

Elisabeth RATHGEB-SCHNIERER, Weingarten

Zur Entwicklung flexibler Rechenkompetenzen bei Grundschulkindern – Ergebnisse einer empirischen Untersuchung

Wie entwickeln Grundschul Kinder ihre Rechenwege auf der Basis offener Lernangebote von ersten individuellen Vorgehensweisen bis zu einem flexibleren Rechnen? Dieser Frage wurde im Rahmen einer Untersuchung nachgegangen, die sich über den Zeitraum eines Schuljahres in der Klassenstufe 2 erstreckte. Sie beinhaltete sowohl Unterrichtsaktivitäten zum gesamten Bereich des additiven Rechnens als auch Interviews, die sich auf Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 100 bezogen¹. Zur Datenanalyse wurden ausschließlich die Interviews herangezogen, deren qualitative Auswertung Einblicke in Lernbiographien, die Beschreibung verschiedener Varianten im Lösungsverhalten sowie die Generierung von Deutungshypothesen zur Rechenwegsentwicklung ermöglichten.

Ergebnisse im Fokus einzelner Forschungsfragen

Wie äußert sich flexibles Rechnen? Flexibles Rechnen im Sinne von aufgabenadäquatem Handeln ist kein „Alles-oder-Nichts-Phänomen“, sondern entwickelt sich langsam und kann in verschiedenen Ausprägungsgraden auftreten. Indikatoren für den Ausprägungsgrad flexibler Rechenkompetenzen können zum einen bestimmte Merkmale im Lösungsprozess einzelner Aufgaben sein, zum anderen das Lösungsverhalten, welches sich über ein gesamtes Interview erstreckt. Als prägnante Anzeichen für flexibles Rechnen kristallisierten sich bei der Datenanalyse heraus:

- Das Erkennen von Aufgabenunterschieden, Zahleigenschaften und Zahlbeziehungen,
- das Nutzen von Zahl- und Aufgabeneigenschaften sowie Zahlbeziehungen beim Lösen von Aufgaben,
- das Kennen und Verstehen von strategischen Werkzeugen,
- der bewegliche Umgang mit strategischen Werkzeugen,
- das Kennen von alternativen Lösungsmöglichkeiten,
- das Begründen des eigenen Lösungsweges,
- die Einschätzung der Passung eines Lösungsweges und
- das Verfügen über metakognitive Kompetenzen.

Je mehr dieser Merkmale sich im Lösungsprozess eines Kindes zeigen und je stärker sie ausgeprägt sind, umso eindeutiger kann von flexiblen Re-

¹ Details in [2], S. 97ff.

chenkompetenzen in einem bestimmten Kontext gesprochen werden. In den drei Interviewdurchläufen – der erste war im Februar, der letzte im Oktober desselben Jahres – konnten verschiedene generelle Lösungsvarianten beobachtet werden:

- Ein „mechanischer“ Lösungsweg (oder mehrere) , der nicht erklärt bzw. begründet werden kann und häufig nicht zum Erfolg führt.
- Ein gleich bleibender Lösungsweg, der begründet werden kann.
- Verschiedene Lösungswege ohne erkennbares aufgabenadäquates Handeln.
- Ein Hauptlösungsweg, von dem bei manchen Aufgaben unbegründet abgewichen wird.
- Ein Hauptlösungsweg, von dem bei manchen Aufgaben begründet abgewichen wird.
- Verschiedene aufgabenadäquate Lösungswege.

Die erste Lösungsvariante tauchte ausschließlich im ersten Interviewdurchlauf auf. Erste Anzeichen für flexible Rechenkompetenzen zeigen sich u. E. schon bei dem Abweichen von einem deutliche erkennbaren Hauptrechenweg bei Aufgaben, die den Kindern prägnant erscheinen (Punkt 4). Von uneingeschränkt flexiblen Rechenkompetenzen innerhalb eines Zahlenraums kann dann gesprochen werden, wenn strategische Werkzeuge begründet und aufgabenadäquat eingesetzt werden können.

Wie entwickeln Kinder flexible Rechenkompetenzen? Zur Beantwortung dieser Frage lassen sich die im Laufe der Datenauswertung entwickelten Hypothesen heranziehen. Während der Interviewanalyse stießen wir immer wieder auf überraschende Phänomene, zu deren Verständnis die Generierung neuer Hypothesen unabdingbar war. Dabei stützten wir uns auf die forschungslogische Schlussweise der Abduktion ([1], 246ff) entsprechend derer neue und überraschende Phänomene durch die Modifikation und Neukombination vorhandener Wissensbestände erklärt und daraus neue Hypothesen entwickelt werden. Dieser Prozess wird nachfolgend exemplarisch anhand einer zentralen Hypothese beschrieben.

Wodurch werden Rechenwege beeinflusst? Vor der Datenanalyse gingen wir davon aus, dass es zwei entscheidende Einflussfaktoren für den Verlauf von Rechenwegen gibt: Erstens das Wissen über Zahlen und Rechenoperationen, welches das Wissen über Zahlseigenschaften, über Zahlbeziehungen sowie über Rechenoperationen einschließt. Zweitens das Verfügen über strategische Werkzeuge, worunter wir Zahlzerlegung, regelgestütztes Verändern von Aufgaben, Hilfsaufgaben, Analogiewissen und Auswendigwissen verstehen. Im Laufe der Datenanalyse stießen wir auf Verhaltensweisen beim Aufgabenlösen, die sich mit den genannten Faktoren nicht erklären

ließen: Beispielsweise war häufig zu beobachten, dass Kinder von einem zum anderen Interview ihre Vorgehensweisen bei derselben Aufgabe in inadäquater Weise veränderten. Des Weiteren wurden sehr häufig strukturgleiche Aufgaben innerhalb eines Interviews ganz unterschiedlich gelöst, ebenso waren im zweiten und dritten Interviewdurchlauf immer häufiger spontane Abbrüche und Veränderungen eines Rechenwegs zu beobachten sowie die unvermittelte Nennung alternativer Rechenwege. Alle diese exemplarisch dargestellten Phänomene lassen sich mit den bis zu dem Zeitpunkt angenommenen Determinanten für Rechenwege nicht erklären. Vielmehr legen sie die Vermutung nahe, dass noch weitere Faktoren einen Lösungsweg beeinflussen und zwar solche, die im Moment des Lösungsprozesses zum Tragen kommen. Unsere Annahme diesbezüglich lautet:

- Rechenwege sind abhängig von der Zahlwahrnehmung im Lösungskontext.

Weitere Deutungshypothesen zur eigenständigen Entwicklung flexibler Rechenkompetenzen, die analog zu dem oben dargestellten Vorgehen entwickelt wurden, sind:

- Flexible Rechenwege sind keine linearen Wege.
- Bestimmte Zahlen (Aufgaben) werden als prägnant empfunden und beeinflussen den Lösungsverlauf.
- Didaktisch definierte Aufgabenstrukturen sind kein entscheidendes Kriterium für Rechenwege.
- Auf Zahlwissen gestützte Rechenwege benötigen keine Notation.
- Notation ist hinsichtlich der Entwicklung flexibler Rechenkompetenzen ambivalent.

Die ersten vier Deutungshypothesen sprechen für die Relevanz der Zahlenblicksschulung zur Entwicklung flexibler Rechenkompetenzen, wogegen die letzten beiden Hypothesen mehr die Rolle der Notation fokussieren.

Einbindung in die aktuelle Diskussion

Wie Schütte ([3], S. 133) betont, existiert keine kohärente explizite Theorie zum Rechnenlernen auf eigenen Wegen, allerdings lassen sich in der didaktischen Literatur sowie in Schulbüchern implizite Theorien identifizieren. Diese werden von Schütte (ebd.) in drei Ansätzen zusammengefasst:

1. Der „Selbstlaborierungsansatz“, der davon ausgeht, dass Kinder ihre Rechenwege in substanziellen Lernumgebungen entwickeln.
2. Der „Strategiewahlansatz“, der davon ausgeht, dass Kinder beim Rechnen eine Lösungsstrategie auswählen. Dementsprechend würde flexibles

Rechnen das Verfügen über ein Repertoire an Lösungsstrategien sowie über tragfähige Auswahlkriterien voraussetzen.

3. Der „Ansatz des aspektreichen Zahlverständnisses“, den ich an dieser Stelle in Anlehnung an Threlfall ([4], S. 42) *Emergenzansatz* nennen möchte. Bezogen auf diesen Ansatz würde flexibles Rechnen mannigfaltiges Zahlwissen sowie das Verfügen über strategische Werkzeuge voraussetzen.

Die Ergebnisse der Studie stützen den Emergenzansatz und gemeinsam mit den theoretischen Grundlagen, die sich auf eine konstruktivistische Perspektive des Lernens und auf eine semiotische Theorie zum Lernen beziehen, lässt sich der Prozess der eigenständigen Rechenwegsentwicklung wie folgt fassen: Die kindereigenen Rechenwege nehmen eine zentrale Rolle im Prozess der Rechenwegsentwicklung ein. Als interne „Rechenwege“ – im Sinne innerer Strukturen, deren Aufbau eine konstruktive Leistung des Individuums ist – sind sie Erkenntnisbedingungen, die den Lernprozess ermöglichen, aber auch begrenzen. Werden die Rechenwege artikuliert, stellen sie zentrale Erkenntnismittel dar, da durch die Auseinandersetzung mit ihnen im sozialen Kontext eine Weiterentwicklung der internen „Rechenwege“ bewirkt werden kann. Rechenwegsentwicklung vollzieht sich im Kreislauf von eigenständiger Rechenwegskonstruktion, deren Reflexion und deren Austausch im sozialen Kontext. Dieser Kreislauf bedarf einer entsprechenden Lernumgebung, die eigenständige Auseinandersetzung mit geeigneten Aufgaben zur Zahlenblicksschulung und Möglichkeit zur Kommunikation bieten sollte.

Literatur

- [1] Christian Beck, Helga Jungwirth: Deutungshypothesen in der interpretativen Forschung. In: Journal für Mathematik-Didaktik. Jg. 20 (1999), Heft 4, 231-259.
- [2] Elisabeth Rathgeb-Schnierer: Kinder auf dem Weg zum flexiblen Rechnen. Eine Untersuchung zur Entwicklung von Rechenwegen bei Grundschulkindern auf der Grundlage offener Lernangebote und eigenständiger Lösungsansätze. Hildesheim, Franzbecker 2006.
- [3] Sybille Schütte: Rechenwegsnotation und Zahlenblick als Vehikel des Aufbaus flexibler Rechenkompetenzen. In: Journal für Mathematik-Didaktik, Jg. 25 (2004), Heft 2, 130-148.
- [4] John Threlfall: Flexible Mental Calculation. In: Educational Studies in Mathematics 50 (2002), 29-47.