

Heinz SCHUMANN, Weingarten

Dynamische Raumgeometrie

Neben die herkömmlichen gegenständlichen Repräsentationsformen von **synthetischer Raumgeometrie** („Papier-Bleistift“-Zeichnungen/print-mediale Darstellungen und material-physische Darstellungen) tritt heute die **computerrepräsentierte Darstellung**; – die entsprechenden filmischen Darstellungen können in digitalisierter Form auch zur computerrepräsentierten Darstellung gezählt werden. – Im Raumgeometrieunterricht ist eine adäquate Vernetzung dieser Repräsentationsformen anzustreben.

Unter den aktuellen Formen computerrepräsentierter synthetischer Raumgeometrie nimmt die Dynamische Raumgeometrie bzw. die Zug-Modus-Geometrie im virtuellen Raum eine weitergehende Rolle als die mit 2-dimensionalen dynamischen Geometriesysteme behandelte ebene Geometrie ein, da man seit Euklid (vergl. Buch XI-XIII) räumlich zwar in der Vorstellung regelhaft konstruiert hat, aber räumliche Konfigurationen nur mittels der Methoden der Darstellenden Geometrie über die Konstruktion ebener, räumlich zu interpretierender Figuren darstellen konnte. – Während für kommerziell orientierte konstruktive Verwendungsmöglichkeiten des virtuellen Raumes bereits seit längerem entsprechende Computerwerkzeuge existieren, die von primitiven Hausbauplanungs- und Wohnungseinrichtungsprogrammen bis zu professionellen branchenspezifischen 3D-CAD-Systemen reichen, hat die Entwicklung interaktiver Computerwerkzeug für den Bereich der synthetischen Raumgeometrie u. a. wegen konzeptioneller sowie hardware- und softwaretechnischer Probleme erst spät eingesetzt.

Prototyp für Dynamischer Raumgeometrie-Systeme (DRGS) ist **Cabri 3D 1.0** (Laborde, Bainville 2004); die Vorläufer-Systeme **3D-Geometer** (Klemenz 1994/99, nur auf Macintosh-Computern lauffähig) und der vom 3D-Geometer abgeleitete **MiniGeometer** (Klemenz 2001, Java-Applet unter: www.geosoft.ch/geometer) haben eine geringe Verbreitung gefunden, die auch auf Probleme der räumlichen Wahrnehmung und auf Interaktionsprobleme zurückzuführen sein dürften.

Cabri 3D unterstützt dank folgender software-ergonomischen Eigenschaften das synthetisch-geometrische Arbeiten und die Wahrnehmung im virtuellen Raum:

Visualisierung mittels *Virtual Sphere Device*, *direkte Interaktion* mit System und Inhalt, *polymorphe* Optionen, *Preview* der zu erzeugenden Objekte, *Tiefenwahrnehmung* durch Hintergrund-/Vordergrundunterscheidung mittels Farbverblassung/-intensivierung (Fading) und variierender Objektdicke, „angemessenes“ *Objekt-Rendern*, *Simulation* von realen bzw. vor-

stellbaren Handlungen, reichhaltige *Objekt-Attribute* zur weitergehenden Unterstützung der Wahrnehmung von Objekten, *Zug-Modus* wie in zweidimensionalen DGS, *intelligente Verwaltung* von sichtbaren und ausgeblendeten Objekten usw.

Die Verwendung eines DRGS wie Cabri 3D in der Vollversion, führt zu neuen Methoden, räumliche Elementargeometrie zu lehren und zu lernen bei der Aneignung raumgeometrischer Begriffe und Sätze, bei der Lösung raumgeometrischer Konstruktions- und Berechnungsaufgaben, bei der Behandlung und Anwendung der räumlichen Abbildungsgeometrie, bei Untersuchung und Anwendung von Relationen an raumgeometrischen Figuren, bei der Verbindung von synthetischer und analytischer Raumgeometrie, bei der Interaktion zwischen ebener und räumlicher Geometrie, bei der raumgeometrischen Modellierung und Simulation von Ausschnitten der physischen Welt, bei der ästhetischen Gestaltung von und mit raumgeometrischen Figuren, ...

Außerdem bereichert die interaktive Nutzung der synthetischen Raumgeometrie im virtuellen Raum als „dienende Magd“ die Darstellung innermathematischer oder außermathematischer Sachverhalte.

Ein DRGS wie Cabri 3D unterstützt folgende allgemeine Methoden der Erkenntnisfindung:

die Visualisierung (statischer und dynamischer raumgeometrischer Information), die induktive Methode, die Analogiemethode (zur Analogisierung zwischen ebener und räumliche Geometrie), die operative Methode, das Generalisieren und Spezialisieren, das Konkretisieren, die Trial-and-Error-Methode, das experimentelle Arbeiten, die Komplexitätsreduktion, das modulare Arbeiten, das Rückwärtsarbeiten, ...

Folgende traditionelle raumgeometrische Themen erfahren eine neue adäquate Behandlung bzw. eine Neubewertung im Kontext des Geometrie-Unterrichts:

- die Geometrie der Körper, insbesondere die Geometrie der Polyeder (u. a. die der Platonischen Körper und ihrer Derivate)
- die Lagebeziehungen geometrischer Objekte (z. B. von Punkten, Geraden, Ebenen)
- die räumlichen Konstruktionsaufgaben (z. B. mit „Ebenenlineal“ und „Kugelmittel“ und/oder mit räumlichen Kongruenzabbildungen)
- die räumliche Analogisierung von Begriffen und Sätzen der ebenen Geometrie (z. B. die Analogisierung der Dreiecksgeometrie zur Tetraedergeometrie)
- die räumliche Behandlung der Kegelschnitte
- die Kugelgeometrie
- die Darstellende Geometrie.

(Methoden der Darstellenden Geometrie sind aber für ein tiefergehendes Verständnis der Darstellungsart von Raumszenen in einem DRGS unentbehrlich!)

Beim raumgeometrischen Arbeiten und Denken im Rahmen einer Lernumgebung, in der ein Computerwerkzeug wie das dynamische Raumgeometriesystem Cabri 3D vorherrschend zum Einsatz kommt, intervenieren drei wesentliche in Wechselbeziehung stehende kognitive Fähigkeitsbereiche (vergl. Diagramm):

Raumvorstellungsfähigkeit unterstützt raumgeometrisches Wissen und 3D-Werkzeugnutzung: Notwendige Voraussetzung für raumgeometrisches Wissen und das Arbeiten mit einem Raumgeometrie-Tool ist die Raumvorstellungsfähigkeit, die die individuelle räumliche Interpretation der mit dem Tool oder auf andere Weise dargestellten statischen und dynamischen raumgeometrischen Informationen sicherstellt.

Raumgeometrisches Wissen unterstützt Raumvorstellungsfähigkeit und 3D-Computerwerkzeugnutzung: An raumgeometrischem Wissen und der mittels diesem modellierten Welt wird Raumvorstellung entwickelt und geübt. Für die adäquate Nutzung eines 3D-Tools wie Cabri 3D ist raumgeometrisches Vorwissen, d. h. Kenntnis und Verständnis elementarer raumgeometrischen Begriffe und Verfahren, weitgehend vorauszusetzen.

3D-Computerwerkzeugnutzung unterstützt Raumgeometrisches Wissen und Raumvorstellungsfähigkeit: Die Nutzung eines solchen Werkzeugs fördert einerseits die Aneignung, das Verstehen und Anwenden raumgeometrischen Wissens und andererseits die Raumvorstellungsfähigkeit durch das Agieren im virtuellen Anschauungsraum.

In der Hand der in den genannten Bereichen kompetenten Lehrkraft ist Cabri 3D ein mächtiges raumgeometrisches Demonstrations- und Explorationswerkzeug.

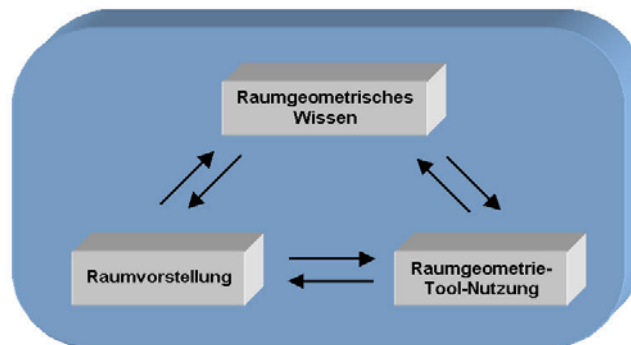


Diagramm (Raumgeometrisches Arbeiten und Denken in einer computerwerkzeugunterstützten Lernumgebung; ein Pfeil bedeutet „unterstützt“)

Cabri 3D ist ein geeigneter Mediator zwischen mentaler und physischer Raumgeometrie-Repräsentanz gemäß der piktoralistischen These, dass un-

sere Vorstellungsbilder (mental imagery) und ihr mentaler Gebrauch den wahrgenommenen physischen Objekten und ihrem wahrgenommenen physischen Gebrauch entsprechen. (Mit Cabri 3D kann man aber auch herkömmlichen Vorstellungen transzendieren, etwa bei bestimmten Körper-Metamorphosen.)

Die Nutzung des DRGS Cabri 3D wirft zahlreiche Forschungsfragen im Hinblick auf qualitative und quantitative empirischer Forschung auf, von denen wir hier nur die folgenden Forschungsfragen allgemeiner Art stellen:

1) Welchen Einfluss hat die Nutzung von Cabri 3D auf die Raumvorstellungsfähigkeit? 2) Welchen Einfluss hat die Nutzung von Cabri 3D auf das raumgeometrische Wissen und Verstehen? 3) Welchen Einfluss hat die Raumvorstellungsfähigkeit auf die Nutzung von Cabri 3D? 4) Welchen Einfluss hat raumgeometrisches Vorwissen auf die Nutzung von Cabri 3D? 5) Wie ist eine Lernumgebung mit Cabri 3D zu gestalten, die ‚optimal‘ hinsichtlich des Erwerbs raumgeometrischen Wissens und der Übung der Raumvorstellung ist?

– Die dynamische Raumgeometrie, wie sie durch Cabri 3D repräsentiert wird, stellt ein eindrucksvolles Beispiel für den „*didaktischen Mehrwert*“ der Computernutzung im (interdisziplinären) Geometrie-Unterricht dar.

Die Nutzung von Cabri 3D eröffnet für Schüler/-innen, Studenten/-innen und Lehrer/-innen ein weites Feld raumgeometrischen Arbeitens.

Ein Tool wie Cabri 3D kann die Behandlung der synthetischen Raumgeometrie wesentlich verbessern, wenn die entsprechenden curricularen Voraussetzungen gegeben sind.

Literatur

Bainville, E., Laborde, J.-M. (2004): Cabri 3D 1.0. (Software). Grenoble: CabriLog.

Deutsche Version (H. Schumann) zu beziehen von www.cotec.de

Thaer, C. (Hg.) (1980): Euklid. Die Elemente. Darmstadt: Wiss. Buchgesellschaft

Schumann, H. (2001): Raumgeometrie – Unterricht mit Computerwerkzeugen. Berlin: Cornelsen

Schumann, H. (2001): Methoden der dynamischen Geometrie – eine Zusammenfassung. In: BUS, Zeitschrift für Computernutzung an Schulen, Nr. 43, Heft 1, 2001, S.54-59

Schumann, H. (2004): Entdeckung von Analogien mit Cabri 3D am Beispiel „Dreieck – Tetraeder“. In: math. did. 27 (2004) Bd. 1, S. 82-99

Schumann, H. (2004): Konstruktion von Polyedermodellen mit Cabri 3D im Umfeld der platonischen Körper. In: Beiträge zum Computereinsatz in der Schule. Jg. 18, Heft 2, S. 3-48

Schumann, H. (2005): Interaktives geometrisches Modellieren im virtuellen Raum mit Cabri 3D. Erscheint in: Log In – Informatische Bildung und Computer in der Schule, Heft 133

Schumann, H. (2005): Eine dynamische Behandlung der Kegelschnitte mit Cabri 3D. Erscheint in: MNU, Jg. 58, Heft 4