

# **Untersuchung und Kompensation linearer Störeffekte in stochastischen optischen Übertragungssystemen**

Genehmigte Dissertation  
zur Erlangung des akademischen Grades  
Doktor der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.)  
der Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik  
der Technischen Universität Dortmund

vorgelegt von

Dipl.-Phys. Matthias Westhäuser

Dortmund, den 22. Juni 2013



Lehrstuhl für Hochfrequenztechnik

Hauptreferent: Prof. Dr.-Ing. Peter M. Krummrich, TU Dortmund  
Korreferent: Prof. Dr.-Ing. Klaus Petermann, TU Berlin  
Ort und Tag der Einreichung: Dortmund, 26.10.2012  
Ort und Tag der mündlichen Prüfung: Dortmund, 02.05.2013



---

## Danksagung

Diese Dissertation ist im Zuge meiner mehrjährigen Tätigkeit am Lehrstuhl für Hochfrequenztechnik an der Technischen Universität Dortmund entstanden. Sie wurde begleitet durch die tatkräftige Unterstützung einiger Personen des Lehrstuhls, bei denen ich mich hiermit bedanken möchte:

Zunächst danke ich meinem Betreuer und Doktorvater Herrn Professor Dr.-Ing. Peter M. Krummrich für seine engagierte Betreuung, seine kollegiale Aufnahme am Lehrstuhl und zahlreiche interessante Diskussions- und Denkansätze, die mir geholfen haben, meine wissenschaftlichen Untersuchungen zielstrebig voranzutreiben. Für die Übernahme der Zweitgutachterschaft möchte ich mich ganz herzlich bei Herrn Professor Dr.-Ing. Klaus Petermann von der Technischen Universität Berlin bedanken.

Es gibt viele weitere Personen am Lehrstuhl für Hochfrequenztechnik, denen ich ebenfalls meinen Dank aussprechen möchte:

Allen voran gilt mein Dank meinen Kollegen Dipl.-Ing. Simon Akhtari, Dipl.-Ing. Christopher Bentz, Dipl.-Ing. Martin Finkenbusch, Dipl.-Inf. Nicolas Luck, und Dr.-Ing. Christian Remmersmann, aber natürlich auch den übrigen Mitarbeitern und Mitarbeiterinnen am Lehrstuhl für Hochfrequenztechnik. Durch die freundliche Atmosphäre am Lehrstuhl war es mir eine Freude, zusammen mit meinen Kollegen an aktuellen Problemstellungen zu arbeiten und mein Fachwissen zu erweitern.

Zu guter Letzt möchte ich mich bei meiner Familie und meinen Freunden bedanken, die mich durch die Zeit der Promotion und auch während des Studiums begleitet und mir mit Rat und Tat zur Seite gestanden haben.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung und Motivation</b>	<b>6</b>
<b>2. Theoretischer Hintergrund</b>	<b>11</b>
2.1. Optische Übertragungssysteme . . . . .	11
2.1.1. Optische Glasfaserübertragungssysteme . . . . .	12
2.1.2. Metro-Übertragungssysteme . . . . .	14
2.1.3. Weitverkehrssysteme . . . . .	15
2.2. Modulationsformate und Empfänger . . . . .	17
2.2.1. Amplitudenmodulation und On-Off-Keying . . . . .	17
2.2.2. Duobinäre Modulation . . . . .	17
2.2.3. Phasenumtastung . . . . .	18
2.2.4. QAM . . . . .	19
2.2.5. Direktempfang . . . . .	20
2.2.6. Kohärenter Empfänger und digitale Signalverarbeitung . . . . .	20
2.3. Modellierung stochastischer Systeme . . . . .	23
2.3.1. Monte Carlo-Simulationen . . . . .	24
2.3.2. Importance Sampling . . . . .	25
2.3.3. Multikanonische Simulationen . . . . .	26
2.3.4. Wang-Landau Simulationen . . . . .	27
2.4. Lineare Störeffekte in Glasfasersystemen . . . . .	29
2.4.1. Dämpfung . . . . .	29
2.4.2. Chromatische Dispersion . . . . .	30
2.4.3. Polarisationsmodendispersion . . . . .	32
2.4.4. Polarisationsabhängige Dämpfung . . . . .	36
2.4.5. Gruppenlaufzeitschwankungen . . . . .	39
2.4.6. Übersprechen in Mehrkernfasern . . . . .	39
2.5. Faser-Bragg-Gitter . . . . .	40
2.5.1. Übersicht . . . . .	40
2.5.2. CFBGs zur Dispersionskompensation . . . . .	41
2.5.3. Simulationsmodell stochastischer Gruppenlaufzeitschwankungen . . . . .	41
2.6. Mehrkernfasersysteme . . . . .	44
2.7. Optische Entzerrer . . . . .	47
2.7.1. Vergleich von optischen und elektrischen Entzerrern . . . . .	47
2.7.2. FIR Filter . . . . .	48
2.7.3. IIR Filter . . . . .	49
2.7.4. MIMO Entzerrer . . . . .	49
2.7.5. Bestimmung der Filterkoeffizienten . . . . .	52
2.8. Numerische Optimierungsmethoden . . . . .	55
2.8.1. Zufallsbewegung (Random Walk) . . . . .	56
2.8.2. Partikelschwarmoptimierung . . . . .	56
2.8.3. Trust-Region Algorithmus . . . . .	57
2.8.4. LMS . . . . .	58
2.8.5. RLS . . . . .	59
2.8.6. Matrix-Inversion . . . . .	59
<b>3. Ergebnisse und Interpretation</b>	<b>60</b>
3.1. Simulationsumgebung . . . . .	60
3.1.1. Übersicht . . . . .	60
3.1.2. Empfängermodelle und Observablen . . . . .	60

3.1.3.	Grundlegender Simulationsaufbau . . . . .	62
3.2.	Übertragungssysteme mit chromatischer Dispersion . . . . .	64
3.2.1.	Übertragungssystem ohne Dispersionskompensation . . . . .	64
3.2.2.	Übertragungssystem mit Dispersionskompensation . . . . .	67
3.3.	Übertragungssysteme mit PMD . . . . .	71
3.3.1.	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der PMD 1. Ordnung . . . . .	71
3.3.2.	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen der PMD höherer Ordnung . . . . .	78
3.3.3.	Quantifizierung von OSNR-Einbußen durch PMD-Störungen . . . . .	79
3.3.4.	Entzerrung von PMD-Störungen (Direktempfang) . . . . .	83
3.3.5.	Entzerrung von PMD-Störungen (kohärenter Empfang) . . . . .	87
3.3.6.	Randbemerkungen und Zwischenfazit . . . . .	93
3.4.	Übertragungssysteme mit PDL . . . . .	95
3.4.1.	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion einer Verkettung von PDL-Elementen . . . . .	95
3.4.2.	Quantifizierung von OSNR-Einbußen durch PDL . . . . .	97
3.5.	Übertragungssysteme mit Gruppenlaufzeitschwankungen . . . . .	103
3.5.1.	Emulatormodell zur Simulation von GDR . . . . .	103
3.5.2.	Verifikation des Emulatormodells . . . . .	107
3.5.3.	OSNR-Einbußen durch GDR . . . . .	109
3.5.4.	Entzerrung von durch GDR gestörten Signalen . . . . .	112
3.6.	Mehrkernfaser-System mit Übersprechen . . . . .	116
3.7.	Systeme mit Übersprechen und PMD . . . . .	119
<b>4.</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>122</b>
<b>A.</b>	<b>Abkürzungsverzeichnis</b>	<b>126</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>128</b>

## 1. Einleitung und Motivation

Eine der bedeutendsten Epochen der Menschheit ist der Beginn des Informationszeitalters Mitte des 20. Jahrhunderts. Die Erfindung und Weiterentwicklung von Computersystemen sowie ihre Verbreitung aufgrund von erschwinglichen Preisen hat dazu geführt, dass sich die Art und Weise, wie mit Daten umgegangen wird und werden kann, grundlegend geändert hat: Die Erstellung, Speicherung und Bearbeitung von Datenmengen in der Größenordnung von Petabytes, die noch Anfang des 20. Jahrhunderts völlig undenkbar gewesen wäre, ist heutzutage mit verhältnismäßig geringem Aufwand zu bewerkstelligen.

Eine fortwährend steigende Komplexität von integrierten Schaltkreisen wird durch das „Moore'sche Gesetz“ [1] beschrieben, laut dem sich die Dichte der Transistoren pro Mikroprozessor in etwa alle 18 Monate verdoppelt, wobei die Kosten für diese Komponenten in etwa gleich bleiben. Mit Hilfe dieses Gesetzes lässt sich die Entwicklung der Mikroprozessoren über den Zeitraum von den 70er Jahren des letzten Jahrhunderts bis zur Gegenwart beschreiben.

Aus der Möglichkeit, große Datenmengen erstellen und verwalten zu können, ergibt sich die Notwendigkeit, diese Daten auch zwischen einzelnen Computern austauschen zu können. Zwar gab es bereits im 19. Jahrhundert die Möglichkeit, Lochkarten als Speichermedium zu nutzen [2, 3] und ab den 30er Jahren des letzten Jahrhunderts standen auch Magnetbänder zur Verfügung [4]. Die Geschwindigkeit, mit der Computer untereinander Daten austauschen konnten, war jedoch einerseits begrenzt durch die räumliche Entfernung der Rechner zueinander und andererseits durch die maximale Speicherkapazität eines Datenträgers, seine Schreib- und Lesegeschwindigkeit, sowie seine Robustheit. Die Anforderung, Daten zwischen Computern möglichst schnell und ohne manuelle Zwischenschritte, wie den Transport von Datenträgern, austauschen zu können, führte schließlich im Jahre 1969 zur Entstehung des ARPANET [5, 6], das sich über die Jahre hinweg durch zahlreiche technische Neuerungen und Veränderungen zum Internet weiterentwickelt hat.

Einige der Schlüsselkomponenten, die zu der rasanten Verbreitung des Mediums Internet geführt haben, sind beispielsweise die Entwicklung des Internet- und Übertragungsprotokolls TCP/IP [7, 8] und die Verfügbarkeit grafischer Webbrowser. Auf technologischer Seite lässt sich der enorme Datenverkehr des Internet kosten- und energieeffizient durch den Einsatz von optischen Übertragungssystemen bewältigen. Im Bereich der Zugangsnetze (auch: „Access-Bereich“) haben sich für die Datenübertragung über sehr kurze Distanzen mittlerweile Funk-Lösungen wie zum Beispiel W-LAN<sup>1</sup>, das durch den Standard IEEE-802.11 definiert wird [9], sowie UMTS, LTE und WiMax, das durch den Standard IEEE-802.16 definiert wird, etabliert. Weiterhin werden innerhalb der „letzten Meile“ des Teilnehmeranschlusses an das Internet- und Telefonnetz häufig doppeladriges Kupferkabel zur Datenübertragung verwendet. Über längere Distanzen hat sich das Medium der Glasfaser für die optische Datenübertragung aufgrund verschiedenster Vorteile im Einsatzgebiet der Metro- und Weitverkehrsnetze weitestgehend durchgesetzt. Einige der wichtigsten Vorteile von Glasfasern gegenüber Kupferkabeln sind ihre geringen Herstellungskosten, eine niedrige Dämpfung im Übertragungsband<sup>2</sup> und eine hohe Übertragungskapazität.

Diese hohe Übertragungskapazität kann unter anderem erzielt werden durch eine hohe Datenrate „pro Kanal“. Hierbei wird einerseits unterschieden zwischen der eigentlichen Datenrate (diese wird auch als „Bitrate“ bezeichnet und üblicherweise in „Gigabit pro Sekunde“ oder „Terabit pro Sekunde“ angegeben) und der Symbolrate (in „Gigabaud“ oder „Terabaud“). Die Bitrate in heutigen, kommerziell eingesetzten optischen Übertragungssystemen beträgt bis zu 112 GBit/s pro Kanal [12].

Um einen möglichst hohen Anteil der Übertragungskapazität einer Faser nutzen zu können, werden üblicherweise mehrere Datenströme zeitgleich übertragen, indem so genannte Multiplex-Techniken ein-

---

<sup>1</sup>W-LAN wird manchmal in der Umgangssprache auch synonym als „Wi-Fi“ bezeichnet, letzteres beschreibt aber den Funkstandard und nicht die Art des Netzwerkes.

<sup>2</sup>Die konventionell für die optische Datenkommunikation genutzten Übertragungsbänder sind das C-Band (engl.: Conventional) in einem Wellenlängenbereich von 1530-1565 nm und das L-Band (engl.: Long wavelength) von 1565-1625 nm [10, 11].

gesetzt werden. An erster Stelle ist hier das Wellenlängenmultiplexing (engl.: Wavelength-division multiplexing, WDM) zu nennen, bei dem jeweils ein Datensignal auf einen optischen Träger mit unterschiedlicher Wellenlänge moduliert wird. Der Frequenzbereich, der für ein solches moduliertes Datensignal zur Verfügung steht, wird als „Kanal“ bezeichnet. Die internationale Fernmeldeunion (engl.: International Telecommunication Union - ITU) hat den für die optische Datenübertragung relevanten Wellenlängen-, bzw. Frequenzbereich in ihren Standards in feste Intervalle unterteilt - das sogenannte ITU-Raster [10, 11]. Die Unterteilung des Rasters in Intervalle von 12,5, 25, 50, 100 und 200 GHz hängt wiederum vom verwendeten Modulationsformat und der im System verwendeten Symbolrate ab [11]. In gegenwärtig kommerziell eingesetzten Systemen lassen sich so mit Hilfe von WDM bis zu 80 Kanäle pro Faser bei unterschiedlichen Wellenlängen nutzen (bei einer Datenrate von 112 GBit/s pro Kanal).

Neben der Wellenlängenmultiplex-Technik hat sich in den letzten Jahren in Weitverkehrsnetzen auch der Einsatz von Polarisationsmultiplexing (engl.: Polarization multiplexing, PolMux) etabliert<sup>3</sup> [14]. Hierbei wird ausgenutzt, dass sich das elektrische Feld bei gleicher Frequenz in zwei unterschiedlichen, zueinander orthogonalen Polarisationszuständen ausbreiten kann. Daher lassen sich auf den beiden Polarisationszuständen jeweils zwei unterschiedliche Datenkanäle übertragen, was die gesamte Übertragungskapazität pro Faser verdoppelt, jedoch auch einen polarisationsaufgelösten Empfänger voraussetzt, mit dem die Signale mit beiden Polarisationszuständen getrennt von einander detektiert werden können.

In den vergangenen Jahren ist der gesamte Datenverkehr des Internets weltweit exponentiell angestiegen [15], was etwa alle ein bis zwei Jahre zu einer Verdopplung des transportierten Datenvolumens geführt hat. Bei einem anhaltenden Wachstum der Nachfrage nach immer höheren Datenraten bei gleich bleibenden oder gar sinkenden Preisen pro übertragenem Bit pro Sekunde ist der Einsatz von neuen Techniken und Technologien gefordert, um Engpässe bei der verfügbaren Datenbandbreite für Anbieter, Unternehmen und Privatkunden zu vermeiden.

Ein möglicher Ansatz ist es, die Datenrate pro Kanal zu erhöhen, indem man z.B. zu höherstufigen Modulationsformaten mit mehr Bits pro Symbol oder zu höheren Symbolraten in Baud übergeht. So hat sich die typische Netto-Datenrate pro Kanal in den letzten Jahren bereits von 2,5 GBit/s über 10 GBit/s bis hin zu 100 GBit/s vergrößert. Als nächster Standard wird derzeit eine Datenrate von 400 GBit/s intensiv erforscht [16]. Dabei ergeben sich jedoch Probleme, das von der ITU definierte Raster einzuhalten [16], wenn übliche Modulationsformate eingesetzt werden, die bereits jetzt weit verbreitet sind. Zwar lässt sich dies durch den Einsatz von höherstufigen Modulationsformaten umgehen, jedoch ergeben sich daraus Anforderungen an den optischen Signal-zu-Rausch-Abstand (engl.: Optical signal-to-noise ratio, OSNR), die nur schwierig zu erfüllen sind: Da die Konstellationspunkte eines höherstufigen Modulationsformats einen geringeren Abstand zueinander haben, darf der OSNR nicht zu gering werden, da sonst keine geeignete Entscheidungsschwelle mehr gefunden werden kann, für die hinreichend selten Fehlentscheidungen („Symbolfehler“) auftreten. Ein weitere Herausforderung ist, dass die Anforderungen an den Entscheider und an die digitale Signalverarbeitung auf der Empfängerseite mit einer steigenden Bitrate ebenfalls zunehmen und entsprechende Analog-zu-Digital-Umsetzer (engl.: Analog-to-digital-converter, ADC) nicht für beliebig hohe Datenraten verfügbar sind [17].

Außerdem ist anzumerken, dass viele der (linearen) Störeffekte, die in einer Glasfaser auftreten können, in der Stärke ihres Einflusses auf die Symbolfehlerquote abhängig von der Symbolrate des Kanals sind. Beispiele hierfür sind die chromatische Dispersion (engl.: Chromatic dispersion, CD) und die Polarisationsmodendispersion (engl.: Polarization mode dispersion, PMD). Somit kann sich daraus die Notwendigkeit ergeben, durch lineare Störeffekte entstehende Signalverzerrungen rückgängig zu machen, um eine (quasi-)fehlerfreie Detektion des gesendeten Datensignals zu ermöglichen.

---

<sup>3</sup>„PolMux“ beschreibt das Übertragen von zwei verschiedenen Datenkanälen mit einem beliebigem Modulationsformat in zwei zueinander orthogonalen Polarisationszuständen. Das Modulationsformat kann sich sogar für beide Polarisationszustände unterscheiden. PolMux unterscheidet sich daher grundlegend von einer „Polarisationsumtastung“, (engl.: Polarization-shift keying, PSK), bei der ein Datenstrom zeitlich über verschiedene Polarisationszustände moduliert wird, vgl. [13].

Ein weiterer Ansatz zielt darauf ab, einen anderen Glasfasertyp zu verwenden [18–20]: In bisherigen Metro- und Weitverkehrsnetzen werden so genannte „Einmodenfasern“ (engl.: Single mode fiber, SMF) verwendet. In diesen Fasern ist jeweils nur ein Modus des elektrischen Feldes in zwei zueinander orthogonalen Polarisationszuständen ausbreitungsfähig<sup>4</sup>. Ein Ansatz ist daher, die räumliche Dimension als weitere mögliche Multiplex-Dimension heran zu ziehen und statt einer Einmodenfaser Mehrmodenfasern (engl.: Multi mode fiber, MMF) oder Mehrkernfasern (engl.: Multi core fiber, MCF) zu verwenden. In einer MMF sind auch Moden höherer Ordnung ausbreitungsfähig, auf denen jeweils ein eigener Kanal übertragen werden kann, bzw. mehrere Kanäle, wenn zusätzlich (z.B.) WDM verwendet wird. Eine MMF mit  $N$  ausbreitungsfähigen Moden hätte also potentiell gegenüber einer SMF die  $N$ -fache Übertragungskapazität bei ansonsten gleichen Systemparametern.

In einer MCF werden  $M$  Faserkerne meist symmetrisch in einem einzelnen Fasermantel angeordnet, wodurch sich eine  $M$ -fache Übertragungskapazität im Vergleich zu einer einzelnen SMF bei ansonsten gleichen Systemparametern ergibt. Auch Ansätze, MMF und MCF miteinander zu kombinieren und somit eine Mehrkern-Mehrmoden-Faser („MCF-MMF“) zu verwenden, wurden bereits vorgeschlagen [20] und sind derzeit Gegenstand aktiver Forschung.

Sowohl beim MMF- als auch beim MCF-Ansatz sind jedoch noch einige offene Fragen zu klären und Probleme zu lösen, damit diese Systeme auch in Weitverkehrsnetzen effizient genutzt werden können: Im Fall der MMF kommt es bei einer Durchquerung einer Faser durch unterschiedliche Gruppengeschwindigkeiten der einzelnen Moden abhängig vom Detektionsverfahren zum Auftreten von Modendispersion. Sowohl Modendispersion als auch eine Fehlausrichtung der MMF an Faserspleißstellen durch einen Versatz der Fasern zueinander können zu einem modalen Übersprechen verschiedener Kanäle und somit zu einer Verschlechterung der Signalqualität führen. [18].

Übersprecheffekte können auch im Bereich der MCFs auftreten: Durch die räumliche Nähe der verschiedenen Kerne zueinander kommt es zu Überlagerungen der elektrischen Felder und somit zu einem Übersprechen mit kohärentem und inkohärentem Anteil [18]. Zwar ließe sich der Übersprechanteil durch einen größeren Faserdurchmesser reduzieren; es wäre jedoch wünschenswert, diesen bei einem Durchmesser von 125  $\mu\text{m}$ , bzw. 200  $\mu\text{m}$  zu belassen, um eine Kompatibilität zu älteren Systemen und anderen optischen Komponenten zu gewährleisten [18].

Diese Dissertation ist thematisch in zwei Teile gegliedert: Der erste Bereich beschäftigt sich mit der Simulation und Untersuchung von energie- und kosteneffizienten Metro-Netzwerken. In diesem Segment der optischen Übertragungstechnik herrscht ein besonders hoher Preisdruck, weshalb es erstrebenswert ist, Lösungen für hochbitratige Metro-Netzwerke zu finden, die einerseits einen robusten und stabilen Betrieb garantieren und andererseits möglichst nur kostengünstige Komponenten verwenden sollen. Dazu wird in dieser Dissertation der Ansatz verfolgt, einfache, intensitätsbasierte Modulationsformate wie zum Beispiel das „Ein- und Ausschalten“ (engl.: On-off keying, OOK) oder das duobinäre Modulationsformat (engl.: Duobinary) zu verwenden. Diese Formate benötigen am Empfänger lediglich eine Photodiode pro Kanal, um den zeitlichen Verlauf der eingehenden Leistung bestimmen zu können, sowie eine Taktrückgewinnung und einen Entscheider, um einen Leistungswert eindeutig einem Symbol zuzuordnen zu können. Eine komplexere Sender- oder Empfängerstruktur wie beispielsweise ein kohärenter Empfänger mit digitaler Signalverarbeitung wird bei solch einem System nicht benötigt.

Weiteres Einsparpotential besteht darin, für die Dispersionskompensation anstelle von dispersionskompensierenden Fasern (engl.: Dispersion compensating fiber, DCF) auf so genannte Faser-Bragg-Gitter (engl.: Fiber Bragg grating, FBG) zurückzugreifen. Diese lassen sich beispielsweise kostengünstig herstellen und bieten weitere Vorteile gegenüber DCFs, wie zum Beispiel eine niedrigere Einfügedämpfung und eine geringere Abhängigkeit der Einfügedämpfung von der Länge eines Streckenabschnitts [21].

---

<sup>4</sup>In der deutschen und angelsächsischen Literatur gibt es in Bezug auf das Wort „Modus“ unterschiedliche Schreibweisen. Während die Pluralform „Moden“, bzw. „Modes“ im englischen Sprachraum noch eindeutig ist, ist die in der Literatur zu findende Bezeichnung des Singular im Deutschen nicht eindeutig: Hier wird häufig das Wort „Mode“ aus dem Englischen adaptiert. Dieser Begriff wird synonym zu der eigentlich korrekten Bezeichnung „Modus“ aus der lateinischen Sprache verwendet.



Bedingt durch den Herstellungsprozess treten jedoch statistisch schwankende Abweichungen des Dispersionsverlaufes in Abhängigkeit von der Wellenlänge vom idealen, linearen Dispersionsverlauf auf. Diese Abweichungen werden auch als Gruppenlaufzeitschwankungen (engl.: Group delay ripple, GDR) bezeichnet, die ihrerseits zu Intersymbolinterferenz (engl.: Intersymbol interference, ISI) führen können, die in einer Reduktion der Signalqualität resultieren kann. In dieser Arbeit wird daher zunächst ein Modell vorgestellt, mit dessen Hilfe sich die stochastischen Schwankungen der Gruppenlaufzeiten von FBGs beschreiben lassen. Außerdem wird eine Möglichkeit aufgezeigt, die durch Gruppenlaufzeitschwankungen auftretende ISI mit Hilfe von adaptiven, optischen Transversalfiltern zu reduzieren, bzw. sogar vollständig rückgängig zu machen. Es wird außerdem gezeigt, dass sich mit Hilfe der Transversalfilter auch die in einem Metro-Netzwerk auftretende PMD reduzieren lässt. PMD kann insbesondere bei einer Kombination von älteren Fasertypen mit einem hohen PMD-Koeffizienten und bei Symbolraten von mehr als 10 Gbaud einen negativen Einfluss auf die Signalqualität haben. Die in einem System auftretende polarisationsabhängige Dämpfung (engl.: Polarization-dependent loss, PDL) kann ebenfalls mit Hilfe eines Transversalfilters reduziert werden.

Der zweite Teil der Arbeit beschäftigt sich mit der Simulation von hochbitratigen Weitverkehrsnetzen. Weitverkehrsnetze können im Vergleich zu Metro-Netzwerken sehr hohe Längen von einigen tausend Kilometern aufweisen. Teile der Strecke können dabei z.B. auch aus Unterseekabeln aufgebaut sein. In diesem Teilgebiet kommt es darauf an, pro Datenkanal möglichst große Datenmengen übertragen zu können und die vorhandene Netz-Infrastruktur optimal zu nutzen, da die Verlegung von weiteren Fasern in Weitverkehrsnetzen in der Regel sehr viel teurer ist, als bei Metro-Netzwerken. Um dieses Ziel zu erreichen, können potentiell auch teurere Komponenten, Modulationsformate und Techniken zum Einsatz kommen, als in Metro-Netzwerken. Als „de facto-Standard“ für derzeit kommerziell erhältliche Systeme mit einer Datenrate von 112 GBit/s pro Kanal hat sich das Modulationsformat der Quadraturphasenumtastung (engl.: Quadrature phase-shift-keying, QPSK) etabliert [14], das auch in Kombination mit Polarisationsmultiplexing verwendet wird<sup>5</sup>.

In dieser Dissertation wird weiterhin untersucht, inwiefern der Betrieb hochbitratiger Weitverkehrssysteme beim Einsatz von Mehrkernfasern, die künftig möglicherweise als Alternative zu Einmodenfasern mit einem Kern verlegt werden können, möglich ist. Dabei wird zunächst ein Simulationsmodell zur Emulation des Kanalübersprechens vorgestellt und die auftretenden Einbußen der Signalqualität werden quantifiziert. Des Weiteren wird gezeigt, dass sich das auftretende Übersprechen durch den Einsatz von so genannten Multiple-Input-Multiple-Output-Filterstrukturen („MIMO“) und digitaler Signalverarbeitung deutlich reduzieren lässt [22–24]. Dabei wird auch ein gleichzeitiges Auftreten von Übersprechen und Polarisationsmodendispersion untersucht, was bisher in der Literatur noch nicht im Detail betrachtet wurde.

Wie gezeigt wird, können adaptive, optische Filter sowohl in Metro- als auch in Weitverkehrssystemen eingesetzt werden, um die dort auftretenden (linearen) Signalverzerrungen signifikant zu reduzieren oder gar völlig zu entfernen. Ein wesentlicher Bestandteil dieser Dissertation beschäftigt sich damit, den von der jeweiligen Störung abhängigen optimalen Koeffizientensatz der Filterstruktur zu bestimmen. Da die optimalen Koeffizientenwerte in der Regel unbekannt sind, müssen diese mit Hilfe von numerischen Optimierungsverfahren bestimmt werden. In der Arbeit werden daher verschiedene Optimierungsmethoden vorgestellt und nach Kriterien wie Laufzeit, Komplexität, Leistungsfähigkeit und Stabilität charakterisiert, mit deren Hilfe sich die Koeffizienten berechnen lassen.

Die im Rahmen dieser Promotion entstandenen wissenschaftlichen Erkenntnisse wurden in [23–29] veröffentlicht.

---

<sup>5</sup>Beispiel: Bei einer Symbolrate von 28 Gbaud pro Kanal und dem Modulationsformat QPSK (2 Bits pro Symbol) und Polarisationsmultiplexing ergibt sich eine Gesamtdatenrate von 112 GBit/s. Die tatsächliche Netto-Datenrate liegt jedoch niedriger, da neben den eigentlichen Datenbits auch Bits für eine vorwärtsgerichtete Fehlerkorrektur (engl: Forward error correction, FEC) übertragen werden.

Die Arbeit ist wie folgt strukturiert:

Kapitel 2 beschäftigt sich mit den theoretischen Grundlagen. Dabei werden zunächst in Kapitel 2.1 sowohl Metro- als auch Weitverkehrsnetze vorgestellt, wobei Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen beiden Netzarten betrachtet werden. Abschnitt 2.2 bietet einen Überblick über die verwendeten Modulationsformate. Kapitel 2.3 enthält eine kurze Einführung in die Thematik der Modellierung von Übertragungssystemen mit stochastisch schwankenden Eigenschaften, die im Rahmen der Dissertation zum Beispiel für die Modellierung von Gruppenlaufzeitschwankungen, PMD- und von PDL-Effekten eine wichtige Rolle spielen. Die einzelnen linearen Störeffekte, die im Rahmen dieser Dissertation untersucht wurden, werden in Kapitel 2.4 im Detail betrachtet.

Das darauf folgende Kapitel 2.5 erläutert den theoretischen Hintergrund der in dieser Dissertation entwickelten Modelle zur Beschreibung von Gruppenlaufzeitschwankungen in FBGs. In Kapitel 2.6 werden Mehrkernfasersysteme im Detail erläutert.

Abschnitt 2.7 beschreibt den Aufbau sowie die Funktion von optischen Entzerrern.

Die Ergebnisse der Arbeit werden in Abschnitt 3 vorgestellt und diskutiert. Die Dissertation schließt mit einer Zusammenfassung und einem Ausblick in Kapitel 4. Abkürzungen und Akronyme werden in dieser Dissertation an der Stelle erläutert, an der sie zuerst eingeführt werden; ein Abkürzungsverzeichnis mit einer Auflistung aller Abkürzungen und Akronyme findet sich in Anhang A.

## 2. Theoretischer Hintergrund

### 2.1. Optische Übertragungssysteme

Der Schwerpunkt dieser Dissertation liegt auf der theoretischen Untersuchung von optischen Übertragungssystemen. Solche Systeme bestehen im wesentlichen aus drei Komponenten (siehe auch Abbildung 2.1):

- einem Sender, der optische Strahlung als Trägersignal verwendet,
- einer Übertragungsstrecke (Freistrahler oder Wellenleiter), über die das optische Signal übertragen wird
- und einem Empfänger, der für die Detektion des optischen Signals und gegebenenfalls für eine nachfolgende Auswertung des Signals verwendet wird.

Der Zweck eines optischen Übertragungssystems besteht in der Kommunikation von Daten. Während optische Übertragungssysteme bereits vor über 2000 Jahren eingesetzt wurden<sup>6</sup>, hat das Gebiet der optischen Übertragungstechnik im 19. und 20. Jahrhundert in technischer Hinsicht einige rasante Fortschritte gemacht, die von der Entwicklung der optischen Telefonie („Photophon“) in den 1880er Jahren bis hin zu heutigen Glasfasernetzen reichen [30].

In heutigen optischen Glasfaser-Übertragungssystemen wird in der Regel ein Laser (engl.: Light amplification by stimulated emission of radiation, LASER) verwendet, um das optische Trägersignal zu erzeugen. Diesem wird dann mit Hilfe eines Modulators das eigentliche Datensignal aufgeprägt, wobei Datenraten von mehreren Gigabit pro Sekunde pro Kanal und Gesamtdatenraten von über 15 Terabit pro Sekunde pro Faser über eine Strecke von 7000 km möglich sind [31, 32].

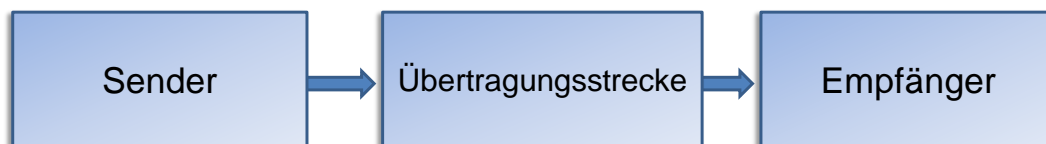


Abbildung 2.1. Grundlegender, schematischer Aufbau eines optischen Übertragungssystems

Die Ausbreitung der optischen Strahlung vom Sender zum Empfänger kann grundsätzlich über zwei verschiedene Arten erfolgen: Entweder, die Strahlung propagiert durch den freien Raum (also zum Beispiel die Luft der Atmosphäre oder durch ein Vakuum) oder die Strahlung wird durch ein Wellenleiter-Medium wie zum Beispiel eine Glasfaser übertragen. Zwar lassen sich durch den Einsatz von Freistrahlaufbauten sehr große Entfernungen erzielen, wie zum Beispiel bei einem Aufbau, bei dem Signale von der Erde bis zum Mond und wieder zurück gesendet werden [33]. Diese Aufbauten haben aber eine entscheidende Voraussetzung, die sie für die Nutzung großer und robuster Datenetze sowohl auf nationaler als auch auf internationaler Ebene weniger attraktiv macht: Freistrahlerverbindungen benötigen eine freie Sichtverbindung zwischen Sender und Empfänger. Wird diese unterbrochen, kommt es zu einem Ausfall der Übertragung und Datenpakete müssen erneut gesendet werden. Hierbei ist anzumerken, dass Beeinträchtigungen der Sichtverbindungen nicht nur durch eine Blockade mit Hilfe eines festen, intransparenten Gegenstands auftreten können, sondern auch durch Wettereinflüsse wie zum Beispiel Nebel, Regen oder Schneefall. Insbesondere bei höheren Symbolraten kann es dazu kommen, dass das optische Signal so stark gedämpft wird, dass eine fehlerfreie Detektion nicht mehr möglich ist [34, 35].

---

<sup>6</sup>Eine optische Übertragung von Nachrichten erfolgte zum Beispiel durch das Abbrennen von Leuchtfuern, das Senden von Rauchzeichen oder eine Nutzung von Signaltafeln.

Im weiteren Verlauf der Dissertation wird auf Freistrahlsysteme nicht mehr gesondert eingegangen, da der Schwerpunkt auf der Simulation von Glasfasersystemen liegt. Es sei jedoch darauf hingewiesen, dass Betrachtungen zur Thematik der Multiple-Input-Multiple-Output-Systeme (vergleiche Kapitel 2.7.4) analog auf den Bereich der Freistrahübertragung und Funkübertragung übertragen werden können, wo MIMO-Systeme bereits seit einigen Jahren untersucht und eingesetzt werden. Auch die Betrachtungen der Abschnitte zu den Themengebieten der digitalen Signalverarbeitung und der optischen Entzerrer (Kapitel 2.7) lassen sich auf Freistrahlsysteme übertragen. Die in Kapitel 2.8 vorgestellten Optimierungsalgorithmen, die verwendet werden können, um einen optimalen Satz an Filterkoeffizienten zu bestimmen, können ebenfalls ohne grundlegende Änderungen verwendet werden und sind nicht von der Art der Signalübertragung abhängig.

### 2.1.1. Optische Glasfaserübertragungssysteme

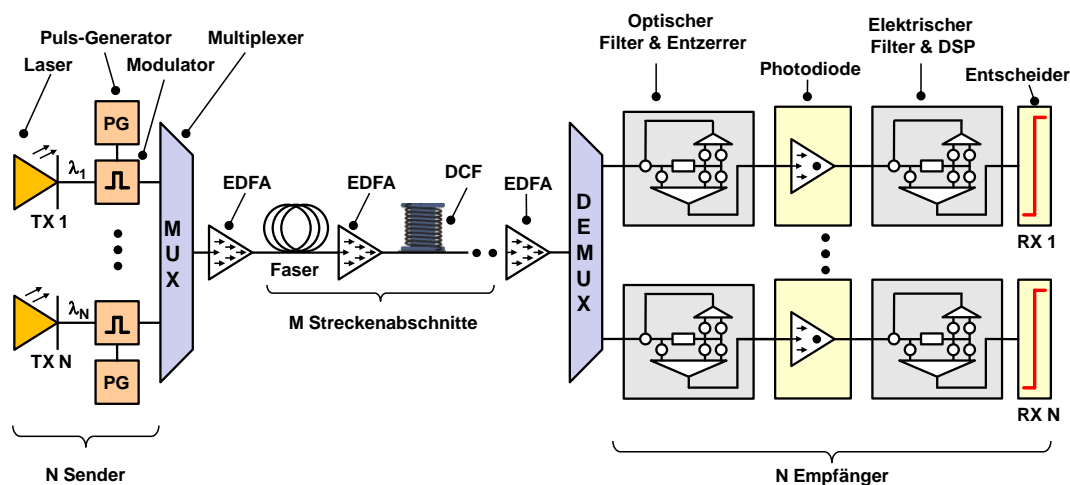


Abbildung 2.2. Blockdiagramm eines optischen Glasfaser-Übertragungssystems im Wellenlängenmultiplexbetrieb nach [36,37]. Nicht eingezeichnet sind Verzweigungen des Netzes, die mit Hilfe von rekonfigurierbaren Add/Drop-Multiplexern, bzw. wellenlängenselektiven Schaltern realisiert werden können.

In diesem Abschnitt werden die Grundlagen optischer Glasfasersysteme vorgestellt. Ein Vergleich zwischen Metro- und Weitverkehrsnetzen erfolgt in Abschnitt 2.1.2. Einen schematischen Überblick über ein optisches Glasfaser-Übertragungssystem bietet Abbildung 2.2 nach [36,37]. Ein Laser dient als optische Quelle und erzeugt ein Trägersignal, auf das ein Datensignal mit Hilfe eines Modulators aufgeprägt wird. Dabei werden typischerweise Halbleiterlaser, bzw. Laser mit verteilter Rückkopplung (engl.: Distributed feedback laser, DFB) verwendet. Die Trägerfrequenz eines Kanals wird bestimmt durch die Materialeigenschaften des Wellenleiters:

Als Wellenleiter eignen sich Glasfasern hervorragend für den Einsatz in optischen Übertragungssystemen. Neben den geringen Fertigungskosten einer Glasfaser ist vor allen Dingen ihre geringe Dämpfung pro Länge als Vorteil zu nennen, die eine Übertragung über mehrere hundert Kilometer überhaupt erst möglich macht. Es existiert eine Vielzahl von Glasfasertypen, die jeweils für ein unterschiedliches Anforderungsprofil ausgelegt sind, das wiederum von dem Anwendungsbereich abhängt, in dem Glasfasern eingesetzt werden sollen. Häufig werden so genannte „Standard-Einmodenfasern“ eingesetzt, deren physikalische Eigenschaften sich anhand der Kenngrößen in Tabelle 1 charakterisieren lassen. Eine detaillierte Beschreibung der mit den Kenngrößen verknüpften Eigenschaften einer Glasfaser sowie der möglicherweise auftretenden Störeffekte erfolgt in Abschnitt 2.4. Neben der SSMF werden auch andere Fasertypen eingesetzt, etwa dispersionsverschobene Fasern (engl.: Dispersion-shifted fiber, DSF) oder dispersionskompensierende Fasern.

Tabelle 1. Übersicht über typische Parameterwerte einer Standard-Einmodenfaser nach den Richtlinien von [38].

Parameter	Für Wellenlänge	Wert und Einheit
Dämpfungskoeffizient $\alpha$	1530-1565 nm	0,28 dB/km
Dispersionskoeffizient $D$	1550 nm	17 ps/(nm · km)
Dispersionssteigung $S$	1550 nm	0,056 ps/(nm <sup>2</sup> · km)
Max. PMD-Koeffizient $p$	1550 nm	0,5 ps/ $\sqrt{\text{km}}$
Modenfelddurchmesser	1310 nm	8,6 bis 9,5 $\mu\text{m}$
Manteldurchmesser	alle	125,0 $\pm$ 1 $\mu\text{m}$

In allen Fällen definieren die Kenngrößen der jeweiligen Glasfaser die Randbedingungen, unter denen die Übertragung optischer Signale bei geringen Verlusten möglich ist. Entscheidend sind dafür sowohl das spektrale Dämpfungsprofil der jeweiligen Faser als auch der Dispersionsverlauf. Aus diesen Profilen ergeben sich die so genannten „Übertragungsbänder“, also Frequenz-, bzw. Wellenlängenbereiche, in denen sowohl der Dämpfungs- als auch der Dispersionsverlauf für die Übertragung optischer Signale möglichst günstig sind. Die Internationale Fernmeldeunion hat diese Übertragungsbänder in ihren Standards in feste Wellenlängen-, bzw. Frequenzraster eingeteilt [10, 11]. Für Metro-Netzwerke sind die Raster des CWDM (engl.: Coarse WDM) und des DWDM (engl.: Dense WDM) relevant (siehe [11], Seite 86). Genutzt werden dafür vorwiegend das C-Band von 1530 bis 1565 nm und das L-Band von 1565 bis 1625 nm [11].

Im WDM-Betrieb wird die Sender-Struktur für  $K$  Sender mit  $K$  unterschiedlichen Frequenzbändern implementiert, deren Signale dann in einem Multiplexer zusammengeführt und in eine einzelne Glasfaser eingekoppelt werden. Mit Hilfe von optischen Verstärkern lässt sich das optische WDM-Signal so verstärken, dass es über einen Streckenabschnitt von ca. 80-100 km Länge übertragen werden kann, bevor eine erneute Verstärkung notwendig wird. Häufig werden dazu Erbium-dotierte Faserverstärker (engl.: Erbium-doped fiber amplifier, EDFA) verwendet, aber auch Raman-Verstärker, Brillouin-Verstärker oder parametrische Verstärker können eingesetzt werden [39]. Eine Abfolge von EDFA, Übertragungsfaser und einer DCF zur Kompensation der akkumulierten chromatischen Dispersion (vgl. Abschnitt 2.4.2) bildet einen Übertragungsabschnitt (engl.: Span), wobei mehrere Abschnitte kaskadiert werden können, um eine gewünschte Systemlänge zu erreichen. Die mögliche maximale Systemlänge hängt dabei von einer Vielzahl von Parametern ab; vorrangig wird sie durch das Rauschen begrenzt, bzw. durch einen minimal benötigten optischen Signal-zu-Rausch-Abstand, bei dem sich das Signal noch quasi-fehlerfrei detektieren lässt. Rauschen wird an mehreren Stellen des Systems zum Signal hinzugefügt [40]; die Hauptquellen stellen dabei die Verstärker im System dar: Dort kommt es zur spontanen Emission von Photonen mit zufälliger Phase, Polarisation und Richtung, die sich mit den eigentlichen Signalphotonen als Rauschen überlagern [39, 41]. Diese spontan emittierten Photonen können in nachfolgenden Verstärkerkomponenten auch verstärkt werden - man spricht in diesem Fall von einer verstärkten spontanen Emission (engl.: Amplified spontaneous emission, ASE), wodurch es zu einer Abnahme des OSNR kommt.

Zwischen den einzelnen Streckenabschnitten können optische Abzweigknoten eingesetzt werden (nicht in Abb. 2.2 eingezeichnet), um einzelne Wellenlängen mit anderen (Teil-)Netzen verschalten zu können [36]. Diese bestehen aus einem optischen Kreuzverteiler (engl.: Optical cross-connect, OXC oder OCC) und einem rekonfigurierbaren „Add-/drop Multiplexer“ (engl.: ROADM) und können einzelne Wellenlängen dem WDM-Signal hinzufügen oder aus diesem entfernen. Am Ende der optischen Übertragungsstrecke wird das WDM-Signal durch einen Demultiplexer in die einzelnen  $N$  Kanäle aufgeteilt und trifft nach einer optischen Filterung zur Begrenzung der Rauschbandbreite und Entzerrung auf die Empfängerstruktur. Dabei werden für Signale mit Amplitudenmodulation Direktempfänger und für Signale mit Phasen- oder Quadraturamplitudenmodulation kohärente Empfänger verwendet, auf deren Aufbau in Abschnitt 2.2 eingegangen wird. Beide Empfängertypen wandeln das optische Signal mit Hilfe von Photodioden in ein elektrisches um, welches mit Hilfe eines Analog-Digital-Wandlers diskretisiert wird. Eine Taktrückgewinnung wird benötigt, um einen Entscheider so anzusteuern, dass dieser das elektrische

Signal jeweils zu den Symbolmitten abtasten und eine Symbolentscheidung treffen kann. Optional folgen in der elektrischen Ebene bereits nach der Photodiode weitere Komponenten, um eine digitale Signalverarbeitung (engl.: Digital signal processing, DSP) durchführen zu können. Mit Hilfe von DSP lässt sich beispielsweise eine elektrische Filterung und Entzerrung des vorher diskretisierten Signals erzielen [42]. In Abb. 2.2 sind alle DSP-Komponenten für eine bessere Übersicht zu einer einzigen Komponente zusammengefasst worden; der detaillierte Aufbau ist in Abbildung 2.8 auf Seite 21 dargestellt.

Als Maß für die Qualität der Übertragung lässt sich am Empfänger die Bitfehlerquote bestimmen, wenn eine am Empfänger bekannte Sequenz gesendet und detektiert wird. Sie ist definiert über

$$BER = \frac{N_{fehlerhaft}}{N_{gesamt}}, \quad (2.1)$$

wobei  $N_{fehlerhaft}$  und  $N_{gesamt}$  die Anzahl der fehlerhaften, bzw. aller Bits bezeichnen. Die BER eines Systems ist von vielen Größen abhängig - neben linearen und nichtlinearen Störeffekten kann es auch durch einen zu geringen OSNR dazu kommen, dass der Entscheider eine falsche Symbolentscheidung trifft, was je nach Modulationsformat in einem oder mehreren Bitfehlern resultieren kann. Durch den Einsatz einer vorwärtsgerichteten Fehlerkorrektur lassen sich einzelne Bitfehler korrigieren und somit deutlich niedrigere Post-FEC-Fehlerraten erzielen. Bekannte FEC-Schemata werden unter anderem in [43–46] im Detail vorgestellt.

### 2.1.2. Metro-Übertragungssysteme

Ein Schwerpunkt der Arbeit liegt in Untersuchungen von Metro-Übertragungssystemen. In der hier verwendeten Definition handelt es sich um optische Übertragungssysteme deren Länge vom „Metro-Bereich“ bis in den Bereich regionaler Netze reicht. Diese Netze finden sich überwiegend in Ballungszentren und zwischen benachbarten Großstädten oder Regionen, zwischen denen viele Daten übertragen werden und werden in der Literatur auch allgemein als „Metro-Netze“ bezeichnet [47, 48].

Die Länge eines Streckenabschnitts in Metro-Übertragungssystemen wird hier mit Werten zwischen 80 und 100 km angenommen. Danach erfolgt eine Verstärkung des optischen Signals mit Hilfe von Erbium-dotierten Faserverstärkern und gegebenenfalls die Durchführung einer Dispersionskompensation mit DCFs, bzw. Faser-Bragg-Gittern (s.u.).

Aufgrund eines hohen Preisdrucks im Bereich der Metro-Übertragungssysteme ist es wünschenswert, dass die verwendeten Komponenten möglichst kostengünstig herzustellen und zu betreiben sind [47]. Es bietet sich daher an, für diese Systeme intensitätsbasierte Modulationsformate zu verwenden, die im Vergleich zu Formaten wie einer Phasen- oder Quadraturphasenumtastung mit weniger optischen Komponenten auf der Sender-, bzw. auf der Empfängerseite auskommen und somit kostengünstiger sind. In Kapitel 2.2 werden zwei dieser Formate vorgestellt - (N)RZ-ASK (engl.: (Non-)return to zero-amplitude shift keying) und Duobinär.

Auf der Empfängerseite von Metro-Systemen können dann einfache Direktempfänger (engl.: Direct detection) eingesetzt werden (siehe Abschnitt 2.2.5), die gegenüber einem kohärenten Empfänger (siehe Abschnitt 2.2.6) weniger optische Bauteile benötigen.

Lineare Störeffekte, die im Bereich der Metro-Übertragungssysteme auftreten, werden in Kapitel 2.4 besprochen. Zur Dispersionskompensation werden üblicherweise DCFs oder die in Abschnitt 2.5 vorgestellten Faser-Bragg-Gitter eingesetzt [25, 27]. Im letzteren Fall kann es dazu kommen, dass durch den Einsatz von FBGs die Signalqualität durch Gruppenlaufzeitschwankungen (siehe Abschnitt 2.4.5) reduziert wird.

Zudem kann es vorkommen, dass im Metro-Bereich auch ältere Fasern verlegt wurden, die eine höhere Polarisationsmodendispersion aufweisen, was sich nachteilig auf die Signalqualität auswirken kann. Polarisationsabhängige Dämpfung kann ebenfalls eine Rolle spielen - auch in Kombination mit PMD-Effekten [49]. Der Einfluss dieser Effekte auf die Signalqualität wird in Abschnitt 3 ausführlich untersucht.

Modendispersion spielt in Metro-Übertragungssystemen nur dann eine Rolle, wenn tatsächlich Mehrmodenfasern eingesetzt werden (vergleiche Abschnitt 2.6), was derzeit noch nicht der Fall ist. Dann kann es, wie beim Einsatz von Mehrkernfasern, auch zu einem kohärenten Kanalübersprechen kommen. Diese Übersprecheffekte werden ebenfalls in Abschnitt 3 ausführlich untersucht und diskutiert. Nichtlineare Störeffekte wie zum Beispiel Vierwellenmischung, Selbstphasenmodulation oder Kreuzphasenmodulation [50] spielen in der Glasfaser nur dann eine Rolle, wenn die Eingangsleistungen der Sender entsprechend hoch gewählt werden, was jedoch aufgrund der meistens eher kürzeren Längen der Streckenabschnitte eines Metro-Netzwerkes nicht üblich ist. Zudem hängt die Stärke der nichtlinearen Effekte von einer Vielzahl von Parametern ab, wie zum Beispiel den Fasereigenschaften (Modenfelddurchmesser, etc.) und der Anzahl der Streckenabschnitte.

Wie in Abschnitt 3 gezeigt wird, kann eine Akkumulation verschiedener Störeffekte in Metro-Übertragungssystemen dazu führen, dass sich die Signalqualität messbar verschlechtert. In bestimmten Fällen kann dies sogar dazu führen, dass keine Detektion des Signals am Empfänger mehr möglich ist. Zwar ist es generell möglich, die Auswirkungen dieser Störeffekte mit Hilfe eines kohärenten Empfängers und DSP zu reduzieren [42,51]. Dieser Ansatz würde jedoch zusätzliche optische und elektrische Komponenten benötigen (s.o.). Zudem wachsen sowohl der Hardware-Realisierungs- als auch der Energie-Aufwand mit einer steigenden Bit-, bzw. Symbolrate. Aus diesen Gründen wird in Abschnitt 2.7 untersucht, ob optische FIR- und IIR-Filter eine potentiell kostengünstige und energieeffiziente Alternative zu elektrischen Filtern und digitaler Signalverarbeitung darstellen.

### 2.1.3. Weitverkehrssysteme

Während bei Metro-Netzen typischerweise eine Länge von weniger als 1000 km vorliegt, können Weitverkehrsnetze Längen von mehreren tausend Kilometern erreichen. Ein Beispiel dafür sind Transatlantik-Kabel, die Europa und Nordamerika miteinander verbinden [52].

Der finanzielle Aufwand, ein Unterseekabel zu verlegen, ist höher, als dieselbe Strecke an Glasfasern an Land zu verlegen - Verstärkerkomponenten müssen für jeden Streckenabschnitt in das Kabel integriert werden und das Kabel muss gut isoliert sein, damit kein Salzwasser in die Fasern eindiffundieren kann. Aus Kostengründen ist es daher attraktiver, einige wenige Kabel mit möglichst vielen Fasern zu verlegen und diese dafür in Hinblick auf ihre Datenkapazität möglichst optimal auszunutzen. Auch aus diesem Grund hat sich für derzeitige Weitverkehrsnetze das Modulationsformat der Quadraturphasenumtastung, bzw. äquivalent der Quadraturamplitudenmodulation (engl.: Quadrature amplitude modulation, QAM) als de facto Standard etabliert [14, 17], welches im Vergleich zum NRZ-OOK oder Duobinär-Modulationsformat über eine höhere spektrale Effizienz verfügt. QPSK, bzw. QAM werden in Abschnitt 2.2.3 im Detail vorgestellt. Der Einsatz von QPSK/QAM erfordert eine im Vergleich mit Duobinär oder NRZ kompliziertere Struktur des Senders und Empfängers, doch durch die kohärente Detektion (vgl. Abschnitt 2.2.6) liegen am Empfänger Amplituden- und Phaseninformation des Signals vor und können auch für eine anschließende digitale Signalverarbeitung genutzt werden.

Aufgrund der deutlich größeren Systemlänge kann sich über die Gesamtstrecke des Weitverkehrssystems eine größere Akkumulation von Störeffekten bilden. Dies gilt zum Beispiel für Dispersion (siehe Abschnitt 2.4.2) und PMD (siehe Abschnitt 2.4.3). Eine größere Anzahl von Streckenabschnitten erfordert gleichzeitig eine höhere Anzahl von Verstärkern, die jeweils Rauschen zum Signal hinzufügen und dadurch den OSNR verringern. Somit müssen Systeme für größere Streckenlängen anders ausgelegt werden als Systeme für kürzere Streckenlängen.

Wie in Abschnitt 3 gezeigt wird, lassen sich die auftretenden linearen Störeffekte durch den Einsatz von elektrischer Filterung und DSP deutlich reduzieren. Durch eine höhere Eingangsleistung der Sender, beziehungsweise eine größere Anzahl an Streckenabschnitten eines Weitverkehrssystems im Vergleich zu einem Metro-System können auch nichtlineare Effekte auftreten, welche die Signalqualität negativ beeinflussen können [50]. Diese können zudem auch mit linearen Störeffekten in Wechselwirkung treten.

Eine zusätzliche Betrachtung nichtlinearer Effekte würde jedoch den Rahmen dieser Arbeit überschreiten, weshalb diese im weiteren Verlauf nicht gesondert betrachtet werden.

Neben dem bereits erwähnten Einsatz von höherstufigen Modulationsformaten mit einer höheren spektralen Effizienz, wird aktuell auch in Weitverkehrssystemen der Einsatz von MMF und MCF anstelle der SSMF untersucht [18–20, 53, 54]. Hier ergeben sich dieselben grundlegenden Schwierigkeiten wie bei den Metro-Netzwerken durch ein kohärentes Kanalübersprechen zwischen den einzelnen Kanälen, bzw. Moden. Diese Systeme werden in Abschnitt 3 untersucht. Hier bietet sich eine potentiell kosten- und energieeffiziente Lösung mit Hilfe optischer Filterung in einem Multiple-Input-Multiple-Output-System (engl.: MIMO) an. Dieser Lösungsvorschlag wird in Abschnitt 2.7.4 vorgestellt; eine detaillierte Untersuchung und Diskussion des Ansatzes folgt in Abschnitt 3.6. Dabei wird auch die Interaktion zwischen PMD und Übersprechen berücksichtigt.



## 2.2. Modulationsformate und Empfänger

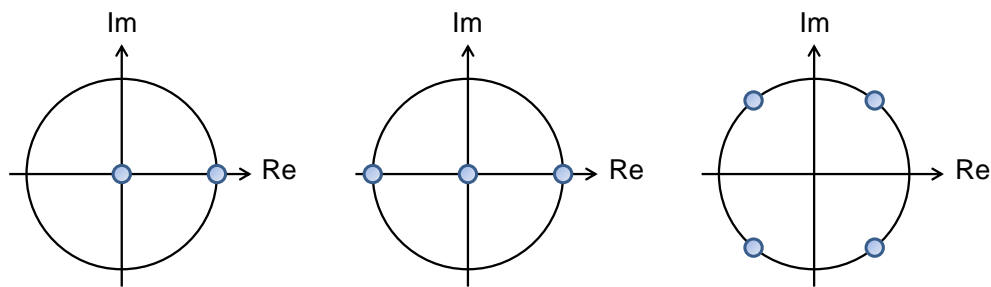


Abbildung 2.3. Konstellationsdiagramme nach [37] für die Modulationsformate 2-ASK (links), duobinär (mittig) und 4-QAM, bzw. QPSK (rechts). Auf der x-Achse ist jeweils der Real- und auf der y-Achse der Imaginär-Teil der Amplitude für das jeweilige Symbol aufgetragen.

### 2.2.1. Amplitudenmodulation und On-Off-Keying

Bei einer Amplitudenmodulation (engl.: Amplitude-shift keying, ASK) wird die Amplitude eines Datensignals zeitlich moduliert, wobei jedes Symbol durch einen diskreten Amplitudenwert bestimmt wird. Eine  $N$ -ASK entspricht einer  $N$ -stufigen Amplitudenmodulation, wobei sich mit  $N$  Stufen  $M$  Bits mit  $M = \text{ld}(N) \equiv \log_{10}(N)/\log_{10}(2)$  codieren lassen. Die einfachste Form der Amplitudenmodulation entspricht einer 2-ASK und wird durch das so genannte „Ein- und Ausschalten“ (engl.: On-off keying, OOK) beschrieben: Die Signalquelle wird für das Senden eines „1-Symbols“ eingeschaltet und für das Senden eines „0-Symbols“ ausgeschaltet. Es existieren dabei zwei Amplitudenstufen (0 und  $A$ ) und pro Symbol kann ein Bit codiert werden. Das Konstellationsdiagramm einer 2-ASK ist exemplarisch links in Abb. 2.3 dargestellt.

Auch die Pulsformung und die Übergänge zwischen den Symbolen können für ein Modulationsformat unterschiedlich definiert werden. Beim OOK werden die Fälle des Übergangs mit und ohne Rückkehr zum „0-Symbol“ unterschieden (engl.: Return to zero, RZ und non-return to zero, NRZ). Beim RZ-Verfahren wird die Amplitude beim Übergang zwischen zwei Symbolen immer auf Null reduziert; beim NRZ-Verfahren geschieht dies hingegen nicht (vgl. Abb. 2.4).

Der Sender eines ASK-Systems kann zum Beispiel durch den Aufbau links in Abb. 2.5 realisiert werden [40] und besteht aus einem Dauerstrichlaser (engl.: Continuous wave, CW) zur Generierung des Trägers, einem elektrischen Signalgenerator, der die Symbolfolge erzeugt und einem Mach-Zehnder Modulator (engl.: Mach-Zehnder modulator, MZM), der die Symbolfolge auf das Trägersignal aufprägt. ASK-Systeme werden häufig in Metro-Verkehrsnetzen in der 2-ASK-Variante eingesetzt - vgl. Abschnitt 2.1.2. Die Detektion von ASK-Signalen erfolgt gewöhnlich per Direktempfänger (siehe 2.2.5), da lediglich die Amplitude, bzw. Intensität des Signals detektiert werden muss.

### 2.2.2. Duobinäre Modulation

Das duobinäre Modulationsformat (engl.: (Optical) duobinary, (O)DB) wird zur Klasse der „korrelativen Modulationsformate“ gezählt<sup>7</sup> [37]. Es verwendet eine Korrelation zwischen der Phase des optischen Signals und den zu sendenden Datenbits: Beim duobinären Datenformat tritt ein Phasensprung auf, falls eine ungerade Anzahl an 0-Bits zwischen zwei aufeinander folgenden 1-Bits auftritt [37]. Im Vergleich zu einer (N)RZ-OOK verfügt ODB über eine höhere Filtertoleranz des Spektrums, wodurch eine höhere

<sup>7</sup>Duobinär wird manchmal in der englischsprachigen Literatur auch als „Phase-shaped binary transmission“ (PSBT) oder „Phased amplitude-shift signaling“ (PASS) bezeichnet, obwohl diese Termini sich genau genommen auf eine allgemeinere Form von ODB beziehen [37].

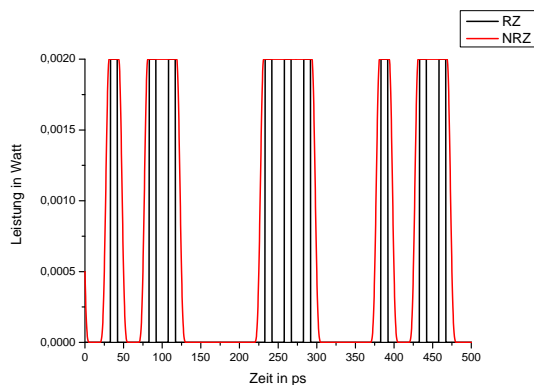


Abbildung 2.4. Exemplarischer Vergleich zwischen dem zeitlichen Leistungsverlauf eines NRZ- und RZ-modulierten 2-ASK-Datensignals bei einer Bitrate von 112 GBit/s. Beim RZ-Format erfolgt z.B. auch für eine Folge von mehreren 1-Symbolen ein Übergang zur Null, was bei NRZ nicht der Fall ist. Zur besseren Übersicht wurde der Roll-Off-Faktor beider Signale unterschiedlich gewählt.

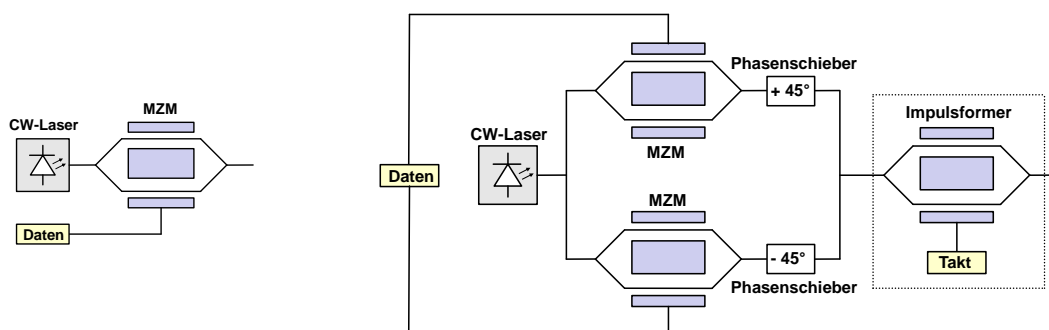


Abbildung 2.5. Aufbau verschiedener Senderstrukturen nach [37, 40]. Links: Aufbau eines Senders für ASK- und Duobinär-Signale. Rechts: Sender eines QPSK-Systems; die Komponenten innerhalb des gestrichelten Kastens können optional verwendet werden, um ein RZ-Signal zu generieren.

Toleranz gegenüber chromatischer Dispersion oder Polarisationsmodendispersion erreicht wird [37, 55], vergleiche auch Abb. 3.5. Das Konstellationsdiagramm von ODB ist mittig in Abb. 2.3 dargestellt. Das duobinäre Modulationsformat lässt sich ebenfalls mit der Senderstruktur eines ASK-Senders, wie links in Abb. 2.5 gezeigt, realisieren. Ein Unterschied besteht in der Ansteuerung des MZM: Diese kann z.B. wahlweise mit einer „Verzögerungs- und Addierschaltung“ (engl.: Delay and add) oder einer Tiefpassfilterung durchgeführt werden [37]. Trotz der Phasenkorrelation kann ODB per Direktempfänger detektiert werden. Aufgrund seiner im Vergleich zu (N)RZ-OOK höheren Toleranz gegenüber linearen Störeffekten sowie seiner niedrigen Sender- und Empfänger-Komplexität im Vergleich zu Verfahren wie einer Quadraturphasenumtastung (siehe 2.2.4) ist ODB eine potentiell aussichtsreiche Alternative für den Einsatz in Metro-Netzwerken und wird daher in dieser Dissertation auch im Zusammenhang mit einem Einsatz von Faser-Bragg-Gittern zur Dispersionskompensation untersucht.

### 2.2.3. Phasenumtastung

Auch die Phase eines optischen Signals lässt sich zur Informationsübertragung nutzen; dies wird durch eine „Phasenumtastung“ erreicht (engl.: Phase-shift keying, PSK) [37], bei der unterschiedliche Symbole zwar denselben Amplitudenwert, aber unterschiedliche Phasenwerte aufweisen. In heutigen Weitverkehrsnetzen wird bei hohen Datenraten auch das Verfahren der Quadraturphasenumtastung (QPSK) verwendet, bei dem zwei Bits pro Symbol codiert werden [37]. Dieses Signal lässt sich an einem Sender aus zwei PSK-Signalen erzeugen, die um den Phasenwinkel  $\pi/2$  gegeneinander verschoben sind und

überlagert werden [40]. Die Pulsformung des QPSK-Formats wird üblicherweise als RZ-QPSK oder NRZ-QPSK realisiert [14, 56]; auch eine differentielle Codierung kann genutzt werden (DQPSK), um die Toleranz des Modulationsformats gegenüber Signalverzerrungen zu erhöhen [40]. Die Senderstruktur für ein QPSK-System ist rechts in Abbildung 2.5 nach [37] zu sehen: Das Signal eines CW-Lasers dient als Trägersignal und wird mit einem Strahlteiler zwei MZMs zugeführt, die jeweils getrennt voneinander angesteuert werden und den Inphasen-Kanal (I-Kanal), bzw. den Quadratur-Kanal (Q-Kanal) modulieren. Beide Signale werden nun mit Hilfe eines Phasenschiebers um  $+\pi/4$ , bzw. um  $-\pi/4$  gegeneinander verschoben und überlagert, um das in 2.3 dargestellte Konstellationsdiagramm zu generieren. In der Literatur wird das Konstellationsdiagramm auch um eine Phase von  $\pi/4$  gedreht dargestellt, so dass die Konstellationspunkte auf der reellen und imaginären Achse liegen [37, 57].

Eine RZ-Impulsform lässt sich durch Hinzufügen eines optionalen Impulsformers in der Form eines weiteren MZMs realisieren. Da für die Decodierung eines QPSK-Datenstroms die Phaseninformation des Signals benötigt wird, lässt sich dieses Modulationsformat nicht mit einem Direktempfänger detektieren. Stattdessen wird ein kohärenter Empfänger (siehe 2.2.6) benötigt, wobei dieser häufig in Kombination mit digitaler Signalverarbeitung eingesetzt wird. Es bietet sich weiterhin an, ein unterschiedliches Datensignal auf den beiden zueinander orthogonalen Polarisationsachsen zu senden (vgl. 2.4.3) und einen polarisationsaufgelösten kohärenten Empfänger zu verwenden, um die Datenrate des Systems zu verdoppeln. Man spricht in diesem Fall von Polarisationsmultiplexing (PolMux-QPSK), vgl. [14, 17, 56, 58, 59]. Eine PolMux-QPSK wird in der Literatur manchmal auch als „PM-QPSK“, „CP-QPSK“ oder „PDM-QPSK“ bezeichnet [19].

#### 2.2.4. QAM

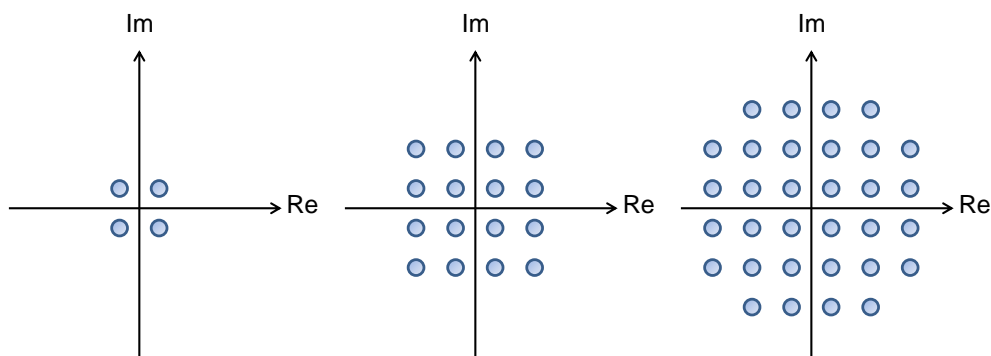


Abbildung 2.6. Konstellationsdiagramme der Modulationsformate 4-QAM (links), 16-QAM (mittig) und 32-QAM (rechts). Die Anordnung für die Symbole wurde jeweils so gewählt, dass alle Symbole zu benachbarten Symbolen denselben Abstand aufweisen.

Die Quadratur-Amplituden-Modulation kann als Kombination einer Amplituden- und Phasenmodulation aufgefasst werden: Die einzelnen Konstellationspunkte in einem QAM-Konstellationsdiagramm unterscheiden sich sowohl in Amplitude als auch Phase voneinander. Für eine  $N$ -QAM lassen sich pro Symbol  $M = \log_2(N)$  Bits codieren. Dabei kann eine sehr hohe spektrale Effizienz erreicht werden [60]. Eine höhere spektrale Effizienz stellt jedoch gleichzeitig höhere Anforderungen an den optischen Signal-zu-Rausch-Abstand des Systems: Soll zum Beispiel ein 64-QAM-Signal die gleiche durchschnittliche Leistung aufweisen, wie ein 4-QAM-Signal, reduzieren sich die Abstände zwischen den Symbolen und ein höherer OSNR wird benötigt, damit das 16-QAM-Signal mit einer hinreichend niedrigen Bitfehlerquote detektiert werden kann. Abbildung 2.6 zeigt die Konstellationsdiagramme für eine 4-, 16- und 32-QAM. Das Konstellationsdiagramm für eine 4-QAM ist mit dem einer QPSK identisch. Im weiteren Verlauf der Dissertation wird stets der Spezialfall der 4-QAM betrachtet, da sich dieses Modulationsformat als „de-facto Standard“ für Weitverkehrsnetze mit einer Datenrate von 40 GBit/s etabliert hat.

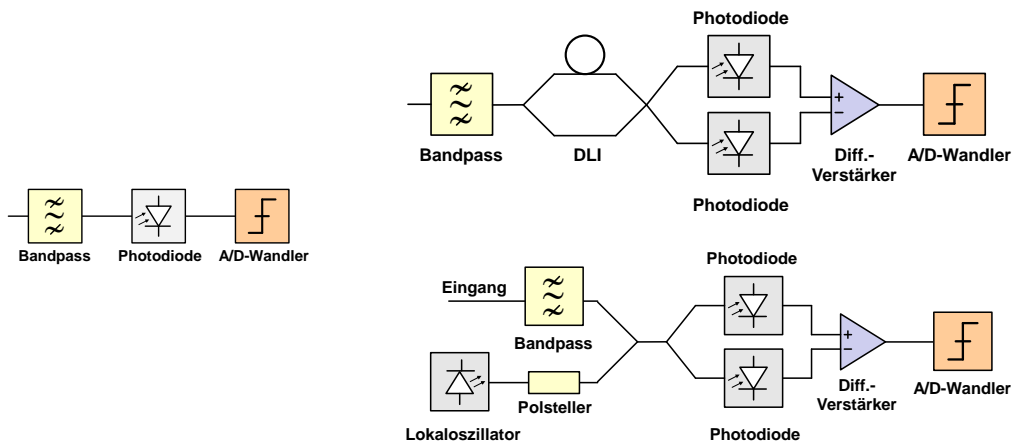


Abbildung 2.7. Unterschiedliche Empfängertypen nach [37, 40, 61]. Links: Direktempfänger, bestehend aus einem optischem Bandpassfilter, Photodiode und ADC. Rechts oben: Kohärenter Empfänger mit Verzögerungsinterferometer; die beiden empfangenen Photoströme werden mit einem Differenzverstärker ausgewertet. Rechts unten: Kohärenter Empfänger mit Lokaloszillator-Laser und Polsteller.

### 2.2.5. Direktempfang

Amplitudenmodulierte optische Signale werden für gewöhnlich mit einem Direktempfänger (engl.: Direct detection) detektiert [37]. Dieser besteht aus einem Bandpassfilter in der optischen Ebene (um die Rauschleistung zu begrenzen), einer Photodiode und einem Analog-zu-Digital-Wandler und ist in Abbildung 2.7 nach [40] dargestellt. Bei Bedarf kann dieser Empfänger auch polarisationsaufgelöst arbeiten, indem ein Polarisator verwendet wird (vgl. Abbildung 3.3 auf Seite 63). In der Photodiode wird das optische Signal in ein elektrisches Signal gewandelt. Der Photostrom ist proportional zum Betragsquadrat des elektrischen Feldes; die Phaseninformation des Signals geht verloren und kann mit einem Direktempfänger nicht detektiert werden.<sup>8</sup> Ein Vorteil des Direktempfängers ist seine geringe Komplexität gegenüber einem kohärentem Empfänger (s.u.), wodurch er sich kostengünstig herstellen lässt und somit auch für den Einsatz in Metro-Netzwerken geeignet ist [61].

### 2.2.6. Kohärenter Empfänger und digitale Signalverarbeitung

Um höherstufige Modulationsformate mit Phasen- oder Quadraturphasenumtastung empfangen zu können, müssen sowohl Amplituden- als auch Phaseninformationen eines Signals detektiert werden. In diesen Fällen wird ein „kohärenter Empfänger“ (engl.: Coherent detection) verwendet [62]. Mit Hilfe eines (polarisationsauflösenden) kohärenten Empfängers lassen sich alle Informationen des optischen Signals (Amplitude, Frequenz, Phase und Polarisation) in die elektrische Ebene überführen [61, 62]. Weiterhin kann der Empfänger optional mit einer sich anschließenden digitalen Signalverarbeitung kombiniert werden, um eine Kompensation von Signalstörungen vorzunehmen. Abbildung 2.7 zeigt rechts unten den Aufbau eines kohärenten Empfängers mit einem Lokaloszillator. Dieser Aufbau lässt sich mit Hilfe von Polarisationsstellern und Polarisationsstrahlteilern leicht erweitern, damit er polarisationsaufgelöst arbeiten kann (vgl. Abbildung 3.3, sowie [61, 62]). Kohärente Empfänger zeichnen sich weiterhin durch eine höhere Rauschtoleranz gegenüber einem Direktempfänger aus [40, 63]. Eine Herleitung der elektrischen Felder beim Einsatz eines kohärenten Empfängers ist in [61, 62] aufgeführt, wobei auch der Fall mit vorhandenem Verstärkerrauschen betrachtet wird.

<sup>8</sup>In der Literatur werden manchmal auch Empfänger mit einem Verzögerungsinterferometer (engl.: Delay line interferometer, DLI) als „Direktempfänger“ bezeichnet, mit denen sich auch die Phaseninformation eines Signals bestimmen lässt [40, 61]. In dieser Dissertation wird jedoch strikt zwischen diesen Empfängertypen und dem eigentlichen „Direktempfänger“, der lediglich aus einer Photodiode besteht, unterschieden.

Alternativ kann ein kohärenter Empfänger auch durch den Einsatz von mindestens einem Verzögerungsinterferometer und jeweils zwei Photodioden realisiert werden, deren Signale differentiell überlagert werden [40, 61]. Für eine  $M$ -PSK werden  $M/2$  DLIs und  $M$  Photodioden benötigt; falls die  $M$ -PSK zusätzlich über  $N$ -Amplitudenstufen verfügt oder Stern-QAM-Signale detektiert werden sollen, wird zusätzlich eine Abzweigung genutzt, um die Leistung zu bestimmen [61]. Ein DLI-Empfänger einer 2-PSK ist rechts oben in Abb. 2.7 dargestellt. Eine weitere Variante zur Bestimmung der Phaseninformation ist ein Aufbau mit  $2 \times 4$   $90^\circ$  Hybriden [61].

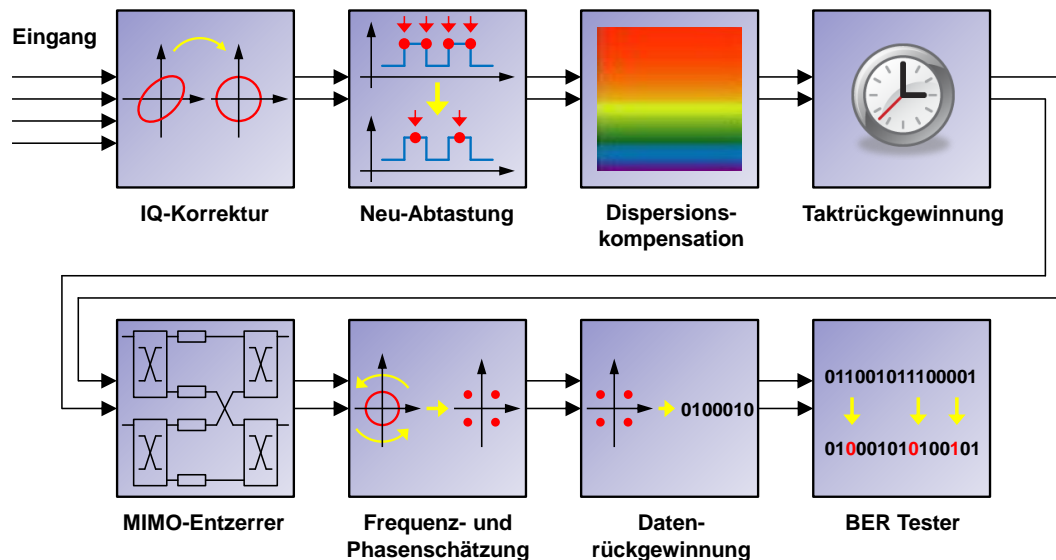


Abbildung 2.8. Blockdiagramm der einzelnen Komponenten der digitalen Signalverarbeitung. Nach der Detektion mit einem polarisationsauflösenden, kohärenten Empfänger werden die I- und Q-Komponenten beider Polarisationsachsen diskretisiert und in einem IQ-Korrektor weiter verarbeitet, um ein mögliches IQ-Ungleichgewicht zu entfernen. Die beiden komplexen Signale beider Polarisierungen werden dann neu abgetastet, die chromatische Dispersion wird entfernt und der Takt des Signals wird zurück gewonnen, bevor eine elektrische Entzerrung mit einem MIMO-Entzerrer vorgenommen werden kann. Danach folgen die Frequenz- und Phasenschätzung sowie die Datenrückgewinnung und die (optionale) Bestimmung der BER.

In Abbildung 2.8 ist das Blockschaltbild für eine digitale Signalverarbeitung am Beispiel des PolMux-QPSK-Modulationsformats dargestellt. Das optische Signal wird mit einem polarisationsaufgelösten kohärentem Empfänger detektiert und mit Hilfe eines Analog-Digital-Wandlers in ein zeit- und amplitudendiskretes Signal umgesetzt. Mit derzeit kommerziell erhältlichen A/D-Wandlern lassen sich Abtastraten von 56 GHz erreichen; dies entspricht bei einer Symbolrate von 28 Gbaud einer Auflösung von zwei Abtastpunkten pro Symbol für ein PolMux-QPSK-Modulationsformat [64, 65].

Das diskrete, elektrische Signal kann nun in den einzelnen DSP-Komponenten weiter verarbeitet werden. Zunächst erfolgt eine Korrektur eines möglichen Ungleichgewichts für den IQ-Kanal [64, 66]: Quadratur- und Inphase-Komponente werden z.B. mit Hilfe des Gram-Schmidt-Verfahrens orthonormiert [64, 67]. Danach erfolgt eine (Neu-)Abtastung (engl.: Resampling) des Signals damit danach die gewünschte Abtastrate des Signals vorliegt, die für nachfolgende Komponenten wie z.B. ein Oszilloskop benötigt wird. Für den Spezialfall, dass bereits nach der A/D-Wandlung die gewünschte Abtastrate vorliegt, kann der Schritt der Neu-Abtastung entfallen.

Es folgt eine Komponente zur Entzerrung der chromatischen Dispersion. Diese kann unabhängig sowohl für die Komponenten der  $x$ - als auch der  $y$ -Polarisation des Signals durchgeführt werden. Eine Kompensation der chromatischen Dispersion kann entweder im Zeitbereich durchgeführt werden, indem das eingehende Signal mit der Sprungantwort eines Filters gefaltet wird, oder im Frequenzbereich durch Multiplikation des Signals mit einer frequenzabhängigen Phasendrehung (letzteres erfordert dann eine Fouriertransformation des Signals in den Frequenzbereich und eine anschließende inverse Fouriertransformation des Signals zurück in den Zeitbereich); siehe dazu auch Abschnitt 2.4.2.

Anschließend wird eine Taktrückgewinnung (engl.: Timing recovery oder clock recovery) durchgeführt. Dadurch werden die Abtastzeitpunkte und die Abtastrate für das diskrete Signal festgelegt [64]. Dies kann zum Beispiel mit Hilfe des Gardner-Algorithmus geschehen [64, 68]. Danach kann ein MIMO-Entzerrer eingesetzt werden, um die zwei komplexen Signale in  $x$ - und  $y$ -Polarisationsrichtung zu entzerren, wobei der Entzerrer in einer Schmetterlingsstruktur aufgebaut ist (vgl. Abschnitt 2.7.4). Mit Hilfe des Entzerrers lassen sich (für ein lineares System) sowohl die Datensignale auf beiden Polarisationshauptachsen korrekt trennen, als auch lineare Störeffekte wie zum Beispiel chromatische (Rest-)Dispersion, Schwankungen im Phasengang oder Polarisationsmodendispersion kompensieren. Eine Bestimmung der Koeffizienten des Entzerrers kann zum Beispiel (für den Fall, dass ein 4-QPSK-Signal vorliegt) mit Hilfe des Verfahrens des konstanten Betrages [42, 64, 69], siehe auch 2.7.5, erfolgen.

Anschließend werden die Trägerphasenschätzung und Trägerfrequenzschätzung durchgeführt; beides wird in der Literatur häufig auch unter dem Begriff der Träger-Rückgewinnung (engl.: Carrier recovery) zusammengefasst [64]. Der Laser des Senders und der Laser des Lokaloszillators des kohärenten Empfängers haben in der Regel nicht dieselbe Phase; dieser Phasenversatz kann jedoch mit Hilfe der Trägerphasenschätzung entfernt werden. Weiterhin kann es vorkommen, dass die Laser des Senders und des Lokaloszillators zueinander einen kleinen Frequenzversatz  $\Delta f$  aufweisen, der ebenfalls kompensiert werden muss. Die Trägerrückgewinnung lässt sich beispielsweise mit einer Phasenregelschleife (engl.: Phase-locked loop, PLL) erreichen [70]. Eine vorwärtsgerichtete Phasenrückgewinnung (engl.: Feedforward carrier recovery) ist ein alternativer Ansatz, mit dem sich eine um bis zu einen Faktor fünf geringere Phasenvarianz erzielen lässt [70].

Es folgt die Datenrückgewinnung der beiden getrennt vorliegenden Symbolströme [64]. Dabei wird zunächst für jedes vorliegende Datensymbol eine Symbolentscheidung getroffen. Das Symbol lässt sich dann wieder in die zugehörige Bitfolge zurückrechnen. Falls Trainingssequenzen eingesetzt werden, kann die erhaltene Bitfolge in einem BER-Tester mit einer bekannten Referenzfolge verglichen werden, um eine Bitfehlerquote zu bestimmen. Alternativ kann auch eine Symbolfehlerquote vor der Zurückrechnung der Symbole bestimmt werden.

Die in Abb. 2.8 gezeigte Abfolge der Komponenten kann variieren - häufig werden die Teilkomponenten zur Datenrückgewinnung und BER-Bestimmung zusammengefasst [64]. Umgekehrt können Phasen- und Frequenzschätzung auch als separate Komponenten aufgefasst werden. Die tatsächlichen Implementierungen der Algorithmen der jeweiligen DSP-Komponenten unterscheiden sich teilweise sehr stark voneinander und können im Rahmen dieser Arbeit nicht im Detail besprochen werden.

## 2.3. Modellierung stochastischer Systeme

In optischen Übertragungssystemen existiert eine Vielzahl von stochastischen Effekten, die die Übertragungsqualität eines Signals beeinflussen können, z.B. das Rauschen von Verstärkerkomponenten oder Photodioden, Polarisationsmodendispersion (siehe Abschnitt 2.4.3), polarisationsabhängige Dämpfung (siehe 2.4.4) oder Gruppenlaufzeitschwankungen bei Faser-Bragg-Gittern (siehe 2.4.5). Solche Systeme lassen sich allgemein mit den mathematischen Methoden der Statistik beschreiben.

Diese Effekte können durch unterschiedlichste Einflüsse hervorgerufen werden - etwa durch Abweichungen von Eigenschaften optischer Bauteile innerhalb der Fertigungstoleranzen beim Herstellungsprozess oder durch Umwelteinflüsse wie zum Beispiel Vibrationen oder Temperaturänderungen. Für einen Systembetreiber ist jeweils relevant, die Parameter eines stochastischen Prozesses möglichst genau zu kennen, um dadurch ein System so auslegen zu können, dass es für ein wählbares Zeitintervall mit einer ebenfalls wählbaren Wahrscheinlichkeit störungsfrei und ohne Ausfälle arbeiten kann<sup>9</sup>.

In allgemeiner Form lässt sich ein solches Problem mit den Methoden der Stochastik folgendermaßen definieren: Betrachtet werde eine  $M$ -dimensionale Zufallsvariable  $\vec{X}$ , die im Folgenden auch als „Observable“ bezeichnet wird - dies kann z.B. die Ausfallwahrscheinlichkeit eines optischen Übertragungssystems sein. Es existiere eine Abbildungsvorschrift eines  $N$ -dimensionalen Vektors  $\vec{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N)$  von Zufallszahlen auf  $\vec{X}$ , d.h.  $\vec{X} = \vec{X}(\vec{\theta})$ . Im Folgenden werde der Spezialfall  $M = 1$  betrachtet. Alle folgenden Betrachtungen haben auch im Fall von  $M > 1$  ihre Gültigkeit; Integrationen müssen dann über alle  $M$  Dimensionen ausgeführt werden. Von Interesse ist die Wahrscheinlichkeit  $P$ , dass  $\vec{X}(\vec{\theta})$  in einem bestimmten Intervall  $[a, b]$  liegt. Diese Wahrscheinlichkeit kann berechnet werden über das Integral 2.2

$$P(X \in [a, b]) = \int_a^b f_X(x) dx, \quad (2.2)$$

wobei  $f_X(x)$  die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (engl.: Probability density function, PDF) der Observablen  $X$  darstellt [71]. Die PDF ist normiert gemäß

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) dx = 1. \quad (2.3)$$

Der Erwartungswert einer Zufallsvariablen  $X$  werde als  $E(X)$  bezeichnet. Er lässt sich über das „erste Moment“ der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion berechnen:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_X(x) dx. \quad (2.4)$$

Lässt sich Gleichung (2.2) nicht analytisch lösen, da die Stammfunktion der PDF nicht bekannt ist, kann das Integral numerisch gelöst werden. Dafür können zum Beispiel deterministische Verfahren wie die Bildung der Riemann-Summe oder die Trapez-Regel verwendet werden [72]. Alternative Ansätze, um Gleichung (2.2) zu lösen, bestehen in der Anwendung von Monte Carlo-Verfahren, die in den nachfolgenden Abschnitten erläutert werden.

<sup>9</sup>Die exakte Ausfallwahrscheinlichkeit hängt dabei von den Anforderungen ab, die an das jeweilige System gestellt werden und können je nach Anwendungsfall stark variieren: So wird zum Beispiel die von einem Dienstleister aus dem Bankensektor geforderte Ausfallwahrscheinlichkeit für ein Serversystem vermutlich geringer sein, als diejenige eines Anbieters für private Internetseiten.

### 2.3.1. Monte Carlo-Simulationen

Ein Integral nach Gleichung (2.2) kann mit Hilfe der sogenannten Monte Carlo-Integrationsmethode gelöst werden [71]: Dazu werden  $n$  gleichverteilte Zufallsvektoren  $\vec{x}_i$  im Intervall  $[a, b]$  bestimmt, in dem das Integral ausgewertet werden soll. Das Integral wird nun über

$$\hat{P} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_X(x_i) \quad (2.5)$$

approximiert. Dieses Verfahren wird auch „direkte Simulation“ genannt und bezeichnet die Approximation einer reellen Zahl  $\chi = P(X \in [a, b])$  durch das arithmetische Mittel einer unabhängigen Folge von identisch verteilten Zufallsvariablen mit dem Erwartungswert  $\chi$  [71, 73–75].

Die Monte Carlo (MC) Methodik wurde in den 1940er und 1950er Jahren von Nicholas Metropolis, John von Neumann und Stanislaw Ulam erstmals auf Computersystemen eingesetzt und einige Jahre zuvor bereits von Hand verwendet [76]. Die hier beschriebene Variante des MC-Verfahrens wird auch als „Standard Monte Carlo“-Verfahren bezeichnet. Ein Vorteil des MC-Verfahrens ist, dass sich mit dieser Methode auch höher-dimensionale Integrale approximieren lassen. Außerdem kann die Monte Carlo-Methode auch verwendet werden, um die in Gleichung (2.2) aufgeführte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $f_X(x)$  zu bestimmen, falls diese nicht bekannt ist. Dabei wird lediglich vorausgesetzt, dass die Rechenvorschrift zur Berechnung der Observable  $X(\vec{\theta})$  bekannt ist<sup>10</sup>. Das MC-Verfahren zur Bestimmung einer Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion lässt sich unter Nutzung des nachfolgend erläuterten Schemas durchführen. Dabei wird die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion durch ein Histogramm angenähert, das über  $q$  diskrete Intervalle verfügt. Während des MC-Prozesses und vor der Normierung des Histogramms sind nur ganzzahlige Histogramm-Werte erlaubt; erst nach der Normierung geht das Histogramm in die gesuchte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion über.

- Initialisiere ein „leeres“ Histogramm  $H_X$  mit einer beliebigen Anzahl  $q$  diskreter Intervalle der Breite  $dx$ . Jedes Intervall erhält dabei den Wert „null“.
- Beginne eine Anzahl von  $n$  Iterationen.
  - Bestimme einen Zufallsvektor  $\vec{\theta}_i$  gleichverteilt über den gesamten Parameterraum  $\Theta$ .
  - Berechne die Observable  $X_i$  in Abhängigkeit von  $\vec{\theta}_i$
  - Bestimme das zugehörige Intervall  $x$  im Histogramm  $H_X$
  - Erhöhe den Wert des Histogramms an der Stelle  $x$  um 1.
- Normiere das Histogramm  $H_X$ , so dass die Integration über das Histogramm den Wert „1“ ergibt (vgl. (2.3)).

Für  $n \rightarrow \infty$  sowie eine unendlich hohe Auflösung des Histogramms ( $q \rightarrow \infty$  und  $dx \rightarrow 0$ ) geht das Histogramm  $H_X(x)$  exakt in die gesuchte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $f_X(x)$  über. Ein Vorteil des MC-Verfahrens ist es, dass sich so numerisch auf sehr einfachem Wege eine Abschätzung für die gesuchte PDF, bzw. die gesuchte Wahrscheinlichkeit  $P(X)$  ermitteln lässt, und dass sich MC-Simulationen sehr leicht parallelisieren lassen. Ein Nachteil des Verfahrens ist, dass unter Umständen eine sehr große Anzahl von Iterationen durchgeführt werden muss, um die unbekannte PDF oder das unbekannte Integral mit gewünschter Genauigkeit zu approximieren. Dies ist insbesondere dann der Fall, wenn diese Verteilung auch Bereiche mit sehr niedrigen Wahrscheinlichkeiten aufweist. Oft sind gerade diese Bereiche einer Wahrscheinlichkeitsverteilung, bzw. Wahrscheinlichkeitsdichte von besonderem Interesse - etwa bei der Berechnung der Ausfallwahrscheinlichkeit eines optischen Übertragungssystems, die möglichst gering ausfallen soll.

Dieser Nachteil des MC-Verfahrens kann durch den Einsatz von Importance Sampling oder Multikanonischen Monte Carlo-Verfahren umgangen werden, wie im nächsten Abschnitt gezeigt wird.

<sup>10</sup>Bei einer experimentellen Anwendung der MC-Methode gilt diese Einschränkung nicht: Die Observable muss lediglich mit Hilfe experimenteller Methoden messbar sein; das zu untersuchende System kann als „Black box“ betrachtet werden.



### 2.3.2. Importance Sampling

Importance Sampling (IS) ist eine Variante des MC-Algorithmus, die versucht, durch den Einsatz von a priori-Wissen die Generierung von „besonders relevanten Werten der Observablen“ zu begünstigen, bzw. vermehrt Observablen zu generieren, die in einem zu untersuchenden Bereich der PDF liegen [71, 73–75, 77, 78]. Ein Beispiel ist die Generierung von Observablenwerten, die nur in Bereichen einer geringen Wahrscheinlichkeitsdichte auftreten und bei einem Standard-MC-Ansatz daher nur sehr selten generiert werden.

Das Importance Sampling-Schema lässt sich wie folgt beschreiben:

- Initialisiere ein leeres Histogramm  $H_X$  mit einer beliebigen Anzahl  $q$  diskreter Intervalle.
- Beginne eine Anzahl von  $n$  Iterationen.
  - Bestimme einen Zufallsvektor  $\vec{\theta}_i$  aus dem gesamten Parameterraum  $\Theta$ . Verwende dafür eine *andere* Verteilungsform, durch die bevorzugt Observablen generiert werden, die in einem interessierenden Bereich der PDF liegen.
  - Berechne die Observable  $X_i$  in Abhängigkeit von  $\vec{\theta}_i$
  - Bestimme das zugehörige Intervall  $x$  im Histogramm  $H_X$
  - Erhöhe das Histogramm an der Stelle  $x$  um die „Likelihood ratio“  $L(\theta)$  (siehe unten).
- Normiere das Histogramm  $H_X$

Dieses Vorgehen unterscheidet sich in zwei Punkten vom MC-Verfahren: Die Komponenten des Zufallsvektors  $\vec{\theta}_i$  werden nicht mehr nach der in der Realität auftretenden Verteilungsfunktion  $p_{real}(\theta)$  über den gesamten Parameterraum bestimmt, sondern anhand einer vorgegebenen, *anderen* Verteilungsform  $p_{neu}(\theta)$ . Mit dieser Verteilungsform werden häufiger  $\vec{\theta}_i$  generiert, mit denen eine Observable in einem interessierenden Teil der PDF erzeugt wird. Welche Verteilungsform diese Bedingung erfüllt, lässt sich durch a priori-Wissen über die Abhängigkeit der Observable vom Zufallsvektor  $\vec{\theta}_i$  herleiten.

Der zweite Unterschied ist, dass durch Vorgabe von  $p_{neu}(\theta)$  die gesuchte  $f_X(x)$  gestört<sup>11</sup> wird. Es muss daher ein Gewichtungsfaktor eingeführt werden, der den Einfluss von  $p_{neu}(\theta)$  kompensiert und mit dem das Histogramm gewichtet wird. Dieser Parameter wird als „Likelihood ratio“  $L(\theta)$  bezeichnet und kann über folgende Beziehung berechnet werden:

$$L(\theta) = \frac{p_{real}(\theta)}{p_{neu}(\theta)}. \quad (2.6)$$

Ein Nachteil des Importance Sampling ist, dass man über das entsprechende a priori-Wissen über die Verteilungsform  $p_{neu}(\theta)$  verfügen muss, was nicht immer der Fall ist. Gleichzeitig ist die Genauigkeit der mit IS erzeugten Verteilung stark davon abhängig, wie gut der jeweilige Ansatz  $p_{neu}(\theta)$  gewählt wurde. Um dies zu überprüfen, bietet es sich an, die per IS erzeugte Verteilung in Bereichen mit hoher Wahrscheinlichkeitsdichte mit einer per Standard-MC-Verfahren erzeugten Verteilung zu vergleichen. Eine solche Prüfung ist allerdings höchstens ein Indikator dafür, ob die PDFs auch in Bereichen niedriger Wahrscheinlichkeitsdichte übereinstimmen.

Es ist weiterhin möglich, mehrere IS-Simulationen mit unterschiedlichen Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Parameter miteinander zu kombinieren, um mit jedem individuellen Ansatz unterschiedliche interessante Bereiche der Verteilung genauer abzutasten [74, 79, 80]. In diesem Fall spricht man von einem so genannten „mehrfachen Importance Sampling“ (engl.: Multiple importance sampling, MIS), vgl. [81, 82]. Entscheidend dabei ist, wie die einzelnen Verteilungen anschließend *im Verhältnis zueinander* gewichtet werden. Es lässt sich zeigen, dass der Einsatz einer „Balance Heuristic“ für den Grenzfall einer großen Anzahl von Iterationen nahezu optimale Ergebnisse liefert [79]. In diesem Fall wird ein zusätzlicher Gewichtungsfaktor  $w_j(\theta)$  für die einzelnen  $J$  Verteilungen nach [74, 79] berechnet:

$$w_j(\theta) = \frac{n_j p_{neu,j}(\theta)}{\sum_{j'=1}^J n_{j'} p_{neu,j'}(\theta)}. \quad (2.7)$$

<sup>11</sup>In der Literatur wird die Verteilungsform  $p_{neu}(\theta)$  daher auch als „Biasing distribution“ bezeichnet [74].

In Gleichung (2.7) bezeichnet  $n_j$  die Anzahl der Iterationsschritte für die  $j$ -te gewählte Verteilungsform  $p_{neu,j}(\theta)$ . Das Histogramm wird für eine MIS-Simulation im Vergleich zu einer IS-Simulation nicht um  $L(\theta)$ , sondern um  $w_j(\theta) \cdot L_j(\theta)$  erhöht. Durch den Ansatz aus Gleichung (2.7) ergibt sich die stärkste Gewichtung für die Bereiche und Verteilungen, in denen die Wahrscheinlichkeit, die Parameterausprägung  $\theta$  zu realisieren, maximal ist [74]. Es sei jedoch erwähnt, dass je nach Problemstellung auch andere Heuristiken gute oder sogar bessere Resultate liefern können [74, 79, 80].

### 2.3.3. Multikanonische Simulationen

Die Methode der multikanonischen Monte Carlo-Simulation (engl.: Multicanonical Monte Carlo, MMC) wurde von Bernd A. Berg und Thomas Neuhaus Anfang der 1990er Jahre entwickelt [83–86], um Phasenübergänge erster Ordnung in Festkörpermodellen effizient simulieren zu können [86]. Eine Anwendung dieser Methode auf die Beschreibung von stochastischen faseroptischen Übertragungssystemen erfolgte erstmals 2002/2003 in der Arbeitsgruppe von David Yevick [87–89].

Das Ziel dieses Verfahrens ist es, den vollständigen Ergebnisraum der Observablen  $X$  abzutasten und somit auch explizit Bereiche zu berücksichtigen, in denen  $X$  mit extrem geringen Wahrscheinlichkeiten auftritt. Das Verfahren wurde so konzipiert, dass auch hochdimensionale Parameterräume abgedeckt werden können, die in komplexen Systemen auftreten können.

Das MMC-Verfahren basiert auf dem folgenden Schema [87]:

- Wähle (zufällig) eine Ausprägung der Systemparameter  $\vec{\theta}$
- Beginne eine Anzahl äußerer Iterationen.
  - Initialisiere zwei zunächst vollständig „flache Histogramme“  $H_1$  und  $H_2$ ; der Wert des Histogramms sei dabei für jedes Intervall gleich - z.B. „1“.
  - Wähle zufällig nach einer Gleichverteilung ein Intervall  $x_{ref}$  aus dem flachen Histogramm  $H_1$  aus.
  - Beginne eine Anzahl innerer Iterationen
    - \* Führe eine zufällige, aber kleine Änderung am Parametersatz durch nach  $\vec{\theta}_{neu} = \vec{\delta} + \vec{\theta}_{alt}$ .
    - \* Berechne die resultierende Observable  $X$  für den aktuellen Parametersatz
    - \* Bestimme das zugehörige Intervall  $x_{test}$  im Histogramm  $H_1$
    - \* Führe den Metropolis-Algorithmus aus mit Histogramm  $H_1$  (siehe unten)
    - \* Erhöhe das Histogramm  $H_2$  an der Stelle  $x_{ref}$  um 1
  - Multipliziere Histogramm  $H_1$  mit  $H_2$ .
- Normiere das Histogramm  $H_1$  und errechne daraus die PDF unter Berücksichtigung der Intervallgrößen

Entscheidend an obigem Ablaufschema sind zwei Punkte: Erstens wird lediglich eine „hinreichend kleine“ Veränderung am gewählten Parametersatz durchgeführt (s.u.). Zweitens wird der Metropolis-Algorithmus benutzt, um das zunächst flache Histogramm zu aktualisieren. Diese Methode wurde 1953 von Nicholas Metropolis, Arianna und Marshall Rosenbluth und Augusta Teller entwickelt [90]. In seiner generalisierten Form wird der Algorithmus auch als „Metropolis-Hastings-Algorithmus“ bezeichnet [91, 92] und verwendet den statistischen Prozess einer Markov-Kette (engl.: Markov chain Monte Carlo, MCMC) in seinem Ablaufschema [91]: Nach der Anpassung des ursprünglichen Parametersatzes durch eine „hinreichend kleine“ Veränderung wird abermals die Observable bestimmt. In der ursprünglichen Fassung wurde anhand der Observable die Gesamtenergie eines untersuchten Festkörper-Molekülsystems untersucht. Wird durch die Veränderung des Parameters die Gesamtenergie des Systems gesenkt, wird der neue Parametersatz übernommen. Andernfalls wurde der neue Parametersatz nur mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit übernommen, falls eine gezogene Zufallszahl im Intervall  $[0, 1]$  einen bestimmten Gewichtungsfaktor unterschreitet [90]. Da der Übergang des Parametersatzes

statistisch abhängig von den vorherigen Iterationen ist, spricht man in diesem Fall von einem Markov-Prozess [93–96].

In der allgemeinen Variante des MMC-Verfahrens wird kein konkreter Parameter wie die Energie eines Systems bestimmt, sondern die Wahrscheinlichkeit, bzw. die Wahrscheinlichkeitsdichte für den jeweiligen Observablenwert, wobei das bisher errechnete Histogramm  $H_1$  als Grundlage für diese Berechnung verwendet wird. Hierbei wird der neue Parametersatz nur dann übernommen, wenn die Wahrscheinlichkeit, bzw. Wahrscheinlichkeitsdichte der Observable im Vergleich zum vorherigen Schritt *abgenommen* hat, um genau diese Fälle im MMC-Schema gezielt zu erzeugen. Auch hier wird ein Zustand mit höherer Wahrscheinlichkeitsdichte mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit  $\zeta$  übernommen, falls gilt:

$$\zeta < \min \left[ 1, H_2(x_{ref})/H_2(x_{test}) \right], \quad (2.8)$$

wobei  $\zeta$  eine im Intervall  $[0, 1]$  gleichverteilte Zufallszahl ist. Ist diese Bedingung erfüllt, wird der neue Parametersatz übernommen und gleichzeitig  $x_{ref} = x_{test}$  gesetzt. Damit entspricht das MMC-Schema für die erste der äußeren Iterationen, deren Gesamtanzahl üblicherweise zwischen 2 und 20 beträgt, einer MC-Simulation, da das Verfahren mit einem flachen Histogramm initialisiert wird. Für spätere Durchläufe dient jeweils das in den bisherigen äußeren Iterationen berechnete Histogramm  $H_1$  als Grundlage.

Die Genauigkeit der mit dem MMC-Verfahren berechneten Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung hängt in besonderem Maße davon ab, wie die Schrittweite für die „hinreichend kleine“ Veränderung am Parametersatz gewählt wird. Dies ist auch gleichzeitig einer der größten Nachteile des MMC-Algorithmus: Da nur selten a priori-Wissen über eine günstige Wahl der Schrittweite bekannt ist, führt dies dazu, dass man zunächst eine geeignete Schrittweite finden muss. Dies lässt sich - ähnlich wie im Fall des Importance Sampling - durch den Vergleich der MMC-Simulationen mit herkömmlichen MC-Simulationen im Bereich hoher Wahrscheinlichkeitsdichten erreichen, wobei es jedoch auch vorkommen kann, dass große Wahrscheinlichkeitsdichten zwar sehr gut, sehr niedrige Wahrscheinlichkeitsdichten hingegen sehr schlecht übereinstimmen. In der Literatur wurden viele Untersuchungen durchgeführt, um die Genauigkeit des Verfahrens analytisch bestimmen und erhöhen zu können [97–104]. Diese Ansätze sind im Vergleich zum Standard-MMC teilweise deutlich komplexer und können im Umfang dieser Arbeit nicht im Detail besprochen und verglichen werden. Eine Ausnahme bildet der Ansatz von Wang-Landau, der im folgenden Abschnitt erläutert wird, da dieser sich für die Bestimmung von Wahrscheinlichkeitsdichten von Zufallsprozessen bei der Simulation von statistischen optischen Übertragungssystemen als sehr robust herausgestellt hat.

#### 2.3.4. Wang-Landau Simulationen

Das Wang-Landau-Verfahren (WL) stellt eine Erweiterung des MMC-, bzw. Metropolis-Ansatzes dar. Es wurde im Jahr 2000/2001 von Fugao Wang und David P. Landau entwickelt [105–108]. Das Ablaufschema ähnelt dem MMC-Algorithmus aus Abschnitt 2.3.3:

- Wähle eine zufällige Ausprägung der Systemparameter  $\vec{\theta}$
- Wähle analog zur „Simulierten Auskühlung“ (vgl. 2.8.1) einen „Auskühlungsparameter“  $f > 1$
- Initialisiere zwei zunächst vollständig „flache Histogramme“  $H_1$  und  $g$ , wobei  $H_1$  ausschließlich „0“ und  $g$  ausschließlich „1“ als Werte enthält.
- Wähle zufällig nach einer Gleichverteilung ein Intervall  $x_{ref}$  aus dem flachen Histogramm  $H_1$  aus.
- Beginne eine Anzahl äußerer Iterationen.
  - Beginne eine Anzahl innerer Iterationen
    - \* Ändere *einen* Systemparameter  $\theta_i$ , der zufällig nach einer Gleichverteilung ermittelt wird. Ermittle den neuen Wert des Parameters ebenfalls nach einer Gleichverteilung.

- \* Berechne die resultierende Observable  $X$  für den aktuellen Parametersatz
  - \* Bestimme das zugehörige Intervall  $x_{test}$  im Histogramm  $g$
  - \* Führe den Metropolis-Algorithmus aus mit Histogramm  $g$  (siehe Abschnitt 2.3.3)
  - \* Erhöhe das Histogramm  $H_1$  an der Stelle  $x_{ref}$  um 1
  - \* Aktualisiere Histogramm  $g$  mit  $g_{neu} = g_{alt} \cdot f$
- Aktualisiere  $f$  nach einem beliebigen Schema, z.B.  $f_{neu} = \sqrt{f_{alt}}$ , so dass  $f \rightarrow 1$ .
- Normiere das Histogramm  $H_2 = H_1 \cdot g$  und errechne daraus die PDF unter Berücksichtigung der Intervallgrößen

Die wichtigsten Unterschiede zum MMC-Ansatz liegen darin, dass beim WL-Ansatz nicht jeder Parameter des Systems mit einer (ggfs. nicht a priori bekannten) Schrittweite modifiziert wird. Stattdessen wird mit Hilfe einer gleichverteilten Zufallszahl nur ein einzelner Parameter bestimmt, dessen Wert unter Annahme einer Gleichverteilung neu ermittelt wird, wodurch das Problem der Schrittweitenbestimmung entfällt.<sup>12</sup> Ein weiterer Unterschied besteht in der Anwendung des Gewichtungsfaktors  $f$ , der in der Regel mit einem Wert  $> 1$  initialisiert wird und sich asymptotisch mit steigender Anzahl äußerer Iterationen an 1 annähert, um das Histogramm  $g$  zu aktualisieren. Für den Grenzfall unendlich vieler Iterationen ist das Histogramm  $H_1$  vollständig flach und  $g$  enthält (nach Normierung) die exakte PDF der gesuchten Observable  $X$ .

Sowohl mit MMC als auch Wang-Landau-Verfahren können extrem niedrige Wahrscheinlichkeitsdichten von  $10^{-50}$  und niedriger mit wenigen Hunderttausend bis wenigen Millionen Iterationen erreicht werden (vgl. Abschnitt 3.3)! Im Rahmen dieser Arbeit hat sich weiterhin herausgestellt, dass eine zu niedrige Anzahl an Iterationen (i.d.R. weniger als 50.000) in bestimmten Fällen *nicht* ausreicht, um in Bereiche niedrigerer Wahrscheinlichkeiten vordringen zu können oder die erhaltenen Wahrscheinlichkeitsdichten in diesen Fällen sehr ungenau sind.

<sup>12</sup>Falls über die Verteilung der einzelnen Parameter sogar noch a priori-Wissen bekannt ist, lässt sich das Verfahren mit der Importance Sampling-Technik kombinieren und die Gleichverteilung wird durch die bekannte oder vermutete Verteilung ersetzt.

## 2.4. Lineare Störeffekte in Glasfasersystemen

In den folgenden Abschnitten werden die linearen Störeffekte in Glasfasersystemen einzeln beschrieben. Für eine noch ausführlichere Beschreibung aller Effekte wird auf die Quellen [41, 49] verwiesen. Die Ausbreitung eines elektromagnetischen Feldes  $A$  in einer Glasfaser lässt sich durch eine homogene, ebene Welle annähern, die sich in  $z$ -Richtung ausbreitet [41]:

$$A(z, t) = \hat{A} \exp(j(\omega t - \beta(\omega)z + \phi)). \quad (2.9)$$

Dabei beschreibt  $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$  die Kreisfrequenz,  $\hat{A}$  den Spitzenwert des Feldes und  $\phi$  ist ein konstanter Phasenversatz. Die Ausbreitung des Feldes wird beschrieben durch die frequenzabhängige Ausbreitungskonstante  $\beta(\omega)$ , die sich durch eine Taylorreihenentwicklung annähern lässt [41, 50]:

$$\beta(\omega) = n(\omega) \frac{\omega}{c} \approx \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}\beta_2(\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{6}\beta_3(\omega - \omega_0)^3 + \dots, \quad (2.10)$$

wobei gilt [41, 50]:

$$\beta_m = \left( \frac{d^m \beta}{d\omega^m} \right)_{\omega=\omega_0}, \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (2.11)$$

Allgemein wird die Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen in (Quarz-)Glasfasern unter Annahme einer Zylindersymmetrie durch die gekoppelte, nichtlineare Schrödingergleichung (NLSE) beschrieben, die man durch Umformungen aus Maxwell-Gleichungen erhalten kann [40, 41, 50]:

$$\frac{\partial E_{\pm}}{\partial z} + \frac{\alpha}{2} E_{\pm} \mp \frac{j}{2} \Delta\beta_0 E_{\pm} \pm \frac{1}{2} \Delta\beta_1 \frac{\partial E_{\pm}}{\partial t} + \frac{j}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 E_{\pm}}{\partial t^2} - \frac{1}{6} \beta_3 \frac{\partial^3 E_{\pm}}{\partial t^3} = j\gamma \left( |E_{\pm}|^2 E_{\pm} + \frac{2}{3} |E_{\mp}|^2 E_{\pm} + \frac{1}{3} E_{\mp}^2 \bar{E}_{\pm} \right). \quad (2.12)$$

Für den Spezialfall, der in dieser Arbeit betrachtet wird, dass keine nichtlinearen Effekte auftreten, entfallen die nichtlinearen Terme in der Gleichung und man erhält die lineare Schrödingergleichung für zwei orthogonal polarisierte Moden:

$$\frac{\partial E_{\pm}}{\partial z} + \frac{\alpha}{2} E_{\pm} \mp \frac{j}{2} \Delta\beta_0 E_{\pm} \pm \frac{1}{2} \Delta\beta_1 \frac{\partial E_{\pm}}{\partial t} + \frac{j}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 E_{\pm}}{\partial t^2} - \frac{1}{6} \beta_3 \frac{\partial^3 E_{\pm}}{\partial t^3} = 0. \quad (2.13)$$

In Gl. (2.12) und (2.13) bezeichnet  $E_{\pm} \equiv E(z, t)_{\pm}$  die elektrische Feldkomponente der schnellen, bzw. langsamen Ausbreitungsrichtung der Polarisation nach Gleichung (2.9) - vgl. auch Abschnitt 2.4.3.  $\alpha$  ist der Dämpfungskoeffizient der Faser in der Einheit Neper. Während die Terme mit den Komponenten  $\Delta\beta_0$  und  $\Delta\beta_1$  die Doppelbrechung der Faser berücksichtigen, beschreiben die Terme mit den Komponenten  $\beta_2$  und  $\beta_3$  den Effekt der Dispersion, bzw. der Steigung der Dispersion (vgl. 2.4.2, sowie [36]). Ein Faktor mit der Komponente  $\beta_1$  taucht in den obigen Gleichungen nicht auf, da sie ein Koordinatensystem beschreiben, das sich gegenüber dem Laborsystem mit der Gruppengeschwindigkeit  $v_g = 1/\beta_1$  bewegt [40, 41].

### 2.4.1. Dämpfung

Die Dämpfung ist ein (in Bezug auf die Signalleistung) linearer Störeffekt, der in Glasfasersystemen auftritt. Sie geht in Gleichung (2.13) in den Dämpfungskoeffizienten der Faser  $\alpha$  ein, doch auch in anderen Komponenten eines optischen Übertragungssystems tritt Dämpfung auf. Diese kann von vielen Einflussfaktoren wie von vorhandenen Spleißstellen und Steckern, aber auch von äußeren Einflüssen wie Temperaturänderungen oder Biege- und Beugeverlusten abhängen [40]. Die Dämpfungswerte einer optischen Komponente des Glasfasersystems können von der verwendeten Frequenz, bzw. Wellenlänge, und der Polarisation abhängig sein [109]. Die polarisationsabhängige Dämpfung wird in Abschnitt 2.4.4 getrennt behandelt.

Die Dämpfung eines Streckenabschnittes eines optischen Übertragungssystems kann beschrieben werden durch [109]:

$$a_{\text{gesamt}} = \alpha_{\text{Faser}} \cdot L + \alpha_{\text{Spleiß}} \cdot x + \alpha_{\text{Stecker}} \cdot y. \quad (2.14)$$

Hierbei ergibt sich die Gesamtdämpfung  $a_{\text{gesamt}}$  aus der mittleren Dämpfung eines Faserabschnitts  $\alpha_{\text{Faser}}$ , der Länge der Faser  $L$ , der mittleren Dämpfung der Faserspleiße  $\alpha_{\text{Spleiß}}$ , der Anzahl der Spleiße  $x$ , der mittleren Dämpfung der Stecker  $\alpha_{\text{Stecker}}$  und der Anzahl der Stecker  $y$ . Wie in [40] gezeigt wurde, kann unter Berücksichtigung des Auftretens von nichtlinearen Effekten auch die Form der stochastischen Dämpfungsverteilung innerhalb einer Glasfaser signifikante Auswirkungen auf die Signalqualität, bzw. die maximale Übertragungreichweite über eine Faser bei einer festen BER haben.

Hohe Dämpfungswerte von optischen Komponenten sind unerwünscht, da eine zu hohe Dämpfung den Einsatz von zusätzlichen Verstärkerkomponenten oder höheren Verstärkungsfaktoren für das System bedingen kann. Durch die Verstärker kommt es zu einer Reduktion des OSNR und damit der Signalqualität.

Tabelle 2. Übersicht über die Dämpfungswerte von häufig in optischen Übertragungssystemen verwendeten Komponenten. Die Angabe bezüglich der Spleißverluste bezieht sich jeweils auf einen Abstand von 2 km zwischen zwei Spleißstellen. Die polarisationsabhängige Dämpfung weiterer Elemente ist in Abschnitt 2.4.4 angegeben.

Komponente	Wellenlänge in nm	Dämpfungswert	Quellenangabe
Glasfaserdämpfung $\alpha_{\text{Faser}}$ (vor 1990)	1551	$0,207 \pm 0,022$ dB/km	[109]
Glasfaserdämpfung $\alpha_{\text{Faser}}$ (um 2000)	1551	$0,194 \pm 0,010$ dB/km	[109]
Glasfaserdämpfung $\alpha_{\text{Faser}}$ (ab 2003)	1551	$0,186 \pm 0,003$ dB/km	[109]
Spleißverlust $\alpha_{\text{Spleiß}}$ (vor 1990)	1551	$0,042 \pm 0,028$ dB	[109]
Spleißverlust $\alpha_{\text{Spleiß}}$ (ab 2000)	1551	$0,019 \pm 0,019$ dB	[109]
Dispersionskompensierende Faser $\alpha_{\text{DCF}}$	1550	0,4 bis 0,6 dB/km	[58, 110]
Faserstecker $\alpha_{\text{Stecker}}$	1550	0,02 bis 0,14 dB	[40]
Wellenlängenselektiver Schalter	1550	3 bis 4 dB	[111]
ROADM, 80 Kanäle	1530-1565	bis zu 15 dB	[111]

Eine Übersicht über die Dämpfungswerte verschiedener Komponenten, die in optischen Übertragungssystemen eingesetzt werden, ist in Tabelle 2 aufgeführt. Im Rahmen dieser Dissertation wird, wenn nicht anders angegeben, davon ausgegangen, dass die verwendeten Glasfasern eine Dämpfungskonstante von  $\alpha_{\text{Faser}} = 0,2$  dB/km aufweisen. Falls sonstige optische Komponenten über eine zusätzliche Einfügedämpfung verfügen, wird dies explizit erwähnt.

## 2.4.2. Chromatische Dispersion

Wie anhand von Gleichung (2.10) und (2.13) zu erkennen, kann die Ausbreitungskonstante  $\beta(\omega)$  in eine Taylorreihe entwickelt werden, wobei üblicherweise Terme bis zur dritten Ordnung berücksichtigt werden, bevor die Reihenentwicklung abgebrochen wird. Die Terme  $\neq 0$  ab der zweiten Ordnung führen zu einer Signalverzerrung, da die Gruppenlaufzeit  $t_g$  eines Impulses abhängig von  $\omega$  ist. Diese Abhängigkeit wird als „chromatische Dispersion“ bezeichnet [41]. Zwei spektrale Komponenten mit einem Abstand  $\Delta\lambda$  um die Mittenwellenlänge  $\lambda_0$  weisen nach einer Wegstrecke der Länge  $L$  einen Laufzeitunterschied von

$$\Delta t_g \approx L \cdot \Delta\lambda \cdot D \quad (2.15)$$

auf [41]. Der Dispersionsparameter  $D$  in dieser Gleichung kann mit Hilfe der Ausbreitungskonstanten berechnet werden über [41]

$$D(\lambda) = \frac{d}{d\lambda} \left( \frac{1}{v_g} \right) = \frac{d\beta_1}{d\lambda} = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2 \approx -\frac{\lambda}{c} \cdot \frac{d^2 n_{\text{eff}}}{d\lambda^2}. \quad (2.16)$$

Aus der Ableitung des Dispersionsparameters  $D$  nach der Wellenlänge kann die Steigung  $S$  der Dispersion berechnet werden mit Hilfe von

$$S(\lambda) = \frac{dD}{d\lambda} = \frac{d^2}{d\lambda^2} \left( \frac{1}{v_g} \right) = \frac{4\pi c}{\lambda^4} (\lambda\beta_2 + \pi c\beta_3). \quad (2.17)$$

Hierbei bezeichnet  $n_{eff} = \beta/k = \beta \cdot c/\omega$ , die effektive Brechzahl, die mit dem effektiven Gruppenindex  $n_{eg}$  über

$$n_{eg} = n_{eff} - \lambda \frac{dn_{eff}}{d\lambda} \quad (2.18)$$

zusammenhängt. Der Dispersionsparameter setzt sich aus zwei Summanden zusammen - der Wellenleiterdispersion  $D_W$  und der Materialdispersion  $D_M$  [41],

$$D(\lambda) = D_M + D_W = \underbrace{-\frac{\lambda}{c} \cdot \frac{d^2 n_m}{d\lambda^2}}_{D_M} - \underbrace{\frac{n_k - n_m}{c\lambda} \cdot V \frac{d^2(V \cdot B)}{dV^2}}_{D_W}. \quad (2.19)$$

wobei  $n_k$  und  $n_m$  die Kern- und Mantelbrechzahl der Stufenfaser definieren.  $V = \frac{2\pi}{\lambda} a \sqrt{n_k^2 - n_m^2}$  bezeichnet den Faserparameter mit Kernradius  $a$  und  $B$  den Phasenparameter [41]. Betrachtet man zunächst ein System *ohne* Materialdispersion, so lässt sich die Phasenkonstante  $\beta$  über der Wellenzahl  $k$  auftragen für den Grundmodus  $HE_{11}$ , bzw.  $LP_{01}$ , was links in Abbildung 2.9 dargestellt ist. Die Wellenleiterdispersion äußert sich als Krümmung des Verlaufes der Phasenkonstante. Materialdispersion spiegelt die Wellenlängenabhängigkeit der Brechzahl wider. Betrachtet man den allgemeinen Fall, dass sowohl Wellenleiter- als auch Materialdispersion vorliegt (siehe rechts in Abb. 2.9), so ergibt sich für die Randbereiche des Produkts  $n_k k_0$ , bzw.  $n_m k_0$  ein gekrümmter Verlauf, da nun sowohl Kern- als auch Mantelbrechzahl von der Wellenlänge abhängen.

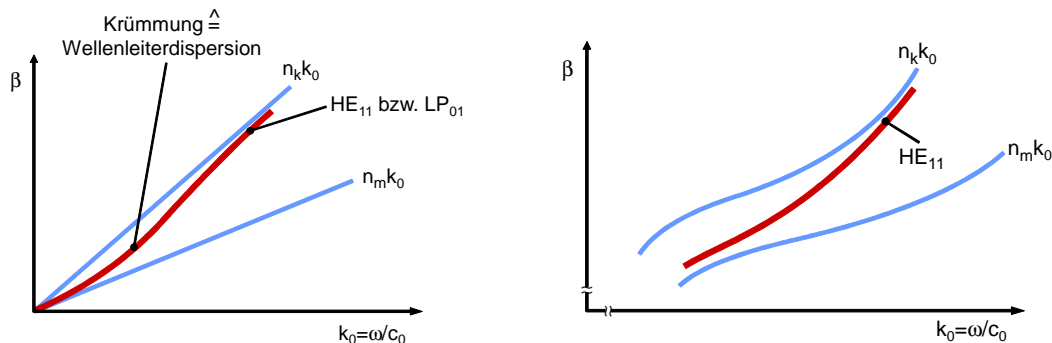


Abbildung 2.9. Links: Verlauf der Phasenkonstante  $\beta$  für einen Wellenleiter ohne Materialdispersion in Abhängigkeit von der Wellenzahl  $k_0$ . Rechts: Verlauf für einen Wellenleiter bei vorhandener Wellenleiter- und Materialdispersion. Abbildungen nach [112].

Wie anhand von Gleichung (2.15) erkennbar ist, nimmt der Laufzeitunterschied zwischen zwei spektralen Komponenten mit zunehmender Entfernung  $L$  zu. Die akkumulierte Dispersion wird über das Produkt  $D \cdot L$  definiert. Je nachdem, ob die Dispersion  $D$  ein positives, bzw. negatives Vorzeichen aufweist, wird diese als anomale, bzw. normale Dispersion bezeichnet [41], wobei diese Definition in der Literatur leider nicht einheitlich ist.

In einer SSMF lässt sich der Effekt der Dispersion veranschaulichen, indem man einen Gauß-Impuls vor und nach der Durchquerung der Faser betrachtet, was in Abbildung 2.10 dargestellt ist. Die unterschiedliche Laufzeit für unterschiedliche Frequenzkomponenten sorgt für ein zeitliches „Zerfließen“ des Impulses. Werden viele Impulse zeitlich schnell hintereinander gesendet, kann es zur Intersymbolinterferenz kommen. Die Auswirkungen der Dispersion sind somit von der Impulsdauer, bzw. der Symbolrate abhängig, bei der ein System betrieben wird.

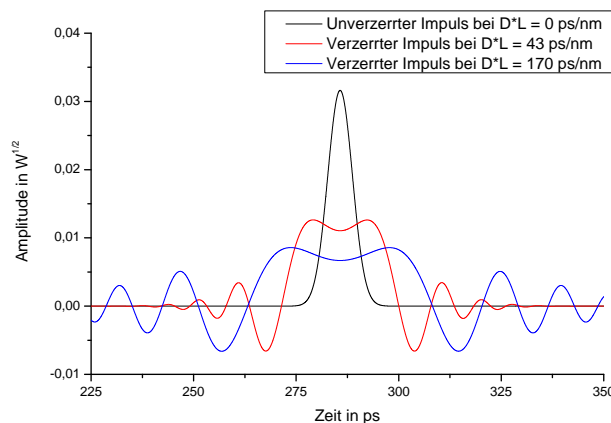


Abbildung 2.10. Signalverzerrungen des Realteils der Amplitude eines Gauß-Impulses mit einer Halbwertsbreite  $T_{FWHM} = 5$  ps durch chromatische Dispersion. Der Impuls durchquert eine SSMF der Länge 2,5 km bzw. 10 km. Der Dispersionsparameter beträgt  $D = 17$  ps/(nm  $\times$  km) und die Steigung des Dispersionsparameters wurde zu  $S = 0,0904$  ps/(nm<sup>2</sup>  $\times$  km) gewählt. Die akkumulierte Dispersion von 43, bzw. 170 ps/nm führt zu einem zeitlichen „Zerfließen“ des Impulses. Der Imaginärteil der Amplitude ist nicht in der Abbildung dargestellt.

In optischen Übertragungssystemen werden die durch Dispersion verursachten Impulsverzerrungen z.B. mit Hilfe von DCFs (vgl. Abschnitt 2.1.1) kompensiert, die eine vom Betrag identische akkumulierte Dispersion mit umgekehrtem Vorzeichen zur akkumulierten Dispersion des Streckenabschnitts aufweisen. Weitere Ansätze zur Dispersionskompensation sind die Verwendung von Faser-Bragg-Gittern (vgl. 2.5), sowie eine Filterung des Signals in der elektrischen oder optischen Ebene, wobei sich anhand analytischer Formeln die Anzahl der benötigten Filterkoeffizienten und ihre Werte errechnen lassen [42]. Im Frequenzbereich lässt sich akkumulierte Dispersion durch eine frequenzabhängige Phasendrehung mit umgekehrtem Vorzeichen direkt kompensieren. Dieses Verfahren bietet sich insbesondere im Zusammenhang mit digitaler Signalverarbeitung an.

### 2.4.3. Polarisationsmodendispersion

In den folgenden Abschnitten wird kurz auf die Thematik der Polarisation elektrischer Felder eingegangen, bevor der Effekt der Doppelbrechung und die dadurch entstehenden Effekte der Polarisationsmodendispersion beschrieben werden. Dabei werden nur die für die Arbeit relevanten Punkte kurz erläutert. Sehr ausführliche Darstellungen dieser Thematik finden sich in [49, 113–122].

#### 2.4.3.1. Polarisation und Polarisationszustände

Eine homogene, ebene Welle besitzt zwei orthogonale elektrische Feldkomponenten transversal zur Ausbreitungsrichtung  $z$ . Diese können beschrieben werden über [49]

$$\vec{E}(z, t) = \sqrt{2} \cdot \text{Re} \left[ \begin{pmatrix} E_x \\ E_y e^{j\delta} \end{pmatrix} e^{j(\omega t - \beta z + \phi_0)} \right]. \quad (2.20)$$

Hierbei stellen  $\omega$  die Kreisfrequenz,  $\beta$  die Ausbreitungskonstante und  $\phi_0$  einen Phasenversatz dar.  $E_x$  und  $E_y$  sind die Amplituden des elektrischen Feldes transversal zur Ausbreitungsrichtung und  $\delta$  ist die Phasendifferenz zwischen beiden Komponenten. Mit dieser Beschreibung lässt sich der zeitliche Verlauf der Spitze des elektrischen Feldvektors in (2.20) darstellen, was exemplarisch in Abbildung 2.11 gezeigt wird. Für den allgemeinen Fall der elliptischen Polarisation ergibt sich eine Ellipsenform. Für den Sonderfall  $\delta = 0$  und  $\delta = \pi$  geht der Verlauf in eine gerade Linie über und man spricht von linearer Polarisation. Für den Spezialfall  $E_x = 0$ , bzw.  $E_y = 0$  handelt es sich um einen vertikalen, bzw. horizontalen



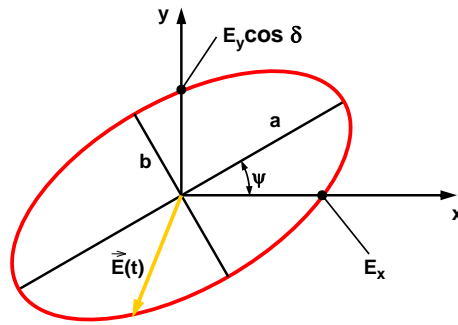


Abbildung 2.11. Darstellung des zeitlichen Verlaufes (rot) der Spitze des Vektors  $\vec{E}(z, t)$  (gelb) für den allgemeinen Fall einer elliptischen Polarisation. Die Ellipse lässt sich durch Angabe des Drehwinkels  $\psi$  und das Verhältnis der beiden Hauptachsen  $a$  und  $b$  beschreiben. Die dritte Dimension entspricht der Ausbreitungsrichtung  $z$  und wurde in dieser Darstellung aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht abgebildet. Abbildung mit freundlicher Genehmigung von Prof. Dr.-Ing. Peter M. Krummrich.

Polarisationszustand. Beim Sonderfall  $E_x = E_y$  und  $\delta = \frac{\pi}{2}$  ergibt sich eine zirkular rechtshändige und für  $\delta = \frac{3\pi}{2}$  eine zirkular linkshändige Polarisation [49]<sup>13</sup>.

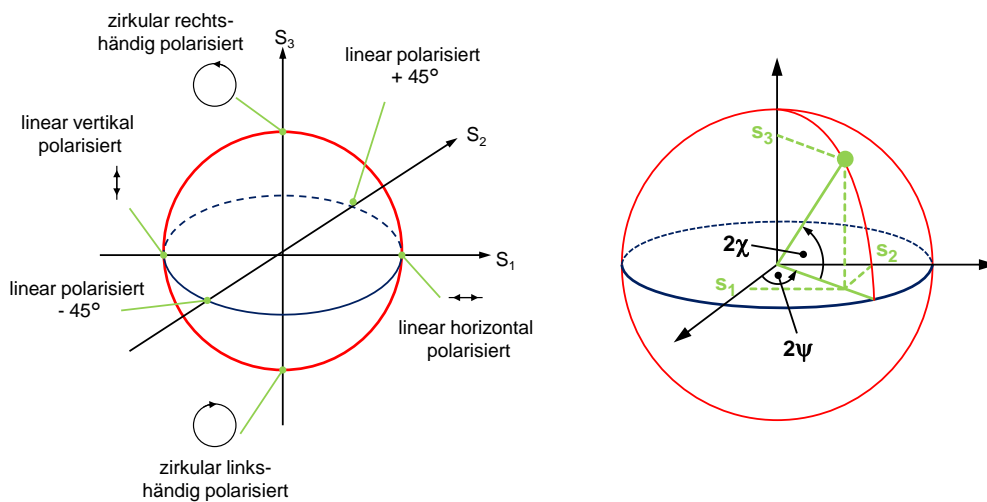


Abbildung 2.12. Links: Darstellung ausgewiesener Polarisationszustände auf der Poincaré-Kugel: Jeder Polarisationszustand ist über die Angabe der normierten Stokes Parameter  $s_i$  mit  $i = 1, 2, 3$  eindeutig charakterisiert. Zustände mit Polarisationsgrad 1 befinden sich auf der Oberfläche der Kugel. Lineare Polarisationszustände liegen in der Äquatorialebene der Kugel ( $s_3 = 0$ ); an den Polen befinden sich die zirkular rechts- und linkshändigen Polarisationszustände. Rechts: Alternativ zum kartesischen Koordinatensystem lassen sich auch in Kugelkoordinaten mit dem Azimutalwinkel  $2\psi$  und dem Elevationswinkel  $2\chi$  verwenden, um einen Polarisationszustand zu beschreiben. Abbildung mit freundlicher Genehmigung von Prof. Dr.-Ing. Peter M. Krummrich.

Zwar eignet sich die Darstellung der Polarisationsellipse, um den zeitlichen Verlauf des elektrischen Feldvektors anschaulich zu beschreiben, doch für die Beschreibung und den Vergleich von Polarisationszuständen wird oft die Darstellungsform der Poincaré-Einheitskugel (vgl. Abbildung 2.12) verwendet. Der Polarisationszustand eines elektrischen Feldes lässt sich eindeutig über die Stokes-Parameter  $S_0, S_1, S_2, S_3$  definieren. In normierter Form kann man die Stokes-Parameter direkt aus den Feldamplituden und der Phasendifferenz errechnen über [118]:

<sup>13</sup>Die Definition des Drehsinns der Polarisation wird in der Literatur manchmal auch umgekehrt definiert. In diesem Fall sind die Bezeichnungen „rechts-“ und „linkshändig“ zu vertauschen.

$$\begin{aligned}
 s_1 &= \frac{S_1}{S_0} = \frac{|E_x|^2 - |E_y|^2}{|E_x|^2 + |E_y|^2} = \cos(2\chi) \cos(2\psi) \\
 s_2 &= \frac{S_2}{S_0} = \frac{2|E_x E_y| \cos(\delta)}{|E_x|^2 + |E_y|^2} = \cos(2\chi) \sin(2\psi) \\
 s_3 &= \frac{S_3}{S_0} = \frac{2|E_x E_y| \sin(\delta)}{|E_x|^2 + |E_y|^2} = \sin(2\chi)
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

Dabei bezeichnen die Winkel  $2\psi$  und  $2\chi$  jeweils den Azimutalwinkel und den Elevationswinkel für einen Punkt auf der Oberfläche der Poincaré-Kugel. Polarisationszustände lassen sich weiterhin als zweidimensionale, komplexe Vektoren  $\vec{a}$  mit den Komponenten  $a_x$  und  $a_y$  mit Hilfe des Jones-Formalismus beschreiben: Diese Darstellungsform ist geeignet, um die Änderung des Polarisationszustandes eines elektrischen Feldes bei Ausbreitung der Welle durch eine Abfolge von optischen Elementen in Kombination mit der Phase der Welle berechnen zu können. Transformationsformeln zur Umrechnung von Stokes- in Jones-Vektoren und eine eingehende Betrachtung des Jones-Formalismus finden sich in [49].

### 2.4.3.2. Doppelbrechung und Polarisationsmodendispersion

In einer Standard-Einmodenfaser sind zwei Feldkomponenten mit zueinander orthogonalen Polarisationen in  $x$ - und  $y$ -Richtung ausbreitungsfähig [49], die im Falle von Polarisationsmultiplexing auch zur Übertragung von zwei verschiedenen Datensignalen genutzt werden können [14]. Die Ausrichtungen dieser Polarisationen werden auch als „Polarisationshauptachsen“ bezeichnet. Im Falle einer idealen Zylindersymmetrie der Glasfaser besitzen beide „Moden“ dieselben Ausbreitungseigenschaften [40, 49], doch bereits eine leichte Spannungsdoppelbrechung durch Temperaturänderungen, Vibrationen, Krümmung oder Verdrehung der Faser führt dazu, dass die Propagationskonstanten beider Moden sich unterscheiden<sup>14</sup>:

$$\Delta\beta(\omega) = \beta_x(\omega) - \beta_y(\omega). \tag{2.22}$$

Dieser Ausdruck lässt sich analog zu Gleichung (2.10) durch eine Taylorreihenentwicklung annähern [40]:

$$\Delta\beta(\omega) \approx \Delta\beta_0 + \Delta\beta_1 \cdot (\omega - \omega_0) + \frac{\Delta\beta_2}{2} (\omega - \omega_0)^2 + \dots \tag{2.23}$$

Durch den Koeffizient  $\Delta\beta_0$  ergibt sich zwischen beiden Moden eine Phasendifferenz pro Weglänge; entscheidender ist jedoch der zweite Term: Daraus resultiert eine unterschiedliche Gruppenlaufzeit (engl.: Differential group delay, DGD) für beide Feldkomponenten. Diese kann auch in einem System ohne Polarisationsmultiplexing zu Einbußen der Signalqualität führen. Betrachtet werde folgendes Beispiel: An einem Sender wird ein Impuls gleichzeitig in beide Polarisationshauptachsen eingekoppelt. Nach der Transmission durch eine doppelbrechende Faser hat sich der in  $x$ -Richtung eingekoppelte Impuls in Richtung der schnellen Ausbreitungsachse und der in  $y$ -Richtung eingekoppelte Impuls auf der langsamen Ausbreitungsachse ausbreitet; es resultiert ein Laufzeitunterschied  $\Delta\tau$  zwischen beiden Impulsen. Dies ist insbesondere dann problematisch, wenn ein nicht-polarisationsauflösender Empfänger, wie beispielsweise eine einfache Photodiode, verwendet wird: Werden mehrere Impulse in zeitlich schneller Folge gesendet und ist der Laufzeitunterschied hinreichend groß, kommt es bei der Quadrierung der elektrischen Feldkomponenten des Signals in der Photodiode zur Intersymbolinterferenz zwischen der  $x$ - und  $y$ -Komponente.

Ein doppelbrechendes Element<sup>15</sup> weist besondere Eigenschaften im Hinblick auf ein eingehendes Signal auf: Es existieren zwei ausgewiesene, zueinander orthogonale Polarisationszustände, die so genannten

<sup>14</sup>Änderungen durch Vibrationen passieren üblicherweise auf einer Zeitskala im Millisekunden-Bereich während Temperaturänderungen die PMD-Eigenschaften über wesentlich längere Zeiträume von Stunden bis Tagen beeinflussen können [123].

<sup>15</sup>Ein doppelbrechendes Element wird manchmal in der Literatur auch als „PMD-Element“ bezeichnet [49]. Diese Bezeichnung wird jedoch leider nicht durchgängig konsistent verwendet und bezeichnet je nach Quelle sowohl ein doppelbrechendes Element als auch eine Verkettung von doppelbrechenden Elementen. Aus diesem Grund wird in dieser Dissertation durchgängig der Begriff „Doppelbrechendes Element“ verwendet.

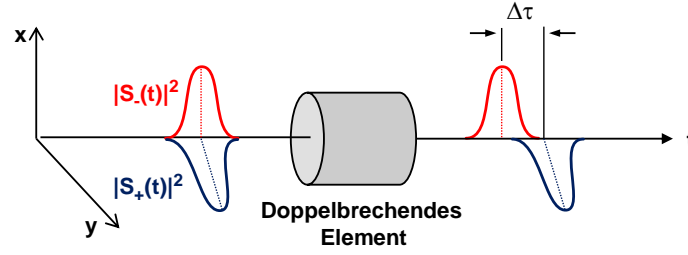


Abbildung 2.13. Veranschaulichung des Zustandekommens der DGD: Ein einzelner Impuls wird sowohl in die schnelle Polarisationshauptachse eines doppelbrechenden Elements (rot) als auch in die langsame Polarisationshauptachse (blau) eingekoppelt. Der Impuls der langsamen Achse  $\vec{s}_+$  wurde im Vergleich zur unbeeinflussten Laufzeit  $\tau_0$  um  $\Delta\tau/2$  verzögert; der Impuls der schnellen Achse  $\vec{s}_-$  um  $-\Delta\tau/2$  beschleunigt. Zwischen den Impulsen auf beiden Polarisationshauptachsen ergibt sich eine Verzögerung der Laufzeit um die differentielle Gruppenlaufzeit  $\Delta\tau$ . Da das Signal in die PSPs des doppelbrechenden Elements eingekoppelt wurde, tritt keine frequenzabhängige Änderung des Polarisationszustandes des Signals auf.

„Hauptachsen“ eines linear doppelbrechenden Elements. Diese werden manchmal auch als „Principal states of polarization“ (PSPs) mit den Stokes-Vektoren  $\vec{s}_\pm$  [49, 115] bezeichnet. Wird ein vollständig polarisiertes Signal in einen dieser Vektoren eingekoppelt (siehe Abb. 2.13), so hat es nach Durchquerung des doppelbrechenden Elements seinen Polarisationsgrad und seine Polarisationsrichtung beibehalten. Der Polarisationszustand am Ausgang des Elements ist also für diesen Spezialfall *nicht* frequenzabhängig. Die Gruppenlaufzeit des Impulses ist für die Einkopplung in  $\vec{s}_+$  und  $\vec{s}_-$  maximal ( $\tau_0 + \Delta\tau/2$ ), bzw. minimal ( $\tau_0 - \Delta\tau/2$ ), weshalb die PSPs in langsamer und schneller PSP unterschieden werden.

Ein doppelbrechendes Element lässt sich mit Hilfe seines PMD-Vektors  $\vec{\tau}(\omega)$  charakterisieren [49]. Die Frequenzabhängigkeit des Vektors lässt sich durch eine Taylorreihenentwicklung um die Frequenz  $\omega_0$  beschreiben [115, 124], die oft als Näherung nach Gliedern der zweiten Ordnung abgebrochen wird [49, 115]:

$$\vec{\tau}(\omega) \approx \vec{\tau}(\omega_0 + \Delta\omega) = \vec{\tau}(\omega_0) + \vec{\tau}_\omega(\omega_0) \cdot \Delta\omega, \quad (2.24)$$

mit dem PMD-Vektor erster Ordnung <sup>16</sup>

$$\vec{\tau}(\omega_0) = \Delta\tau \cdot \vec{s}_- \quad (2.25)$$

und dem PMD-Vektor zweiter Ordnung  $\vec{\tau}_\omega(\omega_0)$ , der die Ableitung des PMD-Vektors nach der Kreisfrequenz  $\omega$  beschreibt über

$$\vec{\tau}_\omega(\omega_0) = \underbrace{\Delta\tau_\omega \cdot \vec{s}_-}_{\text{PCD}} + \underbrace{\Delta\tau \cdot \vec{s}_{\omega,-}}_{\text{DEP}}. \quad (2.26)$$

Dabei bezeichnet  $\vec{s}_{\omega,-}$  die Ableitung des schnellen PSPs nach der Frequenz und die beiden Terme in Gleichung (2.26) beschreiben die polarisationsabhängige chromatische Dispersion (engl.: Polarization-dependent chromatic dispersion, PCD) und die (PSP-)Depolarisation (DEP), welche durch die Frequenzabhängigkeit der Richtung der PSPs entsteht<sup>17</sup>. Die durch PCD erzeugte Dispersion kann auch mit der „normalen“ chromatischen Dispersion des Systems wechselwirken, falls diese nicht vollständig kompensiert wurde, und diese polarisationsabhängig verstärken, bzw. abschwächen. [49]. Die PCD- und DEP-Komponente des PMD-Vektors zweiter Ordnung stehen senkrecht zueinander, während der PCD- und der PMD-Vektor erster Ordnung in gleicher Richtung (des schnellen PSPs) orientiert sind [49, 115]. Um die PMD-Eigenschaften einer Glasfaser modellieren zu können, wird diese durch eine Verkettung von mehreren doppelbrechenden Elementen beschrieben, die eine individuelle DGD und eine zufällige

<sup>16</sup>Hier wird angenommen, dass der PMD-Vektor erster Ordnung in seiner Richtung mit dem *schnellen* PSP des doppelbrechenden Elements übereinstimmt [115, 124]. Auch der Fall der Übereinstimmung mit dem langsamen PSP wird in der Literatur verwendet [49].

<sup>17</sup>In der Literatur wird der Begriff der „Depolarisation“ manchmal auch benutzt, um einen Polarisationszustand zu beschreiben, dessen *Polarisationsgrad* (engl.: Degree of polarization, DOP)  $G$  kleiner 1 ist (vergleiche [49], Seite 36).

Orientierung der Hauptachsen zueinander aufweisen [49]. Dieser Ansatz wird in der Literatur auch als „Wellenplattenmodell“ (engl.: Wave plate model) bezeichnet. Die Statistik der PMD für eine Verkettung von  $N$  Elementen wurde für verschiedene Ordnungen in [74, 116, 119, 125–131] ausführlich untersucht; die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung der DGD kann dabei durch eine Maxwellverteilung angenähert werden, falls  $N \gg 1$  gilt. Eine analytische Lösung für die PDF der DGD für eine Verkettung von  $N$  Elementen ist in [128, 132] angegeben worden:

$$p(\tau, N) = \frac{\tau}{2t^2(N-2)!} \sum_{j=0}^k (-1)^j \binom{N}{j} (Nm - j)^{(N-2)}, \quad (2.27)$$

mit

$$m = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\tau}{Nt} \right), \quad (2.28)$$

wobei  $\tau$  (mit  $\tau > 0$ ) die DGD und  $t$  (mit  $t > 0$ ) die DGD *pro Element* bezeichnen und der Laufindex  $k$  bis zum nächsthöheren ganzzahligen Wert  $m \cdot N$  läuft. Der quadratische Mittelwert der DGD  $\Delta\tau_{RMS}$  lässt sich weiterhin mit Hilfe von [40]

$$\Delta\tau_{RMS} = \sqrt{E(\tau^2)} = \sqrt{N \cdot E(\tau_i^2)} \equiv p \sqrt{L}, \quad (2.29)$$

mit dem PMD-Koeffizienten  $p$  in der Einheit [ps/ $\sqrt{\text{km}}$ ] berechnen, wobei  $E(\dots)$  den Erwartungswert bezeichnet. Der Erwartungswert der DGD für die gesamte Verkettung lautet [49]:

$$E(\Delta\tau) = \sqrt{8/(3\pi)} \Delta\tau_{RMS}. \quad (2.30)$$

#### 2.4.4. Polarisationsabhängige Dämpfung

Neben PMD tritt in vielen optischen Komponenten auch eine polarisationsabhängige Dämpfung auf [133]: Die beiden Komponenten des elektrischen Feldes auf den Hauptachsen der Polarisation erhalten beim Durchqueren eines PDL-Elements jeweils eine unterschiedliche Dämpfung  $\alpha_x$ , bzw.  $\alpha_y$ . Ein PDL-Element wird über einen Jones-Operator charakterisiert, dessen orthogonale Eigenvektoren über einen minimalen und maximalen Leistungs-Transmissionskoeffizienten  $T_{min}$  und  $T_{max}$  verfügen, die sich voneinander unterscheiden [49]. Weder die Eigenvektoren noch die Transmissionskoeffizienten eines PDL-Elements hängen dabei von der Frequenz ab. Die Transmissionskoeffizienten sind über den differentiellen Dämpfungskoeffizienten  $\Delta\alpha$  miteinander verknüpft [49]:

$$T_{min} = T_{max} \cdot e^{-2\Delta\alpha}. \quad (2.31)$$

Alternativ dazu kann die PDL auch als Wert  $PDL_{dB}$  in Dezibel oder als PDL-Koeffizient  $\Gamma$  angegeben werden [49, 133], wobei in [134] eine weitere Alternativdarstellung verwendet wird, bei der  $\alpha_2$  den halben normierten Dämpfungsunterschied zwischen den beiden Hauptachsen des PDL-Elements bezeichnet:

$$PDL_{dB} \equiv 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{T_{max}}{T_{min}} \right), \quad \Gamma \equiv \frac{T_{max} - T_{min}}{T_{max} + T_{min}}, \quad PDL_{dB,\alpha} \equiv 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{1 + \alpha_2}{1 - \alpha_2} \right). \quad (2.32)$$

Analog zu einem doppelbrechenden Element verfügt auch ein PDL-Element über eine räumliche Ausrichtung seiner Hauptachsen. Bei der Einkopplung eines optischen Signals in ein PDL-Element sind daher im PolMux-Fall zwei Spezialfälle von besonderem Interesse [56, 135, 136]: Für den Fall, dass die Hauptachsen des PDL-Elements und des eingekoppelten Signals identisch sind, erfährt der Signalanteil auf einer Hauptachse die maximale Dämpfung, der andere die minimale. Der andere Fall entspricht einem Winkel  $\theta = 45^\circ$  zwischen der Richtung der Signalpolarisation und der Hauptachse des PDL-Elements. In diesem Fall wird die Orthogonalität zwischen den beiden Polarisationszuständen der eingehenden Signale am stärksten reduziert. Wird diese Degradation der Orthogonalität am Empfänger

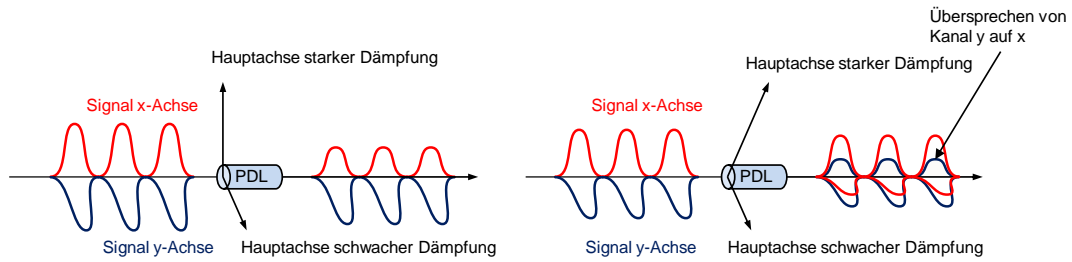


Abbildung 2.14. Darstellung zweier ausgezeichnete Spezialfälle beim Auftreten von PDL in einem PolMux-System. Links: Eine Polarisationsrichtung des Datensignals stimmt überein mit der Hauptachse der starken Dämpfung des PDL-Elements (hier x-Achse). Dieses Signal wird maximal gedämpft, während das Signal auf der y-Achse die minimale Dämpfung erfährt. Rechts: Für einen Winkel  $\theta = 45^\circ$  zwischen den Hauptachsen des PDL-Elements kommt es zu einer maximalen Degradation der Orthogonalität zwischen beiden Polarisationsachsen des Signals. Wird diese nicht am Empfänger berücksichtigt, kann es zu einem kohärenten Übersprechen zwischen beiden Kanälen kommen.

Tabelle 3. Übersicht von PDL-Werten typischer Komponenten in optischen Übertragungssystemen nach [49].

Komponente	Stärke der PDL in dB	Quellenangabe
Filter	$0,2 < PDL_{dB} < 0,4$	[137]
Isolator	$0,05 < PDL_{dB} < 0,3$	[49]
Koppler	$0,1 < PDL_{dB} < 0,3$	[137]
Multiplexer	$0,05 < PDL_{dB} < 0,1$	[49]
Opt. Verstärker	$0,1 < PDL_{dB} < 0,5$	[138]
ROADM	$0,3 < PDL_{dB} < 1,5$	[111]
Zirkulator	$0,1 < PDL_{dB} < 0,2$	[49]

eines Systems nicht berücksichtigt, indem die Polarisatoren entsprechend parallel zu beiden Polarisierungen ausgerichtet werden, kann es zu einem kohärenten Übersprechen zwischen den Signalanteilen auf der x- und y-Achse kommen (siehe Abbildung 2.14).

Ähnlich wie PMD tritt auch PDL in verschiedenen optischen Komponenten auf, die hintereinander durchlaufen werden - Tabelle 3 gibt einen Überblick über typische PDL-Werte einiger optischer Komponenten. Dabei spielt die Orientierung der PDL-Elemente im Stokes-Raum zueinander eine Rolle, um den globalen PDL-Vektor  $\vec{\Gamma}$  der Verkettung und dessen Betrag bestimmen zu können. Da die Orientierung  $\vec{\Gamma}_i$  der Elemente im Allgemeinen zufällig ist, handelt es sich bei PDL um einen stochastischen Effekt, dessen Verhalten mit dem des PMD-Vektors vergleichbar ist [49]: Die Länge des PDL-Vektors folgt für den Grenzfall einer schwachen PDL von wenigen dB und einer Verkettung von  $N \gg 1$  Elementen einer Maxwell-Verteilung (dies wird in Abschnitt 3.4 gezeigt). Für den Spezialfall, dass die PDL-Vektoren  $\vec{\Gamma}_i$  nicht zufällig in drei Dimensionen sondern nur auf dem Äquator der Poincaré-Kugel verteilt sind, erhält man hingegen eine Rayleigh-Verteilung [139]. Tritt PDL in Kombination mit PMD auf, zum Beispiel, wenn doppelbrechende Elemente zwischen PDL-Elementen eines Systems liegen, wird die relative Orientierung der PDL-Vektoren zueinander frequenz- [49] und zeitabhängig, da die doppelbrechenden Elemente ihre Ausrichtung auf einer Zeitskala im Millisekunden-Bereich ändern können (siehe 2.4.3). Für den allgemeinen Fall einer beliebig hohen PDL der Verkettung lässt sich die PDL für  $N \gg 1$  über folgende Relationen exakt berechnen [49, 140]:

$$\begin{aligned} \langle PDL^2 \rangle &= N \langle PDL_i^2 \rangle + \left( \frac{\ln(10)}{60} \right)^2 \left( N \langle PDL_i^2 \rangle \right)^2, \\ PDL_{RMS} &= \sqrt{\langle PDL^2 \rangle}, \\ E(PDL) &= \sqrt{8/(3\pi)} \cdot PDL_{RMS}. \end{aligned} \tag{2.33}$$

In Gleichung (2.33) bezeichnet  $\langle PDL_i^2 \rangle$  das arithmetische Mittel der Quadrate der PDL der einzelnen  $i = 1, 2 \dots N$  verketteten Elemente und  $E(PDL)$  ist der Erwartungswert der globalen PDL der Verkettung.

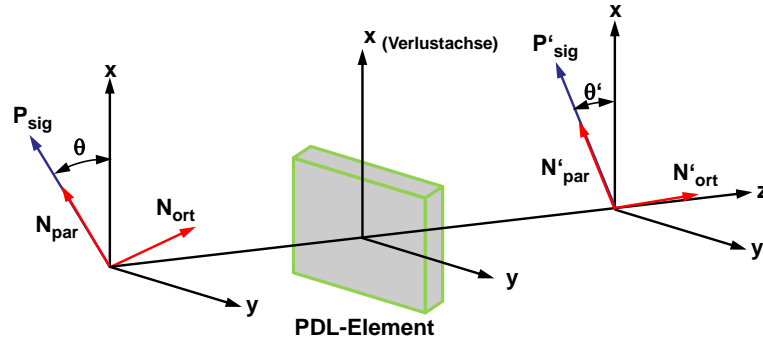


Abbildung 2.15. Schematische Darstellung eines Signals  $\vec{s}$  mit Leistung  $P_{sig}$  und (Leistungs-)Rauschteilen  $N^{par}$  und  $N^{ort}$  vor und nach der Durchquerung eines PDL-Elements, dessen Achse der starken Dämpfung mit der  $x$ -Achse des Koordinatensystems übereinstimmt. Die Polarisationsrichtung des Signals und die Hauptachsen des PDL-Elements sind um den Winkel  $\theta$  zueinander verdreht.

PDL äußert sich in optischen Übertragungssystemen meist als unerwünschter Störeffekt. Für den allgemeinen Fall, dass die Orientierung der PDL-Vektoren einer Verkettung zufällig ist, führt PDL zu einer Veränderung, bzw. Degradation des OSNR. Dieser Effekt wurde in der Literatur bereits ausführlich untersucht; eine detaillierte Einführung in die Thematik inklusive einer formalen Beschreibung ist beispielsweise in [134, 141] zu finden. Betrachtet werde ein eingehendes Signal  $\vec{s}_{ein}(t)$  mit den parallelen, bzw. senkrechten Rauschteilen  $\vec{n}_{ein}^{par}(t)$  und  $\vec{n}_{ein}^{ort}(t)$ . Diese Felder können beschrieben werden über [134]:

$$\vec{s}_{ein}(t) = \sqrt{P_{ein}(t)} \cdot (\vec{e}_x \cos \theta + \vec{e}_y \sin \theta), \quad (2.34)$$

$$\vec{n}_{ein}^{par}(t) = \sqrt{N_{ein}^{par}(t)} \cdot (\vec{e}_x \cos \theta + \vec{e}_y \sin \theta), \quad (2.35)$$

$$\vec{n}_{ein}^{ort}(t) = \sqrt{N_{ein}^{ort}(t)} \cdot (\vec{e}_x \sin \theta - \vec{e}_y \cos \theta), \quad (2.36)$$

wobei  $\vec{e}_x$  und  $\vec{e}_y$  Einheitsvektoren in  $x$  und  $y$ -Richtung darstellen. Das Signal durchquere nun ein PDL-Element, dessen Hauptachse der starken Dämpfung zur Polarisationsrichtung des Signals um den Winkel  $\theta$  gedreht ist und in Richtung der  $x$ -Achse zeigt (Abbildung 2.15). Für die Leistungstransmission nach der Durchquerung des Elements lassen sich nun mit der Definition von  $\alpha_2$  aus Gleichung (2.32) die folgenden Ausdrücke herleiten [134]

$$P_{aus}(t) = P_{ein}(t)(1 - \alpha_2 \cos 2\theta), \quad (2.37)$$

$$N_{aus}^{par}(t) = N_{ein}^{par}(t)(1 - \alpha_2 \cos 2\theta) + N_{ein}^{ort}(t) \frac{\alpha_2^2 \sin^2 2\theta}{1 - \alpha_2 \cos 2\theta}, \quad (2.38)$$

$$N_{aus}^{ort}(t) = N_{ein}^{ort}(t) \frac{1 - \alpha_2^2}{1 - \alpha_2 \cos 2\theta}. \quad (2.39)$$

PDL führt somit zu einer Schwankung des OSNR, wobei die Komponente des OSNR, die in Richtung des parallelen Rauschvektors zeigt, eine kleinere Fluktuation aufweist als die Komponente, die in Richtung des orthogonalen Rauschvektors zeigt. Teile des orthogonalen Rauschens koppeln in die zum Signal parallele Hauptachse ein. Durch diese Schwankung des OSNR kann es zu einer Schwankung der BER kommen. Bei PolMux-Systemen, bei denen Signale auf beiden Polarisationshauptachsen gesendet werden, entsteht durch die Degradation der Orthogonalität ein kohärentes Übersprechen zwischen den Signalen [56], falls die Signalanteile beider Hauptachsen nicht korrekt mit Hilfe von Polarisatoren getrennt werden. Dieses Übersprechen bewirkt in der Regel eine noch größere Reduktion der Signalqualität, da die übersprechende Signalleistung größer ist als die reine Rauschleistung auf der jeweiligen Polarisationsachse.

### 2.4.5. Gruppenlaufzeitschwankungen

Gruppenlaufzeitschwankungen können in Glasfasersystemen z.B. beim Einsatz von Faser-Bragg-Gittern auftreten (vgl. Abschnitt 2.5). Es handelt sich dabei um frequenzabhängige Schwankungen der Phase, bzw. der Gruppenlaufzeit. Dieser Effekt äußert sich ähnlich wie „normale“ Dispersion in Intersymbolinterferenz (vgl. Abschnitt 2.4.2) und die Auswirkung der Gruppenlaufzeitschwankungen auf die BER sind ebenfalls von der Symbolrate des Systems abhängig. Eine ausführliche Herleitung für die Beschreibung von Gruppenlaufzeitschwankungen in Systemen mit Faser-Bragg-Gittern findet sich in Abschnitt 2.5.2 und 2.5.3 ab Seite 41.

### 2.4.6. Übersprechen in Mehrkernfasern

Wie in Abschnitt 2.6 beschrieben, kommt es bei Mehrkernfasersystemen aufgrund eines geringen Abstandes zwischen den einzelnen Faserkernen zu einer Überlappung der elektrischen Felder der einzelnen Kerne. Dies äußert sich als ein kohärentes Übersprechen zwischen den Kanälen. Ist der Übersprechfaktor  $c_{k,l}$  der Koppelmatrix bekannt, so lässt sich das Übersprechen von Kanal  $k$  auf Kanal  $l$  in einer  $N$ -Kern-Faser bestimmen durch

$$\vec{E}_k(z, t) = \sum_{l=1}^N \vec{E}_l(z, t) \cdot c_{k,l} \cdot e^{j\phi_{k,l}}, \quad (2.40)$$

wobei  $\phi_{k,l}$  einen Phasenversatz zwischen Kanal  $k$  und  $l$  beschreibt. In dem in der Dissertation verwendeten Übersprechmodell wird das kohärente Übersprechen für beide Hauptachsen der Polarisation getrennt berechnet und es wird kein zusätzliches Übersprechen zwischen den Polarisationshauptachsen hinzugefügt. Das kohärente Übersprechen äußert sich als Interkanalinterferenz zwischen dem eigentlichen Kanal und den benachbarten Kanälen und kann dadurch zur Verschlechterung der Signalqualität führen, wobei die Stärke der ISI mit ansteigendem Koppelfaktor zunimmt [23, 24, 29].

## 2.5. Faser-Bragg-Gitter

### 2.5.1. Übersicht

Bei einem Faser-Bragg-Gitter handelt es sich um eine Wellenleiterstruktur, bei welcher der Brechungsindex in einer periodischen Weise über die Länge des Gitters variiert wird [21, 142]. Diese Gitterstrukturen lassen sich für eine Vielzahl von Anwendungen in der optischen Übertragungstechnik als Filter, Add-Drop-Multiplexer, Dispersionskompensatoren und auch im Bereich der Sensorik zur Detektion von Vibrationen oder Messung von Temperaturänderungen und Materialverformungen nutzen [142–147]. Falls die Periode der Gitterstruktur linear variiert, spricht man auch von einem „Chirped fiber Bragg grating“ (CFBG) [21, 142]. Mit dieser Struktur kann chromatische Dispersion in einem Signal erzeugt, bzw. kompensiert werden. Erfüllt ein einfallender Lichtstrahl der Wellenlänge  $\lambda_0$  in Kombination mit der periodischen Struktur des Gitters die so genannte Bragg-Bedingung, so verhält sich die Gitter-Struktur ähnlich einem Spiegel und ein Teil des Lichtes wird zurück reflektiert [142, 145]:

$$\lambda_0 = 2 \cdot n_{eff} \Lambda, \quad (2.41)$$

wobei  $n_{eff}$  den effektiven Brechungsindex des Wellenleiters und  $\Lambda$  die Periode des Bragg-Gitters bezeichnen. Die „Reflexionseffizienz“ des Gitters sinkt dabei mit einem zunehmenden Abstand  $\Delta\lambda$  von der Bragg-Wellenlänge, wodurch man ein periodisches Leistungsspektrum erhält. Anschaulich kann man sich die Funktionsweise eines CFBGs anhand von Abbildung 2.16 erklären:

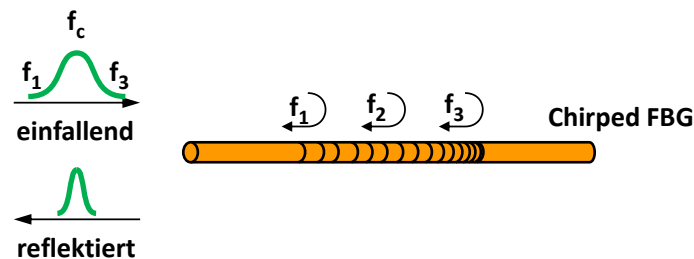


Abbildung 2.16. Schematischer Aufbau eines CFBGs nach [21]. Ein einfallender Impuls mit Frequenzanteilen  $f_i$  trifft auf ein CFBG. Durch Variation der Gitterperiode werden unterschiedliche Frequenzanteile an unterschiedlichen Stellen des Gitters reflektiert, was somit zu unterschiedlichen Laufzeiten für unterschiedliche Frequenzanteile führt. Dadurch entsteht chromatische Dispersion im reflektierten Impuls.

FBGs und CFBGs in Glasfasern werden in der Regel nach einem der beiden folgenden Verfahren hergestellt [21, 142]: Im ersten Verfahren wird die Faser zwei UV-Lichtquellen ausgesetzt, deren Strahlen in der Faser periodisch über die Länge der Faser miteinander interferieren. In Bereichen hoher Intensität kommt es zu einer Erhöhung des Brechungsindex und die Gitterstruktur wird „in die Faser geschrieben“. Im zweiten Verfahren werden so genannte „Phasenmasken“ verwendet, die aus einem beugenden optischen Element bestehen. Trifft ein Lichtstrahl auf dieses Element, so wird dieser in zwei Teilstrahlen unterschiedlicher Beugungsordnungen aufgeteilt, die miteinander interferieren und dadurch die Gitterstruktur schreiben.

Je nach Bedarf und Anwendungsfall, lassen sich die Übertragungsfunktionen eines (C)FBGs anpassen. So lassen sich beispielsweise mit Hilfe einer Apodisierung unerwünschte Seitenbänder im Reflexionsspektrum eines FBGs unterdrücken, indem die Unterschiede im Brechungsindex an den Rändern des Gitters verkleinert werden und dadurch ein „sinc()“-ähnliches Spektrum im Frequenzbereich vermieden wird [142].



### 2.5.2. CFBGs zur Dispersionskompensation

CFBGs weisen durch ihre Variation der Gitterperiode ein dispersives Verhalten auf - unterschiedliche Frequenzanteile eines Impulses weisen eine unterschiedlich lange Laufzeit auf. Durch eine Variation der Gitterabstände und somit der Übertragungsfunktion des CFBGs lässt sich ein Dispersionsverlauf über der Frequenz erzeugen, der im Idealfall exakt gegenläufig zum Verlauf der akkumulierten chromatischen Dispersion im optischen Übertragungssystem ausfällt, wodurch eine exakte Dispersionskompensation gelingen würde. Dieser Ansatz bietet gegenüber dem Einsatz gewöhnlicher DCFs einige Vorteile [21, 27, 142]: CFBGs verfügen im Vergleich zu einer DCF über eine niedrigere Einfügedämpfung und eine geringere Abhängigkeit der Einfügedämpfung von der Länge des Streckenabschnitts (bzw. dem Betrag der zu kompensierenden akkumulierten Dispersion). Die Übertragungsfunktion der CFBGs ist temperaturstabil [21] und CFBGs können kostengünstig in großen Stückzahlen produziert werden, da sie im wesentlichen aus Quarzglas bestehen. Daher erscheint der Einsatz von CFBGs zur Dispersionskompensation gerade in Metronetzwerken aussichtsreich, in denen besondere Kostenanforderungen an Komponenten gestellt werden (vgl. Abschnitt 2.1.2).

Erwünscht ist in der Regel eine Dispersionskompensation der akkumulierten Dispersion über ein möglichst breites Frequenzband, wobei auch die Steigung  $S$  der Dispersion kompensiert werden soll; solche CFBGs werden auch als „Breitband-CFBGs“ bezeichnet. Durch Fortschritte in der Herstellungstechnik ist es möglich, CFBGs von mehreren Metern Länge zu produzieren, mit denen sich die akkumulierte Dispersion unter Berücksichtigung der Dispersionssteigung  $S$  für das gesamte C-Band über Streckenabschnittslängen von bis zu 100 km kompensieren lässt [148].

Wenn beim Herstellungsprozess der CFBGs Gitter mit einer Länge von mehreren Metern geschrieben werden sollen, muss die Phasenmaske relativ zur Lichtquelle versetzt werden [21]. Dabei kommt es zu so genannten Versatzfehlern (engl.: *Stitching errors*), die sich in einer Schwankung (engl.: *Ripple*) des Dispersionsprofils äußern können. Dies führt zu einer „Gruppenlaufzeitschwankung“ (engl.: *Group delay ripple*, GDR) des Signals. Der tatsächliche Dispersionsverlauf oszilliert in sinusförmigen Schwingungen um den gewünschten, idealen Dispersionsverlauf und führt daher zu einer nicht kompensierten Restdispersion. Dies äußert sich wiederum in Intersymbolinterferenz und kann zu Einbußen in der Signalqualität führen.

Neben den Versatzfehlern kann GDR auch durch ein Phasenrauschen des Lasers beim Schreiben des Gitters eine Variation des Faserdurchmessers im Bereich des Gitters, Fehler in der Vorlage der Phasenmaske oder Verunreinigungen beim Schreibprozess entstehen [21]. Die Ursache des GDR ist somit eine Kombination von deterministischen und stochastischen Effekten und kann somit von Gitter zu Gitter schwanken. Des Weiteren können CFBGs sowohl PMD als auch PDL im Signal induzieren [21, 149–152], was sich jedoch durch den Einsatz von Faserstücken mit sehr kleiner Doppelbrechung (engl.: *Low birefringence*) unterdrücken lässt.

Im Rahmen dieser Arbeit werden die Auswirkungen von GDR auf die Signalqualität quantifiziert (vgl. Abschnitt 3.5) und es wird untersucht, in wie weit sich das GDR durch optische Filterung reduzieren lässt. Zunächst wird ein theoretisches Modell vorgestellt, mit dem die statistischen Eigenschaften der GDR von CFBGs abgebildet werden können.

### 2.5.3. Simulationsmodell stochastischer Gruppenlaufzeitschwankungen

Das im Rahmen der Dissertation entwickelte Simulationsmodell für GDR von CFBGs basiert auf einer Weiterentwicklung des Modells von [153]; die Ergebnisse dieser Untersuchungen wurden in [25–27] vorgestellt und veröffentlicht. Um die stochastischen Eigenschaften eines CFBGs beschreiben zu können, werden zunächst die Gruppenlaufzeitspektren und die Dämpfungsspektren der Amplitude einer Gruppe von  $N$  CFBGs gemessen. Für die Arbeit wurden zehn unterschiedliche Breitband-CFBGs vermessen<sup>18</sup>,

---

<sup>18</sup>Diese Messdaten wurden freundlicherweise von der Firma Nokia Siemens Networks zur Verfügung gestellt.

die ursprünglich für ein 10 GBit/s-System mit 40 Kanälen ausgelegt waren [27].

Der ideale, lineare Anteil des Gruppenlaufzeitspektrums wird mit Hilfe einer Polynom-Funktionsanpassung von den gemessenen Spektren abgezogen, so dass nur noch das GDR vorhanden ist; dieses Vorgehen wird in Abschnitt 3.5 noch detaillierter beschrieben. Die Gruppenlaufzeitverzögerung  $\tau_g$  kann beschrieben werden über [27]

$$\tau_g(\omega_0) = \left. \frac{d\varphi(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_0}, \quad (2.42)$$

wobei  $\varphi(\omega)$  der frequenzabhängige Phasenverlauf des CFBGs ist, und  $\omega$  die Kreisfrequenz des jeweiligen Kanals darstellt. Indem Gl. (2.42) integriert wird, erhält man die Phasenantwort  $\varphi(\omega)$ :

$$\varphi(\omega) = \int_{\omega_{min}}^{\omega_{max}} \tau_g(\omega) d\omega. \quad (2.43)$$

Für eine Verkettung von  $N$  CFBGs für die Dispersionskompensation über  $N$  Streckenabschnitte ergibt sich die gesamte Phasenantwort der Verkettung  $\varphi_{total}$  durch folgende Summation

$$\varphi_{total}(\omega) = \sum_{i=1}^N \varphi_i(\omega). \quad (2.44)$$

Die Übertragungsfunktion der Amplitude  $A_{total}$  für die Verkettung erhält man mit

$$A_{total} = \prod_{i=1}^N A_i(\omega). \quad (2.45)$$

Die Übertragungsfunktion für eine Verkettung von  $N$  CFBGs lautet damit

$$E_{aus}(\omega) = E_{ein}(\omega) \cdot A_{total}(\omega) \cdot \exp(i \cdot \varphi_{total}(\omega)), \quad (2.46)$$

wobei  $E(\omega) = E(2\pi f)$  die Fourier-Transformierte des elektrischen Felds des Signals darstellt. Für den Fall, dass nur ein einzelner WDM-Kanal betrachtet wird, lässt sich die Anzahl an für die Simulation verfügbaren GDR-Spektren erhöhen unter der Annahme, dass die Kanalantwort der CFBGs *ergodisch* ist [27]. Dadurch erhält man eine Gesamtauswahl von 400 unterschiedlichen Übertragungsfunktionen im 100 GHz ITU-Raster, die nach den üblichen Standard MC-Methoden in einem Emulator miteinander verkettet werden können, wobei man wahlweise eine Mehrfachauswahl derselben Kanalübertragungsfunktion erlauben oder verbieten kann. Die maximale Anzahl an Kombinationen hängt einerseits von der Anzahl der gemessenen CFBGs und der Anzahl der betrachteten Kanäle ab. Es wäre wünschenswert, die statistischen Eigenschaften der GDR in einem kompakten Modell beschreiben zu können, das nur durch eine sehr geringe Anzahl von Variablen beschrieben wird [26, 153, 154] und nicht durch eine Sammlung vieler Messdaten.

Um dies zu erreichen, wird die Phasenantwort der FBGs als Überlagerung von Sinusschwingungen bei  $N$  Schwankungsperioden mit Hilfe einer Fourier-Reihenentwicklung ausgedrückt über [153]

$$\varphi(f) = - \sum_{i=1}^N \Delta\tau_{G,i} \cdot f_{r,i} \cdot \sin\left(\frac{2\pi f}{f_{r,i}} + \varphi_{Versatz,i}\right). \quad (2.47)$$

In Gl. (2.47) bezeichnet  $\Delta\tau_{G,i}$  die Amplitude der Gruppenlaufzeitschwankungen für jede der  $N$  Frequenzkomponenten  $f_{r,i}$  (diese werden auch als „Schwankungsperiode“ oder „Ripple-Periode“ bezeichnet).  $\varphi_{Versatz,i}$  beschreibt einen Phasenversatz für jede Frequenzkomponente. Die  $N$  Frequenzkomponenten können dabei über eine Fourier-Analyse des Spektrums der GDR bestimmt werden. Dieser „semi-statistische“ Ansatz kann nun mit Standard MC-Verfahren genutzt werden, um CFBG-Verkettungen zu simulieren, wobei jedoch auch bei diesem Ansatz nur eine endliche Anzahl von Übertragungsfunktionen

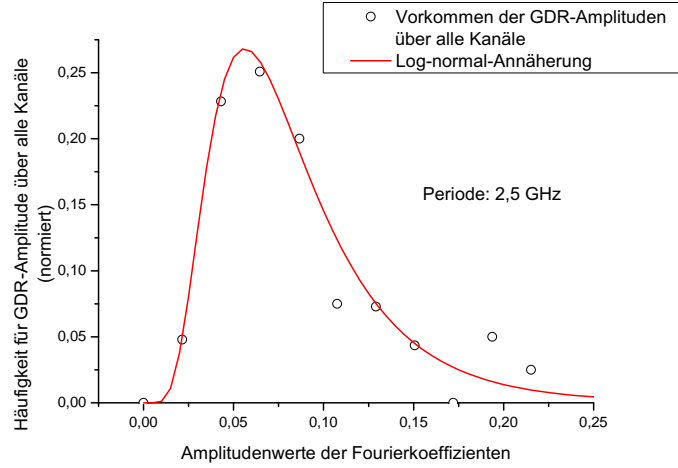


Abbildung 2.17. Histogramm der Amplitudenwerte  $\Delta\tau_{G,i}$  der Fourierkoeffizienten über alle CFBGs und Kanäle für die Fourier-Periode von  $f_{r,i} = 2,5$  GHz und Annäherung der Verteilung durch eine Log-Normal-Funktionsanpassung. Die Parameter  $\mu_{r,i}$  und  $\sigma_{r,i}$  können benutzt werden, um die statistische Verteilung der GDR-Amplituden zu beschreiben.

generiert wird. Im Rahmen der Dissertation wurde ein „statistisches Modell“ entwickelt, das diese Limitierungen nicht aufweist und in der Lage ist, eine unendliche Anzahl von Übertragungsfunktionen zu generieren [25, 26].

Bei der Durchführung der Fourier-Analyse der experimentell erfassten Daten werden die Fourier-Koeffizienten der GDR-Amplituden für jede Ripple-Periode und für jeden WDM-Kanal des FBGs in ein Histogramm eingetragen (vgl. dazu auch Seite 104). Die resultierende Verteilung der GDR-Amplituden kann nun durch eine Verteilungsfunktion angenähert werden, wobei sich eine logarithmische Normalverteilung aufgrund ihrer beiden Freiheitsgrade als sehr vorteilhaft erwiesen hat - vgl. Abbildung 2.17. Die beiden Freiheitsgrade  $\mu_r$  und  $\sigma_r$  beschreiben den Erwartungswert und die Standardabweichung der Verteilung. Mit Hilfe dieser Parameter lassen sich die Amplituden der Fourier-Koeffizienten und somit die GDR-Amplituden statistisch beschreiben durch

$$\Delta\tau_{G,i} = \exp(\mu_{r,i} + \sigma_{r,i} \cdot \chi_i), \quad (2.48)$$

wobei " $\chi_i$ " einer normalverteilten Zufallszahl entspricht. Derselbe Ansatz lässt sich auch nutzen, um ein Histogramm über den Phasen-Versatz für die jeweiligen Schwankungsperioden zu erzeugen. Für die Verteilung des Phasen-Versatzes wird eine Gleichverteilung angenommen. Indem Gleichung (2.48) in (2.47) eingesetzt wird und  $\varphi_{Versatz,i}$  mit einer gleichverteilten Zufallszahl  $\psi_{2\pi,i}$  aus  $[0, 2\pi]$  ersetzt wird, liegt nun ein statistischer Ausdruck für die Beschreibung der CFBG-Phasenschwankung vor:

$$\varphi(f) = - \sum_{i=1}^N \exp(\mu_{r,i} + \sigma_{r,i} \cdot \chi_i) \cdot f_{r,i} \cdot \sin\left(\frac{2\pi f}{f_{r,i}} + \psi_{2\pi,i}\right). \quad (2.49)$$

Der Hauptvorteil des stochastischen Ansatzes in Gleichung (2.49) ist, dass eine beliebige Anzahl von CFBG-Realisierungen und Verkettungen generiert werden kann, wobei die statistischen Eigenschaften von Amplituden- und Phasenschwankungen direkt gesetzt werden können. Dadurch ist die Nutzung von erweiterten MC-Methoden wie MMC oder Wang-Landau (vgl. 2.3.3 und 2.3.4) möglich und die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für das Auftreten von bestimmten Amplitudenwerten einer Verkettung kann auch für niedrige Wahrscheinlichkeitsdichten mit einem weniger hohen numerischem Aufwand im Vergleich zu einem Standard MC-Verfahren berechnet werden.

## 2.6. Mehrkernfasersysteme

Mehrkernfasern und Multimodenfasern werden in der Literatur als aussichtsreiche Technologien genannt, um räumliches Multiplexing durchzuführen und dadurch die Übertragungskapazität „pro Faser“ zu steigern [18–20, 53, 54]. In dieser Dissertation wird speziell auf den Bereich der Mehrkernfasern und der Kompensation von dort auftretenden Übersprecheffekten eingegangen. Es sei erwähnt, dass sich die grundlegenden Betrachtungen auch auf ein Übersprechen in MMF-Systemen übertragen lassen. Auch eine Kombination beider Ansätze, eine so genannte Mehrkern-Mehrmoden-Faser (engl.: Multi core multi mode fiber, MCMMF) wird derzeit in verschiedenen Forschungsprojekten untersucht [20, 155]. Die Quellen [18, 50, 53, 156–161] beschäftigen sich mit MMF-Systemen.

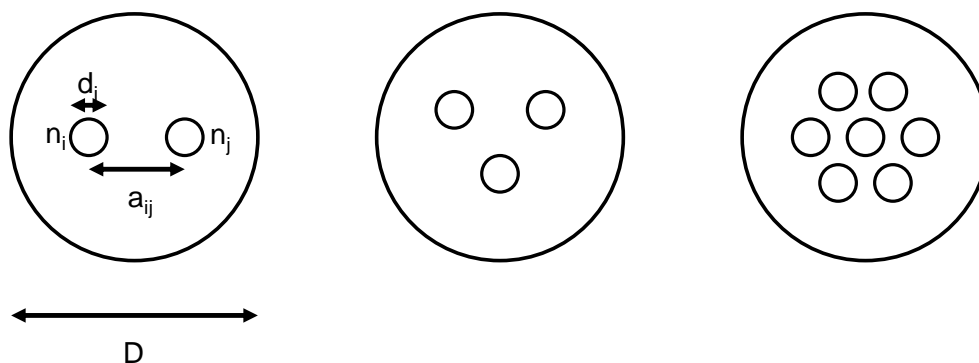


Abbildung 2.18. Schematischer, nicht-maßstabsgetreuer Aufbau einer Mehrkernfaser mit zwei Kernen (links), drei Kernen (mittig) und sieben Kernen (rechts). Der Mantel der MCF besitzt einen Gesamtdurchmesser  $D$ ; jeder einzelne Kern verfügt über einen Durchmesser  $d_i$ , der von den übrigen Durchmessern  $d_{j \neq i}$  abweichen kann. Die Kerne befinden sich im Abstand  $a_{ij}$  zueinander (gemessen jeweils vom Kernmittelpunkt). Zusätzlich können sich die Brechzahlen  $n_i$  der einzelnen Kerne unterscheiden [162].

Mehrkernfasern bestehen aus einer Anordnung von zwei oder mehr einzelnen Faserkernen innerhalb eines Mantels (vgl. Abbildung 2.18 und 2.20). Im einfachsten Fall handelt es sich dabei um eine Zweikernfaser. MCFs mit einer höheren Anzahl an Kernen werden häufig als 3-Kern oder 7-Kern-Faser realisiert, da sich in diesen Fällen ein für die Übertragungseigenschaften besonders günstiges Verhältnis vom Kernabstand zur Anzahl an Kernen ergibt. In der Literatur wurden auch bereits theoretische und experimentelle Arbeiten für MCFs mit einer größeren Anzahl von Kernen vorgestellt [19, 54, 163]. In Bezug auf die Steigerung der Übertragungskapazität ergibt sich ein Faktor  $N$  für  $N$  Kerne. Jeder einzelne Faserkern hat mit einer SMF vergleichbare Eigenschaften - es ist nur ein Modus pro MCF-Kern ausbreitungsfähig. Um eine Kompatibilität zu bereits existierenden optischen Komponenten gewährleisten zu können, bietet es sich an, für den Mantel des Mehrkernfasersystems Durchmesser von 125 bis 200  $\mu\text{m}$  nicht zu überschreiten [18], vgl. auch Tabelle 1 auf Seite 13.

Eine Herausforderung bei der Herstellung von MCFs ist es, für jeden Faserkern ähnliche Parameterwerte wie bei der SMF in Bezug auf die Eigenschaften Dämpfung, Dispersion und Polarisationsmodendispersion zu erreichen. Dabei muss gleichzeitig sicher gestellt werden, dass es durch die räumliche Nähe der Faserkerne und die dadurch entstehende Überlappung der Feldverteilungen des elektromagnetischen Feldes nicht zu Übersprecheffekten zwischen den Kernen kommt, die die Signalqualität beeinträchtigen [18]. In der Literatur werden zahlreiche Faser-Prototypen vorgestellt, die sich in der Ausprägung der einzelnen charakteristischen Parameter teilweise sehr deutlich unterscheiden [19, 54, 162–164]. Um das Kanalübersprechen in einer MCF zu quantifizieren, können Messungen durchgeführt werden, bei denen ein Dauerstrich-Signal in einen einzelnen der MCF-Kerne eingekoppelt wird. Nach einer bestimmten Länge der MCF wird die Leistung gemessen, die auf die anderen, ursprünglich nicht genutzten Kerne übergesprungen hat. Dadurch lässt sich ein so genannter Leistungskonversionswert (engl.: Power conversion efficiency, PCE) definieren, der ein Maß für die Stärke des Übersprechens ist [162]. Beim Vergleich

von Literaturwerten muss darauf geachtet werden, dass die für die Messungen verwendete Referenzlänge der MCF variiert und teilweise nicht mit angegeben wird. In der Literatur werden Übersprechwerte der Leistung im Bereich zwischen -17 dB und -63 dB für eine MCF mit einer Länge von 2 km angegeben [162, 164].

In Veröffentlichungen werden verschiedene Methoden vorgestellt, wie das Übersprechen in einer MCF mit  $N$  Kernen berechnet werden kann: Ein Ansatz sieht vor, die Feldverteilungen für die einzelnen Faserkerne unter Einbeziehung der Zylindersymmetrie der Faser zu berechnen. Diese Berechnungen sind numerisch aufwändig und können beispielsweise mit Hilfe einer Finite-Elemente-Methode durchgeführt werden [18]. Die Felder der einzelnen Kerne der MCFs werden kohärent überlagert, um das Übersprechen zu berechnen. Dabei kann auch berücksichtigt werden, dass es innerhalb einer MCF-Struktur zur Anregung von so genannten „Supermoden“ kommen kann, die über die gesamte Struktur der  $N$  Kerne ausbreitungsfähig sind [18, 165, 166]. Zusätzliche Verluste an den Faserspleißstellen, die durch Reflexionen oder eine Fehlausrichtung der beiden Faserenden entstehen können, können ebenfalls in einem solchen Modell berücksichtigt werden. Eine ausführliche Beschreibung der Feldverteilung findet sich in [50].

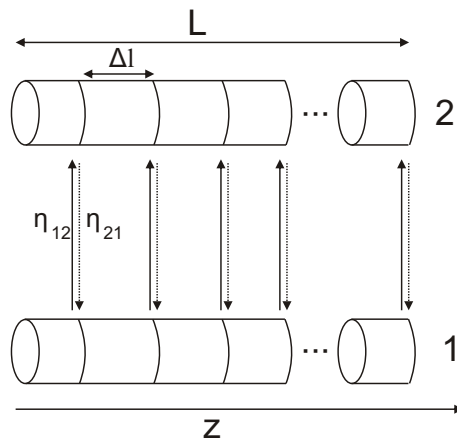


Abbildung 2.19. Aufbau des Simulationsmodells zur Berechnung des Kanalübersprechens in einer MCF mit zwei Kernen nach [162]. Die MCF wird in  $M$  Segmente der Länge  $\Delta l$  aufgeteilt, nach denen es jeweils zu einem Leistungsübersprechen kommt, das für den symmetrischen Fall von zwei Faserkernen durch die PCEs  $\eta_{12} = \eta_{21}$  charakterisiert wird.

Der obige Ansatz hat den Vorteil, dass er für einen gegebenen Satz von Faserparametern, Abständen und weiteren Materialeigenschaften die exakte Berechnung der Feldverteilung für eine MCF ermöglicht. Ein Nachteil ist, dass Berechnungen mit Hilfe dieses Ansatzes numerisch sehr anspruchsvoll sind. In [162] wird ein Modell in Analogie zum Wellenplattenmodell der Faser (vgl. Abschnitt 2.4.3) vorgeschlagen. Dieser Aufbau ist in Abbildung 2.19 für den einfachsten Fall einer Zweikernfaser mit den Kernen 1 und 2 gezeigt. Eine MCF der Länge  $L$  wird in  $M$  Stücke der Länge  $\Delta l$  aufgeteilt, wobei  $\Delta l$  der mittleren Länge einer MCF zwischen zwei Spleißstellen entspricht<sup>19</sup>. Das Übersprechen der MCF lässt sich nach jedem Segment der MCF über die PCEs  $\eta_{12}$  und  $\eta_{21}$  beschreiben, die jeweils das Übersprechen von Kern 1 auf Kern 2 und von Kern 2 auf Kern 1 beschreiben. Aufgrund der Reziprozität einer 2-Kern-Faser gilt  $\eta_{12} = \eta_{21}$ . Die PCEs sind abhängig von einer Vielzahl von Parametern, wie zum Beispiel dem Kerndurchmesser  $d$ , der Kerneigung (engl.: Core pitch), dem Brechungsindexprofil, sowie der Dämpfung und der Kernsymmetrie [23]. Diese Faktoren werden wiederum durch den Herstellungs- und Alterungsprozess der MCFs sowie durch Umwelteinflüsse wie Temperaturänderungen und eine Biegung der Faser beeinflusst.

<sup>19</sup>Für alle Betrachtungen in dieser Arbeit wird angenommen, dass die Länge eines MCF-Abschnitts zwischen zwei Spleißstellen zwischen 1 bis 4 km beträgt. Für die mittlere Länge eines MCF-Abschnitts zwischen zwei Spleißstellen wird eine Länge von 2 km angenommen

Der Segment-Ansatz berücksichtigt jedoch in seiner ursprünglichen Form in [162] lediglich ein Übersprechen der Leistungen zwischen den einzelnen Kernen. Im Rahmen dieser Dissertation wurde dieser Ansatz erweitert, so dass anstelle eines PCE-Faktors ein Übersprechfaktor  $c_{i,j}$  definiert wird, der die Interaktion zwischen Kern  $a$  und  $b$  beschreibt. Dadurch können die Feldverteilungen der einzelnen Kerne kohärent überlagert werden, was eine realistischere Modellierung des Übersprechens ermöglicht.

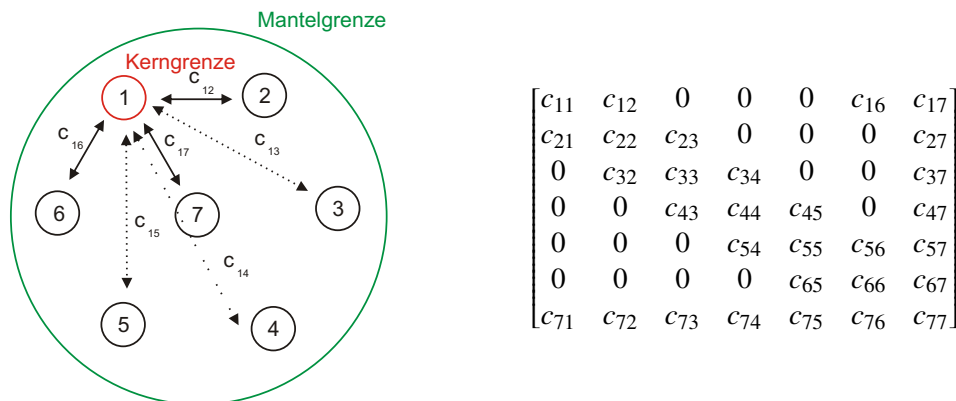


Abbildung 2.20. Links: Schematischer Aufbau einer Sieben-Kern-Faser in einer Aufsicht auf die Faserstirnfläche (nicht maßstabsgetreu). Übersprechen wird durch die Koppelkoeffizienten  $c_{i,j}$  beschrieben. Dies wird hier schematisch gezeigt für das Übersprechen zwischen Kern 1 und allen übrigen Kernen. In erster Näherung können die Koppelkoeffizienten von Kernen mit größeren Abständen als dem Minimalabstand zueinander vernachlässigt werden; hier dargestellt durch gepunktete Linien. Rechts: Zugehörige Koppelmatrix für eine Sieben-Kern-Faser unter selbiger Annahme.

Abbildung 2.20 zeigt den Aufbau einer in der Arbeit simulierten Sieben-Kern-Faser mit jeweils unterschiedlichen Übersprechfaktoren. Rechts dargestellt ist die zugehörige Übersprechmatrix  $\mathbf{C}$ , die nach jedem Spleißabschnitt mit den komplexen E-Feldern der Kanäle verrechnet wird, um das Übersprechen zu emulieren. In dieser Darstellung wird vereinfachend angenommen, dass die Wechselwirkungen von weiter entfernt liegenden Kernen vernachlässigt werden können, da die radialen Feldverteilungen mit zunehmendem Abstand exponentiell abfallen. Für eine exakte Berechnung können diese Wechselwirkungen in dem entwickelten Emulatormodell ebenfalls berücksichtigt werden, wodurch sich von Null verschiedene Werte für die Koppelkoeffizienten ergeben. Auf der Hauptdiagonalen der Übersprechmatrix befindet sich jeweils der Übersprechfaktor für einen Faserkern „auf sich selbst“. Dieser Faktor ergibt sich, falls keine zusätzlichen Spleißverluste angenommen werden, aus der Beziehung  $|c_{i,j=i}^2| = 1,0 - \sum_{i=1}^M |c_{i,j \neq i}^2|$ . Der zentrale Kern der Faser steht auch unter der Annahme obiger Näherung aufgrund seiner (idealerweise identischen) Entfernung zu allen umliegenden Kernen mit allen übrigen Kernen in Wechselwirkung - der Abstand des Zentralkerns zu den umliegenden Kernen entspricht dem Abstand eines äußeren Kerns zu seinen Nachbarkernen. In der Regel verhält sich das Übersprechen zwischen zwei einzelnen Kernen symmetrisch zueinander, weshalb die Beziehung  $c_{i,j} = c_{j,i}$  gilt  $\forall i \neq j$ . Für den Spezialfall, dass alle zueinander benachbarten Kerne die exakt gleichen Materialeigenschaften und den Abstand  $d$  zueinander aufweisen, lässt sich die Matrix noch weiter vereinfachen, so dass  $c_{i,j} = c_{i,k} \forall i \neq k$ .

## 2.7. Optische Entzerrer

Ein Schwerpunkt dieser Dissertation ist die Untersuchung von Entzerrer-Komponenten, um lineare Signalstörungen reduzieren oder das Signal vollständig entzerren zu können. Entzerrer können dabei sowohl in der elektrischen Ebene als auch in der optischen Ebene als Filterstrukturen realisiert werden. Diese Filterstrukturen können sowohl als Filter mit endlicher Impulsantwort (engl.: Finite impulse response, FIR), als auch als Filter mit unendlicher Impulsantwort (engl.: Infinite impulse response, IIR) realisiert werden. Eine vollständige Beschreibung der Filtertheorie übersteigt den Rahmen dieser Dissertation, weshalb an dieser Stelle auf die ausführlichen Werke [67, 167] verwiesen wird. In den folgenden Abschnitten 2.7.2 und 2.7.3 wird kurz auf die jeweiligen Filterstrukturen eingegangen.

### 2.7.1. Vergleich von optischen und elektrischen Entzerrern

Eine Entzerrung von *elektrischen* Datensignalen im Zusammenhang mit digitaler Signalverarbeitung wurde in der Literatur bereits sehr ausführlich untersucht [14, 17, 42, 69, 168–170]. Entsprechende DSP-Systeme sind bereits seit einigen Jahren kommerziell erhältlich und werden kontinuierlich weiter entwickelt. Im Gegensatz zu optischen Entzerrern arbeiten elektrische Entzerrer mit diskreten Signalen im Hinblick auf Zeit und Amplitude. Analoge Eingangssignale müssen also erst mit Hilfe eines (hinreichend schnellen) Analog/Digital-Wandlers diskretisiert werden, bevor sie verarbeitet werden können.

Da die elektrische Filterung von verzerrten Signalen in optischen Übertragungssystemen in Echtzeit geschehen muss [171], werden angesichts steigender Symbolraten sowohl schnellere AD-Wandler als auch schnellere integrierte Schaltungen zur Signalverarbeitung benötigt. Die benötigte Rechengeschwindigkeit hängt zudem auch mit der Komplexität der verwendeten DSP-Algorithmen zusammen. Zwar verdoppelt sich die Dichte an Transistoren in integrierten Schaltungen nach dem „Moore'schen Gesetz“ etwa alle 1-2 Jahre [1], jedoch führt eine höhere Dichte an Bauteilen in integrierten Schaltungen zu einer größeren Wärmeentwicklung und die Schaltungen müssen aufwändig gekühlt werden, wodurch insgesamt ein hoher Energieverbrauch entsteht.

*Optische* Entzerrer haben in der Literatur vergleichsweise wenig Aufmerksamkeit erfahren [172–174], obwohl sie potentiell eine interessante Alternative zu elektrischen Entzerrern darstellen [23, 27]: Die Herstellung der Filter als planare Wellenleiterstrukturen (engl.: Planar lightwave circuit, PLC) aus (z.B.) Siliziumoxinitrid (SiON) ist potentiell sehr kosteneffizient [174–176]. Die Filter lassen sich dabei sowohl als FIR- als auch als IIR-Filterstrukturen implementieren [175] und arbeiten mit zeit- und amplitudenkontinuierlichen, optischen Signalen. Der Aufbau einer optischen IIR-Filterstruktur ist exemplarisch in Abbildung 2.21 nach [177] für ein einstufiges Filter mit einem Abgriff (engl.: Tap) gezeigt. Ein solches Filter lässt sich beispielsweise als Kombination aus einem Mach-Zehnder Interferometer und einer Kaskade von Ring-Resonatoren aufbauen, die über einen Leistungskoppler mit dem Koppelfaktor  $K$  mit der Glasfaser verbunden werden [175, 177]. Mit Hilfe eines Phasenschiebers  $\varphi$  im Interferometer und den Ring-Resonatoren lassen sich sowohl Amplitude und Phase des Signals einstellen, wobei die Ansteuerung der Phasenschieber beispielsweise durch den thermooptischen Effekt erfolgen kann.

Sowohl elektrische als auch optische Entzerrer können mit starren, fest eingestellten Filterkoeffizienten hergestellt, bzw. implementiert werden. Mit dieser festen Einstellung lässt sich entsprechend eine Signalstörung entzerren - etwa ein fester Wert an akkumulierter Dispersion. Um Signale mit zeitabhängigen Störeffekten entzerren zu können, werden hingegen adaptive Filter mit einstellbaren Koeffizienten genutzt. In beiden Fällen ist die Festlegung der Werte der komplexen Filterkoeffizienten ein nicht-triviales Problem: Zwar lassen sich für einfache Störeffekte wie z.B. eine akkumulierte chromatische Dispersion oder PMD analytische Ausdrücke zur Bestimmung der Filterkoeffizienten herleiten [51]. Da die Stärke des jeweiligen Störeffekts am Empfänger des Systems aber in der Regel a priori nicht bekannt ist, werden häufig numerische Optimierungsmethoden verwendet, die kein a priori-Wissen voraussetzen und stattdessen mit Hilfe von Rückkopplungskriterien arbeiten. Die Problematik der Bestimmung der Filterkoeffizienten wird in Abschnitt 2.7.5 gesondert betrachtet.

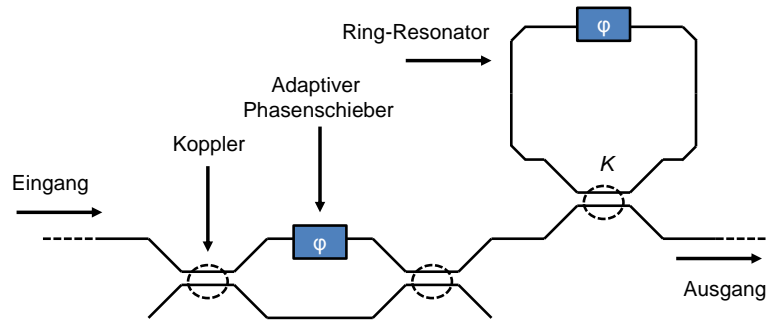


Abbildung 2.21. Schematischer Aufbau eines einstufigen IIR-Filters nach [177]. Ein eingehendes Signal durchläuft ein Mach-Zehnder Interferometer mit einem adaptiven Phasenschieber und wird danach in eine Ring-Resonatorstruktur mit Koppelfaktor  $K$  und adaptivem Phasenschieber eingekoppelt. Für ein mehrstufiges Filter können weitere Ring-Resonatorstrukturen kaskadiert werden.

## 2.7.2. FIR Filter

FIR-Filter verfügen über eine endliche Impulsantwort und können als analoge oder digitale Filter implementiert werden. Eine schematische Ansicht eines digitalen FIR-Filters ist links in Abbildung 2.22 dargestellt für ein symmetrisches Filter mit  $Q = 2n + 1$  komplexen Filterkoeffizienten  $\theta_i$ . Ein komplexes, verzerrtes Eingangssignal  $s_{\text{verzerrt}}$  wird von links in die Filterstruktur gegeben und durchläuft insgesamt  $2n$  Verzögerungsglieder mit der Verzögerungszeit  $\tau$ . Das Signal kann an jedem der  $Q$  Abgriffe unterschiedlich gewichtet werden; die komplexen Werte von  $\theta_{-i}$  und  $\theta_{+i}$  sind im Gegensatz zur Struktur des Filters *nicht* notwendigerweise symmetrisch. Die gewichteten Signalanteile werden dann auf einen Addierer gegeben und am Ausgang des Filters liegt das überlagerte, entzerrte Signal  $s_{\text{entzerrt}}$  vor.

Bei der Implementierung eines optischen Entzerrers wird das Signal zwischen den einzelnen Abgriffen um die Symboldauer  $\tau = t_{\text{Symbol}}$  verzögert. Man erreicht damit ein Verhältnis von einem Abgriff pro Symbol (dieses Verhältnis wird auch als „Auflösung“ eines digitalen Filters bezeichnet). Je nach Art der Verzerrung bietet es sich an, dieses Verhältnis zu erhöhen, um das Signal auch zwischen den Symbolmitten abgreifen zu können. Dies ist insbesondere dann sinnvoll, wenn Signale stark verzerrt sind und die Störungen im Signal hohe Frequenzanteile aufweisen. In diesem Fall spricht man in der englischen Literatur von einem „fractionally-spaced equalizer“, wobei in der Literatur Verhältnisse von 2 Abgriffen pro Symbol besonders häufig verwendet werden, um z.B. PMD-Effekte zu entzerren [14, 40].

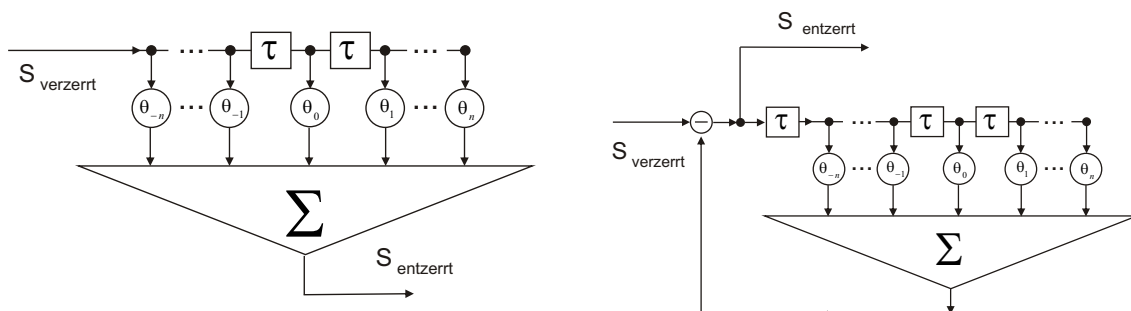


Abbildung 2.22. Schematischer Aufbau einer symmetrischen FIR-Filterstruktur (links) und einer IIR-Filterstruktur (rechts).



Durch die obige Filterstruktur lässt sich mathematisch eine Faltung eines Signals mit der Impulsantwort des Filters im Zeitbereich realisieren, was einer Multiplikation im Frequenzbereich entspricht. Für den Fall eines diskreten, symmetrischen Filters lässt sich das Symbol  $I_k$  am Ausgang des Filters zum Abtastzeitpunkt  $k$  durch folgende Beziehung berechnen [167]:

$$I_k = \sum_{j=-K}^K \theta_j s_{k-j}, \quad (2.50)$$

wobei  $s_k$  das Eingangssignal zum  $k$ -ten Abtastpunkt darstellt; die entsprechende Gleichung für ein zeitkontinuierliches Filter lässt sich analog formulieren. Anhand von Gleichung (2.50) lässt sich bereits erkennen, dass das entzerrte Signal am Ausgang der Filterstruktur im Vergleich zum verzerrten Signal zeitlich verzögert wird: Um für das entzerrte Signal den  $k$ -ten Abtastpunkt berechnen zu können, müssen die vorherigen  $K$  und die folgenden  $K$  Abtastpunkte vorliegen - das entzerrte Signal wird im Vergleich zum verzerrten Signal um  $K$  Abtastzeitpunkte verzögert.

Weiterhin lässt sich zeigen, dass FIR-Filter inhärent stabil sind - wenn die Z-Transformation der Übertragungsfunktion  $H(z)$  eines FIR-Filters betrachtet wird, liegen alle Polstellen der Funktion innerhalb des Einheitskreises der komplexen Ebene [67, 178, 179].

### 2.7.3. IIR Filter

IIR-Filter besitzen im Gegensatz zu FIR-Filtern eine unendlich ausgedehnte Impulsantwort [167]. Eine schematische Darstellung eines symmetrischen IIR-Filters mit  $Q = 2n + 1$  Koeffizienten ist rechts in Abbildung 2.22 dargestellt. Der Hauptunterschied zum FIR-Filter besteht darin, dass das Signal vom Addierer zum Filtereingang zurückgekoppelt wird. Der Vorteil einer solchen Struktur ist, dass sich unter der Ausnutzung der Rückkopplung die benötigte Anzahl an Filterabgriffen für die Entzerrung eines gestörten Signals im Vergleich zum FIR-Filter reduzieren lässt, bzw. dass es möglich ist, bei derselben Anzahl von Abgriffen mit dem IIR-Filter eine bessere Entzerrung des Signals zu erreichen. Dies wurde im Rahmen der Arbeit in [27] für die Entzerrung von GDR gezeigt und wird in Abschnitt 3.5.4 im Detail betrachtet.

Ein Nachteil des IIR-Filters ist jedoch, dass er im Gegensatz zum FIR-Filter nicht inhärent stabil ist. Weiterhin können Konvergenzprobleme bei der Bestimmung eines Satzes von Filterkoeffizienten auftreten [180]. In der Literatur werden IIR-Filter daher eher selten betrachtet, obwohl sich ein gefundener Satz an Filterkoeffizienten auch nachträglich durch eine Umskalierung der Koeffizienten stabilisieren lässt [180].

### 2.7.4. MIMO Entzerrer

Systeme mit mehrfachen Ein- und Ausgängen (engl.: Multiple input - multiple output, MIMO) werden bereits seit einigen Jahren im Bereich der drahtlosen Kommunikationstechnik genutzt [181, 182], um sowohl eine höhere Datenkapazität durch eine räumliche Multiplex-Technik zu erreichen, als auch Signalverzerrungen in Systemen durch Mehrwegeausbreitung und Kanalübersprechen zu reduzieren. Im Jahre 2005 wurde das MIMO-Prinzip erstmals im Bereich der optischen Übertragungstechnik angewendet [22]. Abbildung 2.23 veranschaulicht ein MIMO-System aus der drahtlosen Übertragungstechnik und vergleicht es mit „SISO“, „SIMO“ und „MISO“ Systemen. Bisher wurden in der Literatur vorwiegend elektrische MIMO-Entzerrer betrachtet [19, 22, 183]. In dieser Dissertation werden hingegen *optische* MIMO-Entzerrer untersucht, welche die in Abschnitt 2.7.1 beschriebenen Vorteile gegenüber elektrischen Entzerrern aufweisen. Eine Realisierungsmöglichkeit eines optischen MIMO-Entzerrer-Systems findet sich in [177].

Das in [22] vorgestellte MIMO-Konzept für optische Übertragungssysteme wurde ursprünglich für den Einsatz in Mehrmodenfasern konzipiert. Es lässt sich jedoch auch auf den Einsatz in Mehrkernfasersysteme-

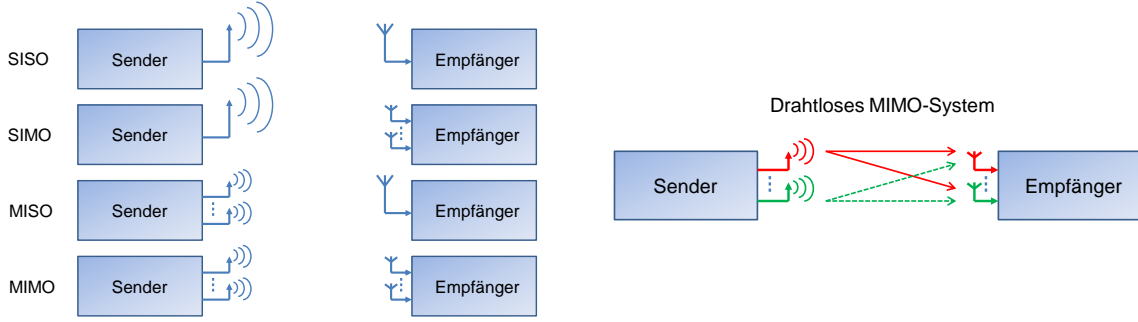


Abbildung 2.23. Links: Vergleich von Systemen mit einem Aus- und Eingang („SISO“, oben), mit einem Ein- und mehreren Ausgängen („SIMO“, 2. von oben), mehreren Eingängen und einem Ausgang („MISO“, 2. von unten) und mehreren Ein- und Ausgängen („MIMO“, unten) für drahtlose Übertragungssysteme. Die Anzahl der Ein-, bzw. Ausgänge bezeichnet hierbei die Anzahl der Sende- und Empfangsantennen. Rechts: Exemplarische Darstellung eines drahtlosen MIMO-Systems mit Mehrwege-Interferenz nach [22].

men erweitern: An jedem Eingang des Entzerrers liegt lediglich das (gestörte) Signal eines Kerns anstelle des Signals eines Modus an. Die im folgenden Verlauf der Dissertation angestellten Betrachtungen zur Ermittlung der Filterkoeffizienten mit Hilfe numerischer Optimierer sind daher auch für MCF-Systeme gültig. In [22] werden zwei Varianten vorgestellt, den MIMO-Entzerrer aufzubauen. Der erste Ansatz führt eine Kanalschätzung durch, um die a priori unbekannte komplexe Übertragungsmatrix  $\mathbf{H}$  für alle Kanäle zu bestimmen. Betrachtet wird der allgemeine Fall für ein System mit  $M$  Sendern und  $N$  Empfängern und einem *linearen, zeitinvarianten* Übertragungskanal. Ein MIMO-System lässt sich dann im Zeitbereich beschreiben über die Gleichung [22]

$$\vec{y} = \mathbf{H}\vec{s} + \vec{v}, \quad (2.51)$$

mit dem diskreten Vektor  $\vec{s}$  des gesendeten, rauschfreien Signals und dem Vektor  $\vec{y}$  des empfangenen Signals über alle  $N$ , bzw.  $M$  Kanäle sowie dem Rauschvektor  $\vec{v}$ . Dabei wird angenommen, dass das gesendete Signal  $l$  Abtastpunkte, bzw. Symbole enthält. Die Übertragungsmatrix  $\mathbf{H}$  verfügt über  $N$  Zeilen und  $M$  Spalten. In diesem Ansatz wird vorausgesetzt, dass es sich bei  $\vec{v}$  um einen *additiven* Rauschanteil handelt, der erst am Empfänger des Systems hinzugefügt wird und *nicht* durch die Übertragungsfunktion des Kanals beeinflusst wird. Im allgemeinen Fall ist für einen Übertragungskanal eines optischen Übertragungssystems davon auszugehen, dass der Signalvektor  $\vec{s}$  des gesendeten Signals bereits Rauschanteile enthält, die durch die Matrix  $\mathbf{H}$  beeinflusst werden. Das Problem in Gleichung (2.51) lässt sich für eine Kanalschätzung umformulieren, indem die Matrix  $\mathbf{H}$  in einen Vektor  $\vec{h}$  überführt wird. Nach [22] ergibt sich dadurch folgendes Gleichungssystem für einen gedächtnislosen Entzerrer:

$$\begin{pmatrix} y_1(1) \\ y_1(2) \\ \vdots \\ y_1(l) \\ y_2(1) \\ \vdots \\ y_2(l) \\ \vdots \\ y_N(l) \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{s}} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{s}} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \tilde{\mathbf{s}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{S}} \begin{pmatrix} h_{11} \\ h_{12} \\ \vdots \\ h_{1M} \\ h_{21} \\ h_{22} \\ \vdots \\ h_{NM} \end{pmatrix} + \vec{v}, \quad \text{mit } \tilde{\mathbf{s}} = \begin{pmatrix} s_1(1) & \cdots & s_M(1) \\ s_1(2) & \cdots & s_M(2) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ s_1(l) & \cdots & s_M(l) \end{pmatrix}. \quad (2.52)$$

Hierbei ist darauf zu achten, dass sich die Notation dieses Gleichungssystems von Gleichung (2.51) unterscheidet: Der linke Vektor  $\vec{y}$  in Gl. (2.52) enthält für jeden der  $N$  Empfänger alle  $l$  empfangenen Symbole. Die Matrix  $\mathbf{S}$  enthält insgesamt  $lN \times NM$  Einträge, wobei nur die einzelnen Submatrizen  $\tilde{\mathbf{s}}$

von Null verschiedene Einträge enthalten. Diese Submatrizen sind identisch und auf der rechten Seite von (2.52) für einen Entzerrer mit einem Abgriff dargestellt. Dabei beschreibt  $s_i(j)$  den Zugriff auf das  $j$ -te Symbol des  $i$ -ten gesendeten Kanals; dies können die Symbole einer bekannten Trainingssequenz sein. Die Submatrix enthält damit  $l \times M$  Einträge. Verschiedene Lösungsmöglichkeiten für Gleichung (2.52) werden in Abschnitt 2.7.5 aufgeführt. Eine Beschreibung der Optimierungsmethoden erfolgt in 2.8. Generell wird dabei das überbestimmte Gleichungssystem nach  $\vec{h}$  aufgelöst, oder nach dem Least Squares-Ansatz eine Lösung  $\vec{h}_{neu}$  von (2.52) bestimmt, welche die Gleichung

$$\|\vec{y} - \mathbf{S} \cdot \vec{h}_{neu}\| \leq \|\vec{y} - \mathbf{S} \cdot \vec{h}\| \quad (2.53)$$

erfüllt. Sobald eine Lösung bestimmt wurde, lässt sich daraus wieder die Matrix  $\mathbf{H}$  bilden und invertieren. Dies ist auch für den Fall  $M \neq N$  einer nicht-quadratischen Matrix  $\mathbf{H}$  möglich (vgl. Gl. (2.74)). Damit ergibt sich die formale Lösung

$$\vec{s}_{entzerrt} \equiv \mathbf{H}^{-1} \cdot \vec{y} = \vec{s} + \mathbf{H}^{-1} \cdot \vec{v}. \quad (2.54)$$

Anhand von Gleichung (2.54) wird bereits ein Problem offenbar: Falls die Kanalmatrix  $\mathbf{H}$  Elemente mit sehr kleinen Beträgen aufweist, werden die Elemente der inversen Kanalmatrix große Werte enthalten und dadurch den Rauschvektor  $\vec{v}$  verstärken [22]. Der zweite in [22] vorgestellte Ansatz nutzt eine Vertauschung der empfangenen und gesendeten Signalwerte in (2.52), um direkt die inverse Kanalmatrix zu approximieren und damit einen  $M \times N$  Schmetterlingsentzerrer (vgl. Abbildung 2.24) zu realisieren:

$$\begin{pmatrix} x_1(1) \\ x_1(2) \\ \vdots \\ x_1(l) \\ x_2(1) \\ \vdots \\ x_2(l) \\ \vdots \\ x_N(l) \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{s}} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{s}} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \tilde{\mathbf{s}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{S}} \begin{pmatrix} w_{11} \\ w_{12} \\ \vdots \\ w_{1M} \\ w_{21} \\ w_{22} \\ \vdots \\ w_{NM} \end{pmatrix} + \vec{v}, \quad \text{mit } \tilde{\mathbf{s}} = \begin{pmatrix} y_1(1) & \cdots & y_M(1) \\ y_1(2) & \cdots & y_M(2) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ y_1(l) & \cdots & y_M(l) \end{pmatrix}. \quad (2.55)$$

Hierbei enthält der Vektor  $\vec{x}$  die  $Nl$  bekannten Trainingssymbole und  $x_i(j)$  beschreibt den Zugriff auf das  $j$ -te Symbol des  $i$ -ten gesendeten Kanals. Der Vektor  $\vec{v}$  enthält die Koeffizienten der *inversen* Kanalmatrix.

Für den Fall, dass der MIMO-Entzerrer in der Lage sein soll, ISI zu entzerren, werden  $Q > 1$  Abgriffe pro Komponente des Schmetterlingsentzerrers benötigt und der Entzerrer muss somit über ein „Gedächtnis“ verfügen. Der genaue Wert von  $Q$  ist von der Art der Störungen, bzw. der Gedächtnislänge der Störung abhängig und gegebenenfalls nicht a priori bekannt (vgl. Abschnitt 3.3.4). Auch das Verhältnis von Abgriffen pro Symbol kann variiert werden. Es bietet sich weiterhin an, eine symmetrische Filterstruktur mit  $Q = 2 \cdot n + 1$  Abgriffen wie in 2.7.2 beschrieben zu verwenden. Damit lautet die erweiterte Gleichung (2.55)

$$\begin{pmatrix} x_1(1) \\ x_1(2) \\ \vdots \\ x_1(l) \\ x_2(1) \\ \vdots \\ x_2(l) \\ \vdots \\ x_N(l) \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{s}} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{s}} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \tilde{\mathbf{s}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{S}} \begin{pmatrix} w_{11}(1) \\ \vdots \\ w_{1M}(1) \\ \vdots \\ w_{11}(Q) \\ \vdots \\ w_{1M}(Q) \\ \vdots \\ w_{NM}(Q) \end{pmatrix} + \vec{v}, \quad (2.56)$$

wobei die Submatrix

$$\tilde{\mathbf{s}} = \begin{pmatrix} y_1(0 - Q/2) & \dots & y_M(0 - Q/2) & y_1(0 - Q/2 + 1) & \dots & y_M(0 + Q/2) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_1(l/2 - Q/2) & \dots & y_M(l/2 - Q/2) & y_1(l/2 - Q/2 + 1) & \dots & y_M(l/2 + Q/2) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_1(l - Q/2) & \dots & y_M(l - Q/2) & y_1(l - Q/2 + 1) & \dots & y_M(l + Q/2) \end{pmatrix} \quad (2.57)$$

nun  $l \times MQ$  Werte enthält und der Vektor  $\vec{w}$  aus  $MNQ$  Koeffizienten besteht. Hierbei wird angenommen, dass ab dem Zeitpunkt  $-Q/2$  bis zum Zeitpunkt  $l + Q/2$  empfangen wird und die entsprechenden Signalwerte am Empfänger vorliegen. Das erste bekannte Trainingssymbol wird zum Zeitpunkt 0 gesendet, das letzte zum Zeitpunkt  $l$ . Wird ein Entzerrer mit einem Verhältnis von Abgriffen pro Bit  $> 1$  verwendet, sind die Argumente in Gleichung (2.57) für den Signalzugriff entsprechend anzupassen auf Abtastzeitpunkte zwischen den Symbolmitten.

An dieser Stelle sei auch darauf hingewiesen, dass sich mit einem MIMO-Entzerrer nicht nur ein kohärentes Übersprechen in Systemen mit räumlichem Multiplexing entzerren lässt. Ein SISO-System stellt lediglich einen Spezialfall des MIMO-Entzerrers dar; die Formalismen und Methoden zur Bestimmung der Filterkoeffizienten bleiben identisch. Auch der in [40, 42, 51] vorgestellte  $2 \times 2$  Schmetterlingsentzerrer zur Entzerrung von Dispersion und PMD ist ein Spezialfall eines MIMO-Entzerrers.

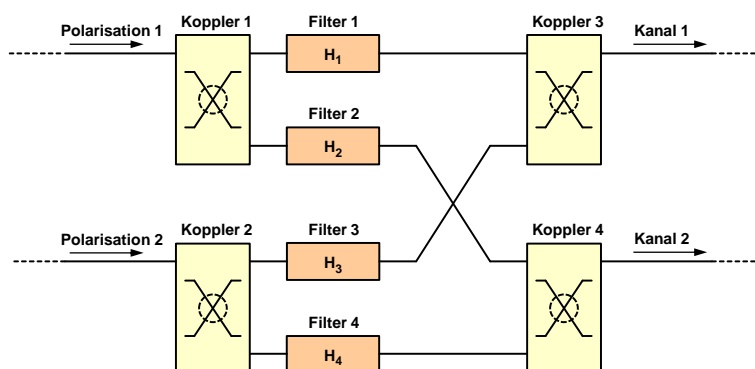


Abbildung 2.24. Schematischer Aufbau eines polarisationsaufgelösten  $2 \times 2$  Schmetterlingsfilters für einen optischen Entzerrer nach [177].

Der grundlegende Aufbau für ein polarisationsaufgelöstes  $2 \times 2$ -Schmetterlingsfilter nach [177] ist in Abbildung 2.24 dargestellt: Ein eingehendes optisches Signal wird mit Hilfe eines Polarisationsstrahlteilers (in der Abbildung nicht eingezeichnet) in zwei zueinander senkrechte Polarisationsanteile 1 und 2 aufgeteilt. Jeder Anteil wird durch einen Koppler auf zwei separate Filter-Strukturen aufgeteilt, deren Koeffizienten unabhängig voneinander bestimmt werden können. Nach den Filtern werden jeweils zwei Signalanteile in einem nachfolgenden Koppler überlagert: Ein Signalanteil derselben Polarisation und ein Signalanteil der dazu orthogonalen Polarisation. Dadurch ist es möglich, beide Kanäle zu entzerren. Jede der vier Filterstrukturen  $H_1$  bis  $H_4$  besitzt einen eigenen Satz an Koeffizienten, wobei es in der Praxis meist üblich ist, die Anzahl der Filterkoeffizienten und die Auflösung des Filters in Abgriffen pro Symbol für alle Strukturen gleich zu wählen. Eine Realisierung der Filterstruktur kann sowohl als FIR-, IIR- und kombinierte FIR/IIR-Struktur realisiert werden.

### 2.7.5. Bestimmung der Filterkoeffizienten

Um lineare Verzerrungen eines Signals mit Hilfe der optischen Entzerrer reduzieren oder komplett entfernen zu können, muss ein passender Satz von Koeffizienten des Filters gefunden werden. Dabei soll

die Übertragungsfunktion des Kanals in inverser Form durch die Übertragungsfunktion des Filters approximiert werden. Für den Grenzfall, dass beide Übertragungsfunktionen exakt invers zueinander sind, gelingt eine vollständige Entzerrung eines eingehenden Signals.

Es handelt sich also um ein Optimierungsproblem, das sich in seiner einfachsten Form formal folgendermaßen beschreiben lässt:

- Gegeben sei die von den komplexen Koeffizienten  $c_1$  bis  $c_N$  abhängige Funktion  $F(c_1, c_2, \dots, c_N)$ .
- Die Funktion selbst ist nicht analytisch bekannt, aber es lässt sich ein Kriterium  $Q$  definieren mit  $Q = F(c_1, c_2, \dots, c_N)$ , das als Maß für die Güte des betrachteten Systems dienen und als Observable im System bestimmt werden kann.
- Gesucht wird derjenige Koeffizientensatz, für den  $Q$  *minimal* oder *maximal* wird - je nachdem, ob das Gütekriterium im Falle des optimalen Koeffizientensatzes gegen 0 geht oder möglichst groß werden soll.
- Für letzteren Fall lässt sich immer eine Transformationsvorschrift finden, mit der sich ein Maximierungsproblem in ein analoges Minimierungsproblem umwandeln lässt, weshalb im folgenden nur das klassische Minimierungsproblem einer  $N$ -dimensionalen Funktion betrachtet wird.

Grundsätzlich werden zwei Arten von adaptiven Entzerrern unterschieden, die dieses Minimierungsproblem auf unterschiedliche Weise lösen: Entzerrer, die mit Trainingssequenzen arbeiten, und „Blinde Entzerrer“ [184–187].

„Blinde Entzerrer“ nutzen für die Bestimmung der komplexen Filterkoeffizienten statistische Eigenschaften des Signals aus, setzen aber oft auch a priori Wissen am Empfänger, bzw. Entzerrer voraus oder funktionieren nur für bestimmte Modulationsformate [40]. Beispiele für blinde Entzerrer sind die Verfahren des „Konstanten Betrages“ (engl.: Constant modulus algorithm, CMA) und der „Entscheidungsgerichteten Entzerrung“ (engl.: Decision directed equalization, DD), die zum Beispiel in der elektrischen Ebene zur Entzerrung von durch PMD gestörten Signalen verwendet werden [40, 42, 69, 188].

Beim Einsatz von Entzerrern in der optischen Übertragungstechnik wird - insbesondere beim Einsatz von MIMO-Systemen - anstelle von blinden Entzerrern auf den Einsatz von Trainingssequenzen zurückgegriffen [189, 190]. Da die Trainingssequenzen bekannt sind, lässt sich am Empfänger des Systems ein Gütekriterium bestimmen, das von Optimierungsalgorithmen zur Bestimmung der Koeffizienten verwendet werden kann. Das Gütekriterium kann zum Beispiel die Bitfehlerquote, der benötigte OSNR für eine feste Bitfehlerquote oder die Größe der Augenöffnung am Empfänger des Systems sein. Durch eine Kreuzkorrelation oder Differenzbildung der empfangenen Symbolfolge mit der (bekannten) gesendeten Symbolfolge ist es außerdem möglich, ein Maß der Ähnlichkeit beider Funktionen zu erhalten, das sich ebenfalls als Gütekriterium verwenden lässt. In dieser Dissertation werden sowohl die Größe der Augenöffnung (beim Direktempfang) als auch die Differenzbildung zwischen der empfangenen Sequenz und der Trainingssequenz (kohärenter Empfänger) als Gütekriterium verwendet.

Für den Fall, dass Trainingssequenzen vorliegen, und dass der optische Entzerrer eine FIR- oder IIR-Filterung vornimmt, lässt sich das obige Optimierungsproblem auch in Matrixform ausdrücken:

$$\vec{d} = \mathbf{S} \cdot \vec{w} \quad (2.58)$$

Hierbei stellt  $\vec{d}$  einen Vektor mit bekannten (komplexen) Abtastpunkten der Trainingssequenz im Zeitbereich dar. Die Matrix  $\mathbf{S}$  enthält die detektierten Abtastpunkte des verzerrten Signals in einer Form, die eine Faltung des Signals mit einem Koeffizientenvektor  $\vec{w}$  eines FIR-Filters beschreiben. Diese Matrixform ist also formal identisch mit der in Abschnitt 2.7.4 definierten Matrixform des MIMO-Entzerrers abzüglich eines additiven Rauschterms. Der einzige Unterschied ist, dass es sich hier um den Spezialfall eines Systems mit nur einem Ein- und Ausgang handelt. Sowohl Gleichung (2.58) als auch die Matrixform für den MIMO-Entzerrer lassen sich also formal durch den Einsatz *derselben* Optimierungsmethoden lösen - es ändern sich nur die Längen der Vektoren  $\vec{d}$  und  $\vec{w}$  sowie die Größe der Matrix  $\mathbf{S}$ .

Das Ziel ist es jeweils, den Vektor  $\vec{w}$  der unbekannt, komplexen Koeffizienten des Entzerrers zu bestimmen. Ist dieser Vektor bestimmt, lassen sich künftig beliebige empfangene Symbolsequenzen mit dem bestimmten Koeffizientensatz entzerren, sofern sich die Eigenschaften des Kanals nicht ändern. Neben dem offensichtlichen Lösungsansatz, die Matrix  $\mathbf{S}$  zu invertieren, um  $\vec{w}$  zu bestimmen, gibt es eine Vielzahl weiterer numerischer Optimierungsmethoden, um Gleichung (2.58) lösen. Die in dieser Arbeit verwendeten Ansätze und Optimierer werden im folgenden Abschnitt 2.8 beschrieben.

## 2.8. Numerische Optimierungsmethoden

Auf dem Gebiet der optischen Übertragungstechnik und der Nachrichtentechnik, sowie auch in weiten Bereichen der Ingenieurs-, Natur- und Wirtschaftswissenschaften gibt es eine Vielzahl von Anwendungen für Optimierungsverfahren [191]. Dabei lassen sich eine Vielzahl von verschiedenen Optimierungsproblemen unterscheiden, die mit Hilfe von unterschiedlichen Optimierungsverfahren gelöst werden können.

Es existieren vielfältige Ansätze und Optimierungsalgorithmen (kurz auch: „Optimierer“), um ein *Minimierungsproblem* zu lösen [191]. Dies suggeriert bereits, dass der jeweils optimale Lösungsansatz von der Beschaffenheit der im vorherigen Abschnitt beschriebenen Funktion  $\mathbb{F}$  abhängt. Während manche Algorithmen ein hervorragendes Konvergenzverhalten erzielen, wenn durch die Funktion  $\mathbb{F}$  eine  $n$ -dimensionale Hyperfläche definiert wird, in der es nur ein einziges Optimum gibt, können dieselben Algorithmen bei komplex strukturierten Hyperflächen mit einer Vielzahl von Nebenmaxima oder Nebenminima ein deutlich schlechteres Konvergenzverhalten aufweisen oder sogar divergieren. Auch die Anzahl der Funktionsparameter, also die Dimensionalität des Optimierungsproblems, kann einen entscheidenden Einfluss auf das Konvergenzverhalten eines Optimierers haben.<sup>20</sup>

Zwar lassen sich anhand von Erfahrungswerten Vorhersagen treffen, nach denen ein bestimmter Optimierer für eine vorliegende Funktion mit zumindest ungefähr bekannter Komplexität des Problems mit einer hohen Wahrscheinlichkeit geeignet ist, jedoch empfiehlt es sich in den meisten Fällen, verschiedene Optimierer zu untersuchen, um ihre Eignung zur Findung einer Lösung miteinander vergleichen zu können. Ausschlaggebend für die Eignung eines Optimierers sind dabei vor allen Dingen die folgenden Kriterien:

- Die Robustheit der Konvergenz beschreibt, wie „sicher“ ein Algorithmus zu einer Lösung des Optimierungsproblems gelangt, also ob ein Algorithmus beispielsweise nach einer endlichen Anzahl von Iterationen immer eine Lösung für das Problem findet und wie „gut“ diese Lösung ist. Dabei ist gleichzeitig von Relevanz, ob es sich bei der gefundenen Lösung tatsächlich um das globale Optimum oder nur ein lokales Optimum handelt. Außerdem ist es für die Robustheit eines Optimierers von Bedeutung, ob das Konvergenzverhalten möglichst *unabhängig* von den gewählten Startbedingungen ist, mit denen der Optimierer initialisiert wird. Dies ist insbesondere dann wichtig, wenn a priori kein Wissen über eine günstige Startbedingung vorliegt.
- Die Komplexität beschreibt ein Maß dafür, wie aufwändig ein Algorithmus aufgebaut ist. Auch notwendige Implementierungsdetails wie Funktionen, die für den Algorithmus zur Verfügung stehen müssen, können die Komplexität beeinflussen. Dies kann insbesondere bei einer Hardware-Realisierung von numerischen Optimierern, die in Echtzeit arbeiten, relevant werden.
- Je nach Art des vorliegenden Problems kann die vom Algorithmus benötigte Laufzeit bis zur Konvergenz (siehe oben) ein entscheidendes Kriterium für dessen Eignung sein. Dabei wird nicht nur die Laufzeit einer Iteration, sondern die Gesamtlaufzeit des Algorithmus bis zum Erreichen der erforderlichen Güte betrachtet, da sich der Rechenaufwand und Anzahl von Iterationen zwischen verschiedenen Algorithmen deutlich unterscheiden können.
- Die für einen Algorithmus benötigten Speicheranforderungen hängen oft auch indirekt mit dessen Komplexität und der Dimensionalität des Optimierungsproblems zusammen. Auch die Anzahl der benötigten Iterationen kann für die Speicheranforderungen relevant sein.

---

<sup>20</sup>Wie bereits erwähnt, sind die Filterkoeffizienten  $c_1$  bis  $c_N$  komplexwertig. Viele  $N$ -dimensionale Optimierungsmethoden arbeiten jedoch nur mit reellen Eingabeparametern, weshalb das obige Minimierungsproblem analog transformiert wird zu:  $Q = \mathbb{G}(r_{c_1}, r_{c_2}, \dots, r_{c_N}, i_{c_1}, i_{c_2}, \dots, i_{c_N})$ , wobei die neue Funktion  $\mathbb{G}$  als Eingabeparameter nun getrennt den Realteil  $r_{c_i}$  und den Imaginärteil  $i_{c_i}$  für den jeweiligen Koeffizienten  $c_i$  als reellen Wert übergeben bekommt. Dadurch verdoppelt sich zwar die Anzahl der übergebenen Argumente; die Gesamtanzahl der Freiheitsgrade bleibt jedoch identisch.

Grundsätzlich werden die folgenden beiden Klassen von Optimierungsalgorithmen definiert:

- Deterministische Algorithmen lösen ein vorgegebenes Optimierungsproblem stets auf deterministische, also vorhersagbare Weise. Bei gleichen Systemparametern erreichen sie daher dieselben Lösungen (nach derselben Anzahl von Lösungsschritten).
- Stochastische Algorithmen hingegen greifen bei der Bestimmung von Lösungen auf Zufallszahlen zurück und können somit auch bei gleichen Systemparametern und einer gleichen Anzahl von Lösungsschritten zu unterschiedlich guten Lösungen des Problems kommen.<sup>21</sup>

In den folgenden Kapiteln werden die in der Arbeit verwendeten Optimierer vorgestellt. Die Implementierung dieser Algorithmen wurde jeweils in der Simulationsumgebung PHOTOSS in der Programmiersprache C++ vorgenommen, um eine hohe Performanz zu gewährleisten. Aus Platzgründen wird jeweils nur eine kurze Übersicht über die Funktionsweise angegeben; eine detaillierte Beschreibung, oft auch inklusive Angaben von Beispiel-Programmcode findet sich in den jeweiligen Quellenangaben.

### 2.8.1. Zufallsbewegung (Random Walk)

Die „Zufallsbewegung“ (engl.: Random Walk, RW) ist ein stochastischer Algorithmus, mit dem sich ein  $N$ -dimensionales Minimierungsproblem lösen lässt [192]. Hierbei wird pro Iteration eine zufällige Parameterkombination ermittelt, für welche die Güte  $Q$  der zu optimierenden Funktion bestimmt wird. Ist das Residuum der aktuell bestimmten Güte kleiner als das bisher kleinste erreichte Residuum aller vorherigen Iterationen, wird der aktuelle Parametersatz übernommen. In der einfachsten Version des RW erfolgt die Bestimmung der neuen Parameterkombination für die nächste Iteration komplett zufällig. Aufgrund der wenig komplexen Grundstruktur des RW Algorithmus, die in ihrer einfachsten Form der Abfolge einer Markov-Kette entspricht [192–194], existiert eine Vielzahl von Varianten des RW, die insbesondere auch im Bereich der Nachrichtentechnik und der drahtlosen Übertragung verwendet werden [194–196]. Die vorliegende Implementierung des Algorithmus in C++ wurde von Herrn Dipl.-Ing. Martin Finkenbusch im Rahmen seiner Diplom-Arbeit am Lehrstuhl für Hochfrequenztechnik vorgenommen und enthält weiterhin die Möglichkeit, eine Wahrscheinlichkeit zu definieren, mit der eine Parameterkombination auch übernommen wird, wenn *kein* global kleinstes Residuum mit dieser Kombination erreicht wird. In diesem Fall hat der Algorithmus eine starke Ähnlichkeit zu Verfahren wie der „Simulierten Auskühlung“ (engl.: Simulated annealing), bei dem die Wahrscheinlichkeit der Übernahme eines (vermeintlich) schlechteren Parametersatzes im Verlaufe der Iterationen schrittweise abgesenkt wird [192, 193]. Eine modifizierte Version des Random Walks kommt auch im Metropolis Algorithmus zum Einsatz (siehe Abschnitt 2.3.3) und soll verhindern, dass der Optimierer in einem lokalen Optimum verbleibt.

### 2.8.2. Partikelschwarmoptimierung

Das Prinzip des Partikelschwarm-Optimierers (PSO) basiert auf Erkenntnissen, die im Bereich der Verhaltensforschung von größeren Gruppen oder Schwärmen von Tieren gewonnen wurden [197–200]. Hierbei konnte beobachtet werden, dass sich für die Gruppe und das Individuum relevante Informationen, wie zum Beispiel die Lage eines potentiell aussichtsreichen Futterplatzes, einerseits innerhalb eines Schwarmes schnell ausbreiten [197–200]. Andererseits konnte belegt werden, dass die Informationen, welche die Individuen auf der Suche des Futterplatzes sammeln, auch das Verhalten und die „Suchrichtung“ der übrigen Individuen des Schwarmes beeinflussten, da diese Information durch Kommunikation

<sup>21</sup>Im Rahmen dieser Arbeit wird davon ausgegangen, dass die Zufallszahlen für stochastische Algorithmen von einem Zufallszahlengenerator erzeugt werden, der eine Folge von Pseudo-Zufallszahlen erzeugt, die über eine hinreichende Länge verfügt, so dass sich diese Zahlen innerhalb der Optimierung nicht wiederholen. Außerdem dürfen die (Pseudo-)Zufallszahlen untereinander nicht korreliert sein. Beide Annahmen wurden für alle im Rahmen der Dissertation verwendeten Zufallszahlengeneratoren des MATLAB®-Programms und der PHOTOSS-Applikation verifiziert.



zwischen den Individuen geteilt wird. Das Wissen um den „bisher aussichtsreichsten Futterplatz“ ist somit im ganzen Schwarm vorhanden.

In mathematischer Hinsicht lassen sich diese Beobachtungen nutzen, um einen Optimierer zu beschreiben, der mit Hilfe von  $M$  Partikeln einen  $K$ -dimensionalen Parameterraum nach einem globalen Minimum durchsucht. Dabei bewegt sich jeder Partikel mit einer individuellen Geschwindigkeit und Richtung durch den Parameterraum, die zu Beginn der Optimierung entweder fest oder zufällig initialisiert werden. Am Ende einer Iteration wird für jeden Partikel ausgewertet, wie groß das Residuum für den jeweiligen Parametersatz eines Partikels ist. Für jeden der  $N$  Iterationsschritte wird eine neue Position  $\vec{P}$  im  $K$ -dimensionalen Parameterraum für die  $M$  Partikel bestimmt [197]:

$$\vec{P}_{n+1,i} = \vec{P}_{n,i} + \vec{v}_{n+1,i} \quad \text{für } i = 1, \dots, M \quad \text{und } n = 1, \dots, N, \quad (2.59)$$

wobei der Geschwindigkeitsvektor  $v_{n+1,i}$  nach [197] berechnet wird über

$$\vec{v}_{n+1,i} = \mu \cdot \vec{v}_{n,i} + 2 \cdot \text{rand} \cdot (\vec{P}_{best,global} - \vec{P}_{n,i}) + 2 \cdot \text{rand} \cdot (\vec{P}_{best,n} - \vec{P}_{n,i}). \quad (2.60)$$

Hierbei bezeichnet „rand“ eine gleichverteilte Zufallszahl im Intervall  $[0, 1]$ .  $\vec{P}_{best,global}$  ist die Partikelposition mit dem bisher kleinsten aufgetretenen Residuum über alle Iterationen und  $\vec{P}_{best,n}$  ist die Position mit dem kleinsten Residuum der aktuellen Iteration. Der Faktor „2“ kann weiterhin auch als wählbarer Gewichtungparameter implementiert werden, wird aber im folgenden als konstant angenommen. Der Parameter  $\mu$  bezeichnet die Schrittweite für jede Iteration und kann zum Beispiel über

$$\mu_{n+1} = \frac{0,5 \cdot n}{1 - N} + \frac{0,4 - 0,9 \cdot N}{1 - N} \quad (2.61)$$

berechnet und somit mit einer fortschreitenden Anzahl an Iterationen gesenkt werden, um das Minimum der gesuchten Funktion genauer eingrenzen zu können [200]. Die neue Bewegungsrichtung und Geschwindigkeit für einen Partikel hängen damit zu einem mit  $\mu$  gewichteten Grad ab von seiner vorherigen Richtung und Geschwindigkeit und davon, wo bisher und aktuell die jeweils optimalen Partikelpositionen gefunden wurden. Letztere gehen jeweils mit einem zufällig ermittelten Gewicht ein, was den PSO zu einem stochastischen Optimierer macht.

### 2.8.3. Trust-Region Algorithmus

Der Trust Region-Algorithmus (TR) ist ein deterministischer Optimierer und wurde von Thomas F. Coleman und Yuying Li entwickelt [201, 202]. Er eignet sich, um nichtlineare,  $N$ -dimensionale Optimierungsprobleme zu lösen. Die folgende Beschreibung des Algorithmus erfolgt für ein eindimensionales Optimierungsproblem. Nach der Wahl eines Startpunktes  $x_0$  für den Algorithmus wird die zu minimierende Funktion  $y = f(x)$  innerhalb eines *Vertrauensbereiches* um den Startpunkt durch eine quadratische Modellfunktion  $\psi_k$  für jede Iteration  $k$  angenähert. Diese Modellfunktion wird nun anstelle von  $y = f(x)$  minimiert. Die grundlegende Abfolge des Algorithmus lässt sich schematisch beschreiben durch [201]:

- Bestimme einen Startpunkt  $x_0$  für die zu optimierende Funktion und setze  $x_k|_{k=1} = x_0$
- Für jede der  $k$  Iterationen...
  - Berechne  $f(x_k)$  und die Modellfunktion  $\psi_k$  im Vertrauensbereich  $\Delta_k$  um  $x_k$ .
  - Finde eine Näherungslösung  $s_k$ , um die Modellfunktion  $\psi_k$  zu minimieren
  - Berechne eine Güte der Lösung über  $p_k = (f(x_k + s_k) - f(x_k))/\psi_k(s_k)$
  - Wenn die Güte über einem festen Wert  $\mu$  liegt, setze  $x_{k+1} = x_k + s_k$ ,
  - andernfalls, setze  $x_{k+1} = x_k$

- Aktualisiere die Modellfunktion sowie den Vertrauensbereich  $\Delta_k$

Hierbei ist anzumerken, dass die Minimierung der Modellfunktion nicht exakt vorgenommen werden muss, sondern auch approximiert werden kann. In dieser Promotion wurde die Minimierung über den Cauchy-Punkt der Modellfunktion durch die Berechnung der Hesse-Matrix an der Stelle  $x_k$  durchgeführt [203]. Prinzipiell ist jedoch auch eine Vielzahl von weiteren Minimierungsansätzen möglich [201–203]. Der TR ist eng mit der Optimierungsmethode von Levenberg und Marquardt verwandt [203–205]. Für diese Dissertation wurde eine MATLAB<sup>®</sup>-Implementierung des TR verwendet, die im Fall von Konvergenzproblemen und für unterbestimmte Gleichungssysteme automatisch eine Levenberg-Marquardt-Optimierungsroutine nutzt. Weiterhin wurde eine Implementierung des TR in C++ von Herrn B.Sc. Jan-Hendrik Menke im Rahmen seiner Bachelor-Arbeit am Lehrstuhl für Hochfrequenztechnik vorgenommen.

#### 2.8.4. LMS

Der Optimierungsalgorithmus der „kleinsten mittleren Fehlerquadrate“ (engl.: Least mean squares, LMS) ist ein deterministischer Optimierer [206]. In der Literatur wird der Begriff der LMS Optimierung oft auch synonym als „Least mean squares fitting“ bezeichnet [191]. Dabei liefert das Modell eine Schätzung für eine unbekannte Funktion  $y(x)$ , deren  $N$  Parameter  $a_j$  mit  $j = 0, \dots, N-1$  sowie  $M$  Datenpunkte  $(x_i, y_i)$  mit  $i = 0, \dots, M-1$  bekannt sind. Die Funktion lässt sich dann beschreiben über [191]:

$$y(x) = y(x|a_0 \dots a_{N-1}), \quad (2.62)$$

wobei der Trennstrich „|“ auf eine explizite Abhängigkeit der Funktionswerte von den Eingabeparametern  $a_j$  hinweist. Das Ziel ist es, den folgenden Ausdruck der „kleinsten Fehlerquadrate“ in Abhängigkeit von den Parametern  $a_j$  zu minimieren:

$$\epsilon = \sum_{i=0}^{M-1} [y_i - y(x_i|a_0 \dots a_{N-1})]^2. \quad (2.63)$$

Dabei besteht eine Analogie zur Lösung des in Abschnitt 2.7.5 definierten Matrix-Problems, bei der die  $M$  bekannten Datenpunkte durch das gestörte Eingangssignal und die bekannte Trainingssequenz vorliegen und die Eingabeparameter  $a_j$  die Filterkoeffizienten repräsentieren. Damit ergibt sich für die Bestimmung der „kleinsten mittleren Fehlerquadrate“ [67] nach der Notation von Abschnitt 2.7.4 und 2.7.5 die folgende, einem Gradientenabstiegsverfahren analoge Rechenvorschrift [206]:

$$e(k) = \vec{d}(k) - \vec{x}(k) \cdot \vec{w}(k), \quad (2.64)$$

$$\vec{w}(k+1) = \vec{w}(k) + \mu \cdot e(k) \cdot \vec{x}(k), \quad (2.65)$$

wobei  $k$  jeweils der aktuelle Abtastpunkt der Daten-, bzw. Trainingssequenz ist und  $\mu$  einen Schrittweitenparameter darstellt, der adaptiv angepasst werden kann. Pro Iteration des Algorithmus wird die obige Rechenvorschrift für alle  $K$  Zeitpunkte eines Signals durchgeführt. Die Implementierung des LMS Algorithmus in C++ in obiger Form wurde von Herrn Dipl.-Ing. Simon Akhtari im Rahmen seiner Diplom-Arbeit am Lehrstuhl für Hochfrequenztechnik vorgenommen und verwendet die folgende adaptive Schrittweitenregelung:

$$\mu(n) = \frac{\hat{\mu}}{\|x(n)\|_2^2}, \quad (2.66)$$

wobei der Parameter  $\hat{\mu}$  beliebig ist und aus dem Wertebereich von  $0 < \hat{\mu} < 2$  gewählt wird. Die Notation  $\|\cdot\|_2^2$  bezeichnet die Bildung der quadratischen Norm. Das Symbol  $n$  bezeichnet die aktuelle Iteration der insgesamt  $N$  Iterationsschritte.

### 2.8.5. RLS

Der Optimierer der „Rekursiven kleinsten Fehlerquadrate“ (engl.: Recursive least squares, RLS) gehört zur Klasse der deterministischen Optimierer. Hierbei gehen zur Bestimmung des gesuchten Koeffizientenvektors nicht nur die Abtastpunkte des verzerrten Signals und des Referenzsignals des aktuellen Zeitpunktes ein, sondern auch diejenigen von *vorherigen* Zeitpunkten [67]. Dies setzt voraus, dass die Art der Verzerrung innerhalb der Gedächtnislänge des Optimierers zeitlich konstant ist. Für den allgemeinen mathematischen Fall bedeutet dies, dass Gleichung (2.58) auf Seite 53 für alle betrachteten Zeitpunkte der Gedächtnislänge gültig sein muss.

Ausgehend von der Notation für den LMS Algorithmus in 2.8.4, sowie 2.7.4 und 2.7.5 lässt sich für jeden Abtastzeitpunkt ein komplexer „a priori-Fehler“ definieren [67]:

$$\vec{e}_{\text{a priori}}(n) = \vec{d}(n) - \vec{x}^T(n) \cdot \vec{w}(n-1). \quad (2.67)$$

Der gesuchte Vektor  $\vec{w}$  kann dann bestimmt werden über die Beziehung

$$\vec{w}(n) = \vec{w}(n-1) + \vec{e}_{\text{a priori}}(n) \cdot \vec{k}(n), \quad (2.68)$$

wobei der Vektor  $\vec{k}(n)$  implizit die sogenannte „Vergessensmatrix“ für die Rückkopplung des Systems enthält:

$$\vec{k}(n) = \vec{s}(n) \cdot (1 + \vec{x}^T(n) \cdot \vec{s}(n))^{-1}, \quad (2.69)$$

mit

$$\vec{s}(n) = \lambda^{-1} \cdot \mathbf{A}^{-1}(n-1) \cdot \vec{x}(n) \quad (2.70)$$

und der „Vergessensmatrix“  $\mathbf{A}$ , die jeweils rekursiv bestimmt werden kann, über:

$$\mathbf{A}^{-1}(n) = \lambda^{-1} \mathbf{A}^{-1}(n-1) - \vec{k}(n) \cdot \vec{s}^T(n). \quad (2.71)$$

Dabei wird die „Vergessensmatrix“ mit einer um den Faktor  $\delta > 0$  skalierten Einheitsmatrix initialisiert. Der Parameter  $\lambda$  ist der sogenannte „Vergessensfaktor“, der das Maß der Rückkopplung des Optimierers definiert.

Für  $0 < \lambda < 1$  ergibt sich eine endliche Gedächtnislänge des Optimierers; für die in Abschnitt 2.7.5 definierten Optimierungsprobleme hat sich ein Wert von  $\lambda = 0,9$  als praktikabel erwiesen. Die in der Arbeit verwendete Version des RLS in C++ wurde von Herrn Dipl.-Ing. Simon Akhtari im Rahmen seiner Diplom-Arbeit am Lehrstuhl für Hochfrequenztechnik implementiert.

### 2.8.6. Matrix-Inversion

Streng genommen ist das Verfahren der Matrix-Inversion kein Optimierungsalgorithmus im mathematischen Sinn, da sich mit ihrer Hilfe eine exakte Lösung des vorliegenden Gleichungssystems berechnen lässt. An dieser Stelle werde nochmals Gleichung (2.58) betrachtet:

$$\vec{d} = \mathbf{S} \cdot \vec{w}. \quad (2.72)$$

Die formale Lösung der Gleichung mit Hilfe der Matrix-Inversion lautet dann (falls  $\mathbf{S}^{-1}$  existiert):

$$\vec{w} = \mathbf{S}^{-1} \cdot \vec{d}. \quad (2.73)$$

Für den allgemeinen Fall, dass  $\mathbf{S}$  keine quadratische Form hat, lässt sich dennoch eine „pseudo-inverse Matrix“ bestimmen. Ein mögliches Vorgehen ist die Bildung der „Moore-Penrose-inversen Matrix“ [207, 208]. Diese errechnet sich allgemein über die Beziehung:

$$\mathbf{S}_{\text{pseudo-invers}}^+ = (\mathbf{S}^* \cdot \mathbf{S})^{-1} \cdot \mathbf{S}^*. \quad (2.74)$$

Der in Gleichung (2.74) enthaltene Term  $(\mathbf{S}^* \cdot \mathbf{S})$  resultiert dann in einer quadratischen Matrix, die mit üblichen Vorgehensweisen invertiert werden kann. In dieser Arbeit wurde für die Invertierung das Standard-Verfahren der LU-Zerlegung verwendet (engl.: Lower and upper triangular), das in [191, 209] beschrieben wird.

## 3. Ergebnisse und Interpretation

### 3.1. Simulationsumgebung

#### 3.1.1. Übersicht

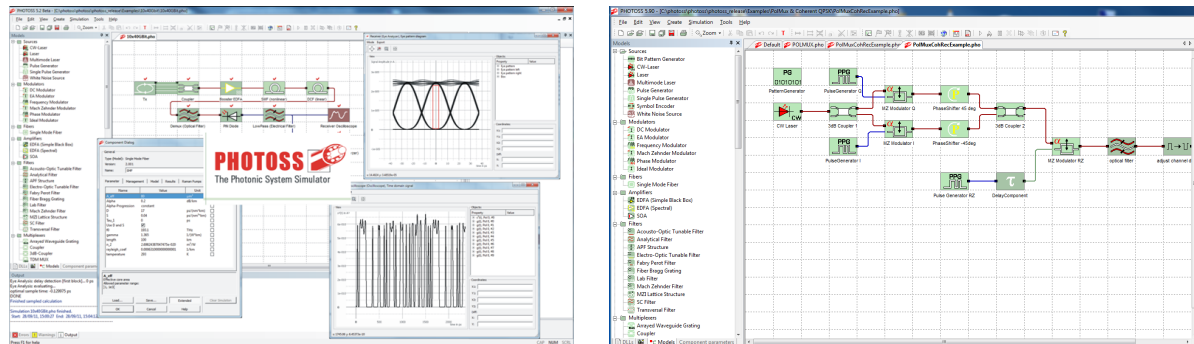


Abbildung 3.1. Links: PHOTOSS-Hauptfenster mit verschiedenen grafischen Auswertedialogen. Rechts: Aufbau eines optischen Übertragungssystems auf dem grafischen Gitter der PHOTOSS-Applikation; einzelne optische und elektrische Komponenten werden sukzessive nacheinander abgearbeitet, um das optische oder elektrische Signal am Ausgang des Systems berechnen zu können.

Als Simulationsumgebung für die während dieser Promotion durchgeführten Untersuchungen von optischen Übertragungssystemen wurde das Programm „PHOTOSS“ [210] verwendet. Dieses Programm wird am Lehrstuhl für Hochfrequenztechnik bereits seit Ende der 90er Jahre kontinuierlich weiter entwickelt. Optische Übertragungssysteme können mit Hilfe der Software simuliert werden, indem einzelne Komponenten auf einer grafischen Benutzeroberfläche, dem „Simulationsgitter“, angeordnet und miteinander verbunden werden (siehe Abb. 3.1).

Im Rahmen dieser Arbeit wurde das Programm um zahlreiche Komponenten erweitert, um z.B. einen Emulator von Gruppenlaufzeitschwankungen von FBGs oder eine Komponente zur Modellierung des Übersprechens zwischen Kernen einer MCF. Eine Dokumentation der Software findet sich unter [211]. Weiterhin wurde die Funktionalität von PHOTOSS erweitert, damit sich auch komplexe Simulationen stochastischer Systeme mit umfangreichen Parametervariationen komfortabel durchführen lassen. Unter anderem wurde dazu die Skript-Sprache „PScript“ entwickelt, die auf dem ECMA-Standard [212] basiert und eine „JavaScript“- bzw. „QtScript“-Syntax verwendet. Mit Hilfe der Skript-Steuerung lassen sich auch komplexe stochastische Systeme mit MMC- und Wang-Landau-Ansätzen untersuchen (vgl. Abschnitt 2.3). Im Zuge der Erstellung von PScript wurde auch eine umfangreiche Anleitung und Referenz erstellt, die unter [213] eingesehen werden kann.

Weiterhin wurde das numerische Berechnungsprogramm „MATLAB<sup>®</sup>“ der Firma „The MathWorks<sup>®</sup>“ verwendet, um numerische Modelle für verschiedene der in Kapitel 2 vorgestellten Komponenten, physikalischen Effekte, stochastischen Systeme und Optimierer zu entwerfen, zu implementieren und zu testen. In diesem Zusammenhang erstellte Komponenten lassen sich unter Nutzung des „MATLAB<sup>®</sup> Interface“ auch in der Simulationsumgebung PHOTOSS als eigenständige Komponenten nutzen und mit Hilfe von PScript parametrisieren.

#### 3.1.2. Empfängermodelle und Observablen

Die Simulationsumgebung PHOTOSS verfügt über zwei unterschiedliche Modelle, mit denen Rauschen simuliert werden kann. Modulationsformate, die mit einem Direktempfänger detektiert werden können, wie Duobinär, RZ- und NRZ-OOK, können mit Hilfe eines analytischen Rauschmodells simuliert und einem zugehörigen analytischen BER-Tester detektiert werden. Bei dem Modell wird vorausgesetzt, dass

sich das Intensitätsrauschen der 0- und 1-Bits nach den Photodioden der Direktempfänger durch eine Gauß-Verteilung annähern lässt und dadurch eine analytische Bestimmung des Q-Faktors möglich ist, wobei optische und elektrische Filterfunktionen der Übertragungsstrecke mit berücksichtigt werden [211]. Die Gauß-Näherung trifft jedoch für QAM- und PSK-Modulationsformate *nicht* zu und kann für diese Formate nicht verwendet werden (s.u.). Das analytische Rauschmodell hat den Vorteil, dass sich auch durch die Simulation einer geringen Anzahl von Symbolen Aussagen für niedrige Symbolfehlerquoten ableiten lassen, die bei Verwendung einer „Tail-Extrapolation“ (siehe [40]) durch eine reines „Zählen echter Bitfehler“ nicht abgeleitet werden können.

Der analytische Empfänger in „PHOTOSS“ berechnet als Observable den Qualitätsfaktor, bzw. Q-Faktor, um die Signalqualität zu bewerten [36, 41]. Dieser hängt direkt mit der Bitfehlerquote zusammen und ist definiert über [41]

$$BER = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{Q}{\sqrt{2}} \right), \quad (3.1)$$

wobei der Term  $\operatorname{erfc}$  die komplementäre Fehlerfunktion bezeichnet, die über

$$\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-\tau^2} d\tau \quad (3.2)$$

definiert ist und der Q-Faktor sich mit Hilfe der Standardabweichungen  $\sigma_0$  und  $\sigma_1$  des stochastischen Rauschsignals bei einer empfangenen Null, bzw. Eins und der zugehörigen Erwartungswerten der Photostrome  $E(i_0)$  und  $E(i_1)$  ausdrücken lässt über

$$Q = \frac{E(i_1) - E(i_0)}{\sigma_0 + \sigma_1}. \quad (3.3)$$

Als Observable interessiert den Systembetreiber häufig, welches optische Signal-zu-Rausch-Verhältnis benötigt wird, um eine gewünschte Bitfehlerquote zu erreichen. Für den Fall, dass Störungen im System vorliegen, muss der OSNR um einen bestimmten Wert von  $x$  dB angehoben werden, damit dieselbe Bitfehlerquote erreicht wird, die ohne die Störung vorliegen würde. In diesem Fall spricht man davon, dass das System eine „OSNR-Einbuße“<sup>22</sup> (engl.: OSNR penalty) von  $x$  dB aufweist. Der absolute OSNR-Wert ist dabei in der Regel weniger von Interesse, da dieser stark von der Systemkonfiguration abhängig ist und durch viele Faktoren beeinflusst werden kann (optische und elektrische Filterung, Eigenschaften des Modulators, etc.). Die gewünschte Bitfehlerquote für das System ergibt sich aus den Randbedingungen, unter denen das System arbeiten soll; hierbei ist die BER vor dem Einsatz einer vorwärtsgerichteten Fehlerkorrektur gemeint. Durch den Einsatz einer FEC lässt sich die BER um mehrere Größenordnungen reduzieren [43–46]. Als „maximal tolerierbarer BER-Wert vor einer FEC“ wird in dieser Dissertation von einem Wert von  $BER = 10^{-3}$  ausgegangen. Bis zu diesem Wert lässt sich durch den Einsatz einer FEC auf Kosten der nutzbaren Bandbreite des jeweiligen Übertragungskanals noch ein „quasi-fehlerfreies Signal“ mit einer Post-FEC-BER von weniger als  $10^{-12}$  erreichen. Dieser Wert wird in der Literatur als ausreichend für die Zuverlässigkeit eines kommerziell betriebenen optischen Übertragungssystems erachtet [43].

Die Beziehung zwischen BER und Q-Faktor nach Gleichung (3.1) wird links in Abbildung 3.2 graphisch dargestellt. Anhand dieser Kurve lässt sich der benötigte Q-Faktor für eine gewünschte BER ablesen. Die Bestimmung der OSNR-Einbußen wird in dieser Arbeit wie folgt durchgeführt: Ein System wird jeweils für verschiedene (absolute) OSNR-Werte simuliert, die am Verstärker des Systems vorgegeben werden können. Für jeden OSNR-Wert wird der zugehörige Q-Faktor am Ausgang des Systems berechnet und abgespeichert. Mit Hilfe dieser beiden Datensätze lässt sich (rechts in Abbildung 3.2) der benötigte absolute OSNR für einen gewünschten Q-Faktor (und damit eine vorgegebene BER) bestimmen, indem eine Spline-Funktionsanpassung (auch: „Spline-Fit“) zur Interpolation verwendet wird, wobei die

<sup>22</sup>Dieser Term wird in dieser Dissertation verwendet, da er sich in der Fachliteratur eingebürgert hat, obwohl die Bezeichnung irreführend ist: Ein Störeffekt führt in der Regel zu einer *Absenkung* des OSNR. Die OSNR-Einbuße bezeichnet jedoch den Wert, um den das OSNR *angehoben* werden muss, um dieselbe Bitfehlerquote wie im Fall ohne Störeffekt zu erlangen.

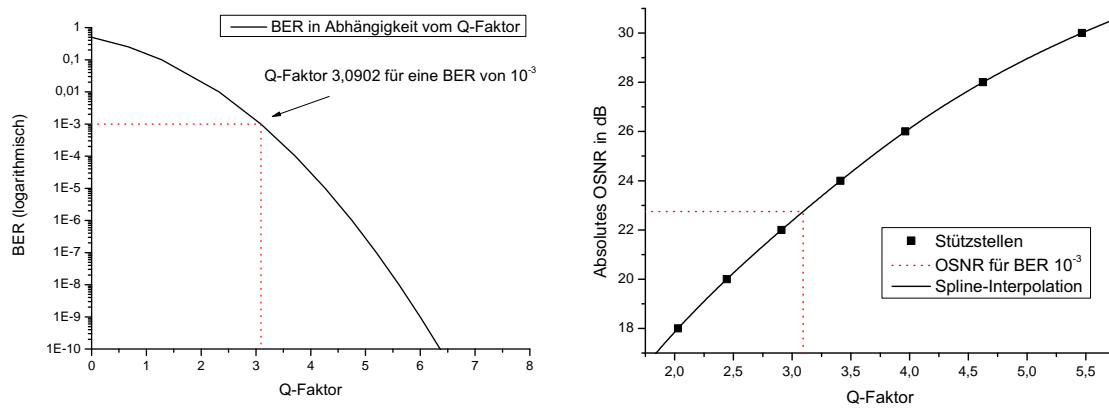


Abbildung 3.2. Links: Zusammenhang zwischen Q-Faktor und BER. Die gestrichelte Linie kennzeichnet exemplarisch den Q-Faktor für eine BER von  $10^{-3}$ . Rechts: Bestimmung des benötigten OSNRs für einen gewünschten Q-Faktor mit Hilfe einer Spline-Interpolation. Die Stützstellen werden durch Simulation eines Systems für vorgegebene OSNRs und Berechnung des resultierenden Q-Faktors ermittelt. Die gestrichelte Linie kennzeichnet den benötigten OSNR für einen Q-Faktor von 3,0902, was einer BER von  $10^{-3}$  entspricht.

Datensätze als Stützstellen für die Funktionsanpassung dienen. Diese Bestimmung wird zunächst für das ungestörte System durchgeführt; dann kann für ein gestörtes System jeweils die zugehörige OSNR-Einbuße bestimmt werden. Dabei ist stets darauf zu achten, dass der zu ermittelnde OSNR *innerhalb* der Stützstellen liegt. Andernfalls wird der OSNR-Faktor extrapoliert, was zu einer sehr ungenauen Abschätzung führen kann.

Für QAM- und PSK-Modulationsformate wird in „PHOTOSS“ ein *numerisches* Rauschmodell verwendet. Dieses Verfahren ist genauer, da es keine Näherungen der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Ströme in den Photodioden vornimmt, aber auch wesentlich rechenintensiver: Bei einem numerischen Rauschmodell wird das Rauschen, das in einem Verstärker oder in einer Photodiode hinzugefügt wird, direkt in das abgetastete Signal übernommen. Es müssen lange Symbolfolgen berechnet werden (oder entsprechend viele Simulationsblöcke mit jeweils anderen stochastischen Rauschprägungen), um die Statistik des Rauschens korrekt abzubilden und es werden „echte Bitfehler“, bzw. „echte Symbolfehler“ gezählt. Um den OSNR für eine gewünschte BER zu erhalten, kann ein ähnliches Anpassungsverfahren wie im Fall des analytischen Rauschens (s.o.) durchgeführt werden. In diesem Fall wird die BER für verschiedene OSNR-Einstellungen durch Simulation einer „genügend großen Anzahl von Bits“ berechnet. Durch eine Anpassung des Verlaufes der BER in Abhängigkeit vom OSNR kann der benötigte OSNR für eine gewünschte BER (z.B.  $10^{-3}$ ) durch den Schnittpunkt der Funktionsanpassung mit dem BER-Wert bestimmt werden; eine Bestimmung des Q-Faktors ist in diesem Fall nicht notwendig. Damit die derart bestimmten Ergebnisse eine statistische Aussagekraft haben, muss sicher gestellt sein, dass genügend „echte Bitfehler“ für die gewünschte BER simuliert werden. Im Verlauf dieser Arbeit werden 100 Blöcke mit jeweils 1024 Bits simuliert, was in einer Gesamtanzahl von 102.400 Bits resultiert. Damit werden für eine gewünschte BER von  $10^{-3}$  im statistischen Mittel etwa 100 „echte Bitfehler“ generiert.

### 3.1.3. Grundlegender Simulationsaufbau

Abbildung 3.3 zeigt den Simulationsaufbau für Systeme ohne und mit Polarisationsmultiplexing und wird für die Dissertation durchgängig verwendet, falls keine Systeme mit räumlichem Multiplexing betrachtet werden. Je nach verwendetem Modulationsformat und Art des Empfängers setzen sich die Sender- und Empfänger-Komponenten aus unterschiedlichen Teilkomponenten wie in Abschnitt 2.2 beschrieben zusammen. Für ein System ohne PolMux wird das Ausgangssignal des Senders zunächst in einem EDFA verstärkt. Anschließend folgt die eigentliche Strecke des optischen Übertragungssystems.

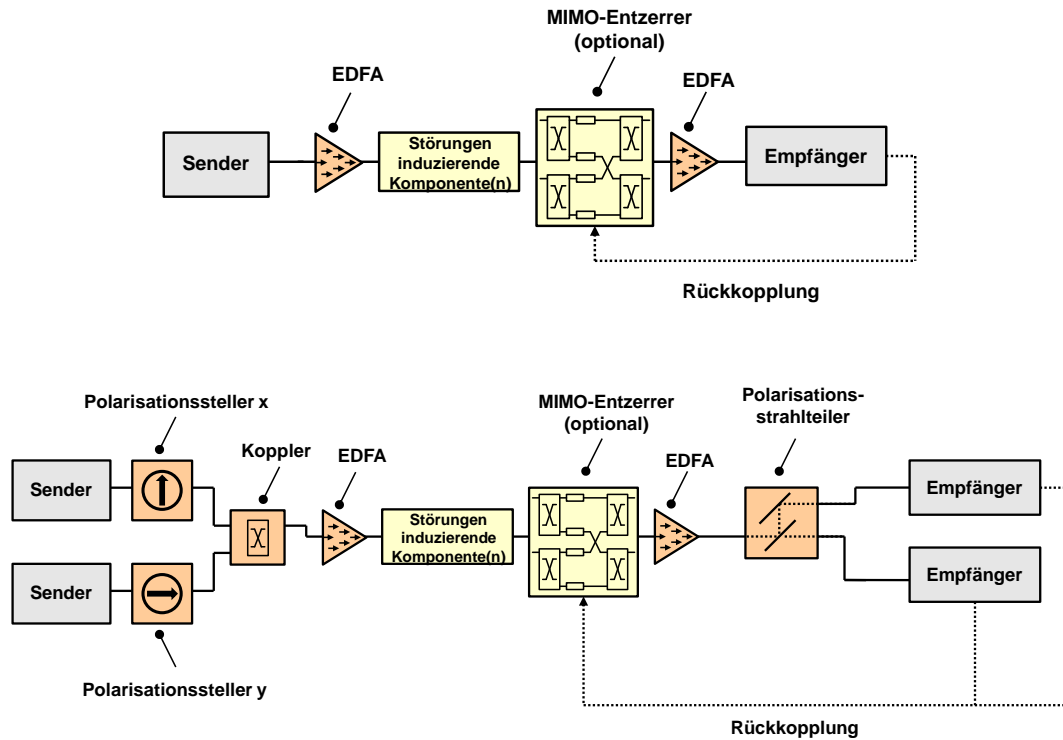


Abbildung 3.3. Oben: Grundlegender Simulationsaufbau für ein Einkanal-System ohne Polarisationsmultiplexing. Unten: Simulationsaufbau für ein System mit Polarisationsmultiplexing. Sender- und Empfängerstrukturen setzen sich wie in Abschnitt 2.2 für das jeweilige Modulationsformat definiert zusammen. Als „Störungen induzierende Komponente(n)“ werden in den folgenden Abschnitten jeweils unterschiedliche Komponenten betrachtet.

Diese setzt sich aus einer oder mehreren Komponenten zusammen, die von dem optischen Signal durchlaufen werden und einen Störeffekt wie Rauschen, Dispersion, PMD, GDR oder Dämpfung induzieren. Auch Kombinationen mehrerer Störeffekte sind möglich. In einem realen System werden diese Störeffekte durch verschiedene Komponenten wie Glasfasern, Faser-Bragg-Gitter oder sonstige Komponenten verursacht. Für alle Simulationen wird angenommen, dass diese Komponenten mit Ausnahme der in den folgenden Abschnitten betrachteten Störeffekte ideal funktionieren und keine sonstigen Störeffekte induzieren. Dies gilt insbesondere für nichtlineare Effekte, die in der Glasfaser auftreten können, aber in dieser Arbeit nicht betrachtet werden.

Am Ende der optischen Übertragungsstrecke folgt der optionale Einsatz eines optischen Entzerrers (in der Abbildung allgemein als „MIMO-Entzerrer“ bezeichnet). Die Filterkoeffizienten des Entzerrers werden mit Hilfe verschiedener Optimierungsverfahren bestimmt, die ein Rückkopplungskriterium verwenden, das am Empfänger des Systems bestimmt werden kann (zum Beispiel die BER, die Größe der Augenöffnung oder ein Fehlerkriterium durch Vergleich des eingehenden Signals mit einer bekannten Trainingssequenz). Der Verstärker vor dem Empfänger wird verwendet, um den OSNR vorzugeben.

Der Aufbau für ein System mit Polarisationsmultiplexing unterscheidet sich vom Aufbau ohne PolMux in mehrerlei Hinsicht: Im PolMux-Fall werden zwei separate Sender verwendet, deren Ausgangssignale mit Hilfe von Polarisationsstellern orthogonal zueinander polarisiert und dann in einem Koppler zusammengeführt werden. Vor dem Empfänger durchquert das optische Signal einen Polarisationsstrahlteiler.<sup>23</sup>

<sup>23</sup>Um ein Übersprechen zwischen den beiden Kanälen unterschiedlicher Polarisationen zu vermeiden, sollte sicher gestellt werden, dass die Polarisationsstrahlteiler parallel (bzw. orthogonal) zu den beiden Polarisierungen des Signals orientiert sind. Falls die Orthogonalität des eingehenden Signals durch PDL gestört wird (vgl. 2.4.4 und 3.4), muss zusätzlich der Winkel zwischen den Polarisationsstrahlteilern angepasst werden, um ein Übersprechen zu vermeiden.

## 3.2. Übertragungssysteme mit chromatischer Dispersion

### 3.2.1. Übertragungssystem ohne Dispersionskompensation

In diesem Abschnitt werden Übertragungssysteme betrachtet, die ausschließlich durch chromatische Dispersion gestört werden, um die Auswirkungen der CD auf die Signalqualität quantifizieren zu können. Es wird zwischen Systemen mit Direktempfänger für die Modulationsformate NRZ- und RZ-OOK, Duobinär, sowie Systemen mit kohärentem Empfänger (QPSK/4-QAM) unterschieden.

Der Simulationsaufbau wird durch Abbildung 3.3 beschrieben. Eine Entzerrung des Signals in der optischen oder elektrischen Ebene wird zunächst nicht vorgenommen. Die Sender- und Empfängerstrukturen für die jeweiligen Modulationsformate können aus den Abschnitten 2.2.1 bis 2.2.6 entnommen werden. Der Effekt der CD ist abhängig von der jeweiligen Symbolrate des Systems. Um dies quantifizieren zu können, wird die chromatische Dispersion jeweils für ein RZ-, NRZ- und Duobinär-System variiert und die durch die Intersymbolinterferenz auftretenden OSNR-Einbußen werden bestimmt. Die Systemparameter für diese Simulationen sind in Tabelle 4 aufgeführt. Alle Simulationen werden mit einem einzelnen Datenkanal durchgeführt. In WDM-Systemen muss zusätzlich darauf geachtet werden, dass die optischen Filter die Bandbreite des ITU-Rasters für den jeweiligen Kanal nicht überschreiten. Im weiteren Verlauf werden die optischen Filterbandbreiten variiert (s.u.) um für das jeweilige Modulationsformat die ideale Einstellung zu finden für den Fall, dass keine Störeffekte auftreten. Eine OSNR-Einbuße wird dann immer relativ zum absolut benötigten OSNR für die ideale 3 dB-Filterbandbreite angegeben. Die Angabe von Filterbandbreiten erfolgt stets für die *gesamte* Filterbandbreite (zweiseitig). Die elektrische Filterbandbreite wird jeweils für alle Modulationsformate fest auf den 1,4-fachen Wert der Symbolrate gesetzt, der sich empirisch als ideal herausgestellt hat.

Für das Modulationsformat RZ-OOK wird ein Duty Cycle von 0,5 verwendet; der Roll-Off-Faktor (vgl. [211], Seite 149 und 214-216) beträgt 0,5 und als Pulsform wird ein quadrierter Kosinus-Verlauf benutzt. Für NRZ-OOK und Duobinär werden ebenfalls ein Roll-Off-Faktor von 0,5 und ein quadrierter Kosinus-Verlauf genutzt.

Tabelle 4. Übersicht über alle Simulationsparameter für ein System mit chromatischer Dispersion für 10 GBit/s und 112 GBit/s

Parameter	NRZ-OOK (10/112 GBit/s)	RZ-OOK (10/112 GBit/s)	Duobinär (10/112 GBit/s)
$D \cdot L_{min}$ in ps/nm	-5000 / -50	-5000 / -50	-5000 / -50
$D \cdot L_{max}$ in ps/nm	+5000 / +50	+5000 / +50	+5000 / +50
$S$ in ps/(nm <sup>2</sup> km)	0	0	0
Opt. Filterbandbreite in GHz	50 / 200	50 / 200	10 / 85
Opt. Filterfunktion	Gauß, 2. Ordnung	Gauß, 2. Ordnung	Gauß, 2. Ordnung
Elektr. Filterbandbreite in GHz	1,4×Symbolrate	1,4×Symbolrate	1,4×Symbolrate
Elektr. Filterfunktion	Bessel, 5. Ordnung	Bessel, 5. Ordnung	Bessel, 5. Ordnung

Die Resultate der Simulationen sind in Abbildung 3.4 dargestellt. Die Observable ist die OSNR-Einbuße, um eine BER von  $10^{-3}$  erreichen zu können. Bei einem Vergleich der einzelnen Modulationsformate zeigt sich, dass sich für größere Werte von  $|D \cdot L|$  jeweils eine starke, nicht-lineare Zunahme der OSNR-Einbuße ergibt. Bei einer höheren Symbolrate ergeben sich bereits bei deutlich geringeren Werten für die akkumulierte Dispersion hohe Einbußen des OSNR.

Die Verläufe der OSNR-Einbußen sind symmetrisch für eine positive und negative akkumulierte Dispersion. Dies ist anhand der Struktur der Gleichungen (2.13) und (2.16) zu erwarten, da sich lediglich das Vorzeichen der akkumulierten Dispersion ändert; die Auswirkungen auf das Signal sind jedoch identisch. Obwohl sich die Kurvenverläufe der Formate qualitativ ähneln, sind einige Unterschiede erkennbar: RZ-OOK weist sowohl für 10 GBit/s als auch 112 GBit/s die niedrigste Dispersionstoleranz auf und erreicht eine OSNR-Einbuße von 3 dB bei  $D \cdot L \approx \pm 790$  ps/nm, bzw.  $\pm 6,4$  ps/nm. NRZ erreicht eine OSNR-Einbuße von 3 dB bei  $\pm 1250$  ps/nm, bzw.  $\pm 10$  ps/nm. Die höchste Dispersionstoleranz weist das



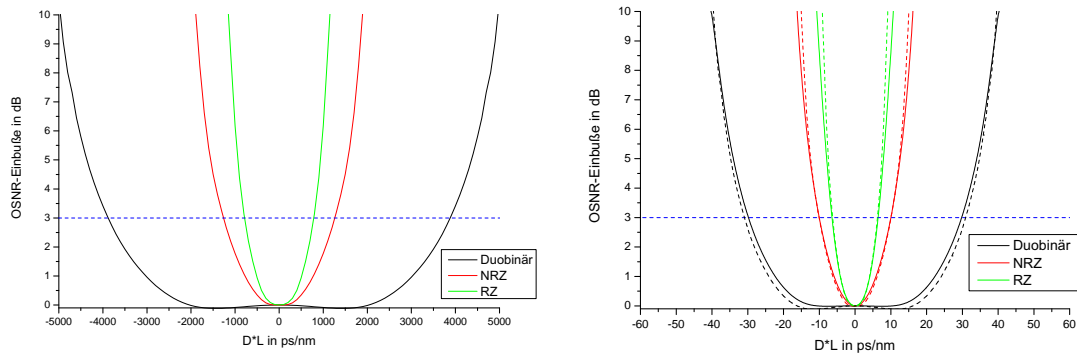


Abbildung 3.4. OSNR-Einbuße für ein optisches Übertragungssystem in Abhängigkeit vom Produkt  $D \cdot L$  der akkumulierten Dispersion für Systeme bei einer Datenrate von 10 GBit/s (links) und 112 GBit/s (rechts) für verschiedene Modulationsformate. Die blaue Linie kennzeichnet eine OSNR-Einbuße von 3 dB. Die gestrichelten Linien in der rechten Abbildung kennzeichnen eine mit Gleichung (3.4) berechnete Extrapolation der OSNR-Einbußen aus dem System für 10 GBit/s.

Duobinär-Format auf; hier wird eine OSNR-Einbuße von 3 dB erst ab  $\pm 3900$  ps/nm, bzw.  $\pm 29,8$  ps/nm erreicht. Dieser Unterschied in der Dispersionstoleranz ist vor allen Dingen durch die unterschiedliche Breite der Spektren für alle drei Modulationsformate zu begründen. Diese sind exemplarisch in Abbildung 3.5 gezeigt. Ein breiteres Spektrum enthält mehr Frequenzanteile und ein entsprechendes Modulationsformat ist anfälliger für das Auftreten von Intersymbolinterferenz und ist dadurch weniger tolerant gegenüber chromatischer Dispersion.

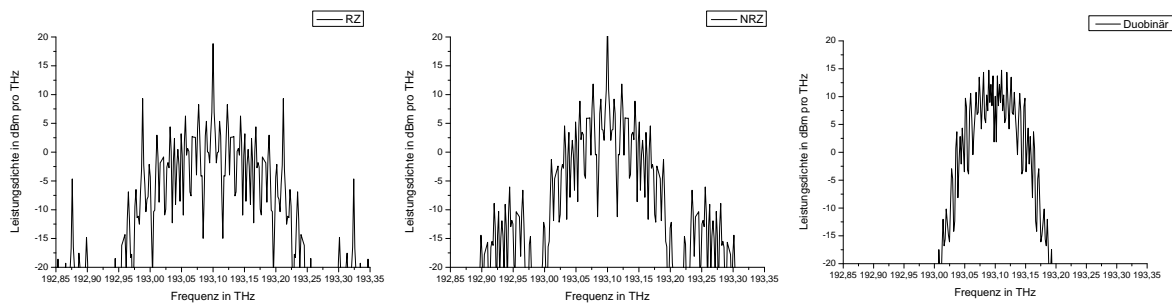


Abbildung 3.5. Vergleich der spektralen Leistungsdichte der Modulationsformate NRZ-OOK (links), RZ-OOK (mittig) und Duobinär (rechts) ohne optische Filterung bei 112 GBit/s. Es wird jeweils eine maximale Amplitude von 0,002 Watt gesendet.

Weiterhin lässt sich der Verlauf der OSNR-Einbuße für beliebige Symbolraten skalieren, sobald der Verlauf für eine Symbolrate bestimmt wurde. Diese Skalierung setzt voraus, dass die Filtereinstellungen entsprechend für eine andere Symbolrate mit angepasst werden. Der Verlauf lässt sich für eine gewünschte Ziel-Symbolrate  $R_{ziel}$  aus der bekannten Symbolrate  $R_{bekannt}$  nach

$$D \cdot L_{ziel} = D \cdot L_{bekannt} / (R_{ziel} / R_{bekannt})^2. \quad (3.4)$$

skalieren, wodurch man eine Umskalierung für die  $x$ -Achse erhält. Dies wird exemplarisch rechts in Abbildung 3.4 gezeigt für eine Extrapolation der OSNR-Einbuße von 10 auf 112 GBit/s. Die extrapolierten Werte werden durch gestrichelte Linien angedeutet und zeigen qualitativ eine sehr gute Übereinstimmung zu den berechneten Werten. Die Abweichungen sind dadurch zu erklären, dass die Filterbandbreiten  $B_{Filter,ziel}$  für eine andere Symbolrate  $R_{ziel}$  auch mit Hilfe des Verhältnisses  $R_{ziel} / R_{bekannt}$  berechnet werden müssen. Die daraus resultierenden Filterbandbreiten wurden jedoch in der obigen Abbildung nicht gewählt, da optische Filter in optischen Übertragungssystemen kommerziell für diese Filterbandbreiten nicht erhältlich sind und eine derartige Annahme somit unrealistisch für ein reales System wäre.

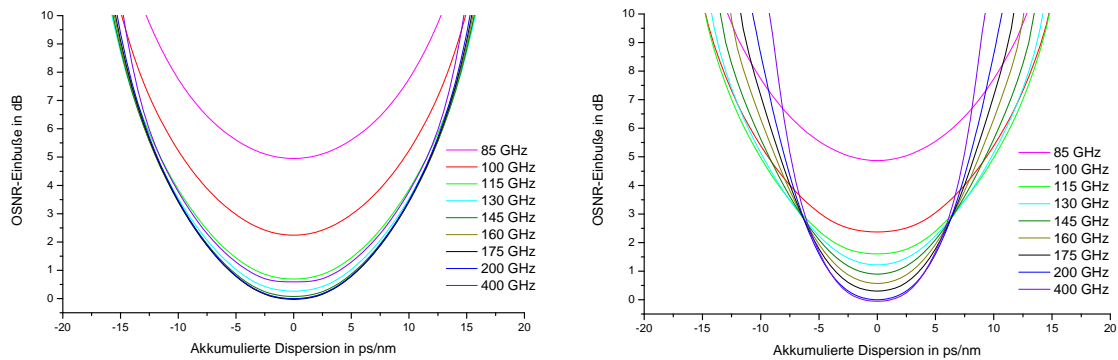


Abbildung 3.6. Abhängigkeit der OSNR-Einbuße von der akkumulierten Dispersion und der optischen Filterbandbreite für ein 112 GBit/s NRZ-OOK-System (links) und ein 112 GBit/s RZ-OOK-System (rechts).

Um zu verdeutlichen, welchen Einfluss die optische Filterbandbreite auf die OSNR-Einbußen durch akkumulierte Dispersion auf das Signal hat, werden beide Größen gleichzeitig variiert. Abbildung 3.6 und 3.7 zeigen die Simulationsergebnisse für ein 112 GBit/s System und verschiedene Modulationsformate. Hierbei ist erkennbar, dass eine Variation der optischen Filterbandbreite einen Versatz der OSNR-Einbußen, bzw. im Fall von Duobinär eine leichte Verformung der OSNR-Kurve bewirkt. Ist die optische Filterbandbreite zu gering, so werden Teile des Spektrums abgeschnitten und kommt auch ohne vorhandene akkumulierte Dispersion zu OSNR-Einbußen. Dies wird zum Beispiel für eine Filterbandbreite von 85 GHz für NRZ-OOK deutlich: Die Kurve der OSNR-Einbußen ist um etwa 5 dB zur Kurve bei einer Filterbandbreite von 400 GHz zu höheren OSNR-Werten versetzt.

Im weiteren Verlauf der Dissertation werden für die optischen Filterbandbreiten stets Werte verwendet, bei denen keine OSNR-Einbußen durch zu schmale optische Filterung entstehen.

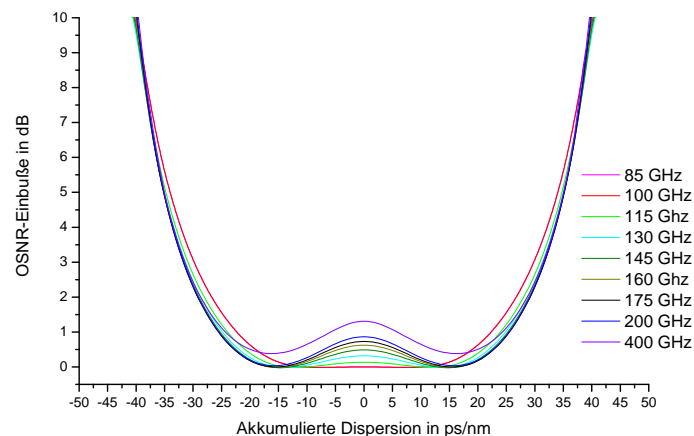


Abbildung 3.7. Abhängigkeit der OSNR-Einbuße von der akkumulierten Dispersion und der optischen Filterbandbreite für ein 112 GBit/s Duobinär-System.

## 3.2.2. Übertragungssystem mit Dispersionskompensation

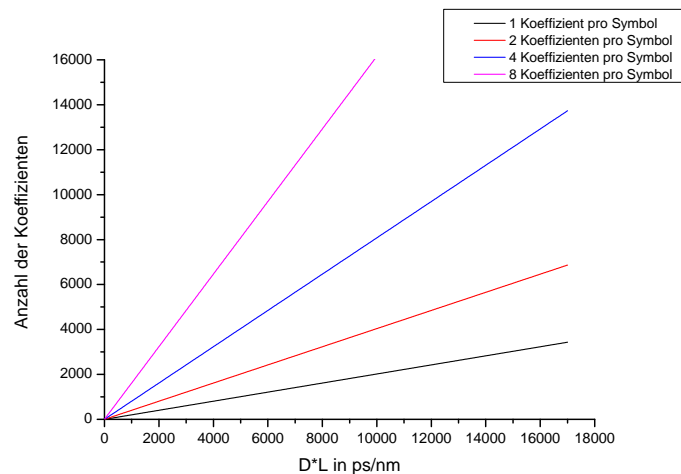


Abbildung 3.8. Anzahl der benötigten Filterkoeffizienten in Abhängigkeit von der akkumulierten Dispersion  $D \cdot L$  in ps/nm und der gewählten Anzahl an Filterkoeffizienten pro Symbol für eine Symbolrate von 112 Gbaud. Die Anzahl der Koeffizienten wird nach Gleichung (3.5) berechnet für eine gewählte Zentralwellenlänge von 1550 nm.

In der optischen Ebene kann eine Dispersionskompensation mit Hilfe von optischen FIR- oder IIR-Filtern im Zeitbereich durchgeführt werden (vgl. Abschnitt 2.4.2 und 2.7). Der Simulationsaufbau wird lediglich um einen Transversalfilter mit einem Aufbau als MIMO-Entzerrer in der optischen Ebene erweitert. Dies ist auch für Systeme mit Direktempfänger möglich, da die Filterkoeffizienten für ein FIR-Filter analytisch bestimmt werden können. Zunächst kann die Anzahl  $N$  der (maximal) benötigten Filterkoeffizienten berechnet werden über [51]:

$$N = 2 \cdot \left\lceil \frac{|D|\lambda^2 L}{2cT^2} \right\rceil + 1. \quad (3.5)$$

Dabei bezeichnet  $D$  den Dispersionsparameter.  $L$  ist die Länge der Faser,  $c$  ist die Lichtgeschwindigkeit in der Glasfaser und  $\lambda$  die Zentralwellenlänge des Datenkanals. Die Variable  $T$  ist die Signallaufzeit zwischen zwei Filterabgriffen. Für den Fall  $T < t_{symbol}$  liegt also ein „fractionally-spaced equalizer“ vor, wobei  $T$  aus praktischen Gründen stets so gewählt wird, dass  $T \cdot m = t_{symbol}$  mit einer ganzen Zahl  $m = 1, 2, \dots, M$ . Weiterhin wird der Bruch in Gleichung (3.5) jeweils auf den nächsten ganzzahligen Wert aufgerundet. Mit dieser Gleichung lässt sich  $N$  damit für verschiedene Werte der akkumulierten Dispersion und verschiedene Filterabgriffe pro Symbol berechnen. Die Ergebnisse dieser Berechnung sind in Abbildung 3.8 dargestellt. Die Anzahl der benötigten Koeffizienten steigt linear mit einer größeren Dispersion und einem höheren Verhältnis an Koeffizienten pro Symbol an. Als Beispiel ergibt sich für ein System der Länge  $L = 1000$  km mit einem Dispersionsparameter  $D = 17$  ps/(nm×km) und zwei Koeffizienten pro Symbol bereits eine benötigte Filterlänge von über 6000 Koeffizienten. Dies stellt hohe Anforderungen an die Dämpfungseigenschaften sowie die Ansteuerung eines optischen Filters, da üblicherweise Strukturen mit deutlich weniger Filterkoeffizienten hergestellt werden (vgl. [175]). Die Anzahl der Koeffizienten lässt sich zwar reduzieren [51, 214]; hierbei ist jedoch die Symbolrate des jeweiligen Systems entscheidend: Wird die Anzahl der Koeffizienten zu stark reduziert, treten bei höheren Symbolraten ISI-Effekte auf, die zu einer OSNR-Einbuße führen können. Auch ein Aufbau als IIR-Filterstruktur ist möglich; in diesem Fall muss jedoch die Stabilität des Filters gesondert betrachtet werden [214]. Für eine symmetrische FIR-Filterstruktur (vgl. 2.7.2) ergibt sich für den  $k$ -ten Koeffizienten (wobei  $k$  von  $-(N-1)/2$  bis  $+(N-1)/2$  läuft) jeweils der folgende komplexe Wert  $a_k$  [51]:

$$a_k = \sqrt{\frac{jcT^2}{D\lambda^2_z}} \exp\left(-j \frac{\pi cT^2}{D\lambda^2_z} k^2\right). \quad (3.6)$$

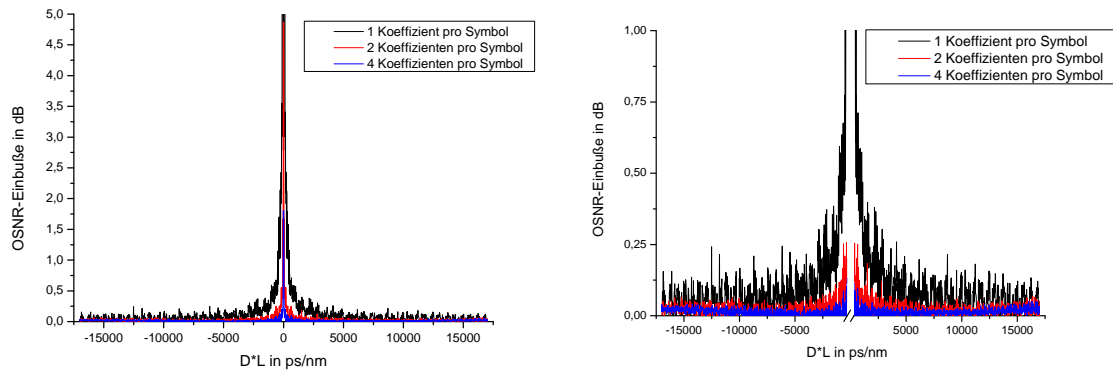


Abbildung 3.9. OSNR-Einbuße für ein mit Hilfe eines FIR-Filters entzerrtes 112 GBit/s-Duobinär-System in Abhängigkeit von der vorliegenden akkumulierten Dispersion  $D \cdot L$  in ps/nm und dem gewählten Verhältnis an Filterkoeffizienten pro Symbol (links). Die für eine vollständige Dispersionskompensation benötigte Anzahl von Filterkoeffizienten wurde nach Gleichung (3.5) bestimmt. Ihre Werte wurden nach Gleichung (3.6) berechnet. Auf der rechten Seite befindet sich eine Ausschnittsvergrößerung der Abbildung auf der linken Seite, wobei die  $x$ -Achse für den Bereich von  $-300$  bis  $+300$  ps/nm unterbrochen wurde.

Die durch Gleichung (3.6) bestimmten Filterkoeffizienten werden nun eingesetzt, um die akkumulierte Dispersion exemplarisch für ein 112 GBit/s-Duobinär-System (Systemparameter wie in Tabelle 4 auf Seite 64) zu entzerren. Die Ergebnisse dieser Simulationen sind in Abbildung 3.9 dargestellt.

Zunächst lässt sich erkennen, dass für Dispersionswerte über  $\pm 300$  ps/nm eine nahezu vollständige Entzerrung der akkumulierten Dispersion möglich ist. Es bleiben nur sehr geringe OSNR-Einbußen im Bereich von deutlich unter 0,5 dB zurück. Diese Einbußen lassen sich durch ein größeres Verhältnis an Filterkoeffizienten pro Symbol zudem weiter reduzieren. Für eine akkumulierte Dispersion mit niedrigerem Betrag entstehen jedoch teilweise sehr große OSNR-Einbußen in der Größenordnung von mehreren dB. Die Ursache liegt in der Struktur von Gleichung (3.5) und (3.6): Für den Grenzfall, dass  $D \cdot L$  gegen Null geht, lässt sich eine Filterung des Signals nur dann erzielen, wenn Gedächtnislänge des Filters groß genug gewählt wird. Für eine Auflösung von nur einem Koeffizienten pro Symbol wird die Anzahl der für diese Gedächtnislänge benötigten Koeffizienten in Gleichung (3.5) unterschätzt. Durch die manuelle Wahl einer höheren Anzahl an Koeffizienten pro Symbol lassen sich die OSNR-Einbußen reduzieren (rechts in Abbildung 3.9 erkennbar). Beim Grenzfall  $D \cdot L \approx 0$  divergiert Gleichung (3.6), da der Wert  $D$  dort im Nenner eingeht - diese Problematik lässt sich durch eine Bandbreitenbegrenzung des FIR-Filters umgehen. Alternativ kann das Filter generisch auch auf eine „Neutral-Stellung“ eingestellt werden, bei welcher der zentrale Koeffizient auf 1,0 gesetzt wird und alle anderen Koeffizienten zu Null gewählt werden. In diesem Fall tritt keine OSNR-Einbuße auf (nicht in Abbildung 3.9 gezeigt).

Bisher wurde auf die Problematik, den Betrag der akkumulierten Dispersion für ein System möglichst genau abschätzen zu können, noch nicht eingegangen. Dies ist insbesondere bei hohen Datenraten relevant, da durch eine ungenaue Wahl für  $D \cdot L$  eine Über- oder Unterkompensation der Dispersion vorliegt, die wiederum in einer OSNR-Einbuße resultieren kann. In einem realen System ist die akkumulierte Dispersion an einem Empfänger dem Betreiber jedoch nicht zwangsläufig a priori bekannt und diese muss daher entweder gemessen oder abgeschätzt werden. In der Literatur wurden bereits verschiedene Verfahren vorgestellt, mit denen sich die akkumulierte Dispersion bestimmen lässt. Aktuelle Veröffentlichungen zu diesem Thema finden sich beispielsweise in [215–218]. Alternativ ist es möglich, den Eingabewert der akkumulierten Dispersion für den Entzerrer für den relevanten Bereich zu variieren und mit Hilfe eines Rückkopplungskriteriums wie z.B. der BER oder der Augenöffnung am Empfänger den korrekten Wert zu ermitteln. Dies kann jedoch problematisch sein, wenn neben der akkumulierten Dispersion weitere Störeffekte vorliegen und das Signal so stark gestört ist, dass selbst bei vollständiger Dispersionskompensation eine hohe BER vorliegt oder keine Augenöffnung am Empfänger detektiert werden kann.

Für den Fall, dass am Empfänger des Systems ohnehin eine digitale Signalverarbeitung durchgeführt wird, lässt sich die Entzerrung der Dispersion auch in der elektrischen Ebene durchführen. Der obige Ansatz kann verwendet werden, um auch einen elektrischen Entzerrer anzusteuern. Ein Filter mit einer größeren Anzahl an Koeffizienten resultiert in einem höheren Speicherbedarf und einer höheren Gesamtrechenzeit, um die Filterfunktion anzuwenden. Ein alternativer Ansatz ist die Kompensation der akkumulierten Dispersion im Frequenzbereich (vgl. 2.4.2). Hier lässt sich die Dispersion durch eine Phasendrehung kompensieren über:

$$s_{aus}(\omega) = s_{ein}(\omega) \cdot \exp(-j \cdot \varphi(\omega)), \quad (3.7)$$

wobei die frequenzabhängige Phasendrehung  $\varphi(\omega)$  gegeben ist durch [51]

$$\varphi(\omega) = \frac{DL\lambda^2}{4\pi c} \omega^2. \quad (3.8)$$

Tabelle 5. Übersicht über die Parameter für die Simulation eines durch chromatische Dispersion gestörten PolMux-NRZ-QPSK-Systems.

Parametername	Parameterwert
Rauschmodell	numerisch
Symbolrate	56 GBaud
Opt. Filterbandbreite	75 GHz
Opt. Filterfunktion	Gauß, 2. Ordnung
Elektr. Filterbandbreite	60 GHz
Elektr. Filterfunktion	Bessel, 5. Ordnung
Empfängertyp	kohärent mit DSP (vgl. 2.2.6)

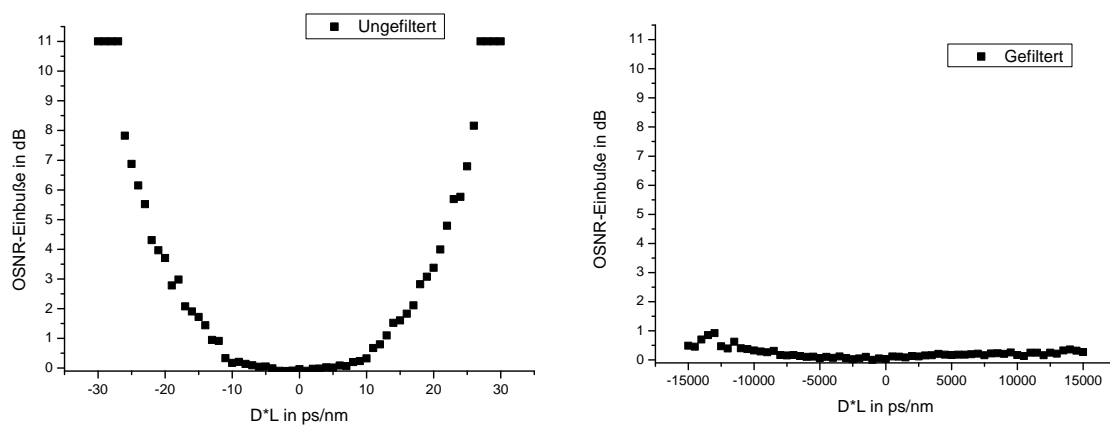


Abbildung 3.10. Links: Verlauf der OSNR-Einbuße in Abhängigkeit von der akkumulierten Dispersion für ein NRZ-QPSK-System mit Polarisationsmultiplexing. Rechts: Identischer Aufbau, aber unter Verwendung eines elektrischen Entzerrers und digitaler Signalverarbeitung, um die Dispersion im Frequenzbereich zu kompensieren. Dargestellt sind die OSNR-Einbußen für den Kanal, der auf der x-Polarisationshauptachse gesendet wird; die Ergebnisse für den Kanal auf der y-Achse sind vergleichbar.

Ähnlich wie bei der Filterung im Zeitbereich muss auch hier vorausgesetzt werden, dass der Wert der akkumulierten Dispersion  $D \cdot L$  entweder a priori bekannt ist, aus dem Signal ermittelt oder am Empfänger durch „Ausprobieren“ bestimmt werden kann (s.o.). Ist der Faktor  $D \cdot L$  exakt bekannt, lässt sich eine exakte Entzerrung des Signals erreichen. In Abbildung 3.10 sind die Simulationsergebnisse für ein PolMux-QPSK-System in der NRZ-Variante mit und ohne Dispersionskompensation im Frequenzbereich dargestellt; die Systemparameter finden sich in Tabelle 5. Für die Simulation wurde ein System mit

numerischem Rauschen betrachtet und die OSNR-Einbuße für eine BER von  $10^{-3}$  in Abhängigkeit von der akkumulierten Dispersion, bzw. nach Kompensation der vorhandenen Dispersion berechnet.

Ohne Dispersionskompensation treten bereits bei einer akkumulierten Dispersion von  $|D \cdot L| < 30$  ps/nm so starke Signalverzerrungen auf, dass die Bitfehlerquote für alle OSNR-Einstellungen im Bereich von 0,5 liegt. Das Signal kann nicht mehr korrekt empfangen werden. Für diesen Fall wurde links in Abbildung 3.10 eine OSNR-Einbuße von 11 dB angenommen. Wird hingegen eine Entzerrung der akkumulierten Dispersion in der elektrischen Ebene durchgeführt, lassen sich auch Werte von  $|D \cdot L| \leq 15.000$  ps/nm mit verbleibenden OSNR-Einbußen von weniger als 1 dB kompensieren; dies ist rechts in Abbildung 3.10 dargestellt. Die Schwankungen der OSNR-Einbuße um den Nullpunkt links und rechts in Abbildung 3.10 lassen sich durch die Verwendung des numerischen Rauschmodells erklären; für den Grenzfall einer unendlichen Anzahl von simulierten Symbolen (verteilt auf unendlich viele Simulationsblöcke) treten weniger große OSNR-Schwankungen auf.

### 3.3. Übertragungssysteme mit PMD

#### 3.3.1. Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der PMD 1. Ordnung

Es werden zunächst Untersuchungen angestellt, um die in Abschnitt 2.3 erwähnten statistischen Verfahren miteinander zu vergleichen und in Hinblick auf ihre Leistungsfähigkeit für die Berechnung von Wahrscheinlichkeitsdichten für PMD erster und höherer Ordnung zu charakterisieren. Die dabei gewonnenen Erkenntnisse werden im weiteren Verlauf der Arbeit für die Beschreibung von Systemen mit PMD (und PDL) benötigt. Zunächst wird die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung der PMD 1. Ordnung, d.h. der DGD, für eine Verkettung von doppelbrechenden Elementen betrachtet; die Berechnung der Verteilungen von PMD höherer Ordnung erfolgt im Anschluss.

Für die Berechnung der Wahrscheinlichkeitsdichte der DGD wird eine Verkettung von 100 doppelbrechenden Elementen betrachtet, wobei jedes Element eine DGD von 1 ps und eine zufällige Orientierung des PMD-Vektors im Stokes-Raum aufweist. Daraus resultiert nach Gleichung (2.30) in Abschnitt 2.4.3 ein Erwartungswert von  $E(\Delta\tau) = 9,2$  ps für die gesamte Verkettung. Bei jedem nachfolgend untersuchten (M)MC-Verfahren werden pro Simulationslauf insgesamt 1.000.000 Iterationen durchlaufen, um festzustellen, bis zu welchen Wahrscheinlichkeiten die Wahrscheinlichkeitsdichte bestimmt werden kann. Für alle Verfahren werden jeweils 10 Simulationsläufe mit einer unterschiedlichen Initialisierung des Zufallszahlengenerators berechnet und anschließend gemittelt um auch die Standardabweichung zu bestimmen. Die übrigen Parameter für die einzelnen MC-Verfahren sind in Tabelle 6 aufgeführt, wobei zunächst noch einige zusätzliche Anmerkungen zu der Implementierung und Schrittweitenwahl der einzelnen Verfahren aufgeführt werden.

Tabelle 6. Übersicht über die Parameter zur Berechnung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der DGD für 100 doppelbrechende Elemente für verschiedene Monte Carlo-Verfahren.

Verfahren	Parametername	Parameterwert
MC	Iterationen	1.000.000
Importance Sampling	Iterationen	1.000.000
	Gewichtungsfaktor $\alpha$	1,5
Multiple Importance Sampling	Innere Iterationen	100.000
	Äußere Iterationen	10
	Gewichtungsfaktor $\alpha$	1,0 bis 1,9; 0,1er Schritte
MMC	Innere Iterationen	100.000
	Äußere Iterationen	10
Wang-Landau	Innere Iterationen	100.000
	Äußere Iterationen	10
	Gewichtungsfaktor $f_{start}$	1,05
alle	Anzahl doppelbrechender Elemente	100
	DGD pro Element in ps	1

In der Literatur werden häufig zwei Modelle zur Modellierung einer Verkettung von zufällig orientierten doppelbrechenden Elementen diskutiert: Der erste Ansatz aus [130] hat den Vorteil, dass direkt eine inverse Müller-Matrix  $M_n^{-1}$  für das aktuelle doppelbrechende Element  $n$  angegeben werden kann. Mit dieser Matrix lässt sich der PMD-Vektor  $\vec{\tau}_{a,b}$  einer Verkettung von zwei doppelbrechenden Elementen mit den PMD-Vektoren  $\vec{\tau}_a$  und  $\vec{\tau}_b$  über die folgende Rekursionsformel berechnen [130]:

$$\vec{\tau}_{a,b} = \vec{\tau}_a + M_a^{-1} \cdot \vec{\tau}_b, \quad (3.9)$$

wobei  $\vec{\tau}_i$  den PMD-Vektor bezeichnet und die inverse Müller-Matrix gegeben ist durch

$$M_n^{-1} = \begin{bmatrix} \theta_n & -\sqrt{1-\theta_n^2} & 0 \\ \sqrt{1-\theta_n^2} \cos(\varphi_n) & \theta_n \cos(\varphi_n) & -\sin(\varphi_n) \\ \sqrt{1-\theta_n^2} \sin(\varphi_n) & \theta_n \sin(\varphi_n) & \cos(\varphi_n) \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

mit dem gleichverteilten Winkel  $\varphi_n$  im Intervall  $[0, 2\pi]$  und dem Skalierungsfaktor  $\theta_n$ , der im Intervall  $[-1, +1]$  gleichverteilt ist. Bei diesem Modell wird jedoch die Einschränkung in Kauf genommen, dass sich der Vektor  $\vec{\tau}_a$ <sup>24</sup> des Elements  $a$  im Vergleich zum nachfolgenden Element  $b$  lediglich im ersten Stokes-Parameter unterscheidet und durch den Vektor  $(\Delta T_{n+1}, 0, 0)$  ausgedrückt werden kann, wobei der Wert  $\Delta T_{n+1}$  der DGD des jeweiligen Elements entspricht [130, 219]. Dieses Vorgehen stellt somit nur einen Spezialfall dar, hat aber den Vorteil, dass sich damit der PMD-Vektor einer Verkettung von doppelbrechenden Elementen sehr schnell auch für lange Verkettungen berechnen lässt; die resultierende DGD der Verkettung erhält man über die Betragsbildung des Vektors  $\vec{\tau}_{gesamt}$  der Verkettung.

Das allgemeine Verfahren basiert auf Nutzung der Jones-Matrix, bzw. der Quaternionen-Form [114] der Jones-Matrix und stellt keine Einschränkungen an die Orientierung der doppelbrechenden Elemente untereinander. Es ist geeignet zur Simulation von PMD aller Ordnungen. Für den Fall, dass keine zusätzliche PDL vorhanden ist, kann das doppelbrechende Element beschrieben werden über die Jones-Matrix [114, 220]

$$\mathbf{J}_n(\omega) = \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{A}(\omega) \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{C} = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos \theta_n & -\sin \theta_n \\ \sin \theta_n & \cos \theta_n \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}^{-1}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} e^{-j\omega\Delta\tau_n/2} & 0 \\ 0 & e^{j\omega\Delta\tau_n/2} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}(\omega)} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} e^{-j\varphi_n/2} & 0 \\ 0 & e^{j\varphi_n/2} \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \cos \theta_n & \sin \theta_n \\ -\sin \theta_n & \cos \theta_n \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}}. \quad (3.11)$$

Hierbei bezeichnet  $\omega$  die Kreisfrequenz des Signals;  $\Delta\tau_n$  ist die DGD des aktuellen Elements und die Winkel  $\theta_n$  und  $\varphi_n$  stellen einen zufälligen Phasen- und Polarisationswinkel dar, die beide im Intervall  $[0, 2\pi]$  gleichverteilt sind. Die DGD kann wiederum aus der Jones-Matrix der gesamten Verkettung bestimmt werden. Gleichung (3.11) aus [220] ist formal identisch mit der Schreibweise aus [114] und [49]; auf eine Umrechnung wird aus Platzgründen an dieser Stelle verzichtet.

Nachfolgend wird für den Vergleich der Monte Carlo-Verfahren zunächst das Verfahren der Müller-Matrix verwendet, da extrem viele Iterationen berechnet werden müssen. In Abschnitt 3.3.2 wird gezeigt, dass beide Verfahren für den Grenzfall von vielen doppelbrechenden Elementen ( $N \gg 1$ ) und einer hohen Anzahl an Iterationen gleichwertige Ergebnisse liefern.

Für das Standard-MC-Verfahren wird angenommen, dass der Winkel  $\varphi_n$  und Skalierungsfaktor  $\theta_n$  aus Gleichung (3.10) gleichverteilt aus dem Intervall  $[0, 2\pi]$ , bzw.  $[-1, +1]$  gezogen werden. Für das Verfahren des Importance Sampling und Multiple Importance Sampling wird hingegen a priori-Wissen benötigt, um eine Verteilungsform vorgeben zu können (vgl. Abschnitt 2.3.2): Anhand einer einfachen Überlegung lässt sich bereits ableiten, wann das Auftreten von hohen DGD-Werten begünstigt wird. Dies ist genau dann der Fall, wenn viele doppelbrechende Elemente der Verkettung eine sehr ähnliche Orientierung zueinander aufweisen. Im Extremfall zeigen die PMD-Vektoren der Elemente alle in dieselbe Richtung - die DGD wird maximal und entspricht der Summe der DGDs der einzelnen Elemente. In [74] wird vorgeschlagen, dieses Verhalten zu erreichen, indem man in Analogie zu Gleichung (2.6) die „Likelihood ratio“ mit Hilfe von

$$L(\theta) = \prod_{n=1}^N \frac{p_1(\theta_n)}{p_\alpha(\theta_n)} \quad (3.12)$$

berechnet, wobei die neue Wahrscheinlichkeitsverteilung  $p_\alpha$  gegeben ist über

$$p_\alpha = (\alpha/2) \sin \theta \cdot [1 + \cos \theta/2]^{\alpha-1} \quad (3.13)$$

mit dem frei wählbaren Gewichtungsfaktor  $\alpha$ . Für  $\alpha = 1$  ergibt sich das „unverfälschte“ Standard-MC-Verfahren, während für Werte von  $\alpha > 1$  weniger wahrscheinliche Zustände begünstigt werden.

In Abbildung 3.11 sind die Simulationsergebnisse für das Importance Sampling (links) und das Multiple Importance Sampling (rechts) dargestellt. Im Fall des IS wurde ein Gewichtungsfaktor von  $\alpha = 1,5$  gewählt, um unwahrscheinlichere Ereignisse zu begünstigen. Für das MIS wurde die „Balance Heuristic“

<sup>24</sup>Dieser Vektor wird in der Literatur manchmal auch als „PMD-Inkrement“ bezeichnet [219].



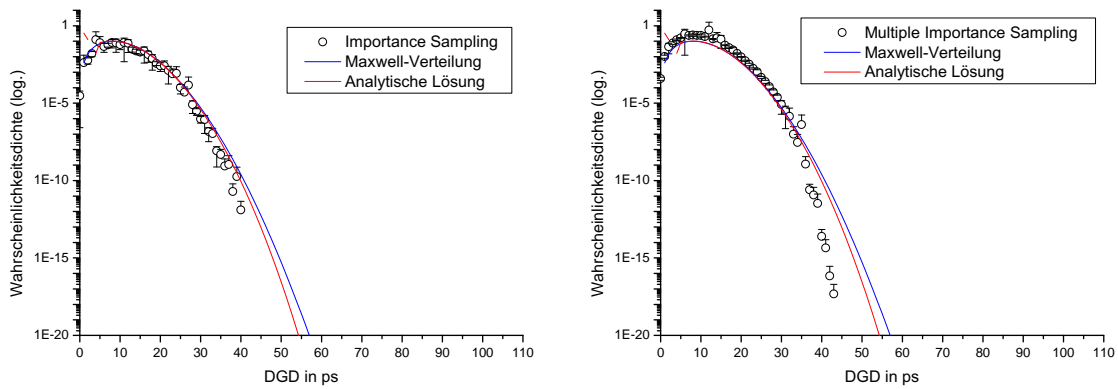


Abbildung 3.11. Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung (in logarithmischer Darstellung) der DGD für eine Verkettung von 100 doppelbrechenden Elementen mit einer DGD von 1 ps pro Element und zufälliger Orientierung für die Verfahren Importance Sampling (links) und Multiple Importance Sampling (rechts).

verwendet, um die zehn einzelnen Simulationen mit jeweils 100.000 Iterationen miteinander zu kombinieren. Dabei wurde der Gewichtungsfaktor von 1,0 bis 1,9 in 0,1er-Schritten variiert. In den Graphen ist jeweils der Mittelwert der Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung zusammen mit der Standardabweichung eingetragen; die Fehlerbalken sind teilweise so klein, dass sie kaum erkennbar sind.

Weiterhin sind in den Abbildungen die Maxwell-Verteilung (blaue Linie) und die analytische Lösung (rote Linie) nach Gleichung (2.27) aufgeführt. Ein Vergleich der Simulationsergebnisse mit der analytischen Lösung zeigt, dass sich zwar mit 1.000.000 Iterationen mit MIS Ereignisse bis zu einer Wahrscheinlichkeitsdichte von  $10^{-17}$  generieren lassen, die Genauigkeit dabei jedoch ab einer Wahrscheinlichkeitsdichte von etwa  $10^{-7}$  deutlich abnimmt. Die DGD wird bei der Wahrscheinlichkeitsdichte  $10^{-17}$  um fast 10 ps unterschätzt. Weiterhin ist anzumerken, dass die durch MIS simulierte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion selbst bei Wahrscheinlichkeitsdichten  $> 10^{-5}$  nicht exakt mit der analytischen Lösung übereinstimmt. Dies ist dadurch zu erklären, dass beim Verfahren der „Balance Heuristic“ die Ergebnisse aller Gewichtungsfaktoren miteinander verrechnet werden. Wird der Gewichtungsfaktor zu groß gewählt, können zwar sehr viele Ereignisse mit einer sehr niedrigen Wahrscheinlichkeitsdichte generiert werden, aber die Genauigkeit dieser Ergebnisse nimmt ab. Gerade diese (ungenauen) Ergebnisse werden durch die „Balance Heuristic“ durch die erreichte niedrige Wahrscheinlichkeitsdichte besonders stark gewichtet, was sich auf die Genauigkeit der resultierenden Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für alle Gewichtungsfaktoren negativ auswirkt.

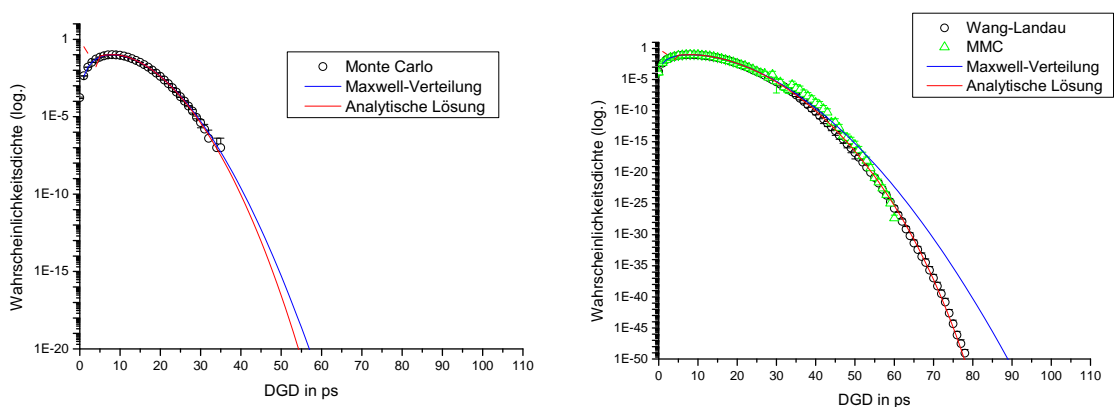


Abbildung 3.12. Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung (in logarithmischer Darstellung) der DGD für eine Verkettung von 100 doppelbrechenden Elementen mit einer DGD von 1 ps pro Element und zufälliger Orientierung für das MC-Verfahren (links), sowie das MMC- und das Wang-Landau-Verfahren (rechts). Man beachte die unterschiedliche Skalierung der Y-Achsen für die beiden Verteilungen.

Die Ergebnisse des Standard-MC-Verfahrens sind links in Abbildung 3.12 dargestellt. Das Verfahren zeigt eine sehr gute Übereinstimmung zwischen der analytischen Lösung und der simulierten Verteilung im Bereich hoher Wahrscheinlichkeitsdichten. Erst im Bereich niedriger Wahrscheinlichkeitsdichten werden Abweichungen bemerkbar. Dies ist durch die Eigenschaften der MC-Simulationen zu erklären: Ereignisse, die über eine hohe Wahrscheinlichkeitsdichte verfügen, werden entsprechend häufig generiert und weisen daher eine sehr gute Übereinstimmung mit der tatsächlichen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion auf. In Bereichen niedriger Wahrscheinlichkeitsdichte treten nur wenige Ereignisse auf und die statistische Aussagekraft dieser Ereignisse ist weniger deutlich ausgeprägt. Durch 10 Simulationen mit jeweils 1.000.000 Iterationen lassen sich Wahrscheinlichkeitsdichten von bis zu  $10^{-7}$  generieren. Erwartungsgemäß liegt diese Wahrscheinlichkeitsdichte höher, als bei allen anderen untersuchten Verfahren.

Die Ergebnisse für das MMC und Wang-Landau Verfahren sind rechts in Abbildung 3.12 gezeigt. Entscheidend für die Generierung der Verteilung ist eine geschickte Wahl der Schrittweite für die „Störung“ des Systems. Ausgehend von einem zufälligen Parametersatz für die Orientierung der doppelbrechenden Elemente als Startbedingung errechnet sich der neue Zustand des Systems nach Gleichung (3.9). Der Gewichtungsfaktor  $\theta$  und der Winkel  $\varphi$  der (inversen) Müller-Matrix werden dabei nun nicht mehr gleichverteilt bestimmt, sondern durch die folgenden „Störungen“  $\Delta\theta$  und  $\Delta\varphi$  modifiziert:

$$\Delta\theta = (2 \cdot \text{rand} - 1)/\alpha, \quad (3.14)$$

$$\Delta\varphi = (2\pi \cdot \text{rand} - \pi)/\beta. \quad (3.15)$$

Der Term „rand“ bezeichnet dabei eine gleichverteilte Zufallszahl im Intervall  $[0, 1]$ . Die Variablen  $\alpha$  und  $\beta$  bezeichnen Skalierungsfaktoren, mit denen sich die Magnitude der Störungen variieren lässt. Damit ergeben sich der neue Winkel und der neue Gewichtungsfaktor nach

$$\theta_{\text{neu}} = \text{mod}((\theta_{\text{alt}} + 1 + \Delta\theta), 2) - 1, \quad (3.16)$$

$$\varphi_{\text{neu}} = \text{mod}((\varphi_{\text{alt}} + \Delta\varphi), 2\pi). \quad (3.17)$$

Durch die Struktur obiger Gleichungen wird sicher gestellt, dass der neue Gewichtungsfaktor und der neue Winkel weiterhin im erlaubten Wertebereich liegen und sich von den vorherigen Werten nur durch eine skalierbare, kleine Abweichung unterscheiden. Eine zweckmäßige Wahl der Skalierungsfaktoren lautet  $\alpha = 10$ ,  $\beta = 20$ . Neben der hier vorgestellten Wahl der Schrittweite sind auch andere Ansätze möglich. Es sei darauf hingewiesen, dass die Wahl der Schrittweite eine große Auswirkung auf die Genauigkeit von MMC-Simulationen hat. Werden die Schrittweiten zu klein gewählt, dringt der MMC-Algorithmus nicht mehr hinreichend schnell in Bereiche niedriger Wahrscheinlichkeitsdichte vor. Für den Fall zu großer Schrittweiten nimmt die Genauigkeit der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion ab. Dies kann als einer der größten Nachteile des MMC-Algorithmus aufgefasst werden, da nur in seltenen Fällen eine geeignete Schrittweite a priori bekannt ist.

Für die obige Wahl der Schrittweiten ergibt sich für das MMC-Verfahren eine hervorragende Übereinstimmung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion mit der analytischen Lösung in Bereichen niedriger Wahrscheinlichkeitsdichte. Ab einer Dichte von  $10^{-6}$  kommt es jedoch zu sichtbaren Abweichungen; die Verteilung wird hier durch das MMC-Verfahren im Mittel überschätzt. Trotzdem ist die Genauigkeit gegenüber dem IS- und MIS-Verfahren insbesondere in Bereichen niedrigerer Wahrscheinlichkeitsdichte deutlich größer. Weiterhin lassen sich bei derselben Anzahl an gesamten Iterationen mit dem MMC-Verfahren Wahrscheinlichkeitsdichten  $< 10^{-26}$  erzielen, die deutlich niedriger sind, als die durch IS oder MIS generierten Wahrscheinlichkeitsdichten.

Im rechten Teil von Abbildung 3.12 sind auch die Ergebnisse der Wang-Landau-Simulation dargestellt. Für das WL-Verfahren ist eine Schrittweitenwahl nicht nötig. Zunächst werden ein neuer Winkel und ein neuer Gewichtungsfaktor bestimmt, indem eine gleichverteilte Zufallszahl aus den Intervallen  $[0, 2\pi]$ , bzw.  $[-1, +1]$  gezogen wird. Es wird pro Iteration *ein* Element aus der Menge an doppelbrechenden Elementen zufällig unter Annahme einer Gleichverteilung ermittelt und der Winkel und Gewichtungsfaktor

dieses Elements wird ersetzt; die übrigen Elemente werden *nicht* verändert. Als Startwert für den Gewichtungsfaktor  $f$  des WL-Verfahrens hat sich ein Wert von  $f_{start} = 1,05$  als praktikabel erwiesen, der über die Relation  $f_{n+1} = \sqrt{f_n}$  in jeder äußeren Iterationsschleife aktualisiert wird.

Für die obigen Einstellungen zeigt das WL-Verfahren für alle Bereiche der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion eine exzellente Übereinstimmung mit der analytischen Lösung und ist dabei in der Lage, selbst zu Wahrscheinlichkeitsdichten von unter  $10^{-50}$  vorzudringen. Es ist damit allen anderen Verfahren in Bezug auf die erreichte niedrigste Wahrscheinlichkeitsdichte bei gleichzeitiger Genauigkeit und Rechenaufwand überlegen.

Um eine genauere Abschätzung zu erhalten, welchen Einfluss der Gewichtungsfaktor  $f$  sowie die inneren Iterationen des Wang-Landau-Verfahrens auf die Genauigkeit der Ergebnisse haben, werden diese Parameter im Folgenden variiert und die Resultate miteinander verglichen. In Abbildung 3.13 sind die Ergebnisse einer Variation über die inneren Iterationsschritte dargestellt. Dabei wird die Anzahl der inneren Iterationen von 10 bis 1.000.000 variiert (bei 10 äußeren Iterationen) und es wird pro Parametersatz eine Simulation durchgeführt (keine Mittelungen); die übrigen Parameter der Wang-Landau-Simulation werden wie in Tabelle 6 gewählt. Mit 10 bis 100 Iterationen lässt sich lediglich eine grobe Abschätzung der Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung vornehmen; erst ab 1000 Iterationen wird der eigentliche Vorteil des Wang-Landau-Verfahrens erkennbar: Bereits bei einer Gesamtanzahl von  $10 \times 1000$  Iterationen lassen sich mit einer relativ guten Genauigkeit Aussagen über eine Wahrscheinlichkeitsdichte treffen, die unterhalb derer liegt, die mit einer Standard-MC-Simulation mit derselben Anzahl an Iterationen erreicht werden kann. Durch eine weitere Erhöhung der Iterationen wird sowohl die Genauigkeit der Simulationsergebnisse erhöht als auch eine deutlich niedrigere Wahrscheinlichkeitsdichte erreicht.

Eine zusätzliche Steigerung der Iterationen über den Wert von 100.000 hinaus ist aus numerischer Hinsicht nur dann möglich, wenn der Gewichtungsfaktor  $f$  weiter abgesenkt wird. Andernfalls wächst der Gewichtungsvektor  $g$  des Wang-Landau-Verfahrens so stark an, dass Werte von mehr als  $10^{300}$  erreicht werden. Diese Werte überschreiten die numerische Genauigkeit der vorhandenen MATLAB®-Umgebung.

Der Vergleich verschiedener Gewichtungsfaktoren  $f_{start}$  ist in Abbildung 3.14 gezeigt. Hierbei wird für jeweils 10 äußere und 100.000 innere Iterationen der Gewichtungsfaktor variiert. Ab einem Faktor von  $f_{start} = 1,50$  muss die Anzahl der inneren Iterationen auf 10.000 reduziert werden, damit der Gewichtungsvektor  $g$  des Wang-Landau-Verfahrens noch numerisch berechenbar bleibt (s.o.). Für einen Faktor von  $f_{start} = 10$  müssen die Iterationen auf 1000 reduziert werden. Je kleiner der Gewichtungsfaktor  $f_{start}$  gewählt wird, desto mehr gleicht sich das Wang-Landau-Verfahren dem Standard-MC-Verfahren an; für den Grenzfall  $f_{start} = 1$  sind beide Verfahren identisch. Eine Steigerung des Gewichtungsfaktors senkt die minimal erreichte Wahrscheinlichkeitsdichte deutlich ab. Wird der Faktor zu groß gewählt, können zwar extrem niedrige Wahrscheinlichkeitsdichten erreicht werden; dabei nimmt aber auch die Genauigkeit der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion stark ab. Da der ideale Gewichtungsfaktor für eine Simulation a priori nicht bekannt ist und zudem vom jeweiligen stochastischen System abhängt, bietet es sich an, eine Variation des Faktors wie hier gezeigt durchzuführen, wobei mit  $f_{start} = 1$  begonnen wird und der Faktor in jeder nachfolgenden Simulation erhöht wird. Dadurch lassen sich „Verformungen“ der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion bei einer zu großen Wahl des Gewichtungsfaktors leicht erkennen.

Weiterhin soll auf die Unterschiede zwischen der Maxwell-Verteilung und der analytischen Lösung eingegangen werden: Beide Verteilungen unterscheiden sich erst bei sehr niedrigen Wahrscheinlichkeitsdichten merklich voneinander. Die in der Literatur oft verwendete Näherung der Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung der DGD durch eine Maxwell-Verteilung kann somit für Wahrscheinlichkeitsdichten bis etwa  $10^{-10}$  als zutreffend betrachtet werden; bei Wahrscheinlichkeitsdichten von  $10^{-50}$  und niedriger (vgl. Abb. 3.12, rechts) hingegen ergeben sich deutliche Unterschiede für die Wahrscheinlichkeitsdichte des Auftretens höherer DGD-Werte: Die Wahrscheinlichkeitsdichte für das Auftreten von höheren DGD-Werten wird durch die Maxwell-Verteilung um mehrere Größenordnungen überschätzt, bzw. bei einer Wahrscheinlichkeitsdichte von  $10^{-50}$  wird eine um etwa 11 ps höhere DGD durch die Maxwell-Verteilung angegeben als bei der analytischen Lösung.

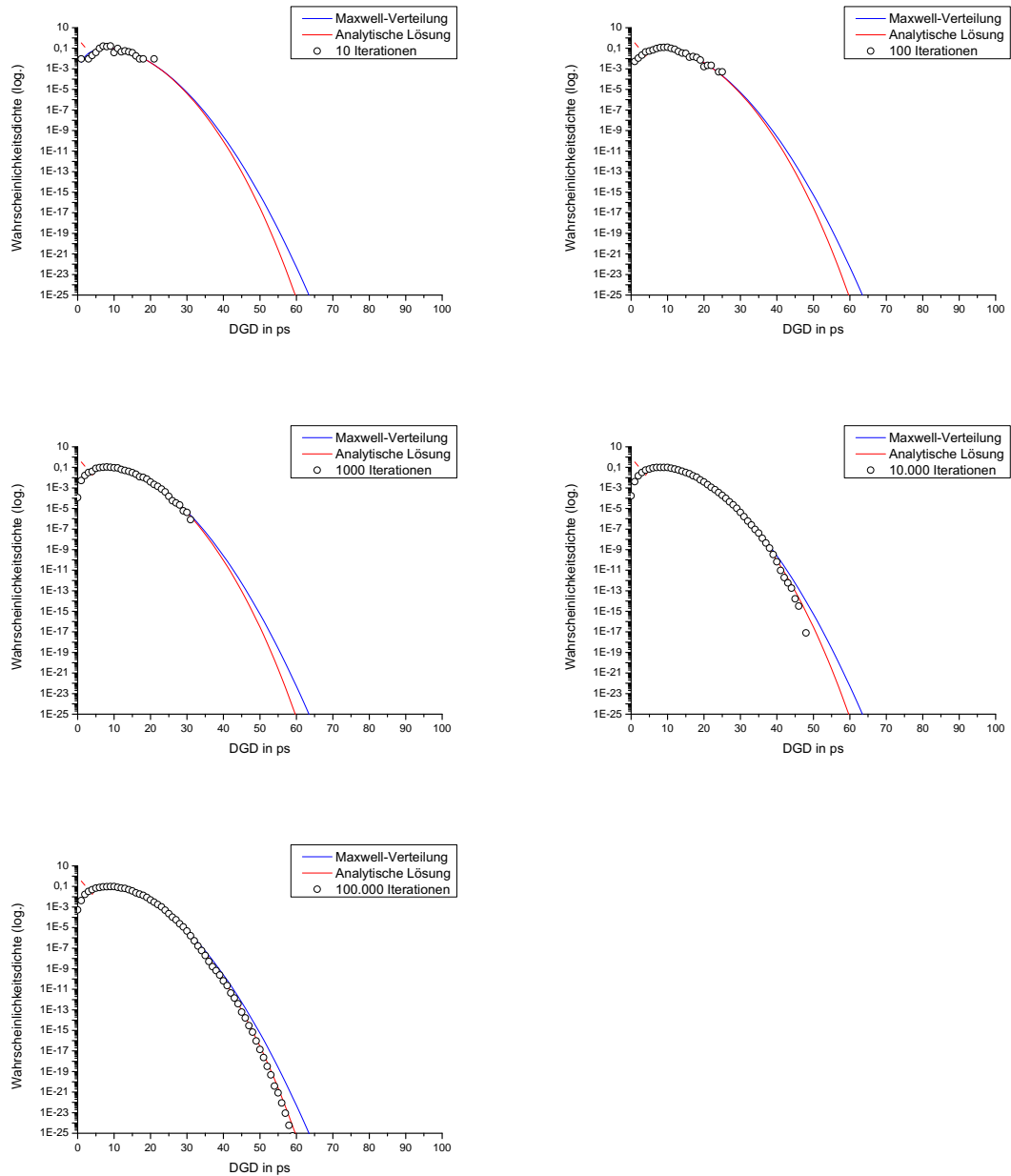


Abbildung 3.13. Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung (in logarithmischer Darstellung) der DGD für eine Verkettung von 100 doppelbrechenden Elementen mit einer DGD von 1 ps pro Element und zufälliger Orientierung für das Wang-Landau-Verfahren mit einer unterschiedlichen Anzahl von inneren Iterationen und jeweils 10 äußeren Iterationen. Die übrigen Parameter der Simulation werden wie in Tabelle 6 gewählt.

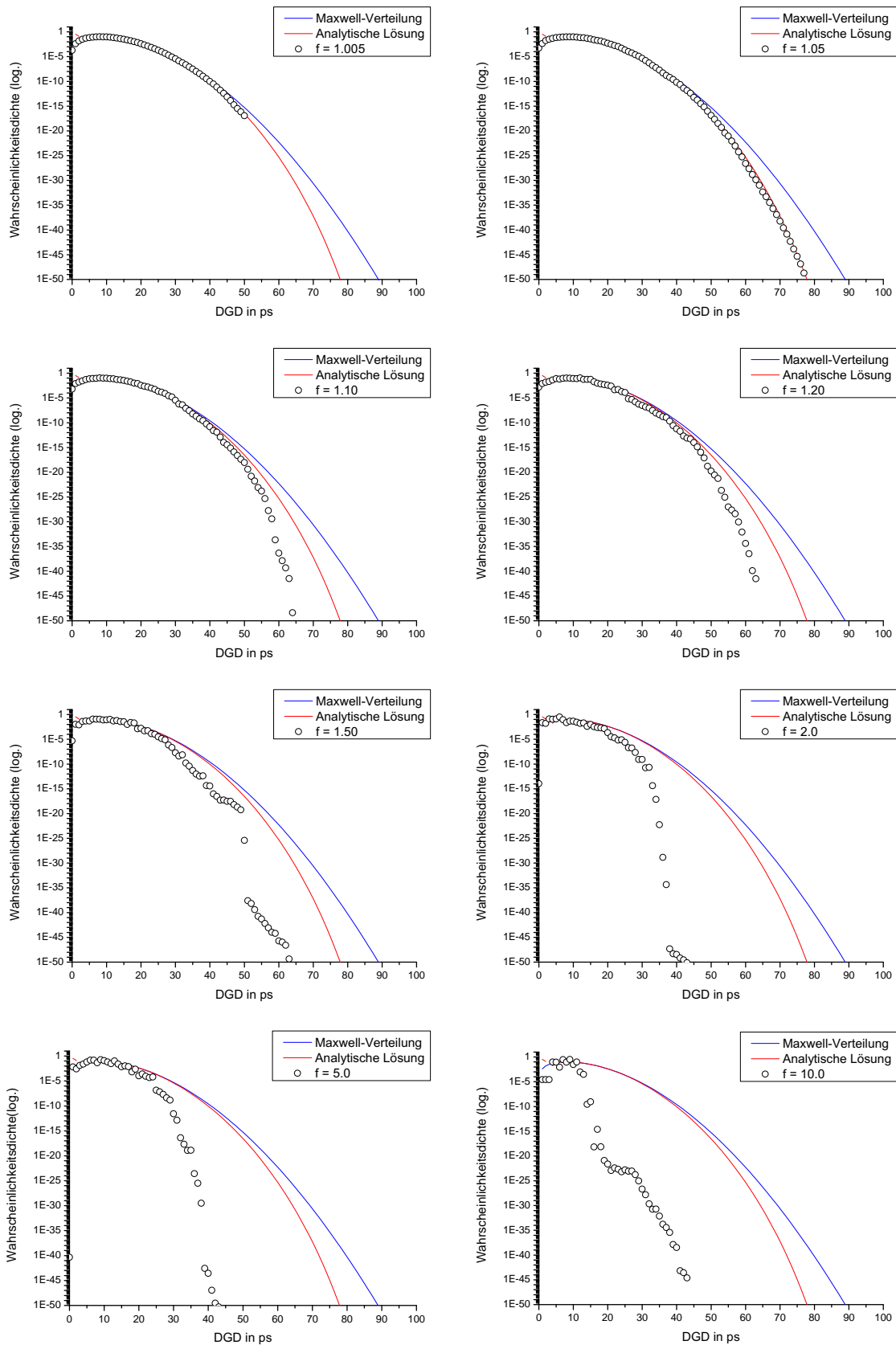


Abbildung 3.14. Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung (in logarithmischer Darstellung) der DGD für eine Verkettung von 100 doppelbrechenden Elementen mit einer DGD von 1 ps pro Element und zufälliger Orientierung für das Wang-Landau-Verfahren mit unterschiedlichen Gewichtungsfaktoren  $f_{start}$ . Die übrigen Parameter der Simulation werden wie in Tabelle 6 gewählt.

### 3.3.2. Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen der PMD höherer Ordnung

Tabelle 7. Übersicht über die Parameter zur Berechnung der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsdichte der DGD, PCD und DEP für 100 doppelbrechende Elemente für das Wang-Landau-Verfahren.

Parametername	Parameterwert
Innere Iterationen	100.000
Äußere Iterationen	10
Mittelungen	10
Gewichtungsfaktor $f_{start}$	1,30
Anzahl doppelbrechende Elemente	100
DGD pro doppelbrechendem Elemente	1 ps
Orientierung der doppelbrechenden Elemente	zufällig (gleichverteilt)

Bei dem Vergleich der MC-Verfahren im vorherigen Abschnitt wurde bisher lediglich PMD erster Ordnung untersucht. In diesem Abschnitt soll ein PMD-Emulator verwendet werden, der PMD aller Ordnungen generiert und mit welchem die gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen (engl.: Joint probability density function, Joint-PDF) von PMD erster und zweiter Ordnung untersucht werden. Dabei wird das Wang-Landau-Verfahren eingesetzt, um auch Bereiche niedriger Wahrscheinlichkeitsdichte zu untersuchen; in der Literatur wurden dafür bisher überwiegend Importance Sampling oder das MMC-Verfahren verwendet [74, 88]. Die verwendeten Parameter für die Simulationen sind in Tabelle 7 aufgelistet. Es werden 10 Simulationen mit jeweils 100.000 Iterationen durchgeführt und gemittelt, um die endgültigen Histogramme zu erhalten.

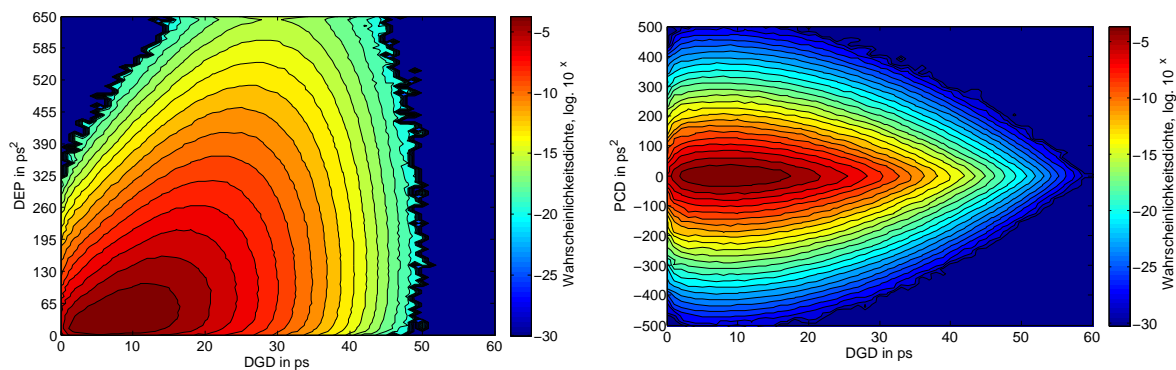


Abbildung 3.15. Mit Hilfe des Wang-Landau-Verfahrens berechnete kombinierte Wahrscheinlichkeitsdichten in logarithmischer Skalierung für DGD und DEP (links) sowie DGD und PCD (rechts).

Die Simulationsergebnisse sind in Abbildung 3.15 als Kontur-Plot dargestellt. Hierbei ist auf der horizontalen Achse jeweils die DGD in ps aufgetragen und auf der vertikalen Achse befinden sich die DEP in  $\text{ps}^2$  (links), bzw. die PCD in  $\text{ps}^2$  (rechts). Durch die Farbe des Graphen wird die Wahrscheinlichkeitsdichte in logarithmischer Skalierung angegeben. Die Skala bezeichnet den Wert des Exponenten  $10^x$ . Es fällt auf, dass die Wahrscheinlichkeitsdichte für das Auftreten von positiver oder negativer PCD symmetrisch um den Nullpunkt verteilt ist. Die Wahrscheinlichkeitsdichte für betragsmäßig große PCD-Werte ist für den Erwartungswert der DGD (hier: 9,2 ps) am Größten. Bei zunehmender DGD sinkt die Wahrscheinlichkeitsdichte für einen hohen Betrag der PCD deutlich ab. Dieses Verhalten ist für das Auftreten von Depolarisation ähnlich: Auch hier befindet sich das Maximum der Wahrscheinlichkeitsdichte beim Erwartungswert der DGD. Hohe Werte der Depolarisation können auch bei großen DGD-Werten auftreten. Die Wahrscheinlichkeitsdichte nimmt jedoch bei steigender DGD ab.

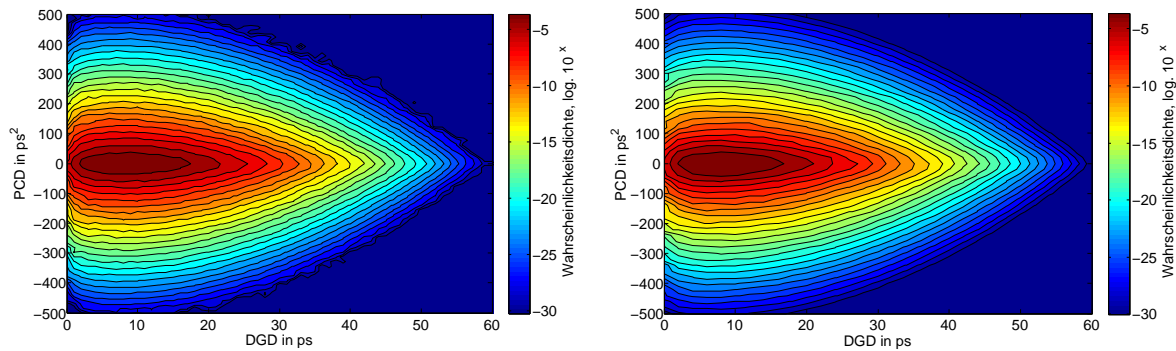


Abbildung 3.16. Mit Hilfe des Wang-Landau-Verfahrens berechnete kombinierte Wahrscheinlichkeitsdichten in logarithmischer Skalierung für DGD und PCD mit Hilfe des Müller-Matrix-Verfahrens (links) und des Jones-Matrix-Verfahrens (rechts). Für beide Verfahren wurden identische Parametersätze verwendet.

In Abbildung 3.16 wird ein Vergleich der beiden Emulator-Modelle zur Generierung der PMD am Beispiel der Berechnung der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der DGD und PCD durchgeführt. Für beide Emulator-Modelle werden jeweils dieselben Systemparameter (siehe Tabelle 7) verwendet. Es werden 10 Simulationen gemittelt. Für das Jones-Matrix-Verfahren ist die Simulationsdauer um einen Faktor 10 größer als für eine Berechnung mit Hilfe der Müller-Matrix<sup>25</sup>. Beide Verfahren zeigen im Vergleich eine sehr gute Übereinstimmung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen. Das Müller-Matrix- und Jones-Matrix-Verfahren können somit für Verkettungen von  $N = 100$  doppelbrechenden Elementen für PMD bis zur zweiten Ordnung in erster Näherung als gleichwertig betrachtet werden. Im weiteren Verlauf der Dissertation wird, beginnend mit dem nachfolgenden Abschnitt 3.3.4, stets das Jones-Matrix-Modell zur Simulation von PMD-Störeffekten verwendet, da die Berechnung der PMD nur einen kleinen, nicht signifikanten Teil der Simulationsdauer zur Bestimmung von OSNR-Einbußen oder Bitfehlerquoten eines Modulationsformats trägt und dort in der Regel wesentlich weniger Iterationen ( $\approx 5000$ ) als in diesem und dem vorherigen Abschnitt durchgeführt werden.

#### 3.3.3. Quantifizierung von OSNR-Einbußen durch PMD-Störungen

Zunächst wird die Auswirkung der PMD auf den OSNR für ein einzelnes doppelbrechendes Element mit einer DGD von 5 ps untersucht. Der Simulationenaufbau entspricht Abbildung 3.3. Ein Entzerrer wird zunächst nicht eingesetzt. In Abbildung 3.17 sind die Simulationsergebnisse für ein Duobinär-System mit einer Datenrate von 10 GBit/s (links) und 112 GBit/s (rechts) gezeigt. Die Parameter für die optische und elektrische Filterung sind identisch mit denen von Tabelle 4 auf Seite 64. PMD wird mit Hilfe eines einzelnen doppelbrechenden Elements generiert, wobei der Elevationswinkel Winkel  $2\chi$  und der Azimutalwinkel  $2\psi$  für die Orientierung des Elements in Schritten von  $5^\circ$  durchgeföhren werden, was einer Gesamtzahl von 2701 Simulationen entspricht. Die Observable ist die OSNR-Einbuße des Systems in dB. Es ist erkennbar, dass sowohl der Azimutal- als auch der Elevationswinkel einen Einfluss auf den OSNR des Systems aufweisen, wobei der Einfluss periodisch mit  $\pi$ , bzw.  $2\pi$  ist. Die rechte und linke Abbildung unterscheiden sich qualitativ durch einen anderen Wertebereich der Farbskala - der Einfluss der Winkel ist nicht von der Symbolrate des Signals, bzw. von der Frequenz des Signals abhängig. Bei einer höheren Symbolrate treten jedoch erwartungsgemäß höhere OSNR-Einbußen auf, da die einzelnen Impulse zeitlich schneller aufeinander folgen und sich die durch PMD-induzierte Intersymbolinterferenz in diesem Fall stärker auf die Signalqualität auswirkt. Ein weiterer qualitativer Unterschied zwischen beiden Graphen sind einzelne „Flecken“ im Kontur-Diagramm für die 10 GBit/s-Simulation; das Diagramm wirkt qualitativ insgesamt „weniger glatt“, obwohl die Winkelvariation in derselben Schrittweite durchgeföhrt wird. Die Ursache dafür sind die sehr kleinen OSNR-Einbußen für dieses System, die deutlich

<sup>25</sup>Zur Simulation wird das numerische Berechnungsprogramm MATLAB<sup>®</sup> genutzt, wobei der Code der Modelle nicht für eine höhere Geschwindigkeit optimiert wird.

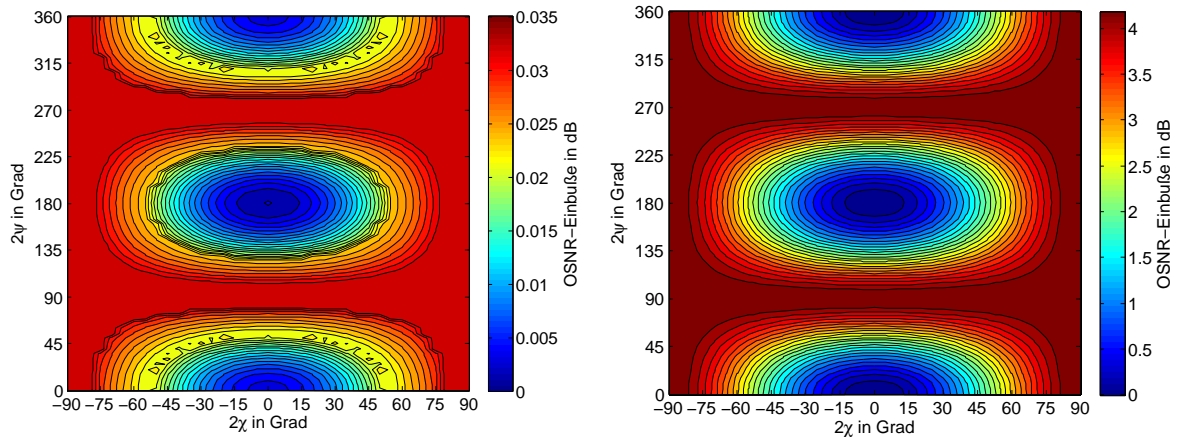


Abbildung 3.17. Abhängigkeit der OSNR-Einbuße von der Ausrichtung eines doppelbrechenden Elements mit einer DGD von 5 ps. Die beiden Winkel  $2\chi$  und  $2\psi$  werden in Schritten von 5 Grad variiert. Das Datensignal ist vor dem Eintritt in das doppelbrechende Element linear horizontal polarisiert ( $2\chi = 0^\circ$  und  $2\psi = 0^\circ$ ). Links: Simulation für ein Duobinär-System mit einer Datenrate von 10 GBit/s. Rechts: Simulation für ein Duobinär-System mit 112 GBit/s.

unter dem Wert von 0,1 dB liegen. In Bereichen dieser Auflösung ist das analytische Rauschmodell nicht mehr exakt gültig und es können dadurch Schwankungen der OSNR-Einbußen auftreten, deren Ursache nicht in der PMD begründet ist.

Auffällig sind zwei Punkte, an denen keine OSNR-Einbußen auftreten (bei  $2\chi = 0^\circ$  und  $2\psi = 0^\circ$ , bzw.  $2\psi = 180^\circ$ ). Im ersten Fall wird das Duobinär-Signal vollständig in den langsamen PSP des doppelbrechenden Elements eingekoppelt und benötigt für die Durchquerung des Elements die maximale Gruppenlaufzeit. Im zweiten Fall wird das Signal vollständig in den schnellen PSP eingekoppelt; seine Gruppenlaufzeit ist minimal.

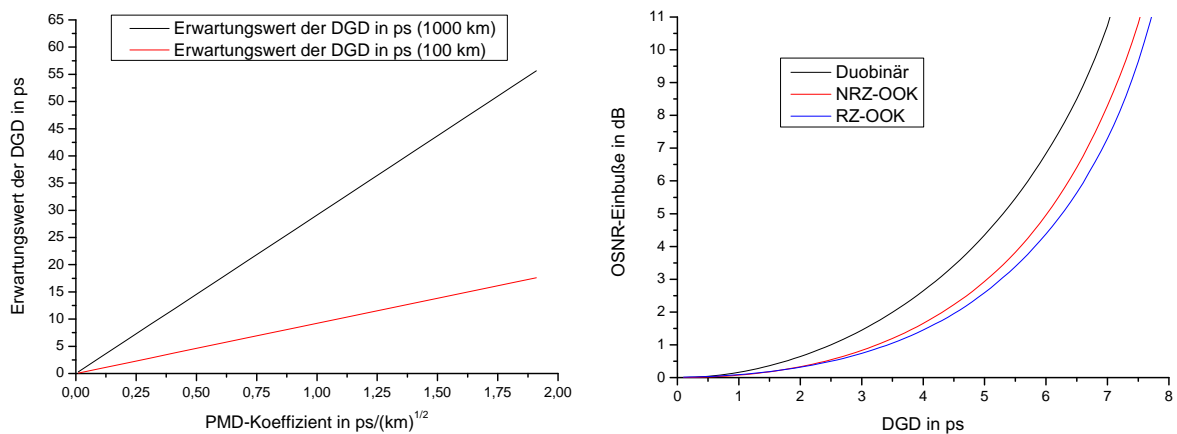


Abbildung 3.18. Links: Erwartungswert der DGD in ps in Abhängigkeit vom PMD-Koeffizienten der Faser für eine gesamte Faserlänge von 100 und 1000 km nach Gleichung (2.30) aus [49]. Rechts: Abhängigkeit der OSNR-Einbuße von der DGD für verschiedene Modulationsformate bei einer Datenrate von 112 GBit/s.

Im nächsten Schritt soll abgeschätzt werden, welchen Bereich die Erwartungswerte für die DGD in einem optischen Übertragungssystem einnehmen. Der Erwartungswert der DGD lässt sich nach Formel (2.30) aus [49] über den PMD-Koeffizienten der Faser für eine gegebene Länge der Übertragungsstrecke bestimmen. Der PMD-Koeffizient der Faser hängt von den Materialeigenschaften und den Fertigungsprozessen der Faser ab: Für Einmodenfasern können nach den Richtlinien von [38] PMD-Koeffizienten von bis zu  $0,5 \text{ ps}/\sqrt{\text{km}}$  auftreten (vgl. Tabelle 1 auf Seite 13), wobei ältere Fasern sogar noch höhere



PMD-Koeffizienten von über  $1,0 \text{ ps}/\sqrt{\text{km}}$  aufweisen können [49]. In [49, 221] wird als Parameterbereich für den PMD-Koeffizienten bei neueren Fasern  $0,02 \text{ ps}/\sqrt{\text{km}}$  bis  $0,1 \text{ ps}/\sqrt{\text{km}}$  angegeben. Der Verlauf des Erwartungswertes der DGD in Abhängigkeit vom PMD-Koeffizienten einer Faser für eine feste Länge nach Gleichung (2.30) ist links in Abbildung 3.18 für eine gesamte Faserlänge von 100 km und 1000 km gezeigt.

Für PMD-Koeffizienten unterhalb von  $0,5 \text{ ps}/\sqrt{\text{km}}$  ergibt sich ein Erwartungswert der DGD von weniger als 4,6 ps und weniger als 15 ps für eine gesamte Faserlänge von 100, bzw. 1000 km. Für die nachfolgenden Untersuchungen der OSNR-Einbußen durch PMD wird die Obergrenze der betrachteten DGD auf 200 ps festgesetzt, was dem 13,3-fachen Erwartungswert der DGD für einen PMD-Koeffizienten von  $0,5 \text{ ps}/\sqrt{\text{km}}$  für eine gesamte Faserlänge von 1000 km entspricht. Dadurch ist sicher gestellt, dass die nachfolgenden Aussagen selbst für ältere Fasern mit hohen PMD-Koeffizienten gültig sind.

Um die OSNR-Einbußen für ein 112 GBit/s-System abschätzen zu können, wird eine Simulation mit einem einzelnen doppelbrechenden Element durchgeführt, dessen DGD variiert werden kann. Das Element wird dabei so orientiert, dass dies dem „schlechtesten Fall“ nach Abbildung 3.17 entspricht, bei dem die höchsten OSNR-Einbußen aufgetreten sind: Dies resultiert in einer Orientierung des doppelbrechenden Elements von  $2\chi = 90^\circ$  und  $2\psi = 0^\circ$  (dies entspricht einer zirkular rechtshändigen Polarisation), wobei das Datensignal vor dem Eintritt in das Element mit  $2\chi = 0^\circ$  und  $2\psi = 0^\circ$  linear horizontal polarisiert ist. Die Simulation wird für die Modulationsformate RZ-OOK, NRZ-OOK und Duobinär durchgeführt, und die OSNR-Einbußen werden bestimmt. Dabei werden dieselben Parameter wie in Tabelle 4 auf Seite 64 verwendet; es wird keine Entzerrung durchgeführt. Die Ergebnisse der Simulationen sind rechts in Abbildung 3.18 dargestellt. Bereits für geringe DGD-Werte von wenigen ps treten OSNR-Einbußen in der Größenordnung von mehreren dB auf. Dabei ähneln sich die Kurvenverläufe für alle drei Modulationsformate, wobei das Duobinär-Verfahren eine geringere PMD-Toleranz als NRZ-OOK und RZ-OOK aufweist. Diese Ergebnisse stimmen qualitativ mit den Messergebnissen für ein 42,7 GBit/s-System aus [37], Seite 4719 überein. Durch diese Resultate zeigt sich bereits, dass Metro- oder Weitverkehrsnetze mit älteren Einmodenfasern und höheren PMD-Koeffizienten ohne eine optische oder elektrische PMD-Kompensation bei Datenraten von 112 GBit/s nicht betreibbar sind, da dort deutlich höhere Erwartungswerte der DGD, bzw. deutlich höhere maximale DGD-Werte auftreten.

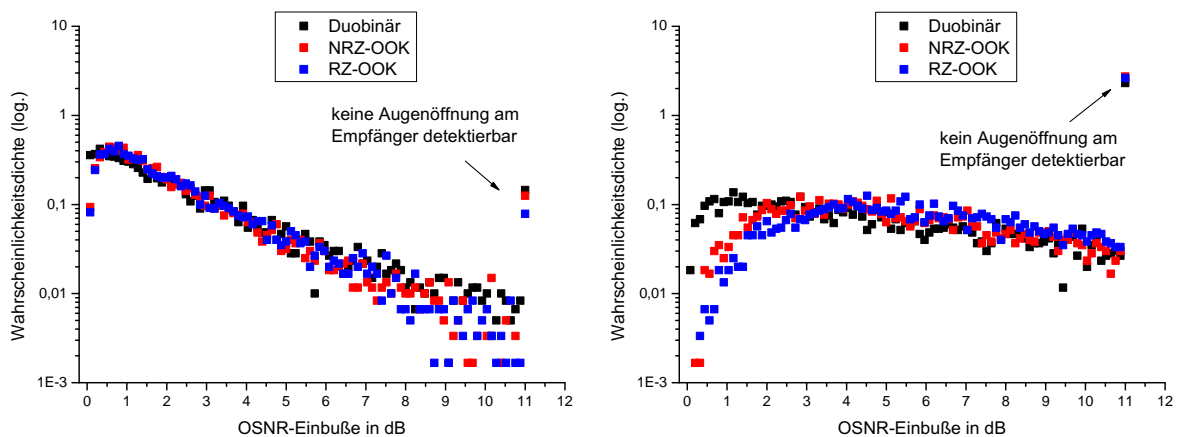


Abbildung 3.19. Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der OSNR-Einbußen für eine Verkettung von 100 doppelbrechenden Elementen mit einer DGD von 0,5 ps pro Element (links) und 1,0 ps pro Element (rechts) für verschiedene Modulationsformate bei einer Datenrate von 112 GBit/s.

In Abbildung 3.19 wird die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der OSNR-Einbuße für eine Verkettung von 100 doppelbrechenden Elementen mit einer DGD von 0,5 ps pro Element (entsprechend einem Erwartungswert der DGD von 4,6 ps) und 1,0 ps pro Element (Erwartungswert 9,2 ps) für verschiedene Modulationsformate bei einer Datenrate von 112 GBit/s gezeigt. Dabei ist die Wahrscheinlichkeitsdichte für die OSNR-Einbuße analog nach Gleichung (2.3) auf den Wert 1 normiert, wenn über alle auftretenden OSNR-Einbußen integriert wird. Der Simulationsaufbau nach Abbildung 3.3 wird im Vergleich

zu den vorherigen Simulationen lediglich dadurch modifiziert, dass mehrere verkettete doppelbrechende Elemente simuliert werden. Für diese Simulationen werden jeweils 5000 Monte Carlo-Iterationen durchgeführt, bei denen die Orientierung der doppelbrechenden Elemente zufällig gewählt wird. Dabei werden *dieselben* Realisierungen der 5000 Verkettungen für alle drei Modulationsformate generiert, um einen direkten Vergleich der Formate zu ermöglichen. Die übrigen Parameter für die einzelnen Modulationsformate sind identisch zu denen aus den vorherigen Betrachtungen in diesem Abschnitt. Für beide Diagramme wird der Verlauf der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion bei einer OSNR-Einbuße von 11 dB abgeschnitten. Iterationen, bei denen keine Augenöffnung am Empfänger zu detektieren ist und für die kein Q-Faktor bestimmt werden kann, werden mit einer OSNR-Einbuße von 11 dB im Diagramm gewertet.

Für eine DGD von 0,5 ps pro Element der Verkettung ergibt sich ein Verlauf der OSNR-Einbuße, der für alle Modulationsformate recht ähnlich ist - dies ist nach der obigen Betrachtung von Abbildung 3.18 auch zu erwarten, da bei niedrigen DGDs auch ähnliche OSNR-Einbußen für alle Modulationsformate auftreten. Die durchschnittliche OSNR-Einbuße für eine DGD von 0,5 ps pro Element der Verkettung beträgt 2,18 dB, 2,01 dB und 2,08 dB für die Formate Duobinär, RZ- und NRZ-OOK.

Für eine DGD von 1 ps liegen die mittleren OSNR-Einbußen bei 3,27 dB, 3,38 dB und 3,79 dB. In diesem Fall schneidet das RZ-Format mit einer höheren durchschnittlichen OSNR-Einbuße als das Duobinär-Format ab, was der Aussage von Abbildung 3.18 zunächst zu widersprechen scheint. Der Unterschied lässt sich dadurch erklären, dass die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung stark von Ereignissen geprägt wird, bei denen die Störungen so stark sind, dass keine Augenöffnung am Empfänger des Systems mehr detektiert werden kann. Diese Fälle treten für alle Modulationsformate nahezu gleich häufig auf; im Falle des duobinären Modulationsformats sind die Störungen wie nach Abbildung 3.18 zu erwarten stärker, aber durch die Begrenzung der maximal möglichen OSNR-Einbußen auf 11 dB kann es dazu kommen, dass die mittleren OSNR-Einbußen für dieses Format sogar etwas geringer sind, als für das NRZ- oder RZ-Format.

Beide Simulationen bestätigen die obigen Annahmen im Hinblick auf den Einfluss von PMD-Störungen auf Signale mit einer Datenrate von 112 GBit/s: Ohne eine zusätzliche Entzerrung des Signals oder PMD-Kompensation treten selbst bei hohen Wahrscheinlichkeitsdichten von über 0,05 hohe OSNR-Einbußen auf und das System kann nicht mit einer hohen Ausfallsicherheit betrieben werden. Im nächsten Abschnitt wird untersucht, inwieweit die OSNR-Einbußen durch den Einsatz von optischer Filterung reduziert werden können.

Für den Fall, dass Ausfallwahrscheinlichkeiten eines Systems anstelle von auftretenden OSNR-Einbußen für ein System betrachtet werden sollen, muss lediglich ein gewünschter Bereich von OSNR-Einbußen definiert werden, für den das System noch praktikabel betrieben werden kann. Dann kann man über die jeweils gefundenen Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen der OSNR-Einbußen integrieren nach Gleichung (2.2) und erhält damit die Wahrscheinlichkeit, dass das System funktioniert  $P_{Okay}$ . Die gesuchte Ausfallwahrscheinlichkeit  $P_{Ausfall}$  ergibt sich dann nach:

$$P_{Ausfall} = 1 - P_{Okay}. \quad (3.18)$$

Im Folgenden wird in dieser Dissertation in den meisten Fällen auf die Angabe von Ausfallwahrscheinlichkeiten verzichtet, da diese stets von der für das System tolerierbaren OSNR-Einbuße abhängig sind. Diese OSNR-Einbuße ist wiederum sehr stark vom verwendeten Systemaufbau abhängig. Es wird häufiger eine untere Grenze für Ausfallwahrscheinlichkeiten angegeben. Diese lässt sich folgendermaßen bestimmen: Es wird angenommen, dass ein System sich immer in einem nicht funktionsfähigen Zustand befindet, wenn eine Detektion der Augenöffnung am Empfänger (ggfs. nach Entzerrung) nicht mehr möglich ist. Daraus lässt sich eine minimale prozentuale Ausfallwahrscheinlichkeit  $P_{Ausfall, min}$  bestimmen.

## 3.3.4. Entzerrung von PMD-Störungen (Direktempfang)

In diesem Abschnitt wird die Entzerrung von durch PMD gestörten Signalen mit Hilfe von optischen Entzerrern untersucht, wobei nur Systeme mit einem Direktempfänger und ohne Polarisationsmultiplexing betrachtet werden. Der Simulationsaufbau nach Abbildung 3.3 wird nun um einen optischen Entzerrer erweitert. Außerdem wird eine bekannte Trainingssequenz gesendet. Der optische Entzerrer kann über ein Rückkopplungskriterium vom Empfänger angesteuert werden - an dieser Stelle wird als Kriterium ein Maß für die Ähnlichkeit zwischen der Trainingssequenz und der detektierten Sequenz verwendet, indem die Werte beider Sequenzen von einander subtrahiert werden. Der Restfehler  $e_{gesamt}$  der Differenz beider Sequenzen kann in der elektrischen Ebene bei Nutzung eines Direktempfängers bestimmt werden über

$$e_{gesamt} = \sum_{i=1}^N \|\sqrt{s(i)^2} - \sqrt{t(i)^2}\|, \quad (3.19)$$

wobei  $s(i)$  und  $t(i)$  jeweils der komplexe Wert des empfangenen Signals, bzw. der Trainingssequenz zum  $i$ -ten Abtastzeitpunkt von insgesamt  $N$  Abtastzeitpunkten sind. Durch den Einsatz eines Direktempfängers liegt lediglich  $s(i)^2$  vor; die Phaseninformation geht bei der Betragsbildung verloren. Dies ist die Ursache dafür, dass manche Algorithmen wie z.B. der RLS oder LMS für Systeme mit Direktempfänger in der Regel kein gutes Konvergenzverhalten aufweisen: Sie benötigen für ihre Aktualisierungsvorschrift ein *komplexes* Fehlerkriterium zu einem Abtastzeitpunkt. Wird stattdessen ein reelles Kriterium verwendet (in diesem Fall  $e_{reell}(i) = \|\sqrt{s(i)^2} - \sqrt{t(i)^2}\|$ ), lässt sich das Signal nur im Hinblick auf die Amplitude entzerren. Phasenschwankungen oder Phasen- und Amplitudenschwankungen können in diesem Fall nicht entzerrt werden. Aus diesem Grund werden in diesem Abschnitt ausschließlich Optimierungsalgorithmen betrachtet, die beim Direktempfang eingesetzt werden können, ohne dass ein komplexes Fehlerkriterium nötig ist. Dies sind der Random Walk, der PSO, und der Trust-Region-Algorithmus (zusammen mit der Levenberg-Marquardt-Variante, vgl. 2.8.3).

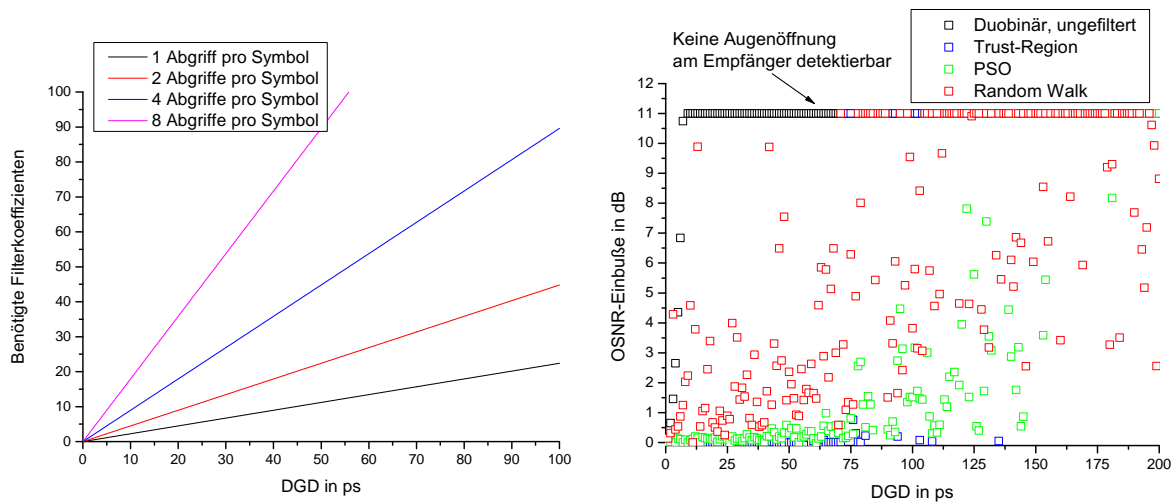


Abbildung 3.20. Links: Anzahl der benötigten Filterkoeffizienten in Abhängigkeit von der DGD für ein 112 GBit/s-System für verschiedene Anzahlen an Filterabgriffen pro Symbol nach Gleichung (3.20) für ein symmetrisches FIR-Filter. Rechts: Vergleich der OSNR-Einbußen für ein 112 GBit/s Duobinär-System nach optischer Entzerrung mit Hilfe eines Schmetterlings-FIR-Filters in Abhängigkeit von der DGD eines einzelnen doppelbrechenden Elements für verschiedene Optimierer. Gezeigt wird jeweils die niedrigste OSNR-Einbuße für eine optimal gewählte Anzahl der Filterabgriffe pro Symbol. Diese wird jeweils von 1 bis 8 variiert. Die Berechnung der jeweils benötigten Anzahl von Koeffizienten des Filters erfolgt mit Hilfe von Gleichung (3.20).

Die Anzahl der benötigten Koeffizienten  $N$  eines FIR-Filters zur Entzerrung der PMD-Störungen lässt sich für eine DGD  $\tau$  in ps anhand der folgenden Abschätzformel bestimmen:

$$N = (\tau/T_{Symbol}) \cdot m, \quad (3.20)$$

wobei  $T_{Symbol}$  die Symboldauer des Signals in ps und  $m$  die Koeffizienten pro Symbol darstellen. Die zur Anzahl der Filterkoeffizienten korrespondierende zeitliche Länge des Filters wird oft auch als „Gedächtnislänge“ bezeichnet. Intersymbolinterferenz-Störeffekte, die eine größere Gedächtnislänge als das Filter haben, können durch ein FIR-Filter generell nicht vollständig entzerrt werden.

Für ein symmetrisches Filter, wie in Abschnitt 2.7 beschrieben, ist die Anzahl der Koeffizienten in Gleichung (3.20) zu verdoppeln. Für den Fall einer Schmetterlingsstruktur (vgl. Seite 52) wird die Anzahl der Koeffizienten nochmals vervierfacht, da insgesamt vier verschaltete Filterstrukturen eingesetzt werden.<sup>26</sup> Die Abhängigkeit der insgesamt benötigten Filter-Koeffizienten für eine variable Anzahl an Koeffizienten pro Symbol und ein 112 GBit/s-System mit variabler DGD werden links in Abbildung 3.20 graphisch dargestellt, wobei die Systemparameter nach Tabelle 4 auf Seite 64 gewählt werden.

An dieser Stelle sei außerdem darauf hingewiesen, dass die in dieser Dissertation durchgeführten theoretischen Untersuchungen davon ausgehen, dass sowohl die Anzahl der Filterkoeffizienten als auch die Auflösung des Filters beliebig groß gewählt werden können. In dieser Arbeit ist die maximale Auflösung des Filters lediglich durch die der Simulation zugrunde liegende Abtastrate von 64 Abtastpunkten pro Symbol des Signals begrenzt. Inwieweit sich Filterstrukturen von mit einer Anzahl von  $N > 50$  Filterkoeffizienten pro Filterstufe eines Schmetterlingsentzerrers, bzw. MIMO-Entzerrers, tatsächlich in der optischen Ebene herstellen lassen, ist zum Zeitpunkt der Erstellung dieser Dissertation noch nicht klar und ist derzeit Gegenstand aktiver Forschung (vgl. [175], [177]). Für eine Filterung in der elektrischen Ebene spielen diese Betrachtungen nur eine untergeordnete Rolle, da sich dort, wie in Abschnitt 3.2.2 gezeigt, durchaus auch Filterstrukturen mit mehreren tausend Filterkoeffizienten realisieren lassen, wobei aber auch hier eine größere Anzahl an Filterkoeffizienten mit einem größeren Hardware-, bzw. Speicherbedarf verbunden ist.

Für die nachfolgenden Simulationen wird wie im vorherigen Abschnitt zunächst ein einzelnes doppelbrechendes Element betrachtet, dessen DGD-Wert in einer Parametervariation durchgeföhren wird. Als Orientierung des Elements wird der „schlimmste Fall“ betrachtet, bei dem die Winkel  $2\chi = 90^\circ$  und  $2\psi = 0^\circ$  wie im vorherigen Abschnitt gewählt werden. Im Gegensatz zu Abbildung 3.18 wird nun ein symmetrisches FIR-Filter in Schmetterlingsstruktur eingesetzt, wobei jeweils die benötigte Anzahl an Koeffizienten durch die obige Gleichung bestimmt wird.<sup>27</sup>

Die Anzahl der Filterkoeffizienten pro Symbol wird von 1 bis 8 Koeffizienten pro Symbol variiert. Es wird ein Duobinär-System bei 112 GBit/s mit denselben Parametern wie in Abschnitt 3.3.3 simuliert. Rechts in Abbildung 3.20 sind die Ergebnisse für die OSNR-Einbußen in Abhängigkeit von der DGD des doppelbrechenden Elements gezeigt. Die FIR-Filterkoeffizienten werden mit Hilfe der Optimierer in Tabelle 8 und den dort aufgeführten Einstellungen bestimmt, wobei das Optimierungskriterium nach Gleichung (3.19) errechnet wird. Für den Trust-Region-Optimierer wird eine MATLAB®-Implementierung verwendet, die Anzahl der Iterationen und Schrittweite automatisch bestimmt und im Fall schlechter Konvergenz automatisch den Levenberg-Marquardt-Algorithmus zur Optimierung verwendet.

In Abbildung 3.20 ist jeweils die OSNR-Einbuße für die beste Wahl an Koeffizienten pro Symbol dargestellt. Für den Fall, dass keine Augenöffnung am Empfänger detektiert werden kann, wird eine OSNR-Einbuße von 11 dB angenommen; das Diagramm wird bei diesem Wert abgeschnitten. Höhere OSNR-Einbußen werden aus Gründen der Übersichtlichkeit ebenfalls auf 11 dB abgeschnitten.

Für ein System ohne Entzerrung treten bereits ab einer DGD von mehr als 7 ps so starke Verzerrungen im Signal auf, dass keine Augenöffnung am Empfänger des Systems detektiert werden kann. Mit Hilfe optischer Entzerrer kann hingegen eine deutliche Reduktion der OSNR-Einbuße erreicht werden. Es ist

<sup>26</sup>Als Beispiel sei hier die Anzahl der Filterkoeffizienten für ein *symmetrisches* Schmetterlingsfilter mit 1 Koeffizienten pro Symbol für ein 112 GBit/s-System und einer DGD von 50 ps angegeben. Nach (3.20) werden 6 komplexe Koeffizienten pro Teilstruktur benötigt. Ein Optimierungsalgorithmus muss somit ein  $6 \times 2 \times 2 \times 4 = 96$ -dimensionales Problem lösen, da Real- und Imaginärteil der Koeffizienten getrennt voneinander optimiert werden müssen.

<sup>27</sup>Im Rahmen dieser Arbeit wurden in [27] die Ergebnisse ähnlicher Simulationen auch für einen Vergleich mit der in [172] vorgeschlagenen Methode eines parallelen Entzerrers veröffentlicht, bei der Signale der zueinander orthogonalen Polarisationen nur getrennt voneinander entzerrt werden können. Da diese Entzerrer-Struktur im Hinblick auf die verbleibenden OSNR-Einbußen deutlich schlechter abgeschnitten hat als die Schmetterlingsstruktur, wird sie an dieser Stelle aus Platzgründen nicht detailliert betrachtet.

möglich, auch bei DGD-Werten von bis zu 75 ps eine nahezu vollständige Entzerrung des Signals zu erreichen und die OSNR-Einbußen unter die Grenze von 1 dB zu senken bei einer Filterlänge von 15 Koeffizienten und einer Auflösung des Filters von 1 Koeffizienten pro Symbol. Bei höheren DGD-Werten gelingt es allen untersuchten Optimierungsroutinen nur sporadisch, das Signal vollständig zu entzerren. Ein Vergleich mit den Ergebnissen für einen kohärentem Empfänger (siehe 3.3.5) zeigt, dass jedoch ein Koeffizientensatz auch für höhere DGD-Werte existiert, bei dem eine bessere OSNR-Einbuße erreichbar ist. Der Grund für dieses (im Vergleich zum kohärenten Empfänger) schlechtere Abschneiden der Optimierer liegt in der Struktur von Gleichung 3.19: Da bei der Bestimmung der Güte des Systems die Phaseninformation verloren geht, haben die Optimierer weniger „Ansatzpunkte“, um einen optimalen Koeffizientensatz zu finden. Für Werte niedriger DGDs gelingt dies dennoch, da die Gesamtanzahl an Filterkoeffizienten und damit die Dimensionalität des Optimierungsproblems gering ist - Konvergenz kann bei allen Optimierern erreicht werden. Mit zunehmender DGD steigt nach Gleichung (3.20) die Anzahl der benötigten Filterkoeffizienten linear an und die Konvergenz der Optimierer wird nur noch zufällig in Einzelfällen erreicht.

Tabelle 8. Übersicht über die Parameter der Optimierer zur Entzerrung von PMD-Störungen für ein 112 GBit/s-Direktempfangssystem.

Optimierer	Parametername	Parameterwert
Random Walk	Iterationen	2000
	Iterationen	1000
Partikelschwarm	Anzahl Partikel	20
	Schrittweite	0,01
Trust-Region	Iterationen	variabel (automatisch)
	Schrittweite	variabel (automatisch)

Bei einem Vergleich der Optimierer untereinander fällt auf, dass der Trust-Region-Optimierer in Bereichen unterhalb von 75 ps die geringsten OSNR-Einbußen erzielt. Im Bereich über 75 ps ist das Konvergenzverhalten des Trust-Region-Optimierers hingegen deutlich schlechter. Sowohl der PSO als auch der Random Walk sind in der Lage, vereinzelt eine Lösung des Koeffizientensatzes für eine DGD von bis zu 175 ps zu finden. Die OSNR-Einbußen liegen dabei allerdings häufig im Bereich von mehreren dB und in manchen Fällen gelingt eine Entzerrung des gestörten Signals nicht. Hier ist davon auszugehen, dass sich mit einer Erhöhung der Iterationen und/oder einer Verringerung der Schrittweite des PSO noch bessere Ergebnisse erzielen lassen. Bei Betrachtung des Random Walk fällt auf, dass der Optimierer auch bei DGD-Werten bis zu 200 ps noch Konvergenz erreicht. Bei niedrigen DGD-Werten treten hier bereits OSNR-Einbußen von mehreren dB auf, was durch die statistische Natur des Optimierers erklärbar ist - es kann zufällig vorkommen, dass auch bei höheren DGD-Werten eine Lösung gefunden wird.

Die Simulationsergebnisse für ein RZ- und NRZ-OOK-System werden aus Platz- und Übersichtsgründen nicht aufgeführt, sind aber in Bezug auf die OSNR-Einbußen und das Verhalten der einzelnen Optimierer vergleichbar. Ein Vergleich aller Modulationsformate erfolgt für den Fall eines kohärenten Empfängers in Abschnitt 3.3.5.

Im nächsten Schritt wird untersucht, inwieweit die PMD mit Hilfe der optischen Entzerrer für eine Verkettung von 100 doppelbrechenden Elementen mit zufälliger Orientierung und einer DGD von 1 ps pro Element entzerrt werden kann. Dabei werden verschiedene Optimierer miteinander verglichen, für welche die Einstellungen aus Tabelle 8 gewählt werden.

Es wird ein FIR-Schmetterlingsfilter verwendet, wobei die Simulation wiederholt wird für eine Anzahl von 1 bis 8 Abgriffen des Filters pro Symbol. Dargestellt werden nur die minimal auftretenden OSNR-Einbußen für die jeweils ideale Filterauflösung. Die Anzahl an Koeffizienten pro Filterstufe des Schmetterlingsentzerrers wird zu 21 gewählt, was nach den Vorbetrachtungen von Abschnitt 3.3.1 und 3.3.3 ausreichen sollte, um maximale DGD-Werte von bis zu 100 ps kompensieren zu können. Insgesamt werden 5000 verschiedene Realisierungen der Verkettung der doppelbrechenden Elemente mit Hilfe des

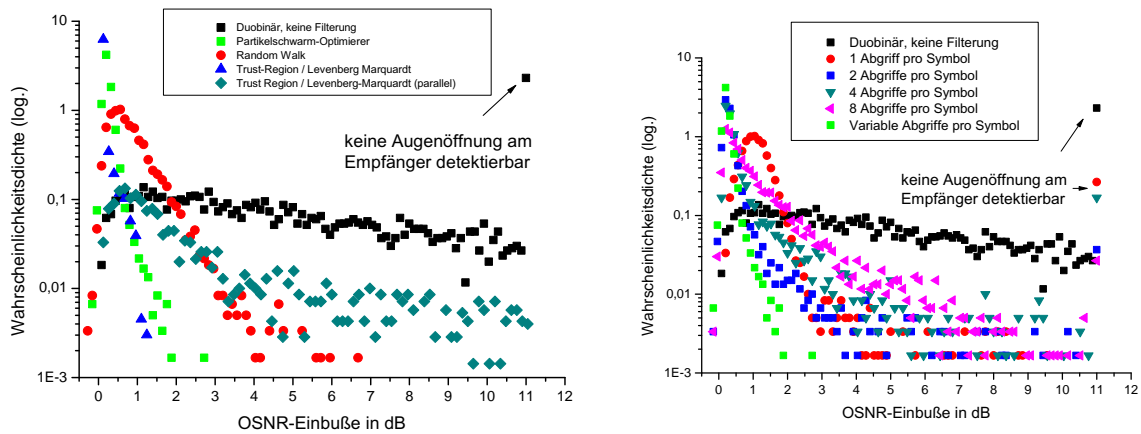


Abbildung 3.21. Links: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion in logarithmischer Skalierung der OSNR-Einbuße nach optischer Filterung eines durch PMD gestörten Signals. Die Störungen werden durch 5000 verschiedene Realisierungen einer Verkettung von 100 doppelbrechenden Elementen mit einer DGD von 1 ps pro Element und einer zufälligen Orientierung erzeugt. Es wird ein Duobinär-System mit einer Datenrate von 112 GBit/s betrachtet. Rechts: Vergleich der OSNR-Einbußen nach optischer Entzerrung für verschiedene Auflösungen des optischen Entzerrers für dasselbe System. Die Koeffizienten werden mit Hilfe eines Partikelschwarm-Optimierers bestimmt.

Standard Monte Carlo-Verfahrens erzeugt; für jeden Optimierer werden dieselben Störungen generiert. Die Ergebnisse der Simulationen sind links in Abbildung 3.21 exemplarisch dargestellt für ein Duobinär-System mit einer Datenrate von 112 GBit/s, wobei die Systemparameter wie in Tabelle 4 auf Seite 64 gewählt werden. Für das NRZ- und RZ-Modulationsformat ergeben sich vergleichbare Ergebnisse. Die in der Simulation verwendeten Optimierer weisen einen sehr unterschiedlichen Verlauf der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion auf: Die höchsten OSNR-Einbußen nach optischer Filterung werden durch den Einsatz der in [172] beschriebenen parallelen Filterstruktur erreicht, die auf den Einsatz einer Schmetterlingsstruktur verzichtet. Deshalb werden im Folgenden nur noch Filter in Schmetterlingsstruktur verwendet; die mittlere OSNR-Einbuße beträgt 1,15 dB. Bei den 5000 verschiedenen Verkettungen ist es nach der Optimierung bei 4,2% der Fälle nicht möglich, eine Augenöffnung am Empfänger zu detektieren. Für den parallelen Entzerrer wird ausschließlich die Trust-Region/Levenberg-Marquardt-Variante verwendet.

Mit Hilfe der übrigen Optimierer wird in 100% der Fälle eine Konvergenz erreicht, wodurch ein Koeffizientensatz bestimmt wird, bei dem eine Augenöffnung am Empfänger detektiert werden kann. Nach Nutzung des Random Walk-Optimierers liegt eine mittlere OSNR-Einbuße von 0,80 dB und eine maximale OSNR-Einbuße von 6,68 dB vor. Eine nochmals deutliche Verbesserung gegenüber dem ungefilterten Fall lässt sich mit Hilfe des Partikelschwarm-Optimierers erreichen, der eine mittlere OSNR-Einbuße von 0,23 dB und eine maximale OSNR-Einbuße von 2,72 dB liefert. Die niedrigsten OSNR-Einbußen werden durch den Trust-Region/Levenberg-Marquardt-Optimierer erreicht - mittlere, bzw. maximale OSNR-Einbuße betragen 0,1 dB und 1,24 dB.

Rechts in Abbildung 3.21 ist die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der OSNR-Einbuße für eine Variation über die Auflösung des optischen Entzerrers für den PSO-Optimierer dargestellt. Die Auflösung in Abgriffen pro Symbol wird von 1 bis 8 variiert, wobei die Gesamtanzahl der Filterkoeffizienten mit 21 konstant gehalten wird, um den Rechenaufwand und die Simulationsdauer zu begrenzen, sowie die Arbeitsspeicher-Belegung der Optimierer einzuschränken.<sup>28</sup> Alle anderen Parameter der Simulation sind identisch mit den Parametern der vorherigen Berechnung: Es werden dieselben Signalstörungen für eine Verkettung von 100 doppelbrechenden Elementen mit einer DGD von 1 ps pro Element und zufälli-

<sup>28</sup>Die erwähnten Einschränkungen wurden im Zuge der Arbeit aus rein praktischen Gründen gewählt. Durch Verwendung von auf Geschwindigkeit optimierten Codes oder einer Hardware-Implementierung der Optimierer ist zu erwarten, dass sich auch deutlich größere Anzahlen an Koeffizienten verwenden lassen.

ger Orientierung verwendet. Für alle Auflösungen des Filters treten nach optischer Entzerrung OSNR-Einbußen von mehreren dB auf und es existieren Fälle, bei denen keine Augenöffnung am Empfänger detektiert werden kann. Nach den Simulationsergebnissen aus Abbildung 3.20 existiert für DGDs bis zu 75 ps stets eine (nahezu) optimale Lösung für die Wahl der Filterkoeffizienten, so dass eine Entzerrung des Signals mit einer geringen OSNR-Einbuße möglich ist; diese Lösung wird aber vom PSO nicht für jede Kombination aus Störung und Auflösung des Filters gefunden. Die grüne Kurve zeigt die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der OSNR-Einbuße für die jeweils beste Wahl der Filterauflösung für die korrespondierende Störung (diese ist identisch mit der grünen Kurve aus dem linken Teil der Abbildung 3.21). Für diesen Fall wird für alle 5000 Realisierungen der Verkettung der doppelbrechenden Elemente eine Lösung der Koeffizienten gefunden, bei der eine Augenöffnung am Empfänger detektiert werden kann; die mittlere OSNR-Einbuße beträgt 0,23 dB und die maximale OSNR-Einbuße 2,72 dB (siehe oben). Auf den ersten Blick mag die Tatsache, dass der Verlauf der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für eine höhere Auflösung des Entzerrers schlechter wird, der Erwartung widersprechen. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Gesamtanzahl an Filterkoeffizienten für den Entzerrer auf 21 Koeffizienten begrenzt wurde: Dadurch ergibt sich für eine höhere Auflösung des Filters auch eine kürzere Gedächtnislänge. Diese reicht dann unter Umständen nicht mehr aus, um ein Signal mit einer höheren DGD vollständig zu entzerren. Für einen Vergleich sei an dieser Stelle auf den linken Teil von Abbildung 3.20 auf Seite 83 verwiesen: Mit einer Auflösung von 8 Koeffizienten pro Symbol und 21 Filterkoeffizienten lassen sich nur Signale mit DGD-Werten bis zu 12 ps vollständig entzerren; ein Vergleich mit Abbildung 3.14 zeigt aber, dass bei einer Wahrscheinlichkeitsdichte von  $10^{-4}$  bereits höhere DGD-Werte auftreten können. Für den Fall, dass die Gesamtanzahl der Koeffizienten nach Gleichung (3.20) gewählt wird und die obigen Einschränkungen aufgehoben werden, ist zu erwarten, dass sich der Kurvenverlauf ändert und noch niedrigere durchschnittliche und maximale OSNR-Einbußen auftreten werden. Dieser Fall konnte jedoch aufgrund des hohen numerischen Aufwands und Speicherbedarfs für die Optimierer nicht untersucht werden.

#### 3.3.5. Entzerrung von PMD-Störungen (kohärenter Empfang)

In diesem Abschnitt wird untersucht, inwieweit sich durch PMD gestörte Signale in der optischen Ebene für den Fall eines kohärenten Empfängers entzerren lassen. Für den Fall, dass PolMux-Systeme betrachtet werden, muss der kohärente Empfänger darüber hinaus auch polarisationsaufgelöst arbeiten (vgl. Abschnitt 2.2). In der elektrischen Ebene wurden in der Literatur bereits verschiedene Algorithmen untersucht, um eine Entzerrung zu erreichen: Häufig wird für Weitverkehrssysteme mit dem QPSK-Modulationsformat das Verfahren des konstanten Betrags oder ein entscheidungsgerichtetes Verfahren angewendet [40, 42, 51]. Diese Verfahren haben den Vorteil, dass sie „blind“ funktionieren und keine Trainingssequenzen zur Steuerung benötigen. Sie haben jedoch den Nachteil, dass sie von der Art des Modulationsformats abhängig sind und werden daher im Rahmen dieser Arbeit nicht im Detail betrachtet; eine detaillierte Studie im Zusammenhang der Entzerrung von PMD-gestörten Signalen für das QPSK-Modulationsformat findet sich in [40]. Stattdessen werden die in Abschnitt 2.8 vorgestellten Optimierer genutzt, um das Signal in der *optischen* Ebene zu entzerren. Alle Algorithmen lassen sich bei Bedarf auch in der elektrischen Ebene implementieren. Die generellen Eigenschaften der Optimierer wie das Konvergenzverhalten oder die Anzahl und Auswirkungen der Parameter des Optimierers ändern sich dabei nicht.

Entscheidend für den Einsatz der Optimierer ist, dass das *komplexe* Signal an diskreten Abtastpunkten für die Auswertung eines Gütekriteriums in der elektrischen Ebene herangezogen werden kann, um den Entzerrer in der optischen Ebene anzusteuern. Als Gütekriterium wird für die folgenden Simulationen analog zum vorherigen Abschnitt ein Maß für die „Ähnlichkeit“ der Trainingssequenz zur empfangenen Sequenz verwendet. An den vorliegenden  $N$  Abtastpunkten des empfangenen Signals kann in der

elektrischen Ebene folgender Restfehler  $e_{gesamt}$  bestimmt werden

$$e_{gesamt} = \sum_{i=1}^N \text{norm}(s(i) - t(i)), \quad (3.21)$$

bei dem  $s(i)$  und  $t(i)$  wieder den komplexen Wert des Signals, bzw. der Trainingssequenz zum Abtastzeitpunkt  $i$  darstellen. Anstelle des über alle  $N$  Abtastzeitpunkte aufsummierten Fehlers  $e_{gesamt}$  wird für den LMS- und RLS-Optimierer pro Iteration lediglich der Fehler für einen Abtastzeitpunkt  $i$  ausgewertet, der sich direkt über  $e_{komplex}(i) = s(i) - t(i)$  ergibt. Hierbei sei explizit darauf hingewiesen, dass dieser Fehler durch den Einsatz des kohärenten Empfängers komplex ist und dadurch keine Phaseninformationen für die Ansteuerung des Entzerrers verloren gehen.

Tabelle 9. Übersicht über die Parameter der Optimierer zur Entzerrung von PMD-Störungen für ein 112 GBit/s-System mit kohärentem Empfänger. Für alle Optimierer wird die Anzahl der Koeffizienten nach Gleichung (3.19) bestimmt; die Anzahl der Koeffizienten pro Symbol wird von 1 bis 8 variiert. Für den Trust-Region-Optimierer wird die MATLAB®-Implementierung verwendet (s.o.).

Optimierer	Parametername	Parameterwert
Random Walk	Iterationen	2000
Partikelschwarm	Iterationen	1000
	Anzahl Partikel	20
	Schrittweite	0,01
Trust-Region	Iterationen	variabel (automatisch)
	Schrittweite	variabel (automatisch)
Matrix-Inversion	keine Parameter	keine Parameterwerte
LMS	Iterationen	1000
	Schrittweite	0,1
RLS	Iterationen	variabel (automatisch)
	Vergessensfaktor	0,9

Für die folgenden Simulationen wird ein System analog zu den Randbedingungen des vorherigen Abschnitts konfiguriert: Zunächst wird die DGD eines einzelnen doppelbrechenden Elements mit der Orientierung  $2\chi = 90^\circ$  und  $2\psi = 0^\circ$  variiert und die OSNR-Einbußen nach optischer Entzerrung werden bestimmt. Dabei wird ein 112 GBit/s-Duobinär-System mit den Einstellungen aus Tabelle 4 auf Seite 64 simuliert, wobei im Gegensatz zum vorherigen Abschnitt ein kohärenter Empfänger verwendet wird. Die Einstellungen für die Optimierungsalgorithmen des Entzerrers sind in Tabelle 9 aufgeführt.

Die Ergebnisse der Simulationen sind in Abbildung 3.22 dargestellt: Dort ist die jeweils niedrigste OSNR-Einbuße über eine Variation der Filterabgriffe pro Symbol von 1 bis 8 dargestellt. Die Verläufe der OSNR-Einbußen bei einer BER von  $10^{-3}$  nach optischer Filterung unterscheiden sich deutlich von den Verläufen in Abbildung 3.20: Bis auf den Random Walk- und den Trust-Region-Optimierer können alle anderen Algorithmen eine nahezu vollständige Entzerrung der durch PMD-induzierten Störungen über alle Bereiche der DGD erreichen; die Ergebnisse der Optimierer PSO, LMS und RLS liegen so dicht beieinander, dass sich diese in der Abbildung nicht voneinander unterscheiden lassen. Für diese Optimierer treten maximale OSNR-Einbußen von weniger als 0,1 dB auf. Bei Anwendung der Matrix-Inversion werden ebenfalls sehr gute Ergebnisse erzielt. Die OSNR-Einbußen variieren hier allerdings periodisch mit der DGD. Dies liegt daran, dass der optimale Abtastzeitpunkt für bestimmte DGD-Werte schwanken kann. In diesem Fall kann es passieren, dass beim Verfahren der Matrix-Inversion nicht exakt die Symbolmitten getroffen werden, was zu einer Erhöhung der OSNR-Einbuße führen kann. Der Trust-Region-Optimierer ermöglicht eine vollständige Entzerrung des Signals für DGD-Werte bis zu 90 ps. Danach wird jedoch häufig keine Konvergenz mehr erreicht. Diese Beobachtungen stimmen mit den Ergebnissen aus Abbildung 3.20 überein und lassen darauf schließen, dass die MATLAB®-Implementierung dieses Optimierers generell weniger gute Konvergenzeigenschaften aufweist, wenn eine hohe Dimensionalität



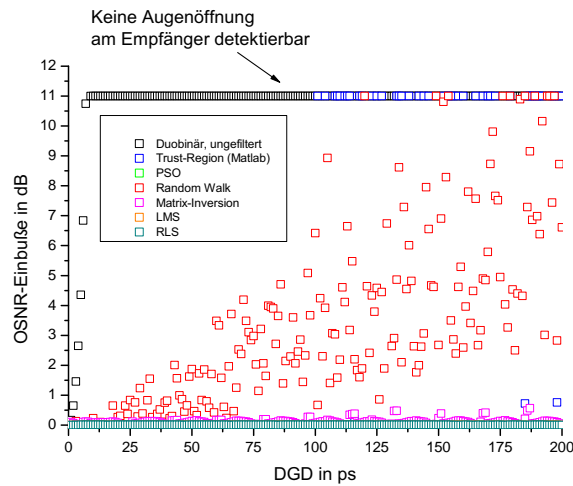


Abbildung 3.22. Vergleich der OSNR-Einbußen für ein 112 GBit/s Duobinär-System mit kohärentem Empfänger nach optischer Entzerrung mit Hilfe eines Schmetterlings-FIR-Filters in Abhängigkeit von der DGD eines einzelnen doppelbrechenden Elements für verschiedene Optimierer. Gezeigt wird jeweils die niedrigste OSNR-Einbuße einer Variation der Filterabgriffe pro Symbol von 1 bis 8. Die OSNR-Einbußen für die Optimierungsalgorithmen PSO, LMS und RLS liegen so dicht bei einander, dass sie in im Graphen nicht unterscheidbar sind.

des Optimierungsproblems vorliegt und sehr viele Koeffizienten bestimmt werden müssen. Das im Hinblick auf die OSNR-Einbußen verhältnismäßig schlechte Abschneiden des Random Walk-Algorithmus ist ähnlich begründbar: Bei einer geringen Dimensionalität des Optimierungsproblems ist es für den Algorithmus noch möglich, eine Lösung für das Problem zu finden. Durch die nicht gesteuerte Zufallsbewegung wird das Auffinden eines Optimums für höhere Dimensionen immer unwahrscheinlicher bei einer konstant gehaltenen Anzahl an Iterationen.

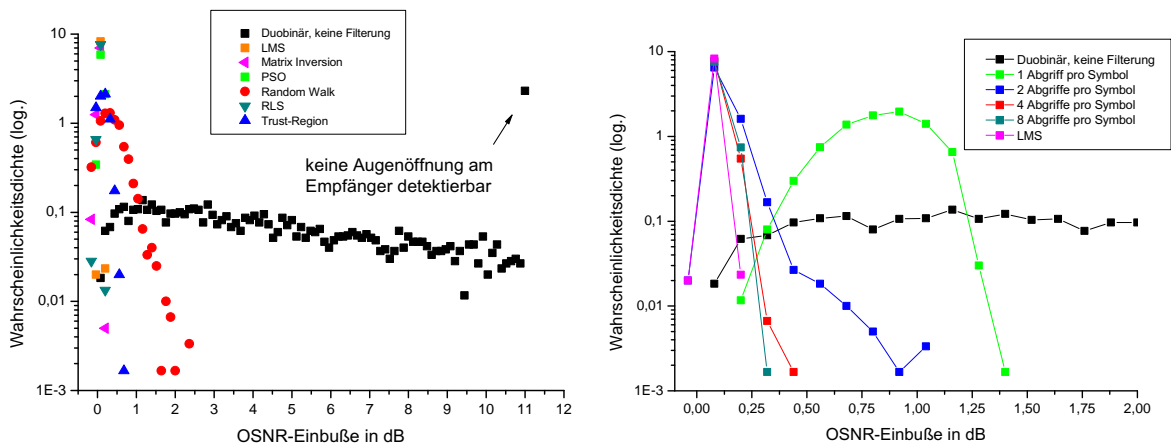


Abbildung 3.23. Links: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der OSNR-Einbuße für ein System, das durch eine Verkettung von 100 doppelbrechenden Elementen mit zufälliger Orientierung gestört wird. Es wird eine optische Entzerrung mit Hilfe eines FIR-Filters für verschiedene Optimierungsalgorithmen durchgeführt. Es wird ein 112 GBit/s Duobinär-System modelliert. Die Anzahl der Filterkoeffizienten beträgt 21; die Auflösung des Filters wird von 1 bis 8 Koeffizienten pro Symbol variiert. Rechts: Exemplarischer Vergleich der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen für verschiedene Auflösungen des Filters für den LMS-Optimierer.

Im Folgenden werden auch die OSNR-Einbußen ermittelt, die nach einer optischen Entzerrung von Störeffekten auftreten, die durch eine Verkettung von doppelbrechenden Elementen mit einer zufälligen Orientierung erzeugt werden. Analog zu Abschnitt 3.3.4 werden dazu pro Modulationsformat dieselben 5000 Monte Carlo-Realisierungen der doppelbrechenden Elemente wie für den Direktempfang gene-

riert, wobei auch hier eine Verkettung von 100 doppelbrechenden Elementen mit einer DGD von 1 ps pro Element verwendet wird. Dies entspricht einem Erwartungswert der DGD von 9,2 ps für die gesamte Verkettung. Die Simulationsergebnisse sind für die Modulationsformate Duobinär, NRZ und RZ mit einer Datenrate von 112 GBit/s in den Abbildungen 3.23 und 3.24 gezeigt. Als Systemparameter wurden die Werte aus Tabelle 4 auf Seite 64 verwendet. Als optischer Entzerrer wird ein FIR-Filter mit jeweils 21 Filterkoeffizienten pro Abgriff verwendet, um die Simulationsdauer zu begrenzen. Die Auflösung des Filters in Abgriffen pro Symbol wird von 1 bis 8 variiert, wobei in den Abbildungen jeweils die minimale OSNR-Einbuße für die optimale Wahl der Auflösung des Filters für die jeweilige Störung gezeigt wird. Die Einstellungen für die jeweiligen Optimierer sind Tabelle 9 zu entnehmen bis auf folgende Ausnahme: Aufgrund der hohen Anzahl an durchgeführten Iterationen und der vergleichsweise langen benötigten Laufzeit des Trust-Region-Entzerrers in der MATLAB<sup>®</sup>-Implementierung wird stattdessen eine Implementierung des Algorithmus in C++ verwendet. Bei dieser Implementierung können die Anzahl der Iterationen und die Schrittweite vorgegeben werden: Es werden 5 Iterationen bei einer Schrittweite von 0,1 verwendet.

Der Einfluss der Auflösung des Filters auf die OSNR-Einbuße ist exemplarisch rechts in Abbildung 3.23 für das Duobinär-Format und den LMS-Optimierer gezeigt, wobei die x-Achse aus Gründen der Übersichtlichkeit auf den Ausschnitt einer OSNR-Einbuße von 0 bis 2 dB begrenzt wird. Es ist erkennbar, dass eine höhere Auflösung des optischen Entzerrers zu einer niedrigeren mittleren und maximalen OSNR-Einbuße führt. Für alle Auflösungen ist eine deutliche Reduktion der OSNR-Einbuße gegenüber dem nicht-gefilterten Signal zu erkennen und der LMS-Optimierer zeigt eine Konvergenz von 100%; es treten keine Fälle auf, bei denen keine Augenöffnung am Empfänger detektiert werden kann. Die mittlere OSNR-Einbuße von 3,08 dB für den Fall ohne optische Entzerrung<sup>29</sup> kann für eine Auflösung von 1 Koeffizienten pro Symbol auf 0,82 dB reduziert werden; bei einer Auflösung von 8 Koeffizienten pro Symbol liegt die mittlere OSNR-Einbuße bei 0,11 dB und die maximale OSNR-Einbuße beträgt 0,32 dB. In Abbildung 3.23 ist außerdem die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für die OSNR-Einbuße bei einer variablen Auflösung des Filters eingetragen. Für diese Kurve wird angenommen, dass das Filter über 21 Koeffizienten verfügt, wobei die Auflösung aber beliebig zwischen 1 und 8 Koeffizienten pro Symbol variiert werden kann und nur die OSNR-Einbuße der optimalen Wahl der Auflösung berücksichtigt wird. Diese Kurve ähnelt der des Verlaufes für eine Auflösung von 8 Koeffizienten pro Symbol, weist aber eine etwas geringere mittlere und maximale OSNR-Einbuße von 0,10 dB, bzw. 0,20 dB auf. Dies lässt sich analog zu Abschnitt 3.3.4 dadurch begründen, dass für eine Kombination aus 21 Koeffizienten und eine Auflösung von 8 Koeffizienten pro Symbol nur DGD-Werte von bis zu 10 ps vollständig entzerrt werden können; in diesem Fall ist die OSNR-Einbuße für eine Auflösung von 4 Koeffizienten pro Symbol niedriger, was zu einer insgesamt niedrigeren mittleren und maximalen OSNR-Einbuße führt. Für den Fall, dass die Anzahl der Filterkoeffizienten beliebig wählbar ist, entspricht die Kurve der „variablen Auflösung“ exakt der Kurve für die höchste Auflösung.

Bei einer Betrachtung der Optimierer links in Abbildung 3.23 und einem Vergleich mit dem ungefilterten Signal für das duobinäre Format fällt auf, dass alle Optimierer eine Konvergenzrate von 100% erreichen; sowohl die mittleren als auch die maximalen OSNR-Einbußen werden signifikant reduziert. LMS, RLS, PSO und Matrix-Inversion zeigen die niedrigsten mittleren und maximalen OSNR-Einbußen und erzielen dabei sehr ähnliche Ergebnisse: Die maximalen OSNR-Einbußen betragen für alle Optimierer weniger als 0,20 dB. Die mittleren OSNR-Einbußen betragen 0,10 dB (LMS), 0,08 dB (RLS), 0,09 dB (PSO) und 0,07 dB (Matrix-Inversion). Der Trust-Region-Optimierer liegt mit einer mittleren und maximalen OSNR-Einbuße von 0,11 dB und 0,68 dB im Mittelfeld, während der Random Walk die höchsten mittleren und maximalen OSNR-Einbußen von 0,35 dB und 2,36 dB aufweist.

Die Ergebnisse für das RZ- und NRZ-OOK-Format sind in Abbildung 3.24 dargestellt und unterscheiden sich sowohl qualitativ als auch quantitativ von den Ergebnissen des duobinären Formats: Sowohl

<sup>29</sup>Für die Bestimmung der mittleren OSNR-Einbuße ohne optische Entzerrung wurden alle OSNR-Einbußen von über 11 dB als 11 dB angenommen - die tatsächliche mittlere OSNR-Einbuße in einem realen System wäre somit größer.

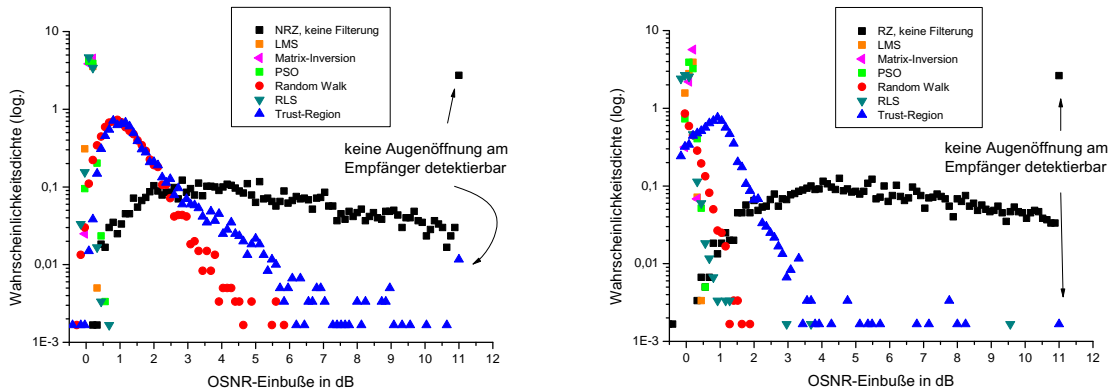


Abbildung 3.24. Links: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der OSNR-Einbuße analog zu Abbildung 3.23 für das NRZ-OOK-Format. Rechts: Desgleichen, aber für das RZ-OOK-Format.

der Random Walk als auch der Trust-Region-Algorithmus zeigen nur mäßige Reduktionen der mittleren und maximalen OSNR-Einbußen für das NRZ- und RZ-Format. LMS, Matrix-Inversion und der Partikelschwarm-Optimierer zeigen hingegen mit dem duobinären Format vergleichbar gute Ergebnisse mit maximalen OSNR-Einbußen unter 0,5 dB. Der RLS-Optimierer weist hingegen für das RZ-Format bei einigen PMD-Realisierungen eine maximale OSNR-Einbuße von 3 dB auf, obwohl die mittleren OSNR-Einbußen vergleichbar gute Werte für NRZ und RZ einnehmen. Das schlechte Abschneiden des Trust-Region-Optimierers ist durch die Schrittweitenwahl zu erklären: Bei nachfolgenden Simulationen hat sich herausgestellt, dass diese einen erheblichen Einfluss auf das Konvergenzverhalten des Optimierers hat, und dass bereits sehr geringe Abweichungen von der optimalen Schrittweite dazu führen können, dass PMD nicht mehr vollständig entzerrt werden kann und große mittlere und maximale OSNR-Einbußen auftreten. Zusammen mit seiner erheblich längeren Laufzeit hat sich der Trust-Region-Algorithmus bisher als derjenige herausgestellt, der am wenigsten tolerant gegenüber der Parameterwahl ist. Es ist möglich, dass eine ungünstige Parameterwahl bei einer höheren Anzahl an Iterationen deutlich weniger stark ins Gewicht fällt; dies kann jedoch aufgrund der extrem langen Iterationsdauer nicht verifiziert werden und bedarf weiterer Untersuchungen.

Weiterhin ist zu erwähnen, dass die maximalen und mittleren OSNR-Einbußen nach optischer Entzerrung unter Nutzung eines kohärenten Empfängers auch für Modulationsformate mit Amplitudenmodulation erwartungsgemäß geringer ausfallen, als bei Nutzung eines Direktempfängers: Die beim kohärenten Empfänger zusätzlich vorhandene Phaseninformation fließt in die Bestimmung des komplexen Fehlerkriteriums nach Gleichung (3.21) mit ein und ermöglicht es den unterschiedlichen Optimierern dadurch, leichter einen geeigneten Koeffizientensatz zu finden.

Abschließend wird ein PolMux-NRZ-QPSK-System mit einer Datenrate von 112 GBit/s pro Polarisation betrachtet, wobei die Filtereinstellungen und sonstigen Einstellungen entsprechend Tabelle 5 auf Seite 69 gewählt werden. Aufgrund des hohen Rechenaufwands, der mit dem numerischen Rauschmodell einhergeht, wird an dieser Stelle nur ein einzelnes doppelbrechendes Element betrachtet, dessen DGD zwischen 0 und 200 ps variiert wird, wobei die Orientierung des Elements dem „schlimmsten Fall“ ( $2\chi = 90^\circ$ ,  $2\psi = 0^\circ$ ) mit der höchsten OSNR-Einbuße entspricht. Der Simulationsaufbau wird zusätzlich um einen optischen Entzerrer erweitert, mit dem sich das Signal filtern lässt. Die Anzahl der benötigten Filterkoeffizienten wird nach Formel (3.20) berechnet und es wird eine Variation der Auflösung des Filters von 1 Koeffizient pro Symbol bis 8 Koeffizienten pro Symbol durchgeführt. Für die verschiedenen Optimierungsalgorithmen werden dieselben Einstellungen wie in Tabelle 9 verwendet, wobei die Implementierung des Trust-Region-Optimierers in C++ mit einer Schrittweite von 0,1 und 5 Iterationen genutzt wird.

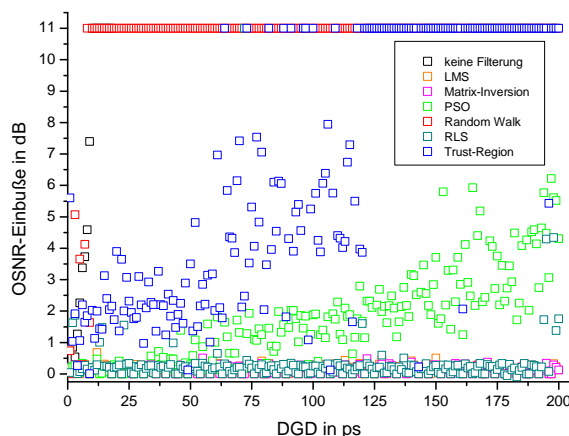


Abbildung 3.25. Vergleich der OSNR-Einbußen für ein PolMux-NRZ-QPSK-System mit kohärentem Empfänger und einer Datenrate von 112 GBit/s pro Polarisation nach optischer Entzerrung mit Hilfe eines Schmetterlings-FIR-Filters in Abhängigkeit von der DGD eines einzelnen doppelbrechenden Elements für verschiedene Optimierer. Gezeigt wird jeweils die niedrigste OSNR-Einbuße einer Variation der Filterabgriffe pro Symbol von 1 bis 8. Die OSNR-Einbußen der Optimierer RLS, LMS und Matrix-Inversion liegen so nah bei einander, dass sie in der Abbildung praktisch nicht von einander unterschieden werden können.

Abbildung 3.25 zeigt die Abhängigkeit der OSNR-Einbuße von der DGD des doppelbrechenden Elements für die verschiedenen Optimierer. Für den Fall, dass keine optische Entzerrung vorgenommen wird, entstehen bereits ab einer DGD von wenigen ps OSNR-Einbußen von mehreren dB. Ab einer DGD von 8 ps sind die Einbußen so groß, dass eine Bestimmung der OSNR-Einbuße am Empfänger nicht mehr möglich ist. Für diesen Fall wird eine OSNR-Einbuße von 11 dB angenommen. Die schlechtesten Ergebnisse wurden mit dem Random Walk-Optimierer erzielt: Selbst bei sehr niedrigen DGD-Werten gelingt es dem Optimierer nur selten, eine Lösung zu finden, für die eine OSNR-Einbuße von unter 1 dB erreicht wird. Dieses Verhalten deckt sich mit den Ergebnissen in Abbildung 3.20 und 3.22 für das Duobinär-System. Der PSO zeigt zwar für geringe DGD-Werte recht gute Ergebnisse, jedoch steigen die OSNR-Einbußen für eine DGD von mehr als 30 ps aufgrund der sehr hohen Anzahl an Filterkoeffizienten, bzw. Optimierungsdimensionen schnell stark an, obwohl selbst für Systeme mit 200 ps immer noch eine Lösung gefunden wird. Die besten Ergebnisse lassen sich mit dem LMS-Optimierer und der Matrix-Inversion erreichen: Hier treten für alle DGD-Werte OSNR-Einbußen von deutlich unter 1 dB auf; die Kurven lassen sich in der Abbildung teilweise nur schwer voneinander unterscheiden. Der RLS-Algorithmus zeigt zwar vergleichbar niedrige OSNR-Einbußen für weite Bereiche der DGD, aber in manchen Fällen kommt es zu Einbußen von mehreren dB, was auf eine ungünstige Wahl des „Vergessensfaktors“ des Algorithmus hindeuten kann. Die (verglichen mit Abbildung 3.20 und 3.22) großen Schwankungen der OSNR-Einbußen der Optimierer um den Nullpunkt sind durch das numerische Rauschmodell erklärbar: Für den Grenzwert einer unendlich großen Anzahl an simulierten Symbolen ist zu erwarten, dass diese Schwankungen geringer ausfallen. Dennoch können die Ergebnisse aus Abbildung 3.25 als Beleg dafür aufgefasst werden, dass sich mit optischen Entzerrern auch bei verrauschten Eingangssignalen eine deutliche Reduktion der OSNR-Einbußen erzielen lässt. Die Konvergenzeigenschaften der meisten Optimierer werden durch ein verrauschtes Eingangssignal nur unwesentlich beeinflusst.

Weiterhin fällt auf, dass der Trust-Region-Algorithmus eine deutlich höhere Laufzeit als die übrigen Optimierer aufweist. Im Vergleich zur Matrix-Inversion ist dieser um bis zu einem Faktor 30 langsamer. Die Simulationen mussten aus diesem Grund für Auflösungen des Filter von 4 und 8 Abgriffen pro Symbol einer DGD von 120 ps abgebrochen werden; für diese Bereiche liegen daher nur Ergebnisse für Auflösungen von 1 und 2 Abgriffen pro Symbol vor. Insgesamt ist das Konvergenzverhalten dieses Optimierers trotz seiner langen Laufzeit gering - selbst bei niedrigen DGD-Werten von wenigen ps treten signifikante OSNR-Einbußen auf. Eine mögliche Ursache für dieses schlechte Abschneiden könnte die gewählte Schrittweite von 0,1 sein, da diese das Konvergenzverhalten direkt beeinflusst.

#### 3.3.6. Randbemerkungen und Zwischenfazit

In den vorangehenden Abschnitten konnte gezeigt werden, dass sich PMD-Störeffekte durch Filterung mit einem optischen Transversalfilter sowohl für ein System mit Direktempfänger als auch für ein System mit kohärentem Empfänger entzerren lassen, und dass durch PMD entstehenden OSNR-Einbußen deutlich reduziert werden konnten. Dabei entspricht das bessere Abschneiden der Entzerrer in Systemen mit kohärentem Empfänger den Erwartungen, da dort Amplituden- und Phaseninformationen vorliegen, die zur Bestimmung des Koeffizientensatzes genutzt werden können.

Es ist weiterhin möglich, vergleichbare Ergebnisse auch für ein System mit Direktempfänger zu erzielen, indem das folgende Vorgehen verwendet wird: Zunächst werden analog zum obigen Vorgehen für ein System mit kohärentem Empfänger einmalig verschiedene DGD-Werte eines doppelbrechenden Elements variiert, wobei z.B. das LMS-Verfahren verwendet wird, um das Signal zu entzerren und die Filterkoeffizienten zu ermitteln. Dies kann entweder in einem Versuchsaufbau im Labor oder in einer Simulationsumgebung geschehen. Die auf diesem Weg bestimmten Koeffizienten können nun in einer sogenannten „Nachschlagetabelle“ (engl.: Lookup table) abgespeichert werden. Da sich sowohl die Struktur des optischen Entzerrers als auch die Störung durch PMD für einen Direktempfänger und kohärenten Empfänger nicht unterscheiden, sind die Koeffizienten ohne jegliche Modifikation für beide Systeme gültig. Sie können nun in einem Direktempfangssystem eingeladen und sukzessive als Startbedingung für den gewünschten Optimierer verwendet werden. Für jeden einzelnen DGD-Wert müssen die verschiedenen möglichen Orientierungen des PMD-Vektors der Verkettung berücksichtigt und in der Nachschlagetabelle eingetragen werden, da sich diese Orientierung in einem realen System ändert und diese nicht a priori bekannt ist. Für den Grenzfall einer unendlich feinen Abtastung aller für das System möglichen (bzw. mit einer definierten Wahrscheinlichkeit auftretenden) DGD-Werte und Orientierungen ergeben sich dann exakt dieselben Ergebnisse wie für ein System mit kohärentem Empfänger. Für die meisten praktischen Anwendungen genügt bereits eine Abtastung der DGD in Schritten von 1 ps, um ausreichend viele Einträge in der Nachschlagetabelle zu ermitteln. Das Verfahren der Nachschlagetabelle wird in Abschnitt 3.5.4 ab Seite 112 ausführlich vorgestellt und kann ohne relevante Modifikationen auf PMD-Probleme übertragen werden.

Ein weiterer Punkt, auf den im Rahmen der Arbeit nur am Rande eingegangen werden kann, betrifft die Auswahl der (möglichst) idealen Parametersätze der jeweiligen Optimierungsalgorithmen. Die in der Arbeit vorgestellten Parameterkombinationen haben sich als besonders robust für eine Vielzahl von Optimierungsproblemen heraus gestellt und wurden dementsprechend gewählt, auch wenn sich dadurch die Laufzeiten der einzelnen Optimierer um bis zu einen Faktor 30 unterscheiden können. Eine detaillierte Analyse, wann welche Parameterkombination eines Optimierers die jeweils besten Resultate erzielen kann, überschreitet den Rahmen der Arbeit. Weiterhin sind die Ergebnisse einer solchen Analyse unter Umständen stark von der Art des untersuchten Optimierungsproblems abhängig und es ist nicht zu erwarten, dass sich die dabei erlangten speziellen Erkenntnisse verallgemeinern lassen.

Stark verwandt mit dieser Thematik ist auch die Wahl der Startbedingungen für die jeweiligen Optimierer, die einen signifikanten Einfluss auf die Konvergenzquote aufweisen kann. Um eine Vergleichbarkeit der Optimierer zu gewährleisten, werden FIR und IIR-Filter in dieser Arbeit in einer „Neutral-Stellung“ initialisiert, bei der das Signal bei einer Durchquerung durch das Filter nicht beeinflusst wird. Dadurch wird weiterhin sichergestellt, dass stochastische Optimierer wie der PSO einen Referenzwert (bzw. „Restfehler“) für das jeweilige Rückkopplungskriterium haben, der dem gestörten Signal entspricht. Dies garantiert, dass Sätze von Filterkoeffizienten akzeptiert werden, die einen geringeren Restfehler aufweisen und damit zu einer tatsächlichen Reduktion der OSNR-Einbuße führen. Für den Fall, dass keine Störung des Signals vorliegt, wird der Koeffizientensatz somit nicht geändert, da er bereits optimal ist. Die einzige Ausnahme von dieser generischen Initialisierung in Neutral-Stellung wird in Abschnitt 3.5.4 im Zusammenhang mit Nutzung einer Nachschlagetabelle untersucht.

Zusammenfassend lässt sich an dieser Stelle festhalten, dass sich sowohl LMS, RLS als auch die Matrix-Inversion als sehr robuste und in Bezug auf die Reduktion der OSNR-Einbußen effektive Optimierer für

alle vier untersuchten Modulationsformate herausgestellt haben. Dies gilt sowohl für die Entzerrung von PMD-Störungen durch ein einzelnes doppelbrechendes Element als auch für Störungen, die durch eine Verkettung von doppelbrechenden Elementen verursacht werden. Der PSO zeigt eine gute bis mittelmäßige Leistung für alle untersuchten Formate, hat aber den Vorteil, dass seine Konvergenzeigenschaften durch die Parameterwahl sehr gut kontrolliert werden können. Der Random Walk und der Trust-Region-Optimierer können hingegen nicht bei allen in dieser Arbeit betrachteten Modulationsformaten vergleichbar gute Ergebnisse zeigen und werden daher als weniger geeignet eingestuft, um PMD-Verzerrungen zu entzerren.

### 3.4. Übertragungssysteme mit PDL

#### 3.4.1. Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion einer Verkettung von PDL-Elementen

In diesem Abschnitt wird eine Verkettung von  $N$  PDL-Elementen mit zufälliger Orientierung untersucht. Zunächst sollen die statistischen Eigenschaften der PDL quantifiziert werden. Dabei werden analog zu Abschnitt 3.3 die Wahrscheinlichkeitsdichten für das Auftreten von PDL-Werten einer Verkettung für verschiedene Systeme betrachtet. Der „PDL-Emulator“ arbeitet mit Hilfe des Jones-Matrix-Ansatzes: Die Jones-Matrix wird für jedes Element der Verkettung zufällig bestimmt, wobei angenommen wird, dass die Winkel der PDL-Elemente im Stokes-Raum  $2\chi$  und  $2\psi$  gleichverteilt sind. In Analogie zu 3.3 werden an dieser Stelle das Standard-MC-Verfahren und das Wang-Landau-Verfahren genutzt, um die Wahrscheinlichkeitsdichten zu berechnen. Als Vergleich dient die analytische Lösung nach Gleichung (2.33) zur Berechnung des Erwartungswertes des PDL-Wertes der Verkettung. Die Jones-Matrix eines PDL-Elements ergibt sich nach [49, 114] zu

$$J_n = e^{-\alpha/2} \cdot \left( \cosh(\alpha/2) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \sinh(\alpha/2) \begin{bmatrix} s_1 & s_2 - js_3 \\ s_2 + js_3 & -s_1 \end{bmatrix} \right), \quad (3.22)$$

wobei der Dämpfungsparameter  $\alpha$  wie in Abschnitt 2.4.4 beschrieben definiert wird. Die normierten Stokes-Parameter werden durch die  $s_i$  mit  $i = 1, 2, 3$  definiert.

Tabelle 10. Übersicht über die Parameter zur Berechnung der Wahrscheinlichkeitsdichte der PDL für 200 PDL-Elemente für das Standard-Monte Carlo- und das Wang-Landau-Verfahren.

Verfahren	Parametername	Parameterwert
MC	Iterationen	1.000.000
Wang-Landau	Innere Iterationen	100.000
	Äußere Iterationen	10
	Gewichtungsfaktor $f_{start}$	1,05
beide	Anzahl Simulationen	5
	Anzahl PDL-Elemente	200
	PDL pro Element in dB	0,1 bis 1,0

Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen der PDL einer Verkettung von  $N$  Elementen ist in Abbildung 3.26 dargestellt. In jeder Iteration wird eine Verkettung von 200 PDL-Elementen simuliert, die jeweils über eine zufällige Orientierung verfügen und einen festen PDL-Wert pro Element besitzen. Diese Simulationen werden für verschiedene PDL-Werte pro Element durchgeführt, wobei jeweils 5 Simulationen gemittelt werden, um die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion und ihre Standardabweichung zu erhalten. Die Parameter der Simulationen finden sich in Tabelle 10. Um die Ergebnisse besser mit den errechneten Verteilungen aus [49], Seite 81, vergleichen zu können, werden jeweils dieselben Parametersätze verwendet.

Für das Wang-Landau-Verfahren erfolgt die Durchführung des Metropolis-Algorithmus analog zu dem in Abschnitt 3.3 beschriebenen Vorgehen: Aus allen 200 Elementen wird pro Iteration ein PDL-Element zufällig unter Annahme einer Gleichverteilung ermittelt, dessen Orientierung durch die Winkel  $2\chi$  und  $2\psi$  neu bestimmt wird, wobei von einer Gleichverteilung der Winkel ausgegangen wird. Die übrigen Elemente werden in ihrer Orientierung nicht beeinflusst. Lässt sich mit der neuen Konfiguration eine niedrigere Wahrscheinlichkeitsdichte erreichen, wird diese immer übernommen; ansonsten wird die Übernahmewahrscheinlichkeit mit Hilfe des Metropolis-Algorithmus bestimmt.

Bereits durch die Ergebnisse der Standard-MC-Simulationen lässt sich erkennen, dass die Wahrscheinlichkeitsdichte für höhere PDL-Werte in dB für eine Verkettung von PDL-Elementen stark abnimmt. Die MC-Simulationen zeigen mit der analytischen Lösung über weite Bereiche eine hohe Übereinstimmung

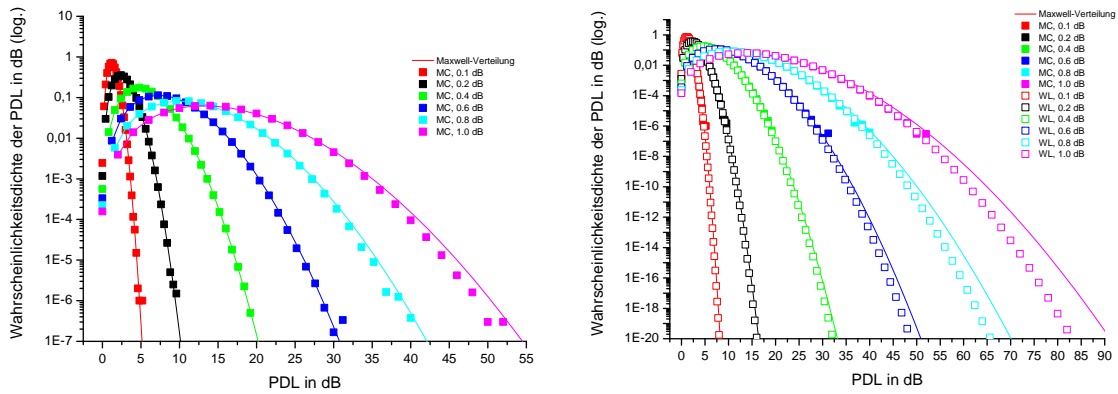


Abbildung 3.26. Links: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen der PDL in dB in logarithmischer Skalierung für eine Verkettung von 200 PDL-Elementen mit zufälliger Orientierung und einem festen PDL-Wert pro Element von 0,1 bis 1,0 dB. Die Berechnung erfolgt mit dem Standard-MC-Verfahren; als Vergleich wird die analytische Verteilung nach Gleichung (2.33) berechnet und für die jeweilige PDL pro Element eingezeichnet. Rechts: Simulationsergebnisse für das Wang-Landau-Verfahren im Vergleich mit dem Standard-MC-Verfahren und der analytischen Lösung. Man beachte die unterschiedliche Skalierung der y-Achsen beider Graphen. Die Fehlerbalken, die aus der Standardabweichung der fünf separat durchgeführten Simulationen pro PDL-Wert berechnet werden, sind so klein, dass sie in der Abbildung nicht erkennbar sind.

der Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen. In Bereichen einer Wahrscheinlichkeitsdichte von weniger als  $10^{-6}$  sind die Übereinstimmungen weniger hoch, was daran liegt, dass dort nur sehr wenige Ereignisse vom MC-Verfahren generiert werden. Weiterhin fällt auf, dass die Übereinstimmungen zwischen MC-Simulation und analytischer Lösung auch in Bereichen der Wahrscheinlichkeitsdichte von  $10^{-3}$  bis  $10^{-6}$  für höhere PDL-Werte pro Element bereits deutliche deterministische Abweichungen von der analytischen Lösung zeigen. Dies wird im Vergleich mit den Wang-Landau-Simulationen noch deutlicher (rechts in Abbildung 3.26): Die Ergebnisse zeigen bei Wahrscheinlichkeitsdichten von  $10^1$  bis  $10^{-6}$  sehr hohe Übereinstimmungen mit den Standard-MC-Ergebnissen und sind in dem Graphen nur in Bereichen niedriger Wahrscheinlichkeitsdichte zu unterscheiden, wo die MC-Ergebnisse aufgrund weniger generierter Ereignisse ungenau sind (s.o.). Die Wang-Landau-Simulation approximiert die analytische Lösung bei einer PDL von  $< 0,2$  dB pro Element auch für Wahrscheinlichkeitsdichten bis  $10^{-20}$  mit einer sehr hohen Genauigkeit. Bei einer Stärke der PDL von mehr als  $0,4$  dB pro Element werden die Abweichungen in diesem Bereich besonders deutlich: Für eine Stärke von  $0,8$  dB pro Element beträgt die Abweichung bei  $10^{-20}$  etwa  $4,8$  dB. Da die Ergebnisse des Standard-MC-Verfahrens und die Wang-Landau-Ergebnisse weitestgehend übereinstimmen, sich in Bereichen hoher bis mittlerer Wahrscheinlichkeitsdichte mit der analytischen Verteilung decken *und* dies für eine niedrige Stärke der PDL pro Element auch für Bereiche niedriger Wahrscheinlichkeitsdichte der Fall ist, ist davon auszugehen, dass Gleichung (2.33) entgegen der Aussage in [49] nur für kleinere PDL-Stärken exakt gültig zu sein scheint wenn für die Gesamtanzahl der doppelbrechenden Elemente  $N \gg 1$  gilt. Bei einer genaueren Betrachtung von Abbildung 3.3 auf Seite 81 in [49] ist dieser Trend für eine Stärke von  $0,8$  dB pro Element bereits erkennbar.

Die Unterschiede zwischen der analytischen Lösung und der tatsächlichen Verteilung der PDL sind für die meisten praktischen Anwendungen zu vernachlässigen, so lange nicht entweder extrem große Dämpfungswerte pro Element auftreten, viele Elemente miteinander verkettet sind, oder das Systemverhalten bei sehr niedrigen Wahrscheinlichkeitsdichten relevant ist. Für diese Fälle bietet es sich an, mit Hilfe des Wang-Landau-Verfahrens eine schnelle Abschätzung vorzunehmen und diese in Bereichen hoher Wahrscheinlichkeitsdichte mit der analytisch generierten Verteilung zu vergleichen.



## 3.4.2. Quantifizierung von OSNR-Einbußen durch PDL

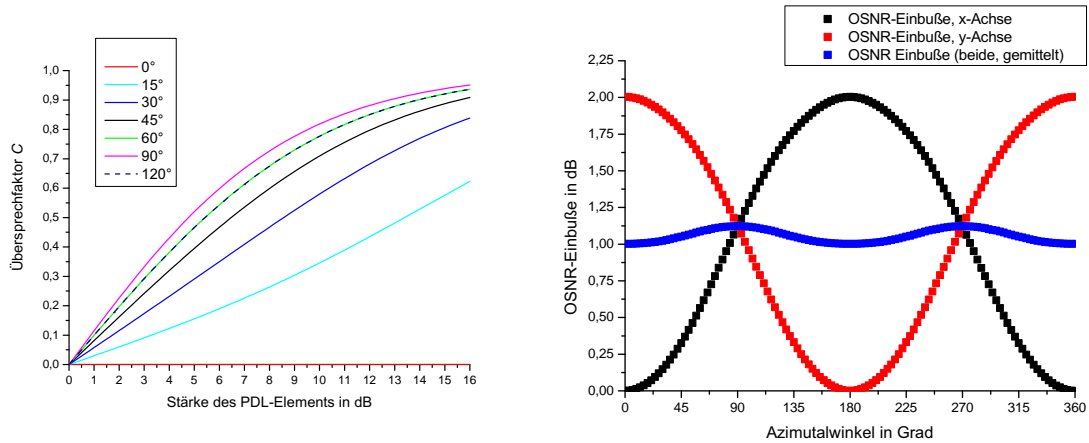


Abbildung 3.27. Links: Übersprechfaktor  $C$  zwischen zwei ursprünglich orthogonal polarisierten Signalen in Abhängigkeit von der Stärke eines PDL-Elements für verschiedene Orientierungswinkel  $2\psi$  des Elements relativ zur  $x$ -Polarisation. Rechts: Verlauf der OSNR-Einbuße in Abhängigkeit vom Azimutalwinkel  $2\psi$  eines PDL-Elements für ein 112 GBit/s-PolMux-NRZ-System. Die mittlere OSNR-Einbuße über beide Kanäle ist in blauer Farbe eingezeichnet worden.

In diesem Abschnitt werden die Auswirkungen von PDL auf den OSNR eines optischen Übertragungssystems untersucht. Der Fokus liegt dabei auf Betrachtungen von Systemen mit Polarisationsmultiplexing. Der Simulationsaufbau erfolgt nach Abbildung 3.3. Eine polarisationsabhängige Dämpfung wird durch ein einzelnes PDL-Element ausgelöst; ein optischer Entzerrer wird zunächst nicht verwendet. Das Ausmaß der OSNR-Einbußen ist (solange eine Reduktion des OSNR durch PDL-induzierte Dämpfungseffekte und daraus resultierender notwendiger zusätzlicher Verstärkung vernachlässigt werden können) primär davon abhängig, wie stark das Übersprechen zwischen beiden Kanälen ausfällt, wenn beide Polarisationsstrahlteiler am Empfänger orthogonal zu einander ausgerichtet sind. Dieser Zusammenhang wird durch die Stärke der PDL in dB festgelegt und lässt sich durch folgende Formel aus [56] beschreiben:

$$C = \frac{(\beta - 1) \sin(2\psi)}{\sqrt{(\beta - 1)^2 \sin^2(2\psi) + 4\beta}}. \quad (3.23)$$

Der Faktor des Übersprechens  $C$  errechnet sich mit Hilfe des Winkels  $\psi$  zwischen der Polarisationsachse des Signals und der Achse der starken Dämpfung des PDL-Elements, wobei der Winkel  $2\psi$  dem Azimutalwinkel der Orientierung des PDL-Elements entspricht. Der Einfluss des Elevationswinkels wird in Gleichung (3.23) vernachlässigt. Der Faktor  $\beta$  ergibt sich aus der Stärke des PDL-Elements in dB nach [56] mit Gleichung (3.24).

$$\beta = 10^{-\frac{PDL_{dB}}{10}}. \quad (3.24)$$

Die Abhängigkeit des Übersprechfaktors  $C$  von der Stärke der PDL ist links in Abbildung 3.27 gezeigt und wird mit Gleichung (3.23) berechnet für verschiedene Stärken der PDL und verschiedene Winkel  $2\psi$  des PDL-Elements. Ein Übersprechfaktor von  $C = 0$  bedeutet eine vollständige Orthogonalität zwischen den beiden Signalpolarisationen. Für einen Faktor von  $C = 1$  sprechen beide Signale vollständig auf die jeweils andere Achse über. Erwartungsgemäß bleiben beide Signale perfekt orthogonal zueinander, wenn die Achse der schwachen (oder starken) Dämpfung des PDL-Elements parallel zu einer der beiden Richtungen der Polarisation der Signale ausgerichtet ist. Für einen Winkel von  $2\psi = 90^\circ$  ergibt sich der stärkste Übersprechfaktor in Abhängigkeit von der Stärke des PDL-Elements. Die Winkelabhängigkeit des Kurvenverlaufes ist  $2\pi$ -periodisch. Bemerkenswert ist, dass selbst für geringe PDL-Stärken in dB

bereits Übersprechfaktoren auftreten, die in OSNR-Einbußen von mehreren dB resultieren, die für einen Systembetrieb bei Datenraten von 112 GBit/s nicht mehr vernachlässigt werden können.

Wie auf Seite 63 bereits erwähnt, lässt sich ein Signal auch bei einer unvollständigen Orthogonalität zweier polarisierter Signale im Hinblick auf PDL störungsfrei empfangen, wenn ein polarisationsaufgelöster Empfänger verwendet wird und sicher gestellt wird, dass die Ausrichtung der Hauptachsen der beiden Polarisationsstrahlteiler am Empfänger jeweils parallel zu beiden Polarisationsrichtungen des Signals erfolgt. In der Praxis erweist sich diese Forderung als schwierig zu erfüllen, da sich die Ausrichtung der Signalpolarisationen insbesondere bei einer Interaktion mit PMD-Effekten zeitlich ändern kann. Oft ist es einfacher, die Ausrichtung der Polarisationsstrahlteiler gleich zu belassen und hingegen eine MIMO-Entzerrung des Signals vorzunehmen, wie nachfolgend erläutert wird.

Der Verlauf der OSNR-Einbuße des obigen PolMux-NRZ-Systems in Abhängigkeit vom Azimutalwinkel ist rechts in Abbildung 3.27 für einen festen Elevationswinkel von  $2\chi = 0^\circ$  gezeigt. Dort wurde zum Vergleich auch die mittlere OSNR-Einbuße über beide Achsen eingetragen. Die Ergebnisse stimmen qualitativ sehr gut mit dem Verlauf des OSNR aus [56], der auch experimentell verifiziert wurde, überein. Hierbei lässt sich erkennen, dass die mittlere OSNR-Einbuße für den „schlimmsten Fall“ des maximalen Übersprechens bei einem Winkel von  $2\psi = 90^\circ$  durch das Übersprechen über dem Wert der mittleren OSNR-Einbuße für den Fall ohne Übersprechen ( $2\psi = 0^\circ$ ) liegt. Die Differenz zwischen beiden Werten nimmt nach Gleichung (3.23) mit steigender Stärke der PDL zu. Der durch reine Dämpfung verursachte Anteil der OSNR-Einbußen kann am Empfänger des Übertragungssystems nicht rückgängig gemacht werden. Das Übersprechen kann hingegen mit Hilfe eines optischen Entzerrers reduziert werden, wie im folgenden Abschnitt dargelegt wird.

In diesem Abschnitt wird analog zum Vorgehen in Abschnitt 3.3.4 und 3.3.5 die Stärke eines einzelnen PDL-Elements für verschiedene PolMux-Systeme variiert. Die Orientierung des Elements entspricht derjenigen des „schlimmsten Falls“, bei dem das Übersprechen zwischen beiden Kanälen maximal ist ( $2\psi = 90^\circ$ ,  $2\chi = 0^\circ$ ). Betrachtet wird zunächst ein PolMux-System für die Modulationsformate RZ- und NRZ-OOK sowie Duobinär mit Direktempfänger. Die Simulationsparameter werden entsprechend Tabelle 4 auf Seite 64 gewählt. Zur Entzerrung des Signals wird ein optisches FIR-Filter mit einer Schmetterlingsstruktur mit drei Filterkoeffizienten pro Filterstufe und einer Auflösung von 2 Koeffizienten pro Symbol verwendet, dessen Aufbau in Abbildung 2.24 auf Seite 52 dargestellt ist. Diese Kombination hat sich empirisch als ideal herausgestellt, um minimale OSNR-Einbußen nach optischer Filterung zu erzielen. Das Rückkopplungskriterium für den Entzerrer kann entsprechend nach Gleichung (3.19) auf Seite 83 bestimmt werden; als Optimierungsalgorithmen werden aufgrund des reellen Rückkopplungskriteriums der PSO, der Random Walk und der Trust-Region Algorithmus in der MATLAB®-Implementierung verwendet, deren Parameterwerte in Tabelle 11 angegeben sind.

Für den Fall, dass in einem System lediglich eine sich nicht ändernde PDL und keine PMD vorliegt, kann der Entzerrer sogar mit statischen Filterkoeffizienten betrieben werden, die aus einer Nachschlagetabelle für einen festen PDL-Wert abgelesen werden können. In einem realen System wird jedoch parallel zur PDL mit einer sehr hohen Wahrscheinlichkeit zumindest auch ein geringer Anteil an PMD vorhanden sein, was zu einer zeitlichen Änderung der Polarisation führen kann. Für diesen Fall muss das Filter adaptiv realisiert werden, um auf die sich ändernde Polarisationsrichtung reagieren zu können und eine korrekte Entzerrung zu gewährleisten.

Die Simulationsergebnisse sind in Abbildung 3.28 und links in Abbildung 3.29 dargestellt für ein System mit Direktempfänger. Die OSNR-Einbußen werden jeweils für den Kanal der x-Polarisationshauptachse angegeben. Die Ergebnisse für die y-Polarisationshauptachse sind vergleichbar.

Bei allen Graphen ist zu beachten, dass lediglich die OSNR-Einbußen aufgeführt werden, die durch den Verlust der Orthogonalität und das dadurch resultierende Übersprechen zwischen den beiden PolMux-Kanälen verursacht werden. Die OSNR-Degradation durch eine zusätzliche Verstärkung, die durch eine polarisationsabhängige Dämpfung erforderlich wird, ist nicht aufgeführt, da sie mit Hilfe von Entzerrern nicht behoben werden kann.

Tabelle 11. Übersicht über die Parameter der verwendeten Optimierer zur Entzerrung von PDL-Störungen für ein 112 GBit/s-System mit Direktempfänger. Für den Trust-Region-Optimierer wurde eine MATLAB®-Implementierung verwendet.

Optimierer	Parametername	Parameterwert
Random Walk	Iterationen	10.000
Partikelschwarm	Iterationen	10.000
	Anzahl Partikel	20
	Schrittweite	0,01
Trust-Region	Iterationen	variabel (automatisch)
	Schrittweite	variabel (automatisch)

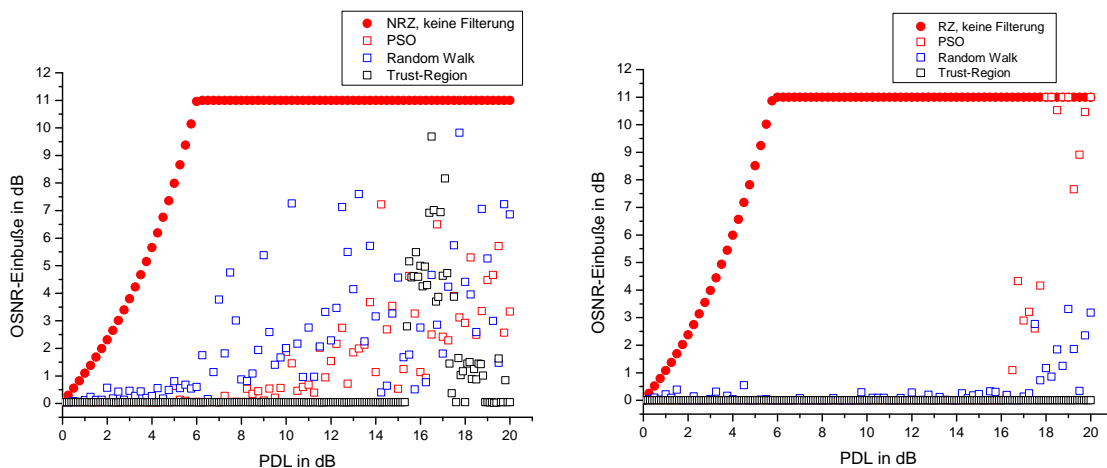


Abbildung 3.28. OSNR-Einbuße nach optischer Filterung für ein NRZ- (links) und RZ-OOK-System (rechts) mit Polarisationsmultiplexing, das durch ein einzelnes PDL-Element mit der Orientierung  $2\psi = 90^\circ$ ,  $2\chi = 0^\circ$  und eine variable PDL gestört wird.

Für den Fall, dass keine optische Entzerrung durchgeführt wird, ergeben sich für alle Modulationsformate vergleichbare Verläufe der OSNR-Einbußen; ab einer PDL von etwa 5 dB ist es nicht mehr möglich, eine Augenöffnung am Empfänger des Systems zu detektieren. Diese hohen OSNR-Einbußen kommen dadurch zustande, dass am (polarisationsaufgelösten) Empfänger des Systems Polarisationsstrahlteiler verwendet werden, die mit einem Winkel von  $90^\circ$  zwischen ihren Polarisationsachsen zueinander orientiert sind. Bei einer PDL  $> 0$  dB kommt es bei obiger Orientierung des Elements zu einem Verlust der Orthogonalität zwischen beiden Hauptachsen der Polarisation; die Verwendung von zwei Polarisationsstrahlteilern, die orthogonal zu einander orientiert sind, kann die beiden PolMux-Kanäle für diesen Fall nicht mehr korrekt trennen, sodass das auf der Übertragungsstrecke erfolgte Übersprechen zu Symbolfehlern führt.

Unter Nutzung eines Entzerrers lassen sich die besten Ergebnisse für alle Modulationsformate mit Ausnahme des Duobinär-Formats mit Hilfe des Trust-Region-Optimierers erzielen. Selbst für extrem hohe PDL-Werte von bis zu 20 dB ist es möglich, die OSNR-Einbußen nahezu vollständig zu reduzieren. Nach Anwendung der stochastischen Algorithmen treten noch restliche OSNR-Einbußen im Bereich von mehreren dB auf; im Fall des NRZ-OOK-Formats sogar bei PDL-Werten unterhalb von 10 dB. Auffällig ist, dass die Konvergenzeigenschaften aller Optimierer offenbar stark vom Modulationsformat abhängig sind. Dies ist am Beispiel des Trust-Region Optimierers am besten zu erkennen: Obwohl für jeden PDL-Wert eine geeignete Wahl der Filterkoeffizienten existiert, bei der keine OSNR-Einbußen auftreten (vgl. die Ergebnisse für das RZ-Modulationsformat) und die Übertragungsfunktion der PDL-induzierten Störung nach Gleichung (3.22) *unabhängig* vom Modulationsformat ist, wird eine geeignete Lösung vom Optimierer für das Duobinär-Format und NRZ-OOK nicht gefunden. Die genaue Ursache für diesen Ef-

fekt ist nicht bekannt, aber eine mögliche Erklärung liegt in der Wahl der Schrittweite des Algorithmus und den zur Verfügung stehenden Abtastpunkten des Signals zu den jeweiligen Abgriffen des Entzerrers: Falls nicht die optimalen Abtastzeitpunkte für die Positionierung der Abgriffe ermittelt werden, ist es möglich, dass die automatische Schrittweiten-Regelung der MATLAB<sup>®</sup>-Implementierung schlechtere Konvergenzeigenschaften aufweist und dadurch keine optimale Lösung gefunden wird, obwohl diese existiert. Dieses Problem lässt sich durch den Einsatz von Nachschlagetabellen (siehe Abschnitt 3.3.6) umgehen, indem die Koeffizienten für die Nachschlagetabelle in einer Simulation für ein System mit kohärentem Empfänger (s.u.) bestimmt werden und dann in einem System mit Direktempfänger verwendet werden.

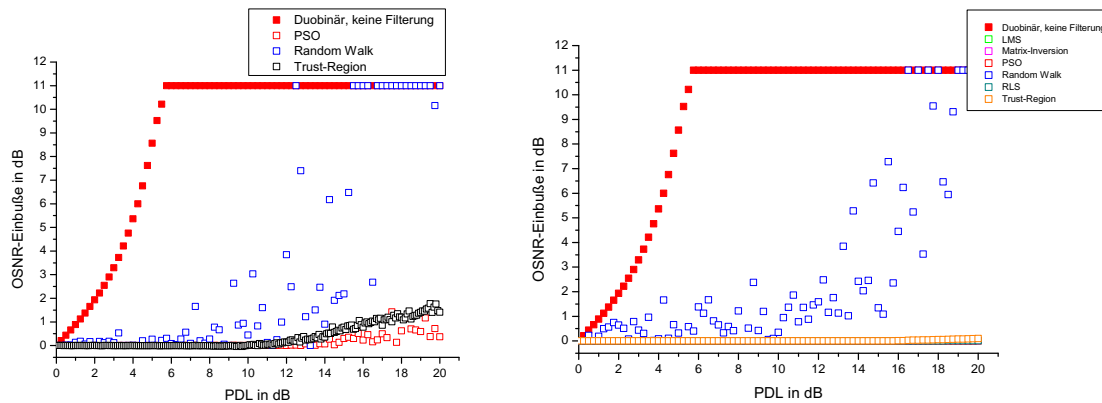


Abbildung 3.29. Wie Abbildung 3.28 aber für das Duobinär-Modulationsformat für ein System mit Direktempfänger (links) und kohärentem Empfänger (rechts). Es wird ein einzelnes PDL-Element verwendet.

Die Simulationsergebnisse für ein Duobinär-, NRZ- und RZ-OOK-System mit kohärentem Empfänger und ansonsten identischen Systemparametern sind in den Abbildungen 3.29 und 3.30 gezeigt. Für diesen Fall können alle in Abschnitt 2.8 beschriebenen Optimierungsalgorithmen verwendet werden. Die Parameter der Optimierer werden dabei wie in Tabelle 11 auf Seite 99 und 9 auf Seite 88 eingestellt. Eine Ausnahme bildet der Trust-Region Optimierer: Für diesen wird aus Geschwindigkeitsgründen und aufgrund der Problematik der Schrittweitenregelung (s.o.) der MATLAB<sup>®</sup>-Implementierung stattdessen eine Implementierung in C++ eingesetzt, wobei 5 Iterationen mit einer festen Schrittweite von 0,1 verwendet werden. Es zeigt sich, dass sich mit Hilfe aller deterministischen Optimierer eine hervorragende, nahezu vollständige Entzerrung der durch PDL verursachten Übersprecheffekte erreichen lässt. Die OSNR-Einbußen, die nach optischer Filterung verbleiben, sind jeweils so gering, dass sich die Ergebnisse kaum in den obigen Abbildungen voneinander unterscheiden lassen. Die einzige Ausnahme bildet der LMS-Optimierer beim RZ-OOK-System - dieser weist bei sehr hohen PDL-Werten von über 12 dB OSNR-Einbußen zwischen 0,25 und 1,0 dB auf. Diese Werte lassen sich durch eine andere Wahl der Schrittweite und Anzahl der Iterationen stark beeinflussen.

Mit Hilfe des stochastischen PSO-Optimierers gelingt es ebenfalls, in fast allen Fällen, eine vollständige Entzerrung des Signals vorzunehmen. Lediglich für PDL-Werte über 19 dB treten beim NRZ-OOK-Modulationsformat OSNR-Einbußen von über 0,25 dB auf. Der Random Walk-Optimierer ist hingegen nicht in der Lage, über weite Bereiche OSNR-Einbußen von unter 0,25 dB zu erreichen: Selbst bei niedrigen PDL-Werten unter 5 dB treten OSNR-Einbußen von deutlich über 1 dB auf. Die Ursache für das schlechtere Abschneiden des Random Walk im Vergleich zum PSO liegt zum Teil auch in der Anzahl der verwendeten Partikel: Da der PSO *pro Partikel* eine Anzahl von 10.000 Iterationen durchführt, werden insgesamt 200.000 Iterationen vom PSO berechnet. Entscheidender aber ist der „Austausch“ der Informationen über die bisher beste ermittelte Parameterkonfiguration zwischen den Partikeln des PSO. An dieser Stelle soll auch auf die Besonderheiten bei der Bestimmung der Filterkoeffizienten für die Entzerrung von PDL eingegangen werden: Im Fall von hohen Dämpfungsunterschieden zwischen den Hauptachsen des PDL-Elements können die Optimierer, falls keine manuelle Begrenzung vorgenom-

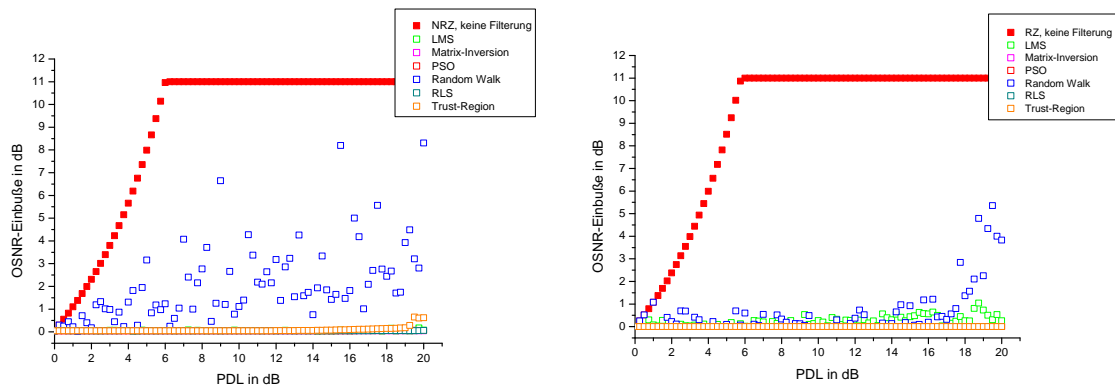


Abbildung 3.30. Wie Abbildung 3.28, aber für ein NRZ-OOK- (links) und ein RZ-OOK-System (rechts) mit kohärentem Empfänger. Es wird ein einzelnes PDL-Element verwendet.

men wird, Koeffizientenwerte, die zu einer Verstärkung von Signalen führen, ermitteln. Dies ist mit den untersuchten optischen Filterkomponenten nicht realisierbar, da es sich um passive Komponenten handelt, die keine Verstärkung ermöglichen. Für jeden ermittelten Koeffizientensatz, der ein Übersprechen entzerren kann und gleichzeitig zu einer Verstärkung führt, kann aber durch eine Normierung der Filterkoeffizienten ein korrespondierender Satz an Filterkoeffizienten bestimmt werden, der das Übersprechen entfernt und *keine* Verstärkung des Signals vornimmt; dies wird jeweils bei allen Entzerrungen von PDL-Störeffekten berücksichtigt.

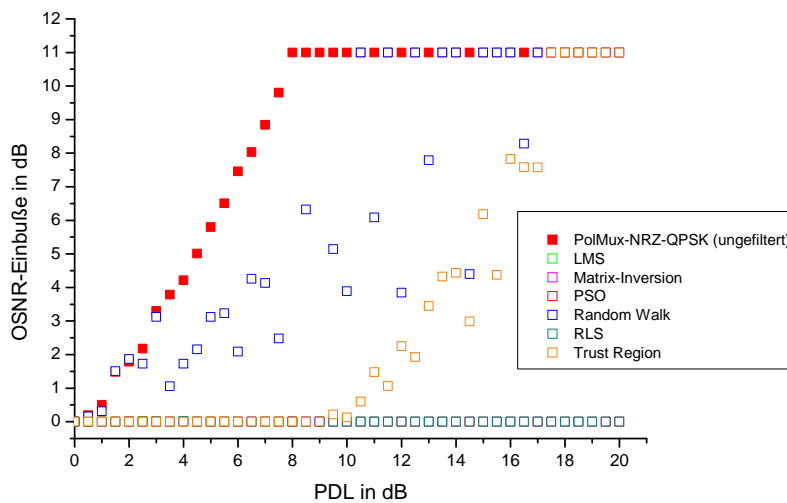


Abbildung 3.31. Wie Abbildung 3.30; hier für ein PolMux-NRZ-QPSK-System mit einer Datenrate von 112 GBit/s unter Verwendung des numerischen Rauschmodells. Es wird ein einzelnes PDL-Element verwendet.

Abschließend werden dieselben Untersuchungen auch für ein PolMux-NRZ-QPSK-System mit kohärentem Empfänger und einer Datenrate von 112 GBit/s vorgenommen, wobei das numerische Rauschmodell verwendet wird; die Systemparameter werden analog zu Abschnitt 3.3.5 gewählt und die Optimierungsalgorithmen werden, wie in Tabelle 9 und 11 angegeben, eingestellt.

Die Ergebnisse sind in Abbildung 3.31 gezeigt. Für das ungefilterte Signal ergeben sich ab einer PDL von 8 dB so starke Signalverzerrungen, dass eine OSNR-Einbuße von 11 dB angenommen wird, da eine Bestimmung der OSNR-Einbuße am Empfänger nicht mehr möglich ist. Mit dem Random Walk lassen sich nur vereinzelt geringere OSNR-Einbußen erzielen; der Trust-Region-Optimierer erricht hingegen bis zu einer PDL von 9 dB eine vollständige Entzerrung, bei der keine OSNR-Einbußen verbleiben. Bei einer größeren PDL verschlechtert sich hingegen das Konvergenzverhalten deutlich. Die besten Ergeb-

nisse lassen sich mit der Matrix-Inversion, LMS und RLS erreichen, die über den gesamten Bereich der PDL das Signal störungsfrei entzerren können; die Ergebnisse liegen im Diagramm direkt übereinander und sind daher nicht unterscheidbar.

### 3.5. Übertragungssysteme mit Gruppenlaufzeitschwankungen

In diesem Abschnitt werden Systeme untersucht, die durch Gruppenlaufzeitschwankungen, die beim Einsatz von Faser-Bragg-Gittern zur Dispersionskompensation auftreten, gestört werden. Im folgenden Unterabschnitt wird gezeigt, wie das in Abschnitt 2.5.3 beschriebene Emulator-Modell verwendet werden kann. In Unterabschnitt 3.5.2 und 3.5.3 folgt eine Verifikation des Emulatormodells und eine Quantifizierung der OSNR-Einbußen, die durch GDR in verschiedenen Systemen entstehen können. Unterabschnitt 3.5.4 beschäftigt sich mit der Entzerrung von durch GDR gestörten Signalen für Systeme mit einem Direktempfänger, der aufgrund von Kostenfaktoren üblicherweise in Metro-Netzwerken eingesetzt wird. Eine gesonderte Betrachtung für Systeme mit einem kohärentem Empfänger erfolgt nicht; für diesen Fall bietet es sich an, digitale Signalverarbeitung einzusetzen und die Dispersion des Systems in der elektrischen Ebene zu kompensieren, so dass auf die Nutzung von FBGs zur Dispersionskompensation verzichtet werden kann. Es sei angemerkt, dass die in Abschnitt 3.5.4 beschriebene Vorgehensweise der optischen Entzerrung natürlich auch für ein System mit kohärentem Empfänger verwendet werden kann. In diesem Fall können auch Optimierer wie der LMS, der RLS und die Matrix-Inversion verwendet werden, um die Koeffizienten des Filters zu bestimmen. Analog zu den Ergebnissen der vorherigen Abschnitte ist zu erwarten, dass sich in diesem Fall sogar noch geringere mittlere und maximale OSNR-Einbußen erzielen lassen, da die Optimierer durch die vorhandene Amplituden- und Phaseninformation ein generell besseres Konvergenzverhalten aufweisen.

#### 3.5.1. Emulatormodell zur Simulation von GDR

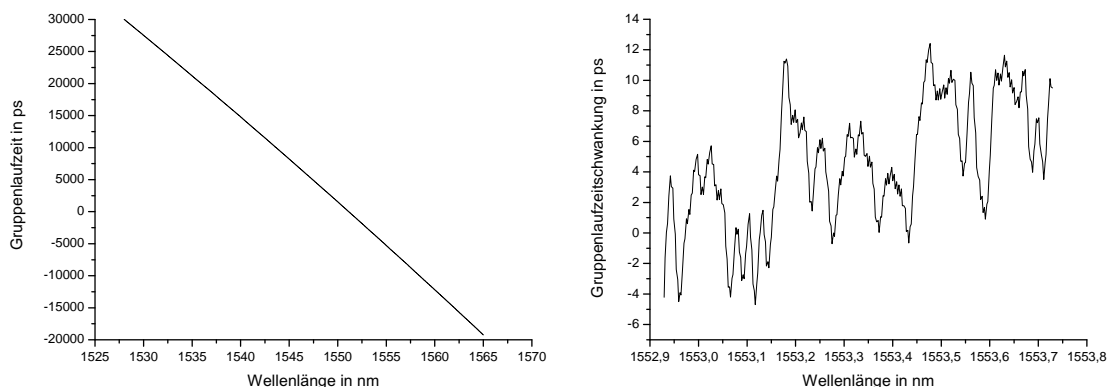


Abbildung 3.32. Links: Gemessene Gruppenlaufzeit eines FBGs in Abhängigkeit von der Wellenlänge. Rechts: Gruppenlaufzeitschwankungen in Abhängigkeit von der Wellenlänge exemplarisch für einen Kanal des FBGs nach Abzug des idealen, linearen Gruppenlaufzeitverlaufs.

Für das statistische Emulatormodell der GDR nach Abschnitt 2.5.3 werden Messdaten von jeweils 10 FBGs zur Dispersionskompensation für einen Streckenabschnitt der Länge 80 km und 100 km pro FBG verwendet. Für jedes dieser 20 FBGs wurde eine Messung der Gruppenlaufzeit über den Wellenlängenbereich von 1528 bis 1565 nm durchgeführt<sup>30</sup>. Bei den vermessenen Gittern handelt es sich um „kontinuierliche Breitband-FBGs“, die für den Einsatz im C-Band konzipiert wurden. Die Übertragungsfunktion wird als „kontinuierlich“ bezeichnet, da zwischen den Kanälen, bzw. an den Kanalgrenzen im ITU-Raster keine Einbrüche des spektralen Gruppenlaufzeitverlaufs vorhanden sind, sondern ein quasi-linearer Verlauf der Gruppenlaufzeit über den gesamten Bereich des C-Bandes vorliegt (vgl. linker Teil in Abbildung 3.32). Die FBGs sind ursprünglich für ein System mit einer Datenrate von 10 GBit/s entworfen worden. Aufgrund der hohen Nachfrage nach immer höheren Datenraten ist von Interesse, ob sich das vorhandene System mit den FBGs auch zur Übertragung von Kanälen mit einer höheren Datenrate einsetzen lässt. Dies wird in Abschnitt 3.5.3 und 3.5.4 untersucht.

<sup>30</sup>Die Messdaten dieser FBGs wurden freundlicherweise von der Firma Nokia Siemens Networks zur Verfügung gestellt.

Links in Abbildung 3.32 ist der Verlauf der Gruppenlaufzeit eines gemessenen Gitters für einen 80 km-Streckenabschnitt in Abhängigkeit von der Wellenlänge gezeigt. Dieser Verlauf sieht dem idealen, linearen Verlauf der Gruppenlaufzeit (und damit einem linearen Dispersionsverlauf) auf den ersten Blick sehr ähnlich; die Abweichungen sind bei dieser Skalierung nur schwer zu erkennen. Deutlich werden die Abweichungen, nachdem der lineare Anteil des Gruppenlaufzeitprofils abgezogen wird; die Gruppenlaufzeitschwankungen sind rechts in Abbildung 3.32 exemplarisch für einen Kanal gezeigt.

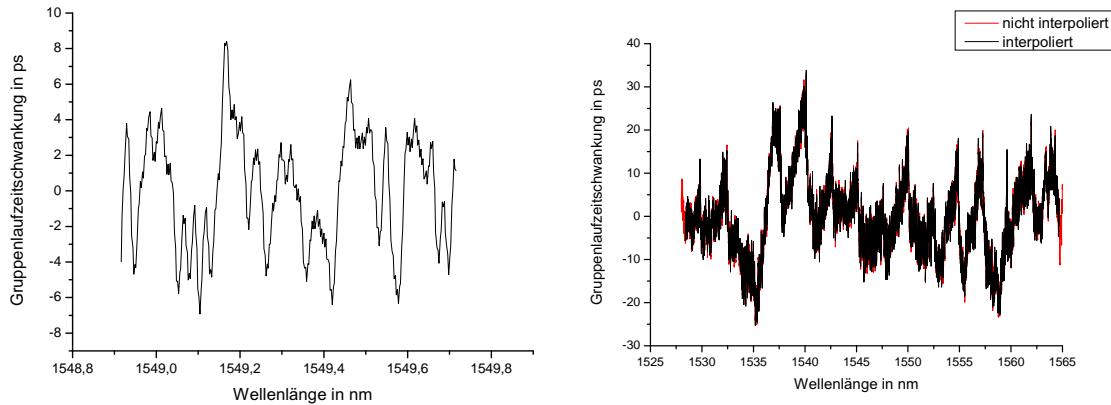


Abbildung 3.33. Links: Gruppenlaufzeitschwankungen exemplarisch für einen Kanal des FBGs nach Abzug des linearen Gruppenlaufzeitverlaufs und der Steigung des Verlaufs mit Hilfe einer Polynom-Anpassung zweiter Ordnung. Rechts: Vergleich des GDR vor und nach einer Interpolation auf das ITU-Raster über alle Kanäle.

Für das Emulatormodell wird weiterhin angenommen, dass das FBG nicht nur den Dispersionsverlauf über der Frequenz durch den Parameter  $D$  sondern auch die Steigung der Dispersion durch den Parameter  $S$  ideal kompensieren soll. Dies wird erreicht, indem die Steigung vom GDR-Verlauf mit Hilfe einer Polynom-Anpassung der zweiten Ordnung abgezogen wird (links in Abbildung 3.33). Danach erfolgt eine lineare Interpolation der Messdaten auf ein äquidistantes Wellenlängen-, bzw. Frequenzraster (ITU-Raster), um die einzelnen Kanäle aus der Übertragungsfunktion getrennt auslesen zu können. Ein Vergleich vor und nach der Interpolation ist rechts in 3.33 dargestellt und zeigt eine gute Übereinstimmung der Datensätze. Als nächster Schritt werden mit Hilfe von Gleichung (2.43) die GDR über die Wellenlänge (bzw. die Frequenz) integriert und in eine Phasendrehung umgerechnet; die Integration wird dabei numerisch mit Hilfe der kumulativen Trapezfunktion in einer MATLAB®-Implementierung vorgenommen. In Abbildung 3.34 wird der ursprüngliche GDR-Verlauf mit dem zunächst integrierten und dann nach Gleichung (2.42) erneut differenzierten Verlauf verglichen. Es ergeben sich nur minimale Abweichungen zwischen beiden Funktionen; die numerische Genauigkeit der Integration durch die kumulative Trapezfunktion kann als ausreichend betrachtet werden. Der resultierende spektrale Verlauf der Phasendrehung wird rechts in Abbildung 3.34 gezeigt.

Damit sind die spektralen Phasenverläufe für alle Kanäle und alle Gitter vorhanden. Insgesamt ergibt sich für die Gitter für einen Streckenabschnitt einer Länge von 80 km-, bzw. eine 100 km jeweils eine Gesamtanzahl von 400 verschiedenen Übertragungsfunktionen im 100 GHz ITU-Raster. Unter der Annahme, dass die Kanalantwort der FBGs ergodisch ist, lässt sich eine Kaskade von  $N$  FBGs mit Hilfe eines Standard-MC-Verfahrens für einen Kanal generieren, indem für jedes Gitter zufällig ein Phasenverlauf aus einem Kanal über alle Gitterrealisierungen gleichverteilt ermittelt wird. Dieses Vorgehen wird im weiteren Verlauf dieses Abschnitts als „Messdaten-Modell“ bezeichnet, da es lediglich auf einer zufälligen Anordnung von gemessenen Daten basiert und keine sonstigen Annahmen außer der Ergodizität getroffen werden.

Um das in Gleichung (2.47) definierte „semi-statistische Modell“ nach [153] nutzen zu können, müssen die spektralen Phasenverläufe, bzw. die Gruppenlaufzeitschwankungen durch eine Fourier-Reihenentwicklung angenähert werden. Dazu wird das spektral aufgelöste GDR mit Hilfe einer diskreten Fou-



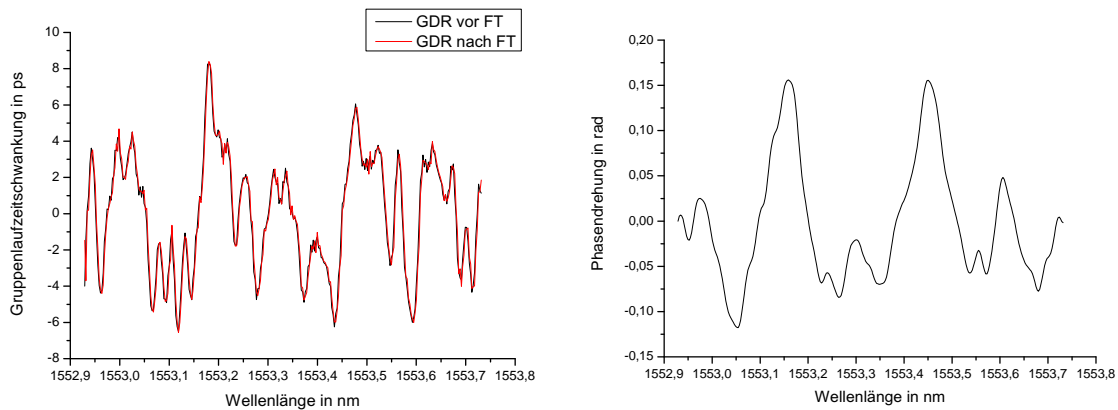


Abbildung 3.34. Links: Vergleich des GDR-Verlaufs vor einer Integration nach Gleichung (2.43) sowie nach Integration und anschließender Differentiation mit Gleichung (2.42) exemplarisch für einen Kanal. Rechts: Spektraler Verlauf der Phasendrehung nach Integration der GDR für denselben Kanal.

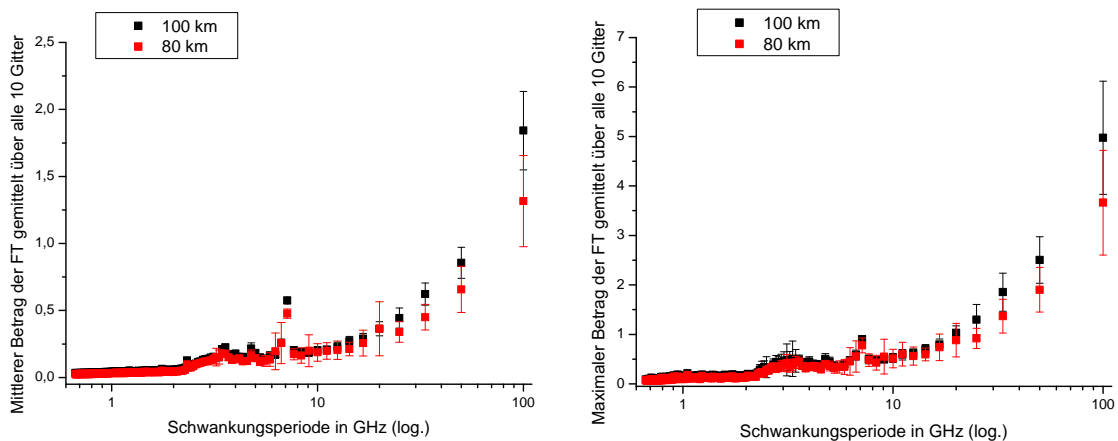


Abbildung 3.35. Links: Mittlerer Betrag der Fouriertransformierten der GDR gemittelt über alle 10 Gitter jeweils für ein System mit einer Streckenabschnittslänge von 80 und 100 km in logarithmischer Skalierung. Die Fehlerbalken geben die Standardabweichung wieder. Zur besseren Übersicht werden hier nur positive Schwingungsperioden gezeigt; die Verläufe sind symmetrisch zum Ursprung des Diagramms. Rechts: Maximaler Betrag der Fouriertransformierten des GDR gemittelt über alle 10 Gitter. Die Fehlerbalken geben die Standardabweichung wieder.

riertransformation in den *Frequenzbereich* transformiert<sup>31</sup>. Mit Hilfe einer Fourier-Analyse können nun die einzelnen (Frequenz-)Komponenten der Gruppenlaufzeitschwankungen untersucht werden. Jedem Fourierkoeffizienten und somit jeder Frequenzkomponente des GDR lässt sich eine Schwingungsperiode (engl.: Ripple period) zuweisen. Jede Schwingungsperiode entspricht einer Frequenz einer sinusförmigen Komponente des GDR. Der Betrag eines Fourierkoeffizienten entspricht der Amplitude des GDR der jeweiligen Periode. Die Fourierphase eines Koeffizienten entspricht einem Phasenversatz der sinusförmigen GDR-Komponente der jeweiligen Periode. In Abbildung 3.35 sind links und rechts der mittlere Betrag der Fouriertransformierten über alle Kanäle, sowie der maximale Betrag der Fouriertransformierten aller Kanäle über der Schwingungsperiode aufgetragen. Hierbei fällt auf, dass sowohl der mittlere als auch der maximale Betrag für das 80 km und 100 km-Gitter mit zunehmender Schwingungsperiode ansteigen. Der mittlere und der maximale Betrag der Fouriertransformierten ist für das Gitter für 100 km in beiden Fällen größer als für das 80 km-Gitter. Dies deutet daraufhin, dass das durch den Herstellungs-

<sup>31</sup>Die Tatsache, dass in den Frequenzbereich transformiert wird, mag zunächst verwirrend erscheinen, da die *spektralen* Verteilungen der Gruppenlaufzeitschwankungen als Messdaten vorliegen. Es handelt sich aber um eine Fourieranalyse der *Gruppenlaufzeitschwankungen* selbst. Diese liegen im Zeitbereich vor und werden dann zwecks Analyse in den Frequenzbereich transformiert.

prozess resultierende GDR der FBGs nicht nur von statistischen Faktoren abhängt, sondern auch von dem gewünschten Dispersionswert, der kompensiert werden soll: Für das 100 km-Gitter muss ein größerer Betrag akkumulierter Dispersion kompensiert werden und dies bedingt eine größere Schwankung der Gruppenlaufzeit pro Gitter. Im folgenden Abschnitt wird gezeigt, dass die Amplitude des GDR einen signifikanten Einfluss auf die OSNR-Einbußen des Systems hat.

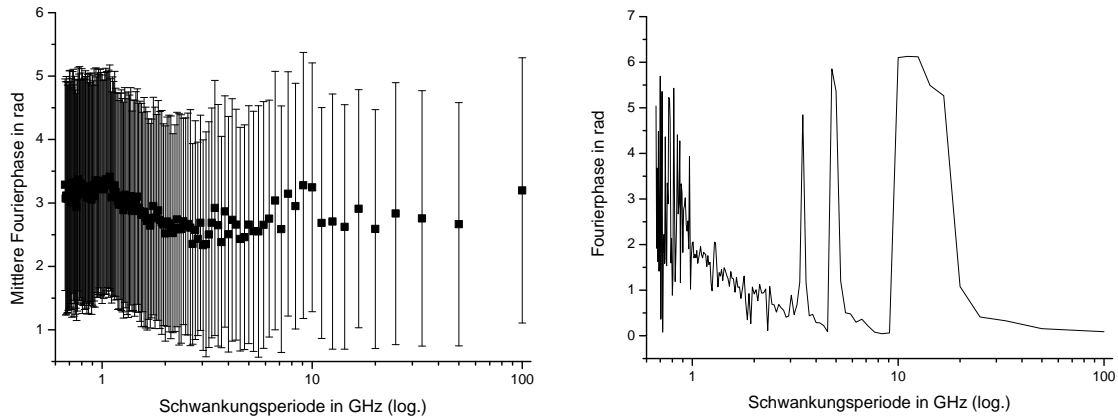


Abbildung 3.36. Links: Verlauf der mittleren Fourierphasen in Abhängigkeit von der Schwankungsperiode in logarithmischer Skalierung. Die Fourierphase wird für jede Schwankungsperiode über alle Gitter und Kanäle gemittelt; die Fehlerbalken geben die Standardabweichung der Phase an. Rechts: Verlauf der Fourierphase für einen Kanal eines einzelnen Gitters in logarithmischer Skalierung.

Für die Phasenwerte der Fourierkoeffizienten wird ebenfalls eine Analyse durchgeführt, um die statistische Verteilung eines Phasenversatzes der GDR-Komponenten zu untersuchen. Die Ergebnisse dieser Analyse sind in Abbildung 3.36 dargestellt. Im linken Teil der Abbildung ist die Fourierphase gemittelt über alle Kanäle und Gitter für das 80 km-System für die jeweilige Schwankungsperiode aufgetragen; das Diagramm ist zur besseren Übersicht logarithmisch skaliert. Für eine Gleichverteilung wird für jede Schwankungsperiode ein Mittelwert von  $\pi$  erwartet; dies ist für Perioden im Bereich zwischen 0,1 und 1,2 GHz der Fall. Bei höheren Schwankungsperioden weicht der Mittelwert jedoch teilweise deutlich von  $\pi$  um bis zu 0,8 rad ab. Dieses Verhalten wird auch bei einer exemplarischen Betrachtung des Verlaufs der Fourierphase über die Schwankungsperiode für ein zufällig ausgewähltes Gitter und einen zufällig gewählten Kanal, wie rechts in Abbildung 3.36 gezeigt, deutlich: Im Bereich niedriger Schwankungsperioden oszilliert die Fourierphase gleichmäßig um den Mittelwert  $\pi$ , aber bei höheren Perioden tritt dieses Verhalten nicht auf.

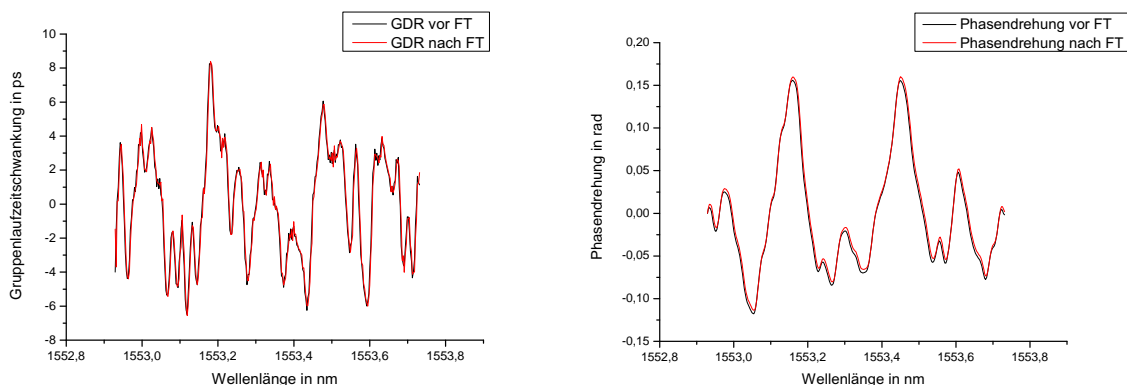


Abbildung 3.37. Vergleich des spektralen GDR-Verlaufs (links) und der Phasendrehung (rechts) nach dem Messdaten-Modell und dem semi-statistischen Modell.

Es liegen nun sowohl die Amplituden  $\Delta\tau_{G,i}(f)$  als auch die Perioden  $f_{r,i}$  und der Frequenzversatz  $\varphi_{versatz,i}$  aus Gleichung (2.47) vor. Das semi-statistische Modell kann nun mit Hilfe des Standard-Monte Carlo-Verfahrens genutzt werden, indem einer der 400 Kanäle mit Hilfe einer gleichverteilten Zufallszahl ermittelt wird und für diesen die entsprechenden Amplituden, Perioden und Frequenzversätze in (2.47) eingesetzt werden, um die Phasenantwort des Systems zu berechnen. Die Äquivalenz mit dem Messdaten-Modell wird in Abbildung 3.37 gezeigt, bei der das GDR-Spektrum und das Spektrum des Phasenverlaufs für beide Modelle miteinander verglichen werden: Für das Messdaten-Modell liegt das GDR-Spektrum bereits vor; die Phasendrehung kann direkt über Gleichung (2.43) bestimmt werden. Sowohl das GDR-Spektrum als auch das Spektrum der Phasendrehung stimmen für beide Modelle hervorragend überein, wodurch die Korrektheit der Fourieranalyse und die Validität von Gleichung (2.47) bestätigt werden.

Für den Übergang zum statistischen Modell nach Gleichung (2.49) werden die Fourieramplituden und -phasen für die jeweilige Schwankungsperiode in ein Histogramm einsortiert und die resultierenden Verteilungen werden durch eine logarithmische Normalverteilung mit zwei Freiheitsgraden angenähert (vergleiche Abschnitt 2.5.3 und Formel (2.48)), um die statistischen Eigenschaften der Gitter reproduzieren zu können (vgl. Abbildung 2.17). Dabei wird die Annahme getroffen, dass sich der Phasenversatz der sinusförmigen GDR-Komponenten *für alle Komponenten* durch eine Gleichverteilung beschreiben lässt (s.o.). Dieser Ansatz wird im folgenden Abschnitt auf seine Korrektheit hin überprüft.

#### 3.5.2. Verifikation des Emulatormodells

Um das in den vorherigen Abschnitten und in 2.5 beschriebene GDR-Emulatormodell zu verifizieren, werden Standard-MC-Simulationen und MMC-Simulationen durchgeführt; als Grundlage für eine Übereinstimmung der Modelle werden die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen der OSNR-Einbußen des jeweiligen Modells mit einander verglichen. Der Simulationsaufbau wird nach Abbildung 3.3 vorgenommen. Dabei wird angenommen, dass ein System mit vollständiger Kompensation der chromatischen Dispersion mit Ausnahme des GDR vorliegt.

Der Vergleich zwischen verschiedenen Konfigurationen des Emulators ist links in Abbildung 3.38 gezeigt. Dabei werden 50.000 Standard-MC-Iterationen durchgeführt, für die jeweils eine zufällige Kombination von 10 Gittern (für Streckenabschnitte einer Länge von je 80 km) berechnet wird. Dabei werden folgende Modell-Konfigurationen simuliert:

- das Messdaten-Modell, bei dem keine Fouriertransformation oder Interpolation durchgeführt wird; die Auswahl der Kanaldaten für die Verkettung erfolgt nach einer Gleichverteilung („Messdatenmodell“)
- das semi-statistische Modell mit den tatsächlichen Fourier-Amplitudenwerten, wobei für jedes Gitter der Verkettung die Fourieramplituden und Fourierphasen *desselben* Gitters verwendet werden; die Auswahl der Fourieramplituden (und -phasen) für die Verkettung erfolgt nach einer Gleichverteilung („semi-statistisch, reale Phase (identisch)“)
- das semi-statistische Modell mit den tatsächlichen Fourier-Amplitudenwerten, wobei für jedes Gitter der Verkettung die Fourier-Amplituden und Fourier-Phasen *eines zufälligen* Gitters verwendet werden. Die Fourier-Amplituden und -Phasen können also von verschiedenen Gittern stammen; die Auswahl der Fourier-Amplituden (und -Phasen) für die Verkettung erfolgt nach einer Gleichverteilung („semi-statistisch, reale Phasen (zufällig)“)
- das semi-statistische Modell mit den tatsächlichen Fourier-Amplitudenwerten, wobei die Fourierphasen anhand einer Gleichverteilung über alle Perioden bestimmt werden; die Auswahl der Fourier-Amplituden für die Verkettung erfolgt unter der Annahme einer Gleichverteilung („semi-statistisch, gleichverteilte Phasen“)

- das statistische Modell mit tatsächlichen Fourierphasen eines zufällig per Gleichverteilung ermittelten Kanals. Die Fourier-Amplituden werden über die ermittelte statistische Verteilung nach Gleichung (2.48) bestimmt („statistisch, reale Phasen (zufällig)“)
- das statistische Modell mit gleichverteilten Fourierphasen („statistisch, gleichverteilte Phasen“)

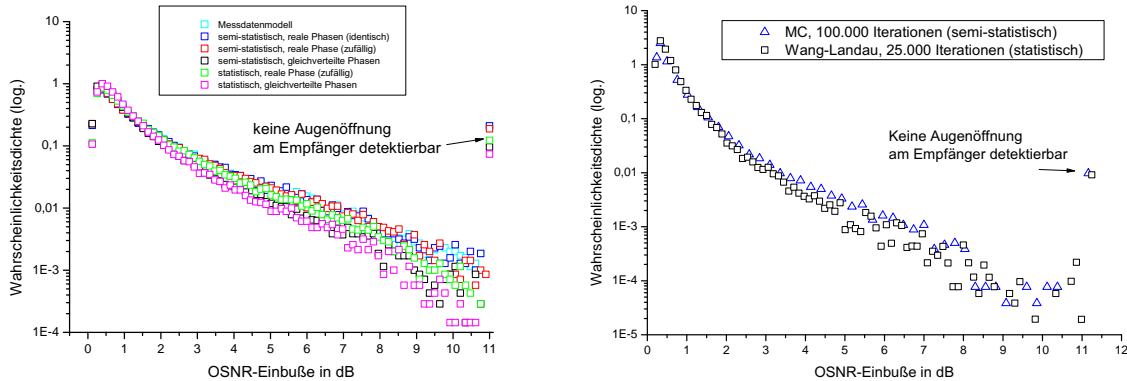


Abbildung 3.38. Links: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der OSNR-Einbuße durch eine Verkettung von 10 FBGs mit zufällig bestimmten Eigenschaften für ein 112 GBit/s-Duobinär-System. Es werden verschiedene Modelle zur GDR-Emulation miteinander verglichen. Als Referenz dient das Messdatenmodell. Insgesamt werden 50.000 Verkettungen von FBGs mit zufälligen Eigenschaften nach der Standard Monte Carlo-Methode bestimmt. Rechts: Wie im linken Teil der Abbildung, aber für ein System mit 5 kaskadierten Gittern und als Vergleich zwischen dem semi-statistischen Modell (Standard Monte Carlo) und dem statistischen Modell (Wang-Landau). Für beide Simulationen werden die Gitter für eine Länge des Streckenabschnitts von 80 km verwendet.

Für alle Modelle wird jeweils eine Ein-Kanal-Simulation durchgeführt mit dem Duobinär-Modulationsformat für ein 112 GBit/s-System. Die Einstellungen der optischen und elektrischen Filter sind Tabelle 4 auf Seite 64 zu entnehmen. Für den Fall, dass keine Augenöffnung am Empfänger des Systems detektierbar ist, wird für die Simulation mit 10 Gittern generisch eine OSNR-Einbuße von 11 dB angenommen. Der Graph wird bei diesem Wert abgeschnitten; höhere OSNR-Einbußen werden ebenfalls als 11 dB gewertet. Der Verlauf links in Abbildung 3.38 zeigt für alle Modelle ein Maximum der Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung bei einer OSNR-Einbuße von 0,4 dB. In allen Fällen treten bereits bei relativ hohen Wahrscheinlichkeitsdichten  $> 0,1$  OSNR-Einbußen von mehreren dB auf und es existieren Fälle, für die gar keine Augenöffnung am Empfänger mehr detektierbar ist. Der Einsatz von FBGs, die ursprünglich für ein System mit einer Datenrate von 10 GBit/s ausgelegt wurden, in einem System mit 112 GBit/s kann dazu führen, dass es bereits bei vergleichbar hohen Wahrscheinlichkeitsdichten von  $10^{-3}$  zu erheblichen OSNR-Einbußen oder gar kompletten Systemausfällen kommt, falls keine Maßnahmen zur Entzerrung des Signals getroffen werden. Nach Abbildung 3.38 ergibt sich für die Modelle eine minimale Ausfallwahrscheinlichkeit von 1,06 % (statistisch, gleichverteilte Phasen) bis 1,38% (semi-statistisch, reale Phasen, identisch) für alle Fälle, in denen keine Augenöffnung am Empfänger mehr detektierbar ist.

Der Vergleich der Emulator-Modelle untereinander zeigt eine hervorragende Übereinstimmung zwischen dem Messdaten-Modell und den Varianten des semi-statistischen Modells, bei denen keine Gleichverteilungen der Fourierphasen vorausgesetzt wird - die Verläufe der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion ähneln sich über weite Bereiche der OSNR-Einbuße sehr stark. Das semi-statistische Modell kann somit als verifiziert angesehen werden. Weiterhin besteht keine Korrelation zwischen den Fourieramplituden und den Fourierphasen eines Gitters: Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion ist für eine zufällige Kombination von Fourieramplituden und Fourierphasen nahezu identisch zu derjenigen mit einer zusammengehörigen Kombination, die an einem realen Gitter gemessen wurde.

Die Annahme einer Gleichverteilung der Fourierphasen führt dazu, dass die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion im Vergleich zu derjenigen des Modells mit real gemessenen Phasenwerten im Bereich nied-

riger Wahrscheinlichkeitsdichten die OSNR-Einbußen leicht unterschätzt; die durchschnittliche OSNR-Einbuße für das Modell realer Fourierphasen (bei zufälliger Auswahl) beträgt 1,31 dB, für das Modell als gleichverteilt angenommener Fourierphasen sind es 1,07 dB.

Die Verläufe der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der OSNR-Einbuße für das statistische Modell mit den tatsächlichen Fourierphasenverläufen eines jeweils zufällig ermittelten Kanals stimmen sehr gut mit dem semi-statistischen Modell und dem Messdatenmodell überein. Im Bereich niedrigerer Wahrscheinlichkeitsdichten kommt es zu geringen Abweichungen zu dem Messdatenmodell. Die mittlere OSNR-Einbuße wird mit 1,25 dB um 0,06 dB unterschätzt. Für den Fall einer angenommenen Gleichverteilung der Fourierphasen ergibt sich ein nahezu exakt deckungsgleicher Verlauf der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion mit dem semi-statistischen Modell; die mittlere OSNR-Einbuße ist mit 1,06 dB fast identisch zu 1,07 dB. Das statistische Modell kann somit ebenfalls als verifiziert angesehen werden für Wahrscheinlichkeitsdichten bis zu  $10^{-4}$ .

Im folgenden Verlauf der Dissertation wird auf die Annahme einer Gleichverteilung der Fourierphasen verzichtet. Stattdessen wird über eine Gleichverteilung für jedes Gitter eine zufällige Realisierung der gemessenen Fourierphasen ausgewählt, um ein genaueres Modell zu verwenden.

Das statistische Modell lässt sich auch nutzen, um Wang-Landau-Simulationen zur Bestimmung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der OSNR-Einbuße zu nutzen. Dies ist rechts in Abbildung 3.38 dargestellt: Es wird ein ähnliches System wie für den linken Teil der Abbildung simuliert - die Anzahl der verketteten Gitter wird allerdings auf 5 reduziert. Abgebildet sind die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen für das semi-statistische und das statistische Modell mit zufällig ausgewählten Fourierphasenverläufen. Im ersten Fall werden 100.000 Iterationen für das Standard Monte Carlo-Verfahren durchgeführt, um die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion zu berechnen; im zweiten Fall werden  $5 \times 5.000 = 25.000$  Wang-Landau Iterationen durchgeführt. Beide Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen zeigen eine sehr gute Übereinstimmung bis zu einer Wahrscheinlichkeitsdichte von  $10^{-2}$ , darunter wird die OSNR-Einbuße durch das Wang-Landau-Verfahren leicht unterschätzt. Bei einer Erhöhung der Wang-Landau-Iterationen ist zu erwarten, dass sich die Verläufe weiter annähern und gleichzeitig noch niedrigere Wahrscheinlichkeitsdichten erreicht werden können. Simulationen mit einer noch höheren Anzahl an Iterationen konnten im Rahmen der Dissertation aufgrund des enormen Zeit- und Rechenaufwands nicht durchgeführt werden.

### 3.5.3. OSNR-Einbußen durch GDR

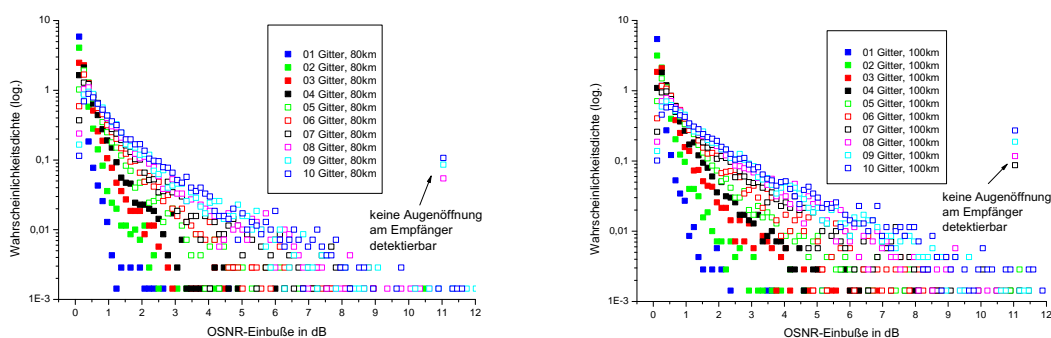


Abbildung 3.39. Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für die OSNR-Einbußen eines 112 GBits/s-Duobinär-Systems, das durch die Gruppenlaufzeitschwankungen einer Verkettung von FBGs gestört wird, wobei die Anzahl der verketteten Gitter und damit die Gesamtstreckenlänge variiert werden. Links: Verläufe für Gitter einer korrespondierenden Streckenabschnittslänge von 80 km. Rechts: Verläufe für Gitter einer korrespondierenden Streckenabschnittslänge von 100 km.

In diesem Abschnitt wird bestimmt, inwieweit sich eine durch Gruppenlaufzeitschwankungen induzierte Intersymbolinterferenz auf die Signalqualität verschiedener Modulationsformate mit Direktempfänger auswirkt. Zunächst wird ein 112 GBit/s-Duobinär-System betrachtet, dessen Systemparameter nach Tabelle 4 auf Seite 64 festgelegt werden. Die gesamte Streckenlänge und damit die Zahl der kaskadierten FBGs wird für die Gittertypen einer Streckenabschnittslänge von 80 und 100 km variiert. Die Gruppenlaufzeitschwankungen der Gitter der jeweiligen Verkettung von FBGs werden mit Hilfe des statistischen Modells bestimmt, wobei 5000 verschiedene Realisierungen ermittelt werden. Abbildung 3.39 zeigt die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen der resultierenden OSNR-Einbußen für beide Gittertypen für verschiedene Längen der Verkettung und verschiedene Anzahlen von kaskadierten Gittern. Erwartungsgemäß steigen die OSNR-Einbußen für eine größere Anzahl von verketteten FBGs an, da sich in diesem Fall die Gruppenlaufzeitschwankungen mehrerer Gitter konstruktiv und destruktiv überlagern können. Selbst für ein einzelnes Gitter treten bereits OSNR-Einbußen von über 1 dB bei Wahrscheinlichkeitsdichten  $> 10^{-3}$  auf.

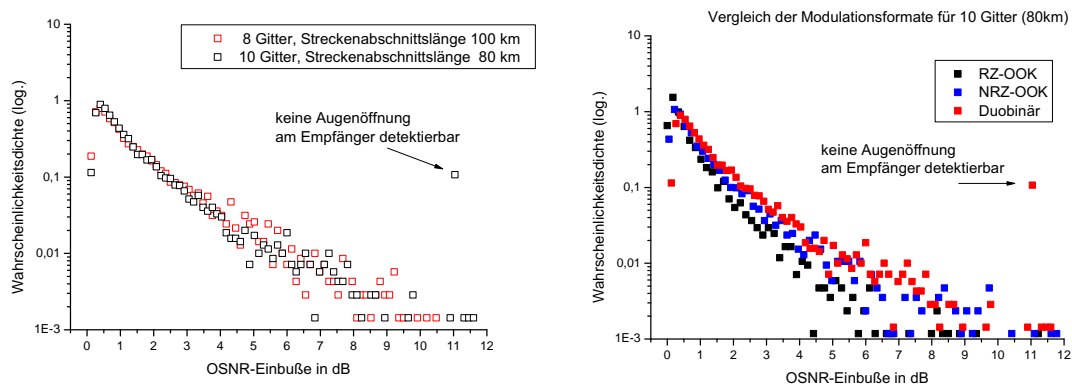


Abbildung 3.40. Links: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für die OSNR-Einbußen eines 112 GBit/s-Duobinär-Systems. Vergleich verschiedener Gittertypen für unterschiedliche Streckenabschnittslängen, aber identischer Gesamtlänge eines Systems von 800 km. Rechts: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der OSNR-Einbußen für verschiedene Modulationsformate bei Nutzung einer Verkettung von 10 Gittern mit einer Streckenabschnittslänge von 80 km.

Um die beiden Gittertypen besser miteinander vergleichen zu können, wird als gesamte Streckenlänge eine Distanz von 800 km gewählt. Entsprechend werden jeweils mit Hilfe des statistischen Modells 5000 Verkettungen von 10 Gittern (Streckenabschnittslänge 80 km) und 8 Gittern (Streckenabschnittslänge 100 km) zufällig ermittelt. Die resultierenden OSNR-Einbußen sind links in Abbildung 3.40 dargestellt. Für Fälle, bei denen keine Augenöffnung am Empfänger des Systems detektiert werden kann, wird eine generische OSNR-Einbuße von 11 dB angenommen; dies tritt für beide Gittertypen mit einer gleichen Wahrscheinlichkeitsdichte auf und ist in der Abbildung nicht zu erkennen, da beide Datenpunkte exakt übereinander liegen. Die Verläufe der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der OSNR-Einbußen ähneln einander stark. Dies entspricht den Erwartungen, da davon auszugehen ist, dass die bei der Gitterherstellung auftretenden stochastischen Einflüsse (vgl. Abschnitt 2.5.2) bei der Fertigung beider Gittertypen auftreten und auch von der Länge des zu schreibenden Gitters abhängig sind. Die mittlere OSNR-Einbuße für die Verkettung der Gitter mit der Streckenabschnittslänge von 80 km beträgt 1,41 dB, für eine Streckenabschnittslänge von 100 km sind es 1,34 dB. Im weiteren Verlauf der Arbeit werden nur noch die Gitter für eine Streckenabschnittslänge von 80 km betrachtet, da diese eine geringfügig höhere mittlere OSNR-Einbuße pro Länge des Streckenabschnitts aufweisen. Die minimale Ausfallwahrscheinlichkeit beträgt 1,68% entsprechend dem Auftreten aller Fälle, bei denen keine Augenöffnung am Empfänger detektiert werden kann.

Rechts in Abbildung 3.40 werden die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen der OSNR-Einbußen für verschiedene Modulationsformate miteinander verglichen. Es werden mit Hilfe des statistischen Modells 5000 verschiedene Realisierungen einer Kaskade von jeweils 10 FBGs und einer Streckenabschnittslän-

ge von 80 km simuliert. Alle Modulationsformate zeigen vergleichbare Kurven der OSNR-Einbußen; die mittlere OSNR-Einbuße beträgt 0,88 dB für das RZ-Format, 1,01 dB für das NRZ-Format und 1,41 dB für das Duobinär-Format. Die maximalen OSNR-Einbußen liegen jeweils deutlich oberhalb von 12 dB; oftmals kann für diese Fälle gar keine Augenöffnung am Empfänger des Systems mehr detektiert werden. Eine Nutzung von FBGs, die für ein 10 GBit/s-System entworfen wurden, für Systeme mit Datenraten von 112 GBit/s und mehr erscheint somit für alle untersuchten Modulationsformate ohne den Einsatz von Entzerrern nicht sinnvoll, da OSNR-Einbußen in der Größenordnung von mehreren Dezibel auch mit einer (verhältnismäßig) hohen Wahrscheinlichkeitsdichte von  $> 10^{-3}$  auftreten können.

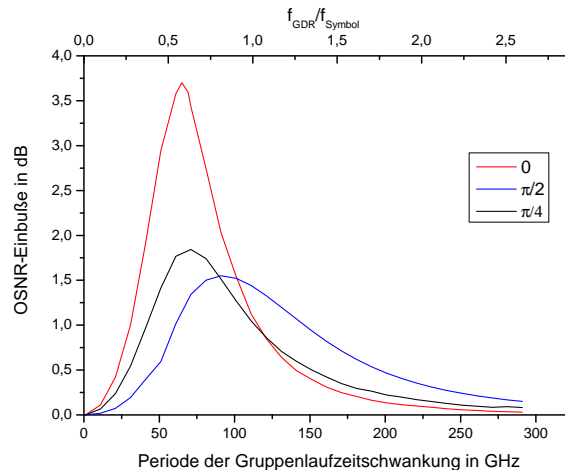


Abbildung 3.41. OSNR-Einbuße für ein 112 GBit/s-Duobinär-System, welches durch eine Gruppenlaufzeitschwankung mit einer festen Periode gestört wird in Abhängigkeit von der Periode der Gruppenlaufzeitschwankung und dem Phasenversatz. Die obere Skala gibt das jeweilige Verhältnis der Periode der Gruppenlaufzeitschwankungen  $f_{GDR}$  zur Symbolrate  $f_{Symbol}$  wieder.

Um zu verstehen, wann es zu hohen OSNR-Einbußen für eine Verkettung von mehreren FBGs kommt, wird eine Analyse der einzelnen Perioden der Gruppenlaufzeitschwankungen sowie des Phasenversatzes der jeweiligen Fourier-Komponenten durchgeführt. Dabei wird nach Gleichung (2.47) eine einzelne sinusförmige Gruppenlaufzeitschwankung mit vorgegebener Amplitude von 5 ps generiert, wobei die Periode der Gruppenlaufzeitschwankung und der Phasenversatz durchgeföhren werden.<sup>32</sup> Das Ergebnis dieser Simulationen ist für das Duobinär-Format mit einer Datenrate von 112 GBit/s und den in Tabelle 4 auf Seite 64 definierten Parametern in Abbildung 3.41 gezeigt und weist qualitativ eine hervorragende Übereinstimmung mit den Ergebnissen aus [154] auf, wo jedoch die Einbußen der Augenöffnung (engl.: Eye opening penalty, EOP) statt der OSNR-Einbußen bestimmt wurden. Es zeigt sich, dass sowohl die Periode der Gruppenlaufzeitschwankung als auch der Phasenversatz eine signifikante Auswirkung auf die resultierenden OSNR-Einbußen haben. Die stärksten OSNR-Einbußen treten für einen Phasenversatz von 0 rad auf; die Verläufe für einen Versatz von  $\pi/2$  und  $\pi/4$  weisen eine geringere Steigung auf, aber sind dafür über einen größeren Bereich der Periode des GDR ausgedehnt. Bei der Analyse der Maxima der Verläufe der OSNR-Einbußen fällt auf, dass diese im Bereich von 0,55 bis 0,75 des Verhältnisses der Periode des GDR zur Symbolrate liegen. Durch die sinusförmige Gruppenlaufzeitschwankung entstehen so genannte „Echo-Impulse“ [154], die relativ zum Abtastzeitpunkt eines Impulses temporal gesehen sowohl vor als auch nach dem Impuls entstehen. Für das obige Verhältnis von  $f_{GDR}$  zu  $f_{Symbol}$  laufen die Echo-Impulse eines Duobinär-Formats genau in den vorherigen, bzw. nachfolgenden Abtastzeitpunkt des vorherigen/nächsten Symbols. Die Intersymbolinterferenz ist dann am stärksten ausgeprägt und resultiert in einer hohen OSNR-Einbuße. Bei den Modulationsformaten NRZ-OOK und RZ-OOK liegt der Bereich der höchsten OSNR-Einbuße im Bereich von etwa 1 dB (hier nicht gezeigt), da es sich im Gegensatz zum Duobinär-Format um zweistufige Modulationsformate handelt: Wird ein Echo-Impuls um

<sup>32</sup>Die Wahl der Amplitude von 5 ps erfolgt, damit die OSNR-Einbuße des Systems in einem Rahmen liegt, der für alle Perioden der Gruppenlaufzeitschwankungen zu einer messbaren Augenöffnung führt.

genau eine Symboldauer zeitlich versetzt erzeugt, überlagern sich die Symbole zum Abtastzeitpunkt der Symbolmitte maximal, was insbesondere bei einer „01“ oder „10“-Symbolfolge zu einem Symbolfehler führen kann.

Diese Auswirkung des GDR erklärt im Zusammenhang mit Abbildung 3.35 auch, warum die FBGs bei einer Datenrate von 112 GBit/s in verhältnismäßig hohen OSNR-Einbußen resultieren: Bei einer Schwankungsperiode von 100 GHz weisen die Gitter sowohl für den mittleren als auch den maximalen Betrag der Fouriertransformierten des GDR die höchsten Werte auf. Diese wirken sich dann bei einem 112 GBit/s-System entsprechend stark aus. Falls der Herstellungsprozess der Gitter gezielt optimiert werden kann, um diese Schwankungsperiode zu unterdrücken, ist zu erwarten, dass die damit hergestellten Gitter auch in einem 112 GBit/s-System deutlich niedrigere OSNR-Einbußen verursachen werden. Diese Erkenntnis bietet weiterhin einen wichtigen Ansatzpunkt, um auftretende Gruppenlaufzeitschwankungen mit einer „Nachschlagetabelle“, ähnlich wie in Abschnitt 3.3.6 beschrieben, zu entzerren. Dies wird im folgenden Abschnitt im Detail betrachtet.

### 3.5.4. Entzerrung von durch GDR gestörten Signalen

In diesem Abschnitt wird untersucht, inwieweit sich die durch GDR auftretende Intersymbolinterferenz mit Hilfe von optischen Entzerrern reduzieren lässt; dem Simulationsaufbau wird ein entsprechender optischer Entzerrer hinzugefügt. Es wird ein Duobinär-System mit einer Datenrate von 112 GBit/s mit einem Direktempfänger betrachtet, wobei die Systemparameter wiederum durch Tabelle 4 vorgegeben werden.

Es wird eine Verkettung von 10 FBGs simuliert (80 km Streckenabschnitte, entsprechend einer Gesamtsystemlänge von 800 km), deren Eigenschaften mit Hilfe des statistischen Emulatormodells bestimmt werden für insgesamt 5000 verschiedene Ausprägungen der Verkettung. Zur Entzerrung des Signals in der optischen Ebene wird ein FIR-Filter eingesetzt, das über eine Auflösung von 1 Filterkoeffizienten pro Symbol und eine Gesamtanzahl von 11 Koeffizienten verfügt. Als Optimierungsalgorithmus wird der Trust-Region / Levenberg-Marquardt Optimierer in der MATLAB<sup>®</sup>-Implementierung mit einer variablen Schrittweite und Anzahl an Iterationen verwendet. Auf die Präsentation von Simulationsergebnissen für das NRZ- und RZ-Format sowie auf den Einsatz von anderen Optimierungsmethoden wie dem Random Walk und dem PSO muss aus Platzgründen an dieser Stelle verzichtet werden. Es sei aber darauf hingewiesen, dass sich vergleichbare Ergebnisse auch für die anderen Modulationsformate und für andere Optimierer erreichen lassen.

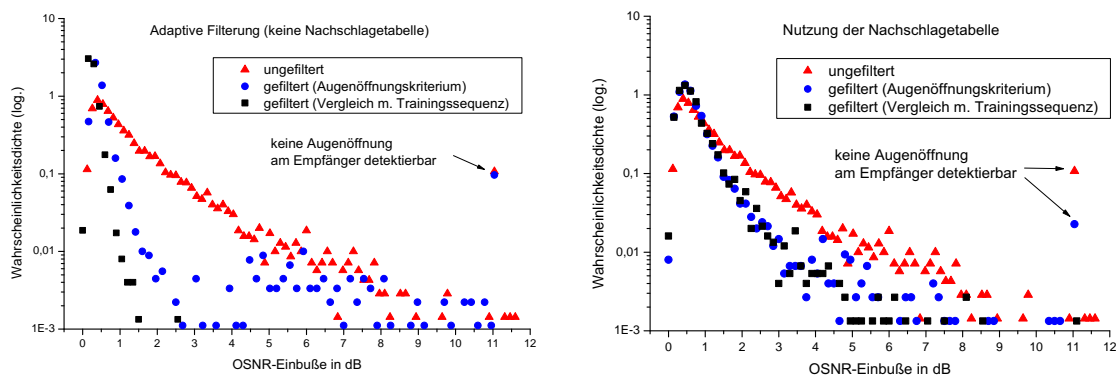


Abbildung 3.42. Vergleich zweier Optimierungskriterien zur Entzerrung eines durch Gruppenlaufzeitschwankungen gestörten 112 GBit/s-Duobinär-Signals mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der OSNR-Einbuße. Links: Entzerrung mit Hilfe eines adaptiven FIR-Filters. Rechts: Entzerrung durch Nutzung einer Nachschlagetabelle; keine adaptive Anpassung der Filterkoeffizienten.

Links in Abbildung 3.42 ist die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der OSNR-Einbuße für dieses System mit und ohne optische Filterung dargestellt. Dabei werden zwei verschiedene Rückkopplungskriterien



eingesetzt, um den Optimierungsalgorithmus anzusteuern: Das erste Rückkopplungskriterium wird analog zu Gleichung (3.19) bestimmt und vergleicht die Ähnlichkeit einer bekannten Trainingssequenz mit dem empfangenen und entzerrten Signal. Das zweite Rückkopplungskriterium basiert auf der Bestimmung der Differenz zwischen der Größe der Augenöffnung eines unverzerrten und verzerrten Signals am Empfänger des Systems.

Für das ungefilterte Signal ergibt sich ein mit Abbildung 3.40 identischer Kurvenverlauf; für den Fall, dass keine Augenöffnung am Empfänger detektiert werden kann, wird eine generische OSNR-Einbuße von 11 dB angenommen. Die minimale Ausfallwahrscheinlichkeit für den Fall ohne Filterung beträgt 3,88%. Die durchschnittliche OSNR-Einbuße beträgt 1,41 dB. Ein Vergleich der beiden Optimierungskriterien zeigt, dass sich durch einen Vergleich des verzerrten Signals mit einer Trainingssequenz deutlich niedrigere maximale und mittlere OSNR-Einbußen erzielen lassen als durch einen Vergleich der Größe der Augenöffnungen. Die maximale OSNR-Einbuße beträgt 2,5 dB, während bei der Nutzung des Augenöffnungskriteriums Fälle auftreten, bei denen keine Augenöffnung am Empfänger detektiert werden kann; der Optimierer konvergiert nur in 98,26% aller Fälle, wodurch eine minimale Ausfallwahrscheinlichkeit von 1,74% resultiert. Durch Nutzung der Trainingssequenz lässt sich die mittlere OSNR-Einbuße gegenüber der Nutzung des Augenöffnungskriteriums von 0,49 dB auf 0,25 dB senken und die Konvergenzrate beträgt 100%.

Da sich einzelne Periodenwerte der Gruppenlaufzeitschwankungen besonders negativ auf die Signalqualität auswirken können, wie im vorherigen Abschnitt gezeigt wurde, soll nun untersucht werden, ob eine gezielte Entzerrung von diesen Perioden der Gruppenlaufzeitschwankungen bereits zu einer Reduktion der auftretenden OSNR-Einbußen führt. Dazu wird zunächst eine dritte Form eines GDR-Emulators verwendet, die nach Gleichung (2.47) lediglich eine Gruppenlaufzeitschwankung für eine einzelne Periode oder eine Kombination von bis zu drei Schwankungsperioden erzeugt. Das Signal wird nun mit Hilfe eines FIR-Filters (11 Filterkoeffizienten bei einer Auflösung von 1 Koeffizienten pro Symbol) entzerrt. Der dabei gewonnene Koeffizientensatz wird in einer Nachschlagetabelle abgelegt. Insgesamt werden die Kombinationen der drei Schwankungsperioden 25, 50 und 100 GHz und Amplituden von 0, 2, 4, 6, 8 und 10 ps gebildet, wobei für jede Amplitude jeweils drei Werte des Phasenversatzes von 0,  $\pi/2$  und  $3\pi/2$  generiert werden. Dies resultiert in insgesamt  $18^3 = 5832$  Einträgen für die Nachschlagetabelle. Rechts in Abbildung 3.42 finden sich die Simulationsergebnisse, bei denen keine adaptive Einstellung des Filters vorgenommen wird. Es werden lediglich sukzessive alle Einträge der Nachschlagetabelle geprüft und die Koeffizienten mit dem jeweils besten zugehörigen Gütekriterium werden ausgewählt. Der Verlauf der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion ähnelt dem Verlauf für das adaptive Filter, aber für beide Kriterien treten höhere mittlere OSNR-Einbußen von 0,72 dB (Vergleich mit Trainingssequenz) und 0,74 dB (Augenöffnungskriterium) auf. Dass sich die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen für beide Kriterien stark ähneln, entspricht den Erwartungen, da bei diesem Verfahren kein Optimierer zum Einsatz kommt und (zumindest näherungsweise) beide Kriterien bei demselben Koeffizientensatz aus der Nachschlagetabelle das jeweilige Optimum liefern sollten. Trotzdem ist anzumerken, dass bei Nutzung des Augenöffnungskriteriums deutlich häufiger Fälle auftreten, bei denen keine Augenöffnung am Empfänger detektiert werden kann.

Links in Abbildung 3.43 sind die Ergebnisse für eine Kombination beider Verfahren dargestellt: Zunächst wird mit Hilfe der Nachschlagetabelle der beste Satz an Filterkoeffizienten gesucht, mit dem das Filter initialisiert wird. Danach erfolgt die Adaption der Filterkoeffizienten mit Hilfe des Trust-Region Optimierers. Bei Nutzung des Augenöffnungskriteriums kann durch dieses Vorgehen die mittlere OSNR-Einbuße von 0,49 auf 0,42 dB reduziert werden und die Konvergenzrate erhöht sich auf 99,62%. Bei Nutzung einer Trainingssequenz steigt die mittlere OSNR-Einbuße sogar leicht von 0,25 auf 0,28 dB an, aber die maximale OSNR-Einbuße kann von 2,5 dB auf unter 1,5 dB reduziert werden bei einer Wahrscheinlichkeitsdichte von  $10^{-3}$ . Der leichte Anstieg der mittleren OSNR-Einbuße ist dadurch erklärbar, dass die Startbedingung für die Filterkoeffizienten bei Nutzung der Nachschlagetabelle unter Umständen nicht ideal für den jeweiligen Optimierer ist. Dies kann dann auftreten, wenn sowohl die Neutralstellung des Filters als auch der Koeffizientensatz aus der Nachschlagetabelle *bei der Initialisierung* dieselben

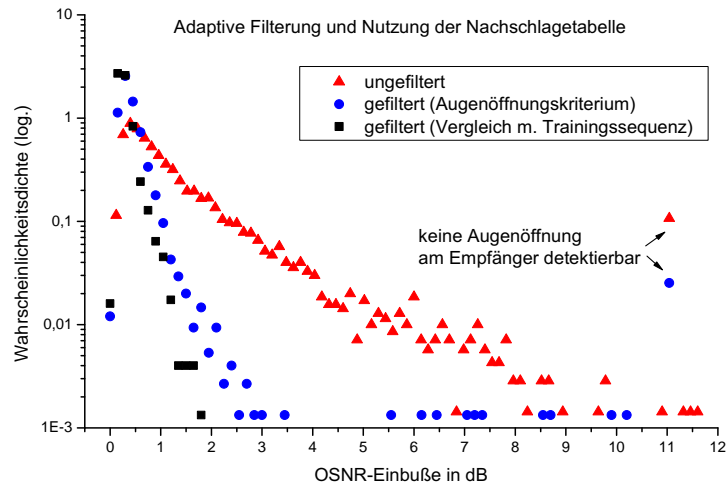


Abbildung 3.43. Wie in Abbildung 3.42, aber für ein adaptives Filter, das mit Hilfe einer Nachschlagetabelle initialisiert wird.

OSNR-Einbußen aufweisen. In diesem Fall wird immer der Koeffizientensatz der Nachschlagetabelle verwendet. Für diesen Fall kann die Startbedingung für das Konvergenzverfahren des Optimierers jedoch ungünstiger sein als für die Neutralstellung.

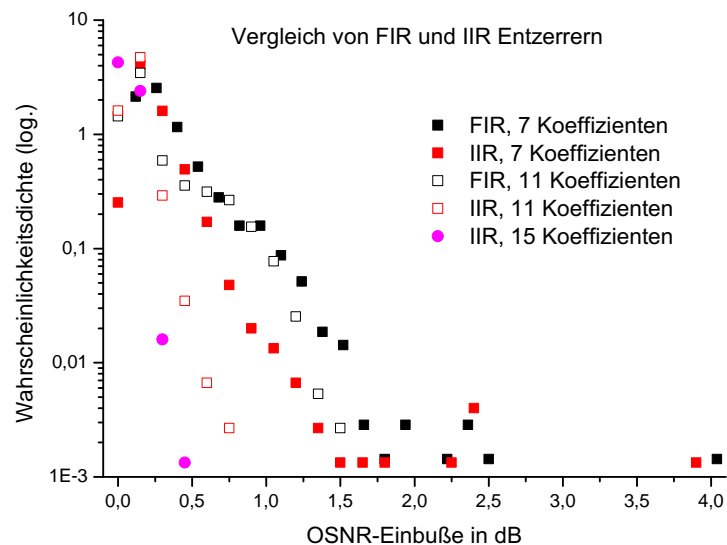


Abbildung 3.44. Vergleich der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen der OSNR-Einbuße nach Entzerrung mit Hilfe von FIR- und IIR-Filterstrukturen. Der Bereich einer OSNR-Einbuße von 0 bis 4,1 dB ist der Übersichtlichkeit halber vergrößert dargestellt worden; für keine der enthaltenen Filtereinstellungen treten OSNR-Einbußen von mehr als 4,1 dB auf. Für die Bestimmung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen werden mit Hilfe des statistischen Emulatormodells jeweils 5000 verschiedene Realisierungen einer Kaskade von FBGs generiert, die für alle Filtertypen identisch sind.

Abschließend in diesem Kapitel erfolgt ein Vergleich verschiedener Filterstrukturen. Bisher wurden in dieser Arbeit ausschließlich FIR-Filterstrukturen betrachtet. Sie haben den Vorteil, dass sie immer eine kausale Impulsantwort generieren (vgl. Abschnitt 2.7.2) und ihre Implementierung in Programmcode weniger komplex ist. IIR-Filterstrukturen haben hingegen den Vorteil, dass sie auch eine Rückkopplung des Signals erlauben (vgl. 2.7.3). Dadurch lassen sich potentiell mit weniger Filterkoeffizienten Störeffekte einer bestimmten Gedächtnislänge entzerren, wodurch Koeffizienten eingespart werden können. Ein Nachteil der IIR-Filter ist neben dem möglichen Auftreten von Stabilitätsproblemen, dass eine Nutzung

der IIR-Filterung für den in Abschnitt 2.7.4 und 2.8.6 formulierten Ansatz der Matrix-Inversion nicht möglich ist, da die Rückkopplung nicht in der zu invertierenden Matrix abgebildet werden kann. Eine Realisierungsmöglichkeit einer IIR-Filterstruktur in Hardware wurde in [177] und [175] vorgestellt.

Um quantifizieren zu können, inwieweit sich die Leistungsfähigkeit von FIR- und IIR-Filtern in Bezug auf die OSNR-Einbuße nach einer optischen Filterung unterscheidet, werden die Filter mit einer unterschiedlichen Anzahl an Koeffizienten miteinander verglichen. Als Grundlage dient das obige System eines 112 GBit/s-Duobinär-Systems mit Direktempfänger, das durch eine Verkettung von 10 FBGs, deren Eigenschaften durch das statistische Emulatormodell zufällig bestimmt werden, durch Gruppenlaufzeitschwankungen gestört wird. Dabei wird sichergestellt, dass beide Filtertypen jeweils *dieselben* Störungen entzerren, um einen direkten Vergleich vornehmen zu können. Die Zahl der Filterkoeffizienten wird jeweils von 7 bis 15 variiert; die Auflösung der Filter bleibt mit einem Koeffizienten pro Symbol fest. Als Optimierer wird die MATLAB<sup>®</sup>-Implementierung des Trust-Region / Levenberg-Marquardt-Optimierers verwendet.<sup>33</sup>

Die Ergebnisse der Simulationen sind in Abbildung 3.44 zu sehen. Mit Hilfe des IIR-Filters lassen sich bei identischer Anzahl an Koeffizienten im Vergleich zum FIR-Filter geringere mittlere und maximale OSNR-Einbußen erreichen: Für 7 Koeffizienten erreicht der IIR-Filter bei einer Wahrscheinlichkeitsdichte von  $10^{-3}$  eine mittlere und maximale OSNR-Einbuße von 0,21 dB und 3,9 dB. Der FIR-Filter liefert 0,29 dB und 4,04 dB. Noch deutlicher wird der Unterschied für jeweils 11 Koeffizienten: Hier lassen sich mit dem IIR-Filter 0,10 dB und 0,75 dB erreichen, wohingegen der FIR-Filter nur 0,21 dB und 1,5 dB erreicht. Für den Einsatz von 15 Filterkoeffizienten lassen sich die Werte sogar auf 0,06 dB und 0,45 dB reduzieren. Die Vermutung, dass sich mit Hilfe des IIR-Filters auch Koeffizienten einsparen lassen, ohne die Leistungsfähigkeit zu reduzieren, kann als bestätigt angesehen werden: Bereits mit 7 IIR-Koeffizienten lässt sich dieselbe durchschnittliche OSNR-Einbuße erzielen, wie für ein FIR-Filter mit 11 Koeffizienten. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass sich FBGs, die ursprünglich für 10 GBit/s-Systeme entworfen wurden, mit Hilfe optischer FIR oder IIR-Filterung auch in 112 GBit/s-Systemen bei mittleren OSNR-Einbußen von weniger als 0,1 dB nutzen lassen.

---

<sup>33</sup>Für das FIR-Filter können aufgrund der hohen Rechenzeit und der großen Anzahl von 5000 Iterationen nur maximal 11 Filterkoeffizienten verwendet werden, da es sonst während der Simulation zu Thread-Synchronisierungsproblemen zwischen der MATLAB<sup>®</sup>-Schnittstelle und der Simulationssoftware PHOTOSS kommt.

### 3.6. Mehrkernfaser-System mit Übersprechen

Wie in Abschnitt 1 beschrieben, bietet räumliches Multiplexing mit der Nutzung von Mehrkernfasersystemen eine interessante Möglichkeit, höhere Übertragungsraten „pro Faser“ zu erreichen. Dieser Abschnitt beschäftigt sich mit der Quantifizierung und Reduktion der OSNR-Einbußen, die in Systemen mit räumlichem Multiplexing durch ein kohärentes Übersprechen zwischen den einzelnen Kanälen auftreten können. Dabei werden Mehrkern-Fasersysteme mit zwei und mit sieben Kernen betrachtet, in denen jeweils ein Modus ausbreitungsfähig ist. Die zur Entzerrung des Übersprechens verwendeten optischen Filterstrukturen und die zur Bestimmung der Filterkoeffizienten verwendeten Optimierungsalgorithmen sowie Rückkopplungskriterien können auch für Mehrmoden-Systeme oder eine Kombination von Mehrkern- und Mehrmoden-Systemen verwendet werden. Bei allen in diesem Abschnitt betrachteten Systemen wird davon ausgegangen, dass ein kohärenter Empfänger vorliegt und somit die Amplituden- und Phaseninformation des eingehenden optischen Signals am Empfänger bekannt ist. Außerdem bietet es sich in diesem Fall an, Polarisationsmultiplexing zu verwenden, um die gesamte Datenrate eines solchen Systems im Vergleich zu einem System ohne Polarisationsmultiplexing zu verdoppeln. Der optische MIMO-Entzerrer mit der in 2.7.4 beschriebenen Schmetterlingsstruktur bietet die Möglichkeit, auch polarisationsaufgelöst zu arbeiten (vgl. [177]). Die grundlegende Funktionsweise des Filters und die zur Bestimmung der Filterkoeffizienten nötige Methodik ändert sich nur dahin gehend, dass (im Falle von Systemen, die mit einer Trainingssequenz arbeiten) das Rückkopplungskriterium für den Entzerrer jeweils für *alle* Empfänger bekannt ist, wodurch sich die individuellen Strukturen des Schmetterlingsentzerrers einzeln ansteuern lassen.

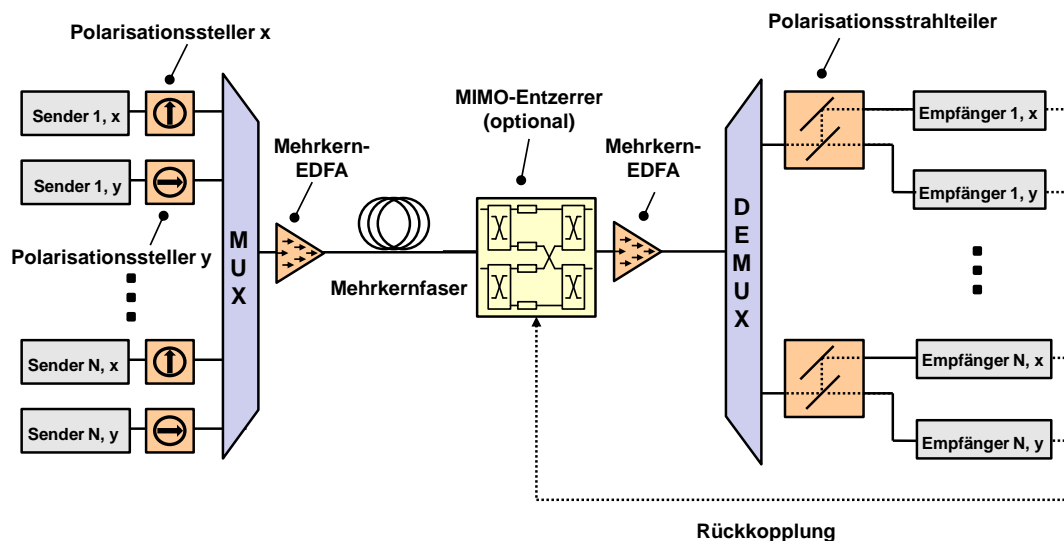


Abbildung 3.45. Schematischer Aufbau eines optischen Übertragungssystems mit räumlichem Multiplexing. Es wird eine Mehrkernfaser mit  $N$  Kernen verwendet. Weiterhin wird auch Polarisationsmultiplexing verwendet, so dass insgesamt  $2N$  Kanäle pro Wellenlänge übertragen werden können. Die beiden zueinander orthogonalen Polarisationen beider Kanäle einer Zentralfrequenz seien mit  $x$  und  $y$  bezeichnet und werden als linear vertikal, bzw. linear horizontal polarisiert angenommen.

Der Simulationsaufbau für ein Mehrkern-Fasersystem mit Polarisationsmultiplexing ist in Abbildung 3.45 dargestellt. Für eine Faser mit  $N$  Kernen werden für das PolMux-System insgesamt  $2N$  Sender und Empfänger pro Wellenlänge benötigt. Alle  $2N$  Signale werden nach den Sendekomponenten in eine Mehrkernfaser mit Hilfe eines Multiplexers eingekoppelt. Eine Verstärkung der Signale erfolgt durch einen Mehrkern-EDFA. Am Empfänger werden die einzelnen Kanäle aus der Mehrkernfaser ausgekoppelt und dann in den DSP-Komponenten weiterverarbeitet. Optional kann ein polarisationsauflösender MIMO-Entzerrer in der optischen Ebene verwendet werden, um das optische Signal zu entzerrern. Der Mehrkern-EDFA vor dem Empfänger dient dazu, den gewünschten OSNR einzustellen und die

OSNR-Einbußen durch Störungen bei einer Bitfehlerquote von  $10^{-3}$  zu bestimmen. Die Simulation einer Mehrkernfaser erfolgt durch eine Modellierung über einzelne Fasern mit jeweils einem Kern; die Interaktion zwischen den Kernen wird nach einer vorher definierten Länge mit Hilfe des in Abschnitt 2.6 beschriebenen Übersprech-Emulators durchgeführt. Eine sonstige Interaktion zwischen den Signalen der verschiedenen Faserkerne erfolgt *nicht*. Die Mehrkern-EDFAs werden entsprechend als „normale“ Einmoden-EDFAs modelliert, die jeweils das Signal einer Einkernfaser verstärken.

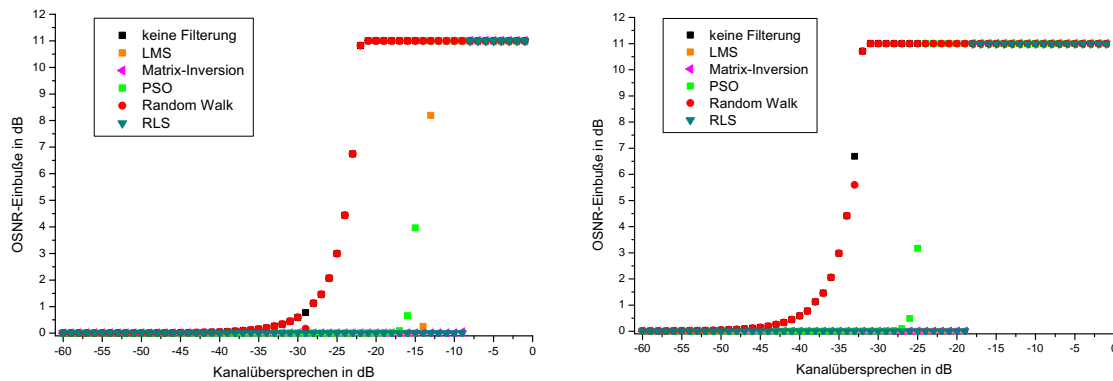


Abbildung 3.46. OSNR-Einbuße für ein 112 GBit/s-PolMux-System mit duobinärem Modulationsformat in Abhängigkeit vom Übersprechen zwischen den Kernen einer MCF mit zwei Kernen für eine Gesamtlänge von 100 km (links) und 1000 km (rechts).

Zunächst wird ein Duobinär-System mit einer Datenrate von 112 GBit/s betrachtet, wobei die Systemparameter wie in Tabelle 4 auf Seite 64 gewählt werden. Es wird jeweils ein System mit einem Streckenabschnitt und einer Faserlänge von 100 km sowie zehn Streckenabschnitten und einer Faserlänge von 1000 km mit zwei und sieben Faserkernen simuliert. Dabei wird angenommen, dass die Mehrkernfasern in Abständen von 2 km über Spleißstellen verfügen, an denen ein Übersprechen mit Hilfe des Übersprech-Emulators zwischen den einzelnen Faserkernen induziert wird. Die Stärke des kohärenten Übersprechens kann dabei im Emulator über den Faktor  $c_{i,j}$  nach Gleichung (2.40) vorgegeben werden, um so den sehr weiten Bereich der Übersprechwerte der Leistung im Bereich von -60 bis -17 dB, der in der Literatur angegeben wird, durchfahren zu können. In den folgenden Abbildungen wird der Faktor  $c_{i,j}$  in dB angegeben; das negative Vorzeichen wird verwendet, um zu kennzeichnen, dass vom ursprünglichen Kanal ein Übersprechen von  $x$  dB in den oder die übrigen Kanäle stattfindet.

Für die Entzerrung der durch Übersprechen gestörten Kanäle wird ein MIMO-Entzerrer verwendet, der (pro Arm der Schmetterlingsstruktur) über drei Filterkoeffizienten und eine Auflösung von 2 Filterkoeffizienten pro Symbol verfügt, da sich diese Kombination empirisch als ideal im Hinblick auf minimale OSNR-Einbußen erwiesen hat. Diese Konfiguration resultiert für ein System mit  $2N$  Kanälen in einer Gesamtanzahl von  $2N \times 2N \times 3$  komplexen Filterkoeffizienten. Die Bestimmung der Koeffizienten erfolgt mit Hilfe der in Abschnitt 2.8 beschriebenen Optimierungsalgorithmen. Ähnlich wie in Abschnitt 3.4 auf Seite 100 beschrieben, muss auch hier berücksichtigt werden, dass der Entzerrer als passives Bauteil arbeitet und keine Verstärkung der optischen Signale vornehmen kann.

Die Simulationsergebnisse für eine MCF mit zwei Kernen sind in Abbildung 3.46 dargestellt. Hierbei werden aus Gründen der Übersichtlichkeit nur die Ergebnisse für den Kanal in x-Polarisationsrichtung von Faserkern 1 gezeigt. Die Ergebnisse für die y-Polarisationsrichtung sowie für die beiden Kanäle von Faserkern 2 sind in allen Fällen vergleichbar. Für den Fall, dass keine optische Entzerrung vorgenommen wird, ergeben sich bereits bei einem Übersprechwert von -25 dB (100 km), bzw. -35 dB (1000 km) so starke Signalverzerrungen, dass keine Augenöffnung am Empfänger mehr detektiert werden kann. Mit Hilfe des RLS-Optimierers und der Matrix-Inversion gelingt hingegen eine perfekte Entzerrung des durch Übersprechen gestörten Signals und es verbleiben keinerlei restliche OSNR-Einbußen bis hin zu Übersprechwerten von -8, bzw. -18 dB. Auch der LMS-Optimierer zeigt sehr gute Ergebnisse (die Verläufe der OSNR-Einbußen liegen für diese Optimierer so dicht beisammen, dass dies in Abbildung 3.46

nur schwer erkennbar ist). Auf einen Einsatz des Trust-Region-Optimierers wird aufgrund seiner extrem langen Laufzeit und seiner in den vorherigen Abschnitten gezeigten eher mittelmäßigen Ergebnisse in Bezug auf eine Reduktion der OSNR-Einbußen verzichtet. Bei einem noch stärkeren Übersprechen ist das Signal so stark gestört, dass die Optimierer nicht mehr konvergieren und keine Lösung des MIMO-Gleichungssystems gefunden werden kann, bei der das Übersprechen entzerrt wird. Eine mögliche Ursache für dieses Verhalten kann das verwendete Gütekriterium nach Gleichung (3.21) sein, mit dem die Optimierer adaptiert werden: Bei einer extrem starken Signalstörung kann es vorkommen, dass das Fehlerkriterium selbst für unterschiedliche Einstellungen der Optimierer nahezu identische Werte zurück liefert. Dadurch ist es keinem der verwendeten deterministischen Optimierer möglich, eine „Vorzugsrichtung“ zu finden, unter deren Verwendung sich Konvergenz erzielen lässt. Dieses Problem sollte bei stochastischen Optimierern wie dem PSO und dem Random Walk nicht auftreten (sofern die entsprechenden Randbedingungen korrekt gewählt werden), allerdings tritt dafür ein anderes Problem auf: Dadurch, dass die Stärke des Übersprechens dem Optimierer nicht a priori bekannt ist (zumindest, wenn keine Nachschlagetabellen verwendet werden), müssen die Randbedingungen der stochastischen Optimierer sehr breit gewählt werden, wenn auch eine Entzerrung für ein starkes Übersprechen gewünscht wird. Je größer der Parameterbereich wird, desto schwieriger wird es jedoch für stochastische Optimierer, „zufällig“ den korrekten Teilbereich des Parameterraumes zu treffen, in dem eine sinnvolle Lösung existiert, die zu einer Reduktion der OSNR-Einbußen führt. Anhand von Abbildung 3.46 lässt sich erkennen, dass dies für den Random Walk-Optimierer im Vergleich zum PSO ein besonders großes Problem darstellt: Lediglich für einen Übersprechwert von  $-28$  dB gelingt es dem Optimierer überhaupt, eine Reduktion der OSNR-Einbußen zu erzielen. Für alle anderen Übersprechwerte wird keine Konvergenz des Optimierers erreicht und der Entzerrer verbleibt stattdessen in „Neutralstellung“, weshalb die Kurve der OSNR-Einbußen des Random Walk über weite Teile des Diagramms identisch mit derjenigen des ungefilterten Signals ist. Die Tatsache, dass der PSO etwas bessere Ergebnisse erzielt, entspricht den Erwartungen, da insgesamt 20 Partikel verwendet werden, was in einer um Faktor 20 höheren Wahrscheinlichkeit resultiert, dass ein Optimum gefunden werden kann.

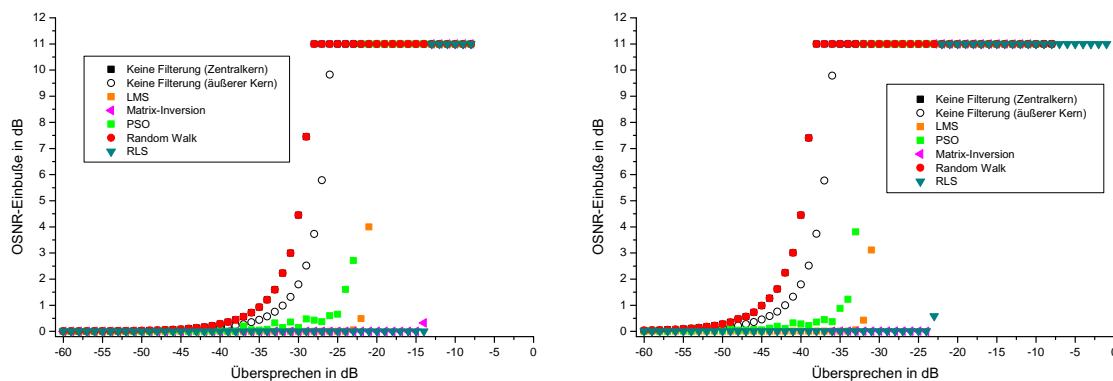


Abbildung 3.47. Wie Abbildung 3.46, aber für eine MCF mit sieben Kernen für eine Gesamtlänge von 100 km (links) und 1000 km (rechts).

Die Simulationsergebnisse für eine MCF mit sieben Kernen sind in Abbildung 3.47 aufgeführt. Bei der Emulation des Übersprechens wird davon ausgegangen, dass die MCF eine vollständig symmetrische Struktur aufweist: Alle sechs äußeren Kerne haben denselben Abstand zum Zentralkern und zu ihren Nachbarkanälen. Es werden nur Wechselwirkungen direkt nebeneinander liegender Kanäle berücksichtigt (vgl. Abschnitt 2.6).

Alle Ergebnisse werden für den Zentralkern der Faser angegeben (für die  $x$ -Polarisationsachse). Zum Vergleich ist auch die OSNR-Einbuße für einen der äußeren Kanäle in Abhängigkeit von der Stärke des Übersprechens für den Fall ohne Filterung mit angegeben. Die Kurve der OSNR-Einbußen ist um 3 dB nach rechts verschoben. Dies entspricht exakt den Erwartungen, da die äußeren Kerne nur ein übersprechendes Signal von drei Kanälen erhalten (von zwei äußeren Nachbarkanälen und vom Zentralkanal); der

Zentralkanal erhält hingegen übersprechende Signale von allen sechs äußeren Kernen und damit (unter der Voraussetzung, dass die Stärke des Übersprechens für alle Kanäle identisch ist) genau den doppelten Anteil des Übersprechens. Bei Nutzung eines optischen Entzerrers können die auftretenden OSNR-Einbußen signifikant reduziert werden: Die besten Ergebnisse lassen sich mit dem RLS-Algorithmus und der Matrix-Inversion erreichen, die ein Übersprechen bis zu einer Stärke von -15, bzw. -24 dB pro Spleiß vollständig entzerren können. Die Ergebnisse der übrigen Optimierer sind mit denen aus Abbildung 3.46 vergleichbar.

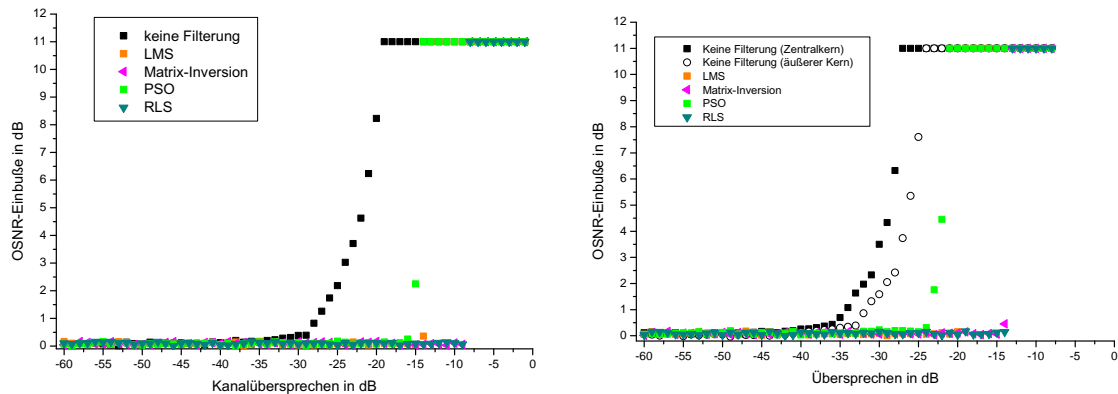


Abbildung 3.48. OSNR-Einbuße für ein 112 Gbit/s-PolMux-System mit NRZ-QPSK-Modulationsformat in Abhängigkeit vom Übersprechen zwischen den Kernen MCF mit zwei Kernen (links) und sieben Kernen (rechts) für eine Gesamtlänge von 100 km.

Zum Abschluss dieses Kapitels soll der Verlauf der OSNR-Einbußen für das Modulationsformat NRZ-QPSK untersucht werden; Ergebnisse für das NRZ-OOK-Format werden an dieser Stelle aus Platzgründen nicht aufgeführt. Diese sind jedoch im Rahmen dieser Dissertation in [23, 24, 29] veröffentlicht worden und sind mit den hier gezeigten Ergebnissen für das Duobinär-Format in Bezug auf die auftretenden OSNR-Einbußen und die Leistungsfähigkeit der eingesetzten Optimierungsalgorithmen vergleichbar. Die Parameter für das NRZ-QPSK-System werden nach Tabelle 5 auf Seite 69 gewählt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 3.48 für eine MCF mit zwei und sieben Kernen gezeigt, wobei das numerische Rauschmodell verwendet wird. Auf die Nutzung des Random Walk-Optimierers wird verzichtet, da sich sein Konvergenzverhalten als ungenügend erwiesen hat.

Ohne eine optische Entzerrung treten auch für das QPSK-Format ab einer Stärke des Übersprechens von -22, bzw. -30 dB bereits so starke Signalverzerrungen auf, dass eine Bestimmung der OSNR-Einbußen nicht mehr möglich ist, weshalb an dieser Stelle der generische Wert von 11 dB verwendet wird. Bei Verwendung des optischen Entzerrers lässt sich unter Einsatz des RLS-Algorithmus oder der Matrix-Inversion ein Übersprechen von bis zu -8 dB, bzw. -15 dB vollständig entzerren. Die Schwankungen der verbleibenden OSNR-Einbußen um den Nullpunkt sind in der Verwendung des numerischen Rauschmodells begründet.

### 3.7. Systeme mit Übersprechen und PMD

In allen vorherigen Abschnitten wurden die Störeffekte der PMD und des Übersprechens zwischen Kernen einer Mehrkernfaser nur getrennt voneinander betrachtet. In einem realen System ist jedoch zu erwarten, dass beide Effekte gleichzeitig auftreten und miteinander interagieren. Durch die Wechselwirkung von PMD und Übersprechen kann es zu Signalstörungen kommen, die bei einer getrennten Betrachtung der beiden Störeffekte nicht auftreten. Dies lässt sich an einem einfachen Beispiel erläutern:

Zunächst wird wie im vorherigen Abschnitt angenommen, dass sich eine MCF analog zu einer SMF über eine Verkettung von Segmenten mit einer bestimmten Länge modellieren lässt, die an ihrem Ende mit dem nächsten Segment verspleißt sind. Am Ende jeder Spleißstelle findet ein Übersprechen zwischen al-

len Faserkernen der MCF statt, das mit Hilfe des in Abschnitt 2.6 beschriebenen Emulators erzeugt wird. Der Emulator erzeugt kein Übersprechen zwischen Signalen unterschiedlicher Polarisation verschiedener Kerne (also zum Beispiel ein Übersprechen von einem in x-Richtung polarisierten Signal von Kanal 1 auf ein in y-Richtung polarisiertes Signal von Kanal 2).

Zusätzlich enthält ein Spleißabschnitt nun auch ein oder mehrere doppelbrechende Elemente pro Kern mit einer zufälligen Ausrichtung - dieses Vorgehen ist analog zu dem in Abschnitt 3.3.5 beschriebenen System mit reiner PMD. Dadurch ändert sich die Polarisation für jeden der MCF-Kerne unabhängig von den übrigen Kernen und es kann vorkommen, dass ein Übersprechen auch zwischen in x- und y-Richtung polarisierten Signalen verschiedener Kerne auftritt. Zwar sollte es theoretisch auch möglich sein, ein solches Übersprechen zwischen Kernen *und* Signalen unterschiedlicher Polarisation mit Hilfe eines MIMO-Entzerrers zu reduzieren oder sogar vollständig zu entzerren; solche Systeme wurden jedoch bisher in der Literatur nicht eingehend untersucht, was an dieser Stelle nachgeholt werden soll.

Der Simulationsaufbau wird für die folgenden Untersuchungen im Vergleich zur Abbildung 3.45 leicht modifiziert: Ein Streckenabschnitt einer MCF mit zwei Kernen mit einer Gesamtlänge von 100 km wird in 50 Segmente mit einer Länge von jeweils 2 km aufgeteilt. Jedes dieser Segmente besteht aus einem Emulator für das kohärente Übersprechen zwischen den Faserkernen und zwei doppelbrechenden Elementen pro Faserkern mit einer zufälligen Orientierung und einer DGD von 1 ps pro Element. Dies entspricht einer Verkettung von insgesamt 100 doppelbrechenden Elementen pro Faserkern. Es wird ein PolMux-NRZ-OOK-System mit einer Datenrate von 112 GBit/s simuliert, wobei ein kohärenter Empfänger vorausgesetzt wird. Die übrigen Systemparameter werden analog nach Tabelle 4 auf Seite 64 gewählt. Für die Entzerrung des Signals wird ein MIMO-Entzerrer mit 21 Koeffizienten pro Schmetterlingsstruktur und einer variablen Auflösung von 1 bis 8 Koeffizienten pro Symbol verwendet, was in einer Gesamtanzahl von  $4 \times 4 \times 21 = 336$  Koeffizienten für den Entzerrer resultiert. Diese Anzahl an Koeffizienten stellt für einen optischen Entzerrer bereits eine hohe Herausforderung an eine Hardware-Realisierung dar. Als Optimierungsalgorithmus wird die Matrix-Inversion verwendet. Insgesamt werden 5.000 Monte Carlo-Simulationsläufe gestartet, bei denen die Orientierung der doppelbrechenden Elemente zufällig variiert wird. Als Übersprechwert werden -15 dB angenommen, was einem starken Übersprechen entspricht, welches ohne Entzerrung das Signal so stark verzerrt, dass keine Augenöffnung am Empfänger des Systems bestimmt werden kann (vgl. Abschnitt 3.6).

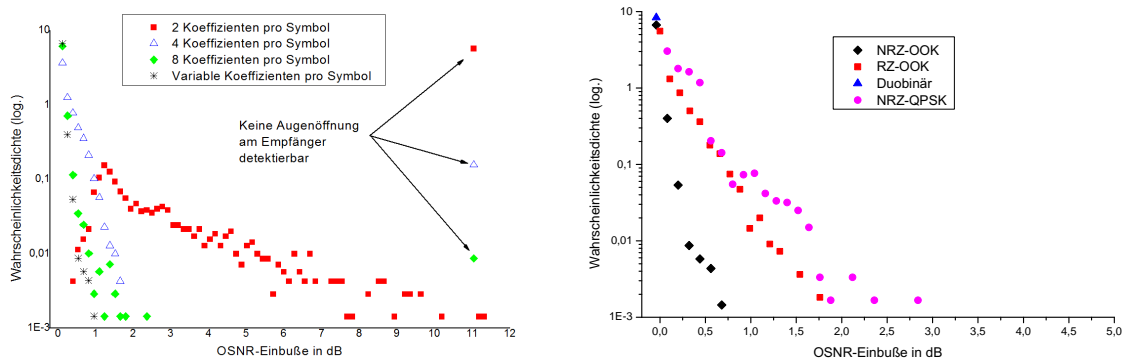


Abbildung 3.49. Simulation eines MCF-Systems mit zwei Kernen, das sowohl durch ein Übersprechen zwischen den Kernen als auch durch PMD gestört wird. Es erfolgt eine Filterung des Signals mit einem optischen Entzerrer mit 21 Koeffizienten. Die Auflösung des Filters wird von 2 bis 8 Koeffizienten pro Symbol variiert, während alle übrigen Simulationsparameter unverändert bleiben. Als Optimierungsalgorithmus wird die Matrix-Inversion verwendet. Links: Simulation eines NRZ-OOK-Systems und verbleibende OSNR-Einbuße nach Filterung für verschiedene Filterauflösungen. Rechts: Vergleich der OSNR-Einbuße nach Filterung von verschiedenen Modulationsformaten für die jeweils beste Filterauflösung. Für alle untersuchten Modulationsformate wird ein Polarisationsmultiplexing betrieben.

Abbildung 3.49 zeigt die Simulationsergebnisse für das NRZ-OOK-System. Neben den einzelnen Kur-



ven der OSNR-Einbuße für eine feste Auflösung des Entzerrers ist auch die Kurve abgebildet, die der jeweils besten Auflösung des Filters der Variation entspricht. Für den Fall, dass keine Entzerrung vorgenommen wird, ist es für keine der 5.000 Monte Carlo-Simulationen möglich, eine Augenöffnung am Empfänger zu detektieren - dies ist alleine aufgrund des starken Übersprechens von -15 dB bereits zu erwarten. Wird hingegen ein optischer Entzerrer verwendet, lassen sich die OSNR-Einbußen signifikant reduzieren: Die mittleren und maximalen OSNR-Einbußen betragen 0,05 dB und 0,95 dB - somit ist gezeigt, dass eine optische Entzerrung auch für eine Interaktion vom PMD und starkem kohärentem Übersprechen verwendet werden kann.

Weiterhin wird eine Interaktion zwischen PMD- und Übersprecheffekten auch für die Modulationsformate Duobinär, RZ-OOK und QPSK mit Polarisationsmultiplexing untersucht: Dabei werden die optischen und elektrischen Filterbandbreiten ebenfalls nach Tabelle 4 auf Seite 64 und Tabelle 5 auf Seite 69 eingestellt. Die übrigen Systemparameter und der grundlegende Aufbau bleiben im Vergleich zum PolMux-NRZ-OOK-System identisch (s.o.). Die Simulationsergebnisse sind rechts in Abbildung 3.49 für alle vier Modulationsformate dargestellt, wobei aus Übersichtsgründen jeweils nur die Kurve für eine optimale Wahl der Auflösung des Filters gezeigt wird. Die niedrigsten OSNR-Einbußen werden für das PolMux-Duobinär-Format erreicht: Die mittleren und maximalen OSNR-Einbußen sind mit 0,008 dB und 0,01 dB fast identisch. Alle von Null verschiedenen Ergebnisse der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion liegen im selben Intervall zwischen einer OSNR-Einbuße von 0 und 0.1 dB. Die zweitbesten Ergebnisse lassen sich für eine Nutzung des PolMux-NRZ-OOK-Formats erzielen: Hier werden 0,05 dB und 0,68 dB als mittlere und maximale OSNR-Einbuße erzielt. Für die übrigen beiden Modulationsformate treten höhere mittlere und maximale OSNR-Einbußen von 0,14 dB und 1,76 dB (PolMux-RZ-OOK) sowie 0,24 dB und 2,84 dB (PolMux-NRZ-QPSK) auf. Bei einer näheren Untersuchung der Ursachen für das vergleichsweise schlechte Abschneiden des PolMux-RZ-OOK- und PolMux-NRZ-QPSK-Formats zeigt sich, dass diese Formate weniger tolerant gegenüber einem falschen Abtastzeitpunkt sind, an dem die Filterabgriffe positioniert werden: Für eine Auflösung von einem Abgriff pro Symbol des Filters gelingt eine erfolgreiche Entzerrung des Signals in weniger als 1% der Fälle, was darauf hindeutet, dass nicht der optimale Abtastzeitpunkt verwendet wird. Da dieser Effekt bei einer zunehmenden Filterauflösung keine Rolle mehr spielt, ist zu erwarten, dass die mittleren und maximalen OSNR-Einbußen sich für beide Formate reduzieren werden, falls entweder die Filterauflösung erhöht wird oder in der Simulation der optimale Abtastzeitpunkt verwendet wird.

## 4. Zusammenfassung und Ausblick

In den vergangenen Jahren ist der weltweite Bedarf an Übertragungskapazität für das Internet exponentiell angestiegen. Um diesem Bedarf zu entsprechen, werden optische Übertragungssysteme mit immer höheren Datenraten erforscht und entwickelt. Dabei werden verschiedene Multiplex-Techniken miteinander kombiniert - so etwa das Wellenlängen- und das Polarisationsmultiplexing. Gleichzeitig wird versucht, die Datenrate durch die Nutzung höherer Symbolraten und die Verwendung höherstufiger Modulationsformate mit einer höheren spektralen Effizienz zu steigern - dies ist jedoch aufgrund des Shannon-Hartley-Gesetzes nicht beliebig möglich [222]. Aus diesem Grund wird derzeit auch die Nutzung der räumlichen Dimension für das Multiplexing untersucht, indem Glasfasern verwendet werden, in denen mehrere Moden ausbreitungsfähig sind oder die über mehrere Kerne verfügen. In optischen Übertragungssystemen kann die Signalqualität durch das Auftreten von linearen Störeffekten signifikant gemindert werden. In der vorliegenden Dissertation wurde daher die Quantifizierung der Auswirkungen von linearen Störeffekten in optischen Glasfasersystemen und die Reduktion der durch diese induzierten OSNR-Einbußen untersucht. Dabei wurden die Störeffekte der chromatischen Dispersion, der PMD, der PDL, von Gruppenlaufzeitschwankungen und durch ein kohärentes Übersprechen zwischen den Kernen einer Mehrkernfaser betrachtet. Zur Entzerrung der gestörten Signale wurden in der Arbeit insbesondere optische Filterstrukturen untersucht, da diese potentiell eine energie- und kosteneffiziente Alternative zu einer (bei steigenden Datenraten) immer komplexeren digitalen Signalverarbeitung darstellen und bisher in der Literatur nur wenig untersucht wurden.

Die Ursachen für lineare Störeffekte, die in optischen Übertragungssystemen auftreten können, sind unterschiedlicher Natur: Während sich der Effekt der chromatischen Dispersion vollständig deterministisch beschreiben lässt, unterliegen PMD, PDL und Gruppenlaufzeitschwankungen in FBGs stochastischen Gesetzmäßigkeiten, die einerseits durch den Herstellungsprozess optischer Komponenten, eine Biegung der Glasfaser, oder durch zeitabhängige Umwelteinflüsse wie zum Beispiel Temperaturänderungen beeinflusst werden können. In dieser Arbeit wurden die statistischen Eigenschaften der PMD, PDL und von Gruppenlaufzeitschwankungen detailliert untersucht. Dabei wurden zur Bestimmung von wichtigen Kenngrößen wie zum Beispiel dem Erwartungswert der DGD für eine Verkettung von doppelbrechenden Elementen neben Standard-Monte Carlo-Verfahren auch spezielle Monte Carlo-Methoden wie das multikanonische Monte Carlo-Verfahren oder das Wang-Landau-Verfahren untersucht, mit denen die Berechnung von Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen insbesondere in Bereichen mit extrem niedriger Wahrscheinlichkeitsdichte sehr viel effizienter als die Nutzung von Standard Monte Carlo-Verfahren sein kann:

Der numerische Aufwand zur Bestimmung einer Wahrscheinlichkeitsdichte skaliert bei Nutzung des Standard Monte Carlo-Verfahrens linear, wodurch die Bestimmung von niedrigen Wahrscheinlichkeitsdichten numerisch sehr aufwändig ist. Beim MMC- und Wang-Landau-Verfahren wird das Auftreten von Ereignissen mit niedriger Wahrscheinlichkeitsdichte gezielt begünstigt und somit der numerische Aufwand reduziert. Die Ergebnisse der mit Hilfe der MMC- und Wang-Landau-Verfahren erhaltenen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen wurden sowohl mit Standard-Monte Carlo-Verfahren als auch mit analytischen Lösungen verglichen und zeigen eine hervorragende Übereinstimmung selbst bei extrem niedrigen Wahrscheinlichkeitsdichten. Durch die dabei gewonnenen Erkenntnisse konnte unter anderem gezeigt werden, dass die in [49] vorgestellte analytische Formel der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Stärke der mittleren, globalen PDL für eine Verkettung von PDL-Elementen mit einer zufälligen Orientierung bei einer höheren Stärke der PDL weniger genau ist.

In Kapitel 3.2 wurden die Auswirkungen der chromatischen Dispersion auf die Signalqualität untersucht. Dabei wurde gezeigt, dass das Duobinär-Format aufgrund seines weniger breiten Spektrums im Vergleich zu NRZ- und RZ-OOK über eine höhere Dispersionstoleranz verfügt. Ohne den Einsatz von DCFs, FBGs oder eines Entzerrers treten für 112 GBit/s-Systeme bereits ab einer akkumulierten Dispersion von wenigen Dutzend ps/nm so starke Signalverzerrungen auf, dass das Signal nicht mehr korrekt detektiert werden kann - die Bestimmung einer Augenöffnung am Empfänger ist nicht möglich. Es wurde gezeigt,

dass sich diese Signalverzerrungen abgesehen von DCFs und FBGs auch mit Hilfe von optischen oder elektrischen Entzerrern mit digitaler Signalverarbeitung nahezu vollständig entfernen lassen. Im ersteren Fall werden allerdings bei einer akkumulierten Dispersion von 17.000 ps/nm, entsprechend einer Streckenlänge von 1.000 km bei einem Wert von  $D = 17 \text{ ps}/(\text{nm} \times \text{km})$ , selbst bei einer Auflösung von einem Koeffizienten pro Symbol bereits etwa 3000 Filterkoeffizienten benötigt, was hohe Anforderungen an den optischen Entzerrer stellt.

Abschnitt 3.3 beschäftigte sich mit den Auswirkungen von PMD auf die Signalqualität. Hierbei wurde ermittelt, dass eine DGD von wenigen ps für den Fall der „schlimmstmöglichen Orientierung“ eines doppelbrechenden Elements bereits ausreicht, um OSNR-Einbußen von mehreren dB für die Modulationsformate NRZ- und RZ-OOK, sowie Duobinär bei einer Datenrate von 112 GBit/s zu verursachen. Ein Erwartungswert der DGD in dieser Größenordnung kann selbst bei neueren Glasfasersystemen mit einem niedrigen PMD-Koeffizienten bei Systemlängen von 1000 oder mehr Kilometern auftreten. Anhand von Monte Carlo-Simulationen für eine Verkettung von doppelbrechenden Elementen wurde gezeigt, dass selbst bei vergleichsweise hohen Wahrscheinlichkeitsdichten Fälle auftreten, bei denen gar keine Detektion einer Augenöffnung am Empfänger des Systems möglich ist. Es wurde daher untersucht, inwieweit sich die auftretenden Verzerrungen mit Hilfe von optischen Entzerrern reduzieren lassen. Für die Bestimmung des optimalen Satzes an Filterkoeffizienten wurden verschiedene numerische Optimierungsalgorithmen implementiert, die mit Hilfe eines Rückkopplungskriteriums vom Empfänger des Systems angesteuert werden.

Als Gütekriterium wurden zum Beispiel die Augenöffnung für das detektierte Signal am Empfänger und die Augenöffnung eines ungestörten Signals mit einander verglichen. Weiterhin wurde ein Restfehler durch Bildung der Differenz zwischen dem detektierten Signal und der Trainingssequenz als Rückkopplungskriterium genutzt. Es wurde zwischen Systemen mit einem Direktempfänger und einem kohärentem Empfänger unterschieden: Im ersten Fall konnten nicht alle implementierten Optimierungsalgorithmen verwendet werden, da die Phaseninformation des Signals bei Nutzung eines Direktempfängers verloren geht und dadurch kein komplexes Fehlerkriterium bestimmt werden kann, das zum Beispiel zur Ansteuerung der deterministischen Algorithmen LMS, RLS oder der Matrix-Inversion benötigt wird. Trotz dieser Einschränkung war es möglich, mit PSO und dem Trust-Region-Algorithmus DGD-Werte von bis zu 75 ps nahezu ohne verbleibende OSNR-Einbußen zu entzerren. Für die durchgeführten Monte Carlo-Simulationen konnten die maximalen und mittleren OSNR-Einbußen für ein 112 GBit/s-Duobinär-System mit Direktempfänger auf 0,1 und 1,24 dB reduziert werden bei einer Wahrscheinlichkeitsdichte von  $10^{-3}$ . Bei Nutzung eines kohärenten Empfängers konnten diese OSNR-Einbußen erwartungsgemäß nochmals reduziert werden: Mit Hilfe der Matrix-Inversion konnten mittlere und maximale OSNR-Einbußen von 0,07 dB und weniger als 0,2 dB erreicht werden.

In Abschnitt 3.4 wurden die Auswirkungen von PDL auf die Signalqualität von PolMux-Übertragungssystemen untersucht. Hierbei stellte sich heraus, dass die Signalqualität durch ein Übersprechen zwischen den beiden Kanälen (ursprünglich) orthogonaler Polarisation ab einer gesamten PDL von etwa 6 dB bei allen untersuchten Modulationsformaten so stark beeinträchtigt wurde, dass keine Detektion des Signals mehr möglich war. Mit Hilfe eines optischen Entzerrers konnten hingegen PDL-Werte von bis zu 15 dB für die Modulationsformate RZ-OOK und Duobinär und bis zu 20 dB für NRZ-OOK mit restlichen OSNR-Einbußen von weniger als 1 dB entzerrt werden. Bei Verwendung eines kohärenten Empfängers, war für alle Formate eine vollständig fehlerfreie Entzerrung bis zu einer PDL von 20 dB möglich.

Ein weiterer Teil der Dissertation beschäftigte sich damit, eine möglichst energie- und kosteneffiziente Alternative zum Einsatz von dispersionskompensierenden Fasern zu untersuchen, die vorwiegend auch in Metro-Netzwerken eingesetzt werden kann, in denen der Preis- und Kostendruck besonders hoch ist. In diesem Zuge wurden Faser-Bragg-Gitter betrachtet. Es wurde ein Modell entwickelt, mit dem sich die stochastischen Schwankungen der Gruppenlaufzeit der FBGs, die durch den Herstellungsprozess bedingt auftreten, anhand weniger Kenngrößen beschreiben lassen. Dies wurde mit Hilfe einer Fourier-Analyse der Gruppenlaufzeitspektren verschiedener vermessener FBGs erreicht, wobei sich die Verteilung der

Fourierkoeffizienten durch die Angabe von Erwartungswert und Standardabweichung unter Annahme einer logarithmischen Normalverteilung vollständig charakterisieren lässt. Das auf diese Weise entwickelte „statistische Modell“ ist in der Lage, Verkettungen einer beliebigen Anzahl von FBGs mit den korrekten stochastischen Eigenschaften der Gruppenlaufzeitschwankungen zu generieren und kann darüber hinaus auch mit MMC- und Wang-Landau-Methoden verwendet werden. Das Modell wurde mit Hilfe von Messdaten und des in der Literatur beschriebenen „semi-statistischen Modells“ verifiziert. Durch umfangreiche Simulationen optischer Übertragungssysteme mit einer Datenrate von 112 GBit/s mit Direktempfänger konnte für die Modulationsformate NRZ-OOK, RZ-OOK und Duobinär gezeigt werden, dass eine Nutzung von FBGs, die ursprünglich für ein 10 GBit/s-System entworfen wurden, bereits für Streckenlängen von 300 km zu erheblichen OSNR-Einbußen von über 6 dB führen können. Es wurde demonstriert, dass sich die auftretenden OSNR-Einbußen durch den Einsatz optischer FIR- und IIR-Entzerrer deutlich reduzieren lassen: Die besten Ergebnisse für eine Kaskade von 10 Gittern (korrespondierend mit einer Streckenlänge von 800 km) ließen sich mit Hilfe eines IIR-Entzerrers mit 15 Koeffizienten erreichen. Beim Einsatz von IIR-Entzerrern lassen sich durch die Rückkopplung des Filters sogar Filterkoeffizienten gegenüber einem FIR-Filter einsparen. Weiterhin hat sich gezeigt, dass Nachschlagetabellen verwendet werden können, um den Entzerrer mit besseren Startwerten zu initialisieren und dadurch die Anzahl der benötigten Iterationsschritte zu senken, bzw. eine Detektion des Auges zu Beginn der Optimierung überhaupt erst möglich zu machen.

Abschnitt 3.6 beschäftigte sich mit der Untersuchung von kohärentem Übersprechen zwischen Kernen einer MCF mit zwei und sieben Kernen. Anhand von Simulationen wurde nachgewiesen, dass das Übersprechen selbst in MCFs mit zwei Kernen und einer Streckenlänge von 100 km zu signifikanten OSNR-Einbußen führen kann. Durch den Einsatz von MIMO-Entzerrern konnte die Toleranz gegenüber dem Übersprechen zwischen den Kanälen um 15 bis 20 dB verbessert werden, so dass auch MCFs mit einem vergleichsweise starken Übersprechen eingesetzt werden können, ohne dass OSNR-Einbußen zu verzeichnen sind. Diese Systeme wurden in Abschnitt 3.7 auch in Kombination mit PMD-Effekten untersucht, wobei gezeigt werden konnte, dass selbst für eine Interaktion von PMD und Übersprechen eine nahezu vollständige Entzerrung des Signals mit Hilfe von optischen Entzerrern möglich ist.

Zusammenfassend lässt sich anhand der gezeigten Ergebnisse formulieren, dass alle untersuchten linearen Störeffekte bei den betrachteten optischen Übertragungssystemen mit einer Datenrate von 112 GBit/s einen erheblichen Einfluss auf den erforderlichen OSNR, der für eine gewünschte Bitfehlerquote nötig ist, aufweisen. Dies ist selbst dann der Fall, wenn zum Beispiel vergleichsweise neue Fasern mit einem geringen PMD-Koeffizienten oder Komponenten mit geringeren PDL-Stärken verwendet werden. Ohne die Nutzung einer entsprechenden Entzerrung in der optischen oder elektrischen Ebene können solche Übertragungssysteme im Metro- und vor allen Dingen im Weitverkehrsbereich voraussichtlich nicht betrieben werden. Die Nutzung von optischen Filterstrukturen führte sowohl bei Systemen mit Direktempfänger als auch bei Systemen mit kohärentem Empfänger bei allen betrachteten Störeffekten zu einer signifikanten Reduktion der auftretenden OSNR-Einbußen. In allen Fällen konnten die verbleibenden mittleren OSNR-Einbußen für stochastische Effekte auf Werte deutlich unterhalb der Grenze von 1 dB reduziert werden. Diese Grenze wird von Systembetreibern als „maximal tolerierbare OSNR-Einbuße“ für eine gegebene Ausfallwahrscheinlichkeit eines Systems definiert. Da diese Ergebnisse zudem für alle untersuchten Modulationsformate reproduziert werden konnten, legt dies die Vermutung nahe, dass die angewandte Methodik der optischen Entzerrung auch für höherstufige Modulationsformate wie zum Beispiel 16, 64 oder 256 QAM angewendet werden können, die möglicherweise in kommenden Systemen mit Datenraten von 400 GBit/s oder mehr verwendet werden.

Die Tatsache, dass optische Entzerrer auch in Systemen mit Direktempfänger erfolgreich betrieben werden können, macht diese für den Einsatz in Metro-Netzwerken interessant, wo ein aus Kostengründen auf den Einsatz von kohärenten Empfängern verzichtet wird. Zu den in dieser Arbeit untersuchten numerischen Optimierungsmethoden lässt sich sagen, dass sich für ein System mit Direktempfänger mit Hilfe des PSO und dem Trust-Region/Levenberg-Marquardt-Optimierer in der MATLAB®-Implementierung die besten Ergebnisse erzielen ließen. Für ein System mit kohärentem Empfänger haben sich RLS, LMS

und Matrix-Inversion als besonders robust und effizient heraus gestellt. Für weitergehende Untersuchungen wäre eine Gegenüberstellung mit zusätzlichen deterministischen oder stochastischen Optimierungsalgorithmen wie zum Beispiel einem genetischen Algorithmus [223] oder konjugierten Gradienten-Abstiegsverfahren [191] von Interesse.

Die Interaktion linearer Störeffekte wurde in dieser Arbeit exemplarisch für eine Interaktion vom PMD und kohärentem Übersprechen untersucht. Weitergehende Untersuchungen, die eine Interaktion *aller* Störeffekte detailliert betrachten, wären ebenfalls von Interesse. Weiterhin ergibt sich die Möglichkeit, die Interaktion von linearen *und* nichtlinearen Störeffekten wie zum Beispiel der Vierwellenmischung oder Kreuzphasenmodulation zu untersuchen und zu überprüfen, ob die in dieser Arbeit vorgestellten Methoden auch unter diesen Randbedingungen zu ähnlich guten Ergebnissen führen. Außerdem wäre es wünschenswert, den optischen Entzerrer in einem experimentellen Aufbau untersuchen zu können und dabei die hier vorgestellten Optimierungsmethoden in Hardware zu implementieren, um zu überprüfen, ob damit tatsächlich auch eine Bestimmung eines Koeffizientensatz für den Entzerrer in Echtzeit möglich ist. Für diesen Fall könnte dann auch (bei Verwendung von Trainingssequenzen) die Bitfehlerquote als Rückkopplungskriterium verwendet werden, was für reine Computersimulationen mit einem handelsüblichen Desktop-Rechner jedoch mit einem immensen Rechenaufwand verbunden ist und durch Einschränkungen der verwendeten Simulationsumgebung zusätzlich erschwert wird.

## A. Abkürzungsverzeichnis

ADC: Analog-to-digital converter

ASE: Amplified spontaneous emission

ASK: Amplitude-shift keying

B2B: Back to back

BER: Bit Error Ratio

C-Band: Conventional band

CD: Chromatic dispersion

CFBG: Chirped FBG

CMA: Constant modulus algorithm

CR: Carrier recovery

CW: Continuous wave

CWDM: Coarse WDM

DAA: Delay and add

DB: Duobinary

DCF: Dispersion compensating fiber

DD: Direct detection

DGD: Differential group delay

DLI: Delay line interferometer

DSF: Dispersion-shifted fiber

DSP: Digital signal processing

DWDM: Dense WDM

EDFA: Erbium-doped fiber amplifier

EOP: Eye opening penalty

FBG: Fiber Bragg grating

FCR: Feedforward carrier recovery

FEC: Forward error correction

FIR: Finite impulse response

FSE: Fractionally-spaced equalizer

GDR: Group delay ripple

IIR: Infinite impulse response

IS: Importance Sampling

ISI: Intersymbol interference

ITU: International Telecommunication Union

L-Band: Long wavelength band

LASER: Light amplification by stimulated emission of radiation

LS: Least squares

LMS: Least mean squares

LoBi: Low birefringence

LU: Lower and upper triangular

MZM: Mach-Zehnder modulator

MAN: Metropolitan area network

MC: Monte Carlo

MCF: Multi core fiber

MCMC: Markov chain Monte Carlo

MCMF: Multi core multi mode fiber  
MHA: Metropolis-Hastings algorithm  
MI: Matrix inversion  
MIMO: Multiple input - multiple output  
MISO: Multiple input - single output  
MIS: Multiple IS  
MMC: Multicanonical Monte Carlo  
MMF: Multi mode fiber

NRZ: Non-return to zero

OADM: Optical Add-drop multiplexer  
OCC: Optical cross-connect  
ODB: Optical duobinary  
OOK: On-off keying  
OSNR: Optical Signal-to-Noise Ratio  
OXC: Optical cross-connect

PASS: Phased amplitude-shift signaling  
PCD: Polarization-dependent chromatic dispersion  
PCE: Power conversion efficiency  
PDF: Probability density function  
PDL: Polarization-dependent loss  
PLC: Planar lightwave circuit  
PLL: Phase-locked loop  
PMD: Polarization mode dispersion  
PolMux: Polarization multiplexing  
PSK: Phase-shift keying  
PSBT: Phase-shaped binary transmission  
PSO: Particle swarm optimizer  
PSP: Principal state of polarization

QAM: Quadrature amplitude modulation  
QPSK: Quadrature phase-shift keying

ROADM: Reconfigurable OADM  
RLS: Recursive least squares  
RW: Random walk  
RZ: Return to zero

SISO: Single input - single output  
SIMO: Single input - multiple output  
SMF: Single mode fiber  
SSMF: Standard single mode fiber

TR: Timing recovery

WAN: Wide area network  
WDM: Wavelength-division multiplexing  
WL: Wang-Landau

## Literaturverzeichnis

- [1] MOORE, G.E.: Cramming more components onto integrated circuits. In: *Electronics* 1 (1965), Nr. 8, S. 114–117
- [2] ASPREY, W. ; ASPREY, W. (Hrsg.): *Computing before Computers*. Iowa State University Press, 1990
- [3] BABBAGE, C.: On the Mathematical Powers of the Calculating Engine. In: *The Origins of Digital Computers* 1 (1973 ursprünglich: 1837), S. 17–52
- [4] ENGEL, F. ; KUPER, G. ; BELL, F. ; POLZER, J. ; POLZER, J. (Hrsg.): *Zeitschichten. Magnetbandtechnik als Kulturträger. Erfinder-Biographien und Erfindungen. Chronologie der Magnetbandtechnik und ihr Einsatz in der Hörfunk-, Musik-, Film- und Videoproduktion*. Polzer, 2008
- [5] SALUS, P. H.: *Casting the Net: from ARPANET to Internet and Beyond*. 1. Addison-Wesley, 1995
- [6] CARR, S. ; CROCKER, S. ; CERF, V.: Host-Host Communication Protocol in the ARPA Network. In: *Spring Joint Computer Conference* Bd. 36, 1970, S. 589–598
- [7] CERF, V. ; DALAL, Y. ; SUNSHINE, C.: *Specification of Internet Transmission Control Program*. Erschienen: Dezember 1974. Abgerufen: August 2012. <http://tools.ietf.org/html/rfc675>
- [8] POSTEL, J.: *Internet Protocol*. Erschienen: September 1981. Abgerufen: August 2012. <http://tools.ietf.org/html/rfc791>
- [9] IEEE: *IEEE 802.11 Wireless Local Area Networks*. Erschienen: Juni 2012. Abgerufen: August 2012. <http://grouper.ieee.org/groups/802/11/>
- [10] ITU: *ITU-T G.694.1 - Spectral grids for WDM applications: DWDM frequency grid*. Erschienen: Dezember 2011. Abgerufen: August 2012. <https://datatracker.ietf.org/documents/LIAISON/file1313.pdf>
- [11] TOMIZAWA, M. ; HIRANO, A. ; ISHIBASHI, S. ; SAKAMOTO, T.: International Standardization Activities on Optical Interfaces. In: *NTT Technical Review* 1 (2003), Nr. 3, S. 85–89
- [12] WANG, L. ; FORZATI, M. ; MARTENSSON, J.: Analysis of NRZ- and RZ-DQPSK for 112 Gb/s DWDM transmission. In: *Int. Conf. Transparent Optical Networks (ICTON)*, 2009, S. 1–4
- [13] BETTI, S. ; DE MARCHIS, G. ; IANNONE, E.: Polarization modulated direct detection optical transmission systems. In: *IEEE JLT* 10 (1992), Nr. 12, S. 1985–1997
- [14] FLUDGER, C. R. S. ; DUTHEL, T. ; BORNE, D. van d. ; SCHULIEN, C. ; SCHMIDT, E.-D. ; WUTH, T. ; GEYER, J. ; DE MAN, E. ; GIOK-DJAN, Khoe ; WAARDT, H. de: Coherent Equalization and POLMUX-RZ-DQPSK for Robust 100-GE Transmission. In: *IEEE JLT* 26 (2008), Nr. 1, S. 64–72
- [15] TKACH, R. W.: Network traffic and system capacity: Scaling for the future. In: *European Conference on Optical Communication (ECOC)*, 2010, S. 1–22
- [16] GERSTEL, O. ; JINNO, M. ; LORD, A. ; YOO, S. J. B.: Elastic optical networking: a new dawn for the optical layer? In: *IEEE Communications Magazine* 50 (2012), Nr. 2, S. 12–20
- [17] BORNE, D. van d. ; FLUDGER, C. R. S. ; DUTHEL, T. ; WUTH, T. ; SCHMIDT, E. D. ; SCHULIEN, C. ; GOTTWALD, E. ; KHOE, G. D. ; WAARDT, H. d.: Carrier phase estimation for coherent equalization of 43-Gb/s POLMUXNRZ-DQPSK transmission with 10.7-Gb/s NRZ neighbours. In: *European Conference on Optical Communication (ECOC)*, 2007, S. 1–2
- [18] WARM, S. ; JUAREZ, A. A. ; WOHLFEIL, B. ; PETERMANN, K.: Cross-talk in mode-division-multiplex optical fiber transmission systems. In: *Int. Conf. Transparent Optical Networks (ICTON)*, 2011, S. 1–4
- [19] RYF, R. ; ESSIAMBRE, R. ; RANDEL, S. ; GNAUCK, A. H. ; WINZER, P. J. ; HAYASHI, T. ; TARU, T. ; SASAKI, T.: MIMO-Based Crosstalk Suppression in Spatially Multiplexed 3x56-Gb/s PDM-QPSK Signals for Strongly Coupled Three-Core Fiber. In: *IEEE PTL* 23 (2011), Nr. 20, S. 1469–1471
- [20] ZHU, Benyuan ; TAUNAY, T. F. ; YAN, M. F. ; FISHTEYN, M. ; OULUNSEN, G. ; VAIDYA, D.: 70-Gb/s Multicore Multimode Fiber Transmissions for Optical Data Links. In: *IEEE PTL* 22 (2010), Nr. 22, S. 1647–1649



- [21] KAMINOV, I. ; KAMINOV, I. (Hrsg.): *Optical Fiber and Telecommunications IV*. Bd. B. Academic Press, 2002
- [22] SHAH, A. R. ; HSU, R. C. J. ; TARIGHAT, A. ; SAYED, A. H. ; JALALI, B.: Coherent optical MIMO (COMIMO). In: *IEEE JLT* 23 (2005), Nr. 8, S. 2410–2419
- [23] WESTHÄUSER, M. ; AKHTARI, S. ; FINKENBUSCH, M. ; KRUMMRICH, P.M.: Quantification and Reduction of OSNR-Penalties due to Crosstalk in High Bit Rate Multi Core Fiber Systems. In: *ITG Fachtagung für Photonische Netze, Leipzig*, 2012, S. 1–8
- [24] WESTHÄUSER, M. ; FINKENBUSCH, M. ; AKHTARI, S. ; KRUMMRICH, P.M.: Mitigation of combined PMD- and crosstalk-induced signal distortions in spatially-multiplexed multi-core fiber networks. In: *Signal Processing in Photonics Communications (SPPCom), Colorado Springs, USA*, 2012, S. 1–2
- [25] WESTHÄUSER, M. ; REMMERSMANN, C. ; PACHNICKE, S. ; JOHANSSON, B. ; KRUMMRICH, P.M.: Optimization of Optical Equalization of Group Delay Ripple-Induced Penalties from Fiber Bragg Gratings in 112 Gbit/s Metro Networks. In: *Optics and Photonics Congress Advanced Photonics, Karlsruhe*, 2010, S. 1–2
- [26] WESTHÄUSER, M. ; REMMERSMANN, C. ; PACHNICKE, S. ; JOHANSSON, B. ; KRUMMRICH, P. M.: Reduzierung von FBG-induzierten Gruppenlaufzeitschwankungen in 112 Gbit/s-Metronetzwerken mit Hilfe von generisch initialisierten Transversalfiltern. In: *ITG-Fachtagung Photonische Netze, Leipzig*, 2010, S. 1–8
- [27] WESTHÄUSER, M. ; FINKENBUSCH, M. ; REMMERSMANN, C. ; PACHNICKE, S. ; KRUMMRICH, P. M.: Optical Filter-Based Mitigation of Group Delay Ripple- and PMD-Related Penalties for High-Capacity Metro Networks. In: *IEEE JLT* 29 (2011), Nr. 16, S. 2350–2357
- [28] WESTHÄUSER, M. ; REMMERSMANN, C. ; PACHNICKE, S. ; KRUMMRICH, P.M.: Optical Equalization of PMD-Induced Penalties in 112 Gbit/s Metro Networks. In: *Signal Processing in Photonics Communications (SPPCom), Toronto, Canada*, 2011, S. 1–2
- [29] WESTHÄUSER, M. ; AKHTARI, S. ; FINKENBUSCH, M. ; KRUMMRICH, P.M.: Reduction of crosstalk-induced OSNR penalties in high bit rate optical spatially multiplexed systems. In: *Signal Processing in Photonics Communications (SPPCom), Colorado Springs, USA*, 2012, S. 1–2
- [30] BELL, A. G.: Upon the production and reproduction of sound by light. In: *Journal of the Society of Telegraph Engineers* 9 (1880), Nr. 34, S. 404–426
- [31] LABS, Bell: *Bell Labs breaks optical transmission record, 100 Petabit per second kilometer barrier*. Erschienen: September 2009. Abgerufen: August 2012. <http://phys.org/news173455192.html/>
- [32] TELEGRAPH, Nippon ; CORPORATION, Telephone: *World Record 69-Terabit Capacity for Optical Transmission over a Single Optical Fiber*. Erschienen: 25. März 2010. Abgerufen: August 2012. <http://www.ntt.co.jp/news2010/1003e/100325a.html>
- [33] CHAPRONT, J. ; CHAPRONT-TOUZÉ, M. ; FRANCOU, G.: A new determination of lunar orbital parameters, precession constant and tidal acceleration from LLR measurements. In: *Astronomy and Astrophysics* 387 (2002), Nr. 2, S. 700–709
- [34] SCHNEIDER, T. ; WIATREK, A. ; PREUSSLER, S. ; BRAUN, R.-P. ; GRIGAT, M.: Analysis of Ultra-High Bitrate Wireless Links as a Bridge for Optical Networks. In: *ITG Fachtagung für Photonische Netze, Leipzig*, 2012, S. 1–4
- [35] ITU: *ITU-Recommendation ITU-R Attenuation by atmospheric gases*. Erschienen: 2012. Abgerufen: August 2012. <http://www.itu.int/pub/R-REC>
- [36] PACHNICKE, S.: *Fast Analytical Assessment of the Signal Quality in Transparent Optical Networks*. Shaker Verlag, 2005
- [37] WINZER, P. J. ; ESSIAMBRE, R.-J.: Advanced Modulation Formats for High-Capacity Optical Transport Networks. In: *IEEE JLT* 24 (2006), Nr. 12, S. 4711–4728
- [38] ITU: *ITU-T G. 652 Characteristics of a single-mode optical fibre cable*. Erschienen: Oktober 2000. Abgerufen: August 2012. [http://www.iet.unipi.it/m.luise/HTML/AdT/ITU\\_G652.pdf](http://www.iet.unipi.it/m.luise/HTML/AdT/ITU_G652.pdf)
- [39] DESURVIRE, E. ; DESURVIRE, E. (Hrsg.): *Erbium-doped fiber amplifiers*. Wiley Interscience, 2002

- [40] REMMERSMANN, C.: *Untersuchung von optischen Weitverkehrsübertragungssystemen unter Berücksichtigung des stochastischen Charakters von Einflussgrößen*. Der Andere Verlag, 2011
- [41] VOGES, E. ; PETERMANN, K. ; VOGES, E. (Hrsg.): *Optische Kommunikationstechnik*. Springer Verlag, 2002
- [42] SAVORY, S. J. ; GAVIOLI, G. ; KILLEY, R. I. ; BAYVEL, P.: Electronic compensation of chromatic dispersion using a digital coherent receiver. In: *Optics Express* 15 (2007), Nr. 5, S. 2120–2126
- [43] AGATA, A. ; TANAKA, K. ; EDAGAWA, N.: Study on the optimum Reed-Solomon-based FEC codes for 40-Gb/s-based ultralong-distance WDM transmission. In: *IEEE JLT* 20 (2002), Nr. 12, S. 2189–2195
- [44] LU, Jin ; MOURA, J. M. F.: Turbo like decoding of LDPC codes. In: *Proc. IEEE Int. Magnetics Conf. INTERMAG* Bd. 1, 2003, S. 1–3
- [45] NIKTASH, A. ; PARIZI, H. T. ; KAMALIZAD, A. H. ; BAGHERZADEH, N.: RECFEC: A Reconfigurable FEC Processor for Viterbi, Turbo, Reed-Solomon and LDPC Coding. In: *Proc. IEEE Wireless Communications and Networking Conf. WCNC*, 2008, S. 605–610
- [46] LIN, S. ; COSTELLO, D.J.: *Error control coding: fundamentals and applications*. Prentice Hall International, 1983
- [47] FARJADY, F. ; ANTONIADES, N. ; WAGNER, R. E. ; YADLOWSKY, M. J.: Value of fiber overlays in WDM metro networks. In: *IEEE PTL* 15 (2003), Nr. 2, S. 329–331
- [48] SALEH, A. A. M. ; SIMMONS, J. M.: Architectural principles of optical regional and metropolitan access networks. In: *IEEE JLT* 17 (1999), Nr. 12, S. 2431–2448
- [49] STEINKAMP, A.: *Wechselwirkung von Polarisationsmodendispersion und polarisationsabhängiger Dämpfung in faseroptischen Systemen*. Erschienen: Januar 2008. Abgerufen: August 2012. <https://eldorado.tu-dortmund.de/handle/2003/24964>
- [50] AGRAWAL, G. P. ; LIAO, Paul F. (Hrsg.) ; KELLY, Paul L. (Hrsg.) ; KAMINOW, Ivan (Hrsg.): *Nonlinear Fiber Optics*. 2. Academic Press, 1995
- [51] SAVORY, S. J.: Digital filters for coherent optical receivers. In: *Optics Express* 16 (2008), Nr. 2, S. 804–817
- [52] SCHWARTZ, M. ; HAYES, J.: A history of transatlantic cables. In: *IEEE Communications* 46 (2008), Nr. 9, S. 42–48
- [53] JUAREZ, A. A. ; WARM, S. ; BUNGE, C. ; KRUMMRICH, P. M. ; PETERMANN, K.: Perspectives of principal mode transmission in a multi-mode fiber. In: *European Conference on Optical Communication (ECOC)*, 2010, S. 1–3
- [54] ZHU, B. ; TAUNAY, T. F. ; FISHTEYN, M. ; LIU, X. ; CHANDRASEKHAR, S. ; YAN, M. F. ; FINI, J. M. ; MONBERG, E. M. ; DIMARCELLO, F. V. ; ABEDIN, K. ; WISK, P. W. ; PECKHAM, D. W. ; DZIEDZIC, P.: Space-, wavelength-, polarization-division multiplexed transmission of 56-Tb/s over a 76.8-km seven-core fiber. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*, 2011, S. 1–3
- [55] WALKLIN, S. ; CONRADI, J.: On the relationship between chromatic dispersion and transmitter filter response in duobinary optical communication systems. In: *IEEE PTL* 9 (1997), Nr. 7, S. 1005–1007
- [56] DUTHEL, T. ; FLUDGER, C. R. S. ; GEYER, J. ; SCHULIEN, C.: Impact of Polarisation Dependent Loss on Coherent POLMUX-NRZ-DQPSK. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*, 2008, S. 1–3
- [57] PACHNICKE, S.: *Fiber-Optic Transmission Networks*. Springer, 2012
- [58] BORNE, D. van d. ; SLEIFFER, V. ; ALFIAD, M. S. ; JANSEN, S. L. ; WUTH, T.: POLMUX-QPSK modulation and coherent detection: The challenge of long-haul 100G transmission. In: *European Conference on Optical Communication (ECOC)*, 2009, S. 1–4
- [59] MUMTAZ, S. ; OTHMAN, G. R.-B. ; JAOUEN, Y.: PDL mitigation in PolMux OFDM systems using Golden and Silver Polarization-Time codes. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*, 2010, S. 1–3
- [60] OKAMOTO, S. ; TOYODA, K. ; OMIYA, T. ; KASAI, K. ; YOSHIDA, M. ; NAKAZAWA, M.: 512 QAM (54 Gbit/s) coherent optical transmission over 150 km with an optical bandwidth of 4.1 GHz. In: *European Conference on Optical Communication (ECOC)*, 2010, S. 1–3

- [61] SEIMETZ, M. ; RHODES, W. T. (Hrsg.): *High-Order Modulation for Optical Fiber Transmission*. Springer Verlag, 2009
- [62] IP, E. ; PAK, A. ; LAU, T. ; BARROS, D. J. F. ; KAHN, J.: Coherent detection in optical fiber systems. In: *Optics Express* 16 (2008), Nr. 2, S. 753–791
- [63] KAHN, J. M. ; Ho, Keang-Po: Spectral efficiency limits and modulation/detection techniques for DWDM systems. In: *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics* 10 (2004), Nr. 2, S. 259–272
- [64] ROSA, E. S. ; SILVA, F. A. ; RIBEIRO, V. B. ; DINIZ, J. C. M. ; SILVA, R. ; HERBSTER, A. F. ; SILVA, E. P. ; JURIOLO, A. A. ; PARADISI, A. ; OLIVEIRA, J. C. R. F.: 112 Gb/s DP-QPSK coherent optical transmission over 3000 km using an complete set of digital signal processing algorithms. In: *Proc. SBMO/IEEE MTT-S Int. Microwave & Optoelectronics Conf. (IMOC)*, 2011, S. 25–29
- [65] DEDIC, I.: 56Gs/s ADC : Enabling 100GbE. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*, 2010, S. 1–3
- [66] CHANG, S. H. ; CHUNG, H. S. ; KIM, K.: Impact of Quadrature Imbalance in Optical Coherent QPSK Receiver. In: *IEEE PTL* 21 (2009), Nr. 11, S. 709–711
- [67] HAYKIN, S.S.: *Adaptive Filter Theory*. Prentice Hall International, 2001
- [68] GARDNER, F.: A BPSK/QPSK Timing-Error Detector for Sampled Receivers. In: *IEEE Transactions on Communications* 34 (1986), Nr. 5, S. 423–429
- [69] SAVORY, S. J. ; GAVIOLI, G. ; KILLEY, R. I. ; BAYVEL, P.: Transmission of 42.8Gbit/s Polarization Multiplexed NRZ-QPSK over 6400km of Standard Fiber with no Optical Dispersion Compensation. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*, 2007, S. 1–3
- [70] IP, E. ; KAHN, J. M.: Feedforward Carrier Recovery for Coherent Optical Communications. In: *IEEE JLT* 25 (2007), Nr. 9, S. 2675–2692
- [71] MÜLLER-GRONBACH, T. ; NOVAKKAND, E. ; RITTER, K.: *Monte Carlo-Algorithmen*. Springer Verlag, 2012
- [72] FORSTER, O.: *Analysis I*. 6. Vieweg, 2001
- [73] SMITH, P. J. ; SHAFI, M. ; GAO, Hongsheng: Quick simulation: a review of importance sampling techniques in communications systems. In: *IEEE Journal on Selected Areas in Communications* 15 (1997), Nr. 4, S. 597–613
- [74] BIONDINI, G. ; KATH, W. L. ; MENYUK, C. R.: Importance sampling for polarization-mode dispersion: techniques and applications. In: *Journal of Lightwave Technology* 22 (2004), Nr. 4, S. 1201–1215
- [75] JERUCHIM, M.: Techniques for Estimating the Bit Error Rate in the Simulation of Digital Communication Systems. In: *IEEE Journal on Selected Areas in Communications* 2 (1984), Nr. 1, S. 153–170
- [76] ANDERSON, H. L.: Metropolis, Monte Carlo and the MANIAC. In: *Los Alamos Science* 14 (1986), S. 96–108
- [77] FERRARI, M. ; BELLINI, S.: Importance sampling simulation of concatenated block codes. In: *IEE Proceedings- Communications* 147 (2000), Nr. 5, S. 245–251
- [78] FERRARI, M. ; BELLINI, S.: Importance sampling simulation of turbo product codes. In: *Proc. IEEE Int Communications Conference (ICC)* Bd. 9, 2001, S. 2773–2777
- [79] VEACH, E.: *Robust Monte Carlo Methods for Light Transport Simulation*, Stanford University, Diss., 1997
- [80] OWEN, A. ; ZHOU, Y.: Safe and effective importance sampling. In: *Journal of the American Statistical Association* 95 (2000), Nr. 1, S. 135
- [81] FOGAL, S. L. ; BIONDINI, G. ; KATH, W. L.: Multiple importance sampling for first- and second-order PMD. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*, 2002, S. 371–372
- [82] FOGAL, S. L. ; BIONDINI, G. ; KATH, W. L.: Multiple importance sampling for first- and second-order polarization-mode dispersion. In: *IEEE PTL* 14 (2002), Nr. 9, S. 1273–1275

- [83] BERG, B. A. ; NEUHAUS, T.: Multicanonical Ensemble: A New Approach to Simulate First-Order Phase Transitions. In: *Physical Review Letters* 68 (1992), Nr. 1, S. 9–12
- [84] BERG, B. A.: The Multicanonical Ensemble: A New Approach To Computer Simulations. In: *International Journal of Modern Physics C* 3 (1992), Nr. 5, S. 311–326
- [85] BERG, B. A.: Multicanonical simulations step by step. In: *Computer Physics* 153 (2003), S. 397–406
- [86] GUBERNATIS, J. ; HATANO, N.: The multicanonical Monte Carlo method. In: *Computing in Science & Engineering* 2 (2000), Nr. 2, S. 95–102
- [87] YEVICK, D.: Multicanonical communication system modeling-application to PMD statistics. In: *IEEE PTL* 14 (2002), Nr. 11, S. 1512–1514
- [88] YEVICK, D.: Multicanonical evaluation of joint probability density functions in communication system modeling. In: *IEEE PTL* 15 (2003), Nr. 11, S. 1540–1542
- [89] YEVICK, D.: Multicanonical Monte-Carlo simulations applied to PMD. In: *Proc. Digest of the LEOS Summer Topical Meetings*, 2003, S. 1–2
- [90] METROPOLIS, N. ; ROSENBLUTH, A. W. ; ROSENBLUTH, M. N. ; TELLER, A. H.: Equation of State Calculations by Fast Computing Machines. In: *The Journal of Chemical Physics* 21 (1953), Nr. 6, S. 1087–1092
- [91] CHIB, S. ; GREENBERG, E.: Understanding the Metropolis-Hastings Algorithm. In: *The American Statistician* 49 (1995), Nr. 4, S. 327–335
- [92] HASTINGS, W. K.: Monte Carlo Sampling Methods Using Markov Chains and Their Applications. In: *Bimetrika* 57 (1970), Nr. 1, S. 97–109
- [93] MEYN, S. P. ; TWEEDIE, R. L.: *Markov Chains and Stochastic Stability*. London : Springer Verlag, 1993
- [94] BILLENSLEY, P.: *Probability and Measure*. New York : John Wiley, 1986
- [95] BHATTACHARYA, R. N. ; WAYMIRE, E.C.: *Stochastic Processes with Applications*. New York : John Wiley, 1990
- [96] E., Nummelin: *General Irreducible Markov Chains and Non-Negative Operators*. Cambridge : Cambridge University Press, 1984
- [97] LU, T. ; YEVICK, D.: Efficient multicanonical algorithms. In: *IEEE PTL* 17 (2005), Nr. 4, S. 861–863
- [98] LU, T. ; YEVICK, D. O. ; HAMILTON, B. ; DUMAS, D. ; REIMER, M.: An experimental realization of biased multicanonical sampling. In: *IEEE PTL* 17 (2005), Nr. 12, S. 2583–2585
- [99] LU, T. ; YEVICK, D.: Biased multicanonical sampling. In: *IEEE PTL* 17 (2005), Nr. 7, S. 1420–1422
- [100] LU, T. ; HUANG, W. ; YEVICK, D. ; O’SULLIVAN, M. ; REIMER, M.: Multicanonical comparison of polarization-mode dispersion compensator performance. In: *Journal of the Optical Society of America* 22 (2005), S. 2804–2809
- [101] YEVICK, D.: The accuracy of multicanonical system models. In: *IEEE PTL* 15 (2003), Nr. 2, S. 224–226
- [102] LIMA, A. O. ; LIMA, Jr. I. T. I. T. ; MENYUK, C. R.: Error estimation in multicanonical Monte Carlo Simulations with applications to polarization-mode-dispersion emulators. In: *IEEE JLT* 23 (2005), Nr. 11, S. 3781–3789
- [103] MENYUK, C. R.: Statistical Errors in Biasing Monte Carlo Simulations With Applications to Polarization-Mode Dispersion Compensators. In: *IEEE JLT* 24 (2006), Nr. 11, S. 4184–4196
- [104] GERARDI, L. ; SECONDINI, M. ; FORESTIERI, E.: Pattern Perturbation Method for Multicanonical Monte Carlo Simulations in Optical Communications. In: *IEEE PTL* 19 (2007), Nr. 23, S. 1934–1936
- [105] WANG, F. ; LANDAU, D. P.: Efficient, Multiple-Range Random Walk Algorithm to Calculate the Density of States. In: *Physical Review Letters* 86 (2001), Nr. 10, S. 2050–2053
- [106] WANG, F. ; LANDAU, D. P.: Determining the density of states for classical statistical models: A random walk algorithm to produce a flat histogram. In: *Physical Review E* 64 (2001), Nr. 5, S. 1–16

- [107] TSAI, S.H. ; WANG, F. ; LANDAU, D.P.: Wang-Landau sampling of an asymmetric ising model: a study of the critical endpoint behavior. In: *Brazilian Journal of Physics* 36 (2006), Nr. 3, S. 635–639
- [108] WANG, F.: *A new, efficient Monte Carlo algorithm to calculate the density of states and its applications to phase transition problem*, University of Georgia, Diss., 2002
- [109] ITU: *G-Series Recommendations Supplement 39 (02-2006) Optical system design and engineering considerations*. Erschienen: 2006. Abgerufen: August 2012. <http://www.utdallas.edu/~dlm/3350%20comm%20sys/T-REC-G.Sup39-200602-1!!PDF-E.pdf>
- [110] AIKAWA, K. ; YOSHIDA, J. ; SAITOH, S. ; KUDOH, M. ; SUZUKI, K.: *Dispersion Compensating Fiber Module*. Erschienen: April 2011. Abgerufen: August 2012. [http://www.fujikura.co.jp/eng/rd/gihou/backnumber/pages/\\_icsFiles/afiedfile/2011/04/19/40e\\_04\\_1.pdf](http://www.fujikura.co.jp/eng/rd/gihou/backnumber/pages/_icsFiles/afiedfile/2011/04/19/40e_04_1.pdf)
- [111] TIBULEAC, S. ; FILER, M.: Transmission Impairments in DWDM Networks With Reconfigurable Optical Add-Drop Multiplexers. In: *IEEE JLT* 28 (2010), Nr. 4, S. 557–598
- [112] UNGER, H.G.: *Optische Nachrichtentechnik I. Optische Wellenleiter*. Hüthig Telekommunikation, 1993
- [113] GORDON, J. P. ; KOGELNIK, H.: PMD fundamentals: Polarization mode dispersion in optical fibers. In: *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* 97 (2000), Nr. 9, S. 4541–4550
- [114] KARLSSON, M. ; PETERSSON, M.: Quaternion approach to PMD and PDL phenomena in optical fiber systems. In: *IEEE JLT* 22 (2004), Nr. 4, S. 1137–1146
- [115] NELSON, L. E. ; JOPSON, R. M. ; KOGELNIK, H. ; FOSCHINI, G. J.: Measurement of depolarization and scaling associated with second-order polarization mode dispersion in optical fibers. In: *IEEE PTL* 11 (1999), Nr. 12, S. 1614–1616
- [116] KARLSSON, M.: Maximum second order PMD in emulators - a geometric approach. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)* Bd. 4, 2005, S. 1–3
- [117] KARLSSON, M.: Geometrical interpretation of second-order PMD. In: *IEEE PTL* 24 (2006), Nr. 1, S. 643–651
- [118] POOLE, C. D. ; FAVIN, D. L.: Polarization-mode dispersion measurements based on transmission spectra through a polarizer. In: *IEEE JLT* 12 (1994), Nr. 6, S. 917–929
- [119] CURTI, F. ; DAINO, B. ; DE MARCHIS, G. ; MATERA, F.: Statistical treatment of the evolution of the principal states of polarization in single-mode fibers. In: *IEEE JLT* 8 (1990), Nr. 8, S. 1162–1166
- [120] FOSCHINI, G. J. ; JOPSON, R. M. ; NELSON, L. E. ; KOGELNIK, H.: The statistics of PMD-induced chromatic fiber dispersion. In: *IEEE JLT* 17 (1999), Nr. 9, S. 1560–1565
- [121] FOSCHINI, G. J. ; NELSON, L. E. ; JOPSON, R. M. ; KOGELNIK, H.: Statistics of second-order PMD depolarization. In: *IEEE JLT* 19 (2001), Nr. 12, S. 1882–1886
- [122] FOSCHINI, G. J. ; NELSON, L. E. ; JOPSON, R. M. ; KOGELNIK, H.: Probability densities of second-order polarization mode dispersion including polarization dependent chromatic fiber dispersion. In: *IEEE PTL* 12 (2000), Nr. 3, S. 293–295
- [123] VORBECK, S.: *Systementwurf von optischen Übertragungstrecken mit 160 Gbit/s Kanaldatenrate*, TU Dortmund, Diss., 2008
- [124] REIMER, M. ; O’SULLIVAN, M.: Jones matrix and joint probability distributions for third order PMD. In: *Proc. Digest of the LEOS Summer Topical Meetings*, 2003, S. 1–2
- [125] KARLSSON, M.: Polarization mode dispersion-induced pulse broadening in optical fibers. In: *Optics Letters* 23 (1998), Nr. 9, S. 688–690
- [126] LIMA, Jr. I. T. I. T. ; KHOSRAVANI, R. ; EBRAHIMI, P. ; IBRAGIMOV, E. ; MENYUK, C. R. ; WILLNER, A. E.: Comparison of polarization mode dispersion emulators. In: *IEEE JLT* 19 (2001), Nr. 12, S. 1872–1881
- [127] SHTENDEL, G. ; IBRAGIMOV, E. ; RIVERA, M. ; SUH, S.: Statistical dependence between first and second-order PMD. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)* Bd. 1, 2001, S. 1–3

- [128] KARLSSON, M.: Probability density functions of the differential group delay in optical fiber communication systems. In: *IEEE JLT* 19 (2001), Nr. 3, S. 324–331
- [129] BIONDINI, G. ; KATH, W. L. ; MENYUK, C. R.: Importance sampling for polarization-mode dispersion. In: *IEEE PTL* 14 (2002), Nr. 3, S. 310–312
- [130] DJUPJOBACKA, A.: On differential group-delay statistics for polarization-mode dispersion emulators. In: *IEEE JLT* 19 (2001), Nr. 2, S. 285–290
- [131] PHUA, P. B. ; HAUS, H. A.: A deterministically controlled four-segment polarization-mode dispersion emulator. In: *IEEE JLT* 20 (2002), Nr. 7, S. 1132–1140
- [132] TRELOAR, L. R. G.: The statistical length of long-chain molecules. In: *Trans. Faraday Soc.* 42 (1946), S. 77–82
- [133] HUTTNER, B. ; GEISER, C. ; GISIN, N.: Polarization-induced distortions in optical fiber networks with polarization-mode dispersion and polarization-dependent losses. In: *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics* 6 (2000), Nr. 2, S. 317–329
- [134] XIE, Chongjin ; MOLLENAUER, L. F.: Performance degradation induced by polarization-dependent loss in optical fiber transmission systems with and without polarization-mode dispersion. In: *IEEE JLT* 21 (2003), Nr. 9, S. 1953–1957
- [135] VASSILIEVA, O. ; HOSHIDA, T. ; WANG, X. ; RASMUSSEN, J. ; MIYATA, H. ; NAITO, T.: Impact of Polarization Dependent Loss and Cross-Phase Modulation on Polarization Multiplexed DQPSK Signals. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*, 2008, S. 1–3
- [136] VASSILIEVA, O. ; KIM, Inwoong ; NAITO, T.: Systematic investigation of interplay between nonlinear and polarization dependent loss effects in coherent polarization multiplexed systems. In: *European Conference on Optical Communication (ECOC)*, 2010, S. 1–3
- [137] EL AMARI, A. ; GISIN, N. ; PERNY, B. ; ZBINDEN, H. ; ZIMMER, C. W.: Statistical prediction and experimental verification of concatenations of fiber optic components with polarization dependent loss. In: *IEEE JLT* 16 (1998), Nr. 3, S. 332–339
- [138] FECED, R. ; SAVORY, S. J. ; HADJIFOTIOU, A.: Interaction Between Polarization Mode Dispersion and Polarization-Dependent Losses in Optical Communication Links. In: *OSA J. Opt. Soc. Am. B* 20 (2003), Nr. 3, S. 424–433
- [139] LU, P. ; CHEN, L. ; BAO, X.: Statistical distribution of polarization-dependent loss in the presence of polarization-mode dispersion in single-mode fibers. In: *IEEE PTL* 13 (2001), Nr. 5, S. 451–453
- [140] GALTAROSSA, A. ; PALMIERI, L.: The exact statistics of polarization-dependent loss in fiber-optic links. In: *IEEE PTL* 15 (2003), Nr. 1, S. 57–59
- [141] MECOZZI, A. ; SHTAIF, M.: Signal-to-noise-ratio degradation caused by polarization-dependent loss and the effect of dynamic gain equalization. In: *IEEE JLT* 22 (2004), Nr. 8, S. 1856–1871
- [142] RAMASWAMI, R. ; SIVARAJAN, K. N. ; ADAMS, Rick (Hrsg.): *Optical Networks - A Practical Perspective*. Elsevier, 2002
- [143] AGRAWAL, G. P. ; RADIC, S.: Phase-shifted fiber Bragg gratings and their application for wavelength demultiplexing. In: *IEEE PTL* 6 (1994), Nr. 8, S. 995–997
- [144] KERSEY, A. D.: System applications for fiber Bragg gratings. In: *Proc. IEEE Lasers and Electro-Optics Society Annual Meeting (LEOS)* Bd. 1, 1996, S. 234–235
- [145] LEE, J.H. ; KIM, S.G. ; PARK, H.-J. ; SONG, M.: Investigation of Fiber Bragg Grating Temperature Sensor for Applications in Electric Power Systems. In: *Proc. 8th Int Properties and applications of Dielectric Materials Conference*, 2006, S. 431–434
- [146] RAJAN, G. ; CALLAGHAN, D. ; SEMENOVA, Y. ; McGRATH, M. ; COYLE, E. ; FARRELL, G.: A Fiber Bragg Grating-Based All-Fiber Sensing System for Telerobotic Cutting Applications. In: *IEEE Sensors Journal* 10 (2010), Nr. 12, S. 1913–1920

- [147] HANJUN, Z. ; TING, D.: Fiber Bragg Grating Sensor System in the Application of Guarding against Burglary. In: *Proc. Second Int Intelligent System Design and Engineering Application (ISDEA) Conference*, 2012, S. 1259–1262
- [148] BRENNAN, III J. F. J. F. ; HERNANDEZ, E. ; VALENTI, J. A. ; SINHA, P. G. ; MATTHEWS, M. R. ; ELDER, D. E. ; BEAUCHESNE, G. A. ; BYRD, C. H.: Dispersion and dispersion-slope correction with a fiber Bragg grating over the full C-band. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)* Bd. 4, 2001, S. 1–3
- [149] CIARAMELLA, E. ; RICCARDI, E. ; SCHIANO, M.: System penalties due to polarisation mode dispersion of chirped gratings. In: *European Conference on Optical Communication (ECOC)* Bd. 1, 1998, S. 515–516
- [150] ROCHETTE, M. ; CORTES, P. ; LAROCHELLE, S. ; GUY, M. ; LAUZON, J.: Polarisation mode dispersion compensation of chirped Bragg gratings. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)* Bd. 2, 2000, S. 254–256
- [151] ROCHETTE, M. ; LAROCHELLE, S. ; CORTES, P. Y. ; GUY, M. ; LAUZON, J.: Polarisation mode dispersion compensation of chirped Bragg gratings used as chromatic dispersion compensators. In: *Electronics Letters* 36 (2000), Nr. 4, S. 342–343
- [152] ZHU, Yihong ; SIMOVA, E. ; BERINI, P. ; GROVER, C. P.: A comparison of wavelength dependent polarization dependent loss measurements in fiber gratings. In: *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 49 (2000), Nr. 6, S. 1231–1239
- [153] MIETZNER, J. ; OTTE, S.: Optimal Equalization of Distortions due to Group Delay Ripples of Chirped Fiber Bragg Gratings (CFBG). In: *Internal Journal of Electronics and Communications* 56 (2002), Nr. 3, S. 187–192
- [154] DOCHHAN, A. ; GÜGER, G. ; SMOLORZ, S. ; ROHDE, H. ; ROSENKRANZ, W.: The Influence of FBG Phase Ripple Distortions - Comparison for Different Modulation Formats. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*, 2008, S. 1–3
- [155] NAKAZAWA, M.: Extremely Advanced Transmission with 3M technologies (multi-level modulation, multi-core & multi-mode). In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*, 2012, S. 1–3
- [156] BERDAGUÉ, S. ; FACQ, P.: Mode division multiplexing in optical fibers. In: *Applied Optics* 21 (1982), Nr. 11, S. 1950–1955
- [157] CHOI, S. ; SHIN, W. ; OH, K.: Higher-order-mode dispersion compensation technique based on mode converter using hollow optical fiber. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*, 2002, S. 177–178
- [158] GAMBLING, W. A. ; MATSUMURA, H. ; RAGDALE, C. M.: Mode dispersion, material dispersion and profile dispersion in graded-index single-mode fibres. In: *IEE Journal on Microwaves, Optics and Acoustics* 3 (1979), Nr. 6, S. 239–246
- [159] Ho, Keang-Po ; KAHN, J. M.: Statistics of Group Delays in Multimode Fiber With Strong Mode Coupling. In: *IEEE JLT* 29 (2011), Nr. 21, S. 3119–3128
- [160] MORIOKA, T. ; AWAJI, Y. ; RYF, R. ; WINZER, P. ; RICHARDSON, D. ; POLETTI, F.: Enhancing optical communications with brand new fibers. In: *IEEE Communications Magazine* 50 (2012), Nr. 2, S. 31–42
- [161] FAN, S. ; KAHN, J. M.: Principal modes in multimode waveguides. In: *Optics Letters* 30 (2005), Nr. 2, S. 135–137
- [162] TAKENAGA, K. ; TANIGAWA, S. ; GUAN, N. ; MATSUO, S. ; SAITOH, K. ; KOSHIBA, M.: Reduction of crosstalk by quasi-homogeneous solid multi-core fiber. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*, 2010, S. 1–3
- [163] SAKAGUCHI, J. ; AWAJI, Y. ; WADA, N. ; HAYASHI, T. ; NAGASHIMA, T. ; KOBAYASHI, T. ; WATANABE, M.: Propagation characteristics of seven-core fiber for spatial and wavelength division multiplexed 10-Gbit/s channels. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*, 2011, S. 1–3
- [164] IMAMURA, K. ; MUKASA, K. ; YAGI, T.: Investigation on multi-core fibers with large Aeff and low micro bending loss. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*, 2010, S. 1–3

- [165] VARSHNEY, S. K. ; SAITOH, K. ; SINHA, R. K. ; KOSHIBA, M.: Coupling Characteristics of Multicore Photonic Crystal Fiber-Based 1x4 Power Splitters. In: *IEEE JLT* 27 (2009), Nr. 12, S. 2062–2068
- [166] YUANYUAN, J. ; YONGTAO, W. ; GUOYING, F.: Analysis of the Supermode of Multicore Photonic Crystal Fibers Based on the Finite Element Method. In: *Proc. Symp. Photonics and Optoelectronic (SOPO)*, 2010, S. 1–4
- [167] PROAKIS, J. G. ; DIRECTOR, Stephen W. (Hrsg.): *Digital Communications*. 3. Edition. McGraw-Hill International Editions, 1995
- [168] DOCHHAN, A. ; SMOLORZ, S. ; ROHDE, H. ; ROSENKRANZ, W.: Electronic Equalization of FBG Phase Ripple Distortions in 43 Gb/s WDM Systems. In: *ITG Fachtagung für Photonische Netze, Leipzig*, 2009, S. 1–3
- [169] XIA, Chunmin ; ROSENKRANZ, W.: Electrical Mitigation of Penalties Caused by Group Delay Ripples for Different Modulation Formats. In: *IEEE PTL* 19 (2007), Nr. 13, S. 954–956
- [170] BOHN, M. ; KRUMMRICH, P. M. ; ROSENKRANZ, W.: Experimental verification of combined adaptive PMD and GVD compensation in a 40 Gb/s transmission using integrated optical FIR-filters and spectrum monitoring. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)* Bd. 1, 2004, S. 1–3
- [171] LEVEN, A. ; KANEDA, N. ; CORTESELLI, S.: Real-Time Implementation of Digital Signal Processing for Coherent Optical Digital Communication Systems. In: *IEEE Journal of selected topics in quantum electronics* 16 (2010), Nr. 5, S. 1227–1234
- [172] BOHN, M.: *Adaptive Entzerrung des Glasfaser-Übertragungskanals mit optischen Filterstrukturen in hochbitratigen Übertragungssystemen*. Shaker Verlag, 2006
- [173] BOHN, M. ; XIA, C.: Electrical and optical equalization strategies in direct detected high-speed transmission systems. In: *Int. J. Electron. Commun. (AEU)* 63 (2009), Nr. 7, S. 526–532
- [174] FADEL, M.: *Hochbrechende integriert-optische Siliciumoxinitrid-Wellenleiter für faseroptische Systemanwendungen*. Shaker Verlag, 2007
- [175] TEUFER, D. ; PACHNICKE, S. ; KRUMMRICH, P. M.: Modellierung und Simulation optischer IIR-Filterstrukturen zur adaptiven Kompensation chromatischer Dispersion in ultrahochbitratigen optischen Übertragungssystemen. In: *ITG Fachtagung für Photonische Netze, Leipzig*, 2009, S. 1–8
- [176] MIYA, T.: Silica-based planar lightwave circuits: passive and thermally active devices. In: *IEEE J. Sel. Top. Quant. El.* 6 (2000), Nr. 1, S. 38–45
- [177] KRUMMRICH, P. M.: Optical amplification and optical filter based signal processing for cost and energy efficient spatial multiplexing. In: *Optics Express* 19 (2011), Nr. 17, S. 16636–16652
- [178] KOLLAR, I. ; ROLAIN, Y.: Complex correction of data acquisition channels using FIR equalizer filters. In: *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 42 (1993), Nr. 5, S. 920–924
- [179] MURAKAMI, H. ; REED, I. ; ARCESE, A.: Recursive FIR digital filter design using a z -transform on a finite ring. In: *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing* 31 (1983), Nr. 5, S. 1155–1164
- [180] PASQUATO, L. ; KALE, Z.: Adaptive IIR filter initialization via hybrid FIR/IIR adaptive filter combination. In: *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 50 (2001), Nr. 6, S. 1830–1835
- [181] GESBERT, D. ; AKHTAR, J.: Breaking the barriers of Shannon’s capacity: An overview of MIMO wireless systems. In: *Telenor’s Journal: Teletronikk* 1 (2002), S. 53–64
- [182] FOSCHINI, G. J. ; GANS, M.J.: On Limits of Wireless Communications in a Fading Environment When Using Multiple Antennas. In: *Wireless Personal Communications* 6 (1998), S. 311–335
- [183] RYF, R. ; RANDEL, S. ; GNAUCK, A. H. ; BOLLE, C. ; ESSIAMBRE, R. ; WINZER, P. J. ; PECKHAM, D. W. ; MCCURDY, A. ; LINGLE, R.: Space-division multiplexing over 10 km of three-mode fiber using coherent 6 x 6 MIMO processing. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*, 2011, S. 1–3
- [184] BENVENISTE, A. ; GOURSAT, M. ; RUGET, G.: Robust identification of a nonminimum phase system: Blind adjustment of a linear equalizer in data communications. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 25 (1980), Nr. 3, S. 385–399



- [185] GODARD, D.: Self-Recovering Equalization and Carrier Tracking in Two-Dimensional Data Communication Systems. In: *IEEE Transactions on Communications* 28 (1980), Nr. 11, S. 1867–1875
- [186] MACCHI, O. ; EWEDA, E.: Convergence analysis of self-adaptive equalizers. In: *IEEE Transactions on Information Theory* 30 (1984), Nr. 2, S. 161–176
- [187] BENVENISTE, A. ; GOURSAT, M.: Blind Equalizers. In: *IEEE Transactions on Communications* 32 (1984), Nr. 8, S. 871–883
- [188] SWINDLEHURST, A. L.: Normalized adaptive decision directed equalization. In: *IEEE Signal Processing Letters* 5 (1998), Nr. 1, S. 18–20
- [189] TUAN, H. D. ; KHA, H. H. ; NGUYEN, H. H. ; LUONG, V.-J.: Optimized Training Sequences for Spatially Correlated MIMO-OFDM. In: *IEEE Transactions on Wireless Communications* 9 (2010), Nr. 9, S. 2768–2778
- [190] WONG, T. F. ; PARK, Beomjin: Training sequence optimization in MIMO systems with colored interference. In: *IEEE Transactions on Communications* 52 (2004), Nr. 11, S. 1939–1947
- [191] PRESS, W. H. ; TEUKOLSKY, S. A. ; VETTERLING, W. T. ; FLANNERY, B. P.: *Numerical Recipes*. Cambridge University Press, 2007
- [192] ALDOUS, D.: Random walks on finite groups and rapidly mixing Markov chains. In: *Springer Lecture Notes in Mathematics* 986 (1983), S. 243–297
- [193] ALDOUS, D.: On the Markov Chain Simulation Method for Uniform Combinatorial Distributions and Simulated Annealing. In: *Probability in the Engineering and Informational Sciences* 1 (1987), Nr. 1, S. 33–46
- [194] GKANTSIDIS, C. ; MIHAIL, M. ; SABERI, A.: Random walks in peer-to-peer networks. In: *Proc. INFOCOM IEEE Computer and Communications Societies Bd. 1*, 2004, S. 1–3
- [195] LI, K.: Performance analysis and evaluation of random walk algorithms on wireless networks. In: *Proc. IEEE Int Parallel & Distributed Processing, Workshops and Phd Forum (IPDPSW)*, 2010, S. 1–8
- [196] DOLEV, S. ; SCHILLER, E. ; WELCH, J.: Random walk for self-stabilizing group communication in ad-hoc networks. In: *Proc. 21st IEEE Symp. Reliable Distributed Systems*, 2002, S. 70–79
- [197] KENNEDY, J. ; EBERHART, R.: Particle swarm optimization. In: *Proc. Conf. IEEE Int Neural Networks Bd. 4*, 1995, S. 1942–1948
- [198] EBERHART, R. ; KENNEDY, J.: A new optimizer using particle swarm theory. In: *Proc. Sixth Int Micro Machine and Human Science*, 1995, S. 39–43
- [199] KENNEDY, J. ; EBERHART, R. C.: A discrete binary version of the particle swarm algorithm. In: *Proc. IEEE Int Systems, Man, and Cybernetics Computational Cybernetics and Simulation Bd. 5*, 1997, S. 4104–4108
- [200] ZHOU, Y. ; ZENG, G. ; YU, F.: Particle swarm optimization-based approach for optical finite impulse response filter design. In: *Applied Optics* 42 (2003), Nr. 8, S. 1503–1507
- [201] COLEMAN, T. F. ; LI, Y.: On the convergence of interior-reflective Newton methods for nonlinear minimization subject to bounds. In: *Math. Programming* 67 (1994), Nr. 2, S. 189–224
- [202] COLEMAN, T. F. ; LI, Y.: An Interior, Trust Region Approach for Nonlinear Minimization Subject to Bounds. In: *SIAM Journal on Optimization* 6 (1996), S. 418–445
- [203] YUAN, Ya-Xiang: *A Review of Trust Region Algorithms for Optimization*. Erschienen: 2000. Abgerufen: August 2012. <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.45.9964>
- [204] MARQUARDT, D. W.: An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters. In: *SIAM J. Appl. Math.* 11 (1963), S. 431–441
- [205] LEVENBERG, K.: A Method for the Solution of Certain Problems in Least-Squares. In: *Quarterly Applied Math.* 2 2 (1944), S. 164–168

- [206] DOUGLAS, S. C. ; MANDIC, D. P.: Performance analysis of the conventional complex LMS and augmented complex LMS algorithms. In: *Proc. IEEE Int Acoustics Speech and Signal Processing (ICASSP)* 1 (2010), S. 3794–3797
- [207] MOORE, E. H.: On the reciprocal of the general algebraic matrix. In: *Bulletin of the American Mathematical Society* 26 (1920), S. 394–395
- [208] PENROSE, R.: A generalized inverse for matrices. In: *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* 51 (1955), S. 406–413
- [209] GOLUB, G.H. ; LOAN, C. F.: *Matrix Computations*. Johns Hopkins University Press, 1996
- [210] WINDMANN, M. ; PACHNICKE, S. ; VOGES, E.: PHOTOSS: The simulation tool for optical transmission systems. In: *Proc. SPIE* 5247 (2003), S. 51–60
- [211] WESTHÄUSER, M. ; LUCK, N. ; LENGE, J.: *PHOTOSS User Manual 5.11*. Erschienen: August 2011. Abgerufen: August 2012. <http://www.lenge.de/downloads/PHOTOSS%20User%20Manual.pdf>
- [212] INTERNATIONAL, Ecma: *Standard ECMA-262*. Erschienen: Juni 2001. Abgerufen: August 2012. <http://www.ecma-international.org/publications/files/ECMA-ST/Ecma-262.pdf>
- [213] WESTHÄUSER, M.: *PScript Basic Manual*. Erschienen: Oktober 2012. Abgerufen: Oktober 2012. <http://www.lenge.de/downloads/PScript%20Basic%20Manual.pdf>
- [214] GOLDFARB, G. ; LI, Guifang: Chromatic Dispersion Compensation Using Digital IIR Filtering With Coherent Detection. In: *IEEE PTL* 19 (2007), Nr. 13, S. 969–971
- [215] RIBEIRO, V. ; RANZINI, S. ; J-OLIVEIRA ; NASCIMENTO, V. ; MAGALHAES, E.: Accurate Blind Chromatic Dispersion Estimation in Long-haul 112Gbit/s PM-QPSK WDM Coherent Systems. In: *Signal Processing in Photonics Communications (SPPCom), Colorado Springs, USA, 2012*, S. 1–2
- [216] MALOUIN, C. ; THOMAS, P. ; ZHANG, B. ; O'NEIL, J. ; SCHMIDT, T.: Natural Expression of the Best-Match Search Guard Clock-Tone Algorithm for Blind Chromatic Dispersion Estimation in Digital Coherent Receivers. In: *Signal Processing in Photonics Communications (SPPCom), Colorado Springs, USA, 2012*, S. 1–2
- [217] LAU, A. P. ; HAUSKE, F. N. ; ANDERSON, T. B. ; LU, C.: Performance monitoring through signal processing in current and future optical communication systems. In: *Signal Processing in Photonics Communications (SPPCom), Colorado Springs, USA, 2012*, S. 1–3
- [218] PITTALA, F. ; HAUSKE, F. N. ; YE, Yabin ; GONZALEZ, N. G. ; MONROY, I. T.: Fast and robust CD and DGD estimation based on data-aided channel estimation. In: *Int. Conf. Transparent Optical Networks (ICTON)*, 2011, S. 1–4
- [219] YEVICK, D. ; BARDYSZEWSKI, W.: A random walk procedure for evaluating probability distribution functions in communication systems. In: *IEEE PTL* 16 (2004), Nr. 1, S. 108–110
- [220] ELBERS, J.-P. ; GLINGENER, C. ; DUSER, M. ; VOGES, E.: Modelling of polarisation mode dispersion in single-mode fibres. In: *Electronics Letters* 33 (1997), Nr. 22, S. 1894–1895
- [221] BREUER, D. ; TESSMANN, H.-J. ; GLADISCH, A. ; FOISEL, H. M. ; NEUMANN, G. ; REINER, H. ; CREMER, H.: Measurements of PMD in the installed fiber plant of Deutsche Telekom. In: *Proc. Digest of the LEOS Summer Topical Meetings*, 2003, S. 5–6
- [222] SHANNON, Claude E.: *The Mathematical Theory of Communication*. Bd. 1. University of Illinois Press, 1949
- [223] FEIPENG, L. ; WEIXIONG, C. ; YILIN, C.: 2-D genetic optimizer algorithm and its application in digital signal processing. In: *Proc. China. Conf. Int Circuits and Systems*, 1991, S. 120–122

