Sabrina LÜBKE, Dortmund

Flexibles Überschlagsrechnen in der Grundschule – Ausgewählte Ergebnisse einer Interviewstudie im vierten Schuljahr

In diesem Beitrag werden ausgewählte Ergebnisse meines abgeschlossenen Promotionsprojekts zum Lösungsverhalten von Kindern beim Überschlagsrechnen (vgl. Hunke, 2012) präsentiert. Im Fokus steht dabei die Forschungsfrage: Inwiefern lassen sich bei Kindern des vierten Schuljahres flexible Rechenkompetenzen beim Überschlagsrechnen beobachten?

Bevor ein Einblick in die Interviewstudie erfolgt, wird zunächst geklärt, was unter den Begriffen des Überschlagsrechnens und des flexiblen Rechnens verstanden wird und es wird aufgezeigt, was Flexibilität in Bezug auf das Überschlagsrechnen heißt.

Theoretischer und empirischer Hintergrund

Überschlagsrechnen wird hier in Anlehnung an Lorenz (2005) als die Vereinfachung einer Aufgabe verstanden, mit dem Ziel das Ergebnis einer arithmetischen Operation ungefähr zu bestimmen. Eine genauere Betrachtung macht deutlich, dass es ähnlich wie beim halbschriftlichen Rechnen zahlreiche Strategien gibt einen Überschlag durchzuführen. Hervorzuheben ist dabei, dass – anders als häufig angenommen – die Anwendung der konventionellen Rundungsregeln nur eine von vielen Möglichkeiten darstellt eine Aufgabe zu vereinfachen (vgl. z.B. Hunke, 2012; Reys et al., 2009). Es gilt solche Überschlagsstrategien flexibel anzuwenden oder zu entwickeln. Unter Flexibilität wird hier anknüpfend an Selter (2009) die „Fähigkeit zur bewussten oder unbewussten Auswahl oder Entwicklung geeigneter Vorgehensweisen, abhängig von der Aufgabe, dem Individuum und vom soziokulturellen Kontext“ (Hunke, 2012, S. 84), verstanden.

Betrachtet man mögliche Lösungsprozesse beim Überschlagsrechnen (Abb. 1), so sollten für das flexible Überschlagsrechnen nicht nur die Überschlagsstrategien selbst in den Blick genommen werden. Vielmehr heißt flexibles Überschlagsrechnen

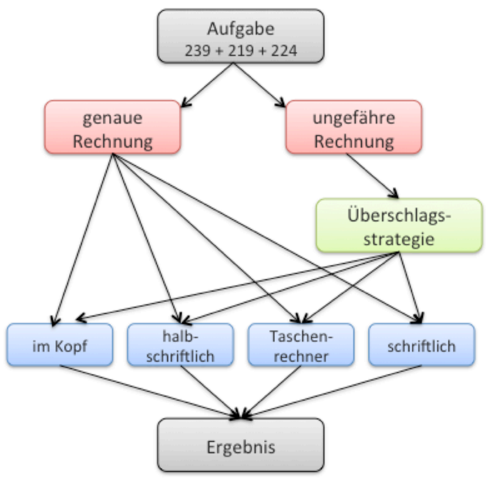

Abb. 1: Lösungsprozess beim Überschlagsrechnen (vgl. Reys et al. (2009))

In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 771–774). Münster: WTM-Verlag

flexibel auf drei Entscheidungsebenen zu handeln: Der Lösungsstrategie (genau oder ungefähr), der Überschlagsstrategie und der Rechenmethode (ebd.).

Es haben sich bereits einige wenige Studien mit Flexibilität beim Überschlagsrechnen auseinander gesetzt (vgl. z.B. Lemaire & Lecacheur, 2002). Diese konzentrieren sich jedoch auf die Ebene der Überschlagsstrategien und testen im Rahmen quantitativ angelegter Untersuchungsdesigns die flexible Anwendung vorgegebener Strategien. Lemaire & Lecacheur (2002) konnten dabei erste Hinweise auf Flexibilität liefern, was jedoch im Gegensatz zu Ergebnissen von Studien wie z.B. der von Schoen et al. (1987) steht, die eine Dominanz der unverstandenen Anwendung der Rundungsregeln aufzeigen konnte. Offen bleibt die Frage, inwiefern Aufgaben zum Überschlagsrechnen flexibel gelöst werden, wenn kein Lösungsweg vorgegeben ist. Vor diesem Hintergrund hat sich im Rahmen meiner Dissertation folgende Teilforschungsfrage ergeben: „Inwiefern äußern sich flexible Rechenkompetenzen bei ausgewählten Kindern sowohl hinsichtlich der Lösungs- und Überschlagsstrategien als auch der Rechenmethoden?“ (Hunke, 2012, S. 111ff).

Im Rahmen der Untersuchung wurden 42 Kindern des vierten Schuljahres im klinischen Interview am Beispiel der Addition und Multiplikation je zwölf Aufgaben des Typs „Reicht das Geld?“ oder „Wie viel ungefähr?“ vorgelegt. Zur Beantwortung der o.g. Forschungsfrage wurden dann die Interviews von vier ausgewählten Kindern aus derselben Klasse für eine vergleichende Fallinterpretation herangezogen.

Untersuchungsergebnisse

Bei der Fallinterpretation wurde herausgearbeitet, inwiefern sich bei den Kindern auf den verschiedenen o.g. Ebenen Hinweise auf Flexibilität beobachten ließen. Dazu wurde analysiert, welche Kriterien für die Kinder maßgeblich bei der Wahl oder Entwicklung ihrer Vorgehensweise waren. Die Analyse zeigte, dass die flexiblen Rechenkompetenzen der vier ausgewählten Kinder höchst unterschiedlich ausgeprägt sind (vgl. Tab 1.) – von gar keinen Hinweisen auf Flexibilität (Felix) über Flexibilität auf einzelnen Ebenen (Paul und Guido) bis hin zu Flexibilität auf alle Ebenen des Lösungsprozesses (Henry).

Am Beispiel von den sehr unterschiedlichen Kindern Felix und Henry wird nun angedeutet, welche Kriterien für sie jeweils leitend waren. Eine ausführliche Darstellung findet sich in Hunke (2012).

Tab. 1: Ebenen von Flexibilität (Hunke, 2012, S. 236)

	Lösungsstrategien (genau vs. ungefähr)	Überschlagsstrategien	Rechenmethoden
* = Orientierung an Rundungsregeln, + = Hinweise auf Flexibilität vorhanden, - keine Hinweise auf Flexibilität vorhanden			
Felix*	-	-	-
Paul*	+	-	+
Guido	-	+	-
Henry	+	+	+

Felix steht als Beispiel für ein Kind, das auf keiner der Ebenen Hinweise auf Flexibilität liefert. Er hat die Aufgabenserie „Wie viel ungefähr?“ vorgelegt bekommen und löst alle Aufgaben erwartungskonform mit einem Überschlag (so dass hier über das Nichtvorhandensein von Flexibilität nur gemutmaßt werden kann). Diesen führt er stets gemäß der Rundungsregeln durch, was sich in Äußerungen wie z.B. „also hier 50 rechnen wir hoch und ab… …und ab… und bei 0 rechnen wir runter […]“ zeigt. Diese scheinen für ihn auch *das* maßgebliche Kriterium in seinem Vorgehen zu sein. Dies wird nicht nur an der Stabilität seines Lösungsverhaltens deutlich, sondern insbesondere auch bei der Aufgabe 12,59€ + 14,59€ (Der Sachkontext wird hier aus Platzgründen weggelassen). Hier rechnet er zunächst 13,00€ + 14,00€, korrigiert sich dann aber (Abb. 2): „Da hab ich was Falsches gerechnet. […] Da kommt eigentlich ne 5 hin (rundet 14,59€ nun auf 15€ auf, und korrigiert folglich die Summe). Da ne 8. So.“ Hier wird deutlich, das Felix rein syntaktisch vorgeht – die Rundungsregeln müssen genau nach Vorgabe angewendet werden. Aufgabenmerkmale oder persönliche Merkmale spielen für ihn keine Rolle.

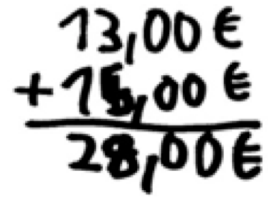

Abb. 2: Felix korrigiert seinen Überschlag

Henry hingegen argumentiert eher inhaltlich und reagiert dabei z.T. individuell auf die Aufgabenmerkmale. So löst er einen Großteil der Aufgaben erwartungskonform mit einem Überschlag, weicht bei einzelnen Aufgaben aber davon ab, z.B. bei 7 · 3,35€. Hier rechnet er genau, „weil das ist ja schon fast wie so ein Überschlag mit 35, weil 40 sind dann wieder viel zu viel dazu getan und bei 30 auch“. Bei der Aufgabe 8 · 63 kommt er schließlich zu der ungewöhnlichen Überschlagsrechnung 8 · 62 „weil […] 60 ist ja jetzt nicht so schwer zu rechnen und 2€ kann ich besser als 3€ rechnen.

[…] Und wenn ich 5€ genommen hätte, dann wäre das ja 2€ dazu getan, das wäre dann ein bisschen viel. So hab ich nur 1€ weggenommen".

Aus diesen Beispielen wird deutlich, dass zwei Kriterien für Henry maßgeblich sind: Er verändert Aufgaben nur dann, wenn so eine für ihn leichter zu rechnende Aufgabe entsteht. Und er verändert die Aufgaben so, dass das Ergebnis noch möglichst genau bleibt. Er nimmt also die spezifischen Aufgabenmerkmale in den Blick und reagiert individuell auf diese, so dass hier (zumindest in Ansätzen) von flexiblen Rechnen gesprochen werden kann.

Abschließend lässt sich festhalten, dass es innerhalb der untersuchten Klasse eine große Spannbreite hinsichtlich der flexiblen Rechenkompetenzen einzelner Kinder gab. Vor allem zeigte sich, dass gerade die Rundungsregeln, als Rezept angewendet, zu einem starren Lösungsverhalten führen, während die Idee vom Überschlag als Vereinfachung mehr Spielraum für individuelles Reagieren lässt. Sicherlich besteht hier noch weiterer Forschungsbedarf, da die vorliegende Untersuchung nur erste Hinweise zur Flexibilität beim Überschlagsrechnen liefern kann. Für die Unterrichtspraxis ergibt sich aber bereits jetzt die Forderung nach einer stärkeren Betonung des Überschlagsrechnens auf eigenen Wegen sowie der Idee des Überschlagsrechnens als Vereinfachung einer Aufgabe.

Literatur

Hunke, S. (2012): Überschlagsrechnen in der Grundschule. Lösungsverhalten von Kindern bei direkten und indirekten Überschlagfragen. Wiesbaden: Springer Spektrum.

Lorenz, J. H. (2005a): Überschlagen - Schätzen - Runden: Drei Begriffe, eine Tätigkeit? *Grundschule Mathematik*, 4, 44-45.

Reys, R. E.; Lindquist, M. M.; Lambdin, D. V. & Smith, N. L. (2009): *Helping Children Learn Mathematics* (9. Aufl.). Hoboken, NJ: John Wiley & Sons.

Selter, C. (2009): Creativity, flexibility, adaptivity, and strategy use in mathematics. *ZDM- The International Journal on Mathematics Education*, 41 (5), 619-625.

Schoen, H. L.; Blume, G. & Hart, E. (1987): *Measuring Computational Estimation Processes.* A Research Paper Presented at the 1987 Annual Meeting of the AERA. Washington, DC.

Lemaire, P. & Lecacheur, M. (2002): Children's strategies in computational estimation. In *Journal of Experimental Child Psychology*, 82, S. 281-304.