

Jenny Christine CRAMER, Bremen

## **„In der Mitte sind die Zwei und die Fünf“ – Logisches Argumentieren im Kontext von Spielen**

Mathematisches Argumentieren ist ein wesentliches Ziel von Mathematikunterricht. Krummheuer (1992) sieht zudem die Partizipation an Argumentationsprozessen als eine Voraussetzung für schulisches Lernen. Längst nicht geklärt ist jedoch, wie für alle Schülerinnen und Schüler, insbesondere für benachteiligte Lernende, Möglichkeiten zur Partizipation an kollektiven Argumentationen im Unterricht geschaffen werden können (vgl. Cramer, 2013). Die Dreifachperspektive der Habermas'schen Diskursethik beschreibt Voraussetzungen für die Teilhabe an Argumentationen im Hinblick auf Prozesse, Prozeduren und Produkte. Im Folgenden illustriere ich anhand einer logischen Spielsituation, wie mit diesem Ansatz Hürden für die Partizipation an mathematischer Argumentation identifiziert und erklärt werden können.

### **Wie entsteht Argumentation? Eine diskursethische Betrachtung.**

Im Rahmen seiner Theorie kommunikativen Handelns beleuchtet Habermas (1983) Entstehungsbedingungen von Argumentationen aus drei Perspektiven: Einer rhetorischen Sicht auf Argumentieren als Prozess, einer dialektischen Sicht auf Argumentieren als Prozedur, und einer logischen Sicht auf die Produkte von Argumentationen. Für alle drei Bereiche stellt er Diskursregeln auf, welche normative Idealvoraussetzungen für die Partizipation an Argumentationen beschreiben. Dabei bezieht er sich auf Argumentationen in alltäglichen Kontexten, also freiwillige und spontane Argumentationen. Dennoch sind diese Regeln auch für den Mathematikunterricht, gerade auch für die Beschreibung und Erklärung von Partizipationsbedingungen in diesem, interessant. Zwecks besserer Anwendbarkeit habe ich die Regeln verdichtet und auf den unterrichtlichen Kontext angepasst. Alle Regeln sind aus Habermas Diskursethik (1983, S. 97ff) übernommen. Für die Partizipation an Argumentationsprozessen gelten aus Sicht der Rhetorik folgende Regeln:

- R1: Jeder und jede darf sich an Argumentation beteiligen.
- R2: Diskussionsinhalte werden unter Beteiligung aller festgelegt.
- R3: Die Kommunikation findet gleichberechtigt und befreit von Zwängen statt.

Folgende Bedingungen gelten für die Prozedur des Argumentierens:

- D1: Jeder Sprecher darf nur das behaupten, was er selbst glaubt.

In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 293–296).  
Münster: WTM-Verlag

- D2: Geteiltes Wissen darf nicht grundlos angefochten werden.

Schließlich sind die Voraussetzungen für die Produkte:

- L1: Kein Sprecher darf sich widersprechen.
- L2: Wer in einer Situation eine Schlussregel anwendet, muss bereit sein, diese in allen analogen Situationen zu verwenden.
- L3: Begriffe haben eine gemeinsam festgelegte Bedeutung.

Habermas gibt die aufgeführten Regeln als notwendige Voraussetzungen für die Partizipation an Argumentationsprozessen an. Er betont jedoch, dass nicht die faktische sondern die subjektiv empfundene Erfüllung der Bedingungen entscheidend ist. Objektiv können die der Diskursethik entsprechenden Ausgangsbedingungen durch die unterschiedliche Position von Lehrenden und Lernenden im schulischen Kontext kaum oder gar nicht erreicht werden. Dennoch eröffnet die Analyse von Unterrichtssituationen bezüglich der Bedingungen für Argumentation als Prozess, Prozedur und Produkt eine interessante Perspektive auf Partizipationsmöglichkeiten. Ich werde im Folgenden an Daten aus meinem Dissertationsprojekt darlegen, warum logische Spiele geeignet sein können für die Schaffung günstiger Ausgangsbedingungen für mathematisches Argumentieren.

### **Mathematisches Argumentieren am Beispiel „Da Vinci Code“**

In meinem Dissertationsprojekt beschäftige ich mich mit der Identifikation von Hürden für das mathematische Argumentieren. Von September 2012 bis Juni 2013 gab ich einmal wöchentlich Unterricht in einer Gruppe von fünf Neuntklässlerinnen nichtdeutscher Erstsprache aus unterschiedlichen Schulformen. Jede Unterrichtsstunde begann mit einem Argumentationsanlass zu einem mathematischen Sachverhalt. In den meisten Situationen hatten die Schülerinnen große Schwierigkeiten, diese Argumentationsbasis aufzugreifen und in einen Argumentationsprozess einzutreten. Vielfältige mathematische Argumentationsanlässe wurden von mir geschaffen, doch immer wieder konnten Barrieren für die Partizipation an Argumentation beobachtet werden. Dies stellte sich unerwartet in einer Spielsituation völlig anders dar. In der vorgestellten Episode aus dem März 2013 führte ich das Logikspiel „Da Vinci Code“ ein, es waren drei Mädchen anwesend. Nach zwei Spielrunden wurde das Spiel eingepackt und eine fiktive Spielsituation (Abb. 1) vorgelegt, in der die verdeckten Steine identifiziert werden sollten. Die Spielregeln lauten: (I) Es gibt jede Zahl von 0-11 genau einmal in schwarz und einmal in weiß, und alle 24 Steine sind jederzeit im Spiel. (II) Vor den Spielern werden die Zahlen aufsteigend angeordnet. (III) Hat ein Spieler eine Zahl in beiden Farben, so steht die schwarze Zahl links.

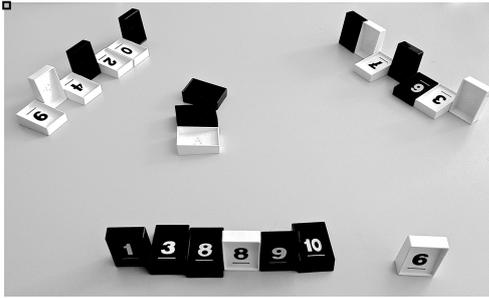


Abbildung 2: Die fiktive Spielsituation.

Der Transkriptausschnitt (s.u.) entstammt dem Beginn der Aufgabenbearbeitung. Die Argumentation ist ein Ausschnitt des Arguments, dass die verdeckten schwarzen Steine in der Mitte Zwei und Fünf sein müssen. Die von den Schülerinnen hervorgebrachte Argumentationsstruktur (Abb. 2) wurde mit dem Toulmin-

Schema (1958) analysiert. Das Argument ist deduktiv aufgebaut und nahezu vollständig. Implizit bleiben neben den Spielregeln (I) bis (III), die als Schlussregel dienen, nur die Information (\*), dass die schwarze 2 nicht beim vorderen Spieler liegt.

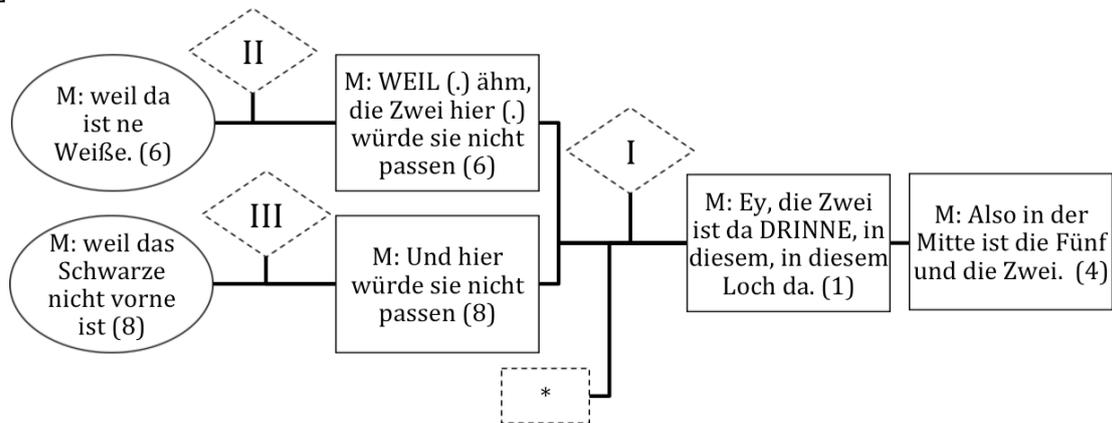


Abbildung 1: Analyse der Argumentationsstruktur

1	M: Ey, die Zwei ist da DRINNE, in diesem, in diesem Loch da.
2	A: Mhm (bejahend)
3	(27 Sek) I: (steht auf) Sagt mal ruhig den anderen, wenn ihr schon schon eine Zahl herausgefunden habt.
4	M: Also in der Mitte ist die Fünf und die Zwei.
5	I: Mhm (fragend). Woher willst du das wissen'? (kommt dazu)
6	M: WEIL (.) ähm, die Zwei hier (zeigt auf rechten Gegenspieler) würde sie nicht passen, weil da ist ne Weiße.
7	I: Mhm (bejahend)
8	M: (4 Sek) Und hier (zeigt auf linken Gegenspieler) würde sie nicht passen, weil das Schwarze nicht vorne ist.

## **Logische Spiele – eine Möglichkeit, Argumentieren zu fördern**

Anders als in allen vorausgegangen Unterrichtsstunden, in denen das Hervorbringen einer mathematischen Argumentation den Schülerinnen meist nicht oder nur sehr eingeschränkt gelang, zeigen sie bei diesem Logikspiel eine überraschende Affinität zu Argumentation und logischem Schließen. Dies ist angesichts der zuvor beobachteten immensen Schwierigkeiten bezüglich der Partizipation an Argumentation erklärungsbedürftig.

Anders als in den vorausgegangen Unterrichtsstunden sind in der vorliegenden Spielsituation die Bedingungen der Diskursethik in allen drei Bereichen erfüllt. Die aktiven Spielrunden, die der Aufgabe vorausgingen, erforderten eine aktive Beteiligung von allen Spielenden und etablierten einen gleichberechtigten Status aller Spielerinnen (R1, R3). Diese Beteiligung scheint sich auf die fiktive Aufgabe im Anschluss an die Spielrunden übertragen zu haben. Zudem ist der Diskussionsinhalt durch das Bild gegeben, die Spielregeln legen Begriffe klar fest. Darüber hinaus besteht das zur Lösung der Aufgabe erforderliche Wissen ausschließlich aus den Spielregeln und wird damit von allen geteilt (R2, D2, L3). Im Spiel ist es zielführend, dass jeder Spieler nur das behauptet, was seiner Überzeugung entspricht, denn dies erhöht die Gewinnchance. Auch in der fiktiven Situation ist dies günstig (D1). Die festgelegte Situation begünstigt Widerspruchsfreiheit (L1), und die Spielregeln erleichtern die Identifikation analoger Situationen (L2).

Logische Spiele scheinen aus Sicht der Diskursethik Möglichkeiten zur Partizipation an Argumentationen gerade auch für Schülerinnen zu schaffen, denen in klassischen mathematischen Lernsituationen ansonsten eine Partizipation an Argumentation nur schwer gelingt. Hypothetisch-deduktives Schließen kann von ihnen aufgrund der klaren Spielregeln hier geübt werden. Die Partizipation an Argumentation wird diesen Lernenden zusätzlich durch die gemeinsame Wissensbasis ermöglicht, die allein auf den vorgegebenen Spielregeln beruht.

## **Literatur**

Cramer, J. C. (2013). Possible language barriers in processes of mathematical reasoning. Proceedings of the 8th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 8), Ankara, ERME, 116-125.

Habermas, J. (1983). Diskursethik-Notizen zu einem Begründungsprogramm. In *Moralbewusstsein und kommunikatives Handeln* (pp. 53-126). Frankfurt: Suhrkamp.

Krummheuer, G. (1992). *Lernen mit "Format": Elemente einer interaktionistischen Lerntheorie; diskutiert an Beispielen mathematischen Unterrichts*. Weinheim: Deutscher Studien Verlag.

Toulmin, S. (1958). *The Uses of Argument*. Cambridge: Cambridge University Press.