

Die elektromechanische Kopplung als Ursache von Torsionsschwingungen sowie deren Auswirkungen auf den Wellenstrang

Von der
Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik
der
Technischen Universität Dortmund
genehmigte

DISSERTATION
zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor der Ingenieurwissenschaften

von Dipl.-Ing. Frank Joswig
Dortmund
2014

Tag der mündlichen Prüfung: 30.04.2014

Hauptreferent: Prof. Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. habil. Stefan Kulig, Dortmund

Korreferent: Prof. Dr.-Ing. Holger Hirsch, Duisburg

Vorwort

"Scio me nihil scire."

Sokrates

Die vorliegende Arbeit entstand während und nach meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Elektrische Antrieb und Mechatronik der Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik der TU-Dortmund (ehem. Universität Dortmund).

Mein besonderer Dank gilt dem Hauptreferenten Herrn Prof. Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. habil. Stefan Kulig. Er hat durch seinen wertvollen fachlichen Erfahrungsschatz wichtige Denkanstöße, Anregungen und Diskussionshinweise geliefert, und die Arbeit stets interessiert und mit Nachdruck begleitet. Ohne seine Beiträge und seine Geduld und Nachsicht bei leider immer wieder auftretenden Verzögerungen wäre diese Arbeit nicht entstanden.

Das Korreferat hat freundlicherweise Herr Prof. Dr.-Ing. Holger Hirsch übernommen. Ihm danke ich für seine Bereitschaft und das fachliche Interesse an der Arbeit.

Diese Dissertation ist schließlich nicht das Ergebnis langer einsamer Schreib- und Denknächte, sondern das Resultat vieler Diskussionen, Motivationen, konstruktiven Kritiken und auch Mahnungen. Darum möchte ich besonders danken (die Reihenfolge soll keine Wertung darstellen) : Herrn Priv.-Doz. Dr.-Ing. Meinolf Klocke, der mir mit seinem einzigartigen theoretischem Wissen auch komplizierte Zusammenhänge durchschaubar dargestellt hat. Herr Rainer Menge hatte immer ein offenes Ohr, wenn es um Fragen rund um Software und PC ging. Herr Klaus Herzog war stets der erste Ansprechpartner, wenn es um praktische Fragen rund um die Maschinenmessungen ging. Frau Rita Rojo hat die dokumentarische Seite nach besten Kräften unterstützt. Frau Ilona Lopez hat immer dafür gesorgt, dass in Prof. Kuligs dichtem Terminkalender ein freies Plätzchen für mich gefunden wurde. Herr Dr.-Ing. Carsten Göbel hat durch seine Fragen bei mir stets die fachlichen Punkte gefunden, an denen noch Diskussionsbedarf bestand. Herr Dr.-Ing. Jens Rosendahl hat mit seinem sonnigen Gemüt stets für gute Laune gesorgt.

Schließlich gebührt meiner Familie besonderer Dank: Meiner Mutter, die es schon immer gewusst hat; meinen Geschwistern, die einfach für mich da sind; meiner lieben Frau, die mir jederzeit den Rücken freigehalten und mich nach Kräften motiviert hat sowie meinen beiden Söhnen, die besonders gegen Ende der Arbeit allzu häufig auf ihren Papa verzichten mussten. Euch gehört die Zukunft.

Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurden besondere Auswirkungen der elektromagnetischen Kopplung auf die Wellenstränge von Turbogeneratoren untersucht. Es wurde nachgewiesen, dass durch asynchron laufende Drehfeldmaschine zusätzliche Stromanteile im Netz entstehen, welche in Synchrongeneratoren zu kritischen Torsionsanregungen im subsynchronen und im supersynchronen Bereich führen können. Es wurde gezeigt, dass bereits sehr kleine Anregungsamplituden ausreichen, um deutliche Torsionsanregungen herbeizuführen. Ferner wurde nachgewiesen, dass durch leistungselektronische Anlagen eine Torsionsanregung und folglich Gefährdung des Wellenstrangs erfolgen kann. In allen Fällen wurde deutlich, dass die Beurteilung einer Gefahr für den Wellenstrang stets einer vielschichtigen Betrachtung bedarf. Auch zeigt sich, dass standardisierte Berechnungsmethoden (z.B. mittels Park'schem Ersatzschaltbild) teilweise an ihre Grenzen stoßen. Schließlich ist die Bedeutung der Torsionsdämpfung nochmals deutlich zu Tage getreten.

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	2
Zusammenfassung	3
o Symbolverzeichnis.....	6
1 Einleitung	8
1.1 Bedeutung der elektromechanischen Kopplung.....	8
1.2 Stand der Forschung	11
1.3 Aufgabenstellung und Vorgehensweise	14
2 Allgemeines Differentialgleichungssystem einer elektrischen Maschine	17
2.1 Nachteile der transformierten Darstellung am Beispiel der Park-Transformation .	17
2.2 Allgemeines Differentialgleichungssystem der Synchronmaschine	20
3 Torsionsschwingungen in Wellensträngen.....	24
3.1 Modellierung des Wellenstranges.....	24
3.2 Modaltransformation des Finite-Elemente-Modells	27
3.3 Berücksichtigung der mechanischen Dämpfung	29
3.4 Optimierte Masse-Feder-Ersatzdarstellung	30
4 Analytische Untersuchung des elektrischen Moments	40
5 Modalanalyse am Beispiel eines Zweimassen-schwingers.....	43
6 Torsionsresonanzanregung bei Hochlauf eines Asynchronmotors in einem Inselnetz.....	48
6.1 Netzaufbau	48
6.2 Modell eines hochlaufenden Asynchronmotors	49
6.3 Numerische Berechnung der Statorströme und der elektrischen Wirkleistung beim Hochlauf des Asynchronmotors.....	63
6.4 Berechnung der Torsionsschwingungen in der Welle des Synchrongenerators während des Hochlaufs des Asynchronmotors.....	70
6.5 Messungen an einem Labormaschinensatz [46]	76
6.6 Bewertung der Ergebnisse	78
7 Torsionsanregung bei asynchronem Hochlauf einer Synchronmaschine	84
7.1 Stromverläufe beim asynchronen Hochlauf einer Synchronmaschine	85
7.2 Torsionsschwingungen in einem parallel geschalteten Kraftwerksblock bei asynchronem Hochlauf	101

7.3	Bewertung der Ergebnisse	108
8	Anregung von Torsionsschwingungen durch Umrichterantriebe	109
8.1	Inselnetz mit Umrichterantrieben	109
8.2	Kraftwerk im Verbundnetz mit generatornaher Umrichteranlage.....	115
8.3	Bewertung der Ergebnisse	116
9	Klassische Subsynchrone Resonanzen	117
9.1	Bedeutung der Subsynchronen Resonanzen	117
10	Analyse der Beanspruchungen und Wellen-ermüdungen	119
10.1	Elektromagnetische Momente bei Störfällen.....	120
10.2	Bestimmung der Wellenermüdung.....	123
10.3	Ermüdung als Funktion der Zeit.....	130
10.4	Ermüdung als Funktion der Maschinenleistung	131
10.5	Einfluss der Materialparameter auf die Ermüdung.....	132
10.6	Einfluss der Torsionsdämpfung auf die Ermüdung.....	133
11	Torsionsverhalten des Wellenstrangs bei Einsatz besonderer Kupplungen	134
11.1	Selbstsynchronisierende Schaltkupplung.....	134
11.2	Gleitreibungskupplung	136
12	Online Monitoring, Diagnose und Schutz	140
12.1	Berührungslose Drehmomentenmessung	140
12.2	Schutzkonzepte	141
13	Zusammenfassung und Ausblick	142
13.1	Zusammenfassung	142
13.2	Ausblick.....	143
	Literaturverzeichnis.....	144
	Lebenslauf.....	149

o Symbolverzeichnis

Symbol	Einheit	Bedeutung
$[A]$		Massenbelegungsmatrix
$[D_{\text{modal}}]$		Dämpfungsmatrix im Modalbereich
$[U]$		Modaltransformationsmatrix
$a_1(x), a_2(x)$	--	Ansatzfunktionen für FE-Modell des Wellenstrangs
b	m	Abstand zweier Dämpferstäbe
D	m	Bohrungsdurchmesser
E	N/m ²	Elastizitätsmodul
f	Hz	Frequenz
f_R	N	Kraftanteil der Phase R bei virtueller Verrückung
G	N/m ²	Schubmodul
I	A	Strom
$i(t)$	A	Zeitverlauf des Stroms
I_P	m ⁴	Torsionsflächenmoment
J	kg·m ²	Massenträgheitsmoment
J_{Rotor}	kg·m ²	Massenträgheitsmoment des gesamten Rotors
k	Nm/rad	Federkonstante
L	H	Eigeninduktivität
l	m	Länge
M	H	Koppelinduktivität
$M_{\text{el}}, m_{\text{el}}$	Nm	elektrisches Moment
M_{mech}	Nm	mechanisches Moment
N		Anzahl Dämpferstabpaare
p		Polpaarzahl
$p(t)$	W	Zeitverlauf der elektrischen Leistung
q		Anzahl Dämpferstäbe
q_i		verallgemeinerte Koordinaten der Euler-Lagrange-Gleichung
R	Ω	ohmscher Widerstand
R_m	N/m ²	Zugfestigkeit
$R_{\text{po.2}}$	N/m ²	0.2%-Dehngrenze
$u(t)$	V	Zeitverlauf des Spannungsabfalls
U_{ind}	V	induzierte Spannung
W	J	magnetische Energie
w		Windungszahl
W_T	m ³	Widerstandsmoment
$x(t)$	V	Summanden unterschiedlicher Frequenzanteile
α		Streuanteil

δ	m	Luftspaltweite
λ	rad ²	Eigenwerte
Λ	H/s	magnetischer Leitwert des Kreises
μ, σ		freie Faktoren
ξ		Wicklungsfaktor
τ	m	Polweite
τ_B	N/m ²	Torsionsbruchspannung
τ_{\max}	N/m ²	maximale Schubspannung
ν		Poissonzahl
$\dot{\varphi}$	rad/s	Mechanische Winkelgeschwindigkeit des Rotors
$\varphi(x)$	rad	Verdrehwinkel entlang eines finiten Elements
ψ	Wb	magnetischer Fluss
ω	rad/s	elektrische Kreisfrequenz
ω_n	rad/s	n -te Eigenfrequenz
$\dot{\omega}_{\text{Rotor}}, \ddot{\varphi}$	rad/s ²	mechanische Winkelbeschleunigung des Rotors

1 Einleitung

1.1 Bedeutung der elektromechanischen Kopplung

Elektrische Maschinen dienen der Umwandlung von mechanischer in elektrische Energie und umgekehrt. Sie stellen somit das Bindeglied zwischen dem elektrischen und dem mechanischen System dar. Bei den derzeit größten elektrischen Maschinen, den Turbogeneratoren, werden Leistungen von bis zu 2000 MVA bei einer Drehzahl von 1500 U/min umgesetzt. Entsprechend hoch sind sowohl die elektrischen als auch die mechanischen Anforderungen an die einzelnen Komponenten. Alle Elemente müssen sehr genau aufeinander abgestimmt sein. Für eine optimale Ausnutzung sollten die Beanspruchungen nahe unterhalb der erlaubten Grenzen liegen. Eine Überschreitung der Grenzen darf jedoch nicht auftreten. Zu hohe Beanspruchungen können zu gravierenden Schäden führen (s. Abbildung 1-1).



Abbildung 1-1: Abgerissene Welle eines Turbogenerators

Die nutzbare Umsetzung von mechanischer in elektrische Energie geschieht im Luftspalt der elektrischen Maschine bzw. des Synchrongenerators. Dort entstehen aus dem Zusammenspiel zwischen dem rotierenden magnetischen Statorfeld, dem ebenfalls rotierenden magnetischen Rotorfeld und der mechanischen Rotordrehung dynamische elektromagnetische Kräfte, die eine tangential, eine radiale und eine axiale Komponente besitzen. Diese sind jeweils Funktionen der Zeit und des Ortes.

Die tangentialen Kraftkomponenten erzeugen in Summe über den gesamten Umfang des Luftspalts im stationären Betrieb bei synchroner Drehzahl ein zeitlich nahezu konstantes elektrisches Moment $m_{el}(t)$. Dieses führt, zusammen mit dem äußeren Antriebs- oder Lastmoment $m_{mech}(t)$, zu einem entsprechenden Bewegungszustand des Rotors gemäß der Bewegungsgleichung:

$$J_{\text{Rotor}} \cdot \dot{\omega}_{\text{Rotor}}(t) = m_{el}(t) - m_{mech}(t) \quad (1-1)$$

Dabei sind J_{Rotor} die Massenträgheit des gesamten Wellenstrangs und $\dot{\omega}_{\text{Rotor}}(t)$ die Winkelbeschleunigung des Strangs. Durch die Drehung des Rotors verändert sich außerdem der Weg des magnetischen Flusses $\psi(t)$ und somit die magnetischen Kopplungen innerhalb der Maschine. Die daraus resultierende zeitliche Änderung der Induktivitäten $L(t)$ der Maschine führt zu einer Spannungsinduktion $u_{ind}(t)$:

$$\begin{aligned} u_{ind}(t) &= -\frac{d\psi(t)}{dt} \\ &= -\frac{d}{dt}(L(t) \cdot i(t)) \end{aligned} \quad (1-2)$$

In Folge dieser Spannungsinduktion entstehen in den Statorwicklungen Ströme, welche wiederum zu einem elektrischen Moment führen. Dieses hat gemäß Gleichung 1-1 Einfluss auf den Bewegungszustand des Rotors.

Es existiert also eine wechselseitige Abhängigkeit der elektrischen und der mechanischen Größen. Diese gegenseitige Verknüpfung ist grafisch in der folgenden Abbildung 1-2 verdeutlicht:

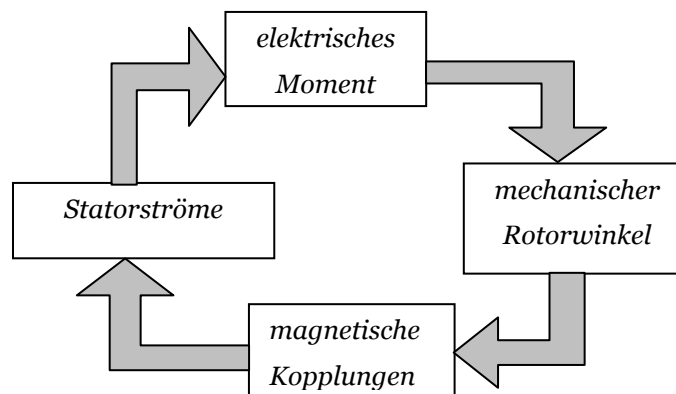


Abbildung 1-2: Gegenseitige Beeinflussung zwischen elektrischen und mechanischen Größen

Bei transienten Vorgängen (z.B. durch Störungen oder Schalthandlungen im Netz) fließen in den Statorwicklungen außerdem Ausgleichsströme, welche im Luftspalt ein zusätzliches transientes elektrisches Moment produzieren. Diese ist aus Sicht des rotierenden Rotors i.d.R. nicht zeitlich konstant, sondern oszillierend. Dies kann zu einer Anregung von mechanischen Torsionsschwingungen führen, welche sich über den gesamten Wellenstrang ausbreiten können. Die absoluten Auslenkungen dieser Oszillationen sind relativ gering, dennoch ergeben sich weitreichende Konsequenzen:

- Durch die Torsionsschwingungen entstehen im Wellenstrang oszillierende Torsionsmomente.
- Durch oszillierende Torsionsmomente wird das Wellenmaterial einer Wechselbeanspruchung ausgesetzt, welchem je nach Ort in der Welle und Betriebszustand der Maschine noch eine konstante Belastung überlagert ist. Dies kann zur Materialermüdung führen, auch wenn die erlaubten Beanspruchungsgrenzen nicht überschritten werden.
- Die Torsionsmomente werden entlang des Strangs auch über die Kupplungen übertragen. Entsprechend dürfen dort in den Bolzen, den Bohrungen und in den Flanschen die Beanspruchungsgrenzen nicht überschritten werden.
- Die Torsionsschwingung wirkt, gemäß Abbildung 1-2, zurück auf die Statorströme. Bei bestimmten Netzkonstellationen, insbesondere bei Netzen mit langen kapazitiv kompensierten Übertragungsleitungen, kann aufgrund dieser Wirkungskette eine Anfachung von Torsionsschwingungen entstehen, die in kurzer Zeit zu Wellenbrüchen führt (Subsynchroner Resonanz, SSR).

Insbesondere der letzte Punkt (SSR) hat seit den 1970er Jahren zu einer Vielzahl von Untersuchungen und Publikationen geführt. Auch der Einfluss von elektrischen Störfällen auf den Wellenstrang wurde bis heute eingehend analysiert. Jedoch hat der Einfluss von asynchron laufenden Drehfeldmaschinen auf die Wellenstränge von Synchrongeneratoren bisher kaum Beachtung gefunden. Auch ist der Einfluss leistungsstarker Umrichteranlagen auf die Wellenstränge nur unzureichend bekannt. Aktuelle Schadensfälle belegen jedoch, dass hier ein dringender Nachholbedarf besteht.

1.2 Stand der Forschung

In der Literatur wurden und werden verschiedene Aspekte der elektromechanischen Kopplung unter unterschiedlichen Gesichtspunkten betrachtet. Die subsynchrone Resonanz (SSR) ist in diesem Zusammenhang ein allgemein bekanntes Beispiel für ein Phänomen, welches durch die elektromechanische Kopplung hervorgerufen wird. Die SSR ist das Ergebnis eines oszillierenden Energieaustausches zwischen dem elektrischen und dem mechanischen System in Energieübertragungsanlagen mit langen längskompensierten Übertragungsleitungen. Durch die kapazitive Kompensation entstehen RLC-Schwingkreise, welche über den Luftspalt der Maschine an die oszillationsfähige Wellen des Antriebs gekoppelt sind. Je nach Parametern der einzelnen Komponenten (Länge der Leitung, Grad der Kompensation, Eigenfrequenzen des Strangs, Anregbarkeit der Eigenformen) kann die Gesamtdämpfung dieses Systems negativ werden, wodurch die durch eine kleine Netzstörung oder Schalthandlung angefachten Torsionsschwingungen nicht mehr gedämpft sondern verstärkt werden. SSR können innerhalb von wenigen Sekunden zu sehr hohen Torsionsschwingungen führen. Durch die schweren SSR-Störfälle in der Anlage Mohave in den USA Anfang der 70er Jahre des letzten Jahrhunderts wurde eine Vielzahl von Publikationen auf diesem Gebiet erarbeitet. Einen Querschnitt stellen die Arbeiten von Bowler et al. [1, 2, 3, 4] dar. Dabei stand besonders bei den Arbeiten von Bowler (z.B. [1,2]) die mathematische Darstellung des elektromechanischen Zusammenspiels zwischen dem Wellenstrang und der längskompensierten Übertragungsleitung im Vordergrund. Mit Hilfe von rein analytischen Modellen wurde versucht, die Parameterbereiche zu identifizieren, in denen eine Instabilität auftreten kann. Die Analysen wurden im Laplace-Bereich durchgeführt, wodurch bereits beim Aufstellen der Ausgangsgleichungen starke Vereinfachungen notwendig waren. So wird von Bowler in [1], ausgehend von der Park'schen Ersatzdarstellung für die Synchronmaschine, angenommen, dass die Induktivitäten von d- und q-Achse gleich sind. Dies ist nur bei Vollpolläufem eine zulässige Näherung. Aus der Gleichung für das elektrische Moment und den Flussgleichungen für d- und q-Achse wird nach Linearisierung der Momentengleichung ein modales Blockdiagramm im Laplace-Bereich zur Analyse der Stabilität aufgestellt. Daraus werden Aussagen über die Gefahr einer SSR für einzelne Eigenfrequenzen abgeleitet. Zeitfunktionen von transienten

Ausgleichsvorgängen und weitere Analysen, wie z.B. maximal auftretende Torsionsmomente oder Ermüdungen, lassen sich mit diesem Modell nicht berechnen.

In späteren Arbeiten wurden Anstrengungen unternommen, die einzelnen Teilaspekte der elektromechanischen Kopplung zu analysieren. Eine Erweiterung des Verständnisses von Synchronmaschinen und der Entstehung des elektrischen Momentes im regulären Betrieb wird von Jordan et al. in [5] geliefert. Dort werden die höheren Ordnungen der Strombelagswellen und der Magnetleitwertswellen als Fourier-Reihen-Terme angegeben. Aus diesen werden die Flussgleichungen und anschließend die Spannungsdifferentialgleichungen abgeleitet. Dies führt zu analytischen Ausdrücken für das asynchrone Moment und das Pendelmoment. Die entstandenen Gleichungen sind nicht transformiert und können zur Beschreibung von transienten Vorgängen mit nicht konstanter Rotordrehzahl herangezogen werden. Allerdings sind die darin enthaltenen Parameter in der Regel nicht verfügbar und müssen aus dem Park'schen Ersatzschaltbild abgeleitet oder aus der numerischen Feldberechnung gewonnen werden. Daher hat sich diese Form der Beschreibung bis heute nicht allgemein durchgesetzt.

Der Aspekt der Torsionsschwingung als Folge von elektrischen Störfällen im Zusammenhang mit der Wellenermüdung wird von Walker et al. in [6] betrachtet. Allerdings bleiben die Untersuchungen auf analytische Verfahren beschränkt. Das anregende elektrische Moment wird in Form von geschlossenen mathematischen Ausdrücken angegeben, und setzt sich zusammen aus einem Gleichanteil sowie einer langsamen Polradpendelung und einem netzfrequenten Anteil mit jeweils exponentieller Dämpfung. Der Wellenstrang wird durch ein Masse-Feder-Modell nachgebildet und im Modalbereich um gemessene Dämpfungswerte erweitert. Die Ermüdung wird unter der Annahme einer mit Nennmoment vorbelasteten Maschine ermittelt, da lediglich für diesen Fall gemessene Ermüdungskurven vorliegen. Dieser Schwachpunkt wird vom Autor im Anhang des Artikels selber genannt, jedoch mit der Begründung abgeschwächt, dass das vorgestellte Verfahren lediglich der Abschätzung der Ermüdung gelten soll.

Kulig berichtet in [7] ausführlich über die Problematik der elektromechanischen Kopplung und die damit verbundenen Konsequenzen. Aus einer Vielzahl von Untersuchungen wird ein auf die Torsionsschwingungen bezogener Störfallkatalog

aufgestellt. Dort werden die möglichen Fehler wie Fehlsynchronisation, Netzkurzschlüsse, Netzumschaltungen, Klemmenkurzschlüsse, Lastabwurf und Subsynchroner Resonanzen klassifiziert und bezüglich ihrer Auswirkungen auf den Wellenstrang des Kraftwerksgenerators, insbesondere unter dem Aspekt der Ermüdung, beurteilt. Es zeigt sich auch hier, dass die Subsynchroner Resonanz (SSR) zu den schwersten Störfällen zählt. An zweiter Stelle ist die Fehlsynchronisation zu nennen. Zuschaltungen mit einem Fehlwinkel im Bereich zwischen 105 Grad und 120 Grad führen zu den höchsten Materialermüdungen im Wellenstrang. Die Ergebnisse basieren auf Messungen und numerischen Berechnungen. Weiterhin wird dort, ebenso wie von Walker et al. in [6], ein Verfahren vorgestellt, wie die mechanische Dämpfung gemessen und in das Torsionsmodell eingebunden werden kann. Dazu muss die Bewegungsdifferentialgleichung über die Matrix der Eigenvektoren in den Modalbereich transformiert werden. Dann können unter bestimmten Voraussetzungen gemessene Dämpfungen von einzelnen Moden, d.h. Schwingungen mit einer einzelnen Frequenz, in das Gleichungssystem eingebracht und in den Zeitbereich zurücktransformiert werden. Der so entwickelte Störfallkatalog hat bis heute weitgehend Gültigkeit, berücksichtigt jedoch nicht die Ermüdung als Folge von geringen aber lang andauernden Torsionsanregungen.

Über die Anregung von Torsionsschwingungen durch Rückwirkungen aus Frequenzumrichtern im Eigenbedarf wird von Fick in [9] berichtet. Dem Bericht liegt ein konkreter Fall zugrunde, aus dem jedoch keine allgemeingültigen Aussagen oder Schlüsse abgeleitet werden.

In [8] wird von Ziebarth zudem auf die Bedeutung der Berücksichtigung der Turbinenschaufeln in dem Torsionsmodell insbesondere bei Schiefelastberechnungen hingewiesen, jedoch nicht näher untersucht. Hier wäre aus Sicht des Wellenstrangs insbesondere die Verstimmung der Torsionseigenfrequenzen durch den Turbinenkranz von Interesse.

Aktuell wird bei Bowler et al. der Schwerpunkt häufig auf das Monitoring und die Dämpfung/und Unterdrückung von SSR bzw. Torsionsschwingungen eingegangen [10, 11, 30, 31]. Neue Wirkmechanismen finden keine Erwähnung.

1.3 Aufgabenstellung und Vorgehensweise

Hieraus lässt sich ableiten, dass weiterhin ein konkreter Untersuchungsbedarf zum Thema der elektromechanischen Kopplung und den damit verbundenen Mechanismen besteht. Zur Zeit lässt sich folgende Situation an realen Anlagen bzw. unterschiedlichen Maschinentypen beobachten:

1. Es treten vermehrt schwere Schäden auf, besonders auch bei Maschinen im Leistungsbereich zwischen 10 MW und 100 MW. Häufig entstehen diese Schäden aus dem Zusammenspiel zwischen dem elektrischen und dem mechanischen System. Jedoch werden diese Fälle in der Regel weder von den Herstellern noch von den Betreibern publiziert.
2. Besonders durch die heute hohe und kostengünstig verfügbare Rechnerleistung gewinnen transiente numerische Berechnungen auf Basis von Finiten-Differenzen und Finiten-Elementen sowohl im elektrischen als auch im mechanischen Bereich (hier hauptsächlich Finite-Elemente) für detaillierte Analysen zunehmend an Bedeutung. Diese Möglichkeiten werden zum Teil nur unzureichend genutzt.
3. Bei der Auslegung und der Schadensanalyse werden häufig vereinfachte Ersatzschaltbilder der elektrischen Maschine zugrunde gelegt, welche die elektromechanische Kopplung nicht genügend genau abbilden.

In dieser Arbeit wird ein besonderer Aspekt untersucht: In den bisherigen Untersuchungen wurde nicht beachtet bzw. erwähnt, dass durch asynchron laufende Drehfeldmaschinen frequenzvariable asynchrone Stromanteile in das Netz rückwirken, welche in Turbogeneratoren bzw. Synchrongeneratoren zur Entstehung von Torsionsschwingungen führen können. Es spielt prinzipiell keine Rolle, ob es sich bei der Drehfeldmaschine um eine Asynchronmaschine oder um eine asynchron laufende Synchronmaschine handelt. Die frequenzvariablen Strom- bzw. Leistungsanteile sind dann besonders ausgeprägt, wenn die Drehfeldmaschine einen unsymmetrischen Rotor besitzt. Wenn die Frequenz der rückgespeisten Leistung in der Nähe einer Torsionseigenfrequenz eines speisenden Synchrongenerators liegt, dann kann es zu Torsionsanregungen kommen, die je nach Höhe und Dauer der Anregung eine Gefährdung für den Wellenstrang darstellen. Dies kann sich in einem Verbrauch an Lebensdauer oder sogar in partieller Schädigung äußern.

Es muss daher untersucht werden, unter welchen Umständen durch asynchron laufende Drehfeldmaschinen eine Gefährdung von Synchrongeneratoren besteht. Dazu müssen die asynchrone Drehfeldmaschine, der Synchrongenerator mit Wellenstrang und das entsprechende elektrische Netz modelliert werden. Alle Teilmodelle müssen anschließend geeignet zusammengeführt werden. Im Rahmen dieser Arbeit wird die Untersuchung daher auf Basis der folgenden Ansätze entwickelt:

- Alle relevanten Funktionen des elektrischen Systems (d.h. insbesondere Ströme und elektrische Momente) werden numerisch im Zeitbereich berechnet. Es findet keine Transformation in den Laplace-Bereich statt.
- Die Frequenzen der Ströme und der Leistungen als Funktionen der mechanischen Drehzahl bzw. des Schlupfs werden zusätzlich auf analytischem Wege abgeleitet, um die Ergebnisse der numerischen Berechnungen validieren zu können.
- Die in das Netz rückwirkenden Ströme der asynchron laufenden Drehfeldmaschine werden ohne die klassischen Ersatzschaltbilder berechnet. Dies wäre im Fall von Maschinen mit unsymmetrischem Rotor ohnehin nicht möglich. Stattdessen wird ein neues Modell einer allgemeinen Drehfeldmaschine auf Basis einer Differentialgleichung mit variablen Koeffizienten vorgestellt. Mit diesem Modell können auch unsymmetrische Maschinen berechnet werden. Zudem wird zu Vergleichszwecken die Methode der Finiten-Differenzen angewandt.
- Das Torsionsverhalten des angeregten Wellenstranges wird auf Basis eines Finite-Elemente-Modells mit Berücksichtigung der mechanischen Dämpfung bestimmt. Die angeregten Torsionsmomente werden im Zeitbereich berechnet. Bei eventuellen Modellreduktionen werden die Eigenfrequenzen durch ein eigens dafür entwickeltes Verfahren angepasst und optimiert.
- Das elektrische Netz in Form von Leitungen, Transformatoren und starren Netzeinspeisungen wird in das jeweilige Modell eingebunden. Alternativ wird ein Inselnetz mit den entsprechenden Komponenten nachgebildet.

Nachdem diese Teilaufgaben erfüllt sind, werden die Mechanismen der Torsionsanregung durch im Netz befindliche asynchrone Drehfeldmaschinen untersucht. Dabei werden ausgewählte Konstellationen unterschieden (z.B. Anlauf eines symmetrischen und eines unsymmetrischen Asynchronmotors in Inselnetzen, asynchroner Hochlauf eines Synchrongenerators).

Für jeden dieser Fälle wird analysiert, wie stark die Gefährdung des jeweils speisenden Synchrongenerators ist. Weiterhin wird untersucht, inwiefern der vermehrte Einsatz von Umrichterantrieben zu einer negativen Beeinflussung des Torsionsverhaltens führt. Außerdem wird die Ermüdung als Folge der Torsion näher betrachtet. Dies ist sinnvoll, da Torsionsschwingungen auch im ungestörten Betrieb auftreten können. Ferner werden die Faktoren, welche die Höhe der Ermüdung beeinflussen, untersucht. Ergänzend werden unterschiedliche Verfahren zur Ermüdungsberechnung, speziell zur Zählung der Lastzyklen, gegenübergestellt. Abschließend werden der Einfluss besonderer Kupplungen, Möglichkeiten zur berührungslosen Torsionsmessung und die Online-Überwachung von Torsionsschwingungen erläutert.

2 Allgemeines Differentialgleichungssystem einer elektrischen Maschine

2.1 Nachteile der transformierten Darstellung am Beispiel der Park-Transformation

Üblicherweise werden elektrische Maschinen mit Hilfe von vereinfachten Ersatzschaltbildern berechnet. Die Asynchronmaschine wird meist durch eine T-Ersatzdarstellung, in der Stator und Rotor entgegen der realen Physik galvanisch gekoppelt sind, dargestellt. Dabei sind die Rotorgrößen auf den Stator umgerechnet. Synchronmaschinen werden mit Hilfe des Park'schen Ersatzschaltbildes berechnet. Diese Transformation wurde bereits in den 20er Jahren des letzten Jahrhunderts entwickelt. Sie entstand hauptsächlich aus der Notwendigkeit heraus, für die Beschreibung der Synchronmaschine ein Differentialgleichungssystem mit konstanten Koeffizienten zu entwickeln. Die Grundidee der Park'schen Transformation (s. Abbildung 2-1) besteht entsprechend aus zwei Ansätzen:

- Überführung des ruhenden Stators in ein mit synchroner Geschwindigkeit rotierendes System
- Ersetzen der drei Statorwicklungen durch zwei Ersatzwicklungen

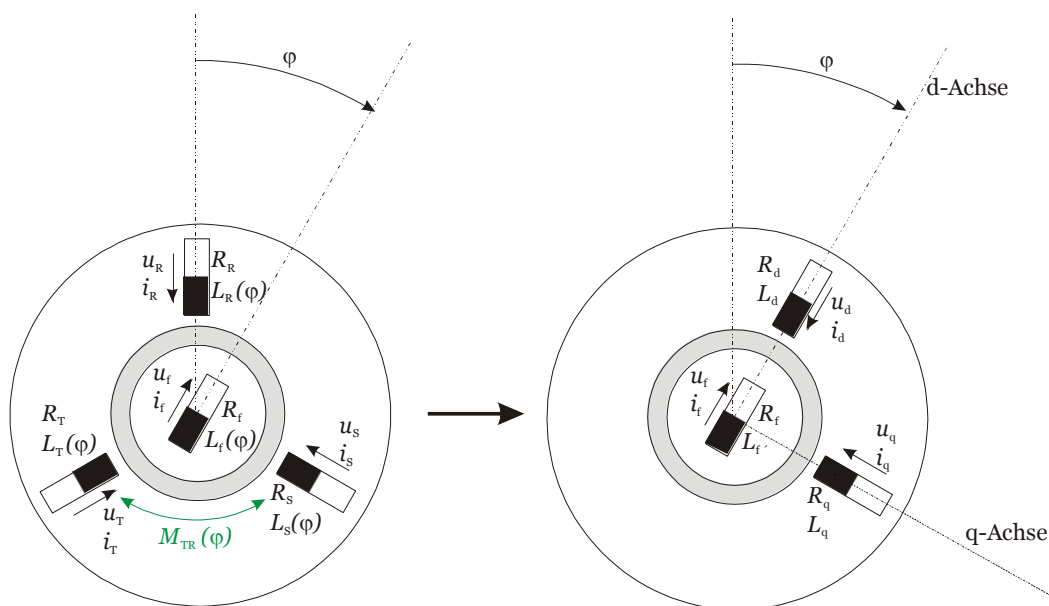


Abbildung 2-1: Grundidee der Park'schen Transformation

Durch Anwendung einer modalen Transformation (sog. Park-Transformation) entstehen so drei entkoppelte Systeme (d-Achse, q-Achse und o-System), welche jeweils durch ein eigenes Ersatzschaltbild dargestellt werden können. In [12] wird dargelegt, dass diese drei Systeme bei Schenkelpolmaschinen nicht voneinander entkoppelt sind. Dieser Fehler wird jedoch von vornherein vernachlässigt. Zudem wird bei der Park-Transformation unterstellt, dass keine Eisensättigung auftritt, da andernfalls eine gegenseitige Beeinflussung der Achsen untereinander vorhanden wäre.

Die d-Achse des Park'schen Ersatzschaltbildes besteht aus der Statorstreureaktanz $X_{a\sigma}$ und der Hauptreaktanz X_{Hd} sowie der Dämpferstreureaktanz X_{Dd} und der Feldstreureaktanz $X_{fd\sigma}$. In der q-Achse tritt die gleiche Statorstreuung $X_{a\sigma}$ und die Hauptreaktanz X_{Hq} sowie eine Dämpferstreuung X_{Dq} auf. Zu den Streuungen werden jeweils die ohm'schen Wicklungswiderstände in Reihe geschaltet. Alle Größen werden so bezogen, dass die bekannte Darstellung als jeweils galvanisch gekoppeltes Netzwerk möglich ist.

In [12] wurde dieses ursprüngliche Park'sche Ersatzschaltbild erweitert, so dass eine genauere Nachbildung des Übergangsverhaltens zwischen Rotor- und Statorseite bei gleichbleibender Streureaktanz möglich wurde. Dies war notwendig, da Messungen und Berechnungen des Erregerstroms bei transienten Ausgleichsvorgängen große Differenzen zeigten, was bis dahin dem Einfluss des massiven Eisens des Rotors zugeschrieben wurde [41]. Jedoch wird in [12] nachgewiesen, dass die Fehler durch eine Unvollständigkeit des bis dahin angenommenen Park'schen Ersatzschaltbildes bedingt sind: es wurde bis dato angenommen, dass die drei magnetische gekoppelten Wicklungen der d-Achse (Statorwicklung, Dämpferwicklung und Erregerwicklung) die gleiche Hauptinduktivität besitzen, und jeweils durch Addition der Streuung die entsprechende Eigeninduktivität ergeben [41]. Da jedoch die Kopplung zwischen Stator und Dämpfer sowie zwischen Stator und Erreger i.d.R. ungleich der ideellen Hauptreaktanz sind, wird durch das Ersatzschaltbild die Feldaufteilung im Rotor verfälscht. Um dies zu korrigieren, wird in [12] eine zusätzliche Koppelreaktanz, die sog. Canay-Reaktanz zwischen Hauptfeldreaktanz und Dämpferstreureaktanz eingefügt werden. Diese ist bei Vollpolmaschinen immer größer als null, bei

Schenkelpolmaschinen kann sie kleiner null werden. Das so erweiterte Park'sche Ersatzschaltbild findet heute gerade in numerischen Netzsimulationsprogrammen sehr häufig Anwendung [13, 14].

Trotz der starken Verbreitung der Park'schen Darstellung gibt es einige Schwachpunkte, die teilweise zu deutlichen Einschränkungen in den Berechnungsmöglichkeiten führen:

- Das Park'sche Ersatzschaltbild ist im stationären Betrieb eine Gleichstromdarstellung. Es kann nicht direkt mit dem übrigen Netzwerk (Transformator, Blockschalter, Netz, weitere Generatoren) verbunden werden. Vielmehr muss eine iterative Ankopplung erfolgen [14] oder eine Ankopplung des rücktransformierten dazugehörigen Gleichungssystems erfolgen. Dies erhöht in beiden Fällen den numerischen Aufwand.
- Die Park'sche Transformation ist eine Transformation, in der lediglich die Grundwelle des magnetischen Feldes einfließt. Entsprechend kann nur das Grundwellenverhalten der Maschine nachgebildet werden.
- Eine Erweiterung bzw. Verfeinerung der Ersatzschaltbilder erfolgt in der Regel im transformierten Bereich. Beispielsweise wird die Streufeldsättigung erst im Nachhinein durch Berücksichtigung entsprechender Sättigungsfaktoren berücksichtigt [15]. Jedoch führt eine Eisensättigung von vornherein zur Kopplung des d-, q- und o-System, wodurch die gesamte Ersatzdarstellung in Frage gestellt wird.
- Unsymmetrien innerhalb der Maschine, beispielsweise Windungs- oder Phasenschlüsse in der Statorwicklung oder Rotorwicklungsschlüsse, lassen sich durch das Park'sche Ersatzschaltbild nicht nachbilden.

Der ursprüngliche Vorteil der Park'schen Transformation, d.h. die Darstellung der Synchronmaschine durch ein Differentialgleichungssystem mit konstanten Koeffizienten, kann heute nicht mehr als gewichtiger Vorteil gewertet werden. Die Berechnung von Synchronmaschinen mit elektromechanischer Kopplung im Netzverbund erfolgt heute vorwiegend auf rein numerischem Wege. Für die Asynchronmaschine gilt dies ebenso. Durch die aktuelle Rechnerleistung und verfügbaren Verfahren zur numerischen Lösung von Differentialgleichungen nahezu

beliebigen Typs sollten daher auch andere Möglichkeiten zur Beschreibung und Berechnung von Synchronmaschinen in Betracht gezogen werden. Daher wird im nächsten Kapitel am Beispiel der Synchronmaschine ein Verfahren vorgestellt, durch welches eine Drehfeldmaschine ohne mathematische Transformation modelliert werden kann. Nahezu alle oben genannten Nachteile werden dadurch eliminiert.

2.2 Allgemeines Differentialgleichungssystem der Synchronmaschine

Das in diesem Kapitel beschriebene Modell der Synchronmaschine kann auf zwei unterschiedlichen Wegen abgeleitet werden:

- Basierend auf den Spannungsgleichungen und dem Prinzip der virtuellen Verrückung
- Basierend auf der formalisierten Euler-Lagrange-Gleichung

Beide Wege führen zum gleichen Ergebnis. Der zweite Weg wird in [16] vorgestellt. Die dort angewandte formalisierte Euler-Lagrange-Gleichung lautet:

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = 0 \quad (2-1)$$

Die Lagrange-Funktion L ist die Differenz zwischen kinetischer Energie und potentieller Energie. Die Freiheitsgrade des System werden durch die verallgemeinerten Koordinaten q_i beschrieben. Das Aufstellen und Lösen der Euler-Lagrange-Gleichung stellt ein allgemeingültiges Verfahren zur Findung der Differentialgleichungen nahezu beliebiger physikalischer Systeme dar. Durch die Einführung der verallgemeinerten Koordinaten werden auch Kopplungen unterschiedlicher Teilsysteme, z.B. elektrische und mechanische Komponenten, berücksichtigt.

Nachfolgend wird die Ableitung des Gleichungssystem einer Synchronmaschine ausgehend von den Spannungsgleichungen und dem Prinzip der virtuellen Verrückung vorgestellt. Ausgangspunkt sei an dieser Stelle eine vereinfachte

Darstellung einer zweipoligen Synchronmaschine mit drei Statorwicklungen und einer Rotorwicklung gemäß Abbildung 2-2. Jede Wicklung besitzt einen ohm'schen Anteil R und einen induktiven Anteil L . An jeder Wicklung wird der Spannungsabfall $u(t)$ sowie der durch die Wicklung fließende Strom $i(t)$ eingetragen. Die Wicklungen untereinander sind durch die Gegeninduktivitäten M gekoppelt. Die tatsächliche mechanische Rotorposition wird durch den Winkel $\varphi(t)$ dargestellt. Da sich der magnetische Kreis aus Sicht jeder einzelnen Wicklung bei Verdrehung des Rotors verändert, sind die Eigen- und Koppelinduktivitäten L und M Funktionen von $\varphi(t)$. Unter Vernachlässigung der magnetischen Sättigung (d.h. $L, M \neq f(i(t))$) kann z.B. für die Statorwicklung der Phase R die Spannungsgleichung aufgestellt werden:

$$\begin{aligned}
 u_R(t) = & R_R \cdot i_R(t) + \frac{d}{dt}(L_R(\varphi(t)) \cdot i_R(t)) + \frac{d}{dt}(M_{RS}(\varphi(t)) \cdot i_S(t)) + \\
 & + \frac{d}{dt}(M_{RT}(\varphi(t)) \cdot i_T(t)) + \frac{d}{dt}(M_{Rf}(\varphi(t)) \cdot i_f(t))
 \end{aligned}
 \tag{2-2}$$

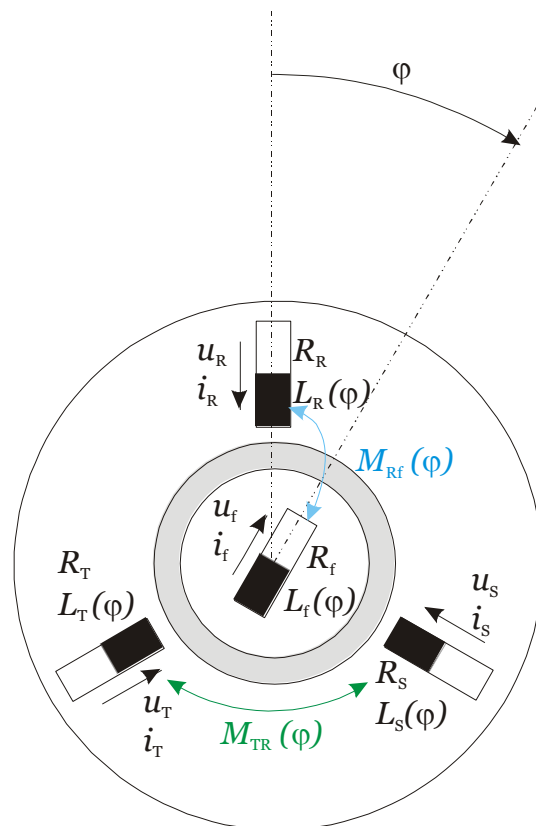


Abbildung 2-2: Grundlegendes Wicklungsmodell einer Synchronmaschine

Der Spannungsabfall $u_R(t)$ an der Wicklung der Phase R setzt sich zusammen aus dem ohm'schen Spannungsabfall am Widerstand R_R , aus der Spannungsinduktion

entsprechend der Flussänderung an der Wicklungseigeninduktivität L_R sowie aus den induzierten Spannungen durch Koppelflussänderung aus den übrigen Wicklungen, welche durch die Gegeninduktivitäten M_{RS} , M_{RT} und M_{Rf} ausgedrückt werden. Wie bereits erwähnt, sind die Eigen- und Koppelinduktivitäten Funktionen des Rotorwinkels φ , da sich mit Veränderung der Rotorposition die magnetischen Wege der Flüsse innerhalb der Maschine verändern. Daher müssen die zeitlichen Ableitungen auf das Produkt von Induktivität und Strom angewandt werden. Entsprechend hat die Differentialgleichung keine konstanten Koeffizienten. Diese Tatsache war der Anlass für Park, die im vorherigen Kapitel genannte Transformation zu entwickeln, welche auf eine Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten führt.

Für die übrigen vier Wicklungen können nach gleichem Schema die Spannungsgleichungen aufgestellt werden. Bringt man die Ergebnisse in eine übersichtliche Matrizenform, so erhält man:

$$[u(t)] = [R] \cdot [i(t)] + \frac{d}{dt} ([L(\varphi)] \cdot [i(t)]) + \frac{d}{dt} ([M(\varphi)] \cdot [i(t)]) \quad (2-3)$$

Die Matrizen $[R]$ und $[L(\varphi)]$ sind reine Diagonalmatrizen, $[M(\varphi)]$ ist bis auf die Hauptdiagonale komplett besetzt.

Die elektromechanische Kopplung wird durch die Hinzunahme der Bewegungsgleichung des Rotors hergestellt. Das dazu notwendige elektrische Moment kann aus dem Prinzip der virtuellen Verrückung gewonnen werden.

Für die Wicklung der Phase R ergibt sich eine magnetische Energie W_R gemäß:

$$W_R = \frac{1}{2} L_R(\varphi) \cdot i_R^2(t) + \frac{1}{2} M_{RS}(\varphi) \cdot i_S^2(t) + \frac{1}{2} M_{RT}(\varphi) \cdot i_T^2(t) + \frac{1}{2} M_{Rf}(\varphi) \cdot i_f^2(t) \quad (2-4)$$

Dort fließen die Anteile der Eigen- und der Koppelinduktivitäten ein. Die virtuelle Verrückung entlang eines Winkels $\partial\varphi$ entspricht einer Weglänge $\partial x = r\partial\varphi$. Daraus ergibt sich:

$$f_R = \frac{1}{2r} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} L_R(\varphi) \cdot i_R^2(t) + \frac{\partial}{\partial \varphi} M_{RS}(\varphi) \cdot i_S^2(t) + \frac{\partial}{\partial \varphi} M_{RT}(\varphi) \cdot i_T^2(t) + \frac{\partial}{\partial \varphi} M_{Rf}(\varphi) \cdot i_f^2(t) \right) \quad (2-5)$$

Da die Verschiebung $r \partial \varphi$ in tangentielle Richtung erfolgt, ist das skalare Produkt aus der Kraft f_R und dem Radius r gleich dem gesuchten elektrischen Moment m_{el} (hier der Anteil der Phase R):

$$m_{R,el}(t) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} L_R(\varphi) \cdot i_R^2(t) + \frac{\partial}{\partial \varphi} M_{RS}(\varphi) \cdot i_R(t) \cdot i_S(t) + \frac{\partial}{\partial \varphi} M_{RT}(\varphi) \cdot i_R(t) \cdot i_T(t) + \frac{\partial}{\partial \varphi} M_{Rf}(\varphi) \cdot i_R(t) \cdot i_f(t) \right) \quad (2-6)$$

(Hinweis: Das Symbol „M“ wird hier sowohl für das elektrische Moment „m“ als auch für die Koppelinduktivität „M“ benutzt).

Das gesamte elektrische Moment ergibt sich entsprechend als folgende Summe:

$$m_{el}(t) = \frac{1}{2} \sum_m \frac{\partial}{\partial \varphi} L_m(\varphi) \cdot i_m^2(t) + \frac{1}{2} \sum_{k \neq m} \sum_{l \neq m} \frac{\partial}{\partial \varphi} M_{k,l}(\varphi) \cdot i_k(t) \cdot i_l(t) \quad (2-7)$$

Die Laufindizes m , k und l durchlaufen dabei jeweils die Wicklungskennzeichen R, S, T und f.

Somit lautet die Bewegungsgleichung des gesamten Strangs:

$$J_{\text{Rotor}} \cdot \ddot{\varphi}(t) + D \cdot \dot{\varphi}(t) = m_{el}(t) - m_{\text{mech}}(t) \quad (2-8)$$

Das so gewonnene Differentialgleichungssystem, bestehend aus den Gleichungen (2-3), (2-7) und (2-8) kann nahezu beliebig erweitert werden. Die Bewegungsdifferentialgleichung kann auf Mehr-Massen-Schwinger zur Berücksichtigung von Torsionsschwingungen erweitert werden. In diesem Fall kann z.B. das Phänomen der Subsynchronen Resonanzen analysiert werden. Es können die einzelnen Polwicklungen oder Teilwicklungen eingebunden werden. Auch die Berücksichtigung der Dämpferstäbe ist durch die Hinzunahme einzelner Teilwicklungen entsprechend möglich. Eine Berechnung unsymmetrischer Maschinen kann durch Modifikation der einzelnen Wicklungselemente erfolgen. Die Parameter können aus einer statischen numerischen Feldberechnung gewonnen werden (s.a. Kapitel 7).

3 Torsionsschwingungen in Wellensträngen

Die Berechnung von Torsionsschwingungen wird heute im Rahmen der Auslegung von Synchrongeneratoren routinemäßig durchgeführt. Eine kompakte Darstellung zum aktuellen Stand der Technik findet sich in [7].

3.1 Modellierung des Wellenstranges

Die Modellierung und Darstellung von Wellensträngen wird üblicherweise auf zwei mögliche Arten durchgeführt:

- Auf Basis eines detaillierten Finite-Elemente-Modells
- Auf Basis einer reduzierten Masse-Feder-Ersatzdarstellung

Die erste Methode wird für detaillierte Untersuchungen des Torsionsverhaltens des Stranges angewandt. Mit diesem Modell, das in der Regel zwischen 100 und 300 Freiheitsgrade besitzt, können die Eigenformen und die Eigenfrequenzen des Strangs und (an ausgewählten Bereichen) die genauen Zeitverläufe der Torsionsmomente bei gegebener Momentenanregung im Maschinenluftspalt berechnet werden. Die Ergebnisse können weiter ausgewertet werden, um z.B. die Ermüdung zu bestimmen. Auch können verzweigte Systeme (z.B. Berücksichtigung der Turbinenschaufeln) nachgebildet werden.

Die zweite Methode wird häufig bei elektromechanisch gekoppelter Netzberechnung angewandt. Das Modell besitzt bis zu 20 Freiheitsgrade, und soll hauptsächlich das relevante Eigenfrequenzverhalten des Wellenstrangs repräsentieren.

3.1.1 Detailliertes Finite-Elemente-Modell

Entsprechend der Grundidee der Finiten-Elemente-Methode wird der Wellenstrang in Elemente konstanten Durchmessers d_N und konstanter Massenverteilung m_N bzw. konstanter Massenträgheitsverteilung J_N unterteilt. Für jedes Element wird eine Verdrehung $\varphi(x)$ entlang der Elementlänge l_N angenommen (gemäß [18]). Es sei links der Winkel φ_1 und rechts der Winkel φ_2 gegeben (Abbildung 3-1):

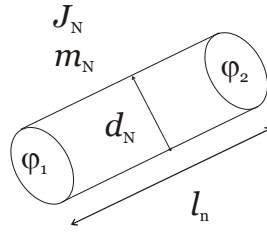


Abbildung 3-1: Einzelnes Finites Element

Dann gilt mit einem linearen Funktionsansatz:

$$\begin{aligned}
 a_{1N}(x) &= 1 - \frac{x}{l_N}, & a_{2N}(x) &= \frac{x}{l_N} \\
 \varphi(x) &= a_{1N}(x) \cdot \varphi_1 + a_{2N}(x) \cdot \varphi_2 = \varphi_1 + (\varphi_2 - \varphi_1) \frac{x}{l_N}
 \end{aligned}
 \tag{3-1}$$

Jedem Vollabschnitt N mit dem Radius r_N werden nun gemäß

$$\begin{aligned}
 J_N &= \frac{m_N r_N^2}{2} = \rho \cdot l_N \cdot \frac{d_N^4}{32} \pi \\
 k_N &= \frac{G \cdot I_T}{l_N} = \frac{E}{2(1+\mu)} \cdot \frac{d_N^4}{32} \pi \cdot \frac{1}{l_N}
 \end{aligned}
 \tag{3-2}$$

eine Massenträgheit J_N und eine Federkonstante k_N zugewiesen, I_T stellt dabei das Torsionsflächenmoment dar, G das Schubmodul und E das Elastizitätsmodul. Dem so gebildeten Element wird eine Elementmatrix zugewiesen. Es gilt bezüglich der Steifigkeit:

$$[k]_N = \begin{bmatrix} k_N & -k_N \\ -k_N & k_N \end{bmatrix}
 \tag{3-3}$$

Die Massenmatrix $[J]_N$ wird bei dem oben gewählten linearen Funktionsansatz wie folgt gebildet:

$$[J]_N = \int_0^l \frac{J_N}{l} [A]_N \, dx
 \tag{3-4}$$

Die Matrix $[A]_N$ wird wie folgt gebildet:

$$[A]_N = \begin{bmatrix} a_{1N}(x) \cdot a_{1N}(x) & a_{1N}(x) \cdot a_{2N}(x) \\ a_{2N}(x) \cdot a_{1N}(x) & a_{2N}(x) \cdot a_{2N}(x) \end{bmatrix}
 \tag{3-5}$$

Die führt schließlich zur gesuchten Massenmatrix für das betrachtete Element:

$$[J]_N = J_N \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \quad (3-6)$$

Die Systemmatrizen der Massen und Steifigkeiten werden durch Eintragen der Elementmatrizen nach folgendem Schema gewonnen (Abbildung 3-2 am Beispiel einer 4x4-Matrix):

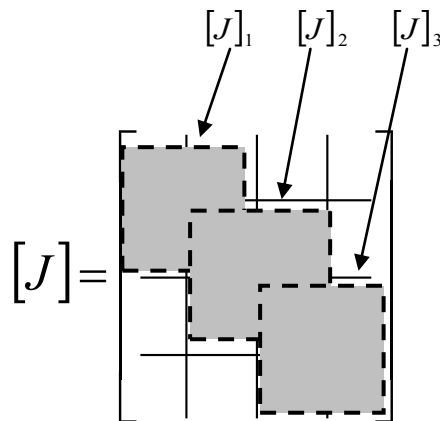


Abbildung 3-2: Auffüllung der Matrix durch Elementmatrizen

Dies liefert die folgende endgültige Gestalt:

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{1}{3}J_1 & \frac{1}{6}J_1 & & \\ \frac{1}{6}J_1 & \frac{1}{3}(J_1 + J_2) & \frac{1}{6}J_2 & \\ & \frac{1}{6}J_2 & \frac{1}{3}(J_2 + J_3) & \frac{1}{6}J_3 \\ & & \frac{1}{6}J_3 & \frac{1}{3}J_3 \end{bmatrix} \quad (3-7)$$

Für die Steifigkeitsmatrix gilt dasselbe Bildungsschema:

$$[k] = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & & \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 & \\ & -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ & & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \quad (3-8)$$

Entsprechend ergibt sich die lineare Bewegungsdifferentialgleichung ohne Dämpfung in Matrizenform:

$$[J] \cdot [\dot{\varphi}] + [k] \cdot [\varphi] = [M] \quad (3-9)$$

Aus dieser Bewegungsgleichung können die tatsächlichen Momentenverläufe bei entsprechender Anregung durch Lösen der Differentialgleichung gewonnen werden. Ein Verfahren zur Berücksichtigung der Dämpfung wird im Kapitel 3.3 erläutert.

3.2 Modaltransformation des Finite-Elemente-Modells

Die aus dem Finite-Elemente-Modell gewonnene Differentialgleichung besitzt in der Regel eine Ordnung von 100 ... 300. Entsprechend dem Grad der Ordnung werden auch die Eigenformen und Eigenfrequenzen abgebildet. Für die Berechnung von Torsionsschwingungen und deren Auswirkungen auf den Wellenstrang sind jedoch üblicherweise lediglich Eigenformen und Eigenfrequenzen bis ca. 200 Hz von Bedeutung. Resonanzen höherer Ordnung nehmen i.d.R. nicht genügend Energie auf. Demzufolge ist es nicht notwendig, das gesamte Differentialgleichungssystem zu lösen.

Eine Möglichkeit, nur die relevanten Eigenformen und Eigenfrequenzen in die Berechnung bzw. Lösung der Differentialgleichung einfließen zu lassen, besteht in der modalen Transformation. Die dazu notwendige Transformationsmatrix besteht aus den spaltenweise zusammen gefassten Eigenvektoren der resultierenden Matrix

$$-[J]^{-1} \cdot [k] \quad (3-10)$$

der homogenen Bewegungsdifferentialgleichung. Sind u_1, \dots, u_n die Eigenvektoren, so lautet die Modalmatrix:

$$[U] = [u_1 \quad u_2 \quad \dots \quad u_n] \quad (3-11)$$

Die modalen Größen ergeben sich zu:

$$\begin{aligned}
 [\varphi_{\text{modal}}] &= [U]^T [\varphi] \\
 [J_{\text{modal}}] &= [U]^T [J][U] \\
 [k_{\text{modal}}] &= [U]^T [k][U] \\
 [M_{\text{modal}}] &= [U]^T [M]
 \end{aligned}
 \tag{3-12}$$

Die modalen Matrizen $[J_{\text{modal}}]$, $[k_{\text{modal}}]$ und $[M_{\text{modal}}]$ sind reine Diagonalmatrizen. Die Differentialgleichung im Modalbereich hat die gleiche Struktur und Form wie im Zeitbereich:

$$[J_{\text{modal}}] \cdot [\ddot{\varphi}_{\text{modal}}] + [k_{\text{modal}}] \cdot [\varphi_{\text{modal}}] = [M_{\text{modal}}]
 \tag{3-13}$$

Die Gleichung (3-13) stellt ein System voneinander entkoppelter Differentialgleichungen (DGL) dar. Entsprechend kann die DGL jeder Zeile für sich gelöst werden. Gemäß den Eigenwerten repräsentiert jede DGL einer Zeile n eine Eigenfrequenz ω_n des realen Systems:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_{\text{modal},n}}{J_{\text{modal},n}}}
 \tag{3-14}$$

Durch Lösen der interessierenden modalen Differentialgleichungen und anschließender Rücktransformation wird somit das Torsionsverhalten im interessierenden Frequenzbereich unter Berücksichtigung der relevanten Eigenformen und Eigenfrequenzen berechnet. Hierdurch wird der Berechnungsaufwand deutlich reduziert. Es muss nicht das Differentialgleichungssystem des gesamten Stranges mit entsprechend hoher Ordnung gelöst werden. Häufig reicht es, je nach Aufbau des Wellenstranges, zehn bis 15 Eigenformen zu berücksichtigen.

3.3 Berücksichtigung der mechanischen Dämpfung

Die Anregung von Torsionsschwingungen erfolgt hauptsächlich über den Generatorballen. Die Ausprägung der Oszillationen entlang des Stranges ist stark von der Torsionsdämpfung D abhängig. Im vorherigen Kapitel 3.2 wurde die Bewegungsdifferentialgleichung ohne Dämpfung aufgestellt, da die wahre physikalische Torsionsdämpfung nicht bzw. nur sehr schwer messbar oder berechenbar ist.

Jedoch können an realen Maschinen einzelne isolierte Eigenfrequenzen gezielt angeregt werden [7, 19]. Dazu werden spezielle Störfälle gewählt (z.B. gezielter Lastabwurf, Stosskurzschluss bei reduzierter Spannung, 2poliger Dauerkurzschluss), oder aber, falls realisierbar, wird der Strang über den Erregersatz angeregt. Letztes Verfahren wurde an der Anlage Mohave angewandt [2]. Die bei der Anregung entstehenden Torsionsschwingungen wurden durch geeignete Dehnungs-Mess-Streifen aufgenommen. Die Übertragung der Messwerte von der rotierenden Welle auf einen Datenrekorder erfolgte über eine Telemetrie-Einrichtung.

Aus den nach der jeweiligen Anregung einzelner Moden ausklingenden Torsionsoszillationen wird das logarithmische Dekrement ν gewonnen. Da dieses nur für die jeweilig angeregte Eigenfrequenz gilt, kann die dazugehörige Dämpfung im Modalbereich bestimmt werden:

$$D_{\text{modal},n} = 2 \cdot f_n \cdot J_{\text{modal},n} \cdot \nu_n \quad (3-15)$$

Werden für alle betrachteten Eigenfrequenzen die modalen Dämpfungen bestimmt, so können diese zu einer Diagonalmatrix $[D_{\text{modal}}]$ zusammen gefasst werden. Das modale Differentialgleichungssystem (3-13) wird anschließend formell um die modale Dämpfung erweitert:

$$[J_{\text{modal}}] \cdot [\ddot{\varphi}_{\text{modal}}] + [D_{\text{modal}}] \cdot [\dot{\varphi}_{\text{modal}}] + [k_{\text{modal}}] \cdot [\varphi_{\text{modal}}] = [M_{\text{modal}}] \quad (3-16)$$

Dieses Verfahren ist unter der Voraussetzung zulässig, dass die reale Dämpfung $[D]$ proportional zur Massenträgheit und zur Steifigkeit ist und außerdem sehr schwach ist [18]:

$$[D] = \alpha_1 \cdot [J] + \alpha_2 \cdot [k] \quad (3-17)$$

Für diesen Fall liefert auch die physikalische Dämpfung bei Transformation in den Modalbereich eine Diagonalmatrix, wodurch die Rücktransformation ihre Gültigkeit behält.

In dem Fall, dass die Dämpfung nicht proportional zur Massenträgheit ist, kann die Modaltransformation unter direkter Einbeziehung der physikalischen Dämpfung erfolgen [20]. Dazu werden die Dämpfungs- und Federmatrizen in einen symmetrischen und einen antimetrischen Anteil aufgeteilt:

$$\begin{aligned} [D] &= [D_s] + [D_a] \quad \text{mit} \quad [D_s] = [D_s]^T \quad \text{und} \quad [D_a] = -[D_a]^T \\ [k] &= [k_s] + [k_a] \quad \text{mit} \quad [k_s] = [k_s]^T \quad \text{und} \quad [k_a] = -[k_a]^T \end{aligned} \quad (3-18)$$

Zur modalen Entkopplung ist es nun notwendig, die Links-Eigenvektoren zu berechnen. Die Links-Eigenvektoren sind Lösungen eines Eigenwertproblems, bei dem von links ein transponierter Vektor an die Matrizen heran multipliziert wird. Die dazugehörige Modaltransformation wird auch bi-modale Zerlegung genannt.

3.4 Optimierte Masse-Feder-Ersatzdarstellung

Für Netzberechnungen mit elektromechanischer Kopplung ist eine Modellierung des Wellenstranges mit Finiten-Elementen nicht notwendig. Entscheidend ist vielmehr, das relevante Eigenfrequenzverhalten des Stranges genügend genau abzubilden. Dies kann durch eine reduzierte Masse-Feder-Ersatzdarstellung erreicht werden. Sie besteht gemäß den abzubildenden Eigenfrequenzen meist aus maximal zehn bis 15 Elementen. Die Ersatzmassen lassen sich den einzelnen Bereichen des Stranges (Turbinen, Generator, Erreger) zuordnen.

Werden die Daten der Ersatzdarstellung aus einem detaillierten Finite-Elemente-Modell durch Addition der Elementmassen und Zusammenfassung der

Elementfedern gewonnen, so sind häufig die Eigenfrequenzen verstimmt. Dies lässt sich durch adaptive Anpassung der Ersatzfedern korrigieren. Weiter ist zu beachten, dass durch die begrenzte Anzahl der Freiheitsgrade teilweise nicht alle Eigenfrequenzen des Finite-Elemente-Modells abgebildet werden können. Besonders bei großen Wellensträngen liegen oftmals zwei oder drei Eigenfrequenzen innerhalb eines schmalen Frequenzbereichs von 2 bis 3 Hz beieinander. Dann sollte jeweils eine Frequenz zur Nachbildung im Masse-Feder-Modell ausgewählt werden, die übrigen können vernachlässigt werden. Eigenfrequenzen nahe der einfachen und der doppelten Netzfrequenz dürfen jedoch nicht vernachlässigt werden. Zudem müssen bei SSR-Untersuchungen Eigenfrequenzen nahe der Netzeigenfrequenz genau nachgebildet werden. Neben den Eigenfrequenzen müssen auch die Zeitverläufe der Torsionsmomente an unterschiedlichen Orten durch das reduzierte Modell korrekt wiedergegeben werden. Die kann üblicherweise nicht durch ein einziges Wellenmodell geschehen. Vielmehr müssen für unterschiedliche Betriebs- und Störfälle unterschiedliche reduzierte Ersatzdarstellungen gewählt werden, die jeweils sowohl bezüglich der Eigenfrequenzen als auch bezüglich der zeitlichen Verläufe der Torsionsmomente optimiert werden.

Nachfolgend wird nun ein im Rahmen dieser Arbeit entwickeltes Verfahren vorgestellt, mit dem eine sehr gute Anpassung der Eigenfrequenzen des reduzierten Modells möglich ist.

3.4.1 Zusammenfassung des Finite-Elemente-Modells

Der erste Schritt zur Reduktion der Modellordnung besteht in der Berechnung der zu jedem Abschnitt des FE-Modells zugehörigen Massenträgheit J und Steifigkeit k . Diese ergeben sich, je nach Wellenabschnittstyp, wie folgt:

	Vollwelle	Hohlwelle	Konusabschnitt
J	$J = \rho \cdot \ell \cdot \pi \cdot \frac{d^4}{32} = \rho \cdot \ell \cdot I_P$	$J = \rho \cdot \ell \cdot \pi \cdot \frac{(d_a^4 - d_i^4)}{32} = \rho \cdot \ell \cdot I_P$	$J = \rho \cdot \ell \cdot \pi \cdot \frac{(d_2^2 + d_2 d_1 + d_1^2)}{9 \cdot 32}$
k	$k = \frac{G \cdot \pi \cdot d^4}{32 \cdot \ell} = \frac{G \cdot I_P}{\ell}$	$k = \frac{G \cdot \pi \cdot (d_a^4 - d_i^4)}{32 \cdot \ell} = \frac{G \cdot I_P}{\ell}$	$k = \frac{G \cdot \pi \cdot (d_2^2 + d_2 d_1 + d_1^2)}{9 \cdot 64 \cdot \ell}$

Abbildung 3-3: Berechnung der Massenträgheiten und der Federkonstanten aus den Abschnittsdaten

Es bedeuten:

d	Durchmesser der Vollwelle
d_a	Außendurchmesser der Hohlwelle
d_i	Innendurchmesser der Hohlwelle
d_2	linker Durchmesser des Konus
d_1	rechter Durchmesser des Konus
I_P	Torsionsflächenmoment
ρ	Dichte
ℓ	Länge des Abschnitts
G	Schubmodul

Abbildung 3-4: Parameter zur Berechnung von Wellenabschnitten

Das Schubmodul G und das Elastizitätsmodul E sind über die Poisson-Zahl ν verknüpft:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3-19)$$

Die Zusammenfügung der Abschnittsbereiche zu Ersatzmassen und Ersatzfedern erfolgt für J und k auf unterschiedliche Weise. Das folgende Bild zeigt beispielhaft den Wellenstrang eines großen Turbosatzes:

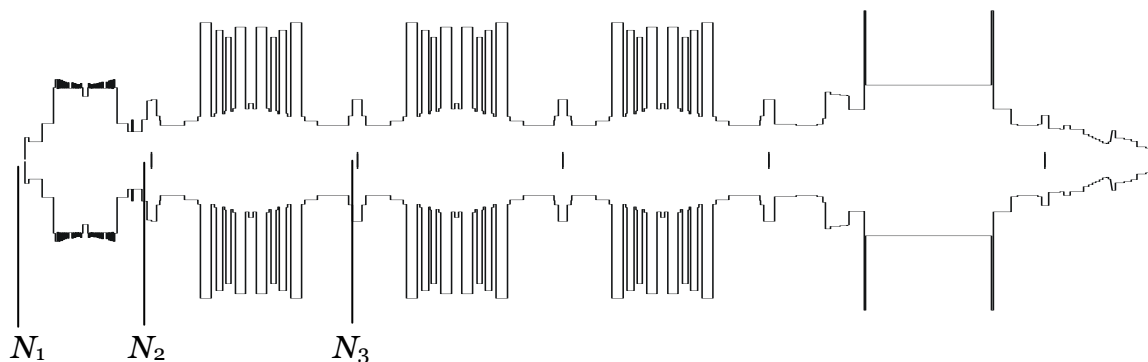


Abbildung 3-5: Beispiel zur Elementzusammenfassung

Es soll die Elemente zwischen den Abschnitten N_1 und N_2 sowie N_2 und N_3 zusammen gefasst werden. Die Massenträgheiten zwischen diesen Elementen werden jeweils linear aufsummiert:

$$J_1 = J_{N_1-N_2} = \sum_{i=N_1}^{N_2} J_i$$

$$J_2 = J_{N_2-N_3} = \sum_{i=N_2}^{N_3} J_i$$
(3-20)

Die Federkonstanten werden vom Mittelpunkt zwischen den Abschnitten N_1 zu N_2 zum Mittelpunkt zwischen den Abschnitten N_2 zu N_3 gebildet.

$$N_a = \frac{N_1 + N_2}{2}$$

$$N_b = \frac{N_2 + N_3}{2}$$

$$\frac{1}{k_{12}} = \frac{1}{k_{N_a-N_b}} = \sum_{i=N_a}^{N_b} \frac{1}{k_i}$$
(3-21)

Somit ergibt sich eine verringerte Anzahl von Massen und Federn. Üblicherweise werden die Bereiche des Wellenstranges reduziert, die jeweils eine funktionale Einheit bilden (Turbinenstufen, Zwischenwellen, Schaltkupplungen, Generator, Erregersatz). Dies ergibt beispielsweise für einen Strang mit Sattdampfstufe, drei Niederdruckstufen, Generator und Erreger insgesamt sechs Massen.

3.4.2 Eigenformen und Eigenfrequenzen des reduzierten Modells

Wie aus der folgenden Abbildung 3-6 hervorgeht, besitzt das reduzierte Modell eine Feder weniger als Massenträgheitselemente:

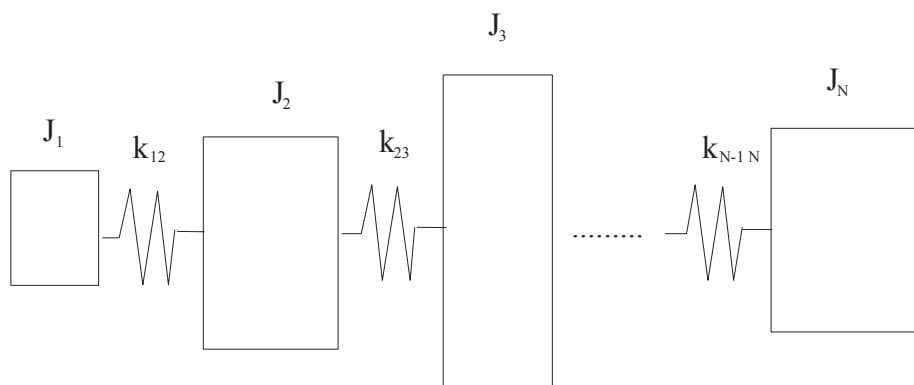


Abbildung 3-6: Schematische Darstellung des Masse-Feder-Modells

Entsprechend ergibt sich für die Massen- und Steifigkeitsmatrizen jeweils folgender Aufbau:

$$[J] = \begin{bmatrix} J_1 & & & & & & & \\ & J_2 & & & & & & \\ & & \ddots & & & & & \\ & & & \ddots & & & & \\ & & & & \ddots & & & \\ & & & & & J_{N-1} & & \\ & & & & & & J_N & \end{bmatrix} \quad (3-22)$$

$$[k] = \begin{bmatrix} k_{12} & -k_{12} & & & & & & \\ -k_{12} & k_{12} + k_{23} & -k_{23} & & & & & \\ & -k_{23} & k_{23} + k_{34} & -k_{34} & & & & \\ & & & -k_{34} & & & & \\ & & & & \ddots & & & \\ & & & & & & & \\ & & & & & & k_{N-2\ N-1} + k_{N-1\ N} & -k_{N-1\ N} \\ & & & & & & -k_{N-1\ N} & k_{N-1\ N} \end{bmatrix} \quad (3-23)$$

Die dazugehörige lineare homogene Differentialgleichung 2. Ordnung zur Beschreibung des Eigenverhaltens lautet:

$$[J][\ddot{\varphi}] + [k][\varphi] = \mathbf{0} \quad (3-24)$$

Die Dämpfungsmatrix $[D]$ wird später im Modalbereich eingefügt (s. Kap. 3.3).

Die charakteristische Gleichung lautet nun:

$$[J]\lambda^2 + [k] = \mathbf{0} \quad (3-25)$$

Durch Substitution gemäß:

$$\tilde{\lambda} = \lambda^2 \quad (3-26)$$

lässt sich die dazugehörige Eigenwertaufgabe formulieren:

$$[A][x] = \tilde{\lambda}[x] \quad \text{mit } [A] = -[J]^{-1} \cdot [k] \quad (3-27)$$

Die Eigenwerte ergeben sich zu:

$$\tilde{\lambda} = \text{eig}(-[J]^{-1} \cdot [k]) \quad (3-28)$$

Die $\tilde{\lambda}$ sind alle rein reell und negativ, womit die gesuchten Eigenwerte λ rein imaginär werden. Somit ergeben sich die gesuchten Eigenfrequenzen zu:

$$f_i = \frac{\sqrt{-\tilde{\lambda}_i}}{2\pi} \quad (3-29)$$

Die Eigenvektoren $[x]$ stellen die jeweiligen zur Mode gehörigen Auslenkungen spaltenweise dar. Eine Darstellung der Beträge entlang des Strangs führt zur Darstellung der normierten Eigenform.

3.4.3 Anpassung und Optimierung der Eigenfrequenzen mittels Evolutionärer Algorithmen

Das aus dem Verfahren im Kapitel 3.4.1 gewonnene reduzierte Torsionsmodell mit Masse-Feder-Ersatzdarstellung besitzt in der Regel im interessierenden Frequenzbereich bis 200 Hz nicht dieselben Eigenfrequenzen wie das ausführliche Finite-Elemente-Modell. Dies hat, wie bereits erwähnt, mehrere Gründe:

- Die Ordnung des reduzierten Modells auf Basis der funktionalen Einheiten des Strangs ist in einigen Fällen zu gering, um alle Eigenfrequenzen bis 200 Hz zu erfassen.
- Das ausführliche Modell kann mehrere Eigenfrequenzen in einem schmalen Frequenzband besitzen. Diese werden vom reduzierten Modell nicht erfasst.
- Die Abbildung des Stranges durch die Zusammenfassung der Massenträgheiten und Federn bedeutet einen Verlust an Modellgenauigkeit. Eigenfrequenzen können sich deutlich verschieben.

Für Untersuchungen, in denen die elektromechanische Kopplung von Bedeutung ist, sollten relevante Eigenfrequenzen jedoch möglichst genau durch das reduzierte Modell wiedergegeben werden. Dabei ist es nicht in jedem Fall notwendig, alle Eigenfrequenzen des ausführlichen Finite-Elemente-Modells zu erfassen:

- Für Subsynchroner-Resonanzen-Untersuchungen (SSR-Untersuchungen) sollten alle Frequenzen unter 50 Hz bzw. 60 Hz abgebildet werden. Frequenzen über der Netzfrequenz sind von geringerer Bedeutung.
- Bei Störfällen, die ein elektrisches Moment mit einfacher und doppelter Netzfrequenz verursachen, sollten entsprechend die Eigenfrequenzen nahe dieser beiden Frequenzen genau erfasst werden.
- Die Polradpendelungen werden durch die gesamte Massenträgheit des Stranges beeinflusst. Torsionsschwingungen spielen keine Rolle, lediglich die gesamte Massenträgheit J_{ges} muss korrekt abgebildet sein.

Entsprechend müssen unterschiedliche Strategien zur Modellanpassung entwickelt werden. Diese werden nun gezeigt.

Auswahl der relevanten Eigenfrequenzen

Treten in einem engen Frequenzband von wenigen Hz mehrere Moden auf, so müssen diese nicht vollständig erfasst werden. Jedoch sollte jeweils die Frequenz, die am nächsten der einfachen bzw. doppelten Netzfrequenz liegt, ausgewählt werden. Dazu wird der Frequenzbereich in vier Intervalle unterteilt (Abbildung 3-7):

1. Abschnitt	$0 \leq f < f_{Netz}$	subsynchroner Bereich
2. Abschnitt	$f_{Netz} < f < \frac{f_{Netz} + 2 \cdot f_{Netz}}{2}$	zwischen einfacher und doppelter Netzfrequenz, jedoch näher an der einfachen Netzfrequenz
3. Abschnitt	$\frac{f_{Netz} + 2 \cdot f_{Netz}}{2} < f < 2 \cdot f_{Netz}$	zwischen einfacher und doppelter Netzfrequenz, jedoch näher an der doppelten Netzfrequenz
4. Abschnitt	$2 \cdot f_{Netz} < f$	über der doppelten Netzfrequenz

Abbildung 3-7: Frequenzbereiche zur Auswahl relevanter Eigenfrequenzen

In jedem Abschnitt werden nahe beieinander liegende Eigenfrequenzen gesucht. Sind zwei eng benachbarte Moden gefunden, so wird lediglich diejenige selektiert, die näher an der einfachen bzw. doppelten Netzfrequenz liegt.

Zusammenfassende Gebiete des Wellenstranges

Für die Anwendung des reduzierten Modells in einem Netzberechnungsprogramm mit elektromechanischer Kopplung ist es wichtig, den einzelnen Ersatzmassen die unterschiedlichen Funktionseinheiten des Wellenstrangs zuordnen zu können. So muss der Generator mit dem elektrischen Moment beaufschlagt werden. An den Turbinen greift das geregelte Turbinenmoment an. Daher erfolgt die Zusammenfassung der Massen günstiger Weise zwischen den tatsächlichen Kupplungsorten. Dies führt in der Regel zu vier bis sieben Ersatzmassen. Da gerade die großen Turbosätze im Frequenzbereich bis 150 Hz häufig schon 10 Eigenfrequenzen aufweisen, reicht diese erste Unterteilung nicht aus. Daher wird im nächsten Schritt jede Masse nochmals mittig unterteilt. Somit erhält man ein Ersatzmodell mit acht bis 14 Massen. Dies ist für die Abbildung der Anzahl der Eigenfrequenzen in den meisten Fällen ausreichend, da, wie erwähnt, nicht immer alle Moden berücksichtigt werden müssen.

Optimierung der Eigenfrequenzen durch evolutionäre Anpassung der Federn

Die Anpassung der Federn stellt den wichtigsten Punkt der Modellreduktion bzw. Modelloptimierung dar. Nachdem ein reduziertes Modell gefunden und die zu berücksichtigenden Eigenfrequenzen selektiert wurden, beginnt ein Optimierungsprozess auf Basis evolutionärer Algorithmen, wie sie in z.B. in [47] vorgestellt werden. Einen fest vorgegebenen Algorithmus gibt es dabei nicht. Der Kerngedanke ist jedoch, durch zufällige Variation der Federn des ursprünglichen reduzierten Modells ("Elter") neue Modelle zu bilden ("Kinder"). Der Begriff "Elter" als Singular von „Eltern“ hat sich in der Nomenklatur der Evolutionären Algorithmen durchgesetzt. Die Kinder besitzen von dem Elter abweichende Eigenfrequenzen, welche teilweise näher und teilweise weiter entfernt von den Frequenzen des ausführlichen Modells liegen (diese stellen die Soll- bzw. Zielwerte dar). Durch Selektion, beispielsweise Bewertung der Abweichung der Eigenfrequenzen zwischen Finite-Elemente-Modell (Soll-Werte) und Masse-Feder-Modell (Ist-Werte) durch

Bildung des Fehlerquadrates, wird das Kind ausgewählt, welches den Zielwerten am nächsten ist. Dieses Kind wird zum neuen Startwert (Elter), und es werden erneut eine bestimmte Anzahl von Kindern durch Variation erzeugt. Dieser Prozess wird so lange wiederholt, bis ein Kind in allen Eigenfrequenzen im Rahmen der vorgegebenen Genauigkeit mit dem ausführlichen Modell übereinstimmt. Dies entspricht einer Konvergenz des Fehlers gegen ein Minimum.

Innerhalb des Optimierungsprozesses gibt es drei wichtige Parameter:

- Anzahl der Kinder

Eine zu große Anzahl von Kindern führt zu hohen Rechenzeiten, bringen jedoch keine Verbesserung des Konvergenzverhaltens. Eine zu geringe Anzahl von Kindern kann das Konvergenzverhalten ungünstig beeinflussen. Erfahrungsgemäß führt eine Anzahl zwischen 20 und 50 Kindern zu guten Resultaten.

- Variationsbreite

Zu Beginn der Optimierung sollten die Federn in einer großen Bandbreite variiert werden können. Mit sinkendem Fehler jedoch sollte diese Bandbreite verringert werden, um sicherzustellen, dass der Prozess in der Nähe des Fehlerminimums bleibt und nicht herausspringt. Bewährt hat sich eine direkte Kopplung der Variationsbandbreite mit dem Fehlerquadrat.

- Genauigkeit der Startwerte

Dieser Punkt ist für nahezu jeden Optimierungsprozess von großer Bedeutung. Weichen die vorgegebenen Startwerte zu weit von den Soll-Werten ab, so kann die Optimierung unter Umständen nicht konvergieren. Eine Erhöhung der Start-Variationsbandbreite kann zwar Abhilfe schaffen, verschlechtert jedoch eventuell das Konvergenzverhalten. Die Erhöhung der Ordnung des reduzierten Modells kann hier deutliche Vorteile bringen.

Gerade bei reduzierten Modellen mit sehr geringer Ordnung (von zwei bis vier) kann es passieren, dass kein Optimum im Rahmen der vorgegebenen Genauigkeit gefunden werden kann. Meist kann eine bestimmte Eigenfrequenz nicht genau optimiert werden. In diesem Fall kann der Optimierungsprozess trotzdem mit positivem Resultat abbrechen, sofern die übrigen Eigenfrequenzen im Rahmen der

geforderten Genauigkeit übereinstimmen. Alternativ können bestimmte Eigenfrequenzen im Rahmen der Fehlergewichtung höher bewertet werden, so dass sicher gestellt wird, dass diese auf jeden Fall genau nachgebildet werden.

Beispiel für eine optimierte Reduktion

Die nachfolgende Tabelle 1 zeigt ein Beispiel für das Resultat einer optimierten Modellreduktion. Da das reduzierte Modell aus 10 Massen besteht, werden 10 Moden abgebildet. Wie zu erkennen, werden alle Eigenfrequenzen mit einer genügenden Genauigkeit wiedergegeben.

Mode	Eigenfrequenz FE-Modell (Hz)	Eigenfrequenz reduziertes Modell (Hz)	Eigenfrequenz optimiertes Ersatzmodell (Hz)	Abweichung (Hz)
0.	0.0	0.0	0.0	0.0
1.	6.4	6.1	6.4	0.0
2.	12.1	11.4	12.0	-0.1
3.	16.3	15.3	16.3	0.0
4.	26.9	26.6	27.1	+0.2
5.	55.8	41.5	55.8	0.0
6.	58.4	42.6	58.2	-0.2
7.	60.3	43.3	60.4	+0.1
8.	71.1	63.5	71.1	0.0
9.	100.8	121.8	100.8	0.0
10.	103.5	233.3	103.4	0.1

Tabelle 1: Beispiel eines optimierten reduzierten Ersatzmodells

4 Analytische Untersuchung des elektrischen Moments

Nachfolgend wird das in Kapitel 2.2 hergeleitete elektrische Moment einer näheren rein analytischen Betrachtung unterzogen. Es wird gezeigt, dass das elektrische Moment der Synchronmaschine bei asynchronem Lauf bzw. bei asynchronen Strömen oszilliert.

Ausgehend von der Gleichung

$$m_{\text{el}}(t) = \frac{1}{2} \sum_m \frac{\partial}{\partial \varphi} L_m(\varphi) \cdot i_m^2(t) + \frac{1}{2} \sum_{k \neq m} \sum_{l \neq m} \frac{\partial}{\partial \varphi} M_{k,l}(\varphi) \cdot i_k(t) \cdot i_l(t) \quad (4-1)$$

werden folgende Annahmen getroffen:

- Die Eigeninduktivitäten $L_m(\varphi)$ seien konstant.
- Die Ströme in den drei Statorsträngen bilden ein symmetrisches Dreiphasensystem mit der Frequenz ω :

$$\begin{aligned} i_R(t) &= \hat{I} \cos\left(\omega t - \frac{0}{3} \pi\right) \\ i_S(t) &= \hat{I} \cos\left(\omega t - \frac{2}{3} \pi\right) \\ i_T(t) &= \hat{I} \cos\left(\omega t - \frac{4}{3} \pi\right) \end{aligned} \quad (4-2)$$

- Die mechanische Winkelgeschwindigkeit des Rotors sei konstant:

$$\omega_m = \dot{\varphi}$$

- Der mechanische Anfangswinkel des Rotors sei ν_0 .
- Der Erregerstrom sei konstant:

$$i_f(t) = I_f$$

- Die Kopplung zwischen Rotor und Stator sei durch die Grundwelle beschrieben:

$$\begin{aligned}
 M_{Rf} &= \hat{M} \cos\left(\varphi + \nu_0 - \frac{0}{3}\pi\right) \\
 M_{Sf} &= \hat{M} \cos\left(\varphi + \nu_0 - \frac{2}{3}\pi\right) \\
 M_{Tf} &= \hat{M} \cos\left(\varphi + \nu_0 - \frac{4}{3}\pi\right)
 \end{aligned}
 \tag{4-3}$$

Dann gilt:

$$\begin{aligned}
 m_{el}(t) &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} \hat{M} \cos\left(\varphi + \nu_0 - \frac{0}{3}\pi\right) \cdot \hat{I} \cos\left(\omega t - \frac{0}{3}\pi\right) \cdot I_f \right) + \\
 &\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} \hat{M} \cos\left(\varphi + \nu_0 - \frac{2}{3}\pi\right) \cdot \hat{I} \cos\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right) \cdot I_f \right) + \\
 &\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} \hat{M} \cos\left(\varphi + \nu_0 - \frac{4}{3}\pi\right) \cdot \hat{I} \cos\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi\right) \cdot I_f \right) \\
 &= \frac{1}{2} \hat{M} \cdot \hat{I} \cdot I_f \left\{ \cos\left(\varphi + \nu_0 - \frac{0}{3}\pi\right) \cdot \cos\left(\omega t - \frac{0}{3}\pi\right) + \right. \\
 &\quad \left. + \cos\left(\varphi + \nu_0 - \frac{2}{3}\pi\right) \cdot \cos\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right) + \right. \\
 &\quad \left. + \cos\left(\varphi + \nu_0 - \frac{4}{3}\pi\right) \cdot \cos\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi\right) \right\}
 \end{aligned}
 \tag{4-4}$$

(Hinweis: Das Symbol „M“ wird hier sowohl für das elektrische Moment „m“ als auch für die Koppelinduktivität „M“ benutzt).

Mit $\cos(\alpha)\cos(\beta) = \frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$ wird daraus:

$$\begin{aligned}
 m_{el}(t) &= \frac{1}{2} \hat{M} \cdot \hat{I} \cdot I_f \left[\frac{1}{2} \left\{ \cos\left(\varphi + \nu_0 - \frac{0}{3}\pi - \omega t + \frac{0}{3}\pi\right) + \cos\left(\varphi + \nu_0 - \frac{0}{3}\pi + \omega t - \frac{0}{3}\pi\right) \right\} + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{2} \left\{ \cos\left(\varphi + \nu_0 - \frac{2}{3}\pi - \omega t + \frac{2}{3}\pi\right) + \cos\left(\varphi + \nu_0 - \frac{2}{3}\pi + \omega t - \frac{2}{3}\pi\right) \right\} + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{2} \left\{ \cos\left(\varphi + \nu_0 - \frac{4}{3}\pi - \omega t + \frac{4}{3}\pi\right) + \cos\left(\varphi + \nu_0 - \frac{4}{3}\pi + \omega t - \frac{4}{3}\pi\right) \right\} \right] \\
 &= \frac{1}{4} \hat{M} \cdot \hat{I} \cdot I_f \left[\cos(\varphi + \nu_0 - \omega t) + \cos(\varphi + \nu_0 + \omega t) + \right. \\
 &\quad \left. + \cos(\varphi + \nu_0 - \omega t) + \cos\left(\varphi + \nu_0 - \frac{4}{3}\omega t\right) + \right. \\
 &\quad \left. + \cos(\varphi + \nu_0 - \omega t) + \cos\left(\varphi + \nu_0 - \frac{2}{3}\omega t\right) \right] \\
 &= \frac{3}{4} \hat{M} \cdot \hat{I} \cdot I_f \cdot \cos(\varphi + \nu_0 - \omega t)
 \end{aligned}
 \tag{4-5}$$

Da $\omega_m = \dot{\varphi} = \text{const}$ angenommen wird, lässt sich schreiben:

$$\begin{aligned} m_{el}(t) &= \frac{3}{4} \hat{M} \cdot \hat{I} \cdot I_f \cdot \cos(\omega_m t + \nu_0 - \omega t) \\ &= \frac{3}{4} \hat{M} \cdot \hat{I} \cdot I_f \cdot \cos((\omega_m - \omega)t + \nu_0) \end{aligned} \quad (4-6)$$

Man kann hieraus unmittelbar erkennen, dass nur für den Fall, dass die mechanische Winkelgeschwindigkeit ω_m und die elektrische Frequenz ω identisch sind (d.h. für den synchronen Betrieb), das elektrische Moment zeitlich konstant ist. In allen anderen Fällen pulsiert das Moment mit der entsprechenden Differenzfrequenz $\omega_m - \omega$ um den Mittelwert null. Das Moment ist dabei u.a. proportional zum Statorstrom \hat{I} . Dies bedeutet, dass jeder nicht-synchrone Stromanteil im Stator zu einem pulsierenden elektrischen Moment und in Folge zu einer möglichen Anregung von Torsionsschwingungen führt. Damit ist der Hauptanregungsmechanismus der Torsion über das elektrische Moment nachgewiesen. Dieser Mechanismus gilt für alle nachfolgend gezeigten Fälle aus den Kapiteln 6 - 8.

5 Modalanalyse am Beispiel eines Zweimassenschwingers

Das folgende einfache Beispiel (Abbildung 5-1) sei nun analytisch betrachtet. Der Zwei-Massen-Schwinger bestehe aus den Massen J_1 und J_2 (hier als Turbine und als Generator dargestellt), welche durch einen masselosen Wellenstrang mit der Federkonstante k_{12} verbunden sind. Die jeweiligen Verdrehwinkel lauten φ_1 und φ_2 .

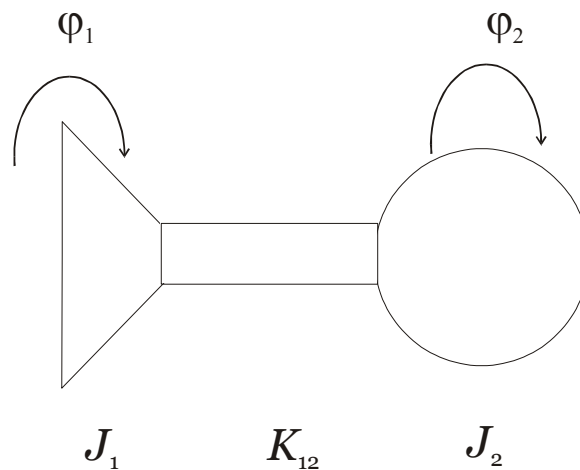


Abbildung 5-1: Zwei-Massen-Schwinger

An die Masse J_2 greife das elektrische Moment m_{el} an. Dann lautet die dazugehörige Differentialgleichung im Zeitbereich:

$$\begin{bmatrix} J_1 & \\ & J_2 \end{bmatrix} \frac{d}{dt^2} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{12} & -k_{12} \\ -k_{12} & k_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ m_{el} \end{bmatrix} \quad (5-1)$$

Um dieses Gleichung in den Modalbereich zu transformieren, muss zuerst die Transformationsmatrix T (d.h. die Eigenwerte und die Eigenvektoren) bestimmt werden (s.a. Kapitel 3.2).

Die Eigenwerte (spezielles Eigenwertproblem) ergeben sich aus:

$$\det\{-[J]^{-1}[k] - \lambda[E]\} = 0$$

$$\det \begin{bmatrix} -\frac{k_{12}}{J_1} - \lambda & \frac{k_{12}}{J_1} \\ \frac{k_{12}}{J_1} & -\frac{k_{12}}{J_2} - \lambda \end{bmatrix} = 0 \quad (5-2)$$

Die Lösung der dazugehörigen quadratischen Gleichung führt auf die Lösungen:

$$\lambda_1 = 0$$

$$\lambda_2 = -k_{12} \frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2} \quad (5-3)$$

$$= -k_{12} \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2} \right)$$

Der dazugehörige Eigenvektor $[x] = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ ergibt sich aus:

$$\{-[J]^{-1}[k] - \lambda[E]\} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (5-4)$$

Die Komponenten des Eigenvektors ergeben sich zu:

$$x_1 = -x_2 \frac{-\frac{k_{12}}{J_2} + k_{12} \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2} \right)}{\frac{k_{12}}{J_2}} \quad (5-5)$$

$$= -x_2 \frac{J_2}{J_1}$$

Damit lautet der Eigenvektor bis auf eine freien Konstante c:

$$[x] = c \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{J_2}{J_1} \end{bmatrix} \quad (5-6)$$

Die Normierung auf die Länge 1 liefert dann:

$$\begin{aligned} \sqrt{\left(\frac{J_2^2}{J_1^2} + 1\right)} \cdot c &= 1 \\ \Rightarrow c &= \frac{1}{\sqrt{\frac{J_2^2}{J_1^2} + 1}} \end{aligned} \quad (5-7)$$

Somit lautet die Modaltransformationsmatrix:

$$[U] = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{J_1^2}{J_2^2}}} & -1/\sqrt{2} \\ -\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{J_2^2}{J_1^2}}} & -1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \quad (5-8)$$

Diese Matrix muss nun auf die Differentialgleichung angewandt werden. Dann ergibt sich:

$$\begin{aligned} [J_{\text{mod}}] &= [U]^T [J] [U] \\ &= \begin{bmatrix} \frac{J_1}{1 + \frac{J_1^2}{J_2^2}} + \frac{J_2}{1 + \frac{J_2^2}{J_1^2}} & 0 \\ 0 & \frac{J_1 + J_2}{2} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5-9)$$

$$\begin{aligned} [k_{\text{mod}}] &= [U]^T [k] [U] \\ &= \begin{bmatrix} k_{12} \frac{(J_1 + J_2)^2}{J_1^2 + J_2^2} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5-10)$$

$$\begin{aligned}
[m_{el,mod}] &= [U]^T [m_{el}] \\
&= \begin{bmatrix} \frac{m_{el}}{\sqrt{1 + \frac{J_2^2}{J_1^2}}} \\ -\frac{m_{el}}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{5-11}$$

$$\begin{aligned}
[\varphi_{mod}] &= [U]^T [\varphi] \\
&= \begin{bmatrix} \frac{\varphi_2 J_1 - \varphi_1 J_2}{\sqrt{J_1^2 + J_2^2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}}(\varphi_1 + \varphi_2) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{5-12}$$

Somit lautet das Differentialgleichungssystem im Modalbereich:

$$\begin{aligned}
\frac{J_1 J_2 (J_1 + J_2)}{J_1^2 + J_2^2} \ddot{\varphi}_{1,mod} + k_{12} \frac{(J_1 + J_2)^2}{J_1^2 + J_2^2} \varphi_{1,mod} &= \frac{m_{el}}{\sqrt{1 + \frac{J_2^2}{J_1^2}}} \\
\frac{J_1 + J_2}{2} \ddot{\varphi}_{2,mod} + 0 &= -\frac{m_{el}}{\sqrt{2}}
\end{aligned} \tag{5-13}$$

Die Eigenfrequenzen der modaltransformierten Differentialgleichung lautet:

$$\begin{aligned}
\omega_{eig} &= \sqrt{\frac{k_{mod}}{J_{mod}}} \\
&= \sqrt{\frac{k_{12} \frac{(J_1 + J_2)^2}{J_1^2 + J_2^2}}{\frac{J_1 J_2 (J_1 + J_2)}{J_1^2 + J_2^2}}} \\
&= \sqrt{k_{12} \frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2}}
\end{aligned} \tag{5-14}$$

Dies entspricht erwartungsgemäß der Eigenfrequenz der nicht-transformierten Differentialgleichung:

$$\begin{aligned}\lambda_2 &= -k_{12} \frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2} \\ \omega_{\text{eig}} &= \sqrt{-\lambda_2} \\ &= \sqrt{k_{12} \frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2}}\end{aligned}\tag{5-15}$$

Dieses Beispiel zeigt deutlich, wie komplex eine rein analytische Betrachtung realer Systeme werden kann (s.a. [1]). Daher werden die in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen durchweg auf numerischem Wege durchgeführt.

6 Torsionsresonanzanregung bei Hochlauf eines Asynchronmotors in einem Inselnetz

In den vorherigen Kapiteln wurden die notwendigen Verfahren zur Berechnung der elektromechanischen Kopplung und ihrer Auswirkung auf die Torsionsschwingung vorgestellt. Nun werden in den nachfolgenden Kapiteln 6 bis 8 gänzlich neue Wirkmechanismen der elektromechanischen Kopplung aufgezeigt, die zu einer kritischen Torsionsanregung führen können. Die hier gezeigten Konstellationen waren in dieser Form bisher unbekannt, und sind in den bisherigen Arbeiten nicht untersucht worden, obwohl durch ihre Auswirkungen im ungünstigsten Fall Schäden auftreten.

In diesem Kapitel 6 wird der Hochlauf eines Asynchronmotors mit Schleifringläufer in einem Inselnetz betrachtet. Da die in das Netz rückwirkenden frequenzvariablen Stromanteile des Motors bei einem unsymmetrischen Rotor besonders ausgeprägt sind, wird der Hochlauf bei einer getrennten Rotorphase des Schleifringrotors analysiert.

6.1 Netzaufbau

Für die nachfolgenden Untersuchungen wird der folgende vereinfachte Inselnetzaufbau zugrunde gelegt (Abbildung 6-1):

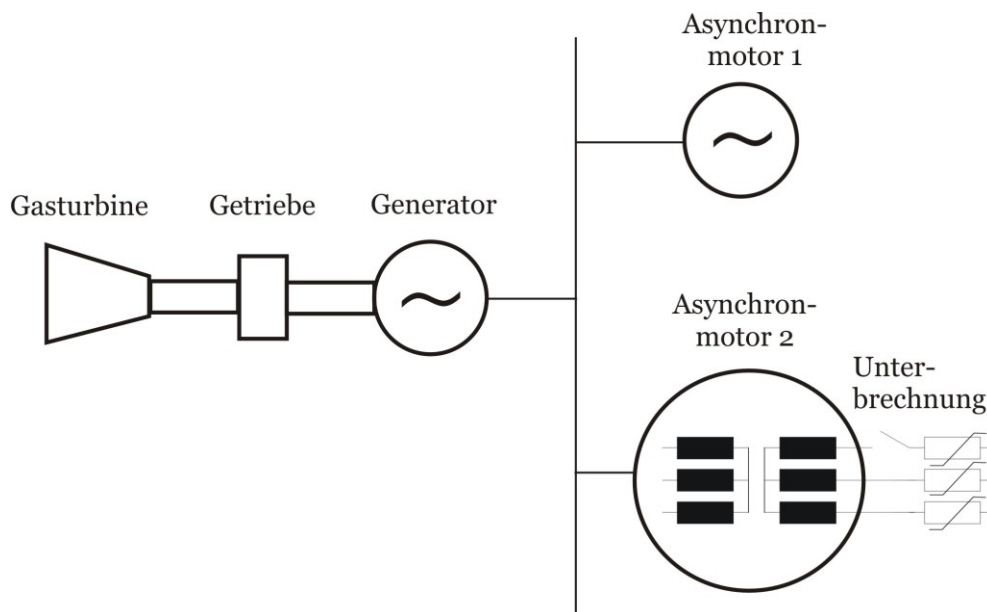


Abbildung 6-1: Inselnetzaufbau

Das Inselnetz wird von einem Synchrongenerator mit schnell-drehender Gasturbine über ein Getriebe gespeist. Als Last dienen ein stationär laufender Asynchronmotor (Asynchronmotor 1) sowie ein anlaufender Asynchronmotor 2, der eine unterbrochene Rotorphase besitzt. Der Rotor ist an einen variablen Vorwiderstand angeschlossen, welcher einen Flüssigkeitsanlasser nachbildet. Die erste Aufgabe besteht nun darin, die Statorströme für diese anlaufende Maschine sowohl mit symmetrischem Rotor als auch mit unsymmetrischem Rotor zu berechnen.

6.2 Modell eines hochlaufenden Asynchronmotors

Das üblicherweise zur Berechnung von Asynchronmaschinen angewandte einphasige T-Ersatzschaltbild kann nur für eine symmetrische Maschine angewandt werden. Ein Asynchronmotor mit unsymmetrischem Rotor kann mit diesem transformierten Modell nicht berechnet werden. Dies liegt darin begründet, dass bei der Überführung von der galvanisch entkoppelten zur galvanisch gekoppelten Darstellung von einem symmetrischen Rotor und somit von einer konstanten Hauptinduktivität L_H , welche den Rotor mit dem Stator magnetisch koppelt, ausgegangen wird. In der unsymmetrischen Maschine ist diese Bedingung von vornherein nicht erfüllt. Bedingt durch den unsymmetrischen Rotor ändert sich die Flusseinkopplung und entsprechend die Induktivität zwischen Rotor und Stator in Abhängigkeit von der Rotorposition und von der Drehzahl.

Daher wird hier auf die T-Darstellung verzichtet, und ein neuartiges Modell entwickelt. Durch die Verwendung einer nicht-transformierten Darstellung mit Berücksichtigung der nicht-konstanten Koeffizienten in den Differentialgleichungen (gem. Kapitel 2) kann diese Unsymmetrie im Modell erfasst werden. Für die Asynchronmaschine wird dieses Modell nun sowohl für den dreisträngigen symmetrischen Schleifringrotor als auch für den dreisträngigen Schleifringrotor mit einem unterbrochenen Rotorstrang vorgestellt.

6.2.1 Modell eines symmetrischen Asynchronmotors auf Basis einer verallgemeinerten Maschine

Das grundlegende Wicklungsmodell einer dreisträngigen Asynchronmaschine mit dreiphasigem Schleifringläufer und variablem Rotoranlasserwiderstand ist in der Abbildung 6-2 gezeigt:

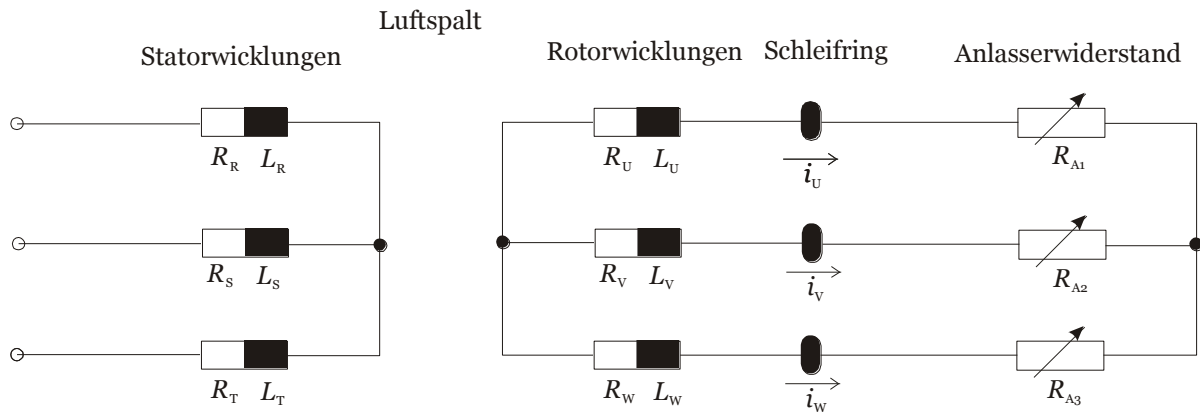


Abbildung 6-2: Wicklungsmodell einer dreisträngigen Asynchronmaschine mit dreisträngiger Rotorwicklung und Schleifringen sowie Anlasserwiderstand

Zur Aufstellung des dazugehörigen Differentialgleichungssystems kann wiederum, wie im Kapitel 2 erläutert, von den Spannungsgleichungen ausgegangen werden. Dann lautet das in Matrizenform zusammen gefasste Gleichungssystem aller Maschenumläufe:

$$[u] = [R] \cdot [i] + \frac{d}{dt} \{ [L] \cdot [i] \} \quad (6-1)$$

Die Spannungen ergeben sich zu:

$$[u] = \begin{bmatrix} u_R \\ u_S \\ u_T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \text{Stator} \\ \text{---} \\ \text{Rotor} \end{array} \quad (6-2)$$

Die ersten drei Zeilen beschreiben die äußeren Quellspannungen an den Statorsträngen. Die Zeilen vier bis sechs entsprechen den äußeren Quellspannungen an den drei Rotorsträngen. Da dort keine Spannungsquellen vorhanden sind, wird für

jedes Element null eingetragen. Die Wicklungswiderstände und die Anlasserwiderstände sind in der Matrix $[R]$ eingetragen:

$$[R] = \begin{bmatrix} R_R & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_S & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_U + R_{A1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_V + R_{A2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_W + R_{A3} \end{bmatrix} \quad (6-3)$$

$[R]$ ist nur auf der Hauptdiagonalen besetzt. Die dazugehörigen Wicklungsströme werden wiederum durch die einspaltige Matrix $[i]$ beschrieben:

$$[i] = \begin{bmatrix} i_R \\ i_S \\ i_T \\ \text{---} \\ i_U \\ i_V \\ i_W \end{bmatrix} \begin{array}{l} \text{Stator} \\ \\ \\ \\ \text{Rotor} \end{array} \quad (6-4)$$

Die Induktivitätsmatrix $[L]$ ist voll besetzt. Auf der Hauptdiagonalen sind die jeweiligen Eigeninduktivitäten eingetragen. Die Nebenelemente sind mit den Koppelinduktivitäten gefüllt:

$$[L] = \begin{bmatrix} L_R & M_{RS} & M_{RT} & M_{RU} & M_{RV} & M_{RW} \\ M_{SR} & L_S & M_{ST} & M_{SU} & M_{SV} & M_{SW} \\ M_{TR} & M_{TS} & L_T & M_{TU} & M_{TV} & M_{TW} \\ M_{UR} & M_{US} & M_{UT} & L_U & M_{UV} & M_{UW} \\ M_{VR} & M_{VS} & M_{VT} & M_{VU} & L_V & M_{VW} \\ M_{WR} & M_{WS} & M_{WT} & M_{WU} & M_{WV} & L_W \end{bmatrix} \quad (6-5)$$

Bezüglich der magnetischen Kopplungen der Wicklungen untereinander werden folgende Annahmen getroffen:

- Die Kopplung zwischen einer Rotor- und einer Statorwicklung ist eine Funktion des Rotorwinkels φ . Es wird dabei lediglich die Grundwellen der Induktion betrachtet. Somit gilt beispielsweise für die Koppelinduktivität M_{RU} :

$$M_{RU} = M \cos(\varphi) \quad (6-6)$$

Dabei ist M die maximale magnetische Kopplung, d.h. die maximal mögliche Gegeninduktivität zwischen einer Stator- und einer Rotorwicklung. Sie wird erreicht, wenn die jeweiligen Wicklungsachsen übereinander liegen.

- Die Kopplungen der Rotorwicklungen bzw. der Statorwicklungen untereinander sind keine Funktionen des Rotorwinkels φ . Bei einem räumlich konstanten Versatz von je 120 Grad zueinander ergibt dies eine Kopplung von $\cos(120^\circ) = -0.5$. Somit gilt z.B. für die Kopplung M_{RS} :

$$M_{RS} = -\frac{1}{2} L_{1H} \quad (6-7)$$

- Ferner setzt sich die Eigeninduktivität zusammen aus der Hauptinduktivität L_{1H} und der Streuinduktivität $L_{1\sigma}$. Dies ergibt für die Phase R :

$$L_R = L_{1H} + L_{1\sigma} \quad (6-8)$$

Der Index 1 bezeichnet die Zugehörigkeit zum Stator. Der Index 2 kennzeichnet entsprechend die Rotorzugehörigkeit. Somit lautet die vollständige Induktivitätsmatrix $[L]$ wie folgt:

$$[L] = \begin{bmatrix} L_{1H} + L_{1\sigma} & -\frac{1}{2} L_{1H} & -\frac{1}{2} L_{1H} & M \cos(\varphi) & M \cos(\varphi + 120^\circ) & M \cos(\varphi + 240^\circ) \\ -\frac{1}{2} L_{1H} & L_{1H} + L_{1\sigma} & -\frac{1}{2} L_{1H} & M \cos(\varphi + 240^\circ) & M \cos(\varphi) & M \cos(\varphi + 120^\circ) \\ -\frac{1}{2} L_{1H} & -\frac{1}{2} L_{1H} & L_{1H} + L_{1\sigma} & M \cos(\varphi + 120^\circ) & M \cos(\varphi + 240^\circ) & M \cos(\varphi) \\ M \cos(-\varphi) & M \cos(-\varphi + 120^\circ) & M \cos(-\varphi + 240^\circ) & L_{2H} + L_{2\sigma} & -\frac{1}{2} L_{2H} & -\frac{1}{2} L_{2H} \\ M \cos(-\varphi + 240^\circ) & M \cos(-\varphi) & M \cos(-\varphi + 120^\circ) & -\frac{1}{2} L_{2H} & L_{2H} + L_{2\sigma} & -\frac{1}{2} L_{2H} \\ M \cos(-\varphi + 120^\circ) & M \cos(-\varphi + 240^\circ) & M \cos(-\varphi) & -\frac{1}{2} L_{2H} & -\frac{1}{2} L_{2H} & L_{2H} + L_{2\sigma} \end{bmatrix} \quad (6-9)$$

Das elektromagnetische Moment wird wieder aus der virtuellen Verrückung gewonnen. Entscheidend ist die Änderung der Energie des magnetischen Feldes bei virtueller Rotordrehung.

Dabei fallen im Gegensatz zur Synchronmaschine aufgrund der Symmetrie die Terme der Eigeninduktivitäten heraus:

$$m_{el}(t) = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^6 \sum_{n=1}^6 \frac{\partial}{\partial \varphi} M_{m,n}(\varphi) \cdot i_m(t) \cdot i_n(t) \quad (6-10)$$

Entsprechend lautet die Bewegungsgleichung:

$$J \cdot \ddot{\varphi}(t) + D \cdot \dot{\varphi}(t) = m_{el}(t) - m_{Antrieb}(t) \quad (6-11)$$

6.2.2 Bestimmung der Parameter des Differentialgleichungssystems

Die für das allgemeine Differentialgleichungssystem benötigten Parameter können, falls verfügbar, aus den Parametern des T-Ersatzschaltbildes abgeleitet werden. Dazu müssen die gestrichelten Größen der Rotorseite des Ersatzschaltbildes über das Übersetzungsverhältnis \ddot{u} wieder zurück auf die physikalischen Größen gerechnet werden:

$$\begin{aligned} \ddot{u} &= \frac{w_R \cdot \xi_R}{w_S \cdot \xi_S} \\ L_{1H} &= \frac{2}{3} L_H \\ M &= \frac{2L_H}{3\ddot{u}} \\ L_{2H} &= \frac{M}{\ddot{u}} = \frac{L_{1H}}{\ddot{u}^2} \\ L_{2\sigma} &= \frac{L'_{2\sigma}}{\ddot{u}^2} \\ R_2 &= \frac{R'_2}{\ddot{u}^2} \end{aligned} \quad (6-12)$$

Dabei ist w die Windungszahl und ξ der Wicklungsfaktor.

Steht das Ersatzschaltbild nicht zur Verfügung, so kann aus den geometrischen Daten und den Wicklungsdaten ein Parametersatz abgeleitet werden (s.a. Kapitel 7.1.4).

6.2.3 Modell eines Asynchronmotors mit unsymmetrischem Rotor

Das im vorherigen Kapitel 6.2.1 vorgestellte Modell gilt für eine Maschine mit symmetrischem dreisträngigem Rotor. In der Darstellung ist implizit eingebunden, dass der Sternpunkt der Rotorwicklung und der Sternpunkt des Anlagers gleiches Potential besitzen. Nur dann dürfen die Maschen der Rotorwicklungen, wie bei der Aufstellung geschehen, über die eigentlich getrennten Sternpunkte geschlossen werden. In der unsymmetrischen Maschine muss daher die Sternpunktbehandlung explizit berücksichtigt werden. Dies geschieht durch Erweiterung des Wicklungsmodells um einen weiteren Zweig, der über die beiden Sternpunkte führt (Abbildung 6-3). Die Unterbrechung eines Rotorstrangs wird durch einen erhöhten Rotorwicklungswiderstand nachgebildet.

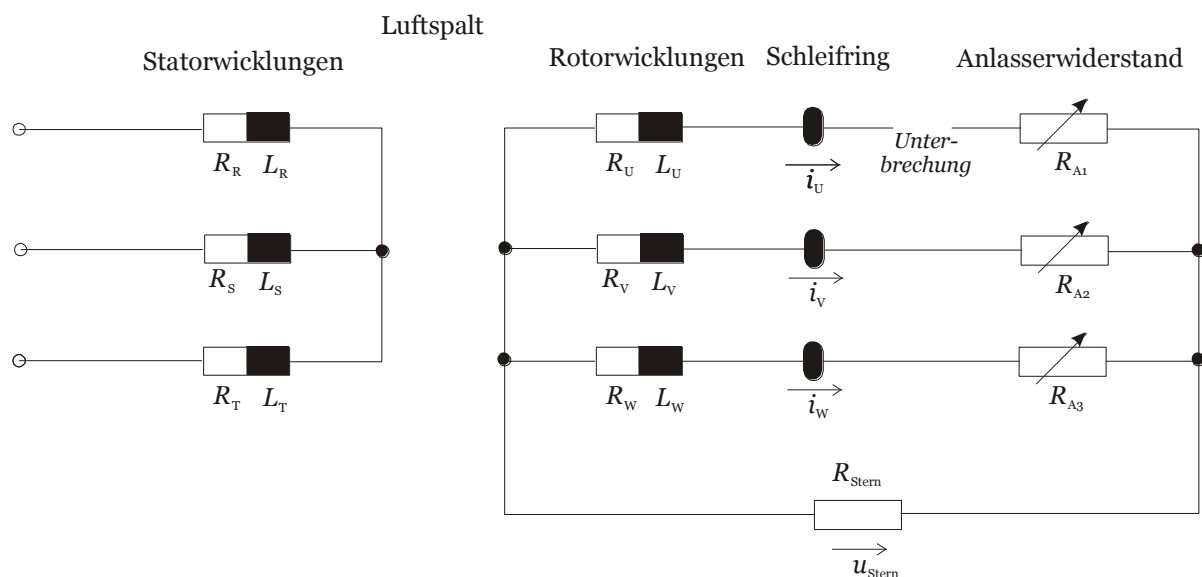


Abbildung 6-3: Erweiterung des Wicklungsmodells einer unsymmetrischen Asynchronmaschine

Entsprechend erweitert sich die Spannungsmatrix $[u]$ zu

$$[u] = \begin{bmatrix} u_R \\ u_S \\ u_T \\ -u_{\text{Stern}} \\ -u_{\text{Stern}} \\ -u_{\text{Stern}} \end{bmatrix} \quad (6-13)$$

Der zusätzliche Zweig für den unsymmetrischen Rotorkreis lautet:

$$u_{\text{Stern}} = R_{\text{Stern}} (i_U + i_V + i_W) \quad (6-14)$$

Damit lautet die Differentialgleichung:

$$\begin{bmatrix} u_R \\ u_S \\ u_T \\ -u_{\text{Stem}} \\ -u_{\text{Stem}} \\ -u_{\text{Stem}} \\ u_{\text{Stem}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_R & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_S & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{\text{Unterbr.}} + R_{A1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_V + R_{A2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_W + R_{A3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{\text{Stem}} & R_{\text{Stem}} & R_{\text{Stem}} & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_R \\ i_S \\ i_T \\ i_U \\ i_V \\ i_W \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \left\{ [L] \begin{bmatrix} i_R \\ i_S \\ i_T \\ i_U \\ i_V \\ i_W \\ 0 \end{bmatrix} \right\} \quad (6-15)$$

Diese Gleichung wird später numerisch gelöst. Die Ergebnisse sind im Kapitel 6.3 gezeigt.

6.2.4 Analytische Bestimmung der Frequenzanteile im Statorstrom und in der Wirkleistung einer asynchronen Drehfeldmaschine

Um die nachfolgenden numerischen Berechnungen der Statorströme zu validieren, werden in diesem Kapitel die Frequenzanteile, die bei asynchronem Betrieb durch den unsymmetrischen Rotor hervorgerufen werden, auf analytischem Wege bestimmt. Die folgende vereinfachte Anordnung dient als Ausgangspunkt:

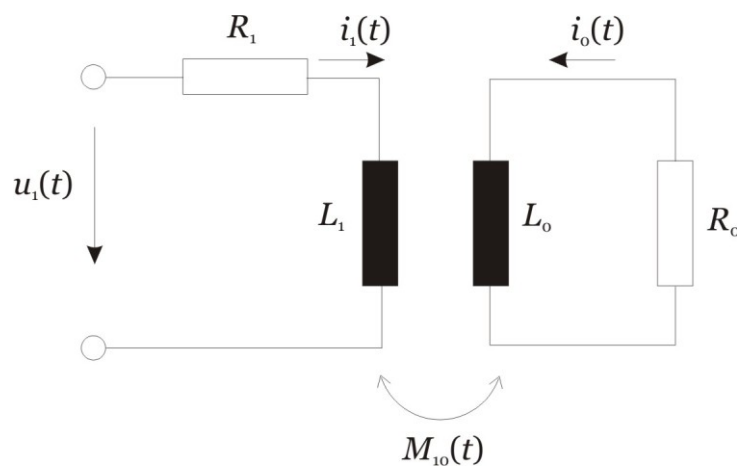


Abbildung 6-4: Vereinfachte Anordnung zur analytischen Ermittlung der zusätzlichen Stromanteile

Diese Anordnung kann als einphasige Maschine mit zweipoligem Rotor interpretiert werden. Der linke Kreis mit dem Index 1 entspricht dem ortsfesten Stator bzw. einer Statorwicklung. Der rechte Kreis mit Index 0 stellt eine rotierende Rotorwicklung

dar. Die in der Wicklung induzierte Spannung verursacht einen Stromfluss, der zu einem Strom $i_o(t)$ führt. Die Rotation mit der Geschwindigkeit ω_m und die damit verbundene Änderung der magnetischen Kopplung zwischen den beiden Kreisen wird durch die Gegeninduktivität $M_{10}(t)$ beschrieben.

Für den linken Kreis kann die Spannungsgleichung aufgestellt werden:

$$u_1(t) = R_1 \cdot i_1(t) + L_1 \frac{d}{dt} i_1(t) + \frac{d}{dt} \{M_{10}(t) \cdot i_o(t)\} \quad (6-16)$$

Sei ω die Frequenz der Spannungen und der Ströme im Kreis 1 sowie ω_m die mechanische Drehfrequenz, so gilt für die einzelnen Spannungen und Ströme:

$$\begin{aligned} u_1(t) &= \hat{U}_1 \cdot \sin(\omega t + \varphi) \\ i_o(t) &= \hat{I}_A \cdot \sin((\omega - \omega_m)t + \varphi_A) + \hat{I}_B \sin((\omega + \omega_m)t + \varphi_B) \\ M_{10}(t) &= \hat{M}_{10} \cdot \sin(\omega_m t + \varphi_m) \end{aligned} \quad (6-17)$$

Die Frequenzanteile im Strom i_o sind dabei abhängig von der Drehzahl bzw. vom Schlupf. Wird das von L_1 erzeugte Wechselfeld als Summe zweier gegeneinander rotierender Drehfelder dargestellt, so erzeugt sowohl das in Drehrichtung rotierende Feld als auch das in Gegenrichtung drehende Feld jeweils einen entsprechenden frequenzvariablen Anteil im Rotorkreis mit jeweils der Amplitude \hat{I}_A bzw. \hat{I}_B . Die Gleichung 6-16 kann nun auf folgende Form gebracht werden:

$$u_1(t) - x(t) = R_1 \cdot i_1(t) + L_1 \frac{d}{dt} i_1(t) \quad (6-18)$$

mit

$$\begin{aligned} x(t) = & \hat{M}_{10} \cdot \hat{I}_A \cdot \left[\begin{array}{l} (\omega - \omega_m) \cdot \cos((\omega - \omega_m)t + \varphi_A) \cdot \sin(\omega_m t + \varphi_m) + \\ + \omega_m \cdot \cos(\omega_m t + \varphi_m) \cdot \sin((\omega - \omega_m)t + \varphi_A) \end{array} \right] + \\ & + \hat{M}_{10} \cdot \hat{I}_B \cdot \left[\begin{array}{l} (\omega + \omega_m) \cdot \cos((\omega + \omega_m)t + \varphi_B) \cdot \sin(\omega_m t + \varphi_m) + \\ + \omega_m \cdot \cos(\omega_m t + \varphi_m) \cdot \sin((\omega + \omega_m)t + \varphi_B) \end{array} \right] \end{aligned} \quad (6-19)$$

Durch Zusammenfassung der Sinus- und Cosinusterme erhält man schließlich:

$$\begin{aligned}
 x(t) = \hat{M}_{10} \cdot \hat{I}_A \cdot & \left[\begin{array}{l} (\omega - \omega_m) \frac{1}{2} \{ + \sin((2\omega_m - \omega)t + \varphi_m - \varphi_A) + \sin(\omega t + \varphi_m + \varphi_A) \} + \\ \omega_m \frac{1}{2} \{ - \sin((2\omega_m - \omega)t + \varphi_m - \varphi_A) + \sin(\omega t + \varphi_m + \varphi_A) \} \end{array} \right] + \\
 + \hat{M}_{10} \cdot \hat{I}_B \cdot & \left[\begin{array}{l} (\omega + \omega_m) \frac{1}{2} \{ + \sin((2\omega_m + \omega)t + \varphi_m + \varphi_B) - \sin(\omega t - \varphi_m + \varphi_B) \} + \\ \omega_m \frac{1}{2} \{ + \sin((2\omega_m + \omega)t + \varphi_m + \varphi_B) + \sin(\omega t - \varphi_m + \varphi_B) \} \end{array} \right] \quad (6-20)
 \end{aligned}$$

Dies führt abschließend auf die Form:

$$\begin{aligned}
 x(t) = \hat{M}_{10} \cdot \hat{I}_A \cdot & \left[\begin{array}{l} \frac{\omega}{2} \{ + \sin((2\omega_m - \omega)t + \varphi_m - \varphi_A) + \sin(\omega t + \varphi_m + \varphi_A) \} + \\ \omega_m \{ - \sin((2\omega_m - \omega)t + \varphi_m - \varphi_A) \} \end{array} \right] + \\
 + \hat{M}_{10} \cdot \hat{I}_B \cdot & \left[\begin{array}{l} \frac{\omega}{2} \{ + \sin((2\omega_m + \omega)t + \varphi_m + \varphi_B) - \sin(\omega t - \varphi_m + \varphi_B) \} + \\ \omega_m \{ + \sin((2\omega_m + \omega)t + \varphi_m + \varphi_B) \} \end{array} \right] \quad (6-21) \\
 = \hat{M}_{10} \cdot \hat{I}_A \cdot & [x_1(t) + x_2(t) + x_3(t)] + \hat{M}_{10} \cdot \hat{I}_B \cdot [x_4(t) + x_5(t) + x_6(t)]
 \end{aligned}$$

Da Gleichung 6-16 eine lineare Differentialgleichung 1. Ordnung in $i_i(t)$ mit konstanten Koeffizienten und harmonischer Anregung ist, kann die hier interessierende partikuläre Lösung nur Frequenzanteile der einzelnen Summanden der Anregungsfunktion $x(t)$ aus Gleichung 6-20 bzw. 6-21 besitzen. Diese Summanden $x_1(t)$ bis $x_6(t)$ haben für den Fall, dass $\omega = \omega_{\text{Netz}}$ gilt, jeweils die Frequenzen als Funktion von ω_m gemäß Tabelle 2. Die grafische Darstellung über der mechanischen Drehzahl ω_m erfolgt im Bereich zwischen Stillstand ($\omega_m = 0$) und synchroner Drehzahl ($\omega_m = \omega_{\text{syn}}$).

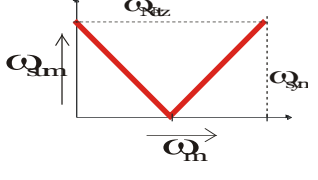
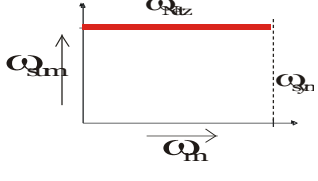
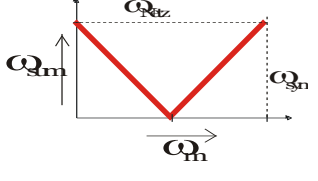
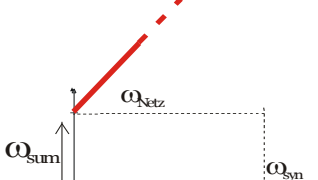
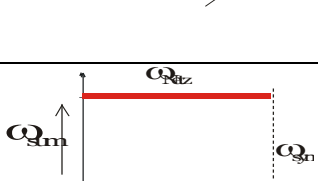
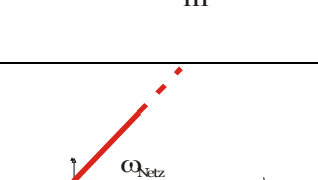
Summand	Betrag der Frequenz des Summanden	Vorfaktor des Summanden	Darstellung des Betrags der Frequenz des Summanden ω_{sum} (y-Achse) über ω_m (x-Achse)
$x_1(t)$	$\omega_{\text{sum}} = 2\omega_m - \omega_{\text{Netz}} $	$\frac{\omega}{2} \hat{I}_A \hat{M}_{10}$	
$x_2(t)$	$ \omega $	$\frac{\omega}{2} \hat{I}_A \hat{M}_{10}$	
$x_3(t)$	$ 2\omega_m - \omega $	$\omega_m \hat{I}_A \hat{M}_{10}$	
$x_4(t)$	$ 2\omega_m + \omega $	$\frac{\omega}{2} \hat{I}_B \hat{M}_{10}$	
$x_5(t)$	$ \omega $	$\frac{\omega}{2} \hat{I}_B \hat{M}_{10}$	
$x_6(t)$	$ 2\omega_m + \omega $	$\omega_m \hat{I}_B \hat{M}_{10}$	

Tabelle 2: Zusätzliche Frequenzanteile des Stroms und deren Verlauf über der Drehzahl verursacht durch netzfrequenten Anteil

Durch den ursprünglichen netzfrequenten Anteil im Statorstrom entstehen drei neue Frequenzanteile:

- Ein ebenfalls netzfrequenter Anteil ($x_2(t), x_5(t)$)
- Ein drehzahlabhängiger Anteil, der von der Netzfrequenz auf null wandert und wieder bis zur Netzfrequenz steigt ($x_1(t), x_3(t)$)
- Ein weiterer drehzahlabhängiger Anteil, der bei Netzfrequenz startet und dann linear zur Drehzahl ansteigt ($x_4(t), x_6(t)$).

Wie bei der numerischen Berechnung der Ströme zu sehen sein wird, spielt auch der Gleichanteil im Statorstrom eine Rolle. Werden die Ausdrücke aus Tabelle 2 für $\omega = 0$ aufgestellt, so ergibt sich ein Bild gemäß Tabelle 3.

Dieses Ergebnis lässt sich wie folgt interpretieren. Durch den ursprünglichen Gleichanteil im Statorstrom entstehen zwei neue Frequenzanteile:

- Ein zusätzlicher Gleichanteil ($x_2(t), x_5(t)$)
- Ein drehzahlabhängiger Anteil, der bei null startet und dann linear mit der Drehzahl ansteigt ($x_1(t), x_3(t), x_4(t), x_6(t)$)

Diese hier gewonnenen Ergebnisse werden später durch die (deutlich aufwändigere) transiente numerische Berechnung bestätigt.

Summand	Betrag der Frequenz des Summanden	Vorfaktor des Summanden	Darstellung des Betrags der Frequenz des Summanden ω_{sum} (y-Achse) über ω_m (x-Achse)
$x_1(t)$	$ 2\omega_m $	$\frac{\omega}{2} \hat{I}_A \hat{M}_{10}$	
$x_2(t)$	0 (Gleichanteil)	$\frac{\omega}{2} \hat{I}_A \hat{M}_{10}$	
$x_3(t)$	$ 2\omega_m $	$\omega_m \hat{I}_A \hat{M}_{10}$	
$x_4(t)$	$ 2\omega_m $	$\frac{\omega}{2} \hat{I}_B \hat{M}_{10}$	
$x_5(t)$	0 (Gleichanteil)	$\frac{\omega}{2} \hat{I}_B \hat{M}_{10}$	
$x_6(t)$	$ 2\omega_m $	$\omega_m \hat{I}_B \hat{M}_{10}$	

Tabelle 3: Zusätzliche Frequenzanteile des Stroms und deren Verlauf über der Drehzahl verursacht durch Gleichanteil

Nun werden aus diesen Anteilen für den Fall einer dreiphasigen Maschine die Wirkleistung bzw. die Frequenzanteile der Wirkleistung bestimmt. Zum besseren Verständnis wird vorweg die Wirkleistung des Dreiphasensystems bei gleicher Frequenz von Spannung und Strom bestimmt. Die Spannungen und Ströme jedes Strangs seien gegeben gemäß:

$$\begin{aligned} u_R(t) &= \hat{U} \cdot \sin(\omega t + \varphi_u - 0^\circ) & i_R(t) &= \hat{I} \cdot \sin(\omega t + \varphi_i - 0^\circ) \\ u_S(t) &= \hat{U} \cdot \sin(\omega t + \varphi_u - 120^\circ) & i_S(t) &= \hat{I} \cdot \sin(\omega t + \varphi_i - 120^\circ) \\ u_T(t) &= \hat{U} \cdot \sin(\omega t + \varphi_u - 240^\circ) & i_T(t) &= \hat{I} \cdot \sin(\omega t + \varphi_i - 240^\circ) \end{aligned} \quad (6-22)$$

Für das Produkt aus Spannung und Strom einer Phase ergibt sich für die Phase R:

$$\begin{aligned} p_R(t) &= u_R(t) \cdot i_R(t) \\ &= \hat{U} \cdot \hat{I} \cdot \sin(\omega t + \varphi_u) \cdot \sin(\omega t + \varphi_i) \\ &= \frac{\hat{U} \cdot \hat{I}}{2} \{ \cos(\varphi_u - \varphi_i) - \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i) \} \end{aligned} \quad (6-23)$$

Über alle drei Phasen aufsummiert ergibt dies unter Berücksichtigung der Tatsache, dass allgemein gilt: $\cos(\alpha) + \cos(\alpha - 120^\circ) + \cos(\alpha - 240^\circ) = 0$, den bekannten Ausdruck:

$$\begin{aligned} p(t) &= \frac{3 \cdot \hat{U} \cdot \hat{I}}{2} \cos(\varphi_u - \varphi_i) \\ &= 3 \cdot U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \cos(\varphi_u - \varphi_i) \end{aligned} \quad (6-24)$$

Die Wirkleistung eines zusätzlichen Stromanteils (Index o) ergibt sich nun nach dem Ansatz:

$$\begin{aligned} u_R(t) &= \hat{U} \cdot \sin(\omega t + \varphi_u - 0^\circ) & i_{R_o}(t) &= \hat{I} \cdot \sin(\omega_o t + \varphi_i - 0^\circ) \\ u_S(t) &= \hat{U} \cdot \sin(\omega t + \varphi_u - 120^\circ) & i_{S_o}(t) &= \hat{I} \cdot \sin(\omega_o t + \varphi_i - 120^\circ) \\ u_T(t) &= \hat{U} \cdot \sin(\omega t + \varphi_u - 240^\circ) & i_{T_o}(t) &= \hat{I} \cdot \sin(\omega_o t + \varphi_i - 240^\circ) \end{aligned} \quad (6-25)$$

für die drei Phasen zu:

$$p_o(t) = 3 \cdot U_{\text{eff}} \cdot I_{o,\text{eff}} \cdot \cos((\omega - \omega_o) t + \varphi_u - \varphi_i) \quad (6-26)$$

Dies bedeutet, dass der Wirkleistungsanteil eine komplementäre Frequenz zum zusätzlichen Stromanteil besitzt. Somit ergeben sich die folgenden möglichen zusätzlichen Frequenzanteile in der Wirkleistung:

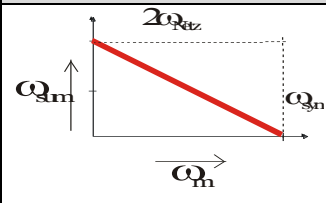
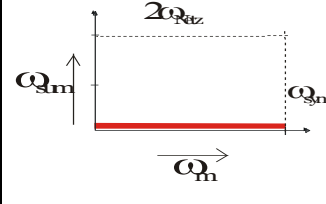
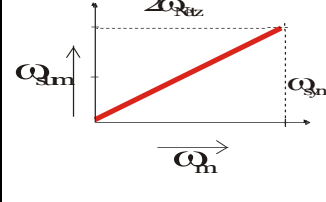
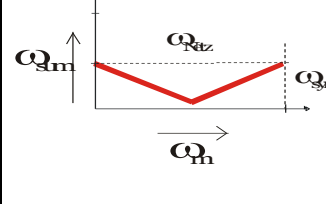
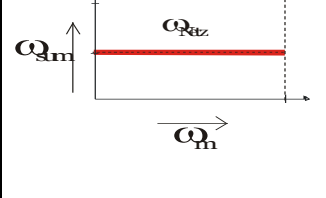
Betrag des Frequenzanteils in der Wirkleistung	Verursachender Frequenzanteil im Strom	Darstellung der Frequenz (y-Achse) über ω_m (x-Achse)
$ 2\omega - 2\omega_m $	$2\omega_m - \omega$	
Gleichanteil	ω	
$ 2\omega_m $	$2\omega_m + \omega$	
$ \omega - 2\omega_m $	$2\omega_m$	
$ \omega $	Gleichanteil	

Tabelle 4: Zusätzliche Frequenzanteile in der Wirkleistung und ihre Ursachen in Stromfrequenzanteilen

Es können also insgesamt drei unterschiedliche zusätzliche drehzahlabhängige Wirkleistungsanteile entstehen, und zwar im Frequenzbereich zwischen null und der doppelten Netzfrequenz. Dies bedeutet, dass die sich daraus ergebenden Anregungen von Torsionsschwingungen sowohl subsynchron als auch supersynchron sein kann. Die supersynchrone Anregung wurde in den bisherigen Arbeiten zum Thema elektromechanische Kopplung nicht berücksichtigt. Daher ist die nächste Aufgabe, die Frequenzanteile aus Tabelle 4 (und insbesondere den supersynchronen Anteil) aus numerischen Berechnungen des Hochlaufs eines Asynchronmotors zu identifizieren und ihre Wirkung auf den Wellenstrang eines Synchrongenerators festzustellen.

6.3 Numerische Berechnung der Statorströme und der elektrischen Wirkleistung beim Hochlauf des Asynchronmotors

Mit den in Kapitel 6.2 vorgestellten Modellen der symmetrischen und der unsymmetrischen Asynchronmaschine wird nun jeweils der Hochlauf des Asynchronmotors berechnet. Dazu wird das entsprechende Differentialgleichungssystem programmiert und numerisch gelöst. Für die Anlasserwiderstände wurde die folgende Zeitfunktion eingepreist:

$$R_{A1}(t) = R_{A2}(t) = R_{A3}(t) = \begin{cases} -\frac{0.92 \Omega}{21s} t + 0.92 \Omega & \text{für } 0s \leq t \leq 21s \\ 0 \Omega & \text{für } t > 21s \end{cases} \quad (6-27)$$

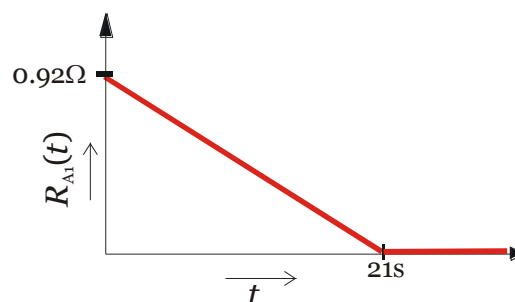


Abbildung 6-5: Zeitverlauf des Anlasswiderstands

Sie wurde so gewählt, dass der Motor nach etwas mehr als 21 Sekunden hochgefahren ist. Diese Dauer ist ausreichend, um eine eventuelle Torsionsanregung zu erzielen. Als Ergebnis erhält man für die symmetrische und für die unsymmetrische Asynchronmaschine u.a. den Verlauf der drei Statorströme:

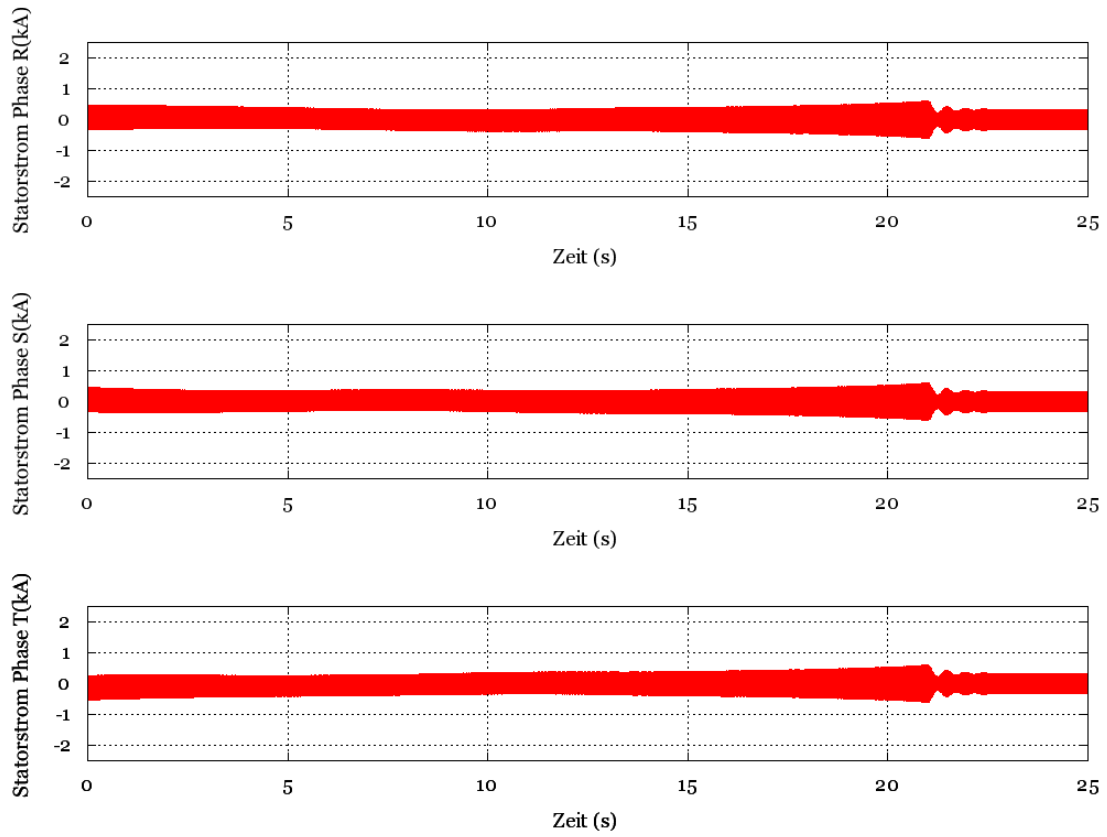


Abbildung 6-6: Statorströme während des Hochlaufs des Motors mit symmetrischem Rotor

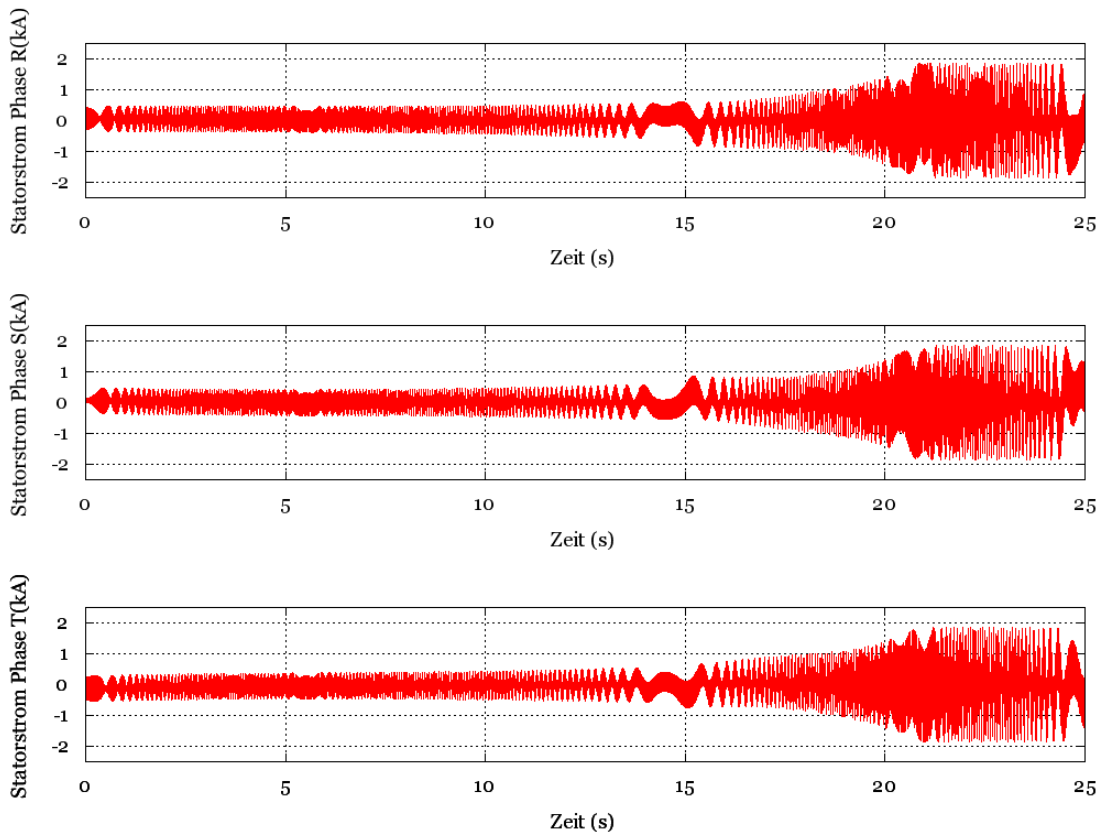


Abbildung 6-7: Statorströme beim Hochlauf des Motors mit unterbrochener Rotorphase

Man kann in Abbildung 6-7 die im Kapitel 6.2.4 bestimmten Frequenzüberlagerungen durch die zusätzlichen Frequenzanteile an der Schwebung bei $t \approx 15$ s erkennen. Der zeitliche Verlauf der Spektralverteilung in Falschfarbendarstellung für den Strom des Strangs R zeigt diesen Unterschied zwischen symmetrischer Maschine (Abbildung 6-8) und asymmetrischer Maschine (Abbildung 6-9) noch deutlicher.

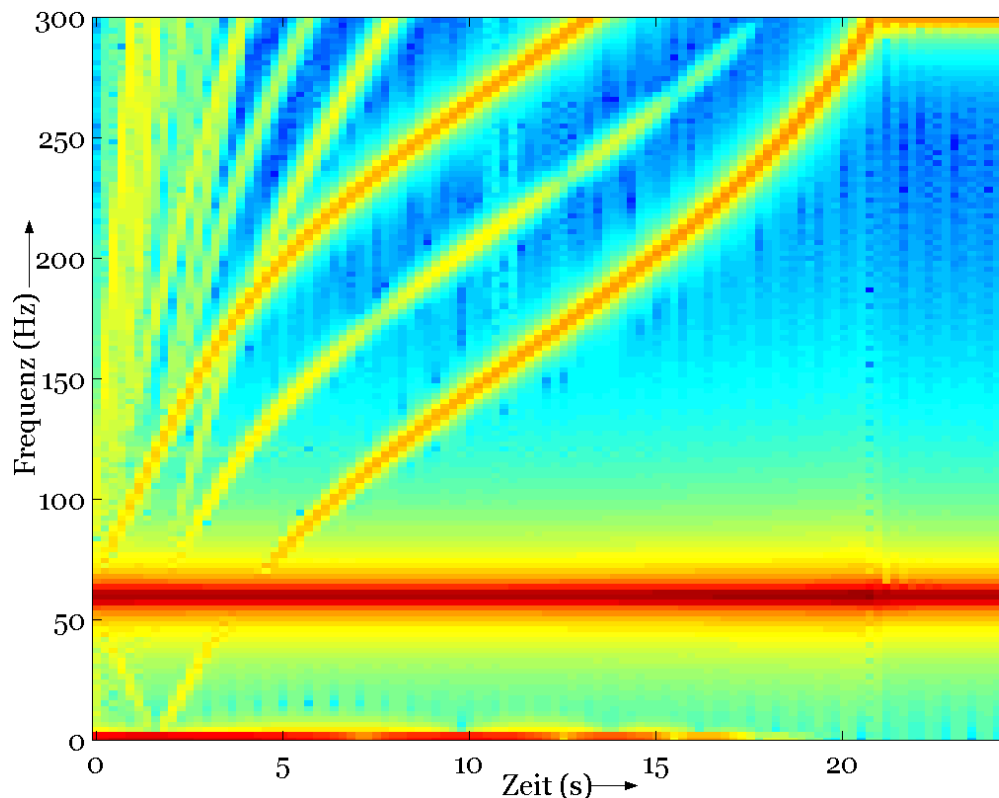


Abbildung 6-8: Spektralverteilung über der Zeit Phase R der symmetrischen Maschine in Falschfarbendarstellung

Die überlagerten Frequenzanteile im Strom gemäß Tabelle 2 und Tabelle 3 sind sehr deutlich in Abbildung 6-9 zu erkennen. Ein Anteil startet bei Netzfrequenz, wandert auf null und steigt wieder (entsprechend dem Term $x_1(t)$ aus Tabelle 2). Dieser wird verursacht durch die Netzfrequenzanteil im Strom. Ein zweiter Anteil startet bei null und steigt mit der Drehzahl an (entsprechend den Termen $x_1(t)$, $x_3(t)$, $x_4(t)$ oder $x_6(t)$ aus Tabelle 3). Dieser wird verursacht durch einen Gleichanteil im Strom. Damit werden die im Kapitel 6.2.4 analytisch berechneten Frequenzanteile bestätigt. Da der Motor vor Erreichen der Nenndrehzahl abgeschaltet wurde, wird die Netzfrequenz nicht wieder erreicht.

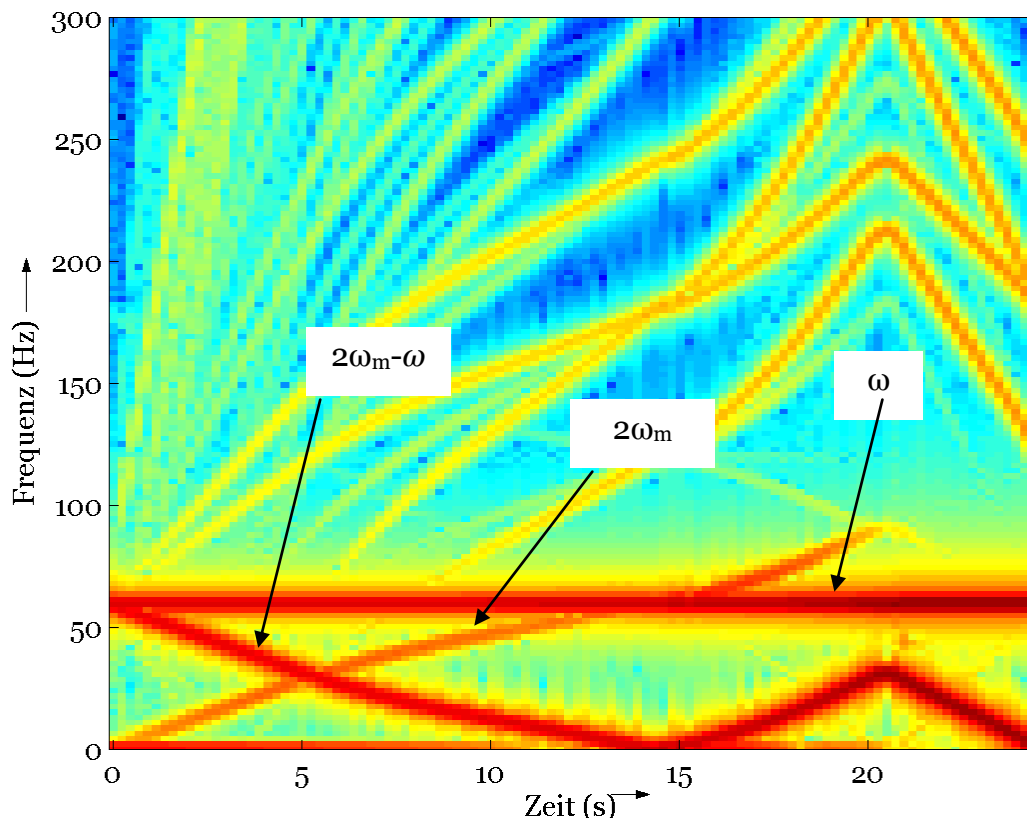


Abbildung 6-9: Spektralverteilung des Stroms der Phase R über der Zeit der unsymmetrischen Maschine in Falschfarbendarstellung

Die von dem anlaufenden Asynchronmotor aufgenommene berechnete Wirkleistung für beide Fälle zeigt Abbildung 6-10.

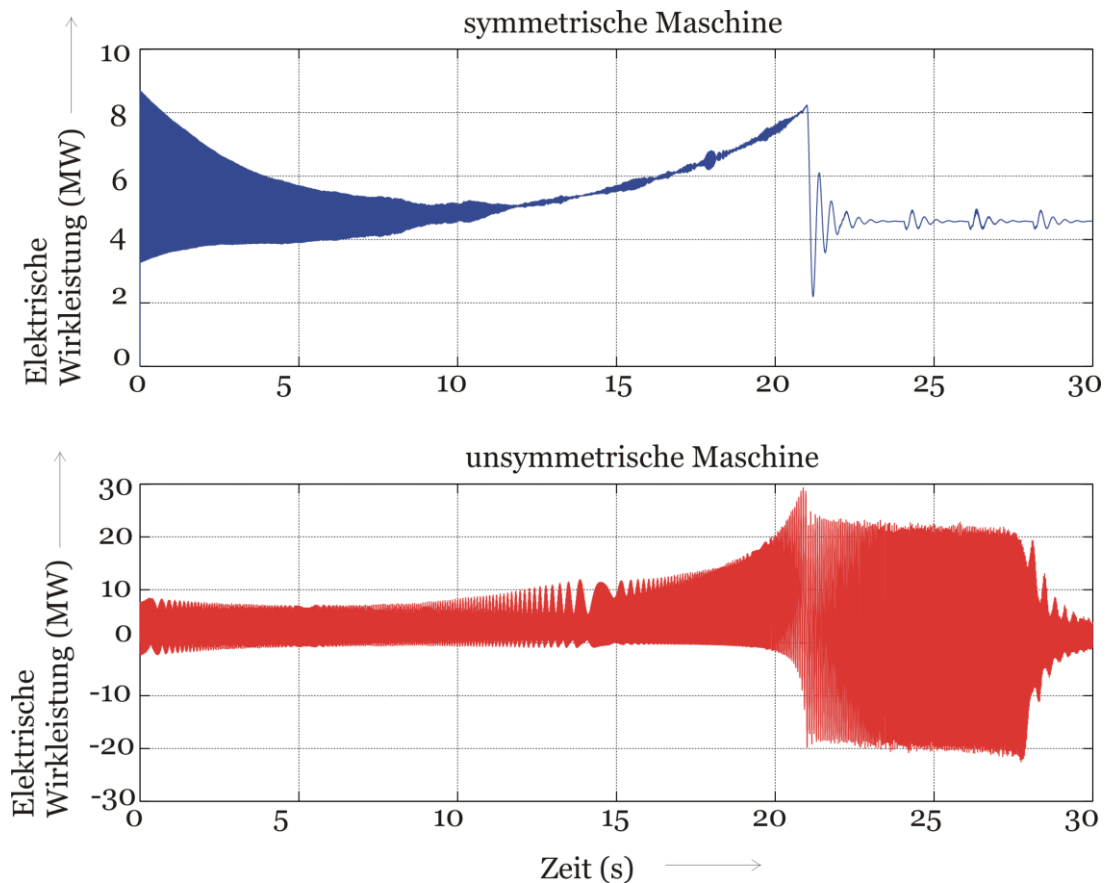


Abbildung 6-10: Elektrische Leistung der symmetrischen und der unsymmetrischen Asynchronmaschine während des Hochlaufs

Drei Punkte sind hier zu erkennen:

- Die symmetrische Maschine nimmt elektrische Leistung auf, d.h. der zeitliche Mittelwert der Leistung ist positiv.
- Die unsymmetrische Maschine kommt ab $t \approx 22$ s in den Bereich der deutlich oszillierenden Leistungsaufnahme und -abgabe. Der Mittelwert der elektrischen Leistung liegt bei null.
- Die maximale Leistungsamplitude der unsymmetrischen Maschine ist mit $P_{\max} \approx 30$ MW ungefähr 3.5mal größer als bei der symmetrischen Maschine mit $P_{\max} \approx 8.5$ MW.

6.3.1 Modellvalidierung

Um sicher zu stellen, dass das verwendete Modell auf Basis eines allgemeinen Differentialgleichungssystems tatsächlich eine genügende Genauigkeit besitzt, wurde der Hochfahrvorgang zusätzlich mit Hilfe der numerischen Feldberechnung berechnet. Als Basis diente das Verfahren der Finiten-Differenzen-Zeitschritt-Rechnung (FDZS), so wie es in [21, 22, 38, 39] vorgestellt, entwickelt und erweitert wurde. Ein Beispiel für ein entsprechendes Modell ist in Kapitel 7.1.1 gezeigt.

Der Vergleich der Ströme des Strangs R während des Hochlaufs der unsymmetrischen Maschine zeigt die nachfolgende Abbildung 6-11:

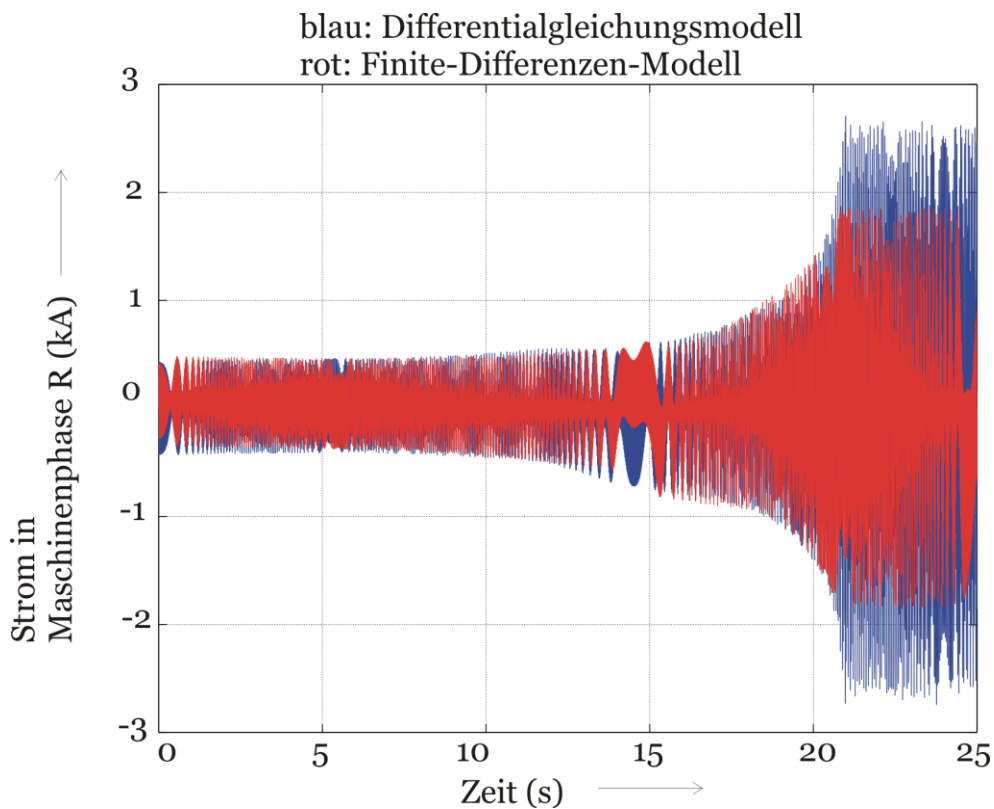


Abbildung 6-11: Vergleich zwischen Differentialgleichungsmodell und Finite-Differenzen-Modell: Strom der Maschinephase R während des Hochlaufs der unsymmetrischen Maschine

Die Ergebnisse beider Modelle zeigen eine sehr gute Übereinstimmung. Diese Tatsache zeigt sich auch im Vergleich der beiden berechneten Drehzahlverläufe, dargestellt in Abbildung 6-12.

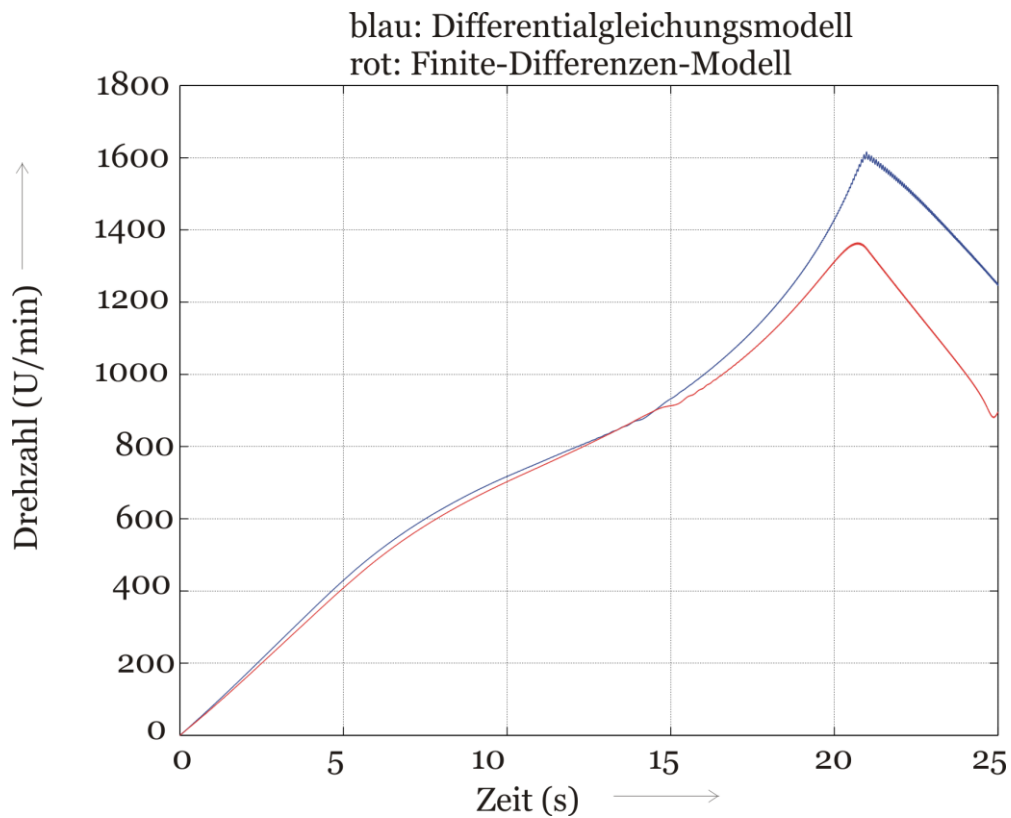


Abbildung 6-12: Vergleich zwischen Differentialgleichungssystem und Finite-Differenzen-Modell: Verlauf der Drehzahl während des Hochlaufs

Im Bereich des hier interessierenden Anlaufs (zwischen $t=0$ s und $t \approx 15$ s) zeigen beide Modelle eine sehr gute Übereinstimmung. Die Differenzen im Bereich ab $t=15$ s sind hauptsächlich durch die in dem DGL-Modell nicht berücksichtigte Sättigung und Wirbelstromausbreitung begründet.

Somit liegen nun die Ströme des anfahrens Motors sowohl mit symmetrischem als auch mit unsymmetrischem Rotor vor. Nun müssen im nächsten Schritt die daraus entstehenden Torsionsanregungen im speisenden Synchrongenerator bestimmt werden.

6.4 Berechnung der Torsionsschwingungen in der Welle des Synchrongenerators während des Hochlaufs des Asynchronmotors

6.4.1 Aufbau des Modells des Wellenstranges

Es gilt nun zu zeigen, dass die im vorherigen Kapitel 6.3 berechneten Anlaufströme des unsymmetrischen Asynchronmotors zu einer Torsionsanregung im Wellenstrang des Synchrongenerators führen können. Dazu muss u.a. ein Modell des Strangs vorliegen, welches besonders die Eigenfrequenzen im Bereich bis zur doppelten Netzfrequenz mit guter Genauigkeit nachbildet. Im vorliegenden Fall wurde für den ausgewählten Beispielgenerator eine 8-elementige Masse-Feder-Ersatzdarstellung gewählt, wie sie Abbildung 6-13 zeigt. Alle Elemente links vom Getriebe sind bereits auf die Generatordrehzahl bezogen.

Element -Nr.	Element-Beschreibung	Massenträgheit J (kgm ²)	Federkonstante k (Nm/rad)
1	Kompressor	458	274E6
2	Kompressor	235	226E6
3	Power-Turbine	257	20E6
4	Getriebe	92	31E6
5	Kupplungs-Flansch links	7	24E6
6	Kupplungs-Flansch rechts	7	39E6
7	Generator Lüfter-Rad	6	36E6
8	Generator	458	

Abbildung 6-13: Masse-Feder-Ersatz-Darstellung des Wellenstrangs der Beispielsynchronmaschine

Das Federelement Nr. 1 verbindet die Massen 1 und 2. Entsprechend ist an der letzten Stelle der Tabelle keine Federkonstante einzutragen.

Das gezeigte Modell besitzt im Bereich bis 200 Hz insgesamt drei Eigenfrequenzen:

Mode	Eigenfrequenz reduziertes Modell f (Hz)
1	21.1
2	84.6
3	142.8

Abbildung 6-14: Eigenfrequenzen des 8-elementigen Wellenstrangmodells

Die 1. und 2. Eigenform des 8-Massen-Modells zeigt die nachfolgende Abbildung 6-15.

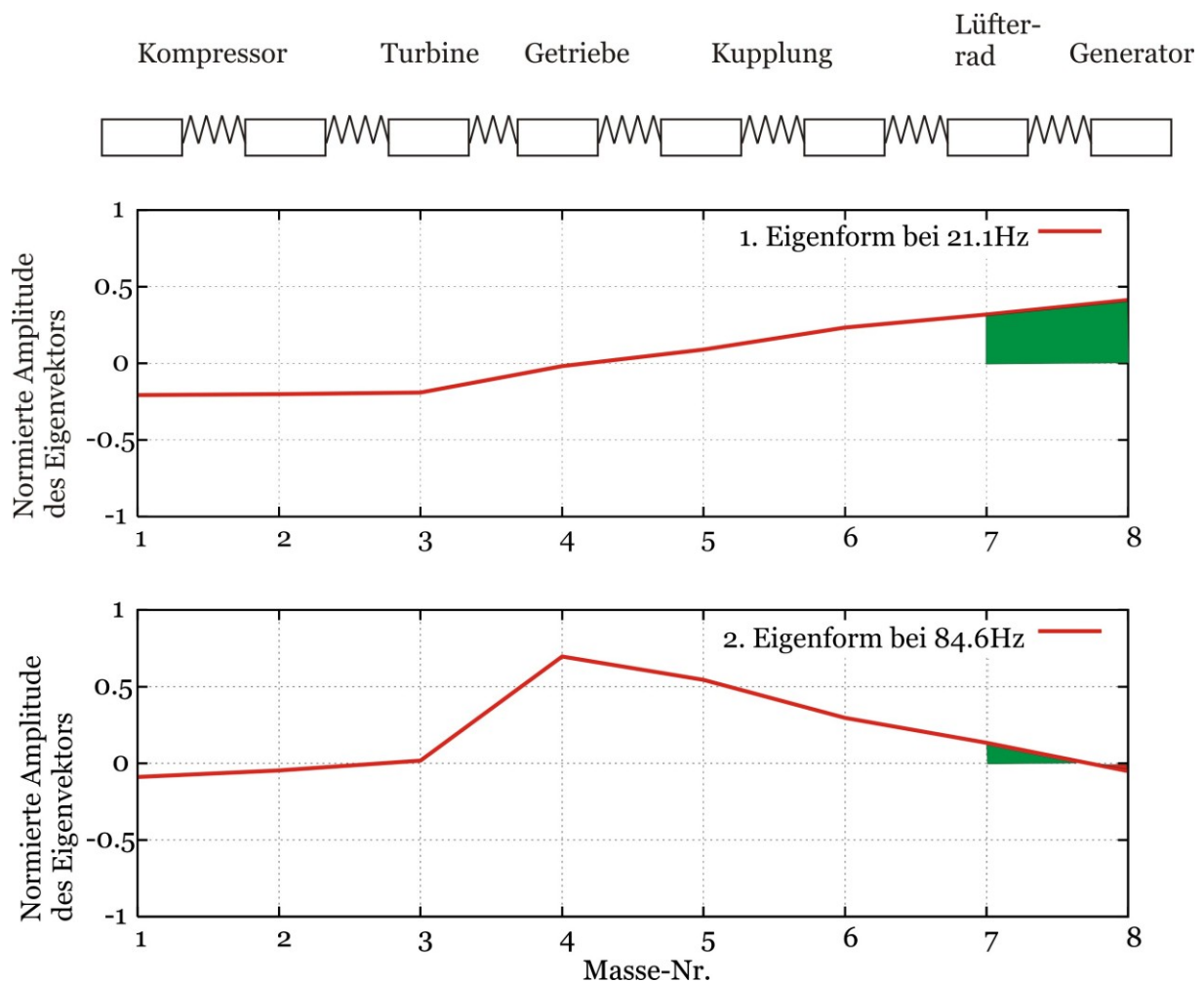


Abbildung 6-15: Erste und zweite Eigenform des reduzierten Wellenstrangmodells

Wichtig für die nachfolgenden Untersuchungen ist, ob die erste und die zweite Eigenfrequenz über den Generatorballen angeregt werden können. Dies ist offensichtlich möglich, da die jeweiligen Flächen der Eigenformen im Bereich des Generators (Bereich Masse 7-8) positiv sind [7].

6.4.2 Torsionsschwingungen während des Hochlaufs des Asynchronmotors

Mit Hilfe einer elektromechanisch gekoppelten Netzberechnung mit dem Programm NETOMAC^(R) [14] wurden nun die Torsionsschwingungen im Synchrongenerator während des Hochlaufs des Asynchronmotors berechnet. Dazu wurden die entsprechenden Netzkomponenten, d.h. der Synchrongenerator, der stationäre Asynchronmotor und seine Last sowie Kabel und die Sammelschiene nachgebildet. Die im Kapitel 6.3 berechneten Ströme wurden dreiphasig in den entsprechenden Netzknoten als Zeitfunktion eingepreist (Abbildung 6-16).

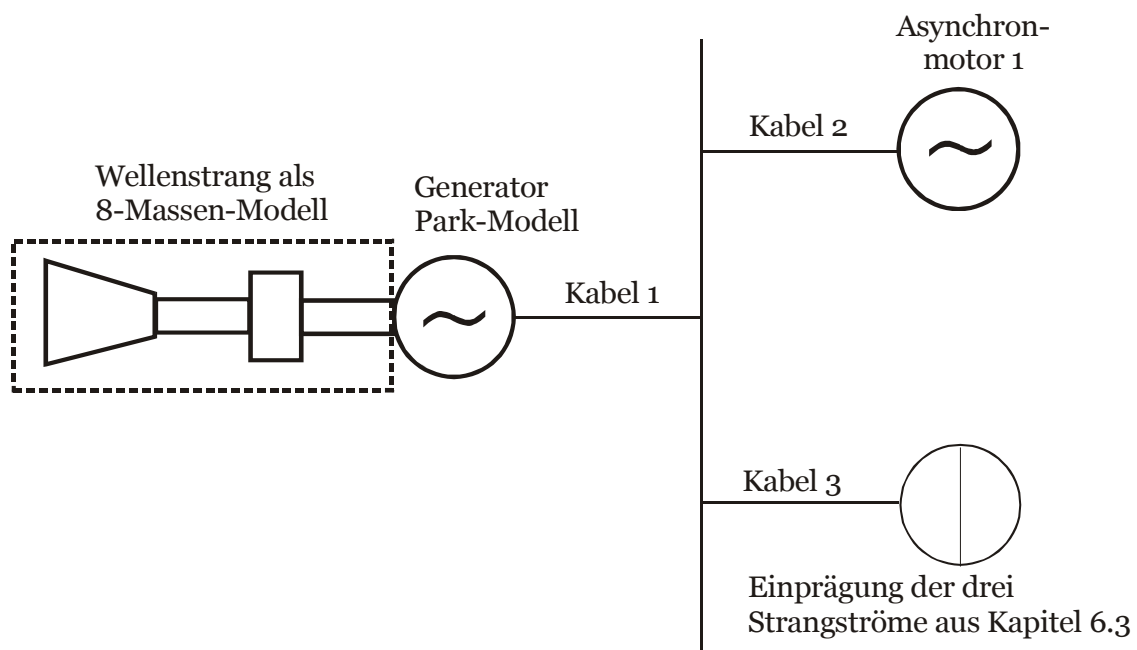


Abbildung 6-16: Netzmodell zur Berechnung der Torsionsschwingungen

Als Ergebnis erhält man u.a. die zeitlichen Torsionsverläufe an der Kupplung des Generators. Abbildung 6-17 und Abbildung 6-18 zeigen dieses Ergebnis für den Hochlauf des symmetrischen und des unsymmetrischen Motors:

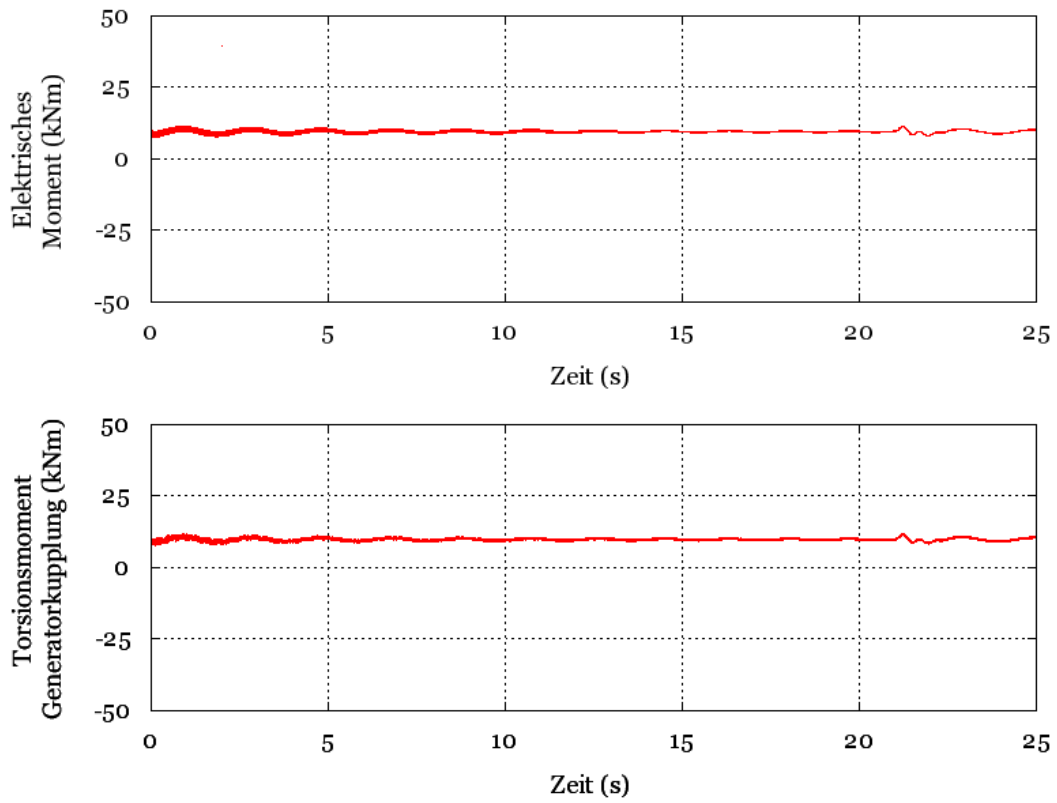


Abbildung 6-17: Elektrisches Moment und Torsionsmomente an der Generatorkupplung während des Hochlaufs des symmetrischen Asynchronmotors

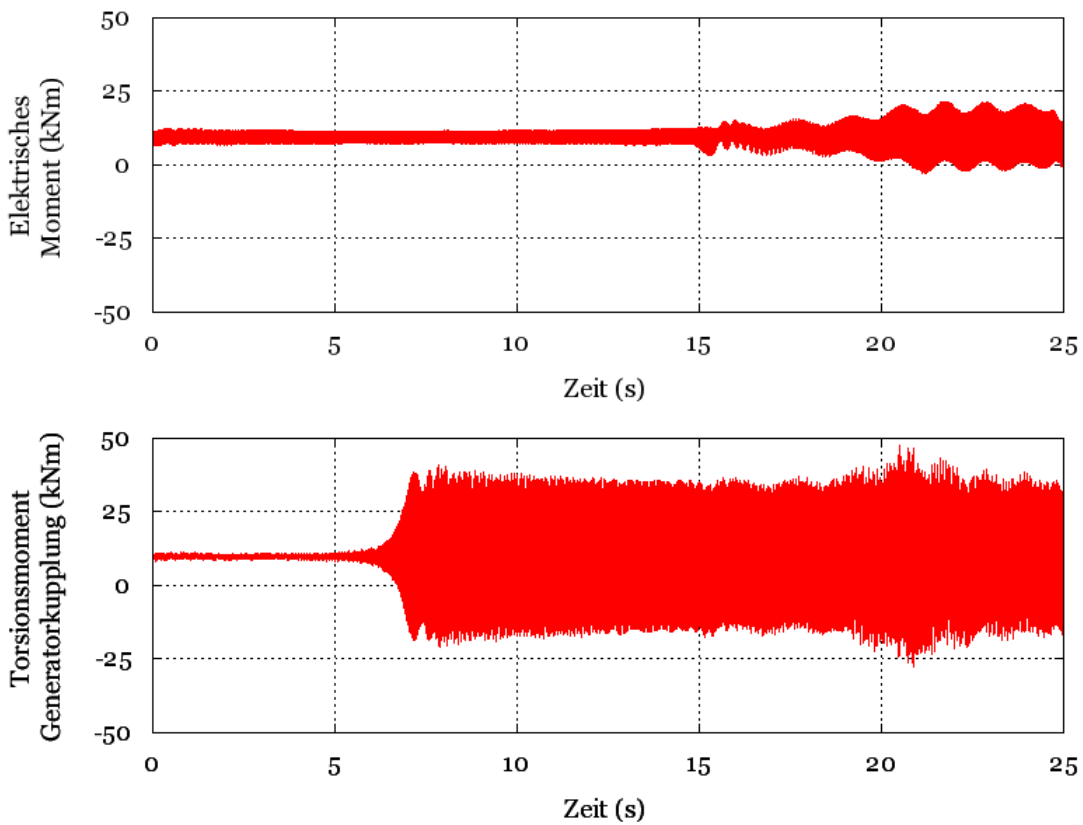


Abbildung 6-18: Elektrisches Moment und Torsionsmomente an der Generatorkupplung während des Hochlaufs des unsymmetrischen Asynchronmotors

Man kann beim Anlauf des unsymmetrischen Motors deutlich die Resonanzanregung bei $t \approx 7$ s erkennen. Zu diesem Zeitpunkt durchfährt der Asynchronmotor einer Drehzahl von ca. 550 U/min (Abbildung 6-12). Die Analyse der spektralen Verteilung des Torsionsmoments über der Zeit zeigt Abbildung 6-19. Man kann dort die beiden Eigenfrequenzen als Parallelen zur x -Achse gut erkennen. Zudem sieht man, dass neben der ersten Eigenfrequenz bei 21 Hz auch sehr deutlich die zweite Eigenfrequenz bei 85 Hz angeregt wird. Hierfür ist der bereits genannte Frequenzanteil $2\omega-2\omega_m$ verantwortlich. Dieser startet bei 120 Hz und trifft zu diesem Zeitpunkt die zweite Torsionseigenfrequenz bei 85 Hz. Fast zum gleichen Zeitpunkt wird durch den Anteil $\omega-2\omega_m$ die erste Torsionseigenfrequenz angeregt. Diese Oszillationen klingen jedoch schnell wieder ab.

Das zeitliche Spektrum der Wirkleistung zeigt Abbildung 6-20. Es sind die gleichen Frequenzanteile wie in der Torsion erkennbar.

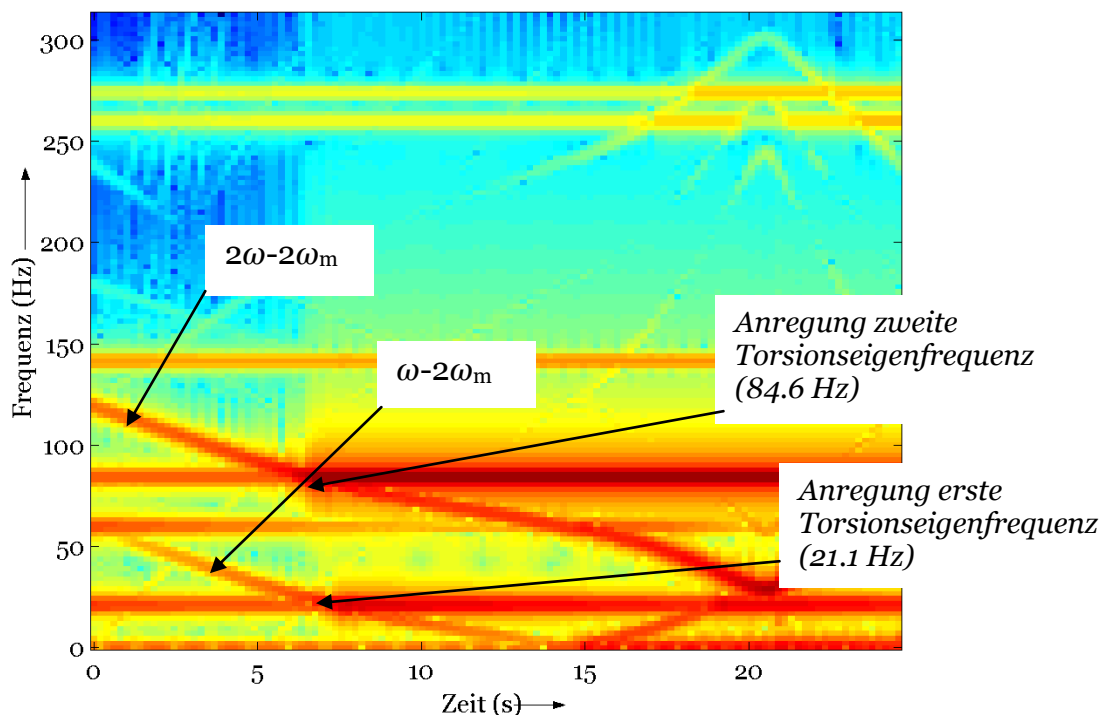


Abbildung 6-19: Spektralverteilung des angeregten Torsionsmoments in der Generatorkupplung über der Zeit in Falschfarbendarstellung

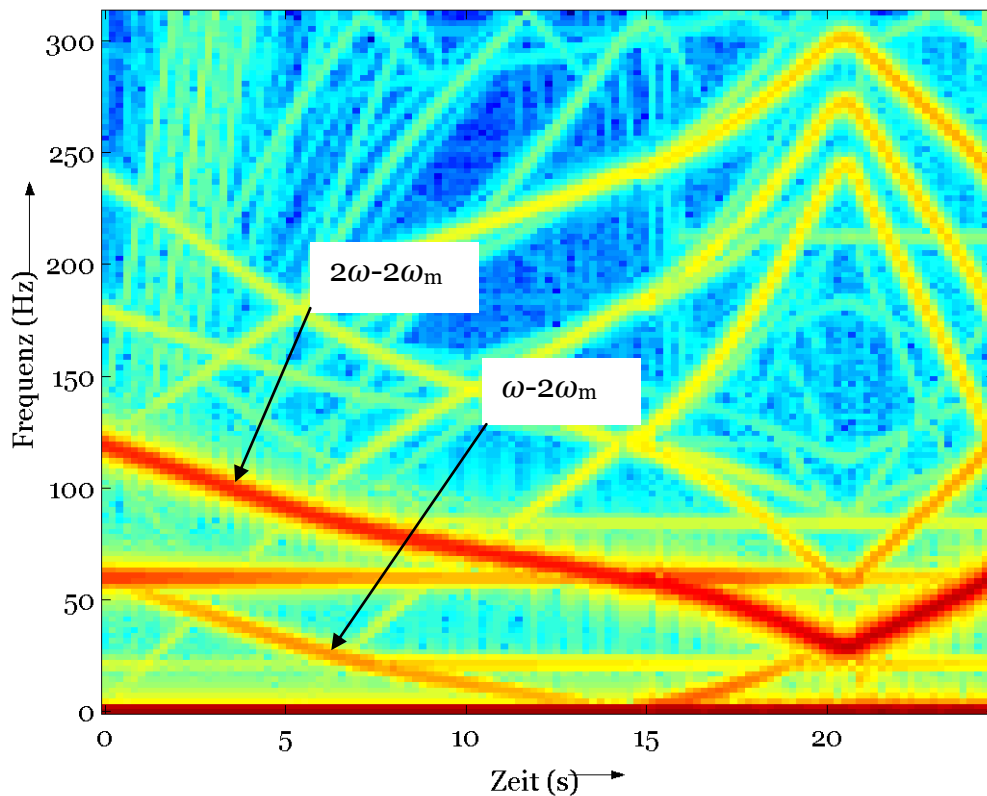


Abbildung 6-20: Spektralverteilung der Wirkleistung an den Generatorklemmen über der Zeit in Falschfarbendarstellung

Wird für die Scherbolzen der Generatorkupplung des hier gezeigten Beispielgenerators eine Bruchgrenze M_{Bruch} von 2.2 p.u. angenommen (entsprechend einem Wirkmoment von 43 kN), so zeigt Abbildung 6-18, dass während des Hochlaufs des unsymmetrischen Asynchronmotors diese Grenze bei $t=21$ s überschritten wird. Das bedeutet, es treten sehr hohe Momente auf, infolge derer es sogar zum Bruch der Scherbolzen und somit zu Ausfall des Generators kommen kann. Somit ist gezeigt, dass für diese Konstellation durch den Hochlauf des Asynchronmotors tatsächlich eine sehr große Gefährdung des Synchrongenerators vorliegt. Diese wurde durch die analytische Bestimmung der zusätzlichen Frequenzanteile im Strom und in der Wirkleistung sowie durch numerische Berechnungen belegt.

Diese bisher gewonnenen Ergebnisse lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Durch einen hochfahrenden Asynchronmotor mit unterbrochener Rotorphase findet im Inselnetz eine große Gefährdung des speisenden Synchrongenerators statt. Es werden Ströme mit einer Frequenz von 0 Hz bis zur doppelten Nennfrequenz in das Netz gespeist. Diese führen im Generator zur Torsionsanregung. In der gewählten Konstellation würden die Scherbolzen an den Kupplungen brechen.
- Durch den Hochlauf des gleichen Motors mit symmetrischem Rotor findet keine Gefährdung bzgl. der Torsionsanregung statt. Die Statorströme besitzen keine nennenswerten zusätzlichen Frequenzanteile.

Abschließend sei erwähnt, dass ein ähnlich gelagerter Schadensfall tatsächlich in einer realen Kraftwerksanlage aufgetreten ist.

6.5 Messungen an einem Labormaschinensatz [46]

Die Ergebnisse aus dem vorherigen Kapitel 6.4 haben deutlich gezeigt, dass für Synchrongeneratoren aufgrund der elektromechanischen Kopplung eine potentielle Gefährdung durch anlaufende unsymmetrische Asynchronmaschinen besteht, die bis dahin in dieser Form noch nicht bekannt war. In [46] wurde für ein ähnliches System eine Labormessung sowie ergänzende Berechnungen durchgeführt. Die wichtigsten Resultate werden an dieser Stelle gezeigt.

Es wurde ein Inselnetz aufgebaut, in dem eine Asynchronmaschine als Last und eine Synchronmaschine als Speisung diente. Der Käfigläufer der Asynchronmaschine wurde in zwei Schritten manipuliert. Die erste Manipulation besteht in der Unterbrechung des Kurzschlussringes. Im zweiten Schritt wurde ein Käfigstab unterbrochen. Wie im vorherigen Kapitel 6.4 gezeigt wurde, wird beim Hochfahren eines Asynchronmotors mit unsymmetrischen Rotor eine zusätzlicher zeitlich nicht konstanter Anteil Wirkleistung $p(t)$ erzeugt (Gln. 6-26), dessen Frequenz abhängig ist von der mechanischen Drehzahl. Entsprechend wurde in den hier gezeigten Laborversuchen der Hochlauf gemessen. Um den Einfluss des unterbrochenen Rotors isoliert betrachten zu können, stand eine Asynchronmaschine gleichen Typs mit unbeschädigtem Rotor zur Verfügung.

6.5.1 Messung des Hochfahrvorganges

Um eine Referenz zu erhalten, wurde ein Anlaufvorgang mit der Asynchronmaschine mit völlig symmetrischem Käfigrotor (=gesunde Maschine) aufgezeichnet. Wie zu erwarten war, trat keine besondere messbare Resonanzanregung des Generatorstranges auf (Abbildung 6-21). Im nächsten Schritt wurde eine erste Manipulation, d.h. eine Unterbrechung am Kurzschlussring durchgeführt. Aus den darauf folgenden Messungen konnte kein Unterschied zu der Maschine mit unbeschädigtem Rotor festgestellt werden. Dies liegt darin begründet, dass sich der Rotorstrom bereits zum Großteil über das Rotoreisen geschlossen hat. Daher erzeugt die Unterbrechung des Kurzschlussringes nur eine sehr geringe Unsymmetrie im Rotorfeld. Nachdem nun im zweiten Schritt zusätzlich ein Stab des Rotorkäfigs unterbrochen wurde, wurde während des Hochlaufs eine kurzzeitige Resonanzanregung des Generatorwellenstranges gemessen. Dies zeigt – in Gegenüberstellung zum gesunden Asynchronmotor – die Abbildung 6-21. Die Torsionsmomentenüberhöhung bei Resonanzanregung beträgt ca. 20%. Die Analyse des zeitlichen Verlaufs des Frequenzspektrums der Torsionsschwingung (Abbildung 6-22) bestätigt dies nochmals.

Aus dieser Darstellung lässt sich die angeregte Eigenfrequenz ablesen: sie beträgt ca. 24 Hz. Außerdem kann man sehr gut die Spur erkennen (s.a. Kapitel 6.2.4), welche die frequenzvariable Anregung im Torsionsmoment hinterlässt.

Mit Blick auf notwendige und noch zu entwickelnde Schutzkonzepte ist nun die Frage zu klären, ob sich die Torsionsanregung durch die frequenzvariablen Anteile auch aus den elektrischen Größen erkennen lassen. Diese sind in der Regel einfacher als die Torsionsmomente zu messen. Bei vielen Anlagen mittlerer und großer Leistung werden sie in der Regel bereits gemessen und bei Störfällen aufgezeichnet. Über die Möglichkeiten der Messung von Torsionsschwingungen direkt an der Welle wird im Kapitel 12 berichtet.

Der Blick auf den Zeitverlauf der elektrischen Wirkleistung des Generators lässt – bis auf die unterschiedlichen Anlaufzeiten – keinen Unterschied zwischen der gesunden und der manipulierten Maschine erkennen (Abbildung 6-23). Im Vergleich zum Beispiel aus Kapitel 6.4.2 ist die Unsymmetrie des Rotors also deutlich geringer, so

dass zwar eine Torsionsanregung stattfindet, die zusätzlichen Frequenzanteile in der Wirkleistung aber im Zeitbereich nicht deutlich zu Tage treten.

Daher sollte hier ebenfalls der Verlauf des Frequenzspektrums über der Zeit betrachtet werden (Abbildung 6-24). Dort ist nun der zusätzliche frequenzvariable Anteil in der Wirkleistung erkennbar. Er besitzt den gleichen qualitativen Verlauf wie der Frequenzverlauf des Torsionsmoments. Die Resonanzüberhöhung tritt nur schwach auf, da diese im mechanischen Wellenstrang entsteht, und nur sehr gering auf die Wirkleistung rückwirkt.

Schließlich zeigt der Blick auf den zeitlichen Verlauf des Stromes (Abbildung 6-25) einen ähnlichen Sachverhalt. Dort lassen sich zunächst keine Auffälligkeiten erkennen. Der Stromverlauf entspricht in beiden Fällen dem typischen Verlauf beim Anlauf einer Asynchronmaschine. Im Zeitverlauf des Frequenzspektrums (Abbildung 6-26) dagegen sind die frequenzvariablen Stromanteile deutlich zu identifizieren. Dieses Sachverhalt wurde in [46] durch numerische FDZS-Berechnungen bestätigt.

6.6 Bewertung der Ergebnisse

Es wurde nachgewiesen, dass durch ein Hochlauf eines fehlerhaften Asynchronmotors frequenzvariable Leistungen entstehen, die sowohl subsynchrone als auch supersynchrone Eigenfrequenzen eines Wellenstranges anregen können. Infolge dessen entstehen Momentenerhöhungen, die zur Schädigung des Stranges führen können. Diese Form der Schadensentstehung wurde in der bisherigen Literatur nicht erwähnt oder analysiert. Daher sollten die hier erarbeiteten Ergebnisse in zukünftige Auslegungen bzw. Schutzkonzepte mit einfließen.

Weiterhin wurde in [42] gezeigt, dass durch eine Unterbrechung im Stab einer Asynchronmaschine eine Unsymmetrie erreicht wird, welche ausreicht, eine Anregung von Torsionsschwingungen zu bewirken. Die Amplitude des zusätzlichen Stromanteils beträgt in dem hier gezeigten Fall 1,3 %. Der grundsätzliche Mechanismus ist somit vorhanden und messtechnisch nachgewiesen. Im Gegensatz zum Beispiel aus Kapitel 6.4 lässt sich die Unsymmetrie des Rotors nicht unmittelbar im Zeitverlauf der elektrischen Größen erkennen.

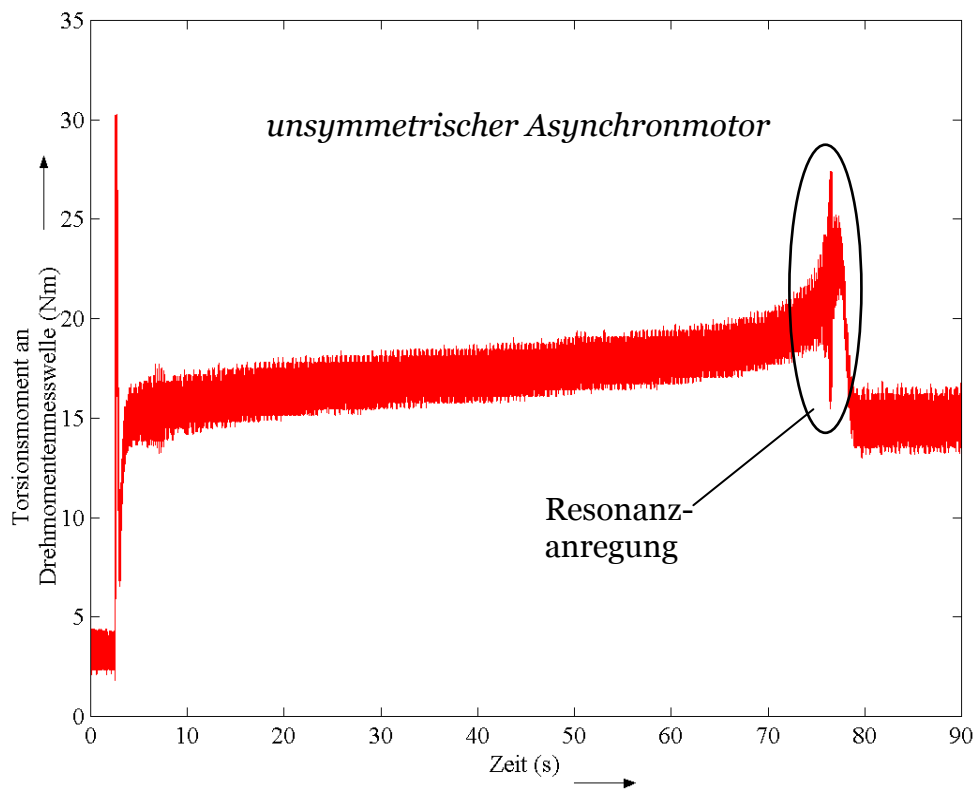
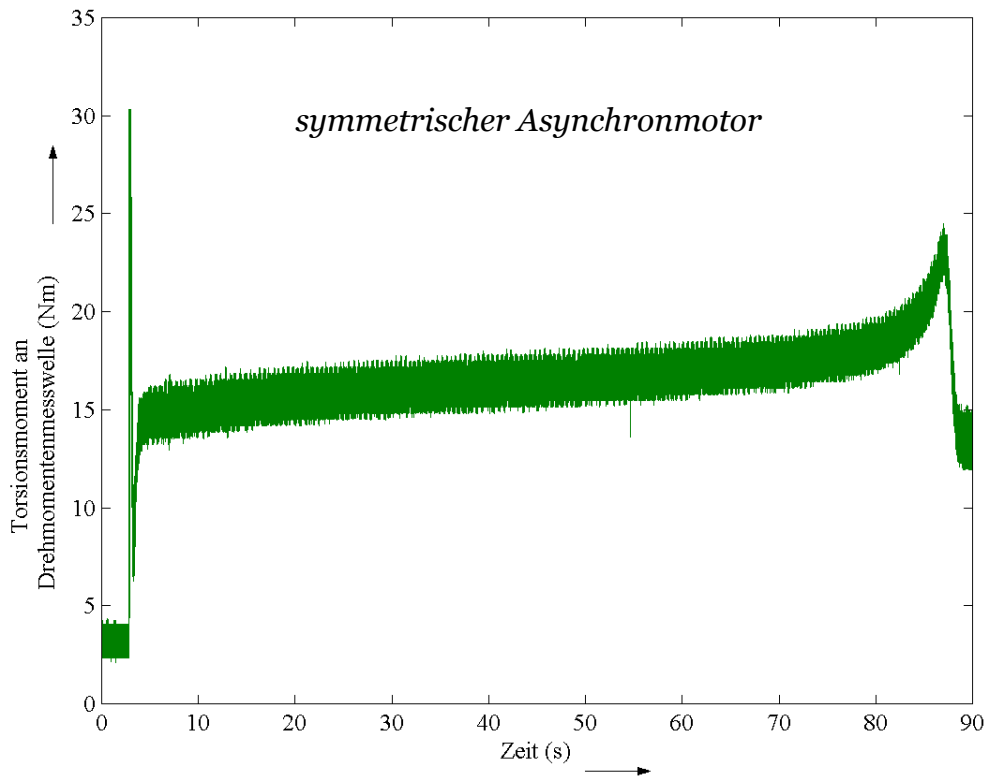


Abbildung 6-21: Gemessenes Torsionsmoment im Generatorstrang während des Hochlaufs – Gegenüberstellung gesunder Asynchronmotor (grün) und zweifach manipulierter Asynchronmotor (rot)

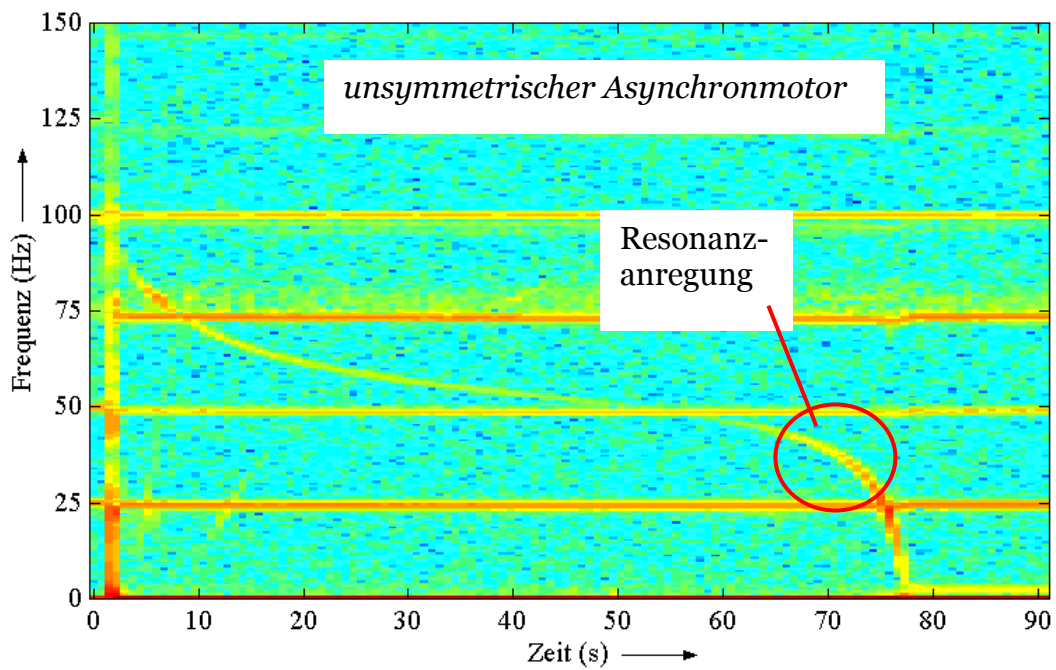
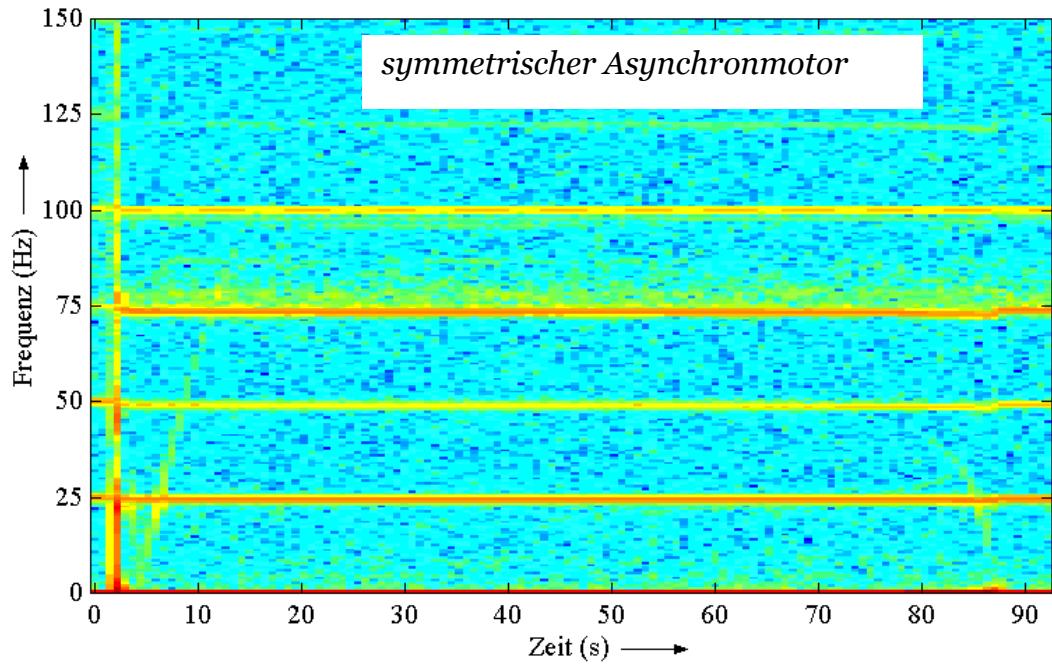


Abbildung 6-22: Frequenzspektrum der Torsionsschwingung während des Hochlaufs – Gegenüberstellung gesunder Asynchronmotor (oben) und zweifach manipulierter Asynchronmotor (unten)

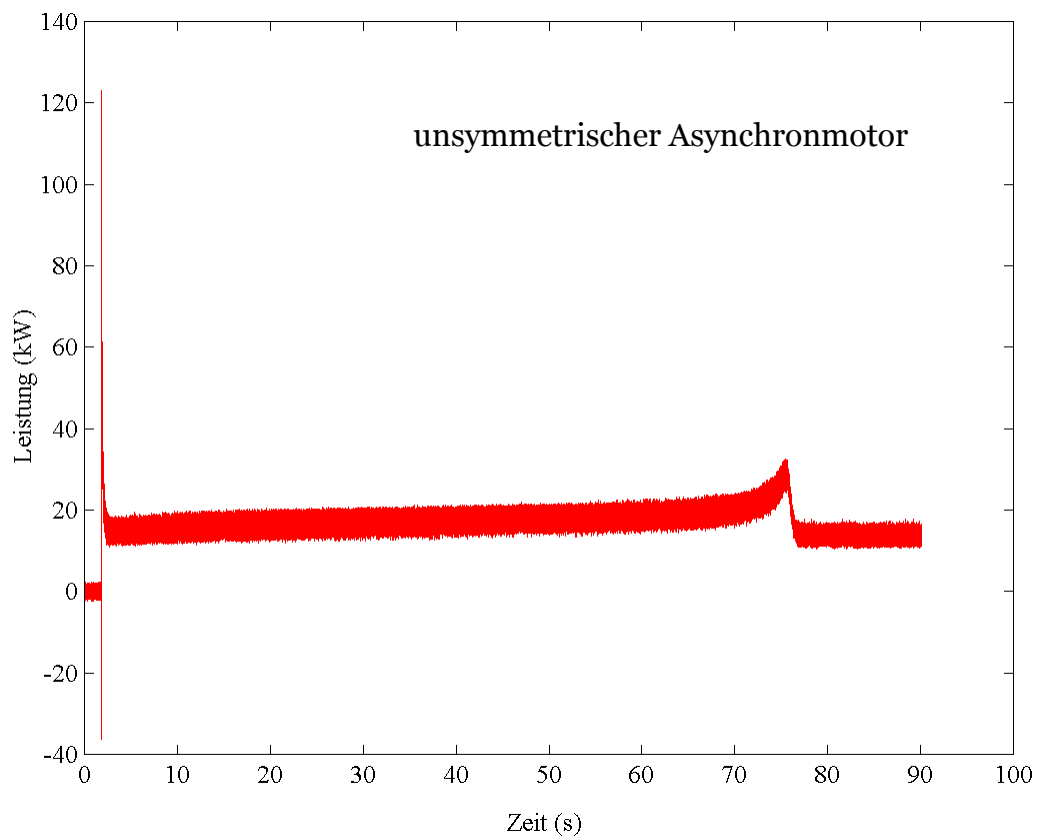
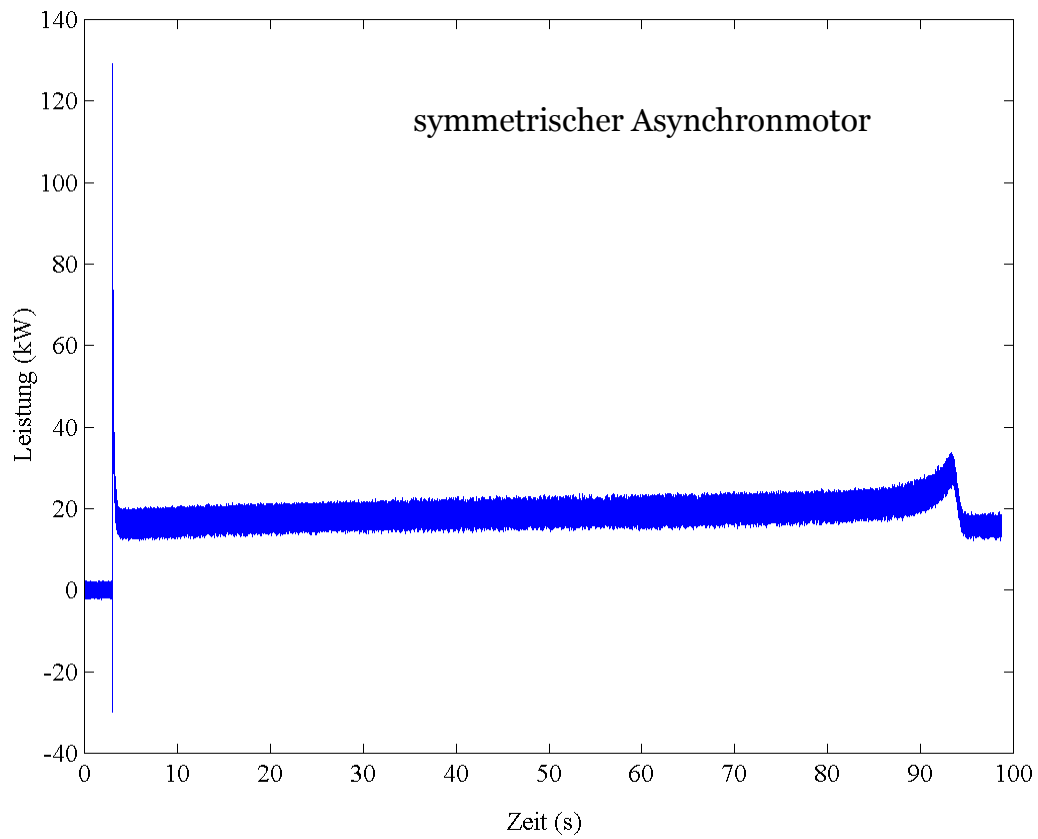


Abbildung 6-23: Elektrische Wirkleistung des Synchrongenerators – Gegenüberstellung gesunder Asynchronmotor (blau) und zweifach manipulierter Asynchronmotor (rot)

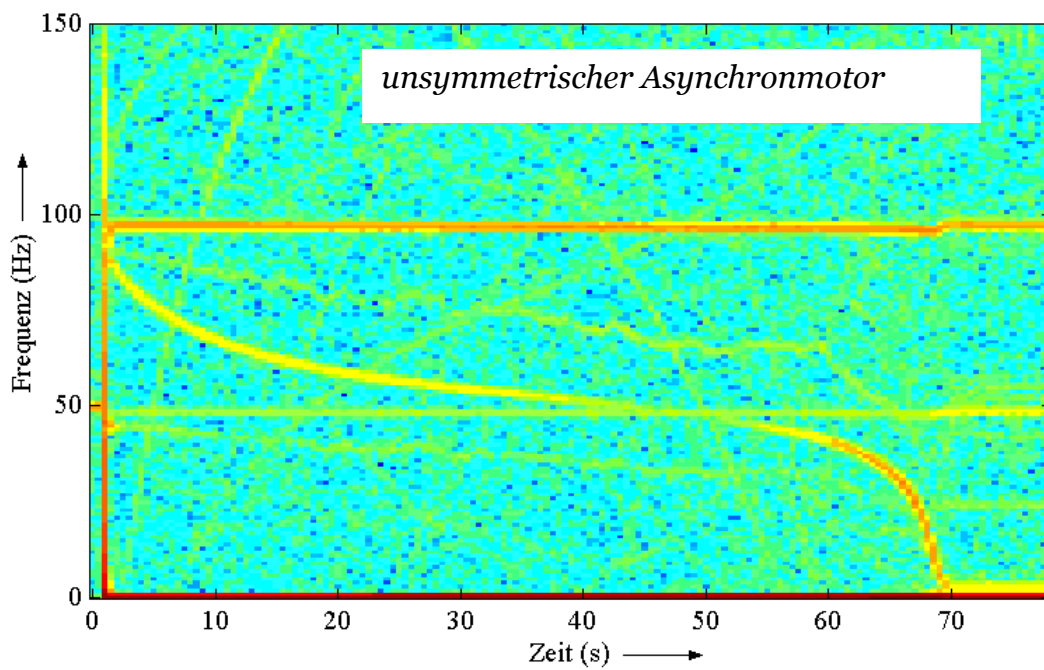
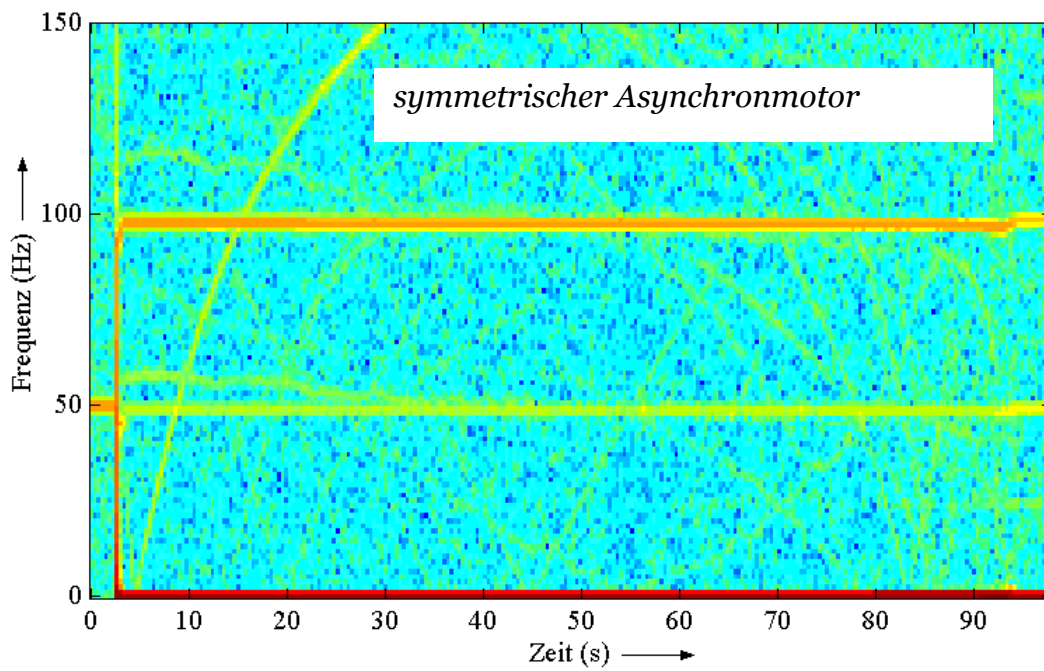


Abbildung 6-24: Frequenzspektrum der elektrischen Wirkleistung während des Hochlaufs – Gegenüberstellung gesunder Asynchronmotor und zweifach manipulierter Asynchronmotor

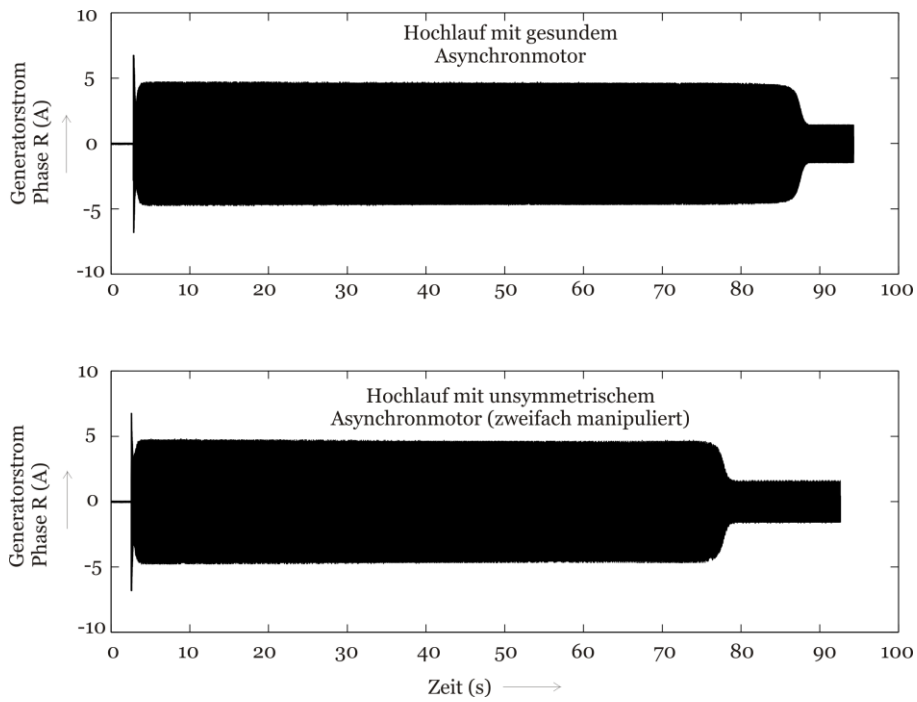


Abbildung 6-25: Generatorstrom Phase R während des Hochlaufs – Gegenüberstellung gesunder Asynchronmotor und zweifach manipulierter Asynchronmotor

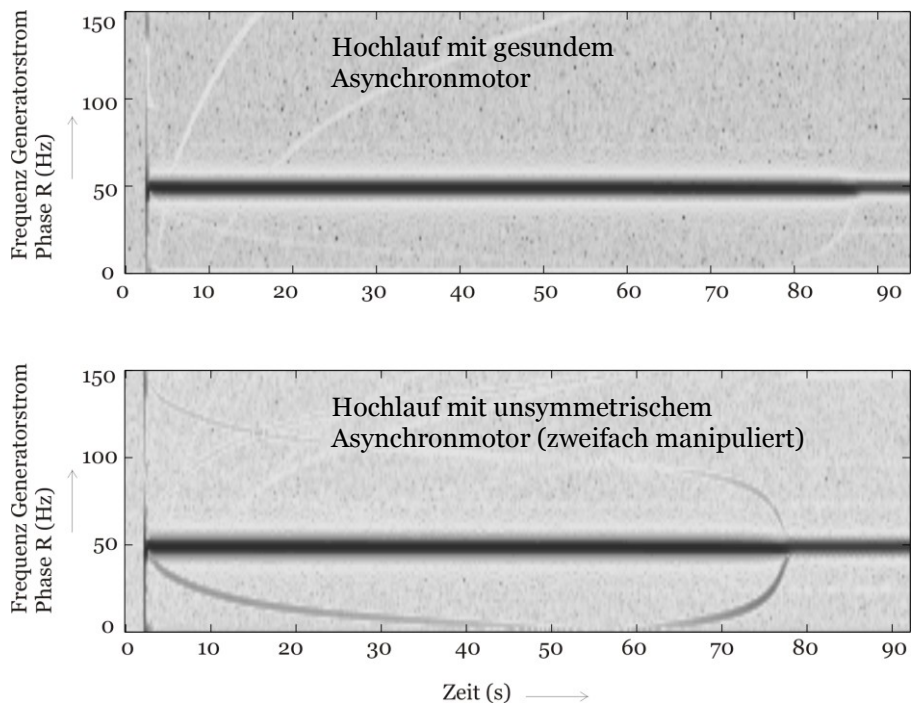


Abbildung 6-26: Spektrum Generatorstrom Phase R während des Hochlaufs – Gegenüberstellung gesunder Asynchronmotor und zweifach manipulierter Asynchronmotor

7 Torsionsanregung bei asynchronem Hochlauf einer Synchronmaschine

Synchrongeneratoren werden üblicherweise bei jeweiliger Übereinstimmung der vier Synchronisationsbedingungen

- Spannung
- Drehzahl
- Drehrichtung
- Phasenlage

über den Generatorschalter und den Transformator an das Netz geschaltet. Bei idealer Übereinstimmung aller vier Kriterien werden durch die Zuschaltung keine transienten oder dynamischen Ausgleichsvorgänge angeregt. Bei Differenzen in der Phasenlage zwischen 90 Grad und 135 Grad können Torsionsschwingungen auftreten, die sehr hohe Beanspruchungen und Ermüdungen im Wellenstrang zur Folge haben [7]. Eine Netzzuschaltung hat in diesem Fall schwere Folgen für den Generator, da sich im Rotor, d.h. im Dämpferkäfig, in den Nutenverschlusskeilen und im Rotoreisen, hohe Ströme bilden, die zu sehr großen Kräften und Torsionsmomenten führen. Ein Fehler in der Drehrichtung zwischen Generator und Netz macht die Synchronisierung unmöglich.

Wird der Generator während des Stillstands an das Netz geschaltet, so wird sich die Maschine aufgrund der elektrischen Leitfähigkeit des Dämpferkäfigs, der Nutenverschlusskeile und des massiven Rotoreisens wie eine Asynchronmaschine auf synchrone Drehzahl beschleunigen. Die Rotorkonstruktion ist jedoch, außer bei Synchronmaschinen mit besonderen Anlaufkäfigen, für den asynchronen Hochlauf nicht ausgelegt, so dass es zu Schäden in Folge von Überhitzungen in den Dämpferstäben und im Eisen kommen kann.

Es gilt nun mit Blick auf die bisherigen Ergebnisse zu prüfen, ob der Hochlauf der Synchronmaschine über den Dämpferkäfig und das Rotoreisen ebenfalls zur Entstehung von frequenzvariablen Strömen und elektrischen Leistungen führt, und ob dadurch eine Anregung von Torsionsschwingungen in Synchronmaschinen,

welche zu der anlaufenden Maschine im Netz parallel geschaltet sind, stattfinden kann. Dies ist zu vermuten, da der Rotor der Synchronmaschine bereits konstruktiv eine magnetische Unsymmetrie bezüglich des Umfangs aufweist.

Um dies zu untersuchen, werden in diesem Kapitel die Ströme während des asynchronen Hochlaufs einer Synchronmaschine mit drei unterschiedlichen Modellen berechnet (Generator B aus Abbildung 7-15) und daraus wiederum die Luftspaltmomente und die Torsionsschwingungen in einem auf der gleichen Sammelschiene parallel geschalteten Synchrongenerator (Generator A auf Abbildung 7-15) aus der gleichen Leistungsklasse berechnet.

7.1 Stromverläufe beim asynchronen Hochlauf einer Synchronmaschine

In diesem Kapitel wird der transiente asynchrone Hochlauf eines Synchrongenerators mit drei unterschiedlichen Modellen berechnet:

- Zweidimensionales Finite-Differenzen Modell
- Park'sches Modell
- Allgemeines Differentialgleichungssystem

Da die numerische Feldberechnung die genaueste Möglichkeit der Analyse darstellt, wird dieser Schritt als erstes durchgeführt. Die Untersuchungen werden am Beispiel eines 2poligen 60 Hz-Generators mit $S_r = 750$ MVA durchgeführt.

7.1.1 Berechnung mit Finite-Differenzen-Zeitschrittrechnungs-Modell (FDZS-Modell)

Das an dieser Stelle verwendete Programmsystem wurde bereits im Kapitel 6.3.1 erwähnt. Eine ausführliche Erläuterung zum Programm und zum Verfahren ist in [21,

22] dargelegt. Zu Beginn der Erstellung eines FDZS-Modells wird der zweidimensionale Schnitt durch den aktiven Teil der Maschine mit einem polaren Diskretisierungsgitter für den Rotor und den Stator versehen. Jeden der so entstandenen Zellen des Gitters werden jeweils die elektromagnetischen Eigenschaften

- Leitfähigkeit γ
- Permeabilität μ
- Windungszahl N

zugewiesen. Ferner werden sie ggf. einem äußeren elektrischen Netzwerk zugeordnet. Dort werden die äußeren Spannungen eingepreßt. Der Luftspalt zwischen Rotor und Stator wird bei Rotordrehung jeweils vom Programm automatisch neu vernetzt, um die Kopplung der Feldgleichungen herzustellen.

Das so entstehende zweidimensionale diskretisierte Modell des hier betrachteten Beispielgenerators hat folgende Gestalt (Abbildung 7-1):

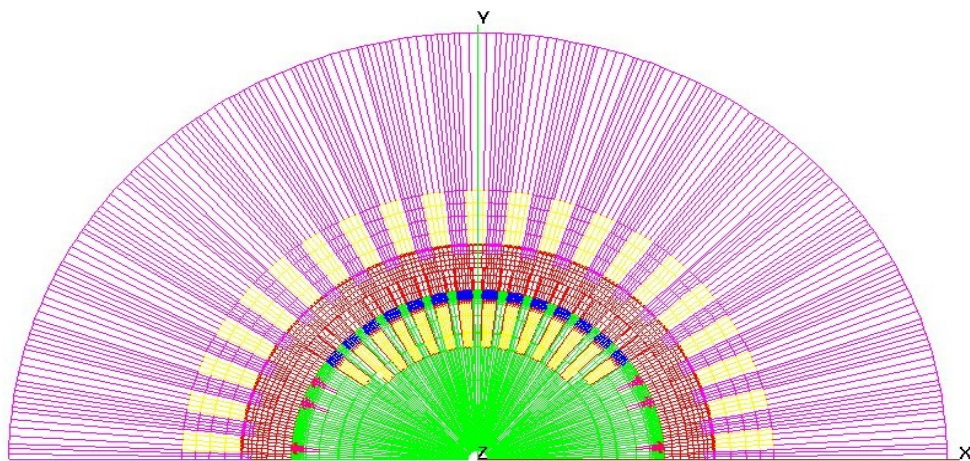


Abbildung 7-1: Diskretisierungsgitter des Beispielgenerators

Durch die Zuordnung der einzelnen Zellen zu den unterschiedlichen Zellgebieten entsteht der folgende Querschnitt (Abbildung 7-2):

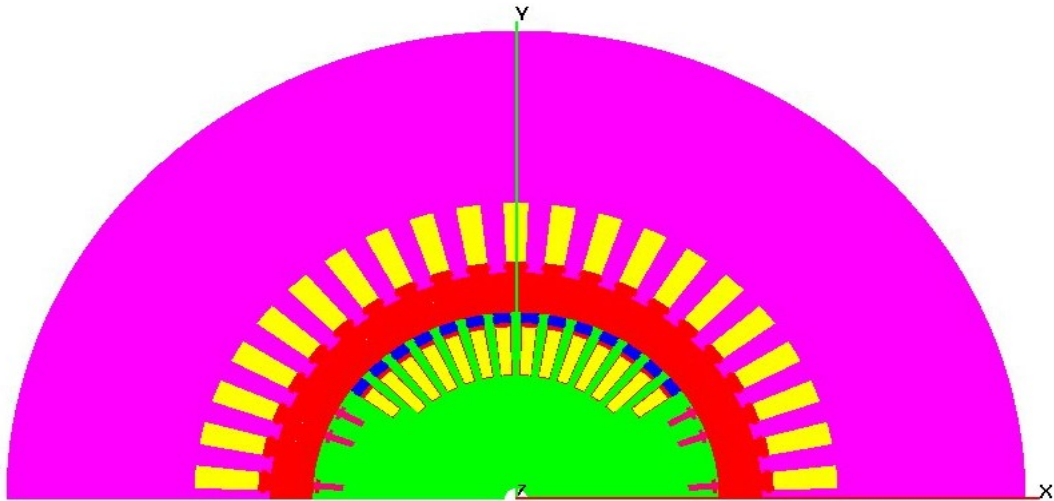


Abbildung 7-2: Gebietsverteilung des Beispielgenerators

Den farblichen Gebieten entspricht jeweils:

- Cyan: Statoreisen
- Gelb: Wicklung (Rotor und Stator)
- Rot: Luftgebiet (Luftspalt)
- Blau: Nutenverschlusskeile
- Violett: Dämpferkäfig
- Grün: Rotoreisen

Mit diesem Modell wurde der transiente Hochlauf der Maschine über den Dämpferkäfig und die Nutenverschlusskeile berechnet, wobei die Massenträgheit des gesamten Stranges einschließlich der Turbinen berücksichtigt wurde. Die Erregerwicklung bleibt dabei nahezu stromlos (d.h. die Rotorwicklungsklemmen sind hochohmig verbunden). Es ergibt sich ein Verlauf des Statorstromes und der Drehzahl gemäß Abbildung 7-3:

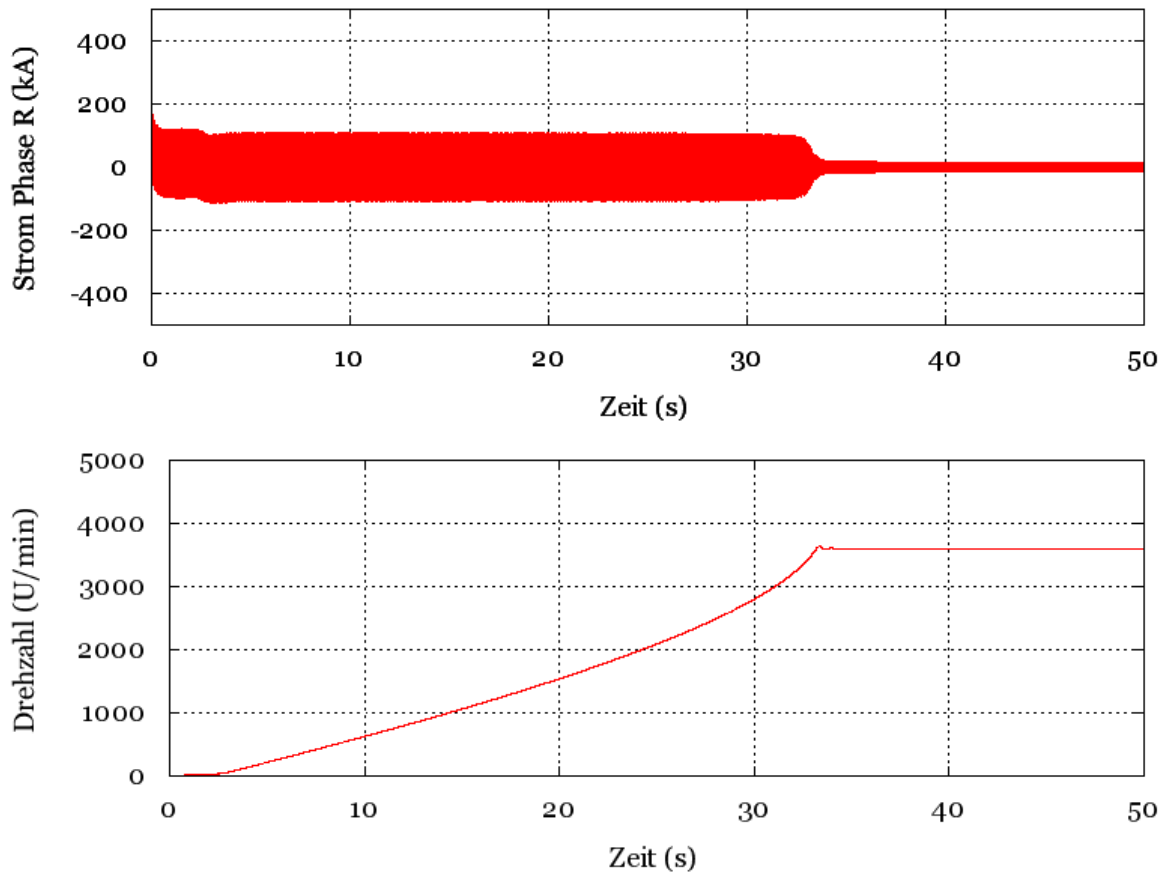


Abbildung 7-3: Strom der Phase R und Drehzahl während des Hochlaufs der Synchronmaschine über den Dämpferkäfig, Berechnung mit numerischer Feldberechnung FDZS

Es wurde in Kapitel 6 bereits festgestellt, dass für die Beurteilung einer Gefahr der Anregung von Torsionsschwingungen u.a. der Verlauf des Frequenzspektrums der Statorströme über der Zeit von Bedeutung ist. Dieses ist in der Abbildung 7-4 gezeigt. Wie deutlich zu erkennen, hat die asynchron anlaufende Synchronmaschine einen zusätzlichen dominierenden Stromfrequenzanteil, der mit der Drehzahl von 60 Hz im Stillstand bis 0 Hz bei halber Nenndrehzahl und wieder 60 Hz bei synchroner Drehzahl wandert. Dieser Anteil entspricht den Summanden $x_1(t)$ bzw. $x_3(t)$ aus Tabelle 2 auf Seite 58. Der Grund hierfür ist die Tatsache, dass der Rotor einen entlang des Umfangs nicht konstanten magnetischen Leitwert besitzt. Dies ist gerade der Grund, warum das dazugehörige Differentialgleichungssystem keine konstanten Koeffizienten besitzt.

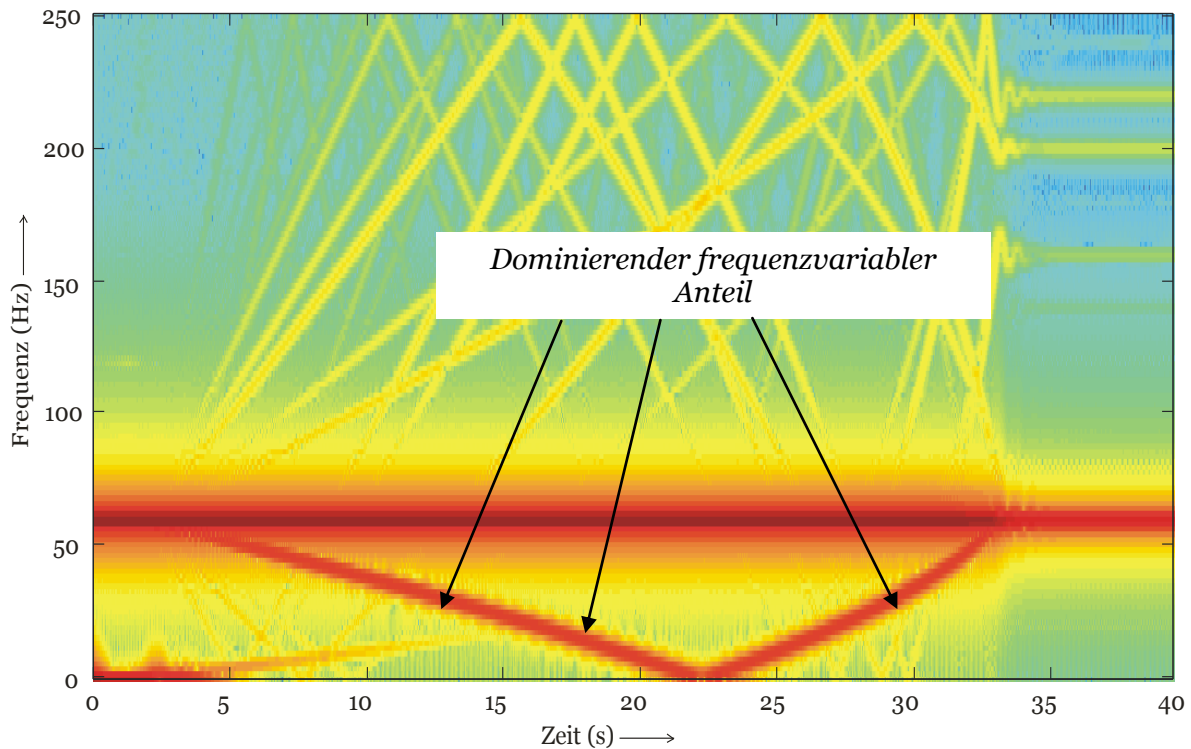


Abbildung 7-4: Frequenzverlauf des Stroms der Phase R während des asynchronen Hochlaufs der Synchronmaschine; Berechnung mit numerischer Feldberechnung FDZS

7.1.2 Berechnung mit allgemeinem Differentialgleichungssystem

Das in Kapitel 2 hergeleitet Differentialgleichungssystem einer verallgemeinerten Maschine dient nun zum Aufbau des Modells einer Synchronmaschine, welche asynchron über den Dämpferkäfig anläuft. Es wird von einer dreisträngigen Maschine ausgegangen. Die Dämpferstäbe über den Polen bzw. die Nutenverschlusskeile werden jeweils zu einer Ersatzwicklung zusammen gefasst, und in Anlehnung an Park mit den Indizes D und Q gekennzeichnet. Es wird angenommen, dass die Feldwicklung stromlos bleibt. Dann ergibt sich bei Sternschaltung folgendes allgemeines Differentialgleichungssystem:

$$\begin{bmatrix} u_R(t) \\ u_S(t) \\ u_T(t) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_R & & & & \\ & R_S & & & \\ & & R_T & & \\ & & & R_D & \\ & & & & R_Q \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_R(t) \\ i_S(t) \\ i_T(t) \\ i_D(t) \\ i_Q(t) \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_{RR}(\varphi) & M_{RS}(\varphi) & M_{RT}(\varphi) & M_{RD}(\varphi) & M_{RQ}(\varphi) \\ M_{SR}(\varphi) & L_{SS}(\varphi) & M_{ST}(\varphi) & M_{SD}(\varphi) & M_{SQ}(\varphi) \\ M_{TR}(\varphi) & M_{TS}(\varphi) & L_{TT}(\varphi) & M_{TD}(\varphi) & M_{TQ}(\varphi) \\ M_{DR}(\varphi) & M_{DS}(\varphi) & M_{DT}(\varphi) & L_{DD}(\varphi) & M_{DQ}(\varphi) \\ M_{QR}(\varphi) & M_{QS}(\varphi) & M_{QT}(\varphi) & M_{QD}(\varphi) & L_{QQ}(\varphi) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_R(t) \\ i_S(t) \\ i_T(t) \\ i_D(t) \\ i_Q(t) \end{bmatrix} \quad (7-1)$$

Das elektrische Moment ergibt sich entsprechend nach Gln. (2-6). Für die magnetischen Kopplungen wird angenommen, dass:

- d- und q-Achse voneinander entkoppelt sind, d.h. $M_{DQ} = M_{QD} = 0$
- die Eigeninduktivitäten der Dämpfer keine Funktionen des Rotorwinkels sind, d.h. $L_{DD} = \text{const}$, $L_{QQ} = \text{const}$

Nun muss die Frage geklärt werden, wie die Parameter dieses Differentialgleichungssystems, d.h. insbesondere die magnetischen Kopplungen, bestimmt werden können.

7.1.3 Bestimmung der physikalischen Wicklungsparameter mit Hilfe der numerischen Feldberechnung

Ein häufig angewandte Methode zur Berechnung der Eigen- und Koppelinduktivitäten stellt die stationäre numerische Feldberechnung dar. Dazu werden die einzelnen Windungen mit einem definierten Strom I gespeist und der verkettete Fluss ψ der entsprechenden Wicklung bestimmt. Bei zweidimensionalen Maschinenmodellen, in denen der Strom nur in z -Richtung fließt, ergibt sich die Flussverkettung unmittelbar aus der Differenz der Vektorpotentiale der betrachteten Leiter multipliziert mit der ideellen Maschinenlänge l_z .

Bei diesem Verfahren ist zu beachten, dass, sofern mit einer nichtlinearen Eisenkennlinie gerechnet wird, möglichst der tatsächliche Sättigungszustand der Maschine hergestellt wird. Dies ist oft nicht möglich, da im tatsächlichen Nennbetrieb z.B. alle Phasenwicklungen Strom führen. Bei Einspeisung lediglich einer Phase wird daher die Sättigung geringer sein. Alternativ kann mit konstantem μ_r gerechnet werden, d.h. ein vorher bestimmter Sättigungszustand der Maschine wird statisch eingepreist.

7.1.4 Bestimmung der physikalischen Wicklungsparameter aus der Maschinengeometrie [12]

In [12] werden die Gleichungen hergeleitet und angegeben, mit denen aus den geometrischen Daten und den Wicklungsdaten des Generators die Eigen- und Koppelinduktivitäten für Vollpolmaschinen berechnet werden können. Für die den Hauptfluss bildende Statorwicklung gilt:

$$L_{RR} = L_{SS} = L_{TT} = L_{ph} = \frac{2}{\pi} \mu_0 \frac{D \cdot l_z \cdot w^2 \cdot \xi^2}{\delta \cdot p^2} (1 + \alpha) \quad (7-2)$$

$$= \frac{\Lambda}{\omega} \cdot w^2 \cdot \xi^2 (1 + \alpha)$$

Es sind:

D	Bohrungsdurchmesser
l_z	ideelle Maschinenlänge
w	Windungszahl der verteilten Wicklung
ξ	Wicklungsfaktor
δ	Luftspaltweite
p	Polpaarzahl
α	Streuanteil, bezogen auf den verketteten Fluss
Λ	magnetischer Leitwert des Kreises
ω	elektrische Kreisfrequenz

Abbildung 7-5: Parameter zur Bestimmung der Eigeninduktivität einer Statorwicklung

Für die vorliegende Maschine ergibt sich eine auf das Park'sche Ersatzschaltbild umgerechnete Hauptreaktanz von 1.61 p.u.. Diese analytische Berechnung erfolgt

gemäß der Annahme, dass der magnetische Spannungsabfall Θ_m im Eisen null ist. Dies entspricht einer ungesättigten Maschine. Es ergibt sich eine sehr gute Übereinstimmung mit den Angaben des Datenblatts (1.62 p.u.). Der Streuteil α wurde gemäß dem gegebenen Park'schen Ersatzschaltbild vorgegeben zu:

$$\alpha = \frac{x_{a\sigma}}{x_{hd}} \quad (7-3)$$

Für die Eigeninduktivitäten der Dämpferwicklung wird der gleiche magnetische Leitwert zugrunde gelegt, woraus sich folgende Induktivitäten ergeben (nicht-bezogene Größen):

$$L_{Dd} = \frac{\Lambda}{\omega} \cdot w_{Dd}^2 \cdot \xi_{Dd}^2 (1 + \alpha_{Dd})$$

$$L_{Dq} = \frac{\Lambda}{\omega} \cdot w_{Dq}^2 \cdot \xi_{Dq}^2 (1 + \alpha_{Dq}) \quad (7-4)$$

Die Zusammenfassung der verteilten Wicklung zu einer konzentrierten Wicklung kann unter der in der Praxis gültigen Annahme erfolgen, dass in der Dämpferwicklung räumlich entlang des Umfangs eine sinusförmige Stromverteilung vorliegt. In diesem Fall können die Wicklungsfaktoren ξ_{Dd} und ξ_{Dq} für eine vollständige Dämpferwicklung wie folgt angegeben werden (ausführliche Herleitung in [12]):

$$\xi_{Dd} = \frac{2}{q_{Dd}} \sum_{x=1}^{N_{Dd}} \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} \frac{b_{Dd,x}}{\tau_r} \right)$$

$$\xi_{Dq} = \frac{2}{q_{Dq}} \sum_{x=1}^{N_{Dq}} \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} \frac{b_{Dq,x}}{\tau_r} \right) \quad (7-5)$$

Die Parameter bedeuten:

q_{Dd}	Anzahl Dämpferstäbe über den Polen
q_{Dq}	Anzahl Dämpferstäbe in der Pollücke / Anzahl Nutenverschlusskeile
N_{Dd}	Anzahl der Dämpferstabpaare über den Polen
N_{Dq}	Anzahl der Dämpferstabpaare über den Pollücken
$b_{Dd,x}$	Abstand zweier Dämpferstäbe, von Polmitte nach außen gezählt
$b_{Dq,x}$	Abstand zweier Dämpferstäbe, von außen nach Mitte Pollücke gezählt
τ_r	Polweite

Abbildung 7-6: Parameter zur Bestimmung der Dämpfereigeninduktivität

Die folgende Darstellung verdeutlicht die Parameter am Beispiel der d-Achse:

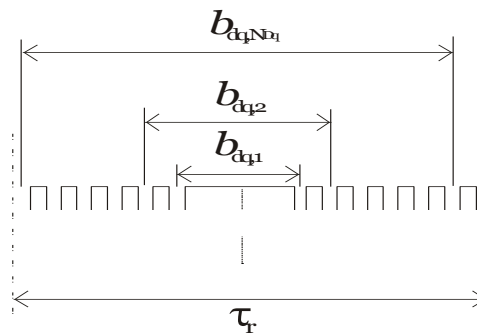


Abbildung 7-7: Erläuterung der Parameter zur Bestimmung der Eigeninduktivität der Dämpferwicklung

Die gegenseitige Kopplung zwischen Statorwicklung Phase R und Dämpfer (hier am Beispiel M_{RD} aus Gln. 7-1) ergibt sich nun entsprechend:

$$M_{RD} = \frac{\Lambda}{\omega} w_R \cdot w_D \cdot \xi_R \cdot \xi_D \quad (7-6)$$

$$M_{RQ} = \frac{\Lambda}{\omega} w_R \cdot w_Q \cdot \xi_R \cdot \xi_Q$$

Die Parameter bedeuten:

Λ	magnetischer Leitwert des Kreises
ω	elektrische Kreisfrequenz
w_R	Windungszahl der Statorwicklung
w_D	Windungszahl der Dämpferwicklung
ξ_R	Wicklungsfaktor der Statorwicklung
ξ_D	Wicklungsfaktor der Dämpferwicklung

Abbildung 7-8: Parameter zur Bestimmung der Koppelinduktivitäten

Mit Gleichung (7-1) und den Parametern aus den Gleichungen (7-2), (7-4) und (7-6) wurden die für den asynchronen Hochlauf des Synchrongenerators benötigten Parameter berechnet. Als Ergebnis des Hochlaufs ergeben sich Phasenstrom- und Drehzahlverläufe, wie sie in der folgenden Abbildung 7-9 gezeigt sind:

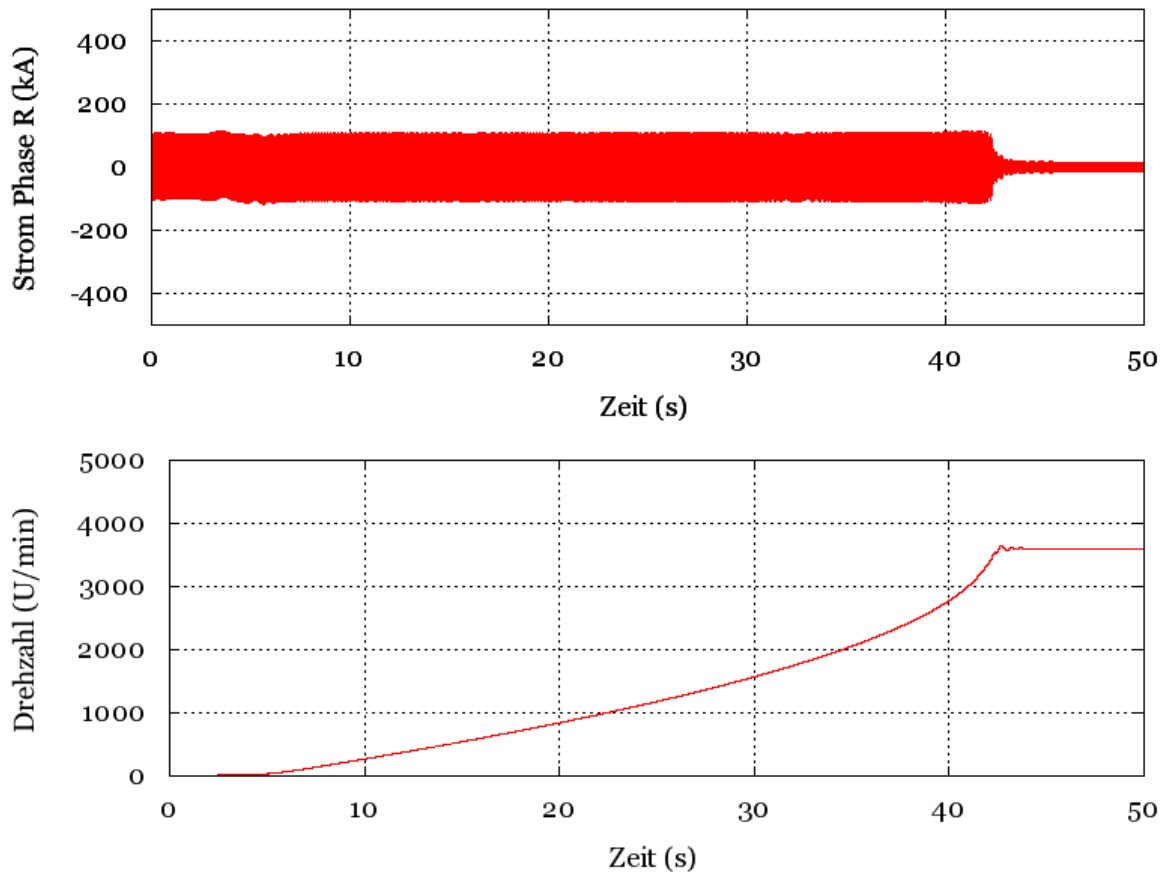


Abbildung 7-9: Strom der Phase R und Drehzahl während des Hochlaufs der Synchronmaschine über den Dämpferkäfig; Berechnung mit allgemeinem Differentialgleichungssystem

Die Anlaufdauer beträgt über 40 Sekunden. Da der Anlauf über den Dämpferkäfig und das Rotoreisen erfolgt, würde es bei einer realen Maschine zu einer wahrscheinlich unzulässigen Erwärmung bis hin zur Schädigung kommen. Da in dieser Arbeit jedoch die Auswirkung auf weitere Maschinen interessiert, wird der Aspekt der Erwärmung an dieser Stelle nicht weiter betrachtet.

Die Abbildung 7-10 zeigt die dazugehörige spektrale Darstellung der Phasenströme über der Zeit.

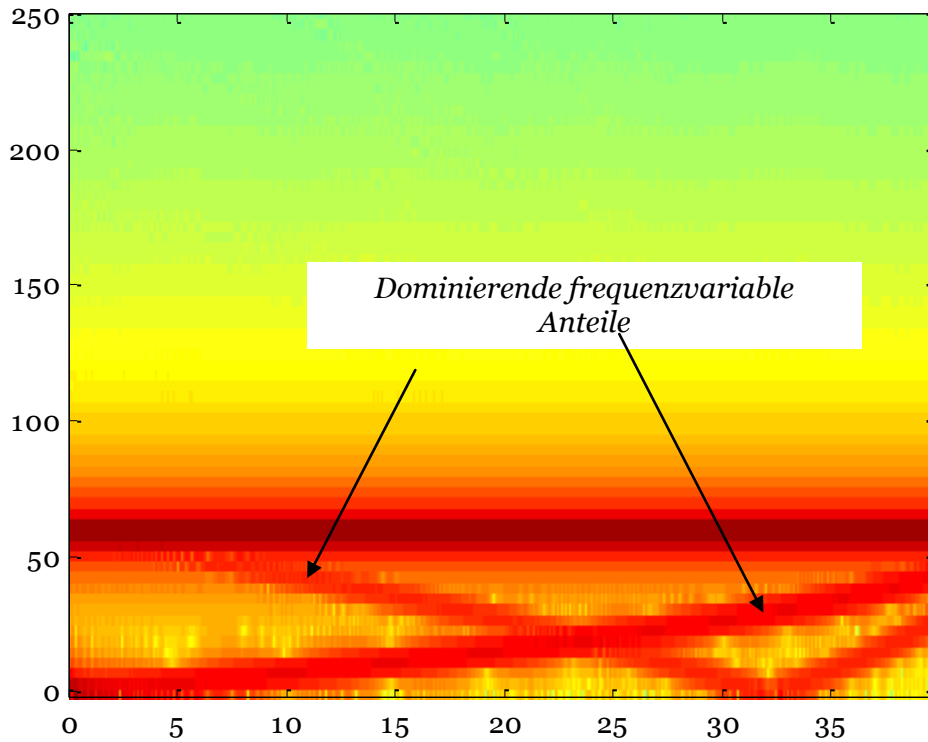


Abbildung 7-10: Frequenzverlauf des Stroms der Phase R während des asynchronen Hochlaufs der Synchronmaschine; Berechnung mit allgemeinem Differentialgleichungssystem

7.1.5 Berechnung des Hochlaufs mit Park'schem Modell

Die Ableitung der Ersatzschaltbildparameter für die Park'sche Ersatzdarstellung mit Dämpferwicklung, ausgehend von den physikalischen Wicklungsparametern (ohm'sche Widerstände, Eigen- und Koppelinduktivitäten) ist in [29] gezeigt. Die wichtigsten Schritte werden hier unter dem Gesichtspunkt der Parametergewinnung kurz dargestellt.

Es wird nun ausgegangen von einer Synchronmaschine mit vier Wicklungen, die bereits in das d-q-System transformiert wurde (s. Kapitel 2.1). Dort werden je eine zusätzliche Wicklungen in die d-Achse (Index 5) und in die q-Achse (Index 6) eingeführt. Das entsprechende Ersatzschema ist in Abbildung 7-11 gezeigt:

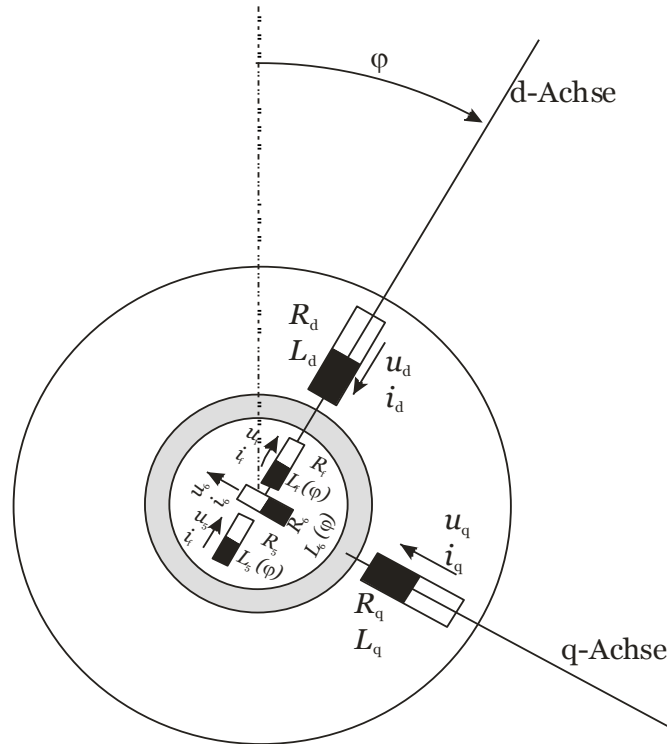


Abbildung 7-11: Wicklungsmodell einer Synchronmaschine mit Zusatzwicklung in d- und q-Achse

Die beiden zusätzlichen Wicklungen repräsentieren die aus der Park'schen Darstellung bekannten Dämpferreaktanzen der d- und q-Achse, und sind kurzgeschlossen. Daraus ergibt sich das folgende Gleichungssystem, getrennt dargestellt für die beiden Achsen:

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_f \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_d & & \\ & R_f & \\ & & R_5' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_f \\ i_5' \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_d & \frac{3}{2} M_{df} & \frac{3}{2} M_{d5} \\ \frac{3}{2} M_{df} & L_f & \frac{3}{2} M_{f5} \\ \frac{3}{2} M_{d5} & \frac{3}{2} M_{f5} & L_5' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_f \\ i_5' \end{bmatrix} + \dot{\varphi} \begin{bmatrix} -\Psi_q \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7-7)$$

$$\begin{bmatrix} u_q \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_q & \\ & R_6' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_q \\ i_6' \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_q & \frac{3}{2} M_{q6} \\ \frac{3}{2} M_{q6} & L_6' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_q \\ i_6' \end{bmatrix} + \dot{\varphi} \begin{bmatrix} \Psi_d \\ 0 \end{bmatrix}$$

Die gestrichelten Größen sind bereits auf den Stator des d-q-Systems bezogen:

$$\begin{aligned} u_f' &= \sqrt{\frac{3}{2}} u_f \\ i_f' &= \sqrt{\frac{3}{2}} i_f \\ i_5' &= \sqrt{\frac{3}{2}} i_5 \\ i_6' &= \sqrt{\frac{3}{2}} i_6 \end{aligned} \quad (7-8)$$

Das Ziel ist es nun, diese Gleichung wiederum so zu transformieren, dass die Induktivitätsmatrizen Diagonalform besitzen. Dadurch entstehen voneinander entkoppelte Gleichungen. Dazu werden die Matrixelemente der neu hinzugefügten Wicklungen mit freien Faktoren versehen. Diese Faktoren werden nun so bestimmt, dass die gewünschte Form erreicht wird. Das Ergebnis lautet dann:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} u_d \\ u_f^* \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_d & & \\ & R_f^* & \\ & & R_5^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_f^* \\ i_5^* \end{bmatrix} + (1-\mu_d)L_d \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \frac{\mu_d}{1-\mu_d} & & \\ & \frac{\mu_f}{1-\mu_f} & \\ & & \frac{\mu_5}{1-\mu_5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_f^* \\ i_5^* \end{bmatrix} + \\
 &+ (1-\mu_d)L_d \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_f^* \\ i_5^* \end{bmatrix} + \dot{\phi} \begin{bmatrix} -\Psi_q \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7-9) \\
 \begin{bmatrix} u_q \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_q & \\ & R_6^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_q \\ i_6^* \end{bmatrix} + L_q \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sigma_{q6}}{1-\sigma_{q6}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_q \\ i_6^* \end{bmatrix} + L_q \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_q \\ i_6^* \end{bmatrix} + \dot{\phi} \begin{bmatrix} \Psi_d \\ 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Die voll besetzte 1-Matrix der Ströme stellt einen gemeinsame Knoten dar, d.h. alle Teilmaschen schließen sich über den Zweig $(1-\mu_d) \cdot L_d$ bzw. L_q . Dies liefert folgendes bekanntes Ersatzschaltbild:

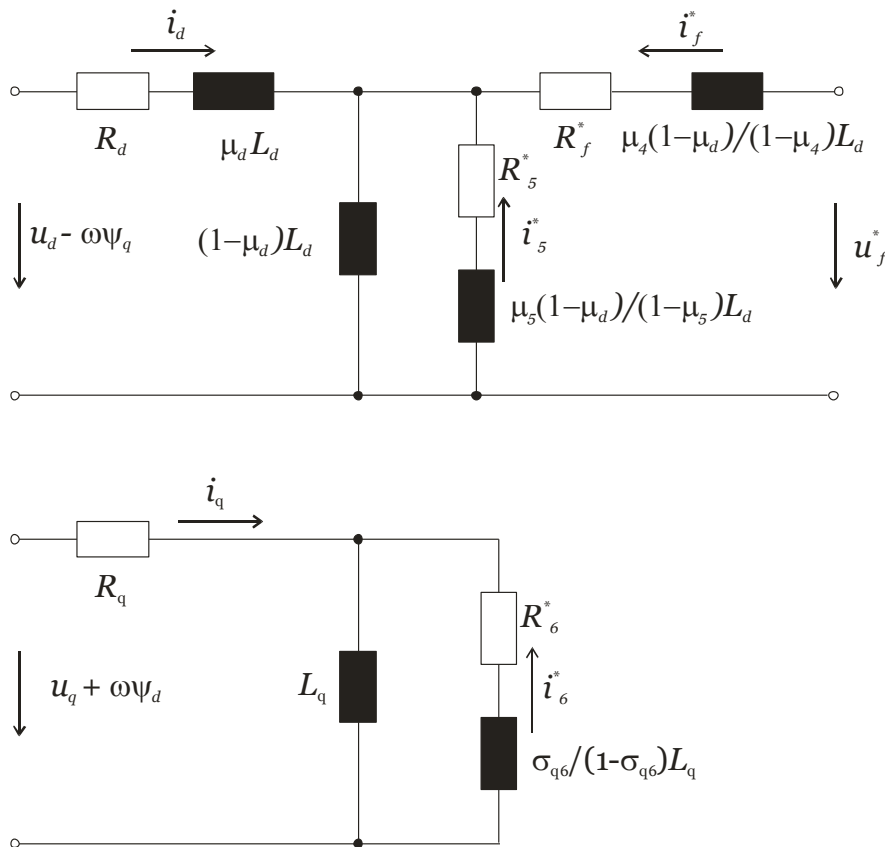


Abbildung 7-12: Ersatzschaltbild mit zusätzlichen Wicklungen im Rotor

Die transformierten *-Größen ergeben sich zu:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} u_d \\ u_f \\ u_5 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & & \\ & \mathcal{G}_f & \\ & & \mathcal{G}_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_d \\ u_f^* \\ u_5^* \end{bmatrix} \\
 \begin{bmatrix} u_q \\ u_6 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & \\ & \mathcal{G}_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_q \\ u_6^* \end{bmatrix} \\
 \begin{bmatrix} i_d \\ i_f \\ i_5 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1/\mathcal{G}_f & \\ & & 1/\mathcal{G}_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_f^* \\ i_5^* \end{bmatrix} \\
 \begin{bmatrix} i_q \\ i_6 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & \\ & 1/\mathcal{G}_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_q \\ i_6^* \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{7-10}$$

mit

$$\begin{aligned}
 \mathcal{G}_f &= \frac{M_{f5}}{M_{d5}} \\
 \mathcal{G}_5 &= \frac{M_{f5}}{M_{d4}} \\
 \mathcal{G}_6 &= \frac{\frac{3}{2} M_{q6}}{L_q}
 \end{aligned} \tag{7-11}$$

Die Koeffizienten lauten:

$$\begin{aligned}
 \mu_d &= 1 - \frac{\frac{3}{2} M_{df} \cdot \frac{3}{2} M_{d5}}{L_d \cdot \frac{3}{2} M_{f5}} \\
 \mu_f &= 1 - \frac{\frac{3}{2} M_{df} \cdot \frac{3}{2} M_{f5}}{L_f \cdot \frac{3}{2} M_{d5}} \\
 \mu_5 &= 1 - \frac{\frac{3}{2} M_{d5} \cdot \frac{3}{2} M_{f5}}{L_5 \cdot \frac{3}{2} M_{df}} \\
 \sigma_{q6} &= 1 - \frac{\left(\frac{3}{2} M_{q6}\right)^2}{L_q \cdot L_6}
 \end{aligned} \tag{7-12}$$

Meistens sind die Parameter des Park'schen Ersatzschaltbildes aus dem Datenblatt einer Maschine verfügbar. Es gilt daher nun zu prüfen, ob umgekehrt die Parameter des ursprünglichen Wicklungsmodells aus diesen Park'schen Ersatzschaltbildparametern gewonnen werden können, um ein Modell der

Synchronmaschine mit allgemeinem Differentialgleichungssystem (s. Kapitel 7.1.2) aufzubauen. Die Ausgangsgleichungen dazu lauten (abgeleitet aus dem Ersatzschaltbild aus Abbildung 7-12 und Gleichung (7-7)):

$$\begin{aligned}
 L_{\text{Hd}} &= \frac{\frac{3}{2} M_{\text{d4}}}{M_{45}} M_{\text{d5}} \\
 L_{\sigma} &= \frac{L_{\text{d}} M_{45} - \frac{3}{2} M_{\text{d4}} M_{\text{d5}}}{M_{45}} \\
 L_{\text{fd}} &= \left(\frac{L_4 M_{\text{d5}}}{M_{\text{d4}} M_{45}} - 1 \right) \cdot L_{\text{hd}} \\
 L_{\text{Dd}} &= \left(\frac{L_5 M_{\text{d4}}}{M_{45} M_{\text{d5}}} - 1 \right) \cdot L_{\text{hd}}
 \end{aligned} \tag{7-13}$$

Dies sind vier Gleichungen mit insgesamt sechs Unbekannten. Das Gleichungssystem (7-9) ist also nicht eindeutig umkehrbar. Dieses Problem wird bereits in [14] genannt. Dort wird ebenfalls die Herleitung der Park'schen Gleichungen aus dem sechs-Wicklungs-Modell vorgenommen. Es wird gezeigt, dass durch die Wahl der Normierung die Matrix der Eigen- und Koppelinduktivitäten nahezu beliebig gestaltet werden kann. Bei Symmetrierung bleiben schließlich noch zwei Freiheitsgrade, aus denen beliebig viele Bezugssysteme und somit Ersatzdarstellungen definiert werden können. Dies bedeutet, dass aus dem Park'schen Ersatzschaltbild die Wicklungsparameter nicht eindeutig abgeleitet werden können.

Nachdem nun erläutert wurde, wie die Parameter des Park'schen Ersatzschaltbildes gewonnen werden können, wird nachfolgend der asynchrone Hochlauf der Synchronmaschine berechnet. Die Zeitverläufe zeigt Abbildung 7-13, der spektrale Verlauf ist in Abbildung 7-14 zu sehen.

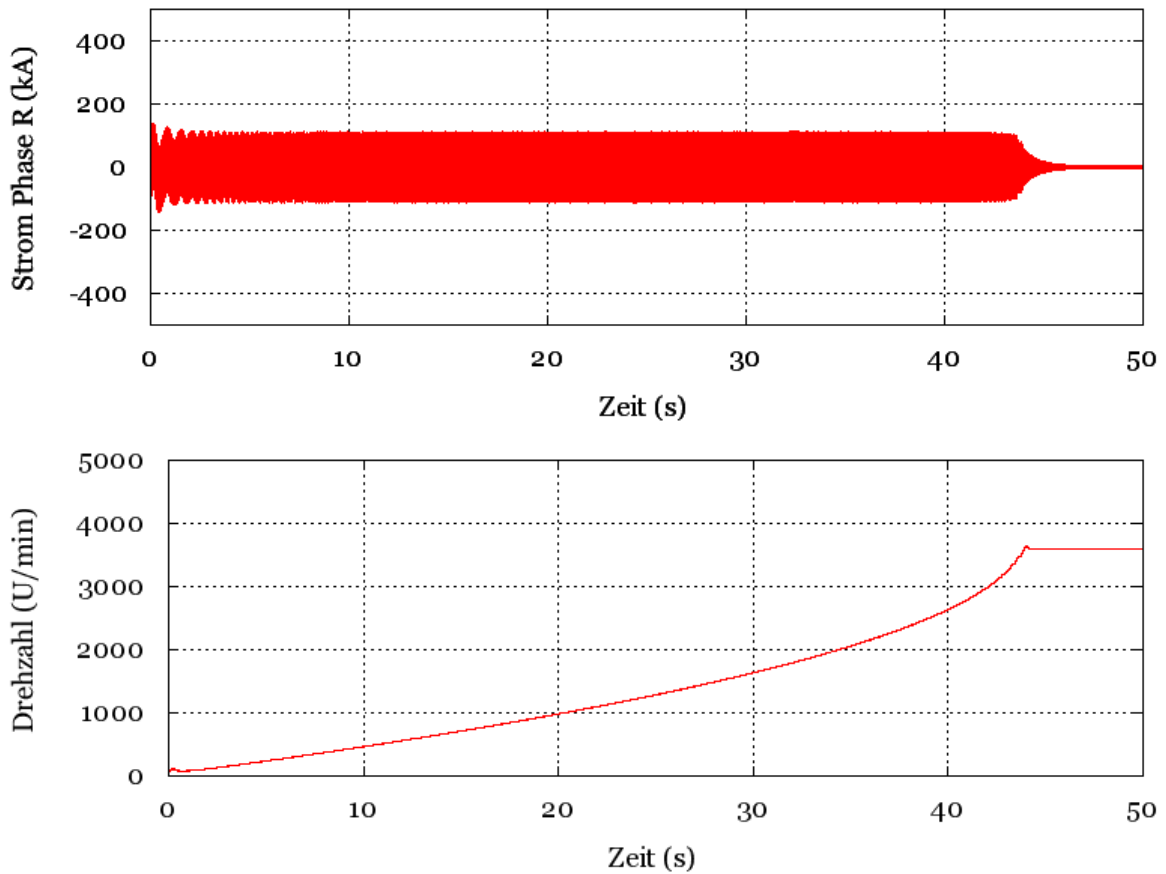


Abbildung 7-13: Strom der Phase R und Drehzahl während des Hochlaufs der Synchronmaschine über den Dämpferkäfig; Berechnung mit Park'schem Ersatzschaltbild

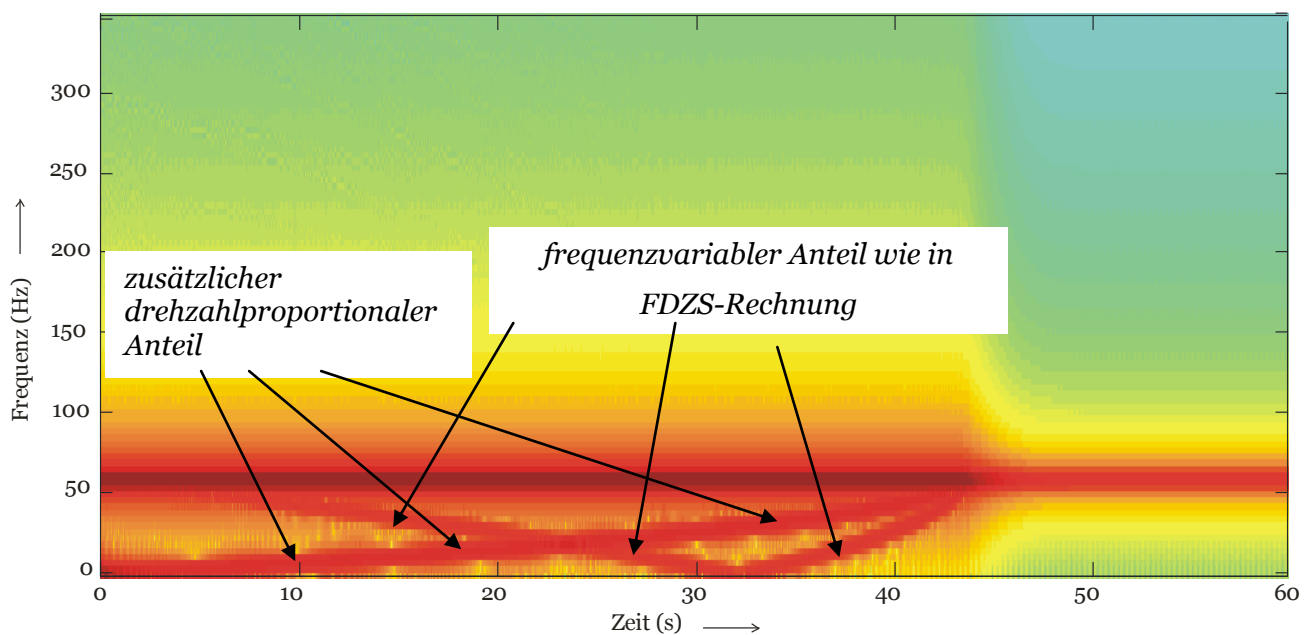


Abbildung 7-14: Frequenzverlauf des Stroms der Phase R während des Hochlaufs der unbeschädigten Synchronmaschine; Berechnung mit Park'schem Ersatzschaltbild

Es erscheint im Vergleich zur FDZS-Berechnung zusätzlich ein andauernder drehzahlproportionaler Frequenzanteil. Dieser wird gemäß Kapitel 6.2.4 durch einen Gleichanteil im Statorstrom verursacht. Im FDZS-Modell verschwindet dieser Anteil nach ca. 5 Sekunden (Abbildung 7-4). Im Park-Modell bleibt dieses Anteil nahezu konstant, ebenso im Modell mit allgemeinem Differentialgleichungssystem (Abbildung 7-10), was physikalisch nicht eindeutig begründbar ist, da der Statorstrom keinen Gleichanteil aufweist. Dies ist ein deutliches Zeichen dafür, dass das Park'sche Modell und das allgemeine Differentialgleichungsmodell an dieser Stelle eine Unzulänglichkeit aufweisen, auch wenn z.B. die grundsätzliche Eignung des Parkmodells für SSR Untersuchungen belegt wurde [42].

Die kürzere Anlaufzeit bei der Berechnung mit Finiten Differenzen lässt sich, da die Statorströme in allen Fällen gleich sind, durch einen erhöhten Rotorwiderstand im FDZS-Modell erklären. Physikalisch bedeutet dies, dass bei niedrigen Drehzahlen die hohen Rotorstromfrequenzen zur Stromverdrängung sowohl in den Keilen als auch im Rotoreisen führen. Dies entspricht einem erhöhten Rotorwiderstand, der wiederum ein erhöhtes elektrisches Moment und somit eine verringerte Anlaufzeit zur Folge hat. Dieser Effekt wird im Park'schen Ersatzschaltbild bzw. im allgemeinen Differentialgleichungsmodell nicht berücksichtigt, da der Dämpferwiderstand als konstant angenommen wird.

Eine Möglichkeit, den Hochlauf mit Park'schem Ersatzschaltbild genauer zu berechnen, wird in [40] gezeigt. Dort werden die zeitveränderlichen Rotorwiderstände mit Hilfe der numerischen Feldberechnung ermittelt und in das Ersatzschaltbild übertragen. Damit ist ein erhöhter Rechenaufwand verbunden, womit der Vorteil der einfacheren Berechnung deutlich verringert wird.

7.2 Torsionsschwingungen in einem parallel geschalteten Kraftwerksblock bei asynchronem Hochlauf

Der asynchrone Hochlauf des Synchrongenerators wurde im vorherigen Kapitel 7.1 auf drei unterschiedlichen Wegen berechnet. Grundsätzlich lässt sich feststellen, dass das numerische FDZS-Verfahren hier offensichtlich die besten Resultate (bei entsprechend höchstem Modellierungs- und Rechenaufwand) liefert. Jedoch

produzieren aller drei verfahren prinzipiell ähnliche Ergebnisse (mit Ausnahme eines drehzahlproportionalen Frequenzanteils im Strom, s. Abbildung 7-14 auf Seite 100).

Nun wird untersucht, inwiefern dieser Hochlauf und die daraus entstehenden Phasenströme mit frequenzvariablen Anteilen (s.a. Abbildung 7-4, Abbildung 7-10 und Abbildung 7-14) Rückwirkungen auf die Torsionsschwingungen im Generator eines parallel geschalteten Kraftwerkblocks haben.

Die Phasenströme des hochlaufenden Generators (aus jeweils jedem der drei Modelle) werden dazu an einem Knoten des Netzmodells eingepreßt, vergleichbar mit dem in Kapitel 6.4 dargestellten Verfahren. Der Wellenstrang des zu untersuchenden Generators wird mit einem optimierten reduzierten Masse-Feder-System nachgebildet. Das Netzmodell hat entsprechend folgenden Aufbau (Abbildung 7-15):

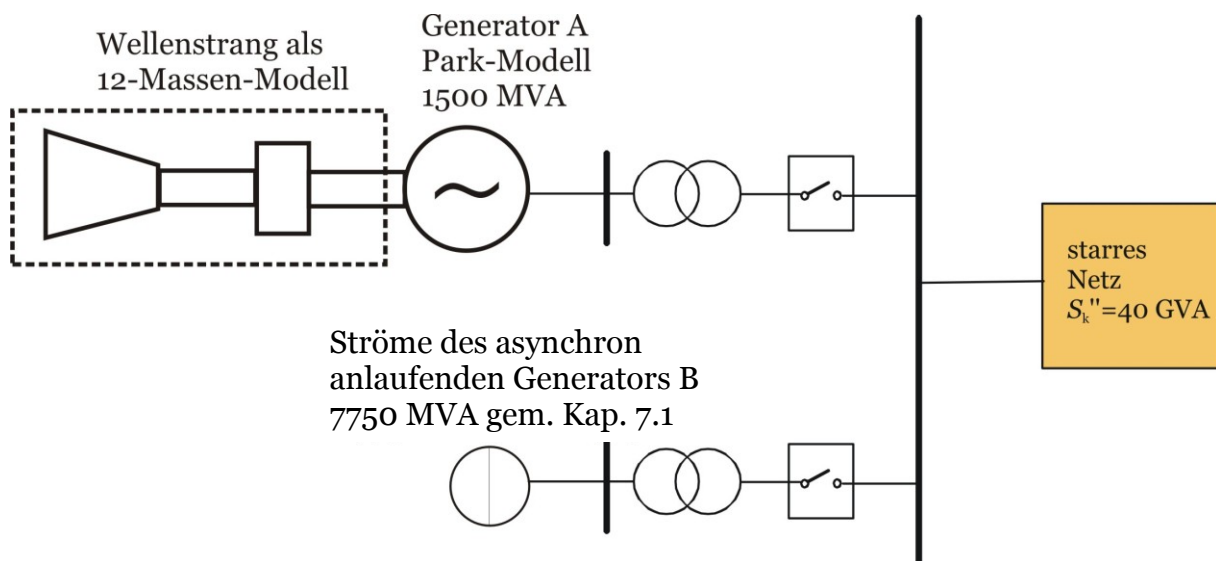


Abbildung 7-15: Netzmodell zur Berechnung der Torsionsanregung im Generator eines parallelen Kraftwerkblocks

Im Bereich bis 120 Hz besitzt der Wellenstrang des Generators A, an dem die Torsionsanregungen untersucht werden, die in Abbildung 7-16 gezeigten Eigenfrequenzen:

Mode	Eigenfrequenz
1.	4.3 Hz
2.	8.9 Hz
3.	12.2 Hz
4.	27.4 Hz
5.	49.9 Hz
6.	52.1 Hz
7.	53.8 Hz
8.	64.2 Hz
9.	67.9 Hz
10.	89.2 Hz

Abbildung 7-16: Torsionseigenfrequenzen des Beispielgenerators

Während des Hochlaufs ergeben sich die folgenden bezogenen Torsionsmomente im Bereich der turbinenseitigen Generatorkupplung für alle drei Generatormodelle:

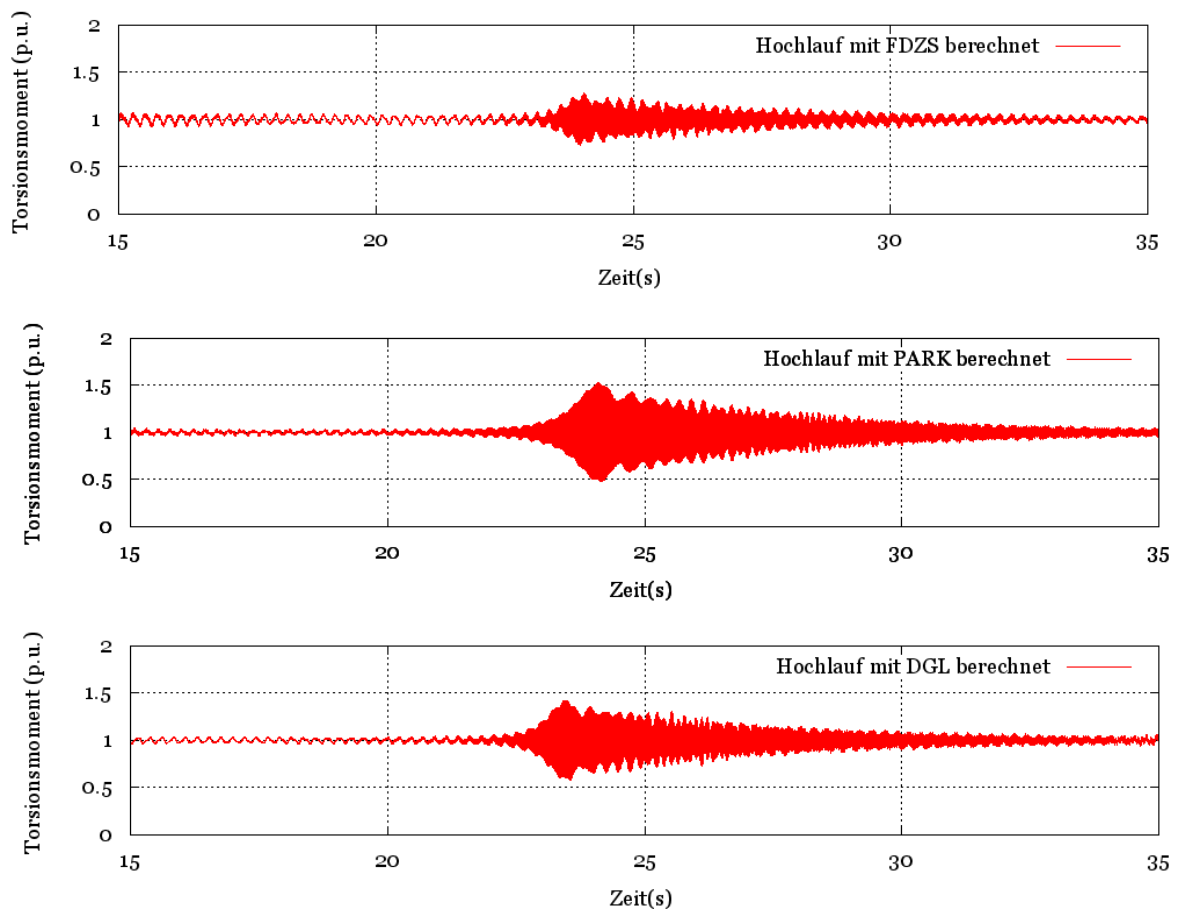


Abbildung 7-17: Torsionsmomente im Bereich der Generatorkupplung bei Berechnung des Hochlaufs mit drei unterschiedlichen Modellen (die Zeitachse wurde jeweils so verschoben, dass die Torsion zum jeweils gleichen Zeitpunkt auftritt)

Es ist zu erkennen, dass in allen drei Berechnungsverfahren beim Hochlauf des Generators eine Torsionsanregung im netzparallelen Generator erfolgt. Die Ausprägung ist allerdings jeweils unterschiedlich. Die Berechnung mit Park'schem Ersatzschaltbild liefert die höchste Torsionsanregung. Das FDZS-Modell liefert eine um ca. 50 % geringere Torsion.

Die Abbildung 7-18 zeigt jedoch, dass zum Zeitpunkt der Torsionsanregung (bei $t=23$ s) das elektrische Moment noch nicht deutlich erhöht ist. Die maximalen Amplituden des Moments liegen in allen drei Fällen unter 1.05 p.u.

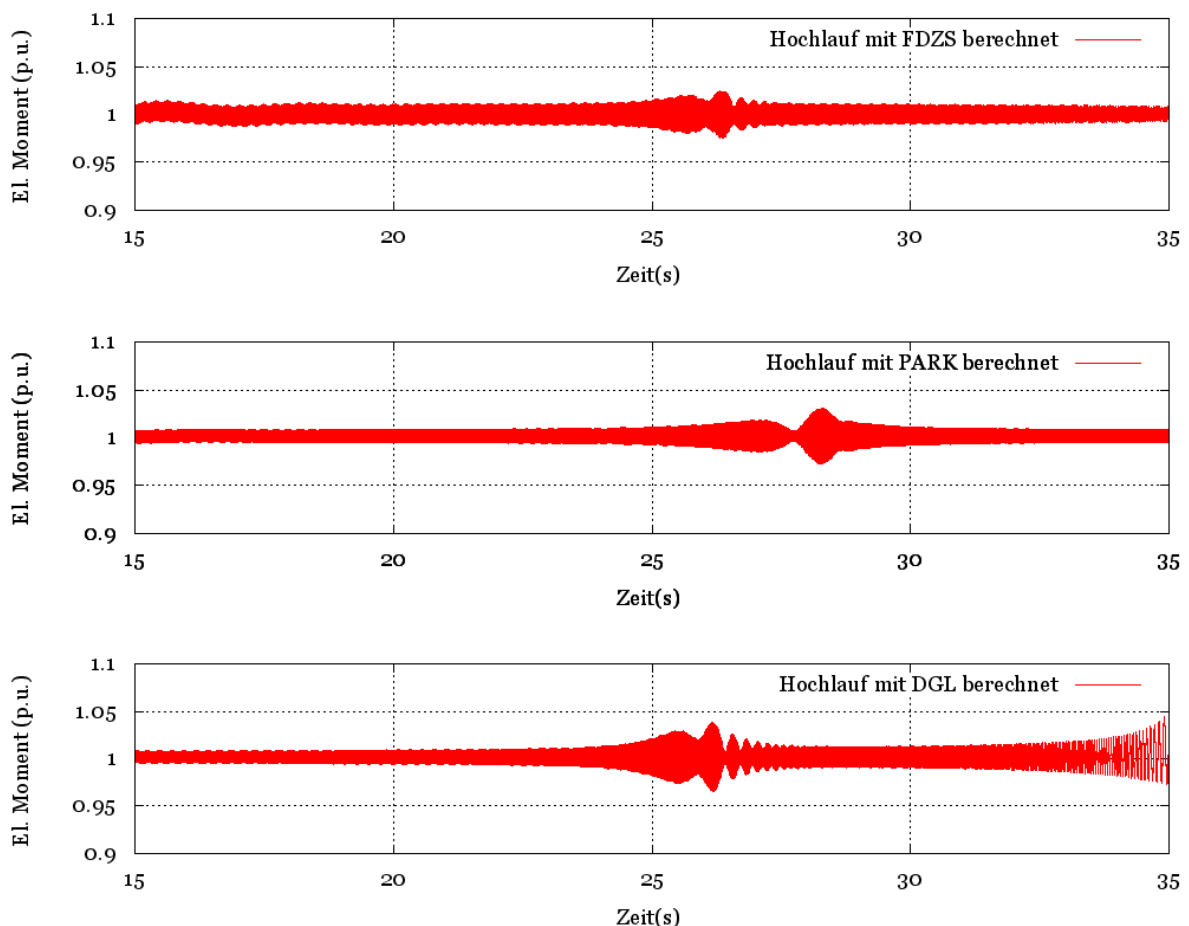


Abbildung 7-18: Elektrisches Moment bei Berechnung des Hochlaufs mit drei unterschiedlichen Modellen (die Zeitachse wurde jeweils so verschoben, dass die Torsion zum jeweils gleichen Zeitpunkt auftritt)

Um dieses Verhalten näher zu beleuchten, werden wiederum die zeitlichen Verläufe der Spektren der Torsionsmomente betrachtet. Abbildung 7-19 zeigt diesen Verlauf für das FDZS-Modell:

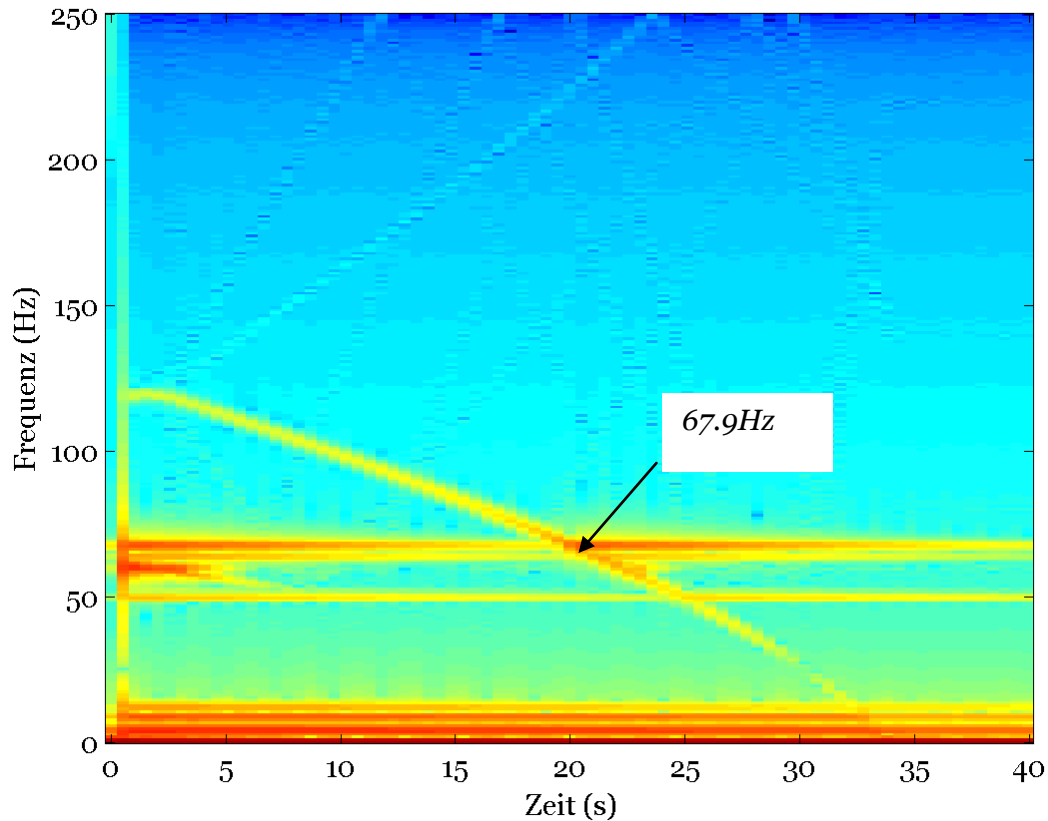


Abbildung 7-19: Zeitlicher Verlauf des Spektrums des Torsionsmoments bei Berechnung des Hochlaufs mit FDZS

Wie deutlich zu erkennen, dominiert der $2\omega-2\omega_m$ -Anteil im Spektrum (s. Tabelle 4). Dieser führt auch zur leichten Torsionsanregung der 9. Eigenfrequenz bei 67.9 Hz. Die 10. Eigenfrequenz bei 89.2 Hz wird nicht angeregt, was sich auch aus dem dazugehörigen Verlauf der Eigenform erkennen lässt (Abbildung 7-20). Entscheidend für die Anregbarkeit einer Eigenfrequenz ist die Fläche unter der Eigenform im Bereich des Generatorballens [7]. Dabei werden die Vorzeichen der Flächen berücksichtigt. Wie in Abbildung 7-20 zu erkennen ist, ist diese Fläche bei der neunten Eigenform (grün eingezeichnet) in der Summe positiv (d.h. diese Eigenform ist leicht anregbar), bei der zehnten Eigenform dagegen (grün und rot dargestellt) in der Summe fast null (d.h. diese Eigenform ist schwer anregbar).

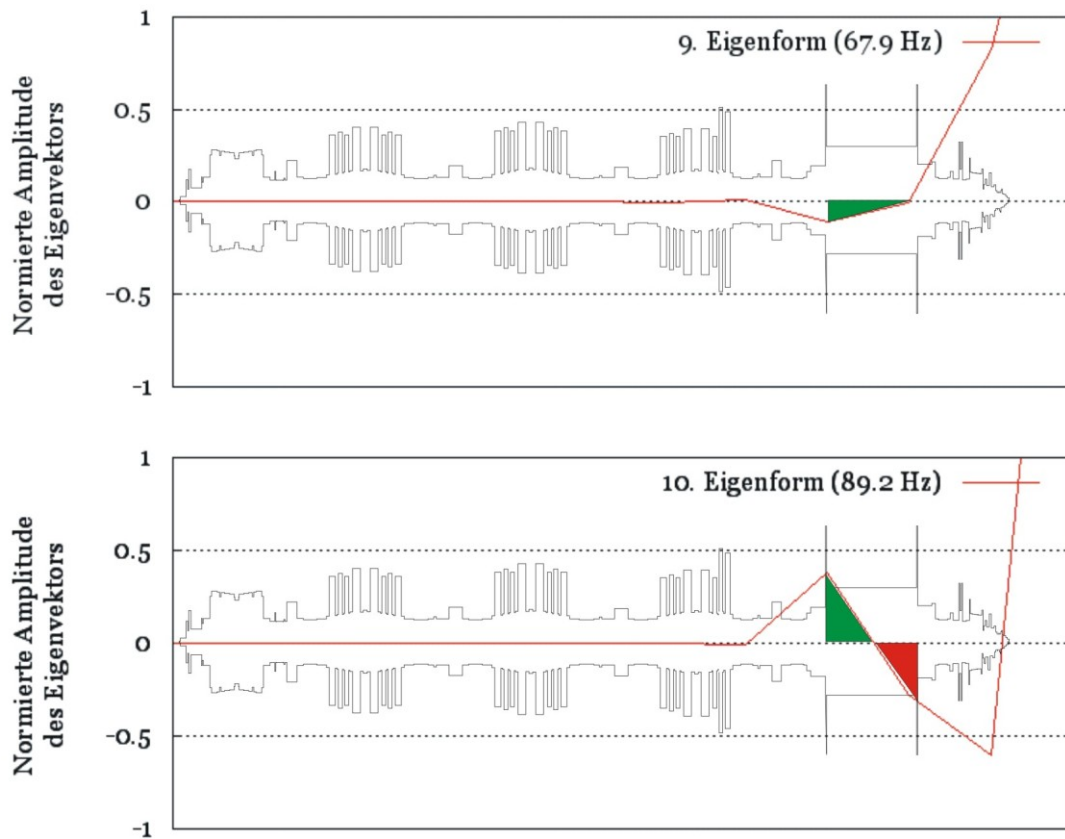


Abbildung 7-20: Eigenformen der 9. und 10. Eigenfrequenz

Der Zeitverlauf des Spektrums bei Modellierung mit allgemeinem Differentialgleichungssystem zeigt Abbildung 7-21. Es gelten qualitativ die gleichen Aussagen wie zuvor: Es dominiert der $2\omega-2\omega_m$ -Anteil im Spektrum und regt die 9. Eigenfrequenz an. Da der Hochlauf im Vergleich zum FDZS-Modell langsamer verläuft, findet die Anregung ca. 10 Sekunden später statt (in dieser Darstellung ist die Zeitachse nicht verschoben).

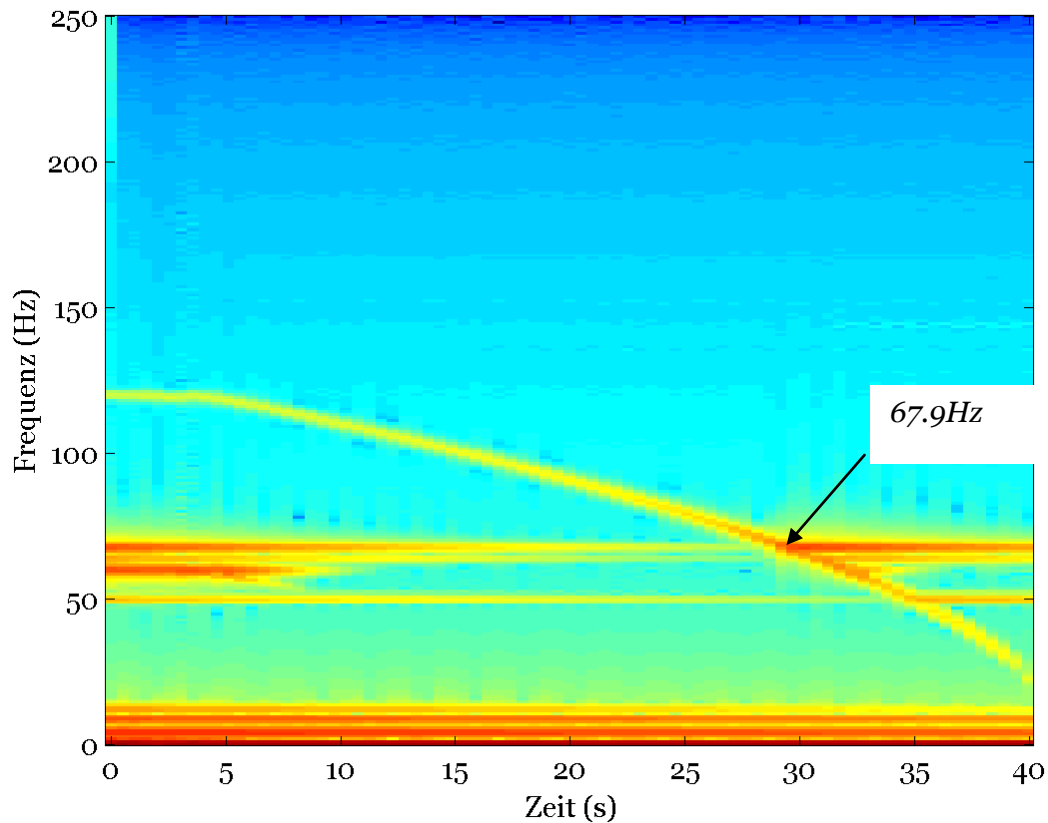


Abbildung 7-21: Zeitlicher Verlauf des Spektrums des Torsionsmoments bei Berechnung des Hochlaufs mit allgemeinem Differentialgleichungssystem

Abschließend zeigt die Abbildung 7-22 den spektralen Verlauf für das Park'sche Modell. Wie zu erkennen, wird auch hier die zweite Torsionsanregung durch den $2\omega - 2\omega_m$ -Anteil im Spektrum erzeugt. Der in Abbildung 7-14 zu sehende zusätzliche Stromanteil spielt hier offensichtlich keine Rolle. Jedoch findet hier eine deutliche Anregung der 6. Mode mit 52.1 Hz statt, was in den anderen beiden Modellen nicht der Fall ist. Dies folgt daraus, dass die Frequenzanteile zwar in allen drei Modellen gleich sind, die Amplituden der Ströme und der Wirkleistungen jedoch Unterschiede aufweisen.

Schließlich bleibt festzuhalten, dass:

- eine supersynchrone Torsionsanregung stattfindet
- diese zwar von kurzer Dauer ist, jedoch zu einer 50% Erhöhung des Torsionsmomentes führt

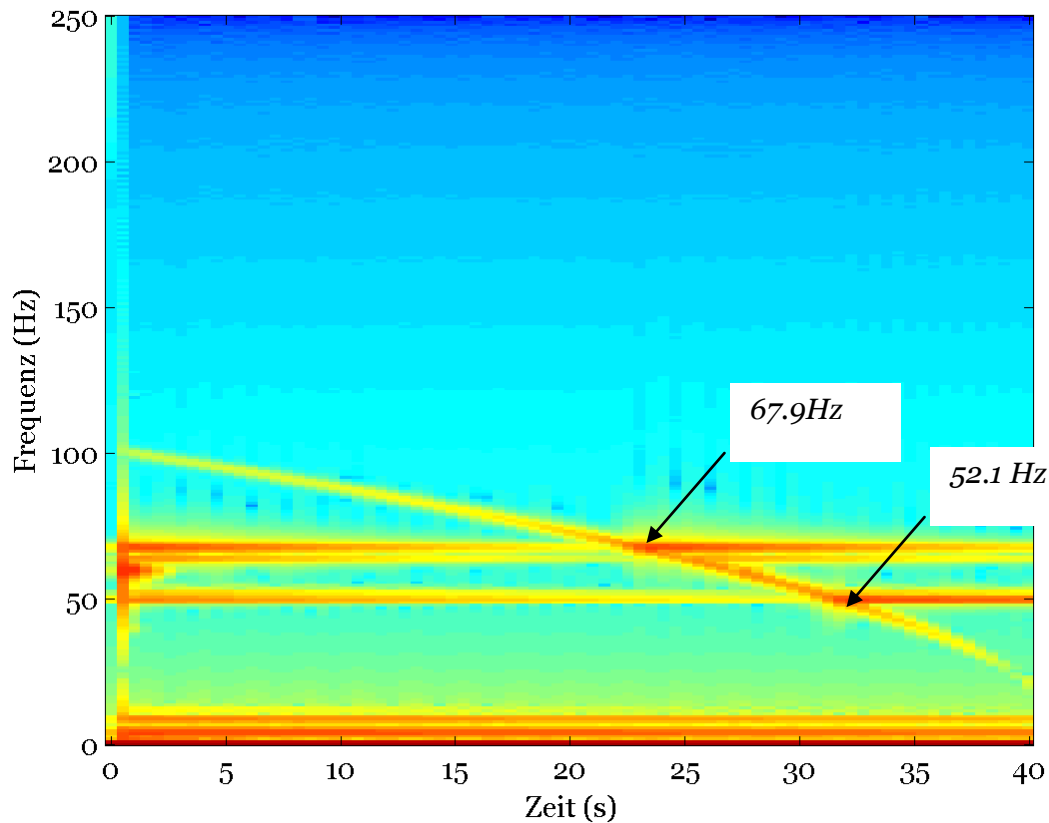


Abbildung 7-22: Zeitlicher Verlauf des Spektrums des Torsionsmoments bei Berechnung des Hochlaufs mit Park'schem Modell

7.3 Bewertung der Ergebnisse

Der Mechanismus der Torsionsanregung gilt auch für den hier gezeigten Fall des asynchronen Anlaufs einer netzparallelen Synchronmaschine. Dies wird durch alle drei gezeigten Berechnungsverfahren bestätigt. Die durch die d- und q-Achse beschriebene Rotorunsymmetrie reicht aus, um eine nachweisbare Torsionsanregung zu bewirken. Diese ist im gewählten Beispiel zwar von kurzer Dauer, führt jedoch bereits zu einer Erhöhung des Torsionsmoments um 50%. Zudem muss beachtet werden, dass bei geringeren Dämpfungen oder langsameren Hochfahrvorgängen die angeregten Oszillationen kritischer und ggf. gefährlicher werden.

8 Anregung von Torsionsschwingungen durch Umrichterantriebe

Bisher wurde dargelegt, dass durch die elektromechanische Kopplung bei Großantrieben eine potentielle Schadensgefahr durch asynchron laufende Drehfeldmaschinen besteht. Durch das Zusammenspiel zwischen dem elektrischen und dem mechanischen System kann der Wellenstrang eines Turbosatzes hoch beansprucht werden. Die Torsionsanregung kann sowohl im subsynchronen als auch im supersynchronen Frequenzbereich stattfinden und zur Schädigung führen.

Ein weiteres Beispiel eines bisher nicht dargelegten Anregungsmechanismus wird in diesem Kapitel aufgeführt. Dabei werden jedoch die Folgen der elektromechanischen Kopplung im regulären, ungestörten Betrieb analysiert.

8.1 Inselnetz mit Umrichterantrieben

Bedingt durch die aktuellen Fortschritte in der Entwicklung von Halbleitern und hier insbesondere in der Leistungserhöhung von schnellen abschaltbaren Leistungshalbleitern (z.B. IGBTs) haben heute geregelte Antriebe mit Frequenzumrichtern eine sehr weite Verbreitung gefunden. Als Motoren kommen dabei, aufgrund ihres robusten Aufbaus, häufig Asynchronmotoren mit Käfigläufern zum Einsatz. Die Umrichter mit Zwischenkreis fahren die Motoren hochdynamisch und erzeugen daher auf der Netzseite eine pulsierende Wirkleistungsrückwirkung, deren Frequenz, je nach Prozess und Betriebszustand, variabel sein kann. Ein Beispiel für die Auswirkungen auf einen Turbosatz ist in [9] beschrieben.

In industriellen Inselnetzen findet man inzwischen häufig die Situation vor, dass eine kleine Anzahl von parallelen Synchrongeneratoren eine Vielzahl von umrichtergetriebenen Asynchronmotoren speisen. Für den Fall, dass jeder Umrichter unterschiedlich gefahren wird, kann durch die überlagerten NetZRückwirkung eine Schar von Frequenzen auf die Generatoren wirken. Hier besteht nicht mehr das Problem der kurzzeitigen Resonanz, sondern es muss die Frage geklärt werden, ob der Wellenstrang die dauerhafte Anregung in Resonanznähe oder sogar in Resonanz

ohne negative Folgen ertragen kann. Ein entsprechendes Beispiel wird nachfolgend untersucht.

8.1.1 Inselnetz mit Umrichterantrieben

Eine mögliche Netzkonfiguration mit mehreren umrichtergespeisten Asynchronmaschinen im Inselnetz ist in der folgenden Abbildung 8-1 gezeigt:

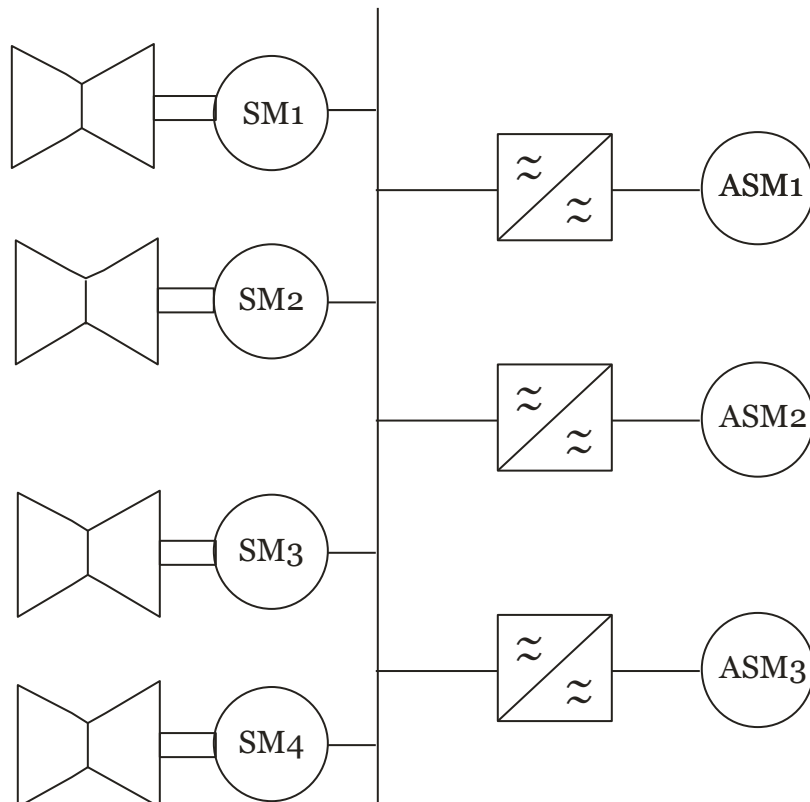


Abbildung 8-1: Inselnetz mit Generatoren und umrichtergetriebenen Asynchronmotoren

Das Inselnetz besteht aus vier Generatoren und drei Umrichterantrieben. Die Stränge der Synchrongeneratoren SM1 und SM2 besitzen einen etwas anderen Aufbau als die Stränge der Generatoren SM3 und SM4.

Die Analyse der Rückwirkung der Umrichterantriebe auf die Generatoren erfolgt in diesem Fall in zwei Schritten:

1. Berechnung der Torsionsschwingungen für bestimmte Betriebszustände der Frequenzumrichter

2. Bestimmung der Resonanzkurve der Wellenstränge zur Bestimmung der Resonanzanregbarkeit

Für die Berechnungen zu Punkt 1. ist ein optimiertes reduziertes Masse–Feder-Modell des Wellenstrangs der Synchrongeneratoren notwendig. Nur durch die Berücksichtigung des Torsionsmodells in der Netzberechnung ist sichergestellt, dass eventuelle Resonanzerscheinungen korrekt erfasst und sich im Torsionsmoment widerspiegeln.

(Die notwendigen Frequenzrichtermodelle mit einer detaillierten Nachbildung der leistungselektronischen Komponenten inklusive dynamischer Regelung waren nicht Bestandteil dieser Arbeit. Die sich aus dem Betrieb der Umrichter ergebenden Luftspaltmomente der Synchrongeneratoren wurden freundlicher Weise von dritter Seite zur Verfügung gestellt.)

Die Modellreduktion der Stränge wurde mit dem im Kapitel 3.4 vorgestellten Optimierungsverfahren auf Basis der Evolutionären Algorithmen durchgeführt. Für die Stränge ergeben sich jeweils die folgenden Resultate (Abbildung 8-2):

Ergebnisse Torsionsmodellreduktion SM1 und SM2			Ergebnisse Torsionsmodellreduktion SM3 und SM4		
Mode	Eigenfrequenzen Finite-Elemente- Modell	Eigenfrequenzen reduziertes Masse-Feder- Modell	Mode	Eigenfrequenzen Finite-Elemente- Modell	Eigenfrequenzen reduziertes Masse-Feder- Modell
1.	9.7Hz	9.7 Hz	1.	14.8 Hz	14.8 Hz
2.	106.1 Hz	106.2 Hz	2.	40.1 Hz	40.1 Hz
3.	155.7 Hz	155.9 Hz	3.	110.0 Hz	110.1 Hz
			4.	193.7 Hz	193.6 Hz

Abbildung 8-2: Ergebnisse der Torsionsmodellreduktion

Mit diesen Modellen wurden unterschiedliche Betriebsfälle berechnet. Diese unterscheiden sich durch die Anzahl der betriebenen Umrichtermotoren sowie durch die Betriebsfahrweisen der Motoren und durch die Lastzustände der Generatoren.

Es zeigt sich, dass die Wellentorsion in sehr vielen Fällen angeregt werden kann. Das folgende Beispiel (Abbildung 8-3) zeigt einen Fall, in dem sich der Generator SM1 im 80%igen Teillastbetrieb befindet:

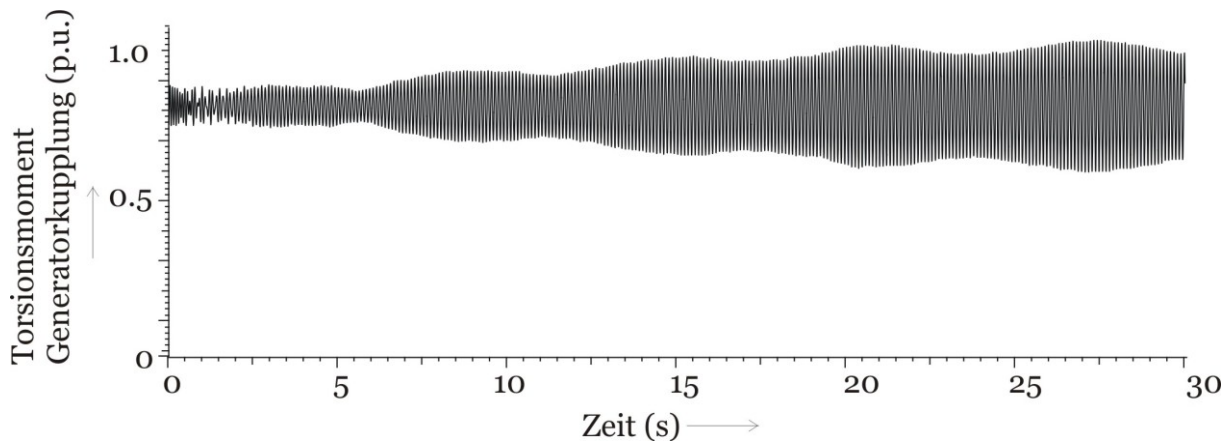


Abbildung 8-3: Mögliche Torsionsschwingung am Wellenstrang des Synchrongenerators SM1 durch Umrichterantriebe

Die Analyse des Frequenzspektrums des elektrischen Moments zeigt deutlich die Anregung:

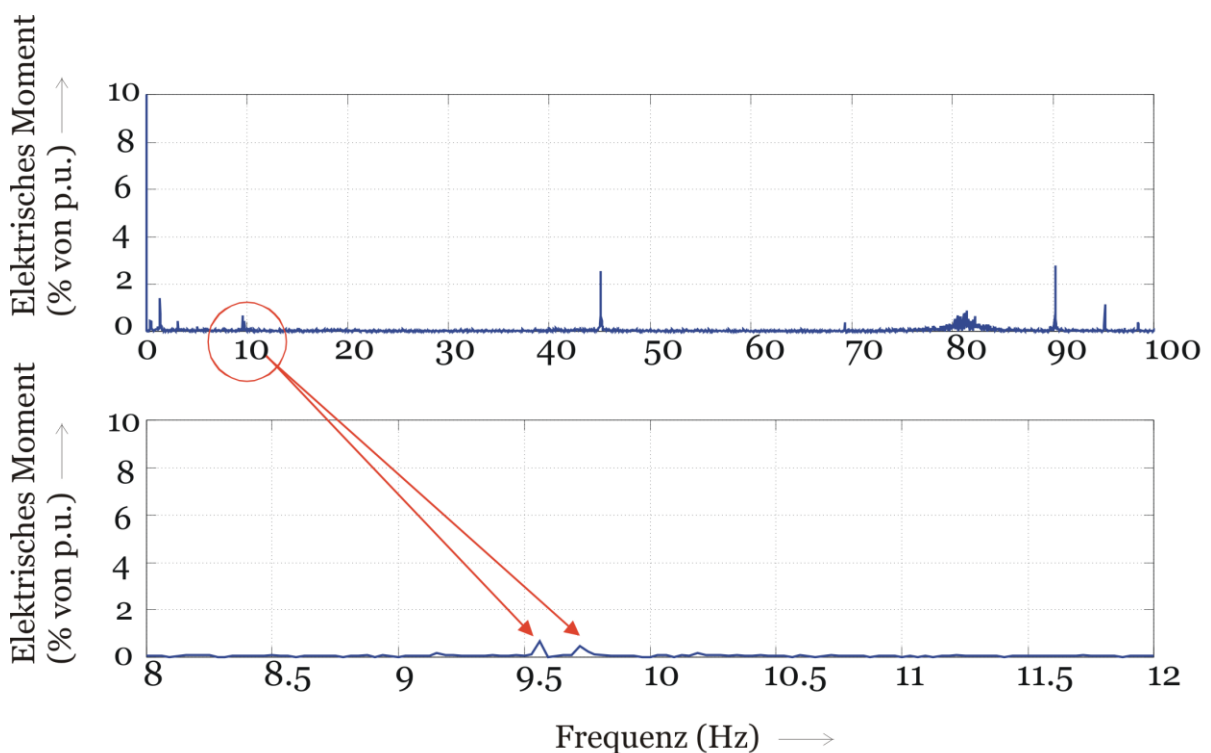


Abbildung 8-4: Frequenzspektrum des elektrischen Moments bei Resonanzanregung SM1

Die beiden Frequenzanteile im Bereich zwischen 9 Hz und 10 Hz ergeben sich zu:

erste Spitze: 9.55 Hz mit $M_{el} = 0.7 \cdot 10^{-3}$ p.u.

zweite Spitze: 9.65 Hz mit $M_{el} = 0.5 \cdot 10^{-3}$ p.u.

Beide Spitzen liegen in unmittelbarer Nähe zur ersten Torsionseigenfrequenz des Wellenstranges von $f_{SM1} = 9.7$ Hz. Trotz der sehr geringen Anregungsamplituden der elektrischen Momente erfolgt eine sehr deutliche Torsionsanregung (nach 25 Sekunden um ca. ± 0.25 p.u.). In diesem Fall fahren die Generatoren bei 80 % Nennwirkleistung. Daher sind die absoluten Momente so gering, dass keine Überbeanspruchung in diesem Wellenbereich stattfindet. Die Torsionsmomente führen zu keinen Wellenermüdungen.

Eine Aussage über die Empfindlichkeit des Wellenstrangs auf Anregungen nahe einer Eigenfrequenz liefert die Resonanzkurve. Dabei wird der Strang im Bereich der interessierenden Eigenfrequenz in einem Frequenzband von z.B. ± 3 Hz in 0.1 Hz Schritten für jeweils 20 Sekunden sinusförmig mit jeweils gleichem und konstantem Moment über den Generatorballen angeregt. Die sich einstellenden maximalen Torsionsmomente werden über der Frequenz der Anregung aufgetragen. Für den hier betrachteten Strang ergibt sich für die erste Eigenfrequenz bei Anregung mit 1% des Nennmoments eine Darstellung nach Abbildung 8-5. Die Anregungen aus Abbildung 8-4 sind dort ebenfalls eingetragen.

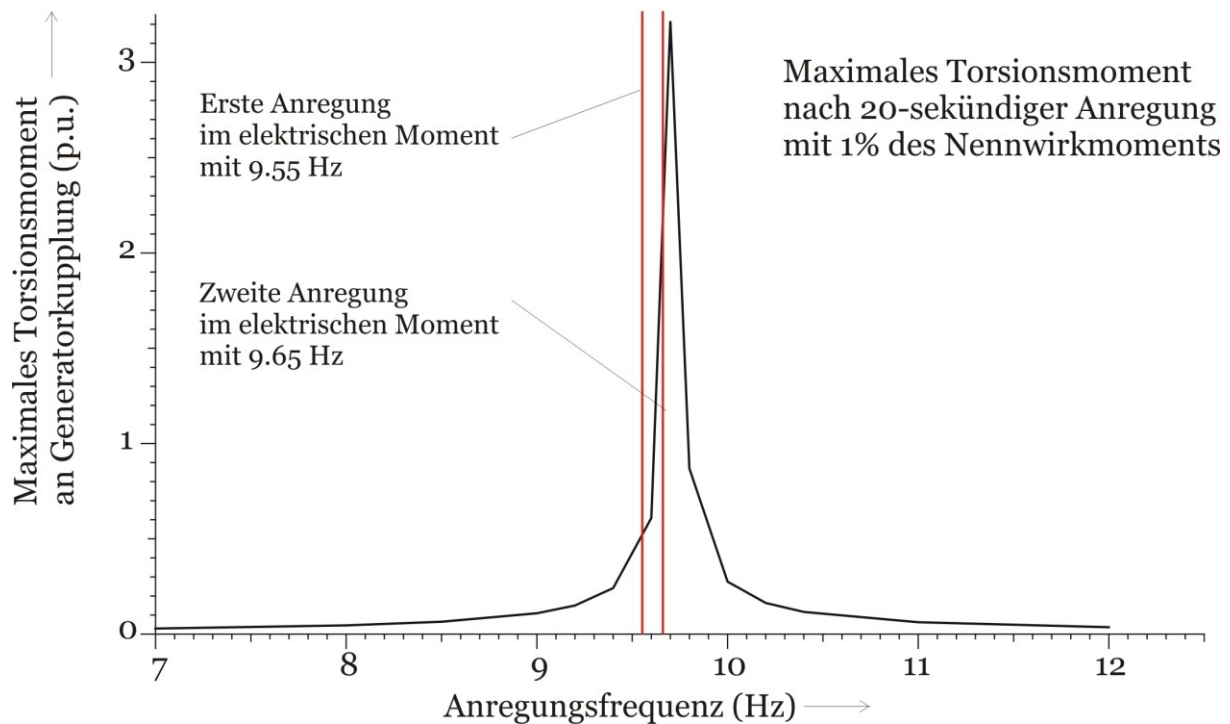


Abbildung 8-5: Resonanzkurve des Strangs des Generators SM1 im Bereich der ersten Torsionseigenfrequenz

Es zeigt sich, dass der Strang auf diese Anregung sehr empfindlich reagiert. Insbesondere die Anregung mit 9.65 Hz führt zu einer deutlichen Resonanz.

Dieses hier beschriebene Verhalten im Betrieb wurde in weiteren anderen Arbeitspunkten der Umrichter und der Synchrongeneratoren gefunden. Dabei hängt die Stärke der Anregung und die maximal erreichte Torsionsamplitude von der Nähe der Anregung zur Torsionseigenfrequenz (s.a. Resonanzkurve in Abbildung 8-5), von der anregenden Amplitude, von der Verweildauer in der Anregung und von der mechanischen Dämpfung ab (s.a. Abbildung 8-6). Da gerade im letzten Punkt stets eine gewisse Unsicherheit herrscht [7, 17], sind Vorausberechnungen möglichst durch Messungen an der Anlage und ggf. durch Schutzeinrichtungen abzusichern.

Mögliche Schutzkonzepte für eine solche Netzkonfiguration können daher sein:

- Eine Torsionsüberwachung mittels berührungslosem Torsionssensor (s. Kapitel 12). Bei Erkennung eines überkritischen Torsionsanstieges wird die Maschine sofort vom Netz getrennt.

- Eine Einschränkung der Betriebsweise bzw. der Fahrbereiche der Umrichter motoren, um eine dauerhafte Anregung von Resonanzfrequenzen zu vermeiden.
- Falls eine Einschränkung der Fahrweise nicht möglich ist, so muss die Frage geklärt werden, ob eine dauerhafte oder zeitlich begrenzte Anregung in Nähe der Eigenfrequenz erlaubt ist. Dies widerspricht natürlich dem bisherigem Paradigma, wonach stets ein Mindestabstand zur Torsionseigenfrequenz einzuhalten ist.

8.2 Kraftwerk im Verbundnetz mit generatornaher Umrichteranlage

Eine weitere Möglichkeit der Torsionsanregung im regulären Betrieb ergibt sich durch leistungsstarke Umrichteranlagen, wie sie z.B. in großen Forschungsanlagen eingesetzt werden. Dort kann es zu einer pulsierenden Leistungsschwankung mit Rückspeisung in das lokale Transportnetz kommen. Diese Leistungspulse können auf in der Nähe befindliche Turbogeneratoren einwirken und dort Torsionsschwingungen anregen. Eine solche Konstellation wird nun analysiert.

Es wird angenommen, dass die Umrichteranlage ca. 3% der Generatorleistung aufnimmt. Die maximal auftretenden Torsionsmomente hängen dann wiederum stark von der Frequenz der Pulse, von der Dauer der Anregung und besonders von der bei der Torsionsberechnung zugrunde gelegten Dämpfung ab. Üblicherweise werden hier konservative Werte aus [7] übernommen. Für das vorliegende Beispiel ist für diesen Fall selbst bei Übereinstimmung von Pulsfrequenz und erster Torsionseigenfrequenz die Resonanzanregung sehr gering. Ein Anstieg in den Oszillationen ist nur dann deutlich zu erkennen, wenn eine Dämpfung von 10 % der konservativen Werte aus [7] zugrunde gelegt wird (Abbildung 8-6).

In dieser Konstellation ist die Gefahr der Torsionsanregung also geringer als in den vorherigen Beispielen. Es zeigt sich zudem erneut die hohe Bedeutung der Dämpfung für die Beurteilung der Torsionen, so dass hier Anstrengungen unternommen werden sollten, die tatsächlichen Torsionsdämpfungen an realen Anlagen zu messen.

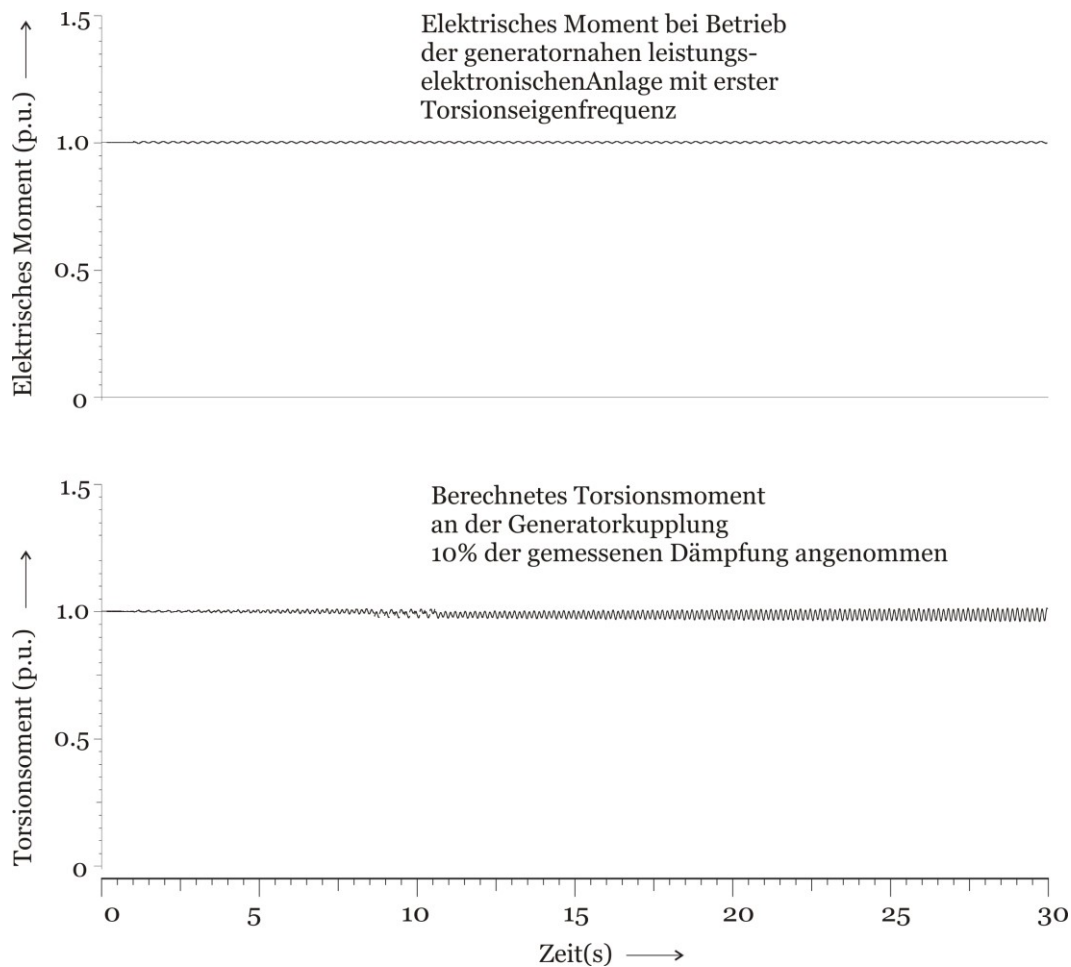


Abbildung 8-6: Berechnete Torsionsmomente bei Anregung der ersten Torsionseigenfrequenz

8.3 Bewertung der Ergebnisse

Der vermehrte Einsatz leistungselektronischer Anlagen bleibt nicht ohne Auswirkung auf die Wellenstränge der Turbogeneratoren. Zukünftig sollte die Berechnung der Torsionsanregungen durch Umrichterantriebe und leistungselektronische Anlagen jeglicher Art in die Auslegungen und Schutzkonzepte einfließen.

Weiterhin muss dringend die Frage geklärt werden, welche dauerhafte Anregung in der Nähe von Torsionseigenfrequenzen zugelassen werden dürfen. Die bisherige Regel eines Mindestfrequenzabstandes von z.B. ± 5 Hz ist für diese Fälle nicht einzuhalten. Wie es sich zeigt, ist dies aber auch nicht in jedem Fall zwingend erforderlich. Schließlich sollten die Torsionsdämpfungen an verschiedenen realen Anlagen gemessen werden, um hier eine erhöhte Sicherheit in der Vorausberechnung zu erzielen.

9 Klassische Subsynchronen Resonanzen

Die bisherigen Beispiele für elektromechanische Kopplung und ihre Auswirkungen auf Antriebe waren derart, dass eine Anregung von Torsionsschwingungen aus dem Netz erfolgte. Die Wirkrichtung war einseitig. Es erfolgte keine Rückwirkung des angeregten Systems, d.h. des oszillierenden Wellenstrangs, auf die Anregung.

9.1 Bedeutung der Subsynchronen Resonanzen

Bei der klassischen Subsynchronen Resonanz (SSR) ist die Situation anders als bisher geschildert. Die SSR ist das Resultat eines oszillierenden Energieaustausches zwischen dem Wellenstrang und dem Netz mit längskompensierten Übertragungsleitungen. Typischerweise tritt sie in Systemen mit langen Transportleitungen ($l > 100\text{km}$) auf. Betroffen sind davon Länder wie die USA, Südamerika oder Nordskandinavien. Durch die wechselseitige Beeinflussung beider Systeme kann, je nach Parametern, die Gesamtdämpfung negativ werden. In diesem Fall können im Wellenstrang innerhalb kürzester Zeit (wenige Sekunden) gefährlich hohe Torsionsmomente entstehen. Die Anregung kann durch Netzschalthandlungen oder durch Netzfehler geschehen (s. Abbildung 9-1).

Erstmals kam es im Jahre 1971 im Kraftwerk Mohave (USA) zu einem schweren Störfall durch SSR, in dessen Folge zwei Wellen brachen. Um das Phänomen zu untersuchen, besser zu verstehen und geeignete Schutzmaßnahmen zu definieren, wurden in den USA im Jahre 1974 innerhalb des Institutes of Electrical and Electronic Engineers (IEEE) Arbeitsgruppen mit den Themenschwerpunkten "Subsynchronen Resonanzen" und "Effect of High Speed Switching" ins Leben gerufen.

Im europäischen Raum konzentrierten sich die Aktivitäten in verschiedenen Arbeitskomitees der Conférence Internationale des Grands Réseaux Électriques (CIGRE) und in der Sektion V der Association des Ingenieurs Electriciens Sortis de l'Institut Montefiore (A.I.M.) [6].

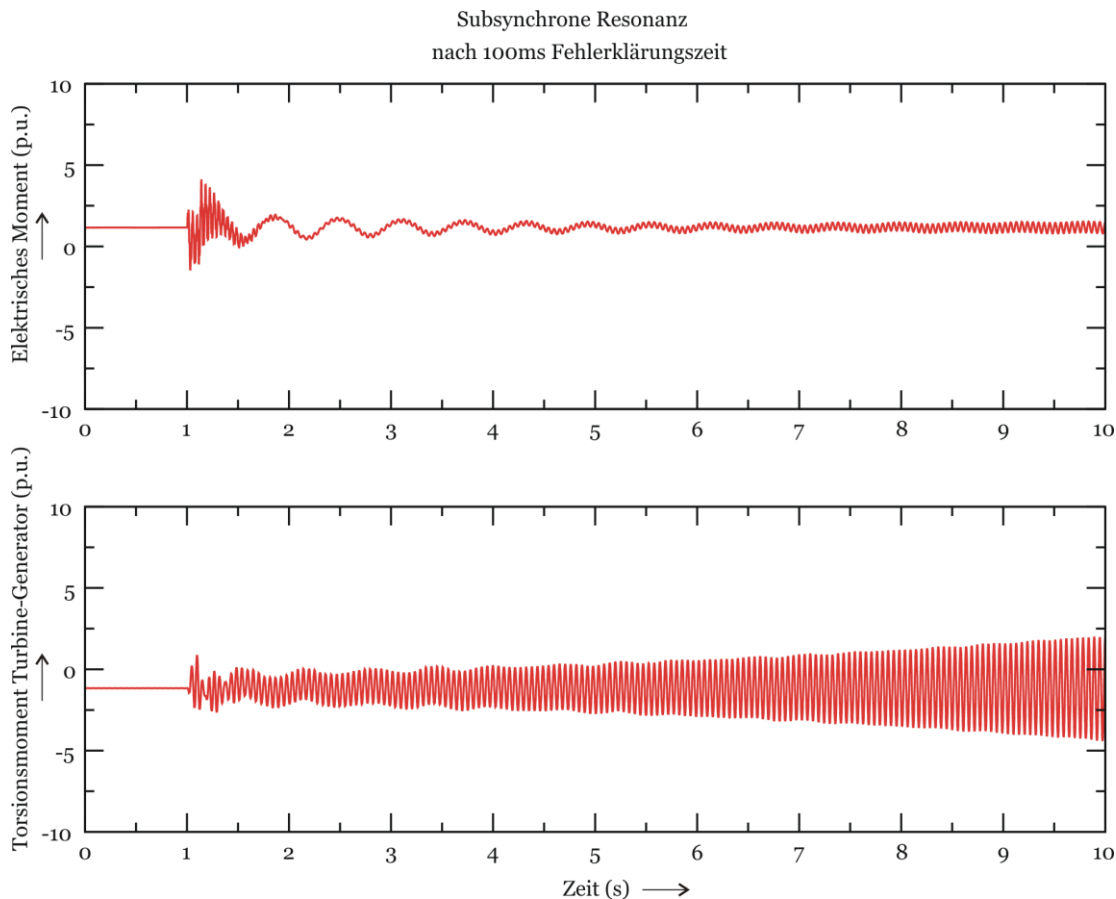


Abbildung 9-1: Verlauf einer klassischen SSR, ausgelöst durch einen dreipoligen Netzfehler [42]

Die damaligen Untersuchungen waren breit gestreut:

- Die theoretischen Arbeiten hatten die Verbesserung der Berechnungsmodelle und der Rechenverfahren zum Ziel, insbesondere die Entwicklung neuer Ersatzschaltbilder für den Generator, die verfeinerte Nachbildung des Wellenstranges unter Einbeziehung der Dämpfung und die Modellierung von Mehrmaschinen-Netzen.
- Auf der messtechnischen Seite galten die Aktivitäten der Erfassung der nichtlinearen Werkstoffdämpfung und der Bestimmung der Zeitfestigkeit der Wellenwerkstoffe.
- Zur Sicherung des Netzbetriebes wurden neue Schutzkonzepte und Schutzgeräte entwickelt. Die Registrierung der Störfallabläufe in Kraftwerken wurde intensiviert.

Heute werden SSR-Analysen (bezüglich der hier besprochenen klassischen SSR) üblicherweise bereits im Vorfeld der Kraftwerksplanung durchgeführt. Über die unterschiedlichen Mechanismen wird z.B. in [42] berichtet.

10 Analyse der Beanspruchungen und Wellenermüdungen

In den bisherigen Betrachtungen stand das durch die elektromechanische Kopplung angeregte Torsionsmoment im Wellenstrang und dessen zeitlicher Verlauf im Vordergrund. Ein entscheidender Punkt für die Bewertung des Moments ist die Kenntnis des maximal zulässigen Moments.

Durch die torsionale Verdrehung entsteht eine Spannung im Material. Aus der Kenntnis des auftretenden maximalen Moments M_{\max} kann die maximal auftretende Schubspannung τ_{\max} berechnet werden:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_T} \quad (10-1)$$

Dabei ist W_T das Widerstandsmoment entsprechend dem polaren Widerstandsmoment mit

$$W_T = \frac{\pi \cdot d^3}{16} \quad (10-2)$$

bei einem Wellendurchmesser d des entsprechenden Vollwellenabschnitts. Die maximale Torsionsspannung τ_{\max} tritt dabei an der Oberfläche der Welle auf.

Während des Betriebs darf die maximale Materialspannung die maximal zulässige Torsionsspannung bzw. Torsionsbruchspannung τ_B nicht überschreiten:

$$\tau_{\max} < \tau_B \quad (10-3)$$

Die Torsionsbruchspannung τ_B kann aus Messungen gewonnen werden. Daraus ergibt sich der empirische Zusammenhang zwischen der Zugfestigkeit R_M und der Torsionsbruchspannung τ_B [7]:

$$\tau_B = 0.7 \cdot R_M \quad (10-4)$$

Bei konservativer Betrachtung kann aus analytischen Überlegungen folgender Zusammenhang hergestellt werden:

$$\tau_B = \frac{R_M}{\sqrt{3}} \quad (10-5)$$

Für einige Werkstoffe sind die Werte in der folgenden Abbildung 10-1 gegenüber gestellt [24]:

Torsionsbruchgrenzen für unterschiedliche Materialien				
Werkstoff	R_M (MPa)	$R_{p0.2}$ (MPa)	$\tau_B = 0.7 \cdot R_M$ (MPa)	$\tau_B = \frac{R_M}{\sqrt{3}}$ (MPa)
Ck 35	650	420	455	375
Ck 45	750	480	525	433
40 Mn 4	900	650	630	520
34 Cr 4 34 Cr Mo 4	1000	800	700	577
42 CrMo 4 36 CrNiMo 4	1100	900	770	635
50 CrV 4	1200	1000	840	577

Abbildung 10-1: Torsionsbruchfestigkeiten unterschiedlicher Materialien

10.1 Elektromagnetische Momente bei Störfällen

Die Auswirkung der elektromechanischen Kopplung zeigt sich nicht nur in den bisher vorgestellten Fällen aus den Kapiteln 6 - 8. Auch bei elektrischen Störfällen im Netz kommt es durch transiente (und meistens unsymmetrische) Ausgleichsströme zu Torsionsanregungen, die mitunter den Wellenstrang gefährden können. Nachfolgend ist daher eine kurze Übersicht gezeigt.

10.1.1 Netzmodell

Üblicherweise werden bei der Auslegung von Generatoren die zeitlichen Verläufe für einen bestehenden Standardkatalog von elektrischen Störfällen berechnet [7]:

- 2poliger Klemmenkurzschluss
- 3poliger Klemmenkurzschluss
- Fehlsynchronisationen zwischen 90 Grad und 135 Grad
- Generatorsnahe 3polige Kurzschlussabschaltung mit Fehlerklärungszeiten von 80 ms bis 300 ms

Die Berechnungen der elektrischen Momente erfolgt dabei auf Basis einer vereinfachten Netzstruktur gemäß folgender Darstellung (Abbildung 10-2 [7, 17]):

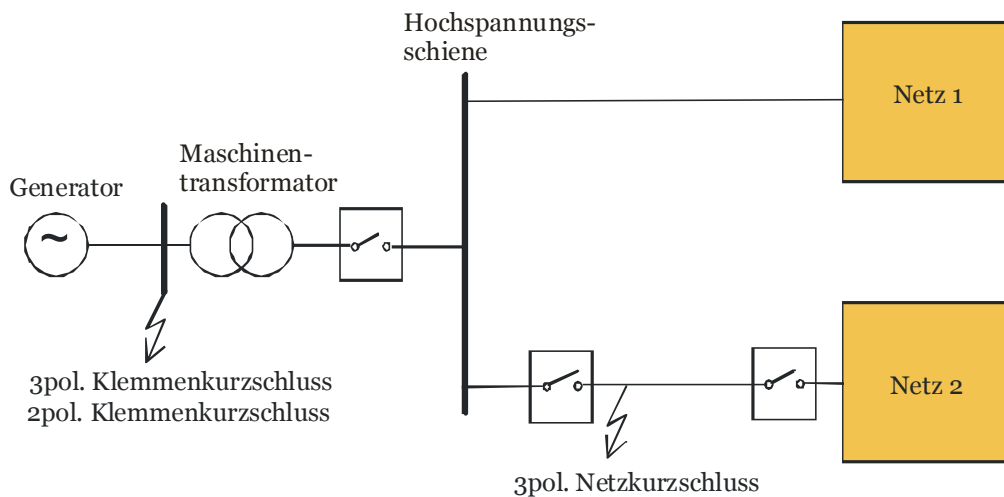


Abbildung 10-2: Vereinfachte Netzstruktur zur Berechnung elektrischer Momente bei Störfällen

Die einzelnen Komponenten werden durch folgende Größen beschrieben:

- Generator
 - Park'sches Ersatzschaltbild
 - Massenträgheit J des Wellenstrangs
- Wellenstrang
 - FE-Modell
- Maschinentransformator
 - Relative Kurzschlussspannung u_k
 - Kurzschlussreaktanz x_T
- Netz
 - Subtransiente Kurzschlussleistung S_k''

Die resultierenden maximalen Momente hängen von den elektrischen und mechanischen Daten des Generators, von der Transformatorreaktanz und von der subtransienten Netzkurzschlussleistung ab.

10.1.2 Maximale Torsionsmomente als Funktion der Maschinenscheinleistung

Die bei elektrischen Störfällen auftretenden maximalen Momente hängen von unterschiedlichen Faktoren ab. Entsprechend gibt es eine sehr breite Streuung. Um aber dennoch eine Übersicht zu gewinnen, in welchen Wertebereichen sich die maximalen Momente bewegen, wurde nachfolgend für sieben Maschinen unterschiedlicher Leistungsklasse (von 20 MVA bis 1600 MVA) die maximalen Momente als Funktion der Generatornennscheinleistung S_n im Bereich der Generatorkupplung bestimmt. Die Ergebnisse sind für die vier stärksten Störfälle (2poliger Klemmenkurzschluss, 3poliger Klemmenkurzschluss, 3polige Kurzschlussabschaltung und 105 Grad Fehlsynchronisation) zusammenfassend in der Abbildung 10-3 dargestellt.

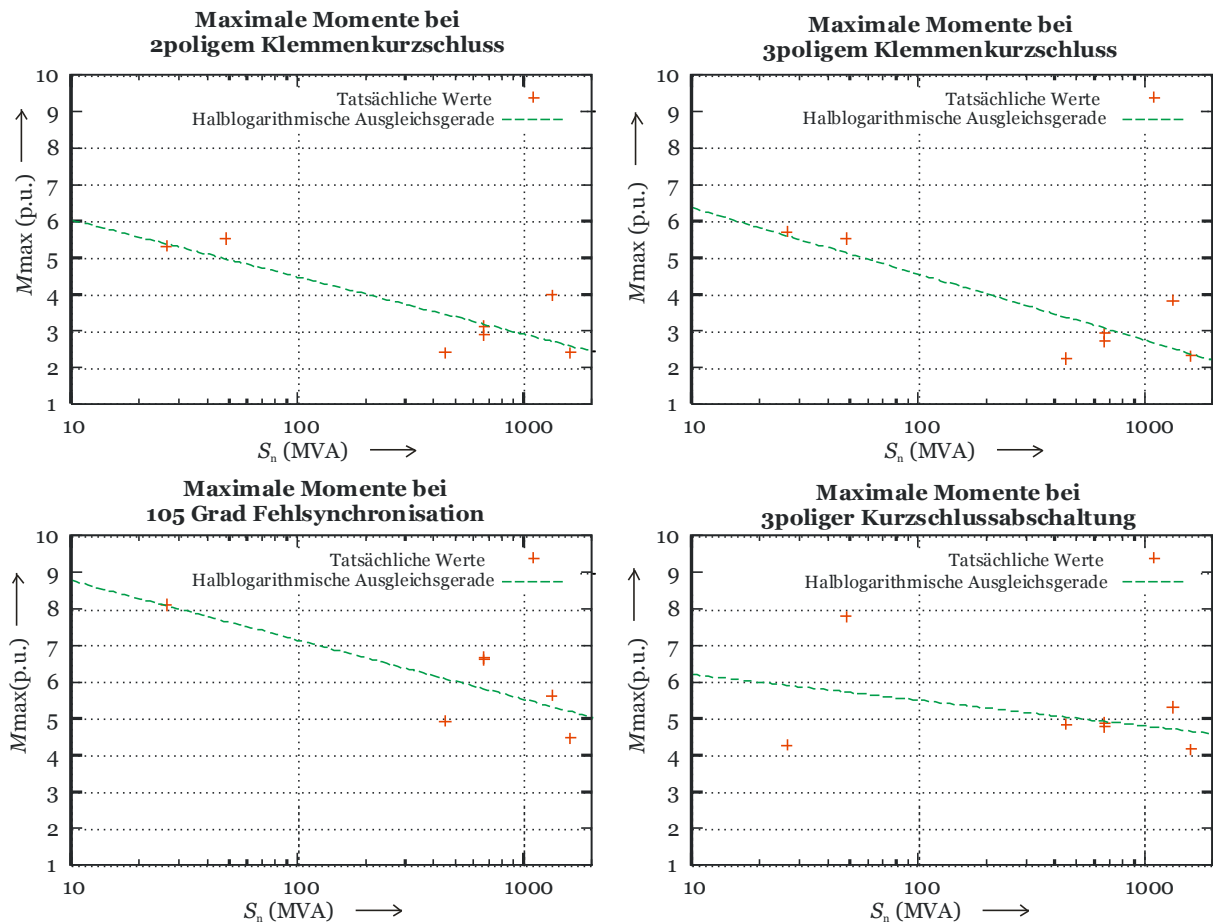


Abbildung 10-3: Maximale Momente im Bereich der Generatorkupplung bei elektrischen Störfällen

Man kann anhand der Ausgleichsgraden erkennen, dass für alle Störfälle die normierten maximalen Momente mit steigender Generatorleistung sinken. Bei den Klemmenkurzschlüssen bewegen sich die maximalen Momente im Bereich zwischen 2 p.u. und 6 p.u., bei der Fehlsynchronisation und der Kurzschlussabschaltung zwischen 4 p.u. und 8 p.u. (bei der Kurzschlussabschaltung wurden jeweils die Maximalwerte bei einer Zeitdauer zwischen 80 ms und 250 ms Abschaltzeit ausgewählt).

10.2 Bestimmung der Wellenermüdung

Neben der maximalen Beanspruchung ist die Ermüdung des Wellenmaterials beim Störfall ein entscheidendes Beurteilungskriterium. Ein mögliches Verfahren zur Berechnung der Ermüdung aus den Zeitverläufen der Torsion wird in [17] vorgestellt. Es soll hier in kurzen Zügen erläutert werden.

Der Ermüdungsgrad des Wellenwerkstoffes wird von der Höhe der Torsionsmomente sowie den daraus folgenden Torsionsbeanspruchungen und von der Zahl der Lastwechsel bestimmt. Die wichtigste Grundlage dieser Berechnung sind Zeit- und Dauerfestigkeitskurven von Wellenwerkstoffen bei unterschiedlichen Gleich- und Wechselspannungsanteilen. In die Kurve werden ergänzend folgende Korrektur- und Sicherheitsfaktoren eingebaut:

- Örtliche Spannungskonzentrationen bzw. Spannungsüberhöhungen an Kerben
- Tatsächliche Wellengröße im Vergleich zur gemessenen Probengröße
- Reale Oberflächen- und Korrosionsbedingungen

Hieraus ergeben sich Materialkurven, wie sie beispielhaft in Abbildung 10-4 gezeigt sind.

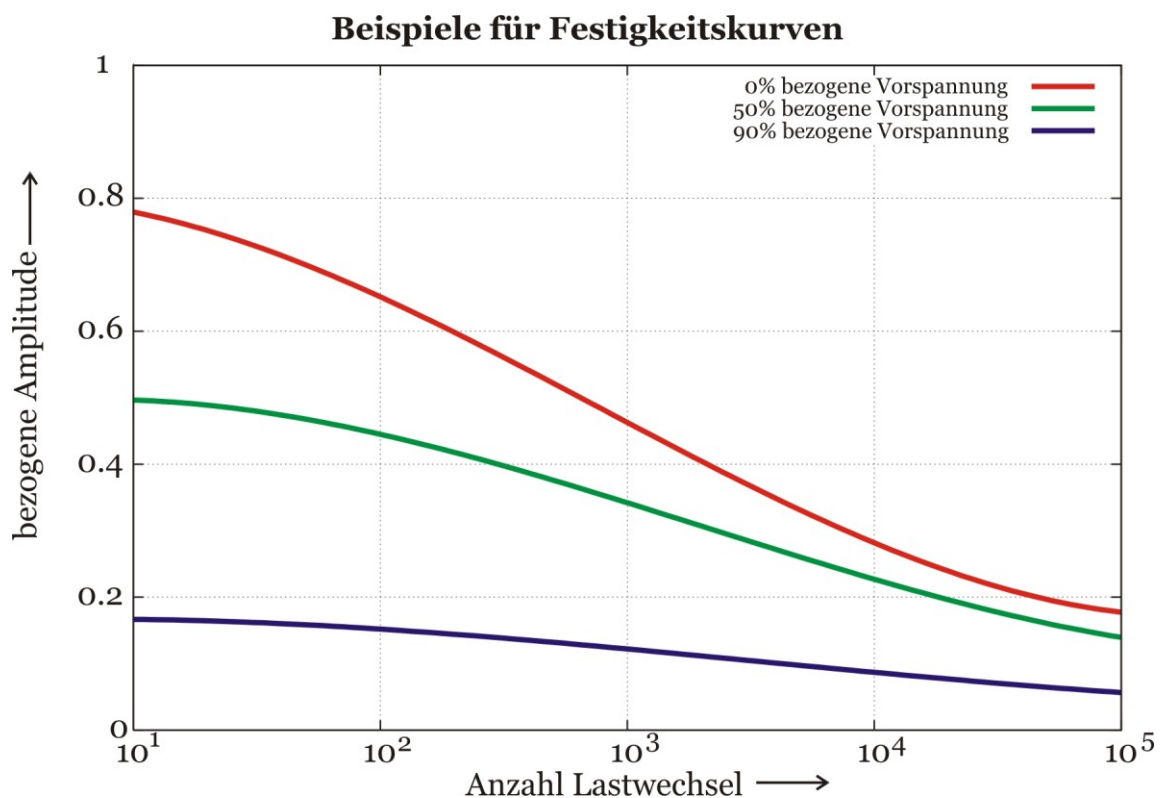


Abbildung 10-4: Festigkeitskurven bei unterschiedlicher Vorspannung

Nun wird jede vorliegende berechnete Torsionsschwingung in Einzelzyklen zerlegt und für diese - gemäß der Materialkurve - die Ermüdung E_i pro ermitteltem Zyklus bestimmt. Im allgemeinen sind die Zeitverläufe der Torsionsmomente keine regulären Sinusfunktionen. Durch die Überlagerung der homogenen und

partikulären Lösung bilden sich Schwingungen aus, in denen sowohl die Anteile des anregenden elektrischen Momentes als auch alle modalen Anteile der erzwungenen Wellenschwingung vorhanden sind. Daher ist die genaue Zerlegung der zeitlichen Momentenkurve auf Einzelspiele und die Erfassung aller Halb- und Vollspiele der entscheidende Punkt. Für diesen Zweck hat sich die Rainflow-Zählmethode nach Dawling [26] bewährt.

10.2.1 Rainflow-Zählmethode

Die Rainflow-Zählmethode wurde 1969 in [25] entwickelt und besonders in [26] in die praktische Anwendbarkeit überführt. Die Idee dieser Zählmethode ist die Zerlegung der transienten Spannungsverläufe in einem Wellenabschnitt in einzelne geschlossene Zyklen mit bestimmtem Mittelwert und bestimmter Amplitude. Dazu wird wie folgt verfahren:

1. Der zeitliche Verlauf der Spannungen wird reduziert auf eine Min-Max-Kurve. Diese Kurve wird gedanklich um 90 Grad gedreht, so dass die Zeitachse von oben nach unten zeigt. Die möglichen Funktionswerte (hier die Torsionsspannungen) werden klassifiziert, d.h. in N unterschiedliche Klassen unterteilt.
2. Von jedem Minimum aus wird ein Fluss gestartet, der nun wie an einem Dach herunterfließt. Der Fluss endet, wenn
 - a. er das Ende der Zeitachse erreicht hat, oder
 - b. er auf eine Fluss trifft, der von oben tropft, oder
 - c. er an einem Minimum vorbeiläuft, das kleiner ist als sein eigenes Anfangsminimum.
3. Entsprechend wird von jedem Maximum aus ein Fluss gestartet. Dieser endet, wenn
 - a. er das Ende der Zeitachse erreicht hat, oder
 - b. er auf eine Fluss trifft, der von oben tropft, oder
 - c. er an einem Maximum vorbeiläuft, das größer ist als sein eigenes Anfangsmaximum.

4. Von jedem so ermittelten Fluss werden die Anfangs- und die Endspannung ermittelt. Sie stellen jeweils einen Halbzyklus dar.
5. Im nächsten Schritt müssen aus den Halbzyklen möglichst Paare mit gleichen Amplituden und Mittelwerten, jedoch entgegengesetzter Laufrichtung ermittelt werden. Diese Paare stellen dann Vollzyklen dar. Dazu werden die jeweiligen Anfangs- und Endspannungen in eine $N \times N$ -Matrix (Rainflow-Matrix) gezählt. Die Anfangs-Spannung entspricht der dazugehörigen Spalten-Nummer, die End-Spannung bezeichnet die Zeilen-Nummer. Für jedes entsprechende Paar wird der dazugehörige Eintrag in der Rainflow-Matrix um 1 erhöht. Daher ist die Klassifizierung der Spannungen in N Klassen bei dieser Vorgehensweise unabdingbar. Nun wird die Rainflow-Matrix nach paarweise passenden Halbzyklen durchsucht. Diese ergeben dann Vollzyklen.
6. Die nun übrig gebliebenen Halbzyklen können ggf. über mehrere Wege Vollzyklen bilden, und müssen entsprechend gesucht werden.
7. Schließlich bleiben letztendlich Halbzyklen übrig, die nicht innerhalb der Zyklenzählung geschlossen werden.

Das Zählen der Halbzyklen gemäß der obigen Punkte 2. und 3. wird nachfolgend an einem einfachen Beispiel (Abbildung 10-5) erläutert:

- Der erste Fluss startet bei (1). Er endet bei Start des Flusses (2), da er an einem Maximum vorbeiläuft, das größer ist, als sein eigenes Anfangsmaximum. Die Amplitude dieses Halbzyklus ist die Differenz zwischen (1) und (A).
- Ein weiterer Fluss startet bei (3). Er endet bei (B), da er auf einen Fluss trifft, der von oben tropft. Die Amplitude dieses Halbzyklus ist die Differenz zwischen (3) und (B).
- Der Fluss, der bei (4) startet, trifft das Ende der Zeitachse. Seine Amplitude ist entsprechend die Differenz zwischen (4) und (C).

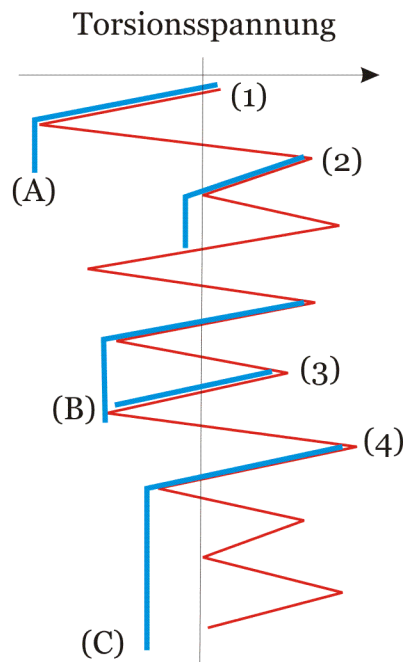


Abbildung 10-5: Beispiel eine Rainflow-Zählung

Die Handhabung der dazugehörigen Rainflow-Matrix soll an einem weiteren einfachen Beispiel erläutert werden. Dazu werde angenommen, dass die Spannungen in 8 Klassen unterteilt werden. Die Fluss-Zählung für die Maxima und die Minima ergab nun jeweils folgende Halbzyklen:

Nr.	Anfang	Ende	Häufigkeit
1	1	7	1
2	3	1	3
3	1	6	2
4	6	1	1
5	1	3	2
6	3	5	1
7	2	5	1
8	5	3	1
9	7	3	1

Abbildung 10-6: Beispiel eine Zyklenzählung

Nun werden Paare gesucht, bei denen jeweils der Anfangswert gleich dem Endwert ist und umgekehrt. Zum Beispiel liefert das Halbzyklenpaar „Anfang 3 – Ende 1“ (Nummer 2) eine Häufigkeit von 3 und das dazugehörige Halbzyklenpaar „Anfang 1 – Ende 3“ (Nummer 5) eine Häufigkeit von 2. Entsprechend ergibt dies 2 Vollzyklen und ein übrig bleibender Halbzyklus.

Daraus ergibt zunächst die folgende Rainflow-Matrix (grün: Zyklen, die sich zu Vollzyklen zusammenführen lassen, schwarz: nur Halbzyklus):

		Anfang							
Ende		1	2	3	4	5	6	7	8
1				2			2	1	
2						1			
3	3					1			
4									
5				1					
6	1								
7				1					
8									

Abbildung 10-7: Rainflow-Matrix nach Flusszählung

Entsprechend liefert das Paar 6-1 genau einen Vollzyklus und einen Halbzyklus. Das Paar 1-3 liefert zwei Vollzyklen und einen Halbzyklus und das Paar 5-3 liefert einen Vollzyklus und keinen Halbzyklus. Werden nun die Vollzyklen aus der Rainflow-Matrix entfernt, bleiben die Halbzyklen übrig:

		Anfang							
Ende		1	2	3	4	5	6	7	8
	1			0			1	1	
	2					1			
	3	1				0			
	4								
	5			0					
	6	0							
	7			1					
	8								

Abbildung 10-8: Rainflow-Matrix nach Entfernung der Vollzyklen

Die gesamte von der Torsionsschwingung und damit von dem betrachteten Ereignis hervorgerufene Ermüdung E wird durch Addition der Einzelermüdungen E_i errechnet. Hierbei wird die Gültigkeit der linearen Schadensakkumulationshypothese nach Palmgren und Miner vorausgesetzt. Für die Praxis trifft dies mit ausreichender Genauigkeit zu [7].

Die Zeitfunktion des Torsionsmomentes wird so lange ausgewertet, bis die Schwingungsamplituden soweit abgeklungen sind, dass die Torsionsspannungen unter der Dauerfestigkeit des Wellenwerkstoffes liegen und somit keine weitere Wellenermüdung hervorrufen. Das ist bei den meisten Störfällen bereits nach ca. 10 Sekunden der Fall. Nach der Addition aller Teilermüdungen E_i erhält man die resultierende Wellenermüdung $E = \sum E_i$ infolge des Störfalles, die prozentual ausgedrückt den Verbrauch an Lebensdauer des Wellenwerkstoffes zum Ausdruck bringt.

Erreicht die Wellenermüdung den Wert von 100 %, dann besteht die Gefahr eines Anrisses in dem Wellenbereich. Die Welle müsste daher auf Rissbildung untersucht werden. Das würde aber wahrscheinlich zu keinem Befund führen, da bei der Umsetzung der Messergebnisse in die Zeitfestigkeitskurven sehr konservativ

verfahren wird und zusätzlich in die Rechenkurven Sicherheiten eingerechnet werden.

10.3 Ermüdung als Funktion der Zeit

Die folgende Abbildung 10-9 zeigt am Beispiel eines Generators den zeitlichen Verlauf der gezählten Einzelermüdungen im Wellenbereich am Generatorlager bei 105 Grad Fehlsynchronisation.

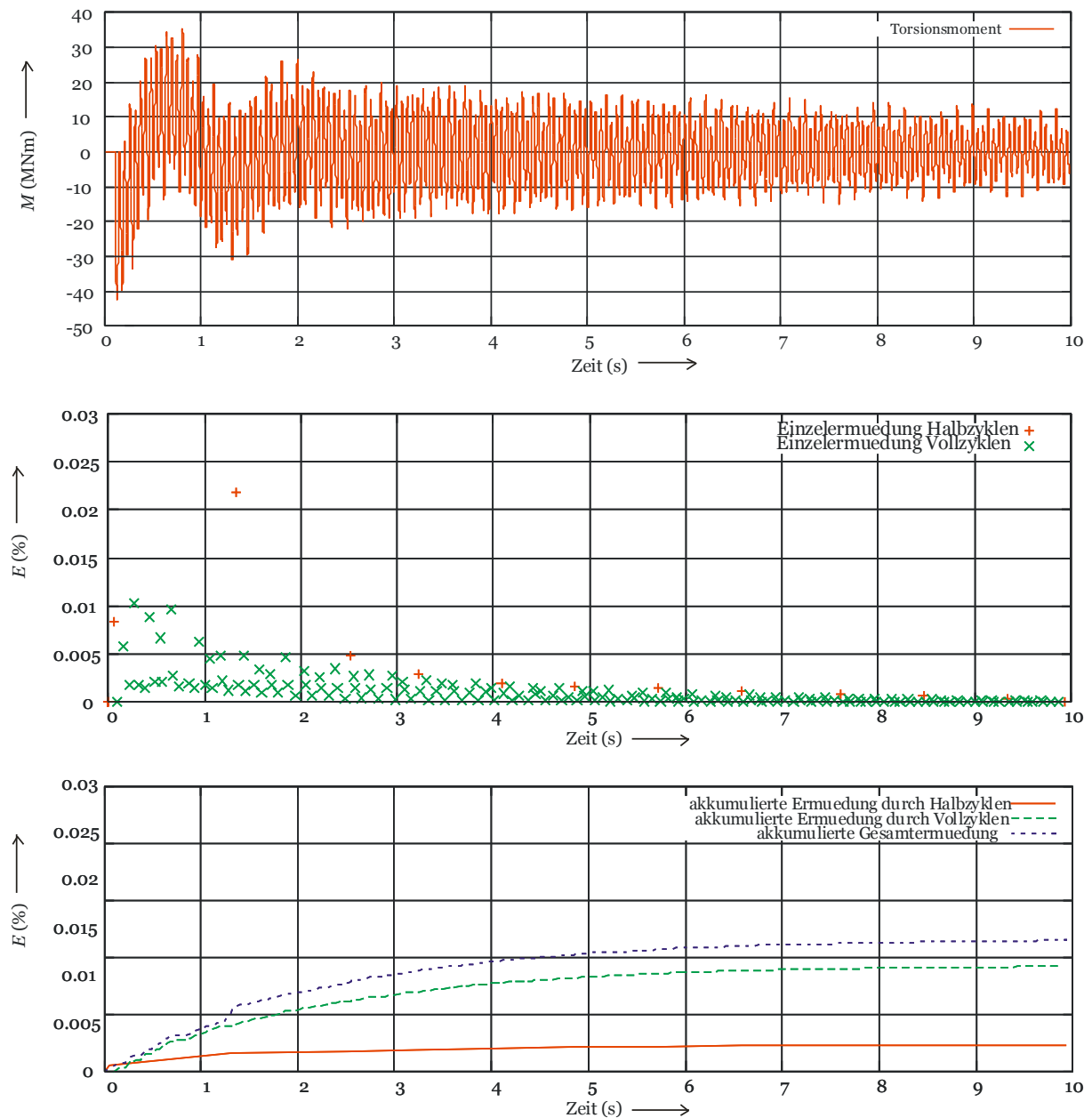


Abbildung 10-9: Zeitlicher Verlauf der Ermüdung im Wellenbereich Generatorlager bei 105 Grad Fehlsynchronisation

10.4 Ermüdung als Funktion der Maschinenleistung

Für die unterschiedlichen Störfälle des Störfallkatalogs ergeben sich für die in Kapitel 10.1.2 genannten sieben Beispielmotoren die folgenden maximalen Ermüdungen E im Bereich des Generatorlagers als Funktion der Generatorscheinleistung S_n (Abbildung 10-10):

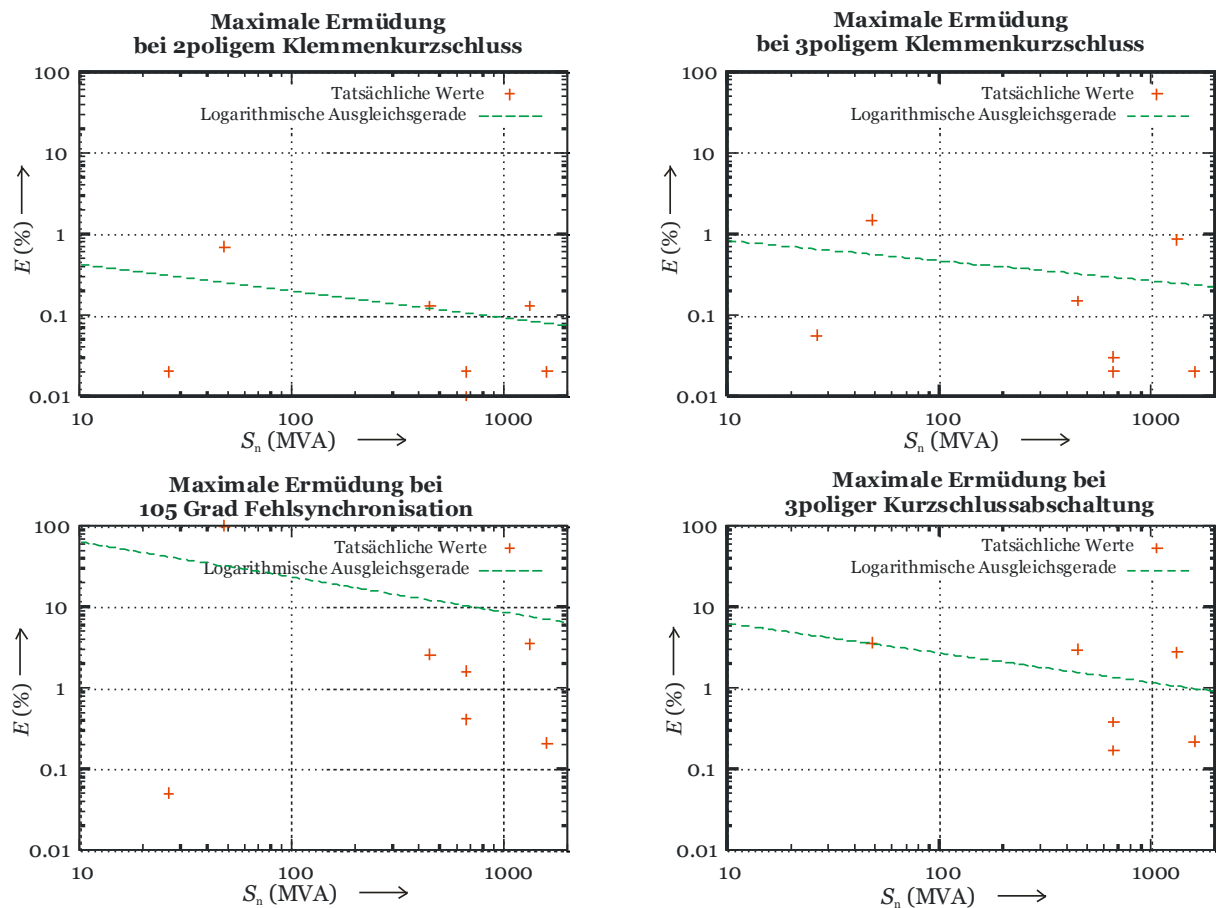


Abbildung 10-10: Maximale Ermüdungen im Bereich des Generatorlagers bei elektrischen Störfällen

Hier ist, u.a. konstruktionsbedingt, die Streuung deutlich größer als bei den maximalen Momenten. Bei den Klemmenkurzschlüssen treten Ermüdungen zwischen 0.01 % und 1 % auf. Die Fehlsynchronisation und die 3polige Kurzschlussabschaltung (die im Moment der Abschaltung des Kurzschlusses einer Re-Synchronisierung entspricht) führen zu Ermüdungen zwischen 0.05 % und knapp unter 10 %.

10.5 Einfluss der Materialparameter auf die Ermüdung

Der Zusammenhang zwischen dem maximal zulässigen Torsionsmoment und der Materialgröße τ_B ist gemäß

$$\tau_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_T} \quad (10-6)$$

linear. Der Einfluss der Unsicherheit kann so direkt abgelesen werden.

Der Berechnung der Ermüdung liegt der gesamte Zeitverlauf der entsprechenden Torsionsschwingung sowie die gemessenen Materialkurven zu Grunde. Die Zählung der Zyklen gemäß der Rainflow-Methode und die nachfolgende Akkumulierung der Einzelermüdungen ist entsprechend nicht-linear.

Daher wurden an einem großen Turbosatz die Ermüdungen im turbinenseitigen Generatorwellenzapfen für drei unterschiedliche Störfälle als Funktion der angenommenen Torsionsbruchfestigkeit τ_B bestimmt. Das Resultat zeigt Abbildung 10-11:

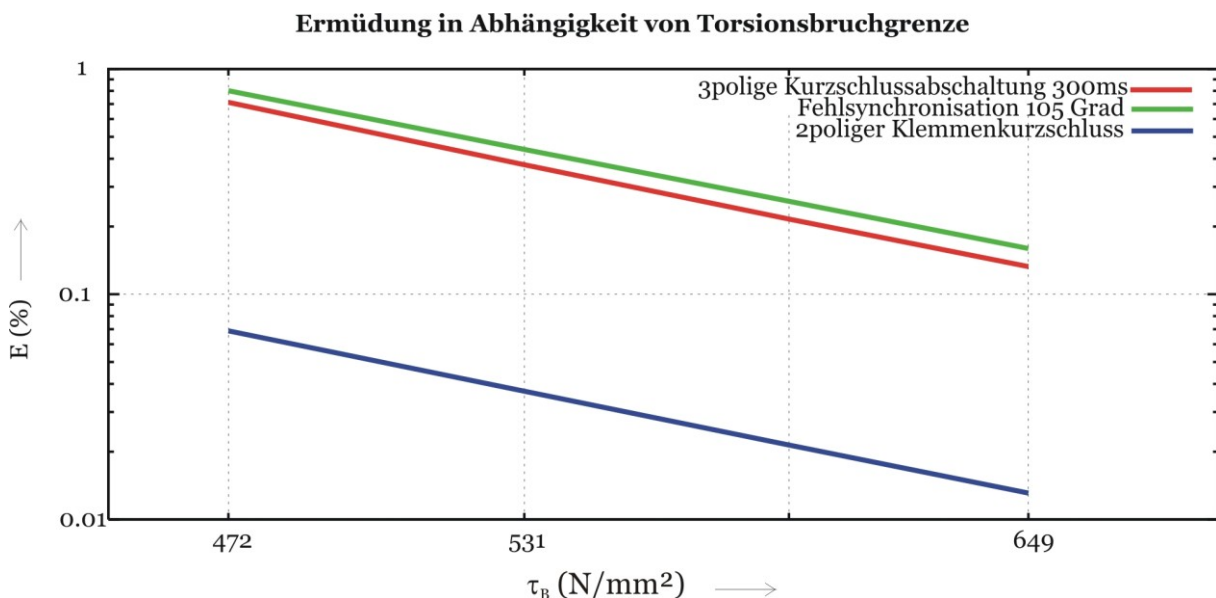


Abbildung 10-11: Ermüdung als Funktion der Torsionsbruchfestigkeit

Es zeigt sich ein negativ logarithmischer Zusammenhang zwischen Torsionsbruchfestigkeit und berechneter Ermüdung.

10.6 Einfluss der Torsionsdämpfung auf die Ermüdung

Wie in [19] dargelegt wurde, hat die Torsionsdämpfung, d.h. die Dämpfung der im Wellenstrang entstehenden Oszillationen, entscheidenden Einfluss auf die Verläufe der Torsionsschwingungen und in Folge dessen auf die Ermüdung. Aus einer Vielzahl von Messungen an realen Maschinen wurden gültige Dämpfungswerte für die einzelnen Moden des Wellenstrangs bestimmt.

Neuere Messungen mit Torsionssensoren zeigen, dass die Torsionsdämpfung (d.h. das logarithmische Dekrement) zum Teil 10fach größer ist als die in [19] angenommenen Werte [17]. Welchen Einfluss dies auf die Ermüdung hat, zeigt die Abbildung 10-12. Dort sind für die gleiche Maschine wie in Kap. 10.5 die gleichen drei Störfälle mit drei unterschiedlichen Dämpfungswerten für alle Moden berechnet worden. Der mittlere Wert $\nu = 0.0025$ entspricht der bisherigen Annahme. Aktuelle Messungen an einem Turbosatz ähnlicher Größenordnung liefern die nahezu zehnfache Dämpfung $\nu = 0.025$. Im Vergleich dazu stellt der dritte Fall $\nu = 0.00025$ eine nahezu ungedämpfte Torsionsschwingung dar.

Wie zu erkennen, führt eine stärkere Dämpfung zu einer Abnahme der Ermüdung um den Faktor 10.

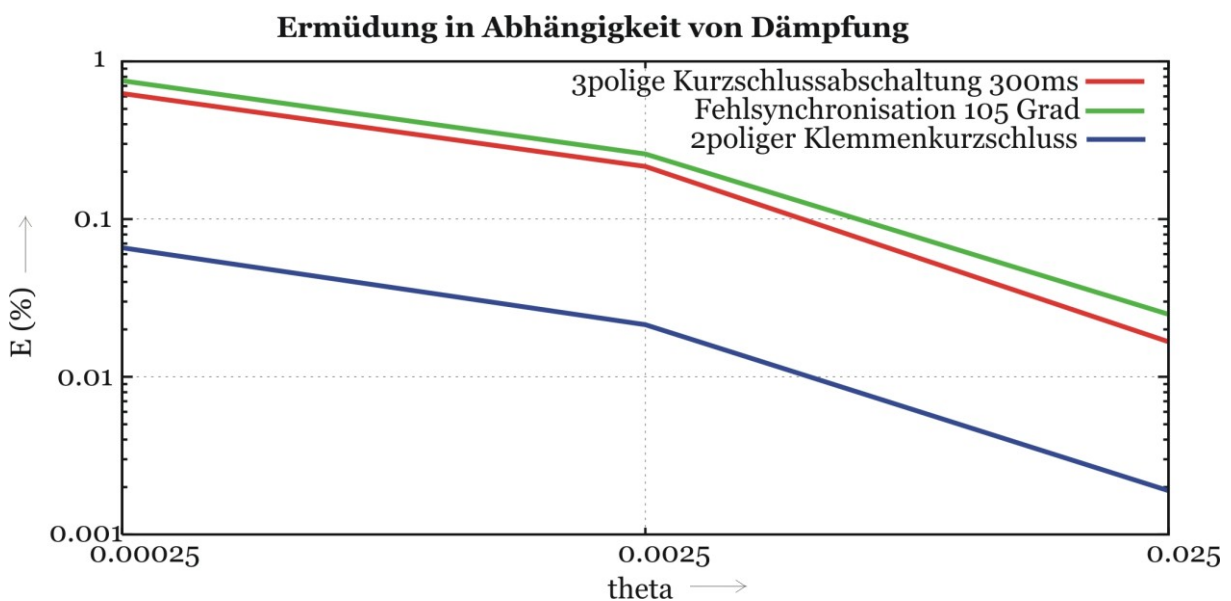


Abbildung 10-12: Ermüdung in Abhängigkeit von Torsionsdämpfung

11 Torsionsverhalten des Wellenstrangs bei Einsatz besonderer Kupplungen

In den bisherigen Kapiteln wurden die Auswirkungen von Torsionsanregungen und Torsionsschwingungen auf den Wellenstrang betrachtet. Alle im Strang befindlichen Kupplungen wurden als starr verbunden (d.h. mit linearem Verhalten) angenommen. Dies ist jedoch nicht immer unbedingt der Fall. Nachfolgend soll der Einfluss besonderer Kupplungsbauarten beleuchtet werden:

- Selbstsynchronisierende Schaltkupplung
- Gleitreibungskupplung

11.1 Selbstsynchronisierende Schaltkupplung

Selbstsynchronisierende Schaltkupplungen (SSS-Kupplungen) werden hauptsächlich in Einwellen-Gas-und-Dampf-Anlagen (GuD-Anlagen) eingesetzt. Sie dienen dort der automatischen Ein- bzw.- Auskupplung der Dampfturbine im Teillastbetrieb. Beim Einkuppeln treten dabei stoßartige Belastungen auf, die sich u.a. in Kräften innerhalb der Kupplung, besonders im Zahnbereich, wie auch in Torsionsmomenten im Wellenstrang widerspiegeln. Der prinzipielle Aufbau einer SSS-Kupplung nach [45] ist in der folgenden Abbildung 11-1 gezeigt.

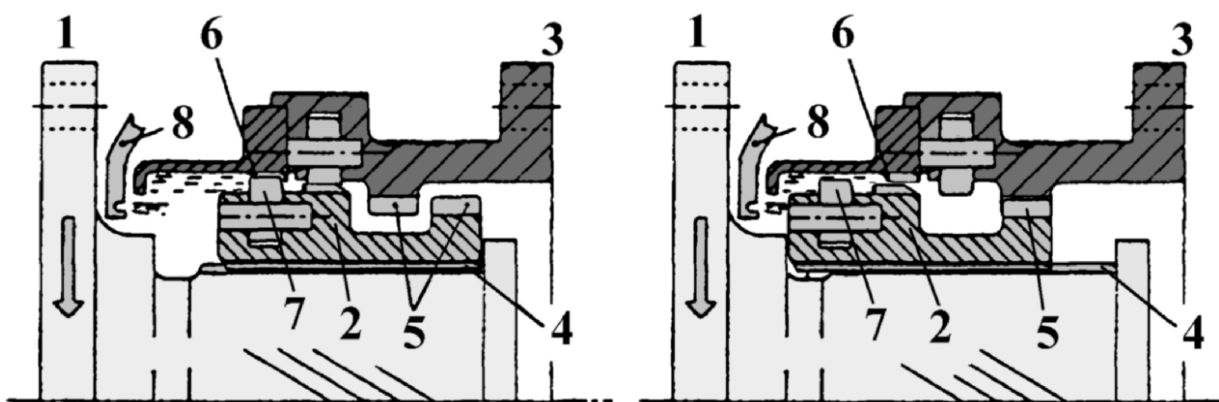


Abbildung 11-1: Aufbau einer SSS-Kupplung nach [45]: Antriebsteil (1), innere gleitende Schaltkomponente (2), Abtriebsteil (3), Steilgewinde (4), Verzahnung (5), Ratsche (6), Klinken (7), Ölversorgung (8). Links: Ausgerückter Zustand. Rechts: Eingerückter Zustand.

Je nach Drehzahldifferenz zwischen dem Antriebsteil (1) (mit der Dampfturbine verbunden) und dem Abtriebsteil (3) (mit dem Generator gekoppelt) bewegt sich die Schaltkomponente (2) über das axiale Steilgewinde (4). Dreht die Antriebsseite schneller als die Abtriebsseite (Einkuppelvorgang), so bewegt sich die Schaltkomponente (2) in Richtung Antriebsteil (1). Über die Zähne (5) findet im eingekuppelten Zustand die Kraft- bzw. Momentenübertragung statt. Die Dämpfung des Anschlags findet durch Ölverdrängung statt.

Um das dynamische Verhalten einer SSS-Kupplung im Zeitbereich zu beschreiben, ist ein komplexes Differentialgleichungssystem, wie es z.B. in [43, 44] hergeleitet wird, aufzustellen und zu lösen. Als Ergebnis erhält man die entsprechenden Zeitverläufe der Kräfte und Momente beim Einkuppelvorgang.

Von großem Interesse sind die maximal auftretenden Zahnmomente beim Einkuppelvorgang. Diese hängen u.a. stark von dem Drehzahlgradienten der Dampfturbine ab. Die nachfolgende Abbildung 11-2 zeigt die maximalen Zahnmomente (bezogen auf die maximal zulässigen Zahnmomente) für vier verschiedene GuD-Anlagen ähnlicher Leistung bei unterschiedlichen Drehzahlgradienten der Dampfturbine.

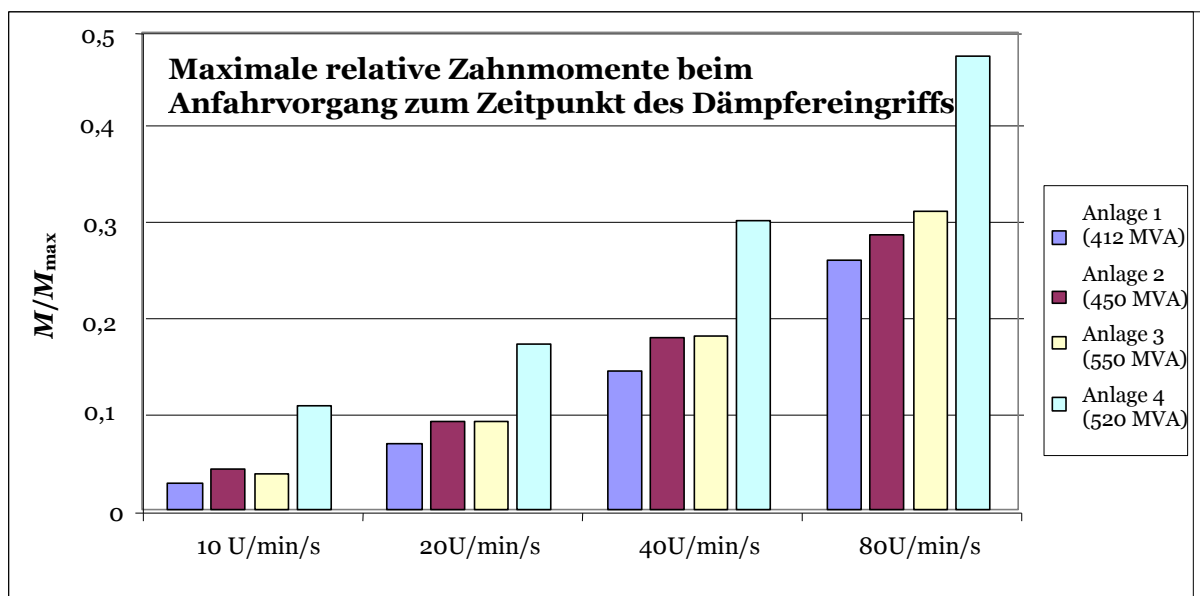


Abbildung 11-2: Maximale relative Zahnmoment bei unterschiedlichen Drehzahlgradienten der Dampfturbine für vier verschiedene GuD-Anlagen

Wie zu erkennen, liegen die maximalen Momente bei drei der vier Anlagen jeweils in der gleichen Größenordnung. Bei keiner Anlage werden kritische Werte erreicht.

Ein Blick auf die Zeitverläufe zeigt jedoch, dass durch die endgültige Einkupplung (d.h. zum Zeitpunkt des endgültigen Kraftanschlages, s.a. Abbildung 11-3) eine Torsionseigenfrequenz des Strangs angeregt werden kann.

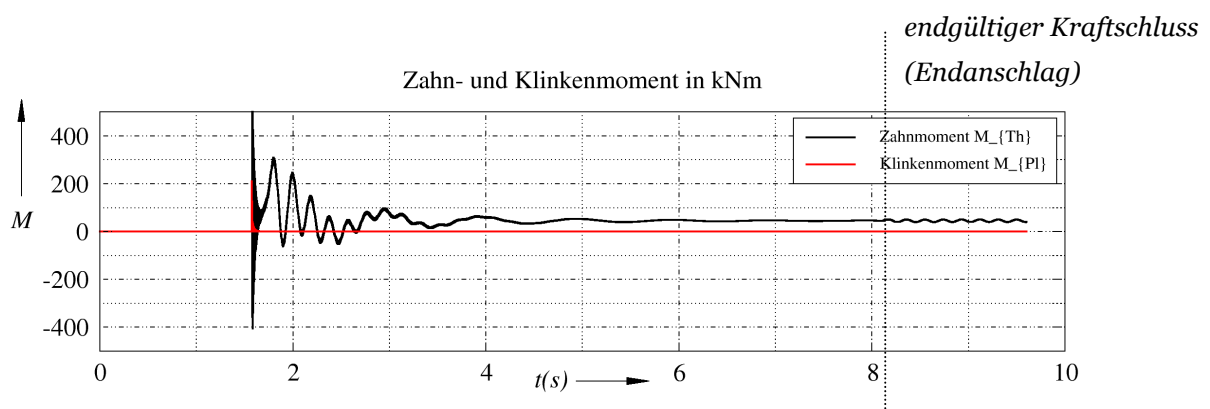


Abbildung 11-3: Zahn- und Klinkenmomente beim Einkuppelvorgang

Diese Torsionsschwingung wird durch die Kupplung nicht gedämpft, d.h. dass sich die SSS-Kupplung im eingekuppelten Zustand wie eine starre Kupplung verhält, und keinen negativen Einfluss auf das Torsionsverhalten besitzt. Es findet auch keine zusätzliche Anregung von Torsionsschwingungen durch die SSS-Kupplung statt. Dies bedeutet, dass für reine Torsionsuntersuchungen im eingekuppelten Zustand (z.B. für Störfalluntersuchung aus Vollast) die Kupplung nicht dynamisch nachgebildet werden muss (sofern die Polradpendelungen so gering sind, dass der Kraftschluss nicht aufgehoben wird). Ein Masse-Feder-Ersatzmodell der Kupplung ist für diesen Fall ausreichend.

11.2 Gleitreibungskupplung

Zum Schutz vor überhöhten Momenten in Wellensträngen können Gleitreibungskupplungen eingesetzt werden. Bei Drehmomenten unterhalb der Haftreibungsgrenze werden die Momente nahezu starr übertragen. Beim Übergang in

den Gleitzustand ist die Momentenübertragung geringer (z.B. 90%), so dass ein Beitrag zur Dämpfung der Torsionsschwingungen geleistet wird.

Auch hier ist es notwendig, ein dynamisches Modell der Kupplung in Form einer Masse-Feder-Ersatzdarstellung in das gesamte Strangmodell einzubringen. Dabei sind, je nach Zustand der Kupplung (Haften oder Gleiten), die beiden Massen der Kupplung entweder durch eine Feder gekoppelt (Haftung), oder entkoppelt (Reibung), wobei das übertragene Reibungsmoment eingepreist wird.

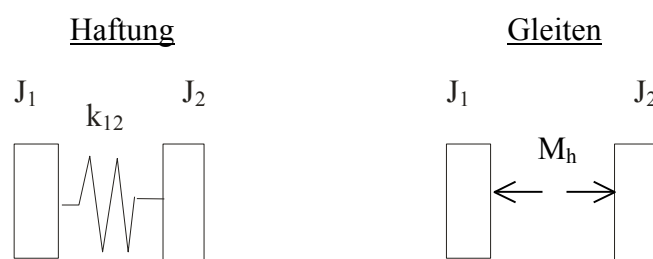


Abbildung 11-4: Masse-Feder-Ersatzdarstellung einer Gleitreibungskupplung

Die Abbildung 11-6 zeigt ein Beispiel für die unterschiedlichen Momentenverläufe beim 3poligen Klemmenkurzschluss aus Nennbetrieb. Der Generator wird beidseitig durch eine Hochdruck- und eine Niederdruckturbine angetrieben (Abbildung 11-5). Die Kupplung sitzt auf der Hochdruckseite, entsprechend beträgt das Moment im Nennbetrieb ca. 0.4 p.u.

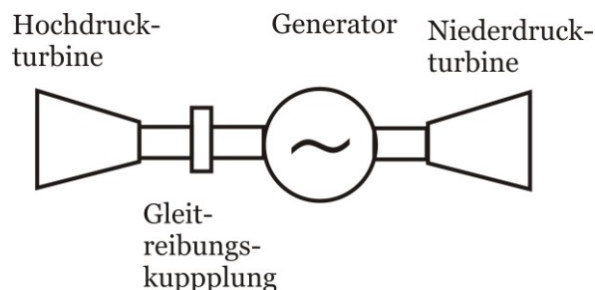


Abbildung 11-5: Gleitreibungskupplung auf HD-Seite

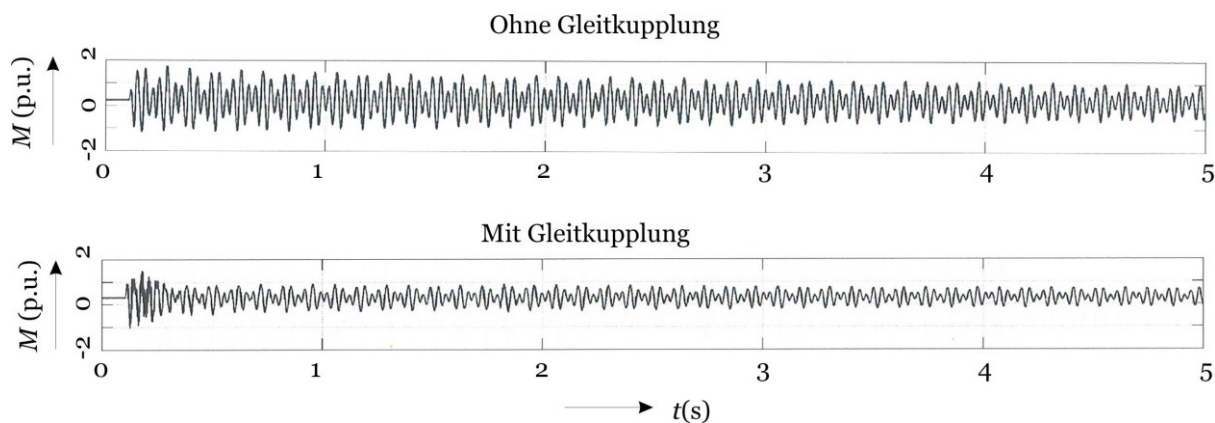


Abbildung 11-6: Momentenverläufe bei 3poligem Klemmenkurzschluss (Gegenüberstellung mit und ohne Gleitreibungskupplung)

Durch die Gleitreibungskupplung findet sowohl eine Absenkung des maximalen Moments (s.a. Abbildung 11-8) als auch eine deutliche Dämpfung (während der Gleitphasen) statt.

Ein Detailausschnitt lässt deutlich die Einflüsse der Gleitreibungskupplung im Kupplungsmoment erkennen:

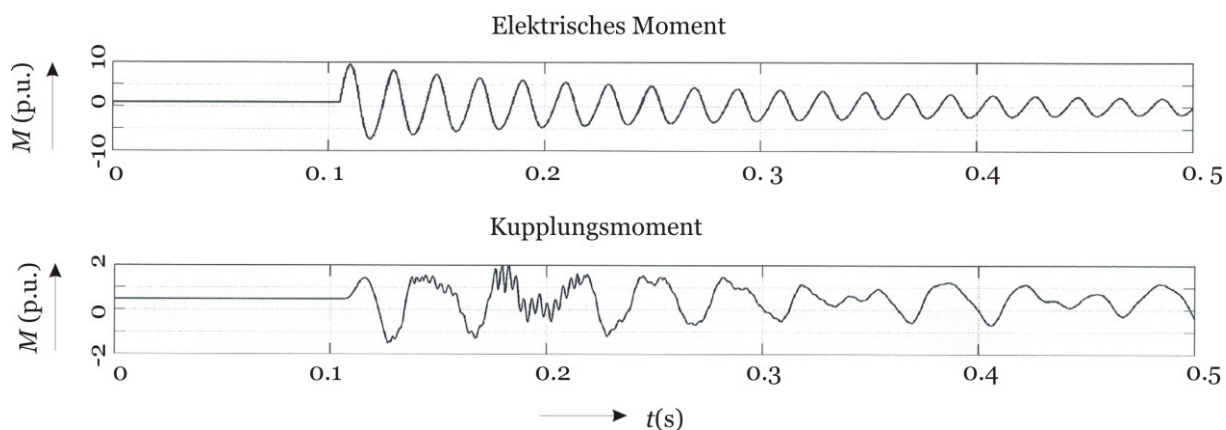


Abbildung 11-7: Momentenverläufe beim 3poligem Klemmenkurzschluss mit Gleitreibungskupplung

Die maximalen Torsionsmomente sind auch bei anderen Störfällen bei gleitender Kupplung geringer als bei starr angenommener Kupplung:

Störfall	starre Kupplung	gleitende Kupplung
2poliger Klemmenkurzschluss	2.0 p.u.	1.0 p.u.
3poliger Klemmenkurzschluss	2.2 p.u.	1.2 p.u.
105 Grad Fehlsynchronisation	2.0 p.u.	1.2 p.u.

Abbildung 11-8: Maximale an der Kupplung bei unterschiedlichen Störfällen (bezogen auf das Generatornennmoment)

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die Gleitreibungskupplung bezüglich der Maximalmomente und der Ermüdung positiv auf den Wellenstrang wirkt.

12 Online Monitoring, Diagnose und Schutz

Aus den bisherigen Erkenntnissen ist deutlich hervorgegangen, dass der Messung der im Wellenstrang auftretenden Torsionsschwingungen eine große Bedeutung zukommt. Als Messverfahren kommen prinzipiell verschiedene Möglichkeiten in Betracht, wobei die tatsächliche Torsionsspannung aus den Messungen abgeleitet werden muss:

- Messung der torsionalen Verdrehung per Dehnungsmessstreifen (DMS)
- Messung der tangentialen Beschleunigung durch Beschleunigungsaufnehmer
- Bestimmung der Winkelgeschwindigkeit durch inkrementalen Weggeber
- Berührungslose Messung

Die ersten drei Messverfahren haben den großen Nachteil, dass sie in der Regel nicht nachträglich an Turbosätzen installiert werden können. Das vierte Verfahren, welches auf dem magnetostriktiven Effekt beruht, soll daher im folgenden näher erläutert werden.

12.1 Berührungslose Drehmomentenmessung

Die magnetischen Eigenschaften von magnetostriktiven Wellenmaterialien ändern sich in Abhängigkeit vom mechanischen Spannungszustand. Bei torsionaler Verdrehung entstehen Spannungen, die an der Wellenoberfläche maximal sind. Ein äußeres magnetisches Feld \vec{H} hat im Spannungszustand nicht mehr dieselbe Richtung wie die daraus resultierende Magnetisierung \vec{M} . Die Änderung ist im weiten Bereich dem Verdrehwinkel φ proportional [37].

Die praktische Messung kann durch einen Messkopf, wie er in Abbildung 12-1 dargestellt ist [36] erfolgen. Er besitzt vier Messspulen, die als Vollbrücke geschaltet sind, und sind jeweils um 90 Grad zueinander versetzt. In der Mitte des Messkopfs befindet sich eine Erregerspule. Diese prägt das magnetische Feld, welches eine Frequenz von ca. 100 kHz besitzt, in das Wellenmaterial ein.

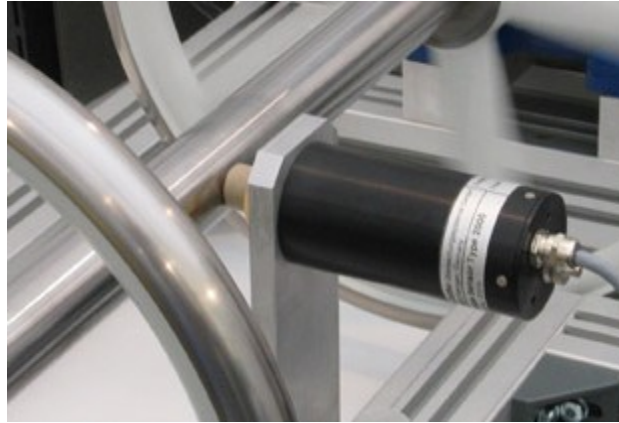


Abbildung 12-1: Messkopf zur berührungslosen Torsionsmessung [36]

Mit den vier Messspulen kann die räumliche Lage des Magnetisierungsvektors \vec{M} und damit die torsionale Verdrehung, die über das Widerstandsmoment linear mit der Spannung an der Oberfläche verknüpft ist, gemessen werden. Die Qualität der Messergebnisse wurde bereits mehrfach überprüft. An einem Laborprüfstand wurden die Messungen des Sensors mit Messungen einer DMS-Brücke verglichen. Die Übereinstimmung ist sehr gut [37].

Die gemessenen Momente können nicht nur zur reinen Torsionsüberwachung am Messort genutzt werden. Durch einen an das Messsystem angebenen mathematischen Beobachter, in dem ein Finite-Elemente-Modell des Wellenstrangs implementiert ist, ist es möglich, aus der Torsionsmessung an einem Punkt der Welle auf die Torsionsverläufe an verschiedenen anderen Orten der Wellen (z.B. den Wellenzapfen bzw. Abschnitten mit geringen Wellendurchmessern) zu schließen bzw. auf diese zurückzurechnen. Weiterhin kann für relevante Störfälle die Ermüdung berechnet und zu der bisherigen Schädigung akkumuliert werden. So ist es möglich, auch die Orte des Wellenstrangs zu beobachten, an denen keine Messsensoren platziert werden können.

12.2 Schutzkonzepte

Ansätze, die Messsignale des Sensors auf ein aktives Schutzsystem zu geben (z.B. SSR-Schutz als Tripping-Unit), werden z.Zt. an anderer Stelle erarbeitet. Hier sind auf technischer Seite insbesondere die Fragen nach der Zuverlässigkeit der Störungserfassung- und Bewertung und der Redundanz des Systems von Bedeutung.

13 Zusammenfassung und Ausblick

13.1 Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurden die Auswirkungen der elektromagnetischen Kopplung auf die Wellenstränge von Turbogeneratoren untersucht. Insbesondere wurden folgende Fälle analysiert:

- Hochlauf von defekten Asynchronmaschinen (Rotorphasenunterbrechung, Stab bzw. Ringbruch) in Inselnetzen
- Asynchroner Hochlauf eines Synchrongenerators im Verbundnetz

Es wurde nachgewiesen, dass durch asynchron laufende Drehfeldmaschine zusätzliche nicht-synchrone Stromanteile im Netz entstehen, welche in Synchrongeneratoren zu kritischen Torsionsanregungen im subsynchronen und im supersynchronen Bereich führen können. Die bisherige Beschränkung des Augenmerks auf Anregungsmechanismen im subsynchronen Bereich muss daher dringend erweitert werden. Weiterhin wurde nachgewiesen, dass bereits sehr kleine Anregungsamplituden ausreichen, um deutliche Torsionsanregungen herbeizuführen.

Ferner wurde gezeigt, dass aufgrund der elektromechanischen Kopplungen eine Rückwirkungen auf den Strang erfolgen kann durch:

- Umrichterantriebe in Inselnetzen
- Leistungselektronische Großanlagen im Verbundnetz

Auch hier reichen bereits sehr geringen anregende Amplituden aus, um den Wellenstrang kritisch anzuregen. Dies ist insbesondere beim Betrieb in Resonanznähe (d.h. Nähe zu einer oder mehreren Torsionseigenfrequenzen des Strangs) der Fall.

In allen Fällen wurde deutlich, dass die Beurteilung einer Gefahr für den Wellenstrang stets einer vielschichtigen Betrachtung bedarf. Im Gegensatz z.B. zum

standardisierten Störfallkatalog [7] gibt es eine Vielzahl von Einflussgrößen: Frequenz der Anregung, Dauer der Anregung und mechanische Dämpfung des Wellenstrangs.

Auch zeigt sich, dass standardisierte Berechnungsmethoden (z.B. mittels Park'schem Ersatzschaltbild) teilweise an ihre Grenzen stoßen. Eine Unterstützung durch numerische Feldberechnung ist hier sinnvoll.

Schließlich ist die Bedeutung der Torsionsdämpfung nochmals deutlich zu Tage getreten. Da hier bis heute nur recht wenige verlässliche Messdaten vorliegen, sollten in diese Richtung weitere Anstrengungen unternommen werden, um eine möglichst breitgefächerte Datenbasis unterschiedlicher Anlagen unterschiedlicher Größen zu erhalten.

13.2 Ausblick

In dieser Arbeit wurden einige ausgewählte Mechanismen genauer vorgestellt und analysiert. Dabei lag der Schwerpunkt jeweils auf der qualitativen Aussage, ob eine Gefahr für den Wellenstrang entstehen kann oder nicht. Hierauf aufsetzend können weitere quantitative Analysen durchgeführt werden, um die bisherigen Erkenntnisse mit weiteren konkreten Zahlen und Werten zu unterfüttern. Wünschenswert wäre es dabei, zu einem Katalog zu kommen, ähnlich dem in [7] vorgestellten Störfallkatalog, aus dem die Anregungsgefahr anhand einfacher Parameter abgeschätzt werden kann.

Die bisherige Regel eines Mindestabstandes einer Anregung von einer Torsionseigenfrequenz kann in realen Anlagen oftmals nicht eingehalten werden, da z.B. Umrichter in Inselnetzen aufgrund des Prozesses ein sehr breites Frequenzspektrum durchfahren müssen. Hier muss unter Umständen ein Paradigmenwechsel in der Beurteilung der Gefahr von Torsionsanregungen stattfinden. So muss im Einzelfall geklärt werden, ob und für welche Verweildauer eine Anregung erlaubt ist. Hier ist sowohl die maximale Amplitude als auch die resultierende Materialermüdung von Bedeutung. Die endgültige Antwort kann nur durch umfangreiche numerische Analysen gewonnen werden.

Literaturverzeichnis

- [1] C.E.J. Bowler, „*Understanding Subsynchronous Resonance*“, IEEE PES Winter Meeting Tesla Symposium, 1976
- [2] C.E.J. Bowler, D.N. Walker, R.L. Jackson: „*Results of Subsynchronous Resonance Test at Mohave*“, IEEE PES Winter Meeting, New York, N.Y. 1975
- [3] IEEE-SSR Tasc-Force Report: „*Proposed terms and definitions for subsynchronous resonance in series compensated transmission systems*“, IEEE PES Winter Meeting, New York, N.Y. 1975
- [4] L.A. Kilgore, D.G. Ramey, M.C. Hall: „*Simplified Transmission and Generation System Analysis Procedures for Subsynchronous Resonance Problems*“, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 96, Issue 6, 1977
- [5] H. Jordan, S. Kulig, H.O. Seinsch: „*Berechnung elektromagnetischer und mechanischer Ausgleichsvorgänge bei Antrieben mit Synchronmaschinen*“, Siemens Forschungs- und Entwicklungsberichte, Bd. 10, 1981
- [6] D.N. Walker, S.L. Adams, R.J. Placek: „*Torsional Vibration and Fatigue of Turbine-Generator Shafts*“, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, PAS-100, Issue 11, 1981
- [7] S. Kulig: „*Auswirkungen von Störfällen in elektrischen Energieübertragungsnetzen auf die Kraftwerksturbosätze*“, Habilitationsschrift, Fern-Universität Hagen, 1986
- [8] H. Ziebarth: „*Kopplung von Wellentorsion und Schaufelbiegung - Berechnung und Messung*“, SIRM-Tagung, Kassel, 1997

- [9] H. Fick: „Anregung subsynchroner Torsionsschwingungen von Turbosätzen durch einen Stromkreiszwischenrichter“, Siemens-Energietechnik 4 (1982), Heft 1
- [10] C.E.J. Bowler: „Grid Induced Torsional Vibrations in Turbine-Generators - Instrumentation, Monitoring, and Protection“, IEEE Power and Energy Society General Meeting, San Diego, 2012
- [11] L. Wang, X. Xie, Q. Jiang, H.R. Pota: „Mitigation of Multimodal Subsynchronous Resonance Via Controlled Injection of Supersynchronous and Subsynchronous Currents“, IEEE Transactions on Power System Volume 29, Issue 3, 2014
- [12] M. Canay: „Ersatzschemata der Synchronmaschine sowie Vorausberechnung der Kenngrößen mit Beispielen“, Dissertation, Polytechnische Universität Lausanne, 1968
- [13] VDI-VDE-Richtlinie 3680: „Regelung von Synchronmaschinen“, VDI-Verlag Düsseldorf, 2002
- [14] B. Kulicke: „Numerische Berechnung der Momentanwerte elektromechanischer Ausgleichvorgänge von Drehfeldmaschinen im Verbundbetrieb“, Dissertation, TH Darmstadt, 1975
- [15] D. Flockermann: „Einsatz von Optimierungsverfahren zur Bestimmung per Parameter nichtlinearer Ersatzschaltbilder von elektrischen Maschinen“, Dissertation, Universität Dortmund, 2002
- [16] S. Kulig.: „Innere Unsymmetrie von Synchronmaschinen“, Dissertation, Bergbau- und Hüttenakademie Krakau, 1974
- [17] S. Kulig, F. Joswig: „Torsionsschwingungen in Turbogeneratoren infolge von Störfällen im Netz“, Symposium "Schwingungsdiagnose an Kraftwerksturbosätzen", Potsdam, 2006
- [18] E. Krämer: „Maschinendynamik“, Springer-Verlag, 1984

- [19] H. Berger, S. Kulig: „*Erfassung der Dämpfung bei Torsionsschwingungen großer Turbosätze*“, VDI-Bericht Nr. 320, 1978
- [20] R. Gasch, K. Knothe: „*Strukturdynamik*“, Band 1+2, Springer Verlag, 1987
- [21] R. Gottkehasch: „*Nichtlineare Berechnung von Asynchronmaschinen mit massiveisernem Rotor und zusätzlichem Käfig im transienten Zustand mittels Finiter Differenzen und Zeitschrittrechnung*“, Dissertation, Universität Dortmund, 1992
- [22] M. Klocke: „*Zur Berechnung dynamischer Vorgänge bei von einem Drehstromsteller gespeisten Antrieben mit Asynchronmaschinen und mehreren gekoppelten Massen mittels Finiter-Differenzen-Zeitschrittrechnung*“, Dissertation, Universität Dortmund, 1999
- [23] F. Joswig, S. Soter: „*Simulation des dynamischen Verhaltens eines Off-Shore-Windkraftanlagenparks mit MGÜ- bzw. HGÜ-Netzanbindung*“, Deutsche Windenergie Konferenz DEWEK, Wilhelmshaven, 2000
- [24] Dubbel : „*Taschenbuch für den Maschinenbau*“, Springer-Verlag, 20. Auflage, 2001
- [25] M. Matsuisaki, T. Endo: „*Fatigue of metals subjected to varying stress*“, Japan Society of Mechanical Engineering, Kyushu District, 1969
- [26] N.E. Dowling: „*Fatigue Failure Predictions for Complicated Stress-Strain-Histories*“, Journal of Materials JMLSA, Vol. 7, No. 1, 1972
- [27] S. Kulig, F. Joswig: „*Perceptions about new kinds of subsynchronous resonances*“, 4th International Conference on Power System Transients IPST, Rio de Janeiro, 2001
- [28] S. Kulig, F. Joswig: „*Subsynchronous resonance in turbine generators caused by faulty induction machines*“, 6th IFToMM Conference on Rotors Dynamics, Sydney, 2002

- [29] A. Puchala: „*Maszyzny elektryczne*“, Verlag AGH, Krakau, 1969
- [30] F. Stobbe, Ch. Jacob: „*Subsynchroner Torsionsschwingungen an Generatorwellen, Schadensbegrenzung und Abhilfemaßnahmen*“, 4. HdT-Tagung "Turbogeneratoren in Kraftwerken", Essen, 2012
- [31] R.M. Hamouda, Z.R. Alzaid, M.A. Mostafa: "*Damping Torsional Oscillations in Large Turbogenerators Using Thyristor Controlled Braking Resistors*", Power Engineering Conference AUPEC, Australasian Universities, 2008
- [32] G. Siegel: „*Das Biegeschwingsungsverhalten von Rotoren, die mit Blechpaketen besetzt sind*“, Dissertation, Technische Universität Berlin, 1981
- [33] M. Henschel: „*Biegeschwingsungen von spannungsgesteuerten Asynchronmaschinen*“, Dissertation, Universität Kaiserslautern, 1996
- [34] H. Foster : „*Der Selbsterregungs-Mechanismus von Biegeschwingsungen der Rotoren von Käfigläufer-Asynchronmaschinen*“, Dissertation, Universität Kaiserslautern, 2001
- [36] <http://www.itwm.fraunhofer.de/abteilungen/systemanalyse-prognose-und-regelung/elektronik-mechanik-mechatronik/beruehrungsloser-drehmomentsensor.html>, aufgerufen April 2014
- [37] M. Humer, A. Wirsen: „*Online Monitoring von Torsionsschwingungen in Wellensträngen von Kraftwerksturboätzen*“, Symposium "Schwingsungsdiagnose an Kraftwerksturboätzen", Potsdam, 2006
- [38] O. Drubel: „*Elektromagnetische Vorgänge und Temperaturverteilungen im Rotor großer Turbogeneratoren im gestörten Betrieb*“, Dissertation, Universität Dortmund, 2001
- [39] A. Joswig: „*Berechnung der elektromagnetischen Kräfte bei der elektromagnetischen Blechumformung unter Berücksichtigung der Strukturänderung mittels numerischer Feldberechnung*“, Dissertation, Universität Dortmund, 2007

- [40] S. Kulig, K. Sedlazeck: „*Asynchronous Start Up of a Turbogenerator with Determination of the Damper Winding Parameters by Numerical Field Calculation*“, International Conference on Electrical Machines ICEM 94, Paris, 1994
- [41] K. Bonfert: „*Betriebsverhalten der Synchronmaschine*“, Springer Verlag, 1962
- [42] C. Göbel: „*Modelle der Synchrongeneratoren für die Simulation der subsynchronen Resonanzen*“, Dissertation, Technische Universität Dortmund, 2010
- [43] F. Joswig, M. Klocke, S. Kulig, B. Lüneburg: "*Evaluation Of Impact Loads Of Clutch Engaging Within Single Shaft Applications For Power Generation*", American Society of Mechanical Engineers ASME Turbo Expo, Berlin, 2008
- [44] M. Klocke, S. Kulig, G. Zimmer: "*Modellierung und Simulation einer selbstsynchronisierenden Schaltkupplung in Einwellenanlagen*", VDI/VDE-ETG Tagung, Fulda, 2004
- [45] K. Stölzle, F. Rossig: „*Synchronisierende, selbstschaltende Kupplungen für Einwellen-Cogeneration Kraftwerke*“, Antriebstechnik 34, No. 8, S. 46-49.
- [46] C. Göbel: „*Bestimmung von Subsynchronen Resonanzen in Inselnetzen mit defekten Asynchronantrieben*“, Diplomarbeit, Universität Dortmund, 2002
- [47] H.P. Schwefel : „*Evolutionsstrategie und numerische Optimierung*“, Dissertation, TU Berlin, 1975

Lebenslauf

Persönliche Angaben

Name	Frank Joswig
Geburtsdatum	11.08.1969
Geburtsort	Stuttgart
Familienstand	Verheiratet, 2 Kinder

Ausbildung

1976 - 1980	Hellweg Grundschule, Dortmund-Asseln
1980 - 1989	Immanuel-Kant-Gymnasium, Dortmund
1989 - 1990	Zivildienst bei der Deutschen Multiple-Sklerose Gesellschaft im Bereich der Schwerstbehindertenbetreuung
1990 – 1995	Studium der Elektrotechnik an der Universität Dortmund Abschluss: Diplom

Beruflicher Werdegang

1991 – 1994	Geschäftsführer der Firma Gatz-Elektronik GmbH
1995	Vertriebsleiter und kommissarischer Fertigungsleiter bei der Firma Südharz-Industrie-Elektronik GmbH
1996 – 1997	Studium der Philosophie und der Psychologie an der Universität Dortmund
1997 – 1998	Mitarbeiter im technischen Vertrieb der Diekhöner KG
1999 – 2002	Wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Universität Dortmund, Lehrstuhl für Elektrische Maschinen, Antriebe und Leistungselektronik
2000 – 2013	Lehrbeauftragter an der TFH Georg Agricola zu Bochum
2006 – 2007	Lehrbeauftragter an der Fachhochschule Südwestfalen
2002 – heute	Inhaber des Ingenieurbüros Dipl.-Ing. Frank Joswig
2013 – heute	Lehrkraft für besondere Aufgaben an der TFH Georg Agricola zu Bochum