

Regina BRUDER, Darmstadt, Jürgen ELSCHENBROICH, Neuss, Gilbert GREEFRATH, Köln, Hans-Wolfgang HENN, Dortmund, Jürg KRAMER, Berlin, Guido PINKERNELL, Darmstadt

## **Schnittstelle Schule – Hochschule**

### **1. Einführung (Regina Bruder)**

Eine Initiativgruppe aus Mitgliedern der DMV, GDM, dem MNU und T<sup>3</sup> hat sich seit Oktober 2009 intensiv mit aktuellen Problemen an der Schnittstelle von Schule und Universität beschäftigt. In dieser Initiativgruppe wirken gemeinsam mit den Autoren dieses Beitrages *Bärbel Barzel*, *Wolfram Koepf*, *Hans-Georg Weigand* und *Wilhelm Weiskirch* mit. Unser Ziel ist die Sensibilisierung der Akteure und Verantwortlichen in Schule, Hochschule und Bildungsadministration für die aktuellen Schnittstellenprobleme und das Anstoßen sowie Verstetigen eines Dialogs auf verschiedenen Handlungsebenen, u.a. in Form einer Arbeitsgruppe der KMK mit Aufgaben der Koordination des Informationsaustausches zwischen Schulen und Hochschulen, einer bundesweiten Abstimmung mathematischer Inhalts- und Kompetenzkataloge für den Schulabschluss und einheitlicher Regelungen für zentrale Prüfungen auch bzgl. des Einsatzes digitaler Medien bis hin zu einer Diskussion von Forschungs- und Entwicklungsfragen und Empfehlung entsprechender Projekte im Schnittstellenbereich von der Entwicklung innovativer Unterrichtskonzepte für die Schule bis hin zu hochschuldidaktischen Fragestellungen. Insbesondere ist eine systematische Beobachtung der mathematischen Voraussetzungen bei Studienanfängern erforderlich.

Die einzelnen Problemperspektiven mit ersten Lösungsvorschlägen werden in den folgenden Abschnitten erläutert.

### **2. Die Perspektive der Schule (Guido Pinkernell)**

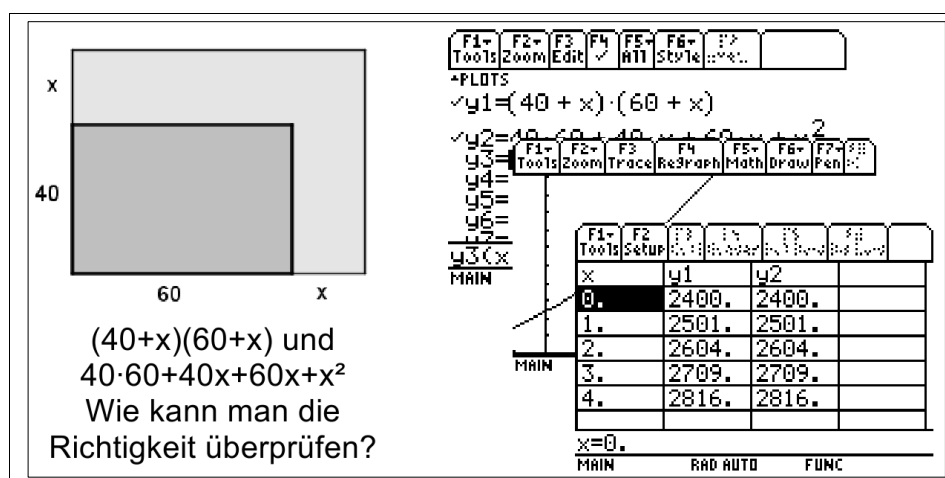
#### **2.1 Langfristige Verfügbarkeit von Grundfertigkeiten**

Derzeit häufen sich wieder Klagen über unzureichende mathematische Grundfertigkeiten bei Studienanfängern. So stellt z. B. Knospe (2008) bei Studienanfängern in Ingenieursstudiengängen (FH) seit Jahren stabile, aber schwache Grundkenntnisse fest. Die in diesem Test überprüften Fertigkeiten entstammen nach Angaben von Knospe Inhaltsbereichen der Sekundarstufe I, wie z.B. das Lösen von Gleichungen. Dass Studienanfänger in diesem Bereich große Lücken zeigen, muss auch aus Sicht der Schule alarmieren. Zeigen sie doch, dass es seit Jahrzehnten im Unterricht nicht gelingt, einen langfristigen und nachhaltigen Aufbau von flexibel verfügbarem

Grundwissen und von Grundfertigkeiten insbesondere aus der Sekundarstufe I zu gewährleisten. Dass hieran der Taschenrechnereinsatz und insb. die Verwendung moderner digitaler Medien wie CAS oder GTR ursächlich schuld sein sollen, wie gelegentlich behauptet, ist allerdings zu bezweifeln. Zum einen spielten diese zu Zeiten früherer Untersuchungen zur selben Problematik keine Rolle (vgl. Nägerl et al. 1973). Zum anderen belegen verschiedene Untersuchungen, dass ein technologieorientierter Unterricht nicht zu einer Verschlechterung rechnerfreier Fertigkeiten führen muss (Schmidt et al. 2009, Pinkernell et al. 2009).

## 2.2 Grundfertigkeiten beherrschen und verstehen

Ein Blick in öffentlich zugängliche Studieneingangstests zeigt, dass neben dem Beherrschen von Kalkülen auch geprüft wird, ob mathematisches Grundwissen auch verständig und flexibel angewendet werden kann. Für den Aufbau solchermaßen tragfähiger Grundvorstellungen gilt der Einsatz digitaler Medien allerdings als hilfreich. Dass dies immer wieder Gelegenheit zu kontroverser Diskussion bietet sei anhand einer Schulaufgabe aus einer Unterrichtseinheit zur Einführung in die Algebra mittels GTR und CAS gezeigt werden (Bruder und Weiskirch 2007).



Zur Überprüfung der Gleichwertigkeit werden zwei Terme anhand von Wertetabellen und Graphen verglichen. Die Variable nimmt also konkrete Werte an, und aus der Gleichheit der Tabellen und Graphen wird auf die Gleichwertigkeit der Terme geschlossen. Das ist bei einer rein algebraischen Vorgehensweise grundsätzlich anders. Aus fachmathematischer Sicht muss dieses Verfahren ineffektiv und unvollständig erscheinen. Aus didaktischer Sicht ist es aber deshalb wertvoll, weil es eine für das Verständnis der Algebra wesentliche Grundvorstellung thematisiert, die bei der häufig bevorzugten kalkülhaften Vorgehensweise untergeht. Es geht im schulischen Mathematikunterricht also nicht nur um das Einüben von Kalkülen.

Es geht auch darum, eine verständige Einsicht in wesentliche Konzepte und Begriffe der Mathematik zu vermitteln. Dieses Ziel ist nicht erst seit Einführung der sogenannten „kompetenzorientierten Bildungsstandards“ für den Mathematikunterricht so gefordert.

Leider muss man feststellen, dass digitale Medien nicht immer im Sinne der Verständnisförderung eingesetzt werden. Geeignete Unterrichtskonzepte gibt es durchaus, nur scheint es an ihrer Verankerung in der Ausbildung von künftigen Lehrern an den Hochschulen sowie Seminaren zu fehlen.

### **2.3 Rahmenbedingungen**

Wer z.B. in Niedersachsen seit 2000 an einem Gymnasium Mathematik unterrichtet, hatte bis dato seinen Unterricht in der Sekundarstufe I nach drei verschiedenen Curricula auszurichten. Ebenfalls zu berücksichtigen waren die Einführung des Zentralabiturs in 2006, die derzeit laufende Umstellung auf G8, und seit 2010 die Einführung eines Kerncurriculums für die Sekundarstufe II. In anderen Bundesländern ist eine ähnlich häufige Aufeinanderfolge von Reformen zu beobachten.

In vielen bundesdeutschen Oberstufen ist eine freie Wahl zwischen Kursen auf erhöhtem und normalen Niveau (auch „Leistungs- und Grundkurse“) nicht mehr möglich mit der Folge, dass sich das nominell „erhöhte“ Niveau dem gesunkenen Durchschnittskönnen aller Teilnehmer anpasst. Hinzu kommen verkürzte Stundentafeln für das Schulfach Mathematik und die Tatsache, dass das Gymnasium sich immer mehr zur Regelschule entwickelt. Es ist in den vergangenen Jahren viel Unruhe zu verzeichnen, in der es vielen Kolleginnen und Kollegen schwer fällt, sich auf Inhalte und Geist der in vielen Teilen sinnvollen Reformen einzustellen. Andere Rahmenbedingungen stehen leistungsintensiveren Schwerpunktsetzungen entgegen.

### **2.4 Lösungsvorschläge**

Es gilt, in den Schulen Unterrichtskonzepte zum nachhaltigen Lernen wahrzunehmen und umzusetzen, insb.

- zur Sicherstellung der Verfügbarkeit mathematischen Grundwissens und -könnens aus Sek. I und II,
- zur Ausbildung tragfähiger Grundvorstellungen, aber auch prozessorientierter Standards wie Argumentieren und Problemlösen, und
- zum adäquaten Umgang mit digitalen Medien.

Von Seiten der Bildungsadministration gilt es eine längerfristige Verlässlichkeit von Bildungsplänen und Prüfungsordnungen, den verpflichtenden Einsatz neuer Medien für einen verständnisorientierten Unterricht und ein ausreichendes Angebot sinnvoller Fortbildungsangebote sicherzustellen.

### **3. Die Problematik zentraler Abiturprüfungen (Gilbert Greefrath)**

Die Abiturprüfung steht am Übergang zwischen Schule und Hochschule und sollte daher auch vor dem Hintergrund der Schnittstellenproblematik Schule–Universität gesehen werden. Besonders zentrale Prüfungen haben Auswirkungen auf den Schulunterricht und auf die Art von Aufgaben, die Schülerinnen und Schüler bearbeiten können. Zentrale Abiturprüfungen gibt es in einigen Bundesländern schon seit vielen Jahren. In den meisten übrigen Ländern wurden sie im Laufe der letzten Jahre eingeführt. Zwei wichtige Aspekte sollen im Folgenden beleuchtet werden: der Umgang mit Anwendungen und Modellierungen sowie die Verwendung von digitalen Werkzeugen in Abiturprüfungen.

#### **3.1 Digitale Werkzeuge in zentralen Abiturprüfungen**

Digitale Werkzeuge werden für Prüfungen in Gruppen eingeteilt. Nicht in allen Ländern sind die gleichen Hilfsmittel zugelassen. Einige Länder, z.B. Hessen, unterscheiden wissenschaftliche Taschenrechner (WTR), grafikfähige Taschenrechner (GTR) und Computeralgebrasysteme (CAS) und erstellen drei unterschiedliche Aufgabengruppen. In Nordrhein-Westfalen (NRW) dagegen gibt es eine eigene Aufgabengruppe für CAS und eine weitere Aufgabengruppe für WTR und GTR (= Nicht-CAS) gemeinsam.

Abhängig von den Vorgaben der einzelnen Länder ist die tatsächliche Verwendung von digitalen Werkzeugen in Prüfungen sehr unterschiedlich. Der Einsatz von CAS ist in Prüfungen wenig verbreitet. Betrachtet man exemplarisch typische Aufgabenstellungen aus dem Bereich Analysis in NRW ([www.standardsicherung.nrw.de/abitur-gost/fach.php?fach=2](http://www.standardsicherung.nrw.de/abitur-gost/fach.php?fach=2)), so stellt man fest, dass die entsprechenden Parallelaufgaben mit und ohne CAS sich i.w. nur durch die Anzahl der Parameter unterscheiden. Dabei findet man in der Aufgabengruppe mit CAS jeweils einen Parameter mehr als in der Aufgabengruppe ohne CAS. Bei der näheren Untersuchung kann man einige weitere geringe Unterschiede zwischen Aufgaben, die mit bzw. ohne CAS bearbeitet werden sollen, finden. Die Unterschiede liegen in der geringeren Kleinschrittigkeit der Aufgabenstellungen, der größeren Bedeutung bzw. dem Vorhandensein eines Sachkontextes und der geringeren Anzahl von Standard-Aufgabenteilen in den CAS-Aufgaben. Die meisten Aufgabenteile der CAS-Aufgaben benötigen nicht den Einsatz eines CAS, sondern sind ebenso mit einem Grafiktaschenrechner ohne CAS lösbar.

#### **3.2 Anwendungen in zentralen Abituraufgaben**

Ernsthafte und umfangreiche Modellierungsaufgaben sind in Abituraufgaben in der Regel nicht anzutreffen. Allerdings kann die Konstruktion von

realitätsbezogenen Aufgaben durch die Wahl geeigneter Kontexte und den ernsthafteren Einsatz von GTR oder CAS optimiert werden. Gerade in den Analysis-Aufgaben findet man zur Zeit außermathematische Kontexte mit (zum Teil zu stark) vereinfachenden Modellierungen z. B. von Wachstumsprozessen. Außerdem gibt es für die Nicht-CAS-Gruppe innermathematische Kurvendiskussionen ohne Anwendungsbezug. Zudem findet man im Bereich der Analytischen Geometrie häufig unrealistische Einkleidungen von mathematischen Problemen.

### 3.3 Lösungsvorschläge

Sowie man beim sinnvollen Taschenrechnereinsatz in der Sekundarstufe I beispielsweise Kopfrechnen und Überschlagen regelmäßig fördern sollte, so sollte man auch in der S II festlegen, welche Fertigkeiten rechnerfrei beherrscht werden sollen. Einige Bundesländer sind konsequenterweise im Abitur dazu übergegangen, in einem *rechnerfreien Teil* der schriftlichen Prüfung mathematische Grundfertigkeiten abzufragen. Alle Beteiligten brauchen klare *Vorgaben*, welche Funktionalitäten der eingesetzten digitalen Werkzeuge verwendet werden dürfen bzw. sollen. Dies könnte in die Richtung gehen, die das Land Niedersachsen bereits beschritten hat. Hier wurden für alle relevanten Inhalte die vorausgesetzten Fähigkeiten mit dem Rechner aufgelistet.

Der immer geringer gewordene Unterschied zwischen GTR und CAS und die tatsächlich gestellten Aufgaben legen die Zusammenlegung der Aufgabengruppen nahe. Würden alle Schulen bereits *mindestens auf GTR-Niveau* arbeiten, so könnte man die Abituraufgaben auf GTR-Niveau erstellen, so dass CAS-Klassen weder Vorteile noch Nachteile hätten. Im Unterricht kann unabhängig davon zusätzlich ein CAS zum entdeckenden Lernen und experimentellen Arbeiten eingesetzt werden.

Prozessbezogene Kompetenzen, die im Unterricht eine wichtige Rolle spielen müssen, können in der schriftlichen Prüfung oft so nicht abgeprüft werden. Es sollte daher auch über *individuelle, nicht-zentrale Prüfungsformate* nachgedacht werden, die in ihrem Kompetenzspektrum über die schriftlichen Aufgaben des Zentralabiturs hinausgehen.

Anwendungssituationen sollen in Prüfungsaufgaben so vorkommen, dass sie einen *authentischen Mathematikgebrauch* darstellen oder Vorteile bei der Problemerschließung bieten. Eine mögliche Abhilfe, z. B. im Bereich Analytische Geometrie, ist die Verwendung von innermathematischen Problemen. Dies erscheint sinnvoller zur Entwicklung eines angemessenen Mathematikbildes als die Verwendung von eingekleideten Textaufgaben.

#### **4. Die Perspektive der Universität (Jürg Kramer)**

Die Ausgangslage an der Schnittstelle von Schule und Hochschule ist zunächst dominiert von politischen Rahmenbedingungen und Veränderungen des Bildungswesens. Die Verkürzung der Schulzeit von dreizehn Jahren auf zwölf Jahre (G8) und Stundenzahlkürzungen im Fach Mathematik, die in vielen Bundesländern bereits vor G8 umgesetzt wurden, haben dazu geführt, dass nach unserer Wahrnehmung (die von vielen Kolleginnen und Kollegen geteilt wird) das schulische Niveau im Fach Mathematik abgenommen hat. Die politisch gewollte Erhöhung der Studierendenquote vermindert die durchschnittlich vorhandenen mathematischen Kompetenzen der Studienanfänger zusätzlich. Dies alles hat dazu geführt, dass an den Universitäten von den Dozierenden schlechte Mathematikkenntnisse der Studierenden diagnostiziert und von den Verwaltungen hohe Abbrecherquoten in mathematikintensiven Studienfächern bemängelt werden. Dies trifft insbesondere zu auf die Ingenieurstudiengänge, aber auch auf die Mathematikstudiengänge mit Ziel Lehramt oder mit Ziel Fach-Bachelor. Diese Entwicklung ist noch besorgniserregender, weil Ministerien und Hochschulen inzwischen zu Finanzierungskonzepten in Abhängigkeit von Absolventenquoten übergehen.

Mit Blick auf die Schule beklagt die Hochschuleseite die Problematik, dass die heutigen Studierenden vor allem Mängel bei Themen der SI hätten. Nach den Erfahrungen der Universität zeigt eine große Anzahl der Schulabgänger Defizite bei der Bruchrechnung und anderen elementaren Rechentechniken; auch das logische Sprachverständnis ist häufig nur ungenügend ausgebildet. Dies deutet auf Defizite bezüglich der Nachhaltigkeit der schulischen Wissensvermittlung hin. Darüber hinaus werden von Hochschuleseite auch Defizite bei allgemeinen Kompetenzen, wie beispielsweise bei der Selbstorganisation, der Selbsteinschätzung oder der Anstrengungsbereitschaft der Studienanfänger, festgestellt.

Die Diskussion, ob die mathematische Fachausbildung und die gymnasiale Lehrerausbildung gemeinsam oder getrennt stattfinden sollten, hat ebenfalls eine lange Geschichte. Jede Universität geht hier ihren eigenen Weg, die Curricula der mathematischen Lehramtsausbildung sehen sehr verschieden aus. Dies wird durch die unterschiedlichen Bildungssysteme der Bundesländer noch verstärkt. In der Regel erhalten die Lehramtsstudierenden aus kapazitären Gründen keine eigenen Fachvorlesungen. Auch die Bedeutung der Fachdidaktik wird sehr unterschiedlich bewertet. Es gibt Ansätze, Fach und Fachdidaktik (stärker) zu verzahnen.

Der nachfolgend vorgeschlagene Maßnahmenkatalog würde unserers Erachtens dazu beitragen, die einleitend dargelegten Defizite an der Schnittstelle Schule-Hochschule zu verringern:

1. Zur Umsetzung politischer Entscheidungen zur Ausbildung im Fach Mathematik durch die KMK und die Schulministerien der einzelnen Bundesländer muss die Kommunikationskultur zwischen den Fachgesellschaften DMV, GDM, MNU und der KMK verbessert werden. Optimales Instrument hierzu wäre eine ständige Arbeitsgruppe „Mathematik“, die in Abstimmung zwischen der KMK und den Fachgesellschaften DMV, GDM und MNU etabliert würde; zumindest müssten die Fachgesellschaften an der Benennung von Experten für entsprechende KMK-Kommissionen beteiligt werden. Darüber hinaus sollte auch auf Länderebene die Kommunikationskultur zwischen Schulministerien, Schulen und Universitäten in einer sinnvollen Art institutionalisiert werden.

2. In Abstimmung mit den Fachgesellschaften DMV, GDM und MNU sollte ein bundesländerübergreifender Kanon unverzichtbarer Fertigkeiten und Fähigkeiten für mathematikintensive Studienfächer als Inhalts- und Kompetenzkatalog erarbeitet werden, der bereits bei den in Kürze zu erstellenden Bildungsstandards der Oberstufe Berücksichtigung finden sollte. Diese Kompetenzliste sollte in der Folge auch bei den an vielen Universitäten stattfindenden Vor- und Brückenkursen respektiert werden. Als Grundlage dieses Kanons sollten einerseits die Winterschen Grunderfahrungen und andererseits die prozessbezogenen Kompetenzen im Fach Mathematik für den mittleren Schulabschluss sowie die einheitlichen Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung Mathematik dienen. Es sollte dabei insbesondere klargelegt werden, welche händischen Fähigkeiten ersetzt werden sollen oder können und welche Rolle ein CAS spielen sollte.

3. Den Universitäten muss bewusst sein, auf welche Kenntnisse und Fertigkeiten bei den Studienanfängern vertraut werden kann. Dementsprechend sollten die Universitäten klären, ob sie in mathematikintensiven Studienfächern Eingangstests, Vorkurse oder weitergehende Zusatzangebote einsetzen wollen, um ausreichende mathematische Fähigkeiten bei den Studienanfängern sicherzustellen. Die Universitäten müssen klarstellen, bis zu welchem Punkt eine Absenkung des Niveaus von Beginn des Studiums bis zum Bachelorabschluss verantwortet werden kann.

4. In Bezug auf das Lehramtsstudium sollte hinterfragt werden, ob eine (teilweise) Trennung der (gymnasialen) Lehrerausbildung von der Mathematik-Bachelorausbildung wünschenswert ist. Falls ja, muss geklärt werden, ob dies aus kapazitären Gründen machbar ist. Ein Beispiel soll die Problematik beleuchten: Die Inhalte der üblichen Analysis-Vorlesungen

sind auch für Studierende des gymnasialen Lehramts unverzichtbar. Jedoch müssen diese über die rein fachliche Sicht hinaus auch über epistemologische Aspekte und über adäquate Vorstellungen zu den grundlegenden Ideen der Analysis Bescheid wissen. Darüber hinaus müssen Lehramtsstudierende in die Lage versetzt werden, die Gegenstände der Schulmathematik aus fachmathematischer Sicht zu durchdringen, einzuordnen, Querverbindungen herzustellen und die fundamentalen Ideen für den Mathematikunterricht herauszuarbeiten.

5. Die Schulseite muss dafür Sorge tragen, die Nachhaltigkeit der Mathematikausbildung zu verbessern. Fehlendes Langzeitwissen ist eines der am häufigsten bemängelten Probleme der Studierenden. Studentafelkürzungen sind hierbei in jedem Fall kontraproduktiv und können nicht einfach durch „Wegstreichen von Inhalten“ ausgeglichen werden. Insbesondere die Unterrichtsinhalte der Sekundarstufe I müssen bis zum Abitur nachhaltig gefestigt und vernetzt werden. Irreführend bei Bewertungen von Abiturnoten wäre das Absenken der Leistungsanforderungen in Notenspiegeln durch die Bildungsadministration.

6. Von den Studierenden muss eine bessere Selbstorganisation, Selbsteinschätzung und Anstrengungsbereitschaft eingefordert werden. Man sollte mit den Studierenden hierfür zu Beginn des Studiums Kontrollstrukturen schaffen. Mentorensysteme können hierzu hilfreich eingesetzt werden.

## Literatur

- Bruder, R. und Weiskirch, W. (2007 ff.): CALiMERO – Computer-Algebra im Mathematikunterricht: Entdecken, Rechnen, Organisieren. Arbeitsmaterialien für Schülerinnen und Schüler sowie methodische und didaktische Handreichungen. Münster: WWU.
- Greefrath, G., Elschenbroich, H.-J., Bruder, R. (2010): Empfehlungen für zentrale Prüfungen in Mathematik, *Der Mathematische und Naturwissenschaftliche Unterricht*, 63 Bd. 3
- Greefrath, G., Leuders, T., Pallack, A. (2008): Gute Abituraufgaben – (ob) mit oder ohne Neue Medien, *Der Mathematische und Naturwissenschaftliche Unterricht*, 61 Bd. 2, 79-83
- Nägerl, H., Becker, H., Harten, H.-U., Schulte, H.-D., Zerbst, J. (1973): Über die Schwierigkeiten der Studienanfänger in Medizin im Umgang mit der Mathematik. *Didaktik der Mathematik*, 2, 143-157
- Pinkernell, G., Ingelmann, M., Bruder, R. (2009): Supporting Basic Mathematical Skills While Teaching With CAS Handhelds, *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the PME*. Thessaloniki, Greece
- Schmidt, K.; Köhler, A. & Moldenhauer, W. (2009): Introducing a Computer Algebra System in Mathematics Education - Empirical Evidence from Germany, *The International Journal for Technology in Mathematics Education*, 16, 11-26