit:

$$\begin{aligned} \text{Imperfektionsbeiwert} & : \quad \alpha_0 = 0,49 \\ \text{Grenzschlankheit} & : \quad \bar{\lambda}_0 = 0,673 \end{aligned}$$

7. Abminderungswert der Gesamtstabilität durch Interaktion:

$$\kappa_{ci} = \left(\frac{1}{\left(\frac{1}{\kappa_{lt,Q}}\right)^n + \left(\frac{1}{Q_I}\right)^n} \right)^{\frac{1}{n}}$$

mit:

$$\begin{aligned} \text{Lastfall 1 - Einzellast} & : \quad n = n_{LF\ 1} = \frac{2,0}{\sqrt{\bar{\lambda}_{lt}}} \\ \text{Lastfall 2 - Gleichlast} & : \quad n = n_{LF\ 2} = \frac{2,5}{\sqrt{\bar{\lambda}_{lt}}} \end{aligned}$$

8. Tragbiegemoment:

$$M_{u,ci} = \kappa_{ci} \cdot M_{pl}$$

9. Nachweis:

$$\frac{M_d}{M_{u,ci,d}} \leq 1,0$$

7.3 Ausblick

Da die Berechnung der idealen Verzweigungslast nicht vereinfacht möglich ist und daher ein finites Stabelement herangezogen werden muss, ist es unbedingt nötig dieses Element in ein weit verbreitetes, von Bauingenieuren allgemein akzeptiertes FE-Programm zu implementieren. Nur so ist für den Praktiker die Ermittlung der idealen Verzweigungslast bei Querschnittstreue und damit des globalen Schlankheitsgrades möglich. Das vorgestellte Verfahren mit Einzelschlankheiten zur Bemessung von instabilitätsgefährdeten Kragträgern mit T-Querschnitt stellt neben dem Verfahren mit Systemschlankheit einen gangbaren Weg dar. Die Vorgehensweise orientiert sich an den bekannten Verfahren der Normen /DIN 18800 1990, Eurocode 3-1-1 1993 & 2003/ und liefert auf der sicheren Seite liegende Ergebnisse.

Betrachtet man das weitere Umfeld im Architektur-Stahlbau, so erkennt man, dass viele Varianten dieser T-Träger existieren. Oft werden die Stege wegen der Steigerung der Transparenz mit Ausschnitten versehen die den Tragsicherheits-Nachweis erschweren. In den Diplomarbeiten /Ebrahimpour 2003, Vaupel 2000/ wurde diese Aufgabe behandelt.

Die Ausführung in Edelstahl Rostfrei (Werkstoffnummern 1.4301, 1.4307, 1.4571 u.a.) setzt ebenfalls architektonische Akzente. Die Nachweisführung von stabilitätsgefährdeten Trägern aus Edelstahl Rostfrei kann mit /Allgemeine Bauaufsichtliche Zulassung Z-30.3-6 1999/ erfolgen. Die Berechnungen erfolgen mit dem im Vergleich zum im Stahlbau gewöhnlich verwendeten Tangentenmodul geringen und weit auf der sicheren Seite liegenden Sekantenmodul. Das Materialverhalten von Edelstahl Rostfrei kann nicht durch ein bilineares linear-elastisches idealplastisches Materialgesetz, wie für Baustahl, vereinfacht werden.

In einer weiteren Diplomarbeit von /Bohl 2002/ wurde diesem Problem mit einer Reihe von geometrisch und physikalisch nichtlinearen FE-Berechnungen nachgegangen. Das multilineare Materialverhalten von Edelstahl Rostfrei wurde dabei berücksichtigt. Unterschiede im Tragverhalten zu normalem Baustahl sind zu vermuten und wurden festgestellt und quantifiziert. Die ideale Verzweigungslast eines T-Kragträgers aus Edelstahl Rostfrei ist in einem aussagekräftigen Beispiel ca. 5% geringer als die Verzweigungslast eines Trägers aus normalem Baustahl. Die Traglasten unterscheiden sich um ca 25% !

Am Lehrstuhl für Stahlbau der Universität Dortmund läuft derzeit ein Forschungsprojekt, dass in Erweiterung der vorliegenden Arbeit zum Ziel hat, eine Vorgehensweise für die Bemessung von T-Kragträgern mit Stegausschnitten einerseits und Ausführung in Edelstahl Rostfrei andererseits, zu entwickeln. Die Durchführung von Traglastversuchen an solchen T-Kragträgern ist in dem Forschungsvorhaben vorgesehen.

8 Notation

Das in dieser Arbeit verwendete System von Zeichen und Symbolen orientiert sich an den für den Stahlbau gültigen normativen Vorschriften /DIN 18800 1990, Eurocode 3-1-1 1993 & 2003/. Die angewendeten Formelzeichen sind an den Stellen im Text weitergehend erläutert und beschrieben.

Koordinaten, Verformungen, Punkte

Allgemein wird ein rechtshändiges Koordinatensystem verwendet.

x	Stablängsachse
y	Querachse
z	Vertikalachse
u_y, u_z	Querschnittsverschiebungen
ϑ	Querschnittsverdrehung um die Stablängsachse
w	Wölbordinate
$u_{y,0}, \vartheta_0$	Vorverformungen
S	Schwerpunkt
M	Schubmittelpunkt
z_w, z_f	Koordinaten der Teilflächenschwerpunkte bezogen auf den Gesamtflächenschwerpunkt
z_M	Koordinate des Schubmittelpunktes bezogen auf den Schwerpunkt
e	Exzentrizität, Ausmitte

Querschnitts- und Systemgrößen

ℓ	Trägerlänge
h	Querschnittshöhe
h_w	Steghöhe
t_w	Stegdick
b_f	Flanschbreite
t_f	Flanschdicke
A	Querschnittsfläche
W	Widerstandsmoment
I_y, I_z	Flächenmomente zweiten Grades
I_t	<i>De Saint Venantsches</i> Torsionsflächenmoment
I_w	Wölbflächenmoment
r_{Mz}	Querschnittsstrecke
$\bar{\lambda}$	bezogener Schlankheitsgrad
κ	Traglastabminderungswert
$\alpha_{pl} = \frac{M_{pl}}{M_{el}}$	Faktor
Q	Q-Faktor, Abminderung der Querschnittstragfähigkeit
$Q_w = \frac{W_{eff}}{W_{pl}}$	Abminderung der Querschnittstragfähigkeit
$Q_I = \frac{I_{y,eff}}{I_y}$	Abminderung der Querschnittssteifigkeit

Schnittgrößen und Spannungen

N	Normalkraft
M_y	Biegemoment um die y-Achse
V_y, V_z	Querkraft in Quer- und Vertikalrichtung
σ	Normalspannung
τ	Schubspannung
ψ	Spannungsverhältnis
σ_e	Eulersche Bezugsspannung
ε	Normaldehnung
S	Einwirkung
R	Widerstand

Physikalische Kenngrößen und Materialfestigkeiten

E	Elastizitätsmodul	$= 21000 \text{ kN/cm}^2$
μ	Querdehnzahl	$= 0,3$
$G = \frac{E}{2(1+\mu)}$	Schubmodul	$\approx 8100 \text{ kN/cm}^2$
f_y	Streckgrenze	
ε_y	Fließdehnung	
γ	Teilsicherheitsbeiwert	

Indizes

x,y,z	Richtungen
f	Flansch
w	Steg
el,pl	elastisch , plastisch
V,N	Berücksichtigung von Querkraft, Normalkraft
p	Platte
$cr, crit$	ideal-kritisch
Sys	Systembezogen
li	Local Instability, Lokale Stabilität
ci	Coupled Instability, Gesamtstabilität
lt	Lateral Torsional, Biegedrillknicken
R	Beanspruchbarkeit,Widerstand
d	Bemessungswert
k	Charakteristischer Wert einer Größe
u	Traglast(ultimate),unten
o	oben
LF	Lastfall
red	infolge Querkrafteinwirkung reduziert
eff	infolge Beulens abgemindert effektiv
y	englisch: yield - ζ deutsch : fließen

Mathematische, Numerische Bezeichnungen

i, j	ganzahlige Laufvariable
Π	Potential
\mathbf{k}	Elementsteifigkeitsmatrix
\mathbf{K}	Gesamtsteifigkeitsmatrix

Abkürzungen

DIN	Deutsches Institut für Normung
EC	Eurocode
FE	Finite Elemente
FEM	Finite Elemente Methoden
LA	Lineare Analyse
GMNA	Geometrische Materielle Nichtlineare Analyse
GMNIA	Geometrische Materielle Nichtlineare Imperfektions- behaftete Analyse
<i>grenz</i>	Grenzwert

Literaturverzeichnis

- [Allgemeine Bauaufsichtliche Zulassung Z-30.3-6 1999] *Allgemeine Bauaufsichtliche Zulassung Z-30.3-6, Bauteile und Verbindungsmittel aus nichtrostenden Stählen*. Berlin, 1999
- [Anderson, Trahair 1972] ANDERSON, J.M., TRAHAIR, N.S.: Stability of Monosymmetric Beams and Cantilevers. In: *Journal of the Structural Division* Vol. 98 (1972), January, Nr. ST1, S. 269–286
- [Ansys-Manual] *Ansys Users Manual - ANSYS 5.7.1 Online-Dokumentation*
- [Bathe 2002] PROF. DR. BATHE, Klaus-Jürgen: *Finite-Elemente-Methoden*. 2. Springer-Verlag, 2002. – ISBN 3-540-66806-3
- [Beuth-Kommentare 1993] J.LINDNER, J.SCHEER, H.SCHMIDT, UNTER MITARBEIT VON E.GENTZ, R.GIEZELT, R.GREINER, W.MEIER, M.PETERSEN, U.VOGEL: *Beuth-Kommentare, Stahlbauten, Erläuterungen zur DIN 18800 Teil 1 bis Teil 4*. 3. Berlin: DIN Deutsches Institut für Normung e.V. (Veranst.), 1993
- [Bohl 2002] BOHL, Carsten: *Einfluss des Einsatzes von Edelstahl auf das Tragverhalten von querbelasteten Kragträgern*, Universität Dortmund - Lehrstuhl für Stahlbau, Diplomarbeit, Oktober 2002. – unveröffentlicht
- [Bradford 1990] BRADFORD, M.A.: Lateral-Distortional Buckling of Tee-Section Beams. In: *Thin Walled Structures* (1990), Nr. No. 10, S. 13–30
- [Bradford, Cuk 1988] BRADFORD, M.A., AND CUK, P.: Elastic Buckling of Tapered Monosymmetric I-Beams. In: *Journal of Structural Engineering* Vol. 114 (1988), May, Nr. No. 5, S. 977–997

- [Bradford, Trahair 1981] BRADFORD, M.A., TRAHAIR, N.S.: Distortional Buckling of I-Beams. In: *Journal of the Structural Division* Vol. 107 (1981), Feb., S. 355–370
- [Brune 1998] BRUNE, B.: Die dreiseitig gelagerte Platte in der Methode der wirksamen Breiten. In: *Stahlbau* 67 (1998), S. 851–863
- [Brune 2000a] BRUNE, B.: Biegeknicken von druck- und biegebeanspruchten Stahlbauteilen mit beuschlanken Blechen - ein Gesamtstabilitätsproblem / Universität Dortmund, Konstruktiver Ingenieurbau. 2000 (Mitteilung Nr.23). – Bericht aus dem Fachgebiet Stahlbau
- [Brune 2000b] BRUNE, B.: Neue Grenzwerte b/t für volles Mittragen von druck- und biegebeanspruchten Stahlblechen im plastischen Zustand. In: *Stahlbau* 69 (2000), S. 55–63
- [Brune - CIMS 2000] BRUNE, B.: New Effective Widths of Three-Sided Supported Steel Plates and the Influence on Coupled Instabilities of Members in Bending and Compression. In: *Proceedings of the Third International Conference on Coupled Instabilities in Metal Structures CIMS'2000*, Imperial College Press, London, 2000
- [Chwalla 1939] CHWALLA, E.: Die Kipp-Stabilität gerader Träger mit doppelt-symmetrischem I-Querschnitt / Deutscher Stahlbau-Verband, Berlin. 1939 (Heft 2). – Forschungshefte aus dem Gebiete des Stahlbaues
- [DIN 18800 1990] DIN Deutsches Institut für Normung e.V. (Veranst.): *DIN 18800 Teil 1 bis 4: Stahlbauten*. 1990
- [DIN 4114 1952] DIN Deutsches Institut für Normung e.V. (Veranst.): *DIN 4114 Stahlbau - Stabilitätsfälle (Knickung, Kippung, Beulung*. 1952
- [Ebrahimpour 2003] EBRAHIMPOUR-ARDABILLI, N.: *Vorbereitung zur experimentellen Untersuchung des Einflusses von Stegausschnitten auf das Tragverhalten von Kragträgern mit T-Querschnitt aus Stahl*, Universität Dortmund - Lehrstuhl für Stahlbau, Diplomarbeit, April 2003. – unveröffentlicht

- [Eurocode 3-1-1 1993] DIN Deutsches Institut für Normung e.V. (Veranst.): *Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten. Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln - Bemessungsregeln für den Hochbau. Deutsche Fassung ENV 1993-1-1 : 1993.* 1993
- [Eurocode 3-1-1 2003] DIN Deutsches Institut für Normung e.V. (Veranst.): *Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten. Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln - Bemessungsregeln für den Hochbau. Deutsche Fassung prEN 1993-1-1 : 2003.* 2003
- [Eurocode 3-1.5 2002] CEN Europäisches Komitee für Normung (Veranst.): *Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten. Teil 1-5: Beulen von Blechen aus zusammengesetzten Bauteilen. Europäische Vornorm prEN 1993-1-5:20xx 1993-1-5 : 1992.* 2002
- [Federhofer 1930] FEDERHOFER, K.: In: *Verhandl. 3. Int. Kongr. Techn. Mech. in Stockholm* 140 (1930), 237 ff S
- [Fischer 1966] FISCHER, M.: *Das Kipp-Problem querbelasteter exzentrisch durch Normalkraft beanspruchter I-Träger bei Verzicht auf Voraussetzung der Querschnittstreue*, Universität Stuttgart, Dissertation, 1966
- [Fischer 1967a] FISCHER, M.: Das Kipp-Problem querbelasteter exzentrisch durch Normalkraft beanspruchter I-Träger bei Verzicht auf die Voraussetzung der Querschnittstreue. In: *Stahlbau* Jg.36 (1967), S. S. 77–86
- [Fischer 1967b] FISCHER, M.: Ein Beitrag zum Gesamtstabilitätsproblem von I-Trägern bei gebundener Drehachse. In: *Stahlbau* Jg. 38 (1967), Feb., Nr. Nr. 2, S. S.55–62
- [Fischer 1973] FISCHER, M.: Das Stabilitätsproblem des in Höhe des oberen Flansches wirklichkeitsnah belasteten I-Trägers. In: *Stahlbau* 42 (1973), mai, S. 129–138
- [Fischer, Brune, Winterstetter 1997] FISCHER, M., BRUNE, B., WINTERSTETTER, T.A.: Zum Tragverhalten von instabilitätsgefährdeten gevouteten Kragträgern mit T-förmigem Querschnitt. In: *Stahlbau* 66 (1997), S. 498–507

- [Fischer, Smida 2000] FISCHER, M., SMIDA, M.: Dimensionierung und Nachweis gevouteter instabilitätsgefährdeter Kragträger mit T-förmigem Querschnitt / Deutscher Ausschuss für Stahlbau DASt. 2000 (4/2000). – Forschungsbericht
- [Fischer, Smida 2001] FISCHER, M., SMIDA, M.: Dimensionierung und Nachweis von gevouteten instabilitätsgefährdeten Kragträgern mit T-förmigem Querschnitt. In: *Stahlbau* 70 (2001), Dez., Nr. 12, S. 927–938
- [Föppl 1921] FÖPPL, A.: Versuche über die Verdrehungssteifigkeit der Walzträger / Bayerische Akademie der Wissenschaften. 1921. – Sitzungsbericht
- [Gross/Hauger/Schnell 1995] GROSS, HAUGER, SCHNELL, WRIGGERS: *Technische Mechanik 4, Hydromechanik, Elemente der Höheren Mechanik, Numerische Methoden*. 2. Berlin Heidelberg : Springer, 1995. – ISBN 3-540-59418-3
- [Hildenbrand 1970] HILDENBRAND, Peter: *Die Kippstabilität auf Biegung beanspruchter, einfach oder doppelsymmetrischer, eingespannter oder gabelgelagerter Träger mit linear veränderlicher Querschnittshöhe*, Universität Stuttgart, Dissertation, 1970
- [Kitipornchai, Trahair 1980] KITIPORNCHAI, S., TRAHAIR, N.S.: Buckling Properties of Monosymmetric I-Beams. In: *Journal of the Structural Division* Vol. 106 (1980), May, Nr. ST5, S. 941–957
- [Kitipornchai, Wang, Trahair 1986] KITIPORNCHAI, S., WANG, C.M., TRAHAIR, N.S.: Buckling Monosymmetric I-Beams under Moment Gradient. In: *Journal of Structural Engineering* Vol. 112 (1986), April, Nr. No. 4, S. 781–199
- [Konowalczyk 1992] KONOWALCZYK, RAINER: *Untersuchungen zum Beultragverhalten längsbeanspruchter, unversteifter, dreiseitig gelagerter Platten mit geometrisch bestimmter Lasteinleitung*, Universität Dortmund, Dissertation, 1992
- [Laumann 2003] LAUMANN, JÖRG E.: *Zur Berechnung der Eigenwerte und Eigenformen für Stabilitätsprobleme des Stahlbaus*, Ruhr-Universität Bochum, Dissertation, 2003

- [Mitchell 1899] MITCHELL, A.G.M: Elastic Stability of Long Beams under Transverse Forces. In: *Philosophical Magazine* 48 (1899), September, S. 298 ff
- [Mueller, Rehfeld, Katheder 1995] MUELLER, G., REHFELD, I., KATHEDER, W.: *FEM für Praktiker*. 2.te Auflage. Renningen-Malmsheim : Expert Verlag, 1995
- [Prandtl 1889] PRANDTL, L: *Kipperscheinungen*, München, Dissertation, 1889
- [Priebe 1994] PRIEBE, J.: *Die Methode der wirksamen Breiten und ihre Verwendung zur Berechnung der Tragfähigkeit dünnwandiger Querschnitte aus Stahl*, Universität Dortmund, Dissertation, 1994
- [Roberts, Azizian 1983] ROBERTS, T.M., AZIZIAN, Z.G.: Instabilities of Monosymmetric I-Beams. In: *Journal of Structural Engineering* Vol. 110 (1983), June, Nr. No. 6, S. 1415–1419
- [Roberts, Burt 1985] ROBERTS, T.M., BURT C.A.: Instability of Monosymmetric I-Beams and Cantilevers. In: *International Journal of Mechanic Science* Vol. 27 (1985), Nr. No. 5, S. 313–324
- [Roik, Carl, Lindner 1972] ROIK, K., CARL, J., LINDNER, J.: *Biegetorsionsprobleme gerader dünnwandiger Stäbe*. Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, 1972
- [Rubin 1978] RUBIN, H.: Interaktionsbeziehungen zwischen Biegemoment, Querkraft und Normalkraft für einfachsymmetrische I- und Kasten-Querschnitte bei Biegung um die schwache Achse. In: *Stahlbau* 47 (1978), Nr. 3
- [Rusch 2000] RUSCH, ANDREAS: *Tragfähigkeit von beulgefährdeten, normalspannungsbeanspruchten I-Profilen*, TU Berlin, Dissertation, 2000
- [Salzgeber 2000] SALZGEBER, G.: Nichtlineare Berechnung von räumlichen Stabtragwerken aus Stahl / Institut für Stahlbau, Holzbau und Flächentragwerke. 2000 (Heft 10). – Forschungsbericht. Dissertation

- [Scheer 1959] SCHEER, J: Zum Problem der Gesamtstabilität von einfachsymmetrischen I-Trägern. In: *Stahlbau* 28 (1959), Nr. Heft 5,6, S. 113–126,165–171
- [Scheer 1968] SCHEER, J: Stabilität der dreiseitig gestützten, am freien Längsrand ausgesteiften Rechteckplatte. In: *Stahlbau* (1968), Nr. Heft 12, S. 366 – 371
- [Scheld 2003] SCHELD, Stefan: *Entwicklung eines Finiten Elementes mit geometrischen Steifigkeitsanteilen zur Untersuchung des Eigenwertproblems von querbelasteten T-Kragträgern*, Universität Dortmund - Lehrstuhl für Stahlbau, Diplomarbeit, April 2003. – unveröffentlicht
- [Steup 1990] STEUP, HERBERT: *Stabilitätstheorie im Bauwesen*. 3. Berlin, Germany : Ernst & Sohn, 1990. – ISBN 3-433-01166-4
- [Stüssi 1935] STÜSSI, F.: In: *Abhandlungen des Int. Ver. Brückenbau u. Hochbau* 3 (1935), 401 ff S
- [Timoshenko 1910] TIMOSHENKO, S.: In: *Z. Math.u.Physik* 58 (1910), 360 ff S
- [Timoshenko, Gere 1961] TIMOSHENKO, S. P., GERE, J. M.: *Theorie of Elastic Stability*. New York / Toronto / London : McGraw-Hill Book Company, 1961
- [Vaupel 2000] VAUPEL, K.: *Einfluss von Stegausschnitten auf das Tragverhalten von instabilitätsgefährdeten gevouteten Kragträgern mit T-Querschnitt (Numerische Untersuchung)*, Universität Dortmund - LS Stahlbau, Diplomarbeit, 2000. – unveröffentlicht
- [Wagner 1936] WAGNER, H.: *Verdrehung und Knickung von offenen Profilen / Technische Hochschule, Danzig. 1936 (807)*. – Veröffentlichung zum 25jährigen Jubiläum
- [Wang, Kitipornchai 1986] WANG, C.M., KITIPORNCHAI, S.: Buckling Capacities of Monosymmetric I-Beams. In: *Journal of Structural Engineering* Vol. 112 (1986), Nov., Nr. No. 11, S. 2373–2391

- [Wendehorst 2000] PROF. DR.-ING. WETZELL, Otto W. et a.: *Wendehorst - Bautechnische Zahlentafeln*. 29. B.G. Teubner, 2000. – ISBN 3-519-35002-5
- [Winterstetter 1996] WINTERSTETTER, T.A.: *Stabilitätsuntersuchungen von T-Profil-Kragträgern mit über die Trägerlänge konstanter und veränderlicher Querschnittshöhe*, Universität Dortmund, Diplomarbeit, 1996. – Fachbereich Bauwesen (10), LS für Stahlbau, unveröffentlicht
- [Zienkiewicz 1975] ZIENKIEWICZ, O.C.: *Methode der finiten Elemente*. Carl Hanser Verlag München - Wien, 1975

A CD-ROM

Wegen der Größe der Datenbasis aller k_{ges} -Werte und weil deren grafische Aufarbeitung in sehr vielen Grafiken erfolgt, sind diese auf der beigelegten CD-Rom abgelegt. Mit den k_{ges} -Werten kann die ideale Verzweigungslast der Gesamtstabilität und die Systemschlankheit eines bestimmten T-Kragträgers bestimmt werden.

Mit der Implementierung des in Kapitel 4.5 entwickelten finiten Stabelementes in das Mathematikprogramm *MAPLE*¹ ist die Berechnung der idealen Verzweigungslast der Querschnittstreuen Stabstabilität von T-Kragträgern allgemein möglich. Die Einzelschlankheit kann mit dieser Verzweigungslast bestimmt werden.

Auf der CDROM sind folgende Verzeichnisse und Dateien zu finden:

daten: Hier sind für alle Lastfälle und Lagerungsarten die berechneten Gesamt(in)stabilitätswerte k_{ges} mit deren Hilfe sich eine bezogene ideal kritische Spannung errechnen lässt in Tabellen abgelegt.

plots: Alle in daten abgelegte Gesamt(in)stabilitätswerte k_{ges} sind hier in Graphen über der bezogenen Länge k_h für unterschiedlich starke Vouten k_v , graphisch dargestellt. Der Wertebereich der bezogenen Länge k_h erstreckt sich von 1-18. Für jede sinnvolle Kombination der in Tabelle 1.13 angegebenen bezogenen geometrischen Größen von T-Kragträgern mit jeder in Tabelle 2.30 angegebenen Lagerungsart ist jeweils ein Graph erstellt. Die Plots sind einzeln als Postscript Format sowie zusammengefasst als Postscript und Portable Document Format(PDF) gespeichert.

¹*MAPLE* ist ein eingetragenes Warenzeichen der Waterloo Maple Inc

TTraeger-Tafelsuche : Eine vereinfachte Möglichkeit der Tafelsuche in javascript.

Forschungsbericht.pdf: Forschungsbericht /Fischer, Smida 2000/ und Portable Document Format

TTräger_Verzweigungslasten_mit_Kopplung.mws Maple-Script der Implementierung des entwickelten Stabelementes. Es besteht die Möglichkeit mit bis zu 12 Elementen die ideale Verzweigungslast sich berechnen zu lassen.

B Ergänzende Tabellen zur Verzweigungslaststudie von 60 Trägern

B.1 Parameter und FE-Berechnungsergebnisse

Querschnitte und Querschnittswerte

QS-Nr.	h_w	b	t_w	t_f	I_z0	I_t0	I_w	z_M	r_Mz
1	20.	0.	2.00	0.00	13.33	53.33	444.44	0.00000	0.00000
2	20.	5.	1.60	1.60	23.49	34.13	795.97	-5.50175	11.67180
3	20.	4.	1.80	1.00	15.05	40.21	704.11	-2.67011	5.14882
4	20.	10.	1.40	1.20	104.57	24.05	655.82	-6.95643	15.96569
5	20.	0.	1.00	0.00	1.67	6.67	55.56	0.00000	0.00000
6	20.	5.	0.80	0.80	9.19	4.27	112.61	-7.35396	15.76231
7	20.	4.	0.90	0.50	3.88	5.03	128.25	-6.01665	12.16013
8	20.	10.	0.70	0.60	50.57	3.01	80.52	-7.09357	16.44024
9	15.	5.	1.00	1.00	11.67	6.67	95.73	-5.14286	11.37792
10	10.	10.	1.00	1.00	84.17	6.67	38.85	-2.69554	7.30447
11	40.	0.	1.00	0.00	3.33	13.33	444.44	0.00000	0.00000
12	40.	5.	1.00	1.00	13.75	15.00	1506.55	-13.25253	27.00090
13	40.	10.	1.00	1.00	86.67	16.67	1798.34	-15.61154	33.61196
14	40.	15.	1.00	1.00	284.58	18.33	1852.31	-14.66897	33.46797
15	40.	20.	1.00	1.00	670.00	20.00	1893.86	-13.56468	32.68091
	cm	cm	cm	cm	cm ⁴	cm ⁴	cm ⁶	cm	cm

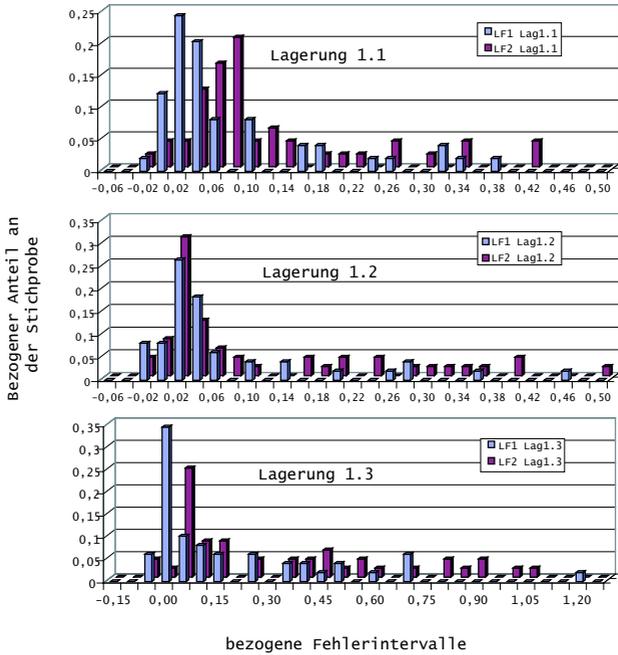


Bild B.1: Verteilungen der bezogenen Fehler der Beiwerte \tilde{k}_{LT06} nach den Näherungsgleichungen zu den Beiwerte k_{LT06} berechnet nach der FE-Methode mit dem Schalenmodell.

C Ergänzende Tabellen zu den Traglastberechnungen

Die folgenden Tabellen zeigen die Werte der idealen Verzweigungsmomente ($M_{cr,LT}, M_{cr,Ci}$) nach den ANSYS-FE-Berechnungen, die bezogenen elastischen und plastischen Schlankheitsgrade $\bar{\lambda}_{el}, \bar{\lambda}_{pl}$ und die zugehörigen Abminderungswerte bezüglich der elastischen und plastischen Grenzlast (κ_{el}, κ_{pl}) für alle betrachteten Lagerungsarten (1.1, 1.2, 1.3, 2.2, 2.3) und Lastfälle. Unter QS ist die Querschnittsnummer angegeben. In Kombination der unterschiedlichen Längen ergeben sich unterschiedliche Trägergeometrien.

C.1 Lastfall 1, Einzellast am Kragarmende

Tabelle C.1: Lastfall 1 Lagerung 1.1

ℓ	QS	$M_{cr,LT}$	$M_{cr,Ci}$	$\bar{\lambda}_{el}$	κ_{el}	$\bar{\lambda}_{pl}$	κ_{pl}
100,	1,	146,531	146,531	0,462	1,569	0,566	1,046
100,	2,	136,491	134,144	0,495	1,728	0,644	1,024
100,	3,	135,861	132,507	0,495	1,663	0,624	1,046
100,	4,	151,451	149,246	0,463	1,815	0,617	1,025
100,	5,	18,710	18,710	0,915	0,859	1,121	0,573
100,	6,	23,068	22,826	0,852	1,001	1,096	0,605
100,	7,	21,386	21,121	0,882	0,906	1,103	0,579
100,	8,	22,081	21,690	0,859	1,049	1,135	0,601
cm	-	kNm	kNm	-	-	-	-

Ergänzende Tabellen zu den Traglastberechnungen

Lastfall 1 Lagerung 1.1 (Fortsetzung)							
ℓ	QS	$M_{cr,LT}$	$M_{cr,Ci}$	$\bar{\lambda}_{el}$	κ_{el}	$\bar{\lambda}_{pl}$	κ_{pl}
100,	9,	36,546	36,103	0,583	1,625	0,765	0,942
100,	10,	69,901	66,710	0,317	2,101	0,440	1,090
200,	11,	18,834	18,834	1,824	0,272	2,234	0,181
200,	12,	31,737	31,290	1,541	0,376	1,931	0,240
200,	13,	52,632	52,102	1,263	0,585	1,617	0,357
200,	14,	65,380	64,164	1,180	0,707	1,544	0,413
200,	15,	75,257	72,947	1,135	0,782	1,512	0,441
300,	11,	12,599	12,599	2,230	0,192	2,731	0,128
300,	12,	21,971	21,640	1,853	0,273	2,321	0,174
300,	13,	40,977	40,672	1,429	0,472	1,831	0,288
300,	14,	54,359	53,620	1,291	0,616	1,689	0,359
300,	15,	64,510	62,973	1,222	0,710	1,628	0,400
200,	16,	49,325	48,766	1,004	0,822	1,308	0,484
250,	16,	43,208	42,814	1,071	0,743	1,396	0,438
300,	16,	38,604	38,318	1,133	0,680	1,476	0,401
350,	16,	34,940	34,726	1,190	0,627	1,550	0,369
120,	17,	99,113	98,185	0,762	1,169	0,984	0,702
150,	17,	85,889	85,191	0,818	1,079	1,056	0,648
180,	17,	76,339	75,791	0,868	1,001	1,119	0,601
210,	17,	68,978	68,536	0,912	0,934	1,177	0,561
120,	17,	166,188	165,199	0,644	1,381	0,823	0,846
150,	17,	141,196	140,397	0,699	1,288	0,892	0,790
180,	17,	123,364	122,690	0,747	1,203	0,955	0,738
210,	17,	109,848	109,270	0,792	1,127	1,012	0,690
400,	18,0	74,283	73,895	1,717	0,389	2,177	0,242
600,	18,0	58,447	58,236	1,934	0,306	2,453	0,190
400,	18,1	73,294	72,789	1,730	0,354	2,194	0,220
600,	18,1	57,911	57,727	1,943	0,283	2,463	0,176
400,	19,1	69,551	69,149	1,364	0,488	1,754	0,295
600,	19,1	55,115	55,028	1,529	0,399	1,967	0,241
400,	19,0	69,496	69,143	1,364	0,526	1,754	0,318
600,	19,0	54,738	54,574	1,535	0,424	1,975	0,257
cm	-	kNm	kNm	-	-	-	-

C.1 Lastfall 1, Einzellast am Kragarmende

Tabelle C.2: Lastfall 1 Lagerung 1.2

ℓ	QS	$M_{cr,LT}$	$M_{cr,Ci}$	$\tilde{\lambda}_{el}$	κ_{el}	$\tilde{\lambda}_{pl}$	κ_{pl}
100	1	228,342	228,342	0,370	1,601	0,454	1,067
100	2	185,765	182,335	0,425	1,837	0,552	1,088
100	3	201,123	196,900	0,406	1,737	0,512	1,093
100	4	170,624	167,491	0,437	1,860	0,582	1,050
100	5	29,102	29,102	0,734	1,248	0,899	0,832
100	6	27,691	27,308	0,779	1,173	1,002	0,709
100	7	28,647	28,303	0,762	1,192	0,953	0,763
100	8	23,032	22,581	0,842	1,076	1,113	0,616
100	9	46,853	46,140	0,515	1,750	0,677	1,014
100	10	81,580	76,723	0,296	2,105	0,410	1,092
200	11	29,278	29,278	1,463	0,444	1,792	0,296
200	12	42,326	41,713	1,335	0,533	1,672	0,339
200	13	58,409	57,653	1,200	0,678	1,538	0,413
200	14	68,335	66,932	1,155	0,745	1,512	0,435
200	15	77,003	74,534	1,123	0,796	1,496	0,449
300	11	19,754	19,754	1,781	0,314	2,181	0,209
300	12	30,820	30,359	1,564	0,402	1,960	0,256
300	13	48,308	47,830	1,318	0,580	1,688	0,353
300	14	58,940	57,998	1,241	0,673	1,624	0,393
300	15	67,458	65,703	1,196	0,734	1,594	0,414
200	16	55,992	55,191	0,944	0,920	1,229	0,542
250	16	50,878	50,271	0,989	0,858	1,288	0,506
300	16	46,953	46,486	1,028	0,807	1,340	0,475
350	16	43,753	43,385	1,064	0,762	1,387	0,449
120	17	108,685	107,294	0,729	1,259	0,941	0,756
150	17	96,731	95,653	0,772	1,185	0,996	0,712
180	17	88,264	87,387	0,808	1,125	1,043	0,676
210	17	81,761	81,030	0,839	1,074	1,083	0,645
240	17	76,453	75,835	0,867	1,029	1,119	0,618
120	17	190,228	188,374	0,603	1,507	0,770	0,924
cm	-	kNm	kNm	-	-	-	-

Ergänzende Tabellen zu den Traglastberechnungen

Lastfall I Lagerung 1.2 (Fortsetzung)

ℓ	QS	$M_{cr,LT}$	$M_{cr,Ci}$	$\bar{\lambda}_{el}$	κ_{el}	$\bar{\lambda}_{pl}$	κ_{pl}
150	17	166,675	165,243	0,644	1,440	0,823	0,882
180	17	149,830	148,648	0,679	1,380	0,867	0,845
210	17	136,865	135,857	0,710	1,324	0,907	0,812
240	17	126,333	125,457	0,739	1,273	0,944	0,780
400	18	83,271	82,682	1,623	0,478	2,058	0,297
600	18	70,029	69,671	1,768	0,394	2,242	0,245
400	18	82,436	81,540	1,635	0,431	2,073	0,268
600	18	69,233	68,786	1,780	0,356	2,257	0,221
400	19	79,898	79,069	1,275	0,568	1,641	0,343
600	19	67,254	66,873	1,387	0,484	1,784	0,293
400	19	79,883	79,324	1,273	0,618	1,638	0,373
600	19	67,698	67,389	1,381	0,523	1,777	0,316
cm	-	kNm	kNm	-	-	-	-

Tabelle C.3: Lastfall I Lagerung 1.3

ℓ	QS	$M_{cr,LT}$	$M_{cr,Ci}$	$\bar{\lambda}_{el}$	κ_{el}	$\bar{\lambda}_{pl}$	κ_{pl}
100	1	372,448	372,448	0,290	1,610	0,355	1,073
100	2	288,404	278,903	0,344	1,881	0,446	1,114
100	3	326,109	316,574	0,320	1,763	0,404	1,109
100	4	241,567	231,837	0,372	1,923	0,495	1,085
100	5	47,550	47,550	0,574	1,484	0,703	0,989
100	6	40,352	39,180	0,650	1,441	0,836	0,871
100	7	44,751	43,840	0,613	1,456	0,766	0,931
100	8	31,479	30,134	0,729	1,316	0,963	0,754
100	9	66,988	65,011	0,434	1,840	0,570	1,067
100	10	101,838	87,707	0,277	2,175	0,384	1,128
200	11	47,856	47,856	1,144	0,658	1,402	0,439
200	12	65,500	63,800	1,079	0,737	1,352	0,470
200	13	82,046	79,714	1,021	0,859	1,308	0,523
200	14	92,811	88,655	1,004	0,909	1,314	0,531
cm	-	kNm	kNm	-	-	-	-

C.1 Lastfall 1, Einzellast am Kragarmende

Lastfall 1 Lagerung 1.3 (Fortsetzung)							
ℓ	QS	$M_{cr,LT}$	$M_{cr,Ci}$	$\bar{\lambda}_{el}$	κ_{el}	$\bar{\lambda}_{pl}$	κ_{pl}
200	15	102,952	95,903	0,990	0,947	1,319	0,534
300	11	31,026	31,026	1,421	0,464	1,741	0,309
300	12	46,329	45,306	1,281	0,560	1,604	0,357
300	13	64,454	63,117	1,147	0,730	1,470	0,445
300	14	74,731	72,183	1,113	0,805	1,456	0,470
300	15	83,786	79,269	1,089	0,855	1,451	0,482
200	16	74,417	72,136	0,825	1,145	1,075	0,674
250	16	66,424	64,707	0,872	1,074	1,135	0,633
300	16	61,072	59,717	0,907	1,017	1,182	0,599
350	16	57,107	56,008	0,937	0,969	1,220	0,571
120	17	162,748	157,966	0,601	1,523	0,775	0,915
150	17	137,647	134,317	0,652	1,449	0,841	0,870
180	17	122,060	119,523	0,691	1,385	0,891	0,832
210	17	111,289	109,252	0,723	1,331	0,932	0,800
240	17	103,305	101,617	0,749	1,285	0,967	0,772
270	17	97,020	95,586	0,773	1,244	0,997	0,747
300	17	91,888	90,652	0,793	1,206	1,024	0,725
330	17	87,562	86,483	0,812	1,171	1,048	0,704
120	17	292,458	286,027	0,489	1,685	0,625	1,033
150	17	244,415	240,033	0,534	1,637	0,683	1,003
180	17	214,344	211,045	0,570	1,592	0,728	0,976
210	17	193,361	190,727	0,599	1,550	0,766	0,950
240	17	177,636	175,453	0,625	1,511	0,798	0,926
270	17	165,133	163,271	0,648	1,474	0,828	0,903
300	17	154,826	153,206	0,669	1,437	0,854	0,881
330	17	146,063	144,631	0,688	1,403	0,879	0,860
400	18	111,403	109,746	1,409	0,584	1,787	0,363
600	18	90,964	90,006	1,556	0,494	1,973	0,307
400	18	105,513	103,589	1,450	0,520	1,839	0,324
600	18	87,684	86,668	1,585	0,441	2,010	0,274
400	19	98,481	96,719	1,153	0,686	1,483	0,415
600	19	84,081	83,165	1,244	0,598	1,600	0,361
cm	-	kNm	kNm	-	-	-	-

Ergänzende Tabellen zu den Traglastberechnungen

Lastfall 1 Lagerung 1.3 (Fortsetzung)

ℓ	QS	$M_{cr,LT}$	$M_{cr,Ci}$	$\bar{\lambda}_{el}$	κ_{el}	$\bar{\lambda}_{pl}$	κ_{pl}
400	19	102,653	101,129	1,128	0,761	1,451	0,460
600	19	86,733	85,843	1,224	0,661	1,575	0,399
cm	-	kNm	kNm	-	-	-	-

Tabelle C.4: Lastfall 1 Lagerung 2.2

ℓ	QS	$M_{cr,LT}$	$M_{cr,Ci}$	$\bar{\lambda}_{el}$	κ_{el}	$\bar{\lambda}_{pl}$	κ_{pl}
100	1	345,744	345,744	0,301	1,605	0,369	1,070
100	2	245,713	243,002	0,368	1,856	0,478	1,100
100	3	287,360	285,625	0,337	1,747	0,425	1,099
100	4	184,968	181,560	0,420	1,877	0,559	1,060
100	5	44,450	44,450	0,594	1,432	0,727	0,954
100	6	31,660	31,279	0,728	1,333	0,936	0,806
100	7	36,643	36,439	0,672	1,376	0,840	0,881
100	8	23,573	23,113	0,832	1,229	1,100	0,704
100	9	59,755	58,936	0,456	1,800	0,599	1,043
100	10	90,948	83,500	0,283	2,122	0,393	1,101
200	11	44,840	44,840	1,182	0,653	1,448	0,435
200	12	54,282	53,885	1,174	0,764	1,471	0,487
200	13	62,319	61,547	1,162	0,825	1,488	0,503
200	14	70,050	68,606	1,141	0,885	1,494	0,517
200	15	77,884	75,388	1,117	0,951	1,488	0,536
300	11	39,257	39,257	1,263	0,589	1,547	0,393
300	12	47,607	47,351	1,253	0,707	1,569	0,451
300	13	54,899	54,361	1,236	0,767	1,583	0,467
300	14	61,949	60,896	1,211	0,828	1,585	0,483
300	15	69,121	67,247	1,183	0,900	1,575	0,507
200	16	61,239	60,330	0,903	1,106	1,176	0,651
250	16	57,717	56,953	0,929	1,073	1,210	0,632
300	16	55,323	54,660	0,948	1,049	1,235	0,618
350	16	53,606	53,016	0,963	1,029	1,254	0,606
cm	-	kNm	kNm	-	-	-	-

C.1 Lastfall 1, Einzellast am Kragarmende

Lastfall 1 Lagerung 2.2 (Fortsetzung)							
ℓ	QS	$M_{cr,LT}$	$M_{cr,Ci}$	$\bar{\lambda}_{el}$	κ_{el}	$\bar{\lambda}_{pl}$	κ_{pl}
120	17	114,221	112,812	0,711	1,360	0,918	0,817
150	17	104,456	103,361	0,743	1,325	0,959	0,796
180	17	98,087	97,179	0,766	1,298	0,989	0,780
210	17	93,579	92,795	0,784	1,277	1,012	0,767
240	17	90,152	89,462	0,799	1,261	1,030	0,757
270	17	87,520	86,898	0,810	1,246	1,045	0,748
300	17	85,400	84,833	0,820	1,233	1,058	0,741
330	17	83,650	83,128	0,828	1,222	1,069	0,734
120	17	205,175	203,330	0,581	1,562	0,742	0,957
150	17	187,169	185,821	0,607	1,533	0,776	0,939
180	17	175,448	174,369	0,627	1,513	0,801	0,927
210	17	167,163	166,256	0,642	1,499	0,820	0,918
240	17	160,876	160,092	0,654	1,488	0,836	0,912
270	17	156,050	155,355	0,664	1,480	0,848	0,907
300	17	152,167	151,541	0,672	1,472	0,859	0,902
330	17	148,964	148,394	0,680	1,467	0,868	0,899
360	17	146,270	145,745	0,686	1,460	0,876	0,895
390	17	143,967	143,480	0,691	1,454	0,883	0,891
420	17	141,970	141,516	0,696	1,448	0,889	0,887
450	17	140,219	139,794	0,700	1,444	0,894	0,885
480	17	138,668	138,268	0,704	1,437	0,899	0,880
400	18	89,986	89,390	1,561	0,622	1,980	0,387
600	18	80,974	80,569	1,644	0,588	2,085	0,366
400	18	90,384	89,380	1,561	0,574	1,980	0,357
600	18	81,608	81,030	1,640	0,551	2,079	0,342
400	19	89,832	88,765	1,204	0,736	1,548	0,445
600	19	82,549	81,896	1,253	0,701	1,612	0,424
400	19	88,309	87,665	1,211	0,798	1,558	0,482
600	19	81,054	80,600	1,263	0,754	1,625	0,456
cm	-	kNm	kNm	-	-	-	-

Ergänzende Tabellen zu den Traglastberechnungen

Tabelle C.5: Lastfall 1 Lagerung 2.3

ℓ	QS	$M_{cr,LT}$	$M_{cr,Ci}$	$\tilde{\lambda}_{el}$	κ_{el}	$\tilde{\lambda}_{pl}$	κ_{pl}
100	1	477,597	477,597	0,256	1,610	0,314	1,074
100	2	336,576	328,253	0,317	1,889	0,411	1,119
100	3	400,236	395,083	0,287	1,772	0,362	1,115
100	4	251,027	240,863	0,365	1,937	0,485	1,093
100	5	61,402	61,402	0,505	1,543	0,619	1,028
100	6	42,970	41,811	0,629	1,506	0,810	0,910
100	7	50,837	50,230	0,572	1,544	0,715	0,988
100	8	31,802	30,447	0,725	1,349	0,958	0,773
100	9	75,783	73,597	0,408	1,854	0,536	1,075
100	10	107,097	90,730	0,272	2,190	0,377	1,136
200	11	61,929	61,929	1,006	0,833	1,232	0,555
200	12	74,515	73,260	1,007	0,874	1,262	0,557
200	13	84,366	82,025	1,006	0,905	1,289	0,552
200	14	93,797	89,581	0,999	0,945	1,307	0,552
200	15	103,453	96,377	0,988	0,996	1,316	0,561
300	11	49,384	49,384	1,126	0,718	1,380	0,479
300	12	59,594	58,904	1,123	0,768	1,407	0,489
300	13	68,067	66,667	1,116	0,808	1,430	0,492
300	14	76,243	73,585	1,102	0,860	1,442	0,502
300	15	84,609	79,986	1,084	0,925	1,444	0,522
200	16	77,312	74,898	0,810	1,201	1,055	0,708
250	16	70,064	68,168	0,849	1,148	1,106	0,676
300	16	65,463	63,887	0,877	1,110	1,143	0,654
350	16	62,256	60,897	0,898	1,080	1,170	0,636
120	17	166,459	161,731	0,594	1,549	0,766	0,930
150	17	142,451	139,134	0,640	1,490	0,826	0,895
180	17	127,909	125,347	0,675	1,445	0,870	0,868
210	17	118,161	116,068	0,701	1,408	0,905	0,846
240	17	111,196	109,422	0,722	1,379	0,932	0,828
270	17	105,918	104,373	0,739	1,354	0,954	0,813
cm	-	kNm	kNm	-	-	-	-

C.2 Lastfall 2, Gleichstreckenlast

Lastfall 1 Lagerung 2,3 (Fortsetzung)

ℓ	QS	$M_{cr,LT}$	$M_{cr,Ci}$	$\bar{\lambda}_{el}$	κ_{el}	$\bar{\lambda}_{pl}$	κ_{pl}
300	17	101,795	100,422	0,754	1,332	0,973	0,800
330	17	98,481	97,243	0,766	1,313	0,988	0,789
360	17	95,755	94,625	0,776	1,297	1,002	0,779
400	17	92,789	91,775	0,788	1,277	1,017	0,767
120	17	302,808	296,756	0,481	1,702	0,614	1,043
150	17	257,942	253,867	0,520	1,667	0,664	1,022
180	17	230,848	227,797	0,548	1,639	0,701	1,005
210	17	212,731	210,296	0,571	1,617	0,729	0,991
240	17	199,808	197,784	0,589	1,601	0,752	0,981
400	18	115,011	113,373	1,386	0,648	1,758	0,403
600	18	96,570	95,582	1,510	0,599	1,914	0,373
400	18	110,099	108,120	1,419	0,591	1,800	0,368
600	18	94,496	93,381	1,527	0,559	1,937	0,348
400	19	104,118	102,147	1,122	0,763	1,443	0,461
600	19	92,348	91,153	1,188	0,719	1,528	0,434
400	19	106,929	105,329	1,105	0,834	1,421	0,504
600	19	93,292	92,255	1,181	0,773	1,519	0,467
cm	-	kNm	kNm	-	-	-	-

C.2 Lastfall 2, Gleichstreckenlast

Tabelle C.6: Lastfall 2 Lagerung 1.1

ℓ	QS	$M_{cr,LT}$	$M_{cr,Ci}$	$\bar{\lambda}_{el}$	κ_{el}	$\bar{\lambda}_{pl}$	κ_{pl}
100	1	213,006	213,006	0,384	1,664	0,470	1,109
100	2	204,405	201,368	0,404	1,893	0,525	1,121
100	3	203,186	199,230	0,404	1,797	0,509	1,131
100	4	211,618	207,444	0,393	1,952	0,523	1,102
100	5	27,282	27,282	0,758	1,207	0,928	0,805
100	6	33,059	32,664	0,712	1,320	0,916	0,798
cm	-	kNm	kNm	-	-	-	-

Ergänzende Tabellen zu den Traglastberechnungen

Lastfall 2 Lagerung 1.1 (Fortsetzung)

ℓ	QS	$M_{cr,LT}$	$M_{cr,Ci}$	$\bar{\lambda}_{el}$	κ_{el}	$\bar{\lambda}_{pl}$	κ_{pl}
100	7	31,629	31,328	0,725	1,247	0,906	0,798
100	8	29,489	28,767	0,746	1,292	0,986	0,740
100	9	52,710	51,961	0,486	1,834	0,638	1,063
100	10	91,214	84,667	0,281	2,201	0,391	1,142
200	11	27,492	27,492	1,510	0,413	1,849	0,276
200	12	46,917	46,390	1,266	0,553	1,586	0,353
200	13	72,647	71,653	1,077	0,783	1,379	0,477
200	14	87,024	84,859	1,026	0,885	1,343	0,517
200	15	98,500	94,680	0,997	0,946	1,327	0,533
300	11	18,504	18,504	1,840	0,294	2,254	0,196
300	12	32,462	32,014	1,523	0,411	1,909	0,262
300	13	55,785	55,204	1,227	0,643	1,571	0,392
300	14	70,153	68,780	1,140	0,773	1,492	0,451
300	15	81,070	78,455	1,095	0,851	1,458	0,480
cm	-	kNm	kNm	-	-	-	-

Lastfall 2 Lagerung 1.2

ℓ	QS	$M_{cr,LT}$	$M_{cr,Ci}$	$\bar{\lambda}_{el}$	κ_{el}	$\bar{\lambda}_{pl}$	κ_{pl}
100	1	405,445	405,445	0,278	1,672	0,340	1,115
100	2	298,689	292,827	0,335	1,940	0,436	1,149
100	3	344,529	339,016	0,310	1,815	0,390	1,142
100	4	237,249	231,233	0,372	1,979	0,495	1,117
100	5	51,876	51,876	0,550	1,550	0,673	1,033
100	6	40,068	39,333	0,649	1,476	0,835	0,892
100	7	45,611	45,064	0,604	1,526	0,755	0,976
100	8	30,568	29,752	0,734	1,310	0,969	0,751
100	9	69,302	67,900	0,425	1,896	0,558	1,099
100	10	103,530	93,964	0,267	2,207	0,371	1,145
200	11	52,247	52,247	1,095	0,726	1,341	0,484
200	12	66,988	65,985	1,061	0,788	1,329	0,502
200	13	80,157	78,700	1,027	0,870	1,316	0,531
cm	-	kNm	kNm	-	-	-	-

C.2 Lastfall 2, Gleichstreckenlast

Tabelle C.7: Lastfall 2 Lagerung 1.2 (Fortsetzung)

ℓ	QS	$M_{cr,LT}$	$M_{cr,Ci}$	$\bar{\lambda}_{el}$	κ_{el}	$\bar{\lambda}_{pl}$	κ_{pl}
200	14	90,352	87,897	1,008	0,913	1,320	0,533
200	15	100,350	96,316	0,988	0,957	1,316	0,539
300	11	36,332	36,332	1,313	0,545	1,608	0,363
300	12	50,391	49,637	1,223	0,630	1,533	0,402
300	13	65,198	64,257	1,137	0,759	1,456	0,462
300	14	74,875	73,197	1,105	0,820	1,446	0,479
300	15	83,829	80,943	1,078	0,870	1,436	0,491
cm	-	kNm	kNm	-	-	-	-

Tabelle C.8: Lastfall 2 Lagerung 1.3

ℓ	QS	$M_{cr,LT}$	$M_{cr,Ci}$	$\bar{\lambda}_{el}$	κ_{el}	$\bar{\lambda}_{pl}$	κ_{pl}
100	1	566,721	566,721	0,235	1,676	0,288	1,117
100	2	412,767	400,668	0,287	1,953	0,372	1,157
100	3	484,610	473,942	0,262	1,827	0,330	1,150
100	4	322,001	308,811	0,322	2,011	0,429	1,135
100	5	72,625	72,625	0,464	1,631	0,569	1,087
100	6	54,642	53,072	0,559	1,680	0,719	1,016
100	7	63,660	62,569	0,513	1,673	0,641	1,070
100	8	41,249	39,452	0,637	1,552	0,842	0,889
100	9	89,722	86,885	0,376	1,929	0,493	1,118
100	10	122,755	104,422	0,253	2,290	0,352	1,188
200	11	73,167	73,167	0,925	0,937	1,133	0,625
200	12	92,763	90,692	0,905	0,993	1,134	0,633
200	13	108,786	105,647	0,887	1,067	1,136	0,650
200	14	121,270	115,848	0,878	1,099	1,149	0,642
200	15	133,613	124,590	0,869	1,126	1,157	0,635
300	11	48,184	48,184	1,140	0,690	1,397	0,460
300	12	65,539	64,190	1,076	0,778	1,348	0,496
300	13	82,194	80,290	1,017	0,903	1,303	0,550
cm	-	kNm	kNm	-	-	-	-

Ergänzende Tabellen zu den Traglastberechnungen

Lastfall 2 Lagerung 1.3 (Fortsetzung)

ℓ	QS	$M_{cr,LT}$	$M_{cr,Ci}$	$\bar{\lambda}_{el}$	κ_{el}	$\bar{\lambda}_{pl}$	κ_{pl}
300	14	93,311	89,868	0,997	0,958	1,305	0,559
300	15	103,758	97,843	0,980	0,999	1,306	0,563
cm	-	kNm	kNm	-	-	-	-

Tabelle C.9: Lastfall 2 Lagerung 2.2

ℓ	QS	$M_{cr,LT}$	$M_{cr,Ci}$	$\bar{\lambda}_{el}$	κ_{el}	$\bar{\lambda}_{pl}$	κ_{pl}
100	1	456,076	456,076	0,262	1,673	0,321	1,115
100	2	322,856	317,503	0,322	1,952	0,418	1,156
100	3	380,808	376,688	0,294	1,824	0,370	1,148
100	4	241,766	235,699	0,369	1,994	0,491	1,126
100	5	58,640	58,640	0,517	1,581	0,633	1,054
100	6	41,371	40,647	0,638	1,539	0,821	0,930
100	7	48,460	47,969	0,586	1,570	0,732	1,005
100	8	30,698	29,887	0,732	1,415	0,967	0,811
100	9	74,776	73,383	0,409	1,909	0,537	1,107
100	10	107,126	96,840	0,263	2,225	0,365	1,154
200	11	59,150	59,150	1,029	0,817	1,261	0,545
200	12	71,378	70,518	1,026	0,919	1,286	0,585
200	13	81,315	79,861	1,020	0,972	1,306	0,593
200	14	90,838	88,376	1,005	1,025	1,316	0,598
200	15	100,494	96,496	0,987	1,083	1,315	0,610
300	11	48,857	48,857	1,133	0,717	1,387	0,478
300	12	59,021	58,528	1,127	0,829	1,412	0,528
300	13	67,618	66,687	1,116	0,885	1,430	0,539
300	14	75,912	74,209	1,097	0,942	1,436	0,550
300	15	84,359	81,457	1,074	1,006	1,431	0,567
cm	-	kNm	kNm	-	-	-	-

C.3 Lastfall 4, Biegemoment am Kragarmende

Tabelle C.10: Lastfall 2 Lagerung 2.3

ℓ	QS	$M_{cr,LT}$	$M_{cr,Ci}$	$\tilde{\lambda}_{el}$	κ_{el}	$\tilde{\lambda}_{pl}$	κ_{pl}
100	1	626,709	626,709	0,224	1,676	0,274	1,117
100	2	440,988	429,600	0,277	1,967	0,360	1,165
100	3	527,417	519,279	0,250	1,830	0,315	1,152
100	4	327,437	314,138	0,319	2,030	0,425	1,146
100	5	80,660	80,660	0,441	1,641	0,540	1,094
100	6	56,127	54,567	0,551	1,698	0,709	1,026
100	7	66,946	65,985	0,499	1,687	0,624	1,079
100	8	41,408	39,627	0,636	1,567	0,840	0,898
100	9	95,530	92,612	0,364	1,941	0,478	1,125
100	10	126,717	107,158	0,250	2,314	0,347	1,200
200	11	81,371	81,371	0,878	1,029	1,075	0,686
200	12	97,736	95,929	0,880	1,069	1,103	0,681
200	13	110,098	106,957	0,881	1,093	1,129	0,666
200	14	121,825	116,393	0,876	1,121	1,147	0,654
200	15	133,790	124,855	0,868	1,158	1,156	0,653
300	11	61,875	61,875	1,006	0,872	1,233	0,581
300	12	74,500	73,486	1,006	0,917	1,260	0,584
300	13	84,644	82,727	1,002	0,950	1,284	0,579
300	14	94,365	90,870	0,992	0,994	1,298	0,580
300	15	104,286	98,355	0,978	1,047	1,302	0,590
cm	-	kNm	kNm	-	-	-	-

C.3 Lastfall 4, Biegemoment am Kragarmende

Tabelle C.11: Lastfall 4 Lagerung 1.1

ℓ	QS	$M_{cr,LT}$	$M_{cr,Ci}$	$\tilde{\lambda}_{el}$	κ_{el}	$\tilde{\lambda}_{pl}$	κ_{pl}
100	1	54,823	54,823	0,756	1,147	0,926	0,765
100	2	51,594	50,141	0,810	1,106	1,053	0,655
cm	-	kNm	kNm	-	-	-	-

Ergänzende Tabellen zu den Traglastberechnungen

Lastfall 4 Lagerung 1.1 (Fortsetzung)

ℓ	QS	$M_{cr,LT}$	$M_{cr,Ci}$	$\bar{\lambda}_{el}$	κ_{el}	$\bar{\lambda}_{pl}$	κ_{pl}
100	3	50,384	48,841	0,816	1,080	1,028	0,680
100	4	68,720	66,698	0,693	1,280	0,922	0,722
100	5	6,972	6,972	1,499	0,404	1,836	0,269
100	6	9,657	9,425	1,326	0,509	1,705	0,307
100	7	8,116	7,954	1,438	0,419	1,798	0,268
100	8	11,890	11,442	1,183	0,603	1,563	0,346
100	9	14,960	14,626	0,916	0,972	1,203	0,563
100	10	34,622	32,248	0,456	1,436	0,633	0,745
200	11	7,010	7,010	2,990	0,116	3,662	0,078
200	12	12,119	11,826	2,507	0,160	3,140	0,102
200	13	24,613	24,022	1,860	0,294	2,382	0,179
200	14	35,274	33,802	1,626	0,365	2,128	0,213
200	15	43,905	40,759	1,519	0,394	2,023	0,222
300	11	4,686	4,686	3,657	0,083	4,479	0,055
300	12	8,422	8,246	3,002	0,114	3,761	0,073
300	13	18,843	18,544	2,117	0,231	2,711	0,140
300	14	29,251	28,497	1,771	0,326	2,317	0,190
300	15	38,488	36,756	1,600	0,378	2,131	0,213
cm	-	kNm	kNm	-	-	-	-

Tabelle C.12: Lastfall 4 Lagerung 1.2

ℓ	QS	$M_{cr,LT}$	$M_{cr,Ci}$	$\bar{\lambda}_{el}$	κ_{el}	$\bar{\lambda}_{pl}$	κ_{pl}
100	1	153,207	153,207	0,452	1,371	0,554	0,914
100	2	124,047	118,154	0,528	1,396	0,686	0,827
100	3	134,858	130,233	0,500	1,407	0,630	0,886
100	4	112,484	105,573	0,551	1,325	0,733	0,748
100	5	19,567	19,567	0,895	0,867	1,096	0,578
100	6	18,563	17,662	0,968	0,776	1,246	0,469
100	7	19,233	18,723	0,937	0,804	1,172	0,514
100	8	14,882	14,033	1,068	0,659	1,411	0,378
cm	-	kNm	kNm	-	-	-	-

C.3 Lastfall 4, Biegemoment am Kragarmende

Lastfall 4 Lagerung 1.2 (Fortsetzung)

ℓ	QS	$M_{cr,LT}$	$M_{cr,Ci}$	$\bar{\lambda}_{el}$	κ_{el}	$\bar{\lambda}_{pl}$	κ_{pl}
100	9	32,058	30,557	0,633	1,302	0,832	0,755
100	10	59,250	47,259	0,377	1,440	0,523	0,747
200	11	19,692	19,692	1,784	0,286	2,185	0,191
200	12	28,548	27,479	1,644	0,334	2,060	0,213
200	14	44,565	41,714	1,463	0,411	1,915	0,240
200	15	50,286	45,354	1,440	0,414	1,918	0,233
300	11	13,285	13,285	2,172	0,205	2,660	0,136
300	12	20,941	20,313	1,913	0,259	2,396	0,165
300	13	34,264	33,037	1,586	0,369	2,031	0,225
300	14	42,893	40,163	1,491	0,403	1,952	0,236
300	15	49,421	44,606	1,452	0,416	1,934	0,235
cm	-	kNm	kNm	-	-	-	-

Tabelle C.13: Lastfall 4 Lagerung 1.3

ℓ	QS	$M_{cr,LT}$	$M_{cr,Ci}$	$\bar{\lambda}_{el}$	κ_{el}	$\bar{\lambda}_{pl}$	κ_{pl}
100	1	159,596	159,596	0,443	1,389	0,543	0,926
100	2	126,914	123,197	0,517	1,454	0,672	0,861
100	3	139,828	135,678	0,489	1,446	0,617	0,910
100	4	117,603	113,856	0,530	1,426	0,706	0,805
100	5	20,355	20,355	0,877	0,896	1,074	0,597
100	6	19,136	18,715	0,941	0,832	1,210	0,503
100	7	19,908	19,547	0,917	0,837	1,147	0,536
100	8	16,147	15,600	1,013	0,734	1,339	0,420
100	9	32,024	31,313	0,626	1,349	0,822	0,782
100	10	57,221	50,773	0,363	1,566	0,505	0,813
200	11	20,480	20,480	1,749	0,300	2,142	0,200
200	12	29,309	28,635	1,611	0,351	2,018	0,223
200	13	40,917	40,108	1,439	0,435	1,843	0,265
200	14	48,002	46,383	1,388	0,459	1,816	0,268
200	15	53,958	50,842	1,360	0,471	1,812	0,265
cm	-	kNm	kNm	-	-	-	-

Ergänzende Tabellen zu den Traglastberechnungen

Lastfall 4 Lagerung 1.3 (Fortsetzung)

ℓ	QS	$M_{cr,LT}$	$M_{cr,Ci}$	$\bar{\lambda}_{el}$	κ_{el}	$\bar{\lambda}_{pl}$	κ_{pl}
300	11	13,466	13,466	2,157	0,208	2,642	0,139
300	12	21,017	20,604	1,899	0,264	2,379	0,168
300	13	34,245	33,828	1,567	0,387	2,007	0,236
300	14	42,826	41,950	1,459	0,434	1,910	0,254
300	15	49,488	47,600	1,406	0,457	1,872	0,258
cm	-	kNm	kNm	-	-	-	-

Tabelle C.14: Lastfall 4 Lagerung 2.2

ℓ	QS	$M_{cr,LT}$	$M_{cr,Ci}$	$\bar{\lambda}_{el}$	κ_{el}	$\bar{\lambda}_{pl}$	κ_{pl}
100	1	212,312	212,312	0,384	1,406	0,471	0,938
100	2	156,500	151,620	0,466	1,462	0,605	0,866
100	3	177,422	175,546	0,430	1,495	0,542	0,941
100	4	123,252	114,435	0,529	1,340	0,704	0,757
100	5	27,423	27,423	0,756	1,110	0,926	0,740
100	6	20,457	19,681	0,917	0,846	1,180	0,511
100	7	22,868	22,592	0,853	0,970	1,067	0,621
100	8	15,863	14,625	1,046	0,674	1,382	0,386
100	9	42,790	40,437	0,551	1,340	0,723	0,777
100	10	71,411	51,750	0,360	1,445	0,500	0,750
200	11	27,699	27,699	1,504	0,415	1,842	0,277
200	12	34,204	33,622	1,487	0,424	1,862	0,270
200	13	40,468	38,858	1,462	0,423	1,873	0,258
200	14	46,855	43,190	1,438	0,422	1,882	0,247
200	15	53,489	46,592	1,421	0,422	1,892	0,238
300	11	27,421	27,421	1,512	0,415	1,852	0,276
300	12	33,992	33,510	1,489	0,425	1,866	0,271
300	13	40,405	38,821	1,463	0,426	1,874	0,260
300	14	46,475	43,024	1,441	0,427	1,886	0,249
300	15	52,337	46,374	1,424	0,429	1,897	0,242
cm	-	kNm	kNm	-	-	-	-

C.3 Lastfall 4, Biegemoment am Kragarmende

Tabelle C.15: Lastfall 4 Lagerung 2.3

ℓ	QS	$M_{cr,LT}$	$M_{cr,Ci}$	$\tilde{\lambda}_{el}$	κ_{el}	$\tilde{\lambda}_{pl}$	κ_{pl}
100	1	248,638	248,638	0,355	1,430	0,435	0,953
100	2	173,166	170,577	0,439	1,554	0,571	0,921
100	3	204,018	202,826	0,400	1,531	0,505	0,964
100	4	129,811	125,811	0,505	1,441	0,672	0,814
100	5	32,115	32,115	0,698	1,159	0,855	0,773
100	6	22,479	22,100	0,866	0,935	1,113	0,565
100	7	26,216	26,078	0,794	1,042	0,993	0,667
100	8	16,650	16,093	0,998	0,764	1,318	0,438
200	11	32,437	32,437	1,390	0,451	1,702	0,301
200	12	38,904	38,560	1,388	0,464	1,739	0,295
200	13	44,407	43,626	1,380	0,471	1,768	0,287
200	14	49,585	47,931	1,365	0,482	1,787	0,281
200	15	54,827	51,678	1,349	0,493	1,797	0,278
300	11	29,580	29,580	1,456	0,428	1,783	0,285
300	12	35,658	35,501	1,447	0,447	1,812	0,285
300	13	41,089	40,689	1,429	0,460	1,830	0,280
300	14	46,260	45,306	1,404	0,475	1,838	0,277
300	15	51,488	49,462	1,379	0,490	1,837	0,276
cm	-	kNm	kNm	-	-	-	-

D Ergänzende Tabellen zu den Untersuchungen der Bemessungsverfahren

Tabelle D.1: Verzweigungslasten und Schlankheiten der Träger mit Querschnitt QS20 und QS21

Querschnitt	Länge		Lagerung					Einheit
			1.1	1.2	1.3	2.2	2.3	
QS20	160 cm	$F_{cr,LT}$	36,78	41,62	52,08	45,21	53,83	kN
		$M_{cr,LT}$	58,05	66,59	83,33	72,34	86,13	kNm
		$\bar{\lambda}_{LT}$	1,170	1,092	0,976	1,048	0,960	-
QS20	240 cm	$F_{cr,LT}$	19,12	23,88	29,51	27,72	31,31	kN
		$M_{cr,LT}$	45,89	57,31	70,82	66,53	75,14	kNm
		$\bar{\lambda}_{LT}$	1,316	1,059	1,177	1,093	1,028	-
QS20	360 cm	$F_{cr,LT}$	11,83	15,91	19,99	19,84	21,83	kN
		$M_{cr,LT}$	37,86	50,91	63,97	63,49	69,86	kNm
		$\bar{\lambda}_{LT}$	1,449	1,249	1,114	1,119	1,066	-
QS21	160 cm	$F_{cr,LT}$	42,33	45,30	58,01	46,92	58,84	kN
		$M_{cr,LT}$	67,73	72,48	92,82	75,07	94,14	kNm
		$\bar{\lambda}_{LT}$	1,425	1,377	1,217	1,353	1,208	-
QS21	240 cm	$F_{cr,LT}$	23,39	26,36	32,16	28,18	33,01	kN
		$M_{cr,LT}$	56,14	63,26	77,18	67,63	79,22	kNm
		$\bar{\lambda}_{LT}$	1,565	1,474	1,335	1,426	1,317	-
QS21	360 cm	$F_{cr,LT}$	15,08	18,02	21,70	19,96	22,57	kN
		$M_{cr,LT}$	48,26	57,66	69,44	63,87	72,22	kNm
		$\bar{\lambda}_{LT}$	1,688	1,544	1,407	1,467	1,380	-

Tabelle D.2: Vergleich der Bemessungsmodelle für den Lastfall 1 Einzellast

Träger	Vergleich der Bemessungsmodelle für den Lastfall 1 - Einzellast						ANSYS				
	$M_{u,LT}$	$\bar{\lambda}_{u,LT}$	$M_{u,LT}$	Fis:Smi:2000	EN-1993-1-1	$M_{u,G}$ [kNm]		DIN 18800 T2	Interaktion		
QS20.160.1.1.1	58.850	1.162	42.570	35.242	37.209	22.330	33.660	26.640	24.940	40.680	40.700
QS20.160.1.1.2	66.590	1.092	56.890	36.739	40.642	23.510	35.640	27.260	25.740	44.140	44.560
QS20.160.1.1.3	83.330	0.976	55.170	38.036	44.245	25.560	38.720	28.120	26.890	50.210	51.770
QS20.160.1.2.2	72.340	1.048	49.900	37.487	42.632	24.280	36.850	27.610	26.210	46.430	49.870
QS20.160.1.2.3	86.130	0.960	56.420	38.275	44.995	25.850	39.120	28.530	27.030	51.050	53.200
QS20.240.1.1.1	45.890	1.316	34.690	32.127	31.592	19.880	29.250	25.040	22.970	33.890	34.890
QS20.240.1.1.2	57.310	1.177	41.680	34.893	36.492	22.070	33.220	26.490	24.750	39.940	40.600
QS20.240.1.1.3	70.820	1.059	49.120	36.292	39.549	24.090	36.550	27.530	26.090	45.850	48.330
QS20.240.1.2.2	66.530	1.093	46.860	36.292	39.549	23.500	35.620	27.250	25.730	44.110	48.340
QS20.240.1.2.3	75.140	1.028	51.300	36.739	40.642	24.630	37.680	27.760	26.400	47.470	50.760
QS20.360.1.1.1	37.860	1.449	29.400	29.307	27.569	17.960	25.690	23.450	21.140	29.040	30.550
QS20.360.1.1.2	50.910	1.249	37.840	33.362	33.630	20.910	31.150	25.770	23.850	36.670	37.450
QS20.360.1.1.3	63.970	1.114	45.460	35.147	37.012	23.130	35.020	27.070	25.490	43.010	45.720
QS20.360.1.2.2	63.490	1.119	45.200	35.556	37.878	23.060	34.900	27.030	25.440	42.800	47.340
QS20.360.1.2.3	69.860	1.066	48.620	35.804	38.424	23.960	36.350	27.470	26.020	45.470	49.180
QS21.160.1.1.1	67.730	1.425	52.370	49.357	45.682	27.740	41.340	30.510	27.400	55.960	56.030
QS21.160.1.1.2	72.480	1.377	55.530	51.151	47.931	28.620	42.920	30.910	27.840	58.670	59.550
QS21.160.1.1.3	92.820	1.217	68.350	55.332	53.719	31.750	48.180	32.070	29.150	68.510	70.160
QS21.160.1.2.2	75.070	1.353	57.230	52.029	49.077	29.070	43.730	31.100	28.060	60.080	67.460
QS21.160.1.2.3	94.140	1.208	69.150	55.627	54.163	31.930	48.450	32.120	29.220	69.060	71.400

Fortsetzung auf folgender Seite

Vergleich der Bemessungsmodelle für den Lastfall 1 - Einzellast (Fortsetzung)											
Träger	$M_{cr,LT}$	$\bar{\lambda}_{LT}$	$M_{u,LT}$	$M_{u,C1}$ [kNm]	EN-1993-1-1	DIN 18800 T2	ANSYS				
				Fis:Smi:2000			Interaktion				
QS21_240_1.1.1	56.140	1.565	44.420	43.776	39.333	25.260	36.780	29.190	25.970	48.660	48.400
QS21_240_1.1.2	63.260	1.474	49.350	46.813	42.681	26.840	39.700	30.070	26.910	53.270	53.550
QS21_240_1.1.3	77.180	1.335	58.600	49.817	46.248	29.430	44.350	31.250	28.220	61.200	63.580
QS21_240_1.2.2	67.630	1.426	52.310	48.330	44.446	27.720	41.300	30.500	27.320	55.910	63.460
QS21_240_1.2.3	79.220	1.317	59.910	50.338	46.896	29.770	44.920	31.380	28.370	62.250	66.240
QS21_360_1.1.1	48.260	1.688	38.820	39.831	35.277	23.270	33.090	27.890	24.610	43.120	42.840
QS21_360_1.1.2	57.660	1.544	45.490	44.147	39.730	25.620	37.440	29.400	26.190	49.670	49.420
QS21_360_1.1.3	69.440	1.407	53.520	46.757	42.618	28.060	41.930	30.660	27.570	56.960	59.320
QS21_360_1.2.2	63.870	1.467	49.770	46.314	42.115	26.970	39.930	30.130	26.980	53.640	61.220
QS21_360_1.2.3	72.220	1.380	55.360	47.539	43.518	28.570	42.840	30.890	27.820	58.530	63.170

Tabelle D.3: Vergleich der Bemessungsmodelle für den Lastfall 2 Einzellast

Vergleich der Bemessungsmodelle für den Lastfall 2 - Gleichlast											
Träger	$M_{cr,LT}$	$\bar{\lambda}_{LT}$	$M_{u,LT}$	$M_{u,C1}$ [kNm]	EN-1993-1-1	DIN 18800 T2	ANSYS				
				Fis:Smi:2000			Interaktion				
QS20_160_2.1.1	76.600	1.018	52.010	38.561	45.933	24.810	37.640	27.830	26.500	48.940	51.640
QS20_160_2.1.2	84.840	0.968	55.850	39.416	49.068	25.720	38.940	28.180	26.970	51.660	54.740
QS20_160_2.1.3	103.310	0.877	63.190	40.329	53.131	27.390	41.080	28.700	27.690	56.370	60.940
QS20_160_2.2.2	86.550	0.958	56.600	39.577	49.723	25.890	39.180	28.240	27.050	52.170	57.980
QS20_160_2.2.3	108.990	0.854	65.120	40.429	53.636	27.830	41.590	28.210	27.850	57.500	61.650
QS20_240_2.1.1	61.340	1.138	44.000	36.080	39.051	22.730	34.350	26.860	25.220	46.690	45.290

Fortsetzung auf folgender Seite

Vergleich der Bemessungsmodelle für den Lastfall 2 - Gleichlast (Fortsetzung)											
Träger	$M_{cr,LT}$	$\bar{\lambda}_{LT}$	$M_{in,LT}$	$M_{u,CI}$ [kNm]					Interaktion	ANSYS	
				Fin.Smi:2000	EN-1993-1-1	DIN 18800 T2					
QS20_240.2.1.2	73.090	1.043	50.280	37.819	43.591	24.380	37.000	27.660	26.260	47.650	50.450
QS20_240.2.1.3	85.220	0.966	56.020	38.586	46.019	25.760	38.990	28.190	26.990	51.780	56.170
QS20_240.2.2.2	76.410	1.020	51.920	38.196	44.743	24.780	37.610	27.820	26.490	48.870	54.820
QS20_240.2.2.3	88.160	0.949	57.920	38.863	46.981	26.050	39.390	28.300	27.130	52.640	57.600
QS20_360.2.1.1	52.940	1.225	39.080	33.955	34.688	21.300	31.840	26.020	24.160	38.500	40.520
QS20_360.2.1.2	66.360	1.094	46.760	36.680	40.494	23.480	35.590	27.240	25.720	44.930	47.590
QS20_360.2.1.3	75.370	1.027	51.410	37.318	42.162	24.660	37.420	27.770	26.420	48.500	53.070
QS20_360.2.2.2	71.270	1.056	49.350	37.289	42.084	24.150	36.640	27.550	26.130	46.940	52.990
QS20_360.2.2.3	79.920	0.997	53.600	37.792	43.510	25.190	38.200	27.980	26.700	50.090	55.060
QS21_160.2.1.1	88.130	1.249	65.500	57.979	57.912	31.110	47.160	31.860	28.920	68.210	70.380
QS21_160.2.1.2	92.580	1.219	68.210	59.257	60.129	31.720	48.130	32.060	29.140	70.160	73.270
QS21_160.2.1.3	118.000	1.079	82.620	63.279	68.248	34.610	52.300	32.830	30.030	79.000	84.130
QS21_160.2.2.2	93.040	1.216	68.490	59.430	60.440	31.780	48.230	32.080	29.160	70.350	78.630
QS21_160.2.2.3	118.690	1.076	82.980	63.439	68.617	34.670	52.390	32.840	30.050	76.190	85.090
QS21_240.2.1.1	72.170	1.380	55.330	51.619	48.537	28.570	42.830	30.890	27.810	60.100	61.450
QS21_240.2.1.2	78.600	1.323	59.500	53.913	51.656	29.660	44.750	31.340	28.320	63.580	66.120
QS21_240.2.1.3	94.230	1.208	69.200	56.983	56.275	31.940	48.470	32.130	29.220	70.850	75.060
QS21_240.2.2.2	79.950	1.311	60.370	54.386	52.331	29.880	45.120	31.420	28.420	64.280	72.860
QS21_240.2.2.3	95.640	1.199	70.040	57.277	56.750	32.120	48.750	32.180	29.280	71.420	76.710
QS21_360.2.1.1	62.410	1.484	48.770	47.315	43.258	26.660	39.370	29.970	26.810	54.210	55.260
QS21_360.2.1.2	71.270	1.389	54.730	50.628	47.262	28.400	42.530	30.810	27.730	59.580	61.590
QS21_360.2.1.3	82.690	1.289	62.110	52.969	50.342	30.310	45.840	31.580	28.600	65.650	69.560

Fortsetzung auf folgender Seite

Vergleich der Bemessungsmodelle für den Lastfall 2 - Gleichlast (Fortsetzung)											
Träger	$M_{Gr,LT}$	$\bar{\lambda}_{LT}$	$M_{Gr,LT}$	$M_{u,C1}$ [kNm]				Interaktion	ANSYS		
				Fis.Smi:2000	EN-1993-1-1	DIN 18800 T2					
QS21.360.2.2.2	73.420	1.368	56.150	51.385	48.233	28.790	43.220	30.980	27.920	60.800	69.150
QS21.360.2.2.3	84.790	1.273	63.420	53.559	51.158	30.630	46.370	31.700	28.730	66.660	72.030

<i>QS 20_240</i>						
Lagerungen	1.1	1.2	1.3	2.2	2.3	Einheit
$F_{cr,LT}$	19,12	23,88	29,51	27,72	31,31	<i>kN</i>
$M_{cr,LT}$	45,89	57,31	70,82	66,53	75,14	<i>kNcm</i>
$\bar{\lambda}_{LT}$	1,316	1,177	1,059	1,093	1,028	—
κ_{LT}	0,437	0,525	0,618	0,590	0,646	—
$M_{u,LT}$	34,72	41,71	49,10	46,88	51,32	<i>kNm</i>
$\bar{\lambda}_{LT,Q}$	1,246	1,115	1,003	1,035	0,974	—
$\kappa_{LT,Q}$	0,478	0,572	0,669	0,640	0,697	—
$\kappa_{ci}^{n=LF 1}$	0,405	0,470	0,531	0,513	0,548	—
$M_{u,ci}^{n=LF 1}$	32,19	37,31	42,20	40,77	43,52	<i>kNm</i>
κ_{ANSYS}	0,439	0,511	0,608	0,608	0,639	—
$M_{u,ANSYS}$	34,88	40,60	48,31	48,31	50,77	<i>kNm</i>

Tabelle D.4: Berechnungsgang nach dem Bemessungsvorschlag für Träger mit Querschnitt **QS 20** der Länge $\ell = 240 \text{ cm}$ und zwei Variationen der Interaktionsbedingung

QS 20_320						
Lagerungen	1.1	1.2	1.3	2.2	2.3	Einheit
$F_{cr,LT}$	11,83	15,91	19,99	19,84	21,83	kN
$M_{cr,LT}$	37,86	50,91	63,97	63,49	69,86	$kNcm$
$\bar{\lambda}_{LT}$	1,449	1,249	1,114	1,119	1,066	–
κ_{LT}	0,370	0,476	0,572	0,569	0,612	–
$M_{u,LT}$	29,40	37,82	45,45	45,21	48,6	kNm
$\bar{\lambda}_{LT,Q}$	1,372	1,183	1,055	1,059	1,010	–
$\kappa_{LT,Q}$	0,407	0,521	0,622	0,618	0,663	–
$\kappa_{ci}^{n=LF 1}$	0,352	0,435	0,502	0,500	0,527	–
$M_{u,ci}^{n=LF 1}$	27,98	34,56	39,37	39,69	41,89	kNm
κ_{ANSYS}	0,384	0,471	0,575	0,596	0,619	–
$M_{u,ANSYS}$	30,51	37,42	45,68	47,35	49,18	kNm

Tabelle D.5: Berechnungsgang nach dem Bemessungsvorschlag für Träger mit Querschnitt **QS 20** der Länge $\ell = 320 \text{ cm}$ und zwei Variationen der Interaktionsbedingung

QS 21_160						
Lagerungen	1.1	1.2	1.3	2.2	2.3	Einheit
$F_{cr,LT}$	42,33	45,30	58,01	46,92	58,84	kN
$M_{cr,LT}$	67,73	72,48	92,82	75,07	94,14	kNm
$\bar{\lambda}_{LT}$	1,425	1,377	1,217	1,353	1,208	–
κ_{LT}	0,381	0,404	0,497	0,416	0,503	–
$M_{u,LT}$	52,38	55,54	68,29	57,19	69,15	kNm
$\bar{\lambda}_{LT,Q}$	1,210	1,170	1,034	1,149	1,026	–
$\kappa_{LT,Q}$	0,502	0,530	0,641	0,545	0,647	–
$\kappa_{ci}^{n=LF 1}$	0,387	0,403	0,462	0,412	0,466	–
$M_{u,ci}^{n=LF 1}$	53,21	55,47	63,57	56,64	64,02	kNm
κ_{ANSYS}	0,408	0,433	0,510	0,491	0,522	–
$M_{u,ANSYS}$	56,09	59,53	70,11	67,50	71,76	kNm

Tabelle D.6: Berechnungsgang nach dem Bemessungsvorschlag für Träger mit Querschnitt **QS 21** der Länge $\ell = 160 \text{ cm}$ und zwei Variationen der Interaktionsbedingung

QS 21_240						
Lagerungen	1.1	1.2	1.3	2.2	2.3	Einheit
$F_{cr,LT}$	23,39	26,36	32,16	28,18	33,01	kN
$M_{cr,LT}$	56,14	63,26	77,18	67,63	79,22	kNm
$\bar{\lambda}_{LT}$	1,565	1,474	1,335	1,426	1,317	–
κ_{LT}	0,323	0,359	0,426	0,381	0,436	–
$M_{u,LT}$	44,40	49,35	58,56	52,38	59,94	kNm
$\bar{\lambda}_{LT,Q}$	1,329	1,252	1,134	1,211	1,119	–
$\kappa_{LT,Q}$	0,429	0,474	0,557	0,501	0,569	–
$\kappa_{ci}^{n=LF\ 1}$	0,342	0,371	0,419	0,387	0,425	–
$M_{u,ci}^{n=LF\ 1}$	47,02	50,94	57,56	53,16	58,43	kNm
κ_{ANSYS}	0,351	0,390	0,462	0,462	0,482	–
$M_{u,ANSYS}$	48,25	53,61	63,51	63,51	66,26	kNm

Tabelle D.7: Berechnungsgang nach dem Bemessungsvorschlag für Träger mit Querschnitt **QS 21** der Länge $\ell = 240$ cm und zwei Variationen der Interaktionsbedingung

QS 21_320						
Lagerungen	1.1	1.2	1.3	2.2	2.3	Einheit
$F_{cr,LT}$	15,08	18,02	21,70	19,96	22,57	kN
$M_{cr,LT}$	48,26	57,66	69,44	63,87	72,22	kNm
$\bar{\lambda}_{LT}$	1,688	1,544	1,407	1,467	1,380	–
κ_{LT}	0,282	0,331	0,389	0,362	0,403	–
$M_{u,LT}$	38,77	45,50	53,48	49,76	55,40	kNm
$\bar{\lambda}_{LT,Q}$	1,434	1,311	1,195	1,246	1,172	–
$\kappa_{LT,Q}$	0,377	0,439	0,512	0,478	0,529	–
$\kappa_{ci}^{n=LF 1}$	0,307	0,348	0,393	0,373	0,403	–
$M_{u,ci}^{n=LF 1}$	42,24	47,89	54,04	51,26	55,35	kNm
κ_{ANSYS}	0,312	0,360	0,432	0,445	0,459	–
$M_{u,ANSYS}$	42,89	49,49	59,39	61,17	63,10	kNm

Tabelle D.8: Berechnungsgang nach dem Bemessungsvorschlag für Träger mit Querschnitt **QS 21** der Länge $\ell = 320 \text{ cm}$ und zwei Variationen der Interaktionsbedingung

Versuchsträger 2400_3 - maßgebender Querschnitt						
Lagerungen	1.1	1.2	1.3	2.2	2.3	Einheit
$F_{cr,LT}$	27,42	28,78	33,70	29,35	33,97	kN
$M_{cr,LT}$	65,81	69,07	80,88	70,44	81,52	kNm
$\bar{\lambda}_{LT}$	1,560	1,524	1,408	1,508	1,402	–
κ_{LT}	0,325	0,339	0,389	0,345	0,392	–
$M_{u,LT}$	52,04	54,32	62,34	55,26	62,77	kNm
$\bar{\lambda}_{Q,LT}$	1,301	1,270	1,173	1,257	1,169	–
$\kappa_{Q,LT}$	0,455	0,463	0,527	0,471	0,531	–
$\kappa_{ci}^{n=LF 1}$	0,375	0,385	0,420	0,390	0,422	–
$M_{u,ci}^{n=LF 1}$	60,06	61,76	67,33	62,49	67,60	kNm
κ_{ANSYS}	0,329	0,335	0,365	0,379	0,374	–
$M_{u,ANSYS}$	71,13	72,23	78,85	81,74	80,65	kNm

Tabelle D.9: Berechnungsgang nach dem Bemessungsvorschlag für den Versuchsträger **2400_3** mit maßgeblichen Querschnitt **22** der Länge $\ell = 240 \text{ cm}$ und zwei Variationen der Interaktionsbedingung

Lebenslauf

Michael Smida

Familienstand: verheiratet, drei Kinder

05.Mai.1969	geboren in München
1975-1988	Deutsche Schule Brüssel, Abschluss mit der allgemeinen Hochschulreife
1988 - 1989	Sprachstudien am Institut Lucien Cooremans Langue et Lingustik, Brüssel, und Colegio de Espana, Salamanca / Spanien
7/1988-9/1988, 7/1989-9/1989	Praktikum des Maschinenbaus bei der Thyssen AG in Witten-Annen, Lehrwerkstatt, Schlosserei, Gießerei
1989-1991	Studium des Maschinenbaus am Fachbereich Maschinenbau der Universität Dortmund
1991-1997	Studium des konstruktiven Bauingenieurwesens an der Fakultät Bauwesen der Universität Dortmund, Diplom-Ingenieur
1998-2004	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Stahlbau der Fakultät Bauwesen, Universität Dortmund
3/2004-6/2004	Zusatzausbildung zum Schweißfachingenieur an der Schweißtechnischen Lehr- und Versuchsanstalt Duisburg