

Sandra THOM, Vechta

Montessori und die ‚Alten Chinesen‘

oder

Über historisch-genetischen Mathematikunterricht bei Montessori am Beispiel des ‚Großen Multiplikationsbrettes‘

1. Das ‚Große Multiplikationsbrett‘ oder ‚Schachbrett‘

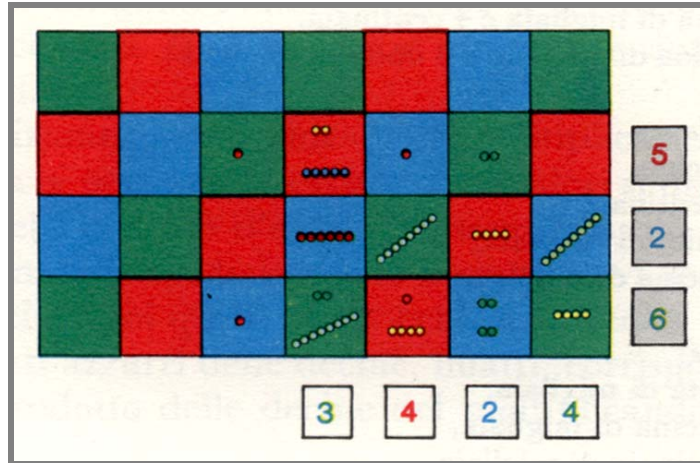
Das ‚Schachbrett‘, wie das Große Multiplikationsbrett im Alltag meist genannt wird, wurde in seiner ältesten bekannten Form in MONTESSORIS Arithmetiklehrbuch aus den frühen 1930er-Jahren publiziert. Es erfuhr im Laufe der Zeit einige Erweiterungen, wobei in der vorliegenden Darstellung die älteste, die sog. ‚Zweite Stufe‘, betrachtet werden soll. Entstand es zunächst als ergänzendes Material, ist das Schachbrett heute in einer genetischen Unterrichtskonzeption der MONTESSORI-Mathematik eingebunden in ein Netz vorausgehender und folgender Materialien. Es erfordert vor der Anwendung Grundvorstellungen und Vorwissen der Kinder zur Multiplikation und zum Zählen (Zahl und Stellenwertsystem).

Wie jedes Material für die Hand des Kindes ist auch das Schachbrett zunächst ein Lerninhalt, d.h. vor einer multiplikativen Übung muss das Kind mit der Struktur des Materials vertraut werden: Beim Schachbrett werden Zahlen materialisiert durch die Zerlegung in ihre g-adische Zahlstruktur dargestellt: Der Zahlenwert wird durch Perlenstäbchen ausgelegt, der Stellenwert ergibt sich aus der Multiplikation der Stellen vom an der rechten Seite ausgelegten Multiplikator und dem auf der unteren Leiste ausgelegten Multiplikanden, z.B. $10^1 \cdot 10^1 = 10^2$ (in der Sprechweise der Einführung: ‚Einer mal Einer ergibt Zehner.‘). Die typisch MONTESSORI'sche Farbgebung der Stellenwerte wird auch beim Schachbrett aufgegriffen; die auf den ersten Blick abstrakt anmutende Zahldarstellung erschließt sich den Kindern dabei im Zuge einer zunehmenden Abstraktion der Zahldarstellungen, die an dieser Stelle nicht weiter ausgeführt werden kann.

Die Multiplikation erfolgt in drei Schritten, die am Beispiel der Aufgabe $3.424 \cdot 625$ kurz beschrieben werden sollen:

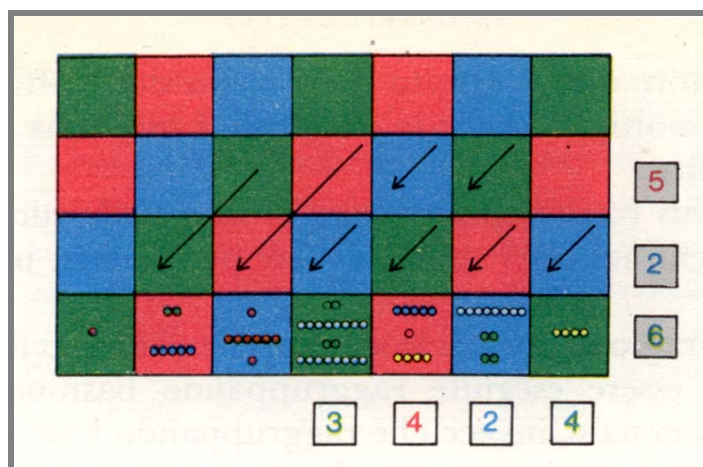
1. Schritt: Die Teilprodukte der Multiplikation ergeben sich durch stellenweises Multiplizieren, beginnend mit dem Einer des Multiplikators. Sind die Teilprodukte zweistellig, werden sie in Einer und Zehner stellengerecht aufgelegt, d.h. bei der Multiplikation der Einer ($6 \cdot 4 = 24$) werden die sich ergebenden Einer (eine Viererstange) in das rechte Feld gelegt, die sich ergebenden Zehner (eine Zweierstange) in das linke, das dem nächsthöheren

Stellenwert entspricht. Der Multiplikator, hier das rechte Plättchen mit der ‚6‘ im Einer, ‚wandert‘ über das Schachbrett über die jeweils zu multiplizierende Stelle des Multiplikanden und ist so Hilfe zur korrekten Ausführung des Algorithmus.



Teilprodukte des Multiplizierens, aus: Montessori (1971) 241

2. Schritt: Die Teilprodukte der Multiplikation werden durch eine diagonale Operation des Zusammenfügens stellenwertweise addiert.



Addition der Teilprodukte, aus: Montessori (1971) 243

3. Schritt: Das Gesamtergebnis wird über Bündeln ermittelt (1.701.024).

2. Das Schachbrett als Materialisierung eines historischen Algorithmus

Das Schachbrett wurde als ein Material konzipiert, das den Kindern handlungsorientiert das Multiplizieren erleichtern und zum Verstehen der Schriftlichen Multiplikation beitragen sollte. Damit kommt ihm eine den Malstreifen im Zahlenbuch der Klasse 4 durchaus vergleichbare Funktion zu.

MONTESSORI materialisiert im Schachbrett einen historischen Algorithmus mit langer Tradition, der vermutlich in Indien entstanden ist, dann nach China und in den arabischen Raum verbreitet wurde, von wo aus er dann seinen Weg nach Europa fand: den Gelosia-Algorithmus aus der Familie der auch so genannten ‚Schachbrett-Algorithmen‘. Damit ist das Material wohl ein Beispiel für die implizite Nutzung von Mathematikgeschichte:

„The simplest way is to see history implicitly: history is not an aim for itself, but a teaching itinerary is constructed which must utilise suggestions from various sectors, always keeping in mind the didactic aims. [...]

In the case of an explicit use of history [...], the emphasis is on history.“

(MENGHINI (2002) 86ff.)

Das Schachbrett kann gleichsam ein Beispiel für eine mögliche explizite Nutzung im Mathematikunterricht 6-12jähriger Kinder sein, deren besondere Sensibilitäten MONTESSORI im Unterricht aufgreift und fördert.

3. Das Schachbrett als Beispiel für die explizite Nutzung von Mathematikgeschichte im MONTESSORI-Mathematikunterricht

Wie schon in früheren Aufsätzen ausgeführt¹, soll eine globale Darstellung der von MONTESSORI so genannten ‚Geschichte des Zählens und der Zahlen‘ in Form einer mit Modellen und Bildern veranschaulichten Erzählung Kindern einen Überblick verschaffen, an dem weiteres Arbeiten in Projekten und Freiarbeit anknüpfen kann. Neben dieser Geschichte, einer der großen *cosmic tales*, werden noch weitere Geschichten für den Mathematikunterricht empfohlen, zum Beispiel *Key Lessons*.

Diese können an die Geschichte des Zählens und der Zahlen anknüpfen, wie eine Geschichte der Gelosia-Multiplikation beispielsweise den ‚Weg‘ unseres Ziffern- und Zahlensystems von Indien über den östlichen Mittelmeerraum nach Norden erneut aufgreifen und damit vertiefen könnte. Die Darstellung muss wie bei der Geschichte des Zählens und der Zahlen von Bildern oder Modellen unterstützt werden, um den Kindern Material für ihre Imaginationskraft zu geben. Hier bieten sich u.a. Bilder historischer Mathematiker an, deren Rechenbücher als ‚Stationen‘ des Algorithmus‘ aufgegriffen werden. Auch konkrete Rechenhilfen wie beispielsweise die von John NAPIER im frühen 17. Jahrhundert publizierte Rechenstäbe (NAPIER’S BONES), können von Kindern genutzt, erforscht und analysiert werden; die Personalisierung und exemplarische Betrachtung einzelner ‚Statio-

¹ Für eine ausführlichere Darstellung muss ich an dieser Stelle auf meinen Beitrag zum Fächerübergreifenden Lernen (2007) sowie auf die breiter angelegte Darstellung zum Mehrdimensionalen Lernen mit einer vergleichenden Berücksichtigung von Parallelen zur Ethnomathematik (2004) verweisen.

nen' des Algorithmus ermöglicht dabei eine ‚originale Begegnung‘ im Sinne ROTHS oder genetisches Lernen nach WAGENSCHN.

MONTESSORI fordert beim fächerübergreifenden Arbeiten eine Orientierung an den Grundlagen der jeweiligen Wissenschaft, was im Bereich des historischen Forschens unter anderem auch die kritische Würdigung von Quellen beinhaltet. Im Gespräch mit Kindern wird eine solche Überlegung durch zum Teil offene oder halboffene Fragen wie ‚Woher weiß man denn das?‘ in kindgerechter Form angesprochen und regt so zu Diskussionen und weiteren Forschungen an. Dabei können auch im Rahmen eines Philosophierens mit Kindern Fragen zur Bedeutung und Würdigung von inzwischen als überholt betrachteten, aber in ihrer damaligen Bedeutung nicht zu unterschätzenden Rechenhilfen wie NAPIER's Bones als Zwischenstation auf dem Weg zu unserem modernen Taschenrechner diskutiert werden.

Kinder mögen Geschichte(n) und lassen sich gern von ihr (ihnen) faszinieren. Geschichte der Mathematik ist jedoch nicht nur zur Motivation geeignet, sondern kann durch kontrastierendes Untersuchen historischer Darstellungen (z.B. der mit semi-konkreten Zahlzeichen im dezimalen Stellenwertsystem unserem Zahlensystem sehr ähnlichen chinesischen Variante des Algorithmus mit der o.g. mechanischen Rechenhilfe) auch zur Vertiefung des Verständnisses des Stellenwertsystems, beispielsweise zur Funktion der Null als Platzhalter beitragen. Geschichte der Mathematik dient der Förderung sowohl inhaltlicher als auch allgemeiner Kompetenzen. *Key Lessons* ermöglichen dabei die Anwendung und Festigung von Fertigkeiten und Fähigkeiten. Daneben unterstützen sie die Erschließung der Welt im Sinne eines allgemeinbildenden Unterrichts.

Literatur

- Sandra HECKMANN: Fächerverbindendes Arbeiten im Montessori-Mathematikunterricht, in: BMU, Franzbecker: Salzdetfurth 2007, 247-250
- Sandra HECKMANN: Mehrdimensionales Lernen im Montessori-Mathematikunterricht (Oldenburger VorDrucke, Heft 498), Didaktisches Zentrum: Oldenburg 2004
- Marta MENGHINI: On potentialities, limits and risks, in: John Fauvel / Jan van Maanen (Hgg.): History in Mathematics Education. The ICMI Study (New ICMI Study Series, Bd. 6), Kluwer Academic Publishers: Dordrecht / Boston / London ²2002, 86-90
- Maria MONTESSORI: Psicoaritmetica. L'Aritmetica Sviluppata Secondo le Indicazioni della Psicologia Infantile Durante Venticinque Anni di Esperienze, mit einem Vorwort von Mario M. Montessori, hg. v. Camillo Grazzini, Aldo Garzanti: o.O. 1971
- Frank J. SWETZ: Capitalism & Arithmetic. The New Math of the 15th Century, including the full text of the Treviso Arithmetic of 1478, übers. v. David Eugene Smith, Open Court: La Salle ²1989
- Erich Ch. WITTMANN / Gerhard N. MÜLLER (Hg.): Das Zahlenbuch. Mathematik im 4. Schuljahr, Ernst Klett Grundschulverlag: Leipzig / Stuttgart / Düsseldorf 2002