

Marie TICHÁ, Praha

## **Die Aufgabenbildung als Motivation zur Entwicklung der mathematischen Grundbildung**

### **1. Einleitende Anmerkungen**

Im Zentrum unserer Erwägungen über die Lehrerbildung ist die Suche neuer Wege, wie man ihre professionelle Kompetenzen verbessern kann. Wir fokussieren vor allem an die Herausbildung der fachdidaktischen Kompetenz; darunter verstehen wir die Kenntnis der Mathematik; die Kenntnis der Möglichkeiten dessen didaktischen Verarbeitung und die Fähigkeit der Geltendmachung dieser Kenntnisse in dem Unterricht. Unsere Erfahrungen aus der Arbeit mit Studenten der Fachrichtung Lehrer der Grundschule zeigen die „unglückliche“ Tatsache, dass ihre Vorstellungen und das Begreifen von Begriffen und Vorgänge falsch sind (inkonsistent). Und es ist ein Problem, dass sie dessen nicht bewusst sind und im Gegenteil von der Richtigkeit eigener Vorstellungen und Kenntnisse überzeugt sind. Die Misskonzeptionen zeichnen sich durch lange Beharrlichkeit und Mängel werden nur schwer abgeschafft.

### **2. Die Aufgabenbildung in der Vorbereitung der künftiger Lehrer**

Eine der Varianten, wie man die professionellen Kompetenzen verbessern kann ist die Entfaltung der Fertigkeit die Aufgaben zu bilden und den damit verbundenen Tätigkeiten. Die Bedeutung der Tätigkeiten die an Bildung von Aufgaben gezielt sind hob als einen Bestandteil der mathematischen Bildung z. B. H. Freudenthal, J. Kilpatrick, G. Polya und viele andere (erwähnt z.B. in Tichá, 2008) hervor.

Die Bildung der Aufgaben (problem posing) fassen wir als (a) Bildung der neuen Aufgaben (welche aus bestimmten „mathematischen“ oder „nichtmathematischen“ Situationen entstehen; auch Koman, Tichá, 2001) oder (b) als Umformulierung der gegebenen Aufgaben durch die Änderung der Bedingungen z. B. auf Grund der Frage „Was wenn (nicht)?“ usw.

Wir stellten den Studenten der Fachrichtung Grundschule allmählich folgende Tasks, die im Regel drei bis fünf Aufgaben zu bilden forderten: (a) die aus gewissen frei beschriebenen Situation hervorgehen, (b) bei deren Lösung eine gewisse Errechnung reicht, (c) die gewissen Angaben erhalten, (d) bei deren Lösung wir zum gewissen Ergebnis kommen.

Im Hinblick auf die wichtige Stellung des Lehrstoffes „Brüche“, haben wir uns auch bei der Bildung der Aufgaben auf dieses Thema orientiert.

Wir verfahren in einigen Schritten: Bildung der Aufgabe; die Lösung der gebildeten Aufgabe und die individuelle Reflexion der gebildeten Aufgabe (der Autor der Aufgabe wie andere Studenten führen beides durch); gemeinsame Reflexion der gebildeten Aufgabe oder Aufgabengruppe.

### 3. Einige Beispiele der Aufgaben gebildet zum Task (c) und (d).

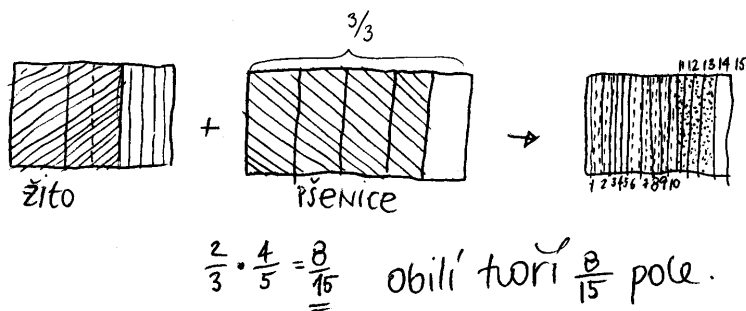
**Task (c):** *Situation: Hanka schrieb eine 1/2 Stunde Aufgaben und lernte eine 1/4 Stunde Vokabeln. Bilden sie drei bis fünf Textaufgaben.*

Die Mehrheit der von den Studenten gebildeten Aufgaben hatte denselben Charakter wie die folgenden Fragen: *Wie lange widmete sich Hanka den Schulpflichten? Um wie viel Minuten mehr widmete sich Hanka den Aufgaben gegenüber den Vokabeln? Vereinzelt kamen folgende Fragen vor: Wievielmals mehr Zeit hat sie mit den Aufgaben verbracht? Im welchen Verhältnis hat sie sich dem Studium gewidmet?*

**Task (d):** *Bilden sie drei bis fünf Textaufgaben, dessen Ergebnis wird als Bruch 8/15 angegeben.*

Eine Studentin bildete folgende Aufgabe (mit Lösung): *Der Landwirt hat Feld mit 2/3 Roggen und 4/5 Weizen ausgesät. Der Rest der Fläche des Feldes ist mit Mais besät. Welches Teil des Feldes macht Korn?*

(Roggen ~ žito, Weizen ~ pšenice; Korn bildet 8/15 des Feldes. ~ Obilí tvoří 8/15 pole.)



Die Aufgabe und ihre Lösung zeugen von schweren Missverständnissen. Beseitigung dieser Missverständnisse erfordert tiefe Intervention.

Dem Charakter der Mehrheit der Aufgaben, die bei der Lösung des Tasks (d) gebildet waren, entspricht folgende: *Die Mutter hat den Kuchen in 15 Teile geteilt. Peter hat 2/15 des Kuchens gegessen, Anna 1/15 des Kuchens und der Vater 4/15 des Kuchens. Wieviele Teile blieben von gesamtter Zahl?*

Im nachfolgenden Gespräch hat sich bewiesen, dass „Fünfzehntel“ für die Autorin ein Synonym für „Stück“ ist. Sie erklärte: *Acht fünfzehntel das ist wie acht Stücke.* Das Ganze ist in 15 Stücke geteilt.

#### 4. Was beweisen die gebildeten Aufgaben

Die Studenten haben Mängel in der Fähigkeit unterschiedliche Interpretationen und Repräsentationen auszunützen (z.B. Behr et al., 1983).

Es hat sich gezeigt, dass die Studenten zu viel in den natürlichen Zahlen „beheimatet“ sind. Und sie „beschränken sich“ zu viel auf Addieren.

Wenn die Studenten herausgefordert sind mehr als eine Aufgabe zu bilden, dann können wir stereotypen Charakter dieser Aufgaben beobachten.

Wir sehen auch Stereotype in der Wahl des Kontextes oder der Umgebung (diskrete oder kontinuierliche). In der rekapitulierenden Diskussion haben die Studenten oft angeführt, dass es verhältnismäßig einfach war viele Aufgaben vom selben Typ zu bilden. Sie haben Probleme mit Bildung der „Kaskade“ der Aufgaben mit steigendem/sinkendem Schwierigkeitsgrad.

#### 5. Zum Nachdenken

Wir haben den Studenten auch folgende Fragen gestellt: War die „Bildung der Aufgaben“ nützlich für Sie? Was für ein Beitrag hatte es? Ist für ihre Vorbereitung die „Lösung“ oder die „Bildung“ der Aufgaben wichtiger? Wir führen einige Antworten auf:

*Ich habe festgestellt, dass oft die Bildung der Aufgabe mehr Aufwand erfordert, als man erwarten würde. Früher hatte ich das Gefühl, dass es nicht so ein Problem ist – eine Aufgabe auszudenken.*

*Während der Bildung der Aufgaben habe ich die Probleme wahrgenommen, welche die Kinder mit der Wortaufgabe haben können.*

*Wichtiger ist die Bildung, denn bei der Lösung denke ich nur schnell über die Aufgabe nach und die bereichernden Erkenntnisse können mir leichter entgehen. Respektive: Ich würde sagen es geht Hand in Hand.*

#### 6. Der Beitrag der Eingliederung der „Bildung der Aufgaben“ in die Vorbereitung der Lehrer – Einige bisherige Feststellungen

Die Bildung der Aufgaben begreifen wir von Anfang an als **Ziel** und als **Mittel** der mathematischen Bildung der Lehramtsstudenten. Wiederum haben wir uns überzeugt, dass die von Studenten gebildeten Aufgaben Informationen über das Niveau des Verständnisses bieten und deswegen ist es möglich sie als Mittel für die **Diagnostik** des Niveaus des Verständnisses, als Mittel für Erschließung der Misskonzeptionen anwenden (Tichá, 2003; Tichá, Hospesová, 2009).

Wir sind darüber hinaus zum Schluss gekommen, dass man die Aufgabenbildung als **Motivationsfaktor** ansehen kann – die Tätigkeit ist

Quelle der Herausforderung für die Studenten zur Vertiefung eigener Kenntnisse; im Rahmen der Bildung der Aufgaben, der Lösung der gebildeten Aufgaben und der folgenden (kooperativen) Reflektion werden Studenten eigener Mängel, Unkenntnisse bewusst und das führt manche Studenten zur Bemühung eigene Kenntnisse zu vertiefen und so auch zur Entwicklung der mathematischen Grundbildung (mathematical literacy) und professionellen Kompetenz.

Weiterer Beitrag: Den Studenten wird es klar, dass der erste Schritt der Vorbereitung für den Unterricht das Durchdringen in den mathematischen Bildungsinhalt, die Durchführung dessen didaktischen Analyse ist, selbstverständlich mit Hinsicht auf konkrete Kinder.

Es hat sich unsere ursprüngliche Ansicht bestätigt (mit welcher wir zur Bildung der Aufgaben herangetreten sind), dass die Bildung der Aufgaben ergänzt um (kooperative) Reflexion ein nützlicher Weg zur Weiterentwicklung, Vertiefung und Qualitätsverbesserung der fachdidaktischen Kompetenz (also auch der mathematischen Grundbildung) ist.

Andererseits: Wir sehen verschiedene **offene Fragen**. Besonders bedeutende ist folgende: Wie kann man den Beitrag der Bildung der Aufgaben für die Autoren und den Progress in Fachkompetenzen dieser Autoren feststellen?

## Literatur

Behr, M., Lesh, R., Post, T. & Silver, E.A. (1983). Rational number concepts. In R. Lesh, M. Landau (eds.) *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*. New York : Academic Press, 91-125.

Koman, M., Tichá, M. (2001). Von der spielerischen Untersuchung der Situation zum Rechnen. In: *Mathematik lernen und gesunder Menschenverstand (Festschrift für G. N. Müller)*, Ch. Selter, G. Walther (eds.). Düsseldorf, Leipzig : Ernst Klett, 100-111.

Tichá, M. (2003). Following the path of discovering fractions. In J. Novotná (ed.) *Proceedings of SEMT '03*. Praha : UK PedF, 17-27.

Tichá, M. (2008). Wir lernen die Missverständnisse und Fehlvorstellungen der Studenten zu beheben . In: *Beiträge zum Mathematikunterricht 2008 (Budapest)*, Hildesheim : Franzbecker, 761-764.

Tichá, M., Hospesová, A.(2009): Problem posing and development of pedagogical content knowledge in pre-service teacher training. *Proceedings of CERME 6*, in print.

**Anmerkung:** Diese Untersuchung wurde durch das Förderungsprojekt GACR 406/08/0710 und durch AdW CR Institutional Research Plan No. AV0Z10190503 unterstützt.