

Prognostische Validität mathematischer Screenings

vorgelegt von
Berthold Gomm

als Dissertation zur Erlangung des Grades eines Doktors der Philosophie (Dr. phil.)
in der
Fakultät Rehabilitationswissenschaften
der Technischen Universität Dortmund

Dortmund

2014

Betreuer: Professor Dr. Heinrich Tröster

Betreuer: Professor (i. R.) Dr. Christoph Leyendecker

Dissertation in der Fakultät Rehabilitationswissenschaften der Technischen Universität
Dortmund

Dissertationsort: Lemgo

Vorwort

Diese Dissertation entstand auf Anregung von Herrn PD Dr. habil. Dipl. psych. Karlheinz Barth und durch die Unterstützung von Herrn Professor Christoph Leyendecker.

Ich möchte mich an dieser Stelle ganz herzlich bei den Menschen bedanken, die mich in meiner wissenschaftlichen Arbeit begleitet haben. Mein größter Dank gilt dabei Herrn Universitätsprofessor Dr. Heinrich Tröster, der mich nach der Annahme der Betreuung mit unendlicher Geduld und Fachwissen in das empirisch-basierte, theoriegeleitete und wissenschaftlich-fundierte Arbeiten eingeführt hat. Nach über 30 Jahren Unterrichtstätigkeit wurde mir somit ermöglicht, aus dem pragmatischen Handlungsfeld eines Schulpädagogen heraus wieder den Weg in die Wissenschaft zu finden. Dies hat mir in den letzten vier Jahren in meiner jetzigen außerunterrichtlichen Tätigkeit sehr geholfen, strukturelle Prozesse im pädagogischen Kontext besser gestalten zu können. Ein weiterer Dank gilt Herrn Professor Dr. Christoph Leyendecker, Herrn PD Dr. habil. Wolfgang Lenhard und natürlich Herrn PD Dr. habil. Dipl. psych. Karlheinz Barth für ihre fachliche Unterstützung und die Wertschätzung meiner Arbeit. Auch Herrn Schulamtsdirektor Hans-Werner Rüter vom Schulamt für den Kreis Lippe bin ich für seine große Fürsorge zu Dank verbunden.

In meine Danksagung möchte ich aber auch den Personenkreis einbeziehen, der mir erst den Zugang zu statistischen Daten ermöglicht hat: die Bezirksregierung Detmold, die Schulleitungen und die Eltern für ihre Befürwortung des Forschungsvorhabens und besonders die Schulkinder und ihre Lehrerinnen und Lehrer für die Teilnahme an der Datenerhebung. Diesen Dank verbinde ich mit der Hoffnung, dass sich meine Forschungsergebnisse als bedeutsam für die Früherkennung rechenschwacher Schulkinder erweisen.

Für den notwendigen Rückhalt und die liebevolle Unterstützung danke ich auch meiner Frau Waltraud und widme ihr diese Arbeit. Meine Frau ist zudem eine wunderbare Lehrerin und mein pädagogisches Vorbild, da sie ihren anvertrauten Schülerinnen und Schüler die Liebe und die Lust am Lernen nahebringen kann.

Lemgo, im Juni 2014

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	IV
Tabellenverzeichnis	VII
1 Einleitung	1
2 Intention	6
3 Aktueller Forschungs- und Erkenntnisstand	8
3.1 Prozesse des Erwerbs arithmetischer Kompetenzen	9
3.1.1 Entwicklungspsychologische Aspekte	10
3.1.2 Neuropsychologische Aspekte	16
3.1.3 Kognitionspsychologische Aspekte	21
3.1.3.1 Wahrnehmung	23
3.1.3.2 Sprache	27
3.1.3.3 Gedächtnis	30
3.1.3.4 Konzentration/Aufmerksamkeit	34
3.1.4 Modelle der Zahlentwicklung und des Rechenerwerbs	35
3.1.4.1 Das Vier-Stufen-Modell	35
3.1.4.2 Modell der mathematischen Kompetenzentwicklung	36
3.1.4.3 Weitere Entwicklungsmodelle	39
3.2 Früherkennung	43
3.2.1 Prädiktion von Rechenleistungen durch Prozessdeterminanten der Zahlentwicklung/des Rechenerwerbs	45
3.2.2 Prädiktion von Rechenleistungen durch Modelle zur Zahlentwicklung/zum Rechenerwerb	57
4 Methodik	58
4.1 Fragestellungen und Hypothesen	58
4.2 Untersuchungsverfahren	62
4.2.1 Spezifischer Prädiktor <i>Eggenberger Rechentest 0+</i>	62
4.2.2 Spezifischer Prädiktor <i>Hamburger Rechentest für Klasse 1</i>	63
4.2.3 Spezifischer Prädiktor <i>Kalkulie Diagnoseteil 1</i>	64
4.2.4 Unspezifischer Prädiktor <i>Grundintelligenztest Skala 1</i>	66
4.2.5 Unspezifischer Prädiktor <i>Schülerbeurteilungsbogen für 1. Klassen</i>	67

4.2.6	Spezifisches Kriterium <i>Deutscher Mathematiktest für erste Klassen</i>	67
4.2.7	Unspezifisches Kriterium <i>Die Diagnostische Bilderliste 1</i>	68
4.2.8	Spezifisches Kriterium <i>Deutscher Mathematiktest für zweite Klassen</i>	68
4.2.9	Risikoprädiktion	69
4.2.10	Personenbezogene Datenerhebungen	70
4.3	Untersuchungsdesign	70
4.3.1	Untersuchungsdurchführung	70
4.3.2	Probandengruppe	71
5	Statistische Kenndaten der Prädiktoren und Kriterien	74
5.1	Erzielte Leistungen	75
5.2	Itemanalyse	77
5.2.1	Schwierigkeitsindex	77
5.2.2	Reliabilitätsanalyse	79
5.3	Überprüfung auf Normalverteilung	79
5.4	Überprüfungen von Mittelwertunterschieden der eingesetzten Messverfahren	80
5.4.1	Geschlecht	80
5.4.2	Nationalität und Herkunftssprache	83
5.4.3	Alter	86
5.4.4	Schulklassen	88
6	Korrelationsanalyse	91
6.1	Prädiktoren und Kriterien	92
6.2	Korrelationen von Subtests bzw. Items der Prädiktoren mit den spezifischen Kriterien	93
6.3	Korrelationen von Subtest-Skalen der Prädiktoren mit den spezifischen Kriterien	96
7	Explorative Faktorenanalyse	98
7.1	Datenreduzierung	99
7.2	Faktoreninterpretation	105
7.3	Rechnen mit Komponentenwerten	106
7.3.1	Geschlecht	106

7.3.2	Alter	107
7.3.3	Nationalität und Herkunftssprache	107
8	Regressionsanalyse	109
8.1	Regressionsmodell-Berechnung	110
8.1.1	Erklärung der Rechenleistungen durch die spezifischen Prädiktoren	110
8.1.2	Zusätzliche Erklärung der Rechenleistungen durch die unspezifischen Prädiktoren	117
8.1.3	Erklärung der Rechenleistungen durch die Subtests der spezifischen Prädiktoren	122
8.1.4	Erklärung der Rechenleistungen durch die Faktoren der Hauptkomponentenanalyse	131
8.1.5	Erklärung der Rechtschreibleistungen in der Klasse 1 durch die spezifischen und unspezifischen Prädiktoren	133
9	Prognose rechenschwacher Schulkinder	134
9.1	Güteindizes	135
9.2	Cut-off Wert	135
9.3	Güteeigenschaften der spezifischen und unspezifischen Prädiktoren	136
9.4	Receiver Operating Characteristics (ROC) und Area Under Curve (AUC)	143
9.4.1	Trennschärfe der spezifischen und unspezifischen Prädiktoren	144
9.4.2	Trennschärfe von Subtests und Subtest-Skalen	147
9.4.3	Prognose von rechenschwachen und nicht-rechenschwachen Schulkindern durch die Hauptkomponenten der Faktorenanalyse	149
10	Diskussion	150
10.1	Methodische Aspekte	150
10.2	Diskussion der Fragestellungen	152
10.2.1	Prognose der Schulleistungen	154
10.2.2	Prognose rechenschwacher Schulkinder	161
10.2.4	Zusammenfassung	165
	Literaturverzeichnis	168
	Anhang	184

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 3.1	Niveaustufen der Entwicklung der Zahlwort-Bedeutung nach Gelman und Gallistel	13
Abbildung 3.2	Niveaustufen der Entwicklung der Zahlwort-Bedeutung nach Fuson	15
Abbildung 3.3	Schematische Darstellung der Zahl- und Rechenverarbeitung (McCloskey, Camarazza & Basili)	17
Abbildung 3.4	Schematische Darstellung des semantischen Subsystems (McCloskey et al.)	17
Abbildung 3.5	Zwei-Routen-Modell (Cipolotti & Butterworth)	18
Abbildung 3.6	Modell der drei Repräsentationsebenen (Krajewski)	20
Abbildung 3.7	Gebäude des Rechnererwerbs (Jakobs & Petermann)	22
Abbildung 3.8	Pfadmodell zum Einfluss von Arbeitsgedächtniskomponenten und phonologischer Bewusstheit auf mathematische Vorläuferfertigkeiten und mathematische Schulleistungen (Krajewski)	30
Abbildung 3.9	Schematische Darstellung des Arbeitsgedächtnisses (Baddeley)	32
Abbildung 3.10	Entwicklungsmodell der Zahlenverarbeitung (von Aster & Shalev)	36
Abbildung 3.11	Entwicklungsmodell zum Erwerb der mathematischen Kompetenzentwicklung (Fritz, Ricken & Gerlach)	38
Abbildung 3.12	Entwicklungsmodell früher numerischer Kompetenzen (Krajewski)	40
Abbildung 3.13	Modell der Entwicklung von Zahlkonzept und Rechenleistung (Dornheim)	42
Abbildung 3.14	Schematische Darstellung der Früherkennung (Tröster)	45
Abbildung 3.15	Strukturgleichungsmodell zur Vorhersage der Mathematikleistungen für die Klasse 1 und 2 (Krajewski)	53
Abbildung 3.16	Strukturgleichungsmodell zur Vorhersage der Mathematikleistungen für die Klasse 1 und 2 (Dornheim)	55
Abbildung 7.1	Eigenwertdiagramm des Scree-Tests der 39 Variablen	103

Abbildung 8.1	Graphische Darstellung der Beitragserklärung der Prädiktoren <i>ERT 0+</i> , Lehrerurteil und Intelligenz bzgl. des spezifischen Kriteriums <i>DEMAT 1+</i>	120
Abbildung 8.2	Graphische Darstellung der Beitragserklärungen der Prädiktoren <i>HaReT 1</i> , Lehrerurteil und Intelligenz bzgl. des spezifischen Kriteriums <i>DEMAT 1+</i>	120
Abbildung 8.3	Graphische Darstellung der Beitragserklärungen der Prädiktoren <i>Kalkulie 1</i> , Lehrerurteil und Intelligenz bzgl. des spezifischen Kriteriums <i>DEMAT 1+</i>	120
Abbildung 8.4	Graphische Darstellung der Beitragserklärungen der Prädiktoren <i>ERT 0+</i> , Lehrerurteil und Intelligenz bzgl. des spezifischen Kriteriums <i>DEMAT 2+</i>	121
Abbildung 8.5	Graphische Darstellung der Beitragserklärungen der Prädiktoren <i>HaReT 1</i> , Lehrerurteil und Intelligenz bzgl. des spezifischen Kriteriums <i>DEMAT 2+</i>	122
Abbildung 8.6	Graphische Darstellung der Beitragserklärungen der Prädiktoren <i>Kalkulie 1</i> , Lehrerurteil und Intelligenz bzgl. des spezifischen Kriteriums <i>DEMAT 2+</i>	122
Abbildung 8.7	Graphische Darstellung der Beitragserklärungen der Subtests des spezifischen Prädiktors <i>ERT 0+</i> bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1	125
Abbildung 8.8	Graphische Darstellung der Beitragserklärungen der Subtests des spezifischen Prädiktors <i>ERT 0+</i> bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 2	126
Abbildung 8.9	Graphische Darstellung der Beitragserklärungen der Subtests des spezifischen Prädiktors <i>HaReT 1</i> bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1	127
Abbildung 8.10	Graphische Darstellung der Beitragserklärungen der Subtests des spezifischen Prädiktors <i>HaReT 1</i> bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 2	128

Abbildung 8.11	Graphische Darstellung der Beitragserklärungen der Subtests des spezifischen Prädiktors <i>Kalkulie 1</i> bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1	129
Abbildung 8.12	Graphische Darstellung der Beitragserklärungen der Subtests des spezifischen Prädiktors <i>Kalkulie 1</i> bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 2	130
Abbildung 9.1	Rechenprobleme am Ende der Grundschulklasse 1 und Screening-Befund der spezifischen und unspezifischen Prädiktoren im ersten Schulhalbjahr der Klasse 1	137
Abbildung 9.2	Rechenprobleme am Ende der Grundschulklasse 2 und Screening-Befund der spezifischen und unspezifischen Prädiktoren im ersten Schulhalbjahr der Klasse 1	138
Abbildung 9.3	Beispiel für eine ROC-Kurve und den entsprechenden AUC-Wert	143
Abbildung 9.4	AUC-Mittelwert des jeweiligen Prädiktors bezüglich der Trennschärfe von rechenschwachen und nicht-rechenschwachen Kindern in der Klasse 1	144
Abbildung 9.5	AUC-Mittelwert des jeweiligen Prädiktors bezüglich der Trennschärfe von rechenschwachen und nicht-rechenschwachen Kindern in der Klasse 2	145
Abbildung 9.6	ROC-Kurven der drei spezifischen Prädiktoren bezüglich der Trennschärfe von rechenschwachen und nicht-rechenschwachen Kindern in der Klasse 1	146
Abbildung 9.7	ROC-Kurven der drei spezifischen Prädiktoren bezüglich der Trennschärfe von rechenschwachen und nicht-rechenschwachen Kindern in der Klasse 2	146
Abbildung 9.8	AUC-Mittelwert der Faktoren der Hauptkomponentenanalyse bezüglich der Trennschärfe von rechenschwachen und nicht-rechenschwachen Kindern in der Klasse 1	149
Abbildung 9.9	AUC-Mittelwert der Faktoren der Hauptkomponentenanalyse bezüglich der Trennschärfe von rechenschwachen und nicht-rechenschwachen Kindern in der Klasse 2	150

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1.1	Spezifisch-mathematische Prüfverfahren für den Frühbereich und die Grundschule	4
Tabelle 3.1	Untersuchungsergebnisse zur Rolle von Sinnesleistungen auf das Schulfach Mathematik	24
Tabelle 3.2	Studien im deutschsprachigen Raum zur Früherkennung rechenschwacher Schulkinder in der Klasse 1 und 2 (vier Tabellenteile)	48
Tabelle 3.3	Klassifikatorische Gütekriterien zur Vorhersage rechenschwacher Schulkinder in der Klasse 1 und 2 (Krajewski)	53
Tabelle 3.4	Klassifikatorische Gütekriterien zur Vorhersage rechenschwacher Schulkinder in der Klasse 1 und 2 (Dornheim)	56
Tabelle 4.1	Schwerpunkte der drei spezifischen Prädiktoren	66
Tabelle 4.2	Allgemeines Schema zur Vorhersage einer Störung aufgrund des Screening-Befundes (nach Tröster)	69
Tabelle 4.3	Teilnahme an den Untersuchungsverfahren	72
Tabelle 4.4	Altersverteilung der teilnehmenden Schulkinder	72
Tabelle 4.5	Geschlecht, Nationalität, Herkunftssprache	73
Tabelle 4.6	Differenzierung nach Herkunftssprache	74
Tabelle 5.1	Statistische Kenndaten zu den Häufigkeitswerten der eingesetzten Messverfahren	76
Tabelle 5.2	Besonders leichte Aufgabentypen der drei spezifischen Prädiktoren	77
Tabelle 5.3	Mittelwertunterschiede: Geschlecht	81
Tabelle 5.4	Mittelwertunterschiede: Nationalität	84
Tabelle 5.5	Mittelwertunterschiede: Herkunftssprache	85
Tabelle 5.6	Mittelwertunterschiede: Alter der Schulkinder	87
Tabelle 5.7	Mittelwertunterschiede: Grundschulen	90
Tabelle 5.8	Mittelwert-Unterschiede bei der Variablen <i>Grundschulen</i> bezüglich der erzielten Leistungen bei allen Prädiktoren und Kriterien	91
Tabelle 6.1	Korrelationskoeffizienten aller Prädiktoren und Kriterien	93

Tabelle 6.2	Korrelationskoeffizienten der drei spezifischen Prädiktoren bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2	94
Tabelle 6.3	Korrelationskoeffizienten des Prädiktors <i>SchüBo 1</i> bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2	96
Tabelle 6.4	Korrelationskoeffizienten der Subtest-Skalen der Prädiktoren <i>ERT 0+</i> , <i>CFT 1</i> und <i>SchüBo 1</i> bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2	97
Tabelle 6.5	Partialkorrelationskoeffizienten der drei spezifischen Prädiktoren und des <i>Lehrerurteils</i> bezüglich der Rechenleistungen unter Auspartialisierung der Kontrollvariablen <i>Intelligenz</i>	98
Tabelle 7.1	Kommunalitäten der 39 Variablen	100
Tabelle 7.2	Eigenwerte und Varianzanteile der bedeutsamsten Hauptkomponenten	102
Tabelle 7.3	Hauptkomponentenanalyse mit Varimax-Rotation	104
Tabelle 7.4	Mittelwertunterschiede: Geschlecht	106
Tabelle 7.5	Korrelationen der drei Altersstufen mit den Hauptkomponenten	107
Tabelle 7.6	Mittelwertunterschiede: Nationalität	108
Tabelle 7.7	Mittelwertunterschiede: Herkunftssprache	108
Tabelle 8.1	Ergebnisse der Regressionsanalyse zur Beitragserklärung des spezifischen Prädiktors <i>ERT 0+</i> , der Intelligenz und des <i>Lehrerurteils</i> bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1	111
Tabelle 8.2	Ergebnisse der Regressionsanalyse zur Beitragserklärung des spezifischen Prädiktors <i>ERT 0+</i> , der Intelligenz und des <i>Lehrerurteils</i> bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 2	112
Tabelle 8.3	Ergebnisse der Regressionsanalyse zur Beitragserklärung des spezifischen Prädiktors <i>HaReT 1</i> , der Intelligenz und des <i>Lehrerurteils</i> bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1	113
Tabelle 8.4	Ergebnisse der Regressionsanalyse zur Beitragserklärung des spezifischen Prädiktors <i>HaReT 1</i> , der Intelligenz und des <i>Lehrerurteils</i> bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 2	114

Tabelle 8.5	Ergebnisse der Regressionsanalyse zur Beitragserklärung des spezifischen Prädiktors <i>Kalkulie 1</i> , der Intelligenz und des Lehrerurteils bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1	115
Tabelle 8.6	Ergebnisse der Regressionsanalyse zur Beitragserklärung des spezifischen Prädiktors <i>Kalkulie 1</i> , der Intelligenz und des Lehrerurteils bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 2	116
Tabelle 8.7	Zusammenfassende Ergebnisse der PLS-Regression zur Beitragserklärung des jeweiligen spezifischen Prädiktors, der Intelligenz und des Lehrerurteils bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1	119
Tabelle 8.8	Zusammenfassende Ergebnisse der PLS-Regression zur Beitragserklärung des jeweiligen spezifischen Prädiktors, der Intelligenz und des Lehrerurteils bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 2	121
Tabelle 8.9	Zusammenfassende Ergebnisse der PLS-Regression zur Beitragserklärung der Subtests des spezifischen Prädiktors <i>ERT 0+</i> bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1	125
Tabelle 8.10	Zusammenfassende Ergebnisse der PLS-Regression zur Beitragserklärung der Subtests des spezifischen Prädiktors <i>ERT 0+</i> bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 2	126
Tabelle 8.11	Zusammenfassende Ergebnisse der PLS-Regression zur Beitragserklärung der Subtests des spezifischen Prädiktors <i>HaReT 1</i> bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1	127
Tabelle 8.12	Zusammenfassende Ergebnisse der PLS-Regression zur Beitragserklärung der Subtests des spezifischen Prädiktors <i>HaReT 1</i> bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 2	128
Tabelle 8.13	Zusammenfassende Ergebnisse der PLS-Regression zur Beitragserklärung der Subtests des spezifischen Prädiktors <i>Kalkulie 1</i> bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1	129
Tabelle 8.14	Zusammenfassende Ergebnisse der PLS-Regression zur Beitragserklärung der Subtests des spezifischen Prädiktors <i>Kalkulie 1</i> bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 2	130

Tabelle 8.15	Varianzaufklärung der Rechenleistung am Ende der Klasse 1 (abhängige Variable: <i>DEMAT 1+</i>)	132
Tabelle 8.16	Varianzaufklärung der Rechenleistung am Ende der Klasse 2 (abhängige Variable: <i>DEMAT 2+</i>)	132
Tabelle 8.17	Zusammenfassung der Regressionsanalyse zur Beitragserklärung aller Prädiktoren bezüglich der Rechtschreibleistungen am Ende der Klasse 1 (abhängige Variable: <i>DBL 1</i>)	134
Tabelle 9.1	Sensitivität und Spezifität der fünf Prädiktoren	140
Tabelle 9.2	Klassifikatorische Daten am Ende der Klasse 1	142
Tabelle 9.3	Klassifikatorische Daten am Ende der Klasse 2	142

1. Einleitung

Die *PISA*-Studie 2000 verzeichnet für deutsche Schüler (synonym für Schülerinnen und Schüler) im Schulfach *Mathematik* unterdurchschnittliche Ergebnisse (Baumert et al., 2002). Bei den *Mathematischen Kompetenzstufen I-V* verfügen 24% der 15-jährigen bundesdeutschen Schüler nur über eine mathematische Grundbildung, die unterhalb bzw. auf der Kompetenzstufe I (Rechnen auf Grundschulniveau) anzusiedeln ist. Die Ergebnisse der *PISA*-Studie 2003 weisen eine ähnlich große Risikogruppe aus: Für 9.2% der Jugendlichen sind Aufgaben der Kompetenzstufe I nicht lösbar und 12.4% der Schüler können Aufgaben dieser Kompetenzstufe erfolgreich bewältigen (Prenzel et al., 2004). Auch hinsichtlich der positiven Bewältigung beruflicher Ausbildung und des damit verbundenen späteren beruflichen Erfolgs wird die Schülerklientel (= 21.6% aller Schüler) mit sehr schwachen und schwachen Rechenleistungen als potenzielle Risikogruppe angesehen (Prenzel et al., 2004). Die *PISA*-Studie 2009 belegt für Deutschland einen signifikanten Rückgang der Jugendlichen unter bzw. auf der niedrigsten Kompetenzstufe: 18.6% der deutschen Jugendlichen (OECD-Durchschnitt: 22.0%) sind der Kompetenzstufe I zuzuordnen (Klieme et al., 2010).

Die *TIMSS*-Studie 2007, an der Deutschland zum ersten Mal mit Schulkindern der Jahrgangsstufe 4 teilnahm, bestätigt für die Grundschule die in den bisherigen *PISA*-Studien benannte Risiko-Problematik: 22% der Schul Kinder dieser Klassenstufe zeigen Leistungen der ersten und zweiten Kompetenzstufe, wobei 4% der untersten Stufe zuzuordnen sind (Bos et al., 2008). Die Kompetenzen der ersten und zweiten Stufe bedeuten ein „elementares mathematisches Wissen sowie elementare mathematische Fertigkeiten und Fähigkeiten“ (Bos et al., 2008, S. 10) und ein „rudimentäres mathematischen Anfangswissen“ für die erste Kompetenzstufe (ebda., S. 10).

Auch wenn in den letzten Jahren laut der *PISA*-Studie 2009 ein Rückgang der Risikoklientel in Höhe von 5.4 Prozentpunkten zu verzeichnen ist, muss weiter intensiv daran gearbeitet werden, dass der Anteil von jugendlichen Schülern unterhalb bzw. auf der Kompetenzstufe I abnimmt. Das Verharren auf den beiden untersten Kompetenzstufen kann sich nach Bos et al. (2008) zu einer „ausgesprochenen Belastung für die weitere Schullaufbahn“ der betroffenen Schüler entwickeln. Das Institut für Arbeitsmarkt- und Berufsforschung untersucht seit dem Jahr 2007 die kognitiven Kompetenzen Erwachsener (N = 3980) im Alter von 18 bis 52

Jahren in Deutschland. Über die mathematischen Fertigkeiten im Alltag berichtet die Studie „Arbeiten und Leben im Wandel“ (Wölfel, Christoph, Kleinert & Heineck, 2011), dass 4% der befragten Männer und bis zu 7% der Frauen die Niveaustufe I beherrschen. Für die Niveaustufe II sind es 16% der Männer bzw. 23% der Frauen. „Menschen, die nicht gelernt haben, mit Zahlen [...] oder auch Geld umzugehen, sind in ihrer Teilhabe am gesellschaftlichen Leben eingeschränkt“ (Tröster, 2009, S. 331). Auf weitere Auswirkungen von geringen mathematischen Fähigkeiten auf die gesellschaftliche Teilhabe verweist eine britische Studie. Dazu führt Butterworth (2011) aus:

A large UK cohort study found that low numeracy was more of a handicap for an individual's life chances than low literacy: They earn less, spend less, are more likely to be sick, are more likely to be in trouble with the law, [...] (S. 1049).

Zur Sicherung der Chancen auf Teilhabe an der Gesellschaft ist es daher wichtig, dass gefährdete, rechenschwache Kinder zu einem möglichst frühen Zeitpunkt identifiziert werden. Dadurch lässt sich eine entsprechend frühe Förderintervention initiieren, die die Erfolgchancen dieser Förderung begünstigt. Um diesem Anspruch zu genügen, müssen prognostisch valide Messinstrumente zur Verfügung stehen, die eine rechtzeitige Erkennung von Kindern mit Problemen beim Rechenerwerb ermöglichen.

Die Forschungen im Bereich der Entwicklungspsychologie (Fuson, 1988; Resnick, 1989) zeigen, dass Kinder schon im frühen Alter über ein Vorwissen bezüglich Mengen und Zahlen, über Vorläuferfertigkeiten für spätere Zählkompetenzen verfügen. Diese Vorläuferfertigkeiten sind aber noch nicht als konzeptionelle Rechenstrategien ausgebildet. Man kann sie mit den Vorläuferfertigkeiten des Schriftspracherwerbs vergleichen, indem noch keine Strategien des eigentlichen Schriftspracherwerbs zur Verfügung stehen. Als Beispiele können „Kritzelpriefe“ und logographemische Wort-Abbildungen benannt werden. Krajewski (2003) identifizierte das Mengenwissen und das Zahlvorwissen als spezifische Vorläuferfertigkeiten schulischer Mathematikleistungen. Als unspezifische Vorhersagemerkmale klassifizierte Krajewski die Intelligenz, die Gedächtniskapazität, die Zahlenverarbeitungsgeschwindigkeit, das Sprachverständnis für präpositionale Beziehungen, das räumliche Vorstellungsvermögen und die Klassifikation von Objekten nach Merkmalen (Fähigkeit zur Bildung von Kategorien). Mengenbezogenes Wissen beinhaltet die *Seriation*, *Mengen-* und *Längenvergleiche*

und das *Erkennen von Invarianz*. Zahlenbezogenes Wissen meint die *Zählfertigkeit* (u. a. Vor- und Rückwärtszählen, Benennen des Zahlenvorgängers/-nachfolgers), das *arabische Zahlwissen* (z. B. Zahlbilder) und *Rechenfertigkeit* (z. B. einfache textgebundene Rechenaufgaben). Als zentralen Ansatz für den Aufbau des Zahlverständnisses und die Einsicht in mathematisches Operieren sieht Lorenz (2005c) mathematische Vorläuferfertigkeiten, die sich durch die visuelle Verarbeitung und Wahrnehmung und den sich daraus ergebenden kognitiven Verarbeitungsprozessen ergeben. Fehlentwicklungen in diesen Kontexten tragen zur „Entwicklung einer Rechenstörung bei“ (Lorenz, 2005c, S. 41). In Untersuchungen ließ sich nachweisen, dass mit Hilfe der spezifischen Prädiktoren *Mengenvorwissen* und *Zahlenvorwissen* die Identifizierung von rechenschwachen Kindern schon vor dem Schulbeginn (Krajewski, 2003, 2008; Weißhaupt, Peucker & Wirtz, 2006; Dornheim, 2008) und zu Schulbeginn (Kaufmann, 2003) möglich ist.

Diese Forschungsergebnisse bestätigen also, dass die Grundschule nicht die *Stunde Null* in der Wissensentwicklung eines Kindes darstellt. Es gilt also den Fokus auf den Frühbereich zu richten, da sich hier schon Fehlentwicklungen erkennen lassen. Zur Früherkennung von Rechenproblemen bei Schulkindern sind in den letzten Jahren weitere standardisierte Diagnoseverfahren entwickelt worden, die in Tabelle 1.1 nach Erscheinungsdatum aufgeführt sind. In Vorbereitung bzw. angekündigt sind neue, kompetenz- und prozessorientierte diagnostische Verfahren, wie zum Beispiel *MARKO-0 und 1* (Ehlert, Fritz-Stratmann, Ricken & Balzer, n. d.), der Test zur *Erfassung mathematischer Basiskompetenzen im Kindergartenalter* (MBK-0) (Krajewski, n. d.) und das Diagnostikum zur *Erfassung mathematischer Basiskompetenzen im Verlauf der 1. Klasse* (MBK-1) (Ennermoser, Krajewski & Sinner, n. d.). Informelle Verfahren wie *ElementarMathematisches BasisInterview* (EMBI) für den Kindergarten und die ersten beiden Klassen der Grundschule (Peter-Koop, Wollring, Spindeler & Grüßing, 2007) werden von Schulbuchverlagen zusätzlich angeboten.

Tabelle 1.1

Spezifisch-mathematische Prüfverfahren für den Frühbereich und die Grundschule

Name	Einsatzbereich Schulstufe bzw. Alter	Autor/en	Erscheinungsdatum
Deutscher Mathematiktest für erste Klassen (DEMAT 1+)	Ende Klasse 1	Krajewski, Küspert & Schneider	2002
Deutscher Mathematiktest für zweite Klassen (DEMAT 2+)	Ende Klasse 2	Krajewski, Liehm & Schneider	2004
Heidelberger Rechentest (HRT 1-4)	Ende Klasse 1	Haffner, Baro, Parzer & Resch	2005
Bamberger Dyskalkuliediagnostik 1-4+ (BADYS 1-4+)	Ende Klasse 1 bis Anfang Klasse 6	Schardt & Merdian	2006
Neuropsychologische Testbatterie für Zahlenverarbeitung und Rechnen bei Kindern (ZAREKI-R)	2. bis 4. Klasse	von Aster, Weinhold Zulauf & Horn	2006
Eggenberger Rechentest 1+ (ERT 1+)	Ende Klasse 1	Schaupp, Holzer & Lenart	2007
Kalkulie - Diagnose- und Trainingsprogramm für rechenschwache Kinder Diagnoseaufgaben Teil 1	Anfang Klasse 1 bis Ende Klasse 1	Fritz, Ricken & Gerlach	2007
wortgewandt & zahlenstark – Testinstrument Mathematik	4 bis 6 Jahre	Moser & Berweger	2007
Hamburger Rechentest für Klasse 1 (HaReT 1)	Anfang Klasse 1	Lorenz	2007
Eggenberger Rechentest 2+ (ERT 2+)	Ende Klasse 3 bis Mitte Klasse 3	Lenart, Holzer & Schaupp	2008
Berner Screening Mathematik (BESMath 1-3)	Ende Klasse 1	Moser Opitz, Berger & Reusser	2008
Diagnostisches Inventar zur Förderung Mathematischer Basiskompetenzen (DIFMaB)	Ende Klasse 1	de Vries	2008

Fortsetzung nächste Seite

Name	Einsatzbereich Schulstufe bzw. Alter	Autor/en	Erscheinungsdatum
Test zur Diagnose von Dyskalkulie (TEDDY-PC)	Ende Klasse 1	Hasselhorn, Marx & Schneider	2008
Test zur Erfassung numerisch-rechnerischer Fertigkeiten vom Kindergarten bis zur 3. Klasse (TEDI-MATH)	4;6 bis 8 Jahre	Kaufmann, Nuerk, Graf, Krinzinger, Delazer & Willmes	2009
Neuropsychologische Testbatterie für Zahlenverarbeitung und Rechnen bei Kindern – Kindergartenversion (Zareki-K)	4 bis 5 Jahre	von Aster, Bzufka & Horn	2009
KiKi – Kieler Kindertentest Mathematik zur Erfassung mathematischer Kompetenz von vier- bis sechsjährigen Kindern im Vorschulalter	4 bis 6 Jahre	Grüßing, Heinze, Duchhard, Ehmke, Knopp & Neumann	2013
Eggenberger Rechentest 0+ (ERT 0+) (<i>Langversion</i>)	Letzte 4 Monate (Kindergarten) bis zum Halbjahr der Klasse 1	Lenart, Schaupp & Holzer	2014
Test zur Erfassung von Konzepten im Vorschulalter (MARKO-D)	4 bis 6 Jahre	Ricken, Fritz & Balzer	2014
Eggenberger Rechentest 0+ (ERT 0+) (<i>Kurzversion</i>)	Letzte 8 Wochen (Kindergarten) bis zur 12. Grundschulwoche	Lenart, Holzer & Schaupp	n. d.
MARKO-0 und 1	4 bis 8 Jahre	Ehlert, Fritz-Stratmann, Ricken, & Balzer	n. d.
Erfassung mathematischer Basiskompetenzen im Kindergartenalter (MBK-0)	4 bis 6 Jahre	Krajewski	n. d.
Erfassung mathematischer Basiskompetenzen im Verlauf der 1. Klasse (MBK-1)	Anfang Klasse 1 bis Anfang Klasse 2	Ennermoser, Krajewski & Sinner	n. d.

2. Intention

Schulen benötigen in der Schuleingangsphase, zum Beispiel im Rahmen einer Schuleingangsdiagnostik, Hilfestellungen zur Abklärung der Frage, welche Kinder eine Risikofähigung für Fehlentwicklungen beim Rechenerwerb aufweisen. Die für den Einsatz im Kindergarten und in der Schuleingangsphase zur Verfügung stehenden diagnostischen Verfahren greifen mit ihren Testitems dabei nicht auf die curricular-bedingten Inhalte des Mathematikunterrichts zurück, sondern müssen Testitems beinhalten, die als mathematische Vorläuferfertigkeiten eine gesicherte Prognose auf die zukünftigen Rechenleistungen ermöglichen. Beim Einsatz von Testverfahren spielt auch die Zeitökonomie eine Rolle, um schnell im Bedarfsfall eine zeitnahe Förderung zu initiieren. Der Einsatz von Gruppenverfahren ermöglicht diese Erwartung an die Zeitökonomie.

Vier der Verfahren, die in Tabelle 1.1 aufgeführt sind, können zur Früherkennung im Kindergarten eingesetzt werden. Für die Schuleingangsphase stehen die Testverfahren *Hamburger Rechentest für Klasse 1* (Lorenz, 2007a) und *Kalkulie Diagnoseaufgaben Teil 1* (Fritz, Ricken & Gerlach, 2007) als bereits publizierte Test-Verfahren zur Verfügung. Noch nicht veröffentlicht ist die Kurzversion des Diagnostikums *Eggenberger Rechentest 0+* (Lenart, Holzer & Schaupp, n. d.). Diese aufgeführten diagnostischen Instrumente entsprechen den zeitökonomischen Anforderungen. Die Langversion des Testverfahrens *Eggenberger Rechentest 0+* erschien im Jahr 2014 und wird wie folgt zitiert: *Eggenberger Rechentest 0+* (Lenart, Schaupp & Holzer, 2014).

Ein weiterer Aspekt betrifft die prognostische Validität des Diagnoseverfahrens, damit Risikokinder von Nicht-Risikokindern trennscharf unterschieden werden können. Den Ausführungen hinsichtlich der mathematischen Vorläuferfertigkeiten kann man die Heterogenität der Ansichten zur Entwicklung des Rechenerwerbs entnehmen. In dieser Längsschnittstudie sollen die drei Diagnoseverfahren *Eggenberger Rechentest 0+* (Lenart et al., n. d.), *Hamburger Rechentest für Klasse 1* (Lorenz, 2007a) und *Kalkulie Diagnoseaufgaben Teil 1* (Fritz et al., 2007) auf die jeweilige Eignung als spezifisch-mathematischer Prädiktor untersucht werden. Da die drei ausgewählten Verfahren in ihrer inhaltlichen Testkonstruktion unterschiedliche wissenschaftliche Sichtweisen zum Rechenerwerb repräsentieren, ergeben sich zwei zentrale Forschungsansätze in dieser Studie. Zum einem lässt sich überprüfen, ob und in-

wieweit sich die in den Testitems abgebildeten Vorläuferfertigkeiten als prognostisch bedeutsam für die Erklärung der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2 erweisen. Zum anderen lässt sich die Eignung der drei spezifischen Prädiktoren hinsichtlich ihrer prognostischen Validität zur Identifizierung von rechenschwachen und nicht-rechenschwachen Schulkindern in den beiden ersten Klassenstufen der Grundschule feststellen.

Aus diesen Überlegungen generiert sich die folgende Gliederung:

In **Kapitel 3** der vorliegenden Arbeit werden zunächst die Grundlagen der Prozesse des Rechenerwerbs von der frühkindlichen Entwicklung bis zum Schuleintritt aufgeführt. Dieses Kapitel befasst sich zudem mit dem Erkenntnisstand zur Rolle von spezifischen und bereichsübergreifenden Prozessdeterminanten bei der Zahlentwicklung/des vorschulischen Rechenerwerbs. In diesem Kontext werden auch prozesshafte Entwicklungsmodelle des Rechenerwerbs vorgestellt. Abschließend erfolgt die Thematisierung des Kontextes *Früherkennung von Rechenschwäche* unter der Berücksichtigung relevanter aktueller Studien zur Prognose von rechenschwachen Schulkindern. Das **Kapitel 4** beinhaltet die methodischen Grundlagen dieser Untersuchung. Neben den Fragestellungen wird die Leserin/der Leser über die eingesetzten prädiktiven und kriterialen Messverfahren und Informationen zum Untersuchungsdesign, zur Untersuchungsdurchführung und zur Probandengruppe informiert. Die Darstellung der Untersuchungsergebnisse beginnt mit **Kapitel 5**, in dem die statistischen Kenndaten, wie zum Beispiel Mittelwerte und Mittelwertunterschiede, der Prädiktoren und Kriterien aufgeführt sind. Die Analyse der Beziehungen der Prädiktoren und Kriterien untereinander ist Inhalt des **Kapitels 6**. Dort finden sich auch Befunde zur Korrelation von Subtests und Testitems mit den spezifischen Kriterien. Mit **Kapitel 7** schließt sich die Faktorenanalyse an, die eine Reduzierung der verwendeten Testitems in sogenannte Hauptkomponenten (Faktoren) anstrebt. Damit lassen sich die verschiedenen Testitems in gemeinsame Kategorien klassifizieren. Die statistischen Messergebnisse zur Varianzerklärung der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2 und die Varianzerklärung der Schriftsprachleistungen am Ende der Klasse 1 werden in **Kapitel 8** thematisiert. Mit verschiedenen Regressionsmodellen werden die Erklärungsbeiträge der in dieser Untersuchung eingesetzten spezifischen und unspezifischen Prädiktoren dargestellt. Einbezogen in die Regressionsanalyse werden auch die identifizierten Hauptkomponenten der Faktorenanalyse. Wie schon in der Einleitung erwähnt, soll die prognostische Validität der prädikativen Messverfahren bezüglich der

Identifizierung von rechenschwachen und nicht-rechenschwachen Schulkindern der Untersuchungskohorte teststatistisch untersucht werden. Die entsprechenden Ergebnisse sind in **Kapitel 9** dargestellt. Mit den Güteeigenschaften der Prädiktoren und weiteren Trennschärfe-Verfahren lässt sich die prognostische Bedeutung der einzelnen Messverfahren und der Faktoren der Hauptkomponentenanalyse nachweisen. Die Diskussion der Untersuchungsergebnisse findet in **Kapitel 10** statt. An dieser Stelle werden u. a. auch Ergebnisvergleiche mit bisher veröffentlichten Studien vorgenommen.

3. Aktueller Forschungs- und Erkenntnisstand

In den letzten Jahrzehnten haben die Fachdisziplinen Entwicklungspsychologie, Neuropsychologie und Kognitionspsychologie Erklärungsansätze zum frühen Rechenerwerb und zur Entwicklung von Rechenproblematiken entwickelt. Die entwicklungspsychologische Betrachtung bezieht sich auf prozesshafte Kompetenzstufen des kindlichen Rechenerwerbs und beschreibt aufeinander aufbauende, sich gegenseitig ergänzende und notwendige Abläufe vom basalen Mengenwissen und Zahlenwissen bis zur automatisierten Anwendung arithmetischen Wissens. „Innerhalb der Kognitionspsychologie wird [...] untersucht, welche verschiedenen Schritte für ein arithmetisches Problem notwendig sind und welche Schrittabfolge eine korrekte Lösung erst ermöglicht“ (Lorenz, 2005b, S. 38). Intelligenz, Gedächtnisleistungen (Kapazität und Zugriffsgeschwindigkeit) und Verarbeitung von Wahrnehmungsprozessen sind daher Betrachtungspunkte des kognitionspsychologischen Ansatzes. Die Neuropsychologie richtet ihren Fokus auf Modelle der Zahlenverarbeitung und auf neurale Zahlverarbeitungsprozesse.

Es lassen sich demnach prozesshafte Aspekte (Wie entwickelt sich der Rechenerwerb?), strukturelle Aspekte (Wie findet der Rechenerwerb statt?) und funktionale Aspekte (An welchen neuronalen Orten findet der Rechenerwerb statt?) unterscheiden. Die Problembetrachtung aus Sicht von drei Fachrichtungen bedingt daher unterschiedliche Zugangsweisen. Vor allem dann, wenn es gilt, Interventionsansätze bei Fehlentwicklungen des kindlichen Rechenerwerbs zu finden. Insofern gilt es abzuklären, ob und inwieweit die prozesshaften, strukturellen und funktionalen Aspekte des kindlichen Rechenerwerbs involviert sind. Es müssen dann auch Antworten auf die Fragen nach dem möglichst frühen Punkt der Erkenntnisgewinnung,

auch unter Berücksichtigung schulischer Bedingungen, und dem entsprechenden inhaltlichen Interventionsbedarf gefunden werden.

Für diesen Klärungsprozess besteht die Notwendigkeit, auf sprachlicher und inhaltlicher Ebene ein gleiches Verständnis zu entwickeln. Leider ermöglicht die Fachliteratur keine Eineindeutigkeit, die eine entsprechende Zuordnung erleichtern würde. So erfolgt für den vorschulischen Rechenerwerb eine Nutzung verschiedener Begrifflichkeiten, wie z. B. *pränumerische Vorerfahrungen* bzw. *pränumerische Grundfertigkeiten* (Merdian, 2006), *mathematische Vorläuferfertigkeiten* (Korff, 2008), *mathematische Kompetenzen der Kindergartenkinder* (Tröster, 2009), *numerische Basiserfahrungen* (de Vries, 2010), *mathematische Vorläuferfähigkeiten* (Schmiedeler, Niklas & Schneider, 2011), *mathematische Basiskompetenzen* (Krajewski, 2011) und *frühe mathematische Fähigkeiten* (Moser & Bayer, 2011). Zusätzlich zur synonymen Nomenklatur ist eine inhaltliche Diversität festzustellen. Krajewski (2003) versteht, wie bereits erwähnt, unter mathematischen Basiskompetenzen den Erwerb von *Mengenwissen* und *Zahlenwissen*. Haffner, Baro, Parzer und Resch (2005) zählen zu den mathematischen Basiskompetenzen *Rechenoperationen* (Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division, Ergänzungsaufgaben, Größer-Kleiner-Vergleiche), sowie wichtige *numerische und räumlich-visuelle Zusatzfunktionen* (Zahlenreihen, Längenschätzen, Würfelzählen, Mengenzählen, Zahlenverbinden). Friedrich und Munz (2006) benennen fünf Vorläuferfertigkeiten im Bereich Mathematik: *Erkennen auf einen Blick* (Simultanerfassung), *Vorläufer-Nachfolger-Fertigkeiten*, *Erkennen von Ziffernbildern*, *einfache Rechenfertigkeiten* (Zahlzerlegung) und *Kennen geometrischer Grundformen*. *Klassen bilden und erkennen*, *Gruppieren* bzw. *Ordnen*, *Reihenfolgen bilden*, *Erfassen von Mengen*, *Größen und Längen* werden von Jakobs und Petermann (2007) als Basiskompetenzen angesehen, während Höntges, Günther und Hellmich (2009) mit mathematischen Basiskompetenzen inhaltlich die Lernbereiche *Arithmetik*, *Geometrie*, *Größen*, *Muster und Strukturen* sowie *Daten/Umgang mit Wahrscheinlichkeit* unter einem curricularen Aspekt beschreiben.

3.1 Prozesse des Erwerbs arithmetischer Kompetenzen

Schon im vorschulischen Alter erfahren Kinder in Alltagssituationen den Umgang mit Mengen und Zahlen. Sie entdecken bei einem Spiel die Würfelaugenanzahl, die Menge und Größe an Spielsteinen oder Bausteinen, beim Geburtstag die Ordinalität von Zahlen oder neh-

men erste Einsichten in die Wertigkeit von Zahlen beim Einkauf mit den Eltern usw. Diese Erfahrungen tragen zur Entwicklung von vorschulischen Rechenkompetenzen bei, die aber noch nicht systematisiert-curricular wie in der Grundschule angewendet werden. Wer erinnert sich nicht an das Bauen mit Lego- oder Duplo-Bausteinen? „Gib mir einen Achter oder einen Sechser und einen Zweier.“

Auf dem Weg zur Entwicklung einer automatisierten Anwendung arithmetischer Operationen müssen verschiedene Kompetenzen erworben werden: Vergleich von Eigenschaften (Farbe, Form, Größe), das Mengenwissen (Aspekte der Mengenerfassung, der Mengenvorstellung, des Mengenvergleichs), das Verständnis von Seriation (Elemente ordnen z. B. nach aufsteigender oder absteigender Größe), Ordnungsprinzipien zum Kategorisieren und Klassifizieren (Ordnen von Elementen nach bestimmten Merkmalen), die Zahlbegrifflichkeit, das Zahlenwissen (Aspekte des Zählens: Zählfertigkeiten, Zählprinzipien, arabisches Zahlwissen, Ziffer und Zahlwort), die Verknüpfung von Mengenwissen und Zahlenwissen (Ordinalität und Kardinalität) und die Einsicht in mathematische Denkstrukturen. Die Entwicklung der kindlichen Rechenkompetenzen lässt sich mit dem Prozess *Neuling - Mengenexperte - Zahlenexperte - Rechenexperte* beschreiben. Der Rechenerwerb ist demnach ein Strategieerwerb. Ungestörte modalitätsspezifische Funktionen, das Mengen- und das Zahlenbewusstsein, die Sprache und letztendlich die Fusion verschiedener Strategieebenen generieren die notwendigen Fähigkeiten und Fertigkeiten zum Rechenerwerb. Ereignisse des täglichen Lebens aus der Erfahrungswelt des Kindes sind die Transporteure des Strategieaufbaus auf der mathematisch-phänomenologischen Ebene. Die Angebote zum Umgang mit entsprechenden Handlungen können insofern aufgegriffen werden und erfahren eine entsprechende Thematisierung. Das Prinzip des handelnden Lernens ermöglicht ein Lernen durch *Ergreifen - Begreifen - Erfahren*. Kinder werden ermutigt, eigene Handlungshorizonte zu erkennen und anzuwenden, um den eigenen Erfahrungsbereich zu erweitern. So fällt es ihnen einfacher, in der Schule die kausal-rationale Ebene des Rechenerwerbs zu vollziehen.

3.1.1 Entwicklungspsychologische Aspekte

Die Forschungen zum Erwerb basaler numerischer Fähigkeiten und die Entwicklung des kindlichen Rechenerwerbs wurden entscheidend durch den Schweizer Kinderarzt und Kinderpsychologen Jean Piaget beeinflusst. Gemeinsam mit seiner Mitarbeiterin Szeminska

entwickelte er in den 30er Jahren des letzten Jahrhunderts Experimente, bei denen sie mit spezifischen Versuchsanordnungen, wie zum Beispiel Eins-zu-Eins-Zuordnungen von Alltagsmaterialien, Kinder verschiedenen Alters in Alltagssituationen konfrontierten. Aus diesen Beobachtungen entstanden grundlegende Einsichten zur Entwicklung des kindlichen Rechnerwerbs. In diesem entwicklungspsychologischen Ansatz wurden altersabhängige (Kinder unter 5 Jahren, Kinder von 5-6 Jahren und Kinder von 6-7 Jahren) Stadien oder Entwicklungsstufen der kindlichen Zahlbegriffsentwicklung mit dem zentralen Aspekt der Zahlinvarianz definiert. Sie bedeutet die Fähigkeit, gleichmächtige Mengen auch dann als gleichmächtig zu erkennen, wenn sich die Elemente einer Menge von den Elementen einer anderen Menge auf Grund einer geänderten räumlichen Ausdehnung (Raum-Lage) oder einer Eigenschaftsänderung (Größe, Farbe ...) unterscheiden. Dieser Grundsatz der Mengenerhaltung kann nur dann beherrscht werden, wenn ohne Abzählen per Zuordnung je ein Element der einen Menge einem Element der anderen Menge zugeordnet werden kann (Eins-zu-Eins-Zuordnung). Gleichzeitig erfährt das Kind durch die Zuordnung eine Beziehung zu Relationen als Entscheidungsfindung: mehr, weniger und gleich viele. Nach Piaget beherrschen Kinder unter 6 Jahren noch nicht den Grundsatz der Mengenerhaltung.

Durch kindliche Erfahrungen entstehen zwei weitere Voraussetzungen der Zahlbegriffsbildung: die Klasseninklusion und die Seriation. Klasseninklusion meint das Zerlegen und Vereinigen von Mengen. Kinder erfahren, dass jede Menge aus Mengen höherer und geringerer Mächtigkeit gebildet werden kann. Zum Beispiel kann eine Fünfermenge aus einer Einser- und Vierermenge, aber auch aus einer Zweier- und Dreiermenge bestehen. Mit Seriation ist eine Reihenbildung nach bestimmten Kriterien/Gesetzmäßigkeiten gemeint. Gegenstände können nach bestimmten Gesetzmäßigkeiten durch Vergleichen in eine Reihenfolge gebracht werden (Größe, Schwere, Töne, Farbe ...). Das spätere Verständnis der Zahl als komplexe Größe der Mächtigkeit (Kardinalaspekt) und der Ordnung (Ordinalaspekt) wird durch die praktische Erfahrung in der Bildung von Reihen aufgebaut.

Der konstruktivistische Ansatz von Piaget führte zur Ablösung des empiristischen Ansatzes, der den kompletten Wissenserwerb durch Sinneserfahrungen gesichert sah. Die Theorien und Modelle Piagets hinsichtlich der Natürlichen Zahl und ihrer Ordinalität (Zahl als Zähzahl bzw. Ordnungszahl, die angibt, welchen Platz ein Element in einer bestimmten Reihe

einnimmt) und ihrer Kardinalität (Zahl als Bezeichnung der Mächtigkeit einer Menge) haben maßgeblich bis in die 70er Jahre des letzten Jahrhunderts zur Erklärung der Entwicklung des kindlichen Zahlbegriffs und des Zahlenverständnisses beigetragen. Aus dem anglo-amerikanischen Raum erfolgten aber auch kritische Einwände zur Piagetschen Annahme hinsichtlich eines altersbedingten Kompetenzerwerbs (z. B. Griffiths, Shantz & Sigel, 1967; Donaldson & Balfour, 1968; Gelman, 1969; zur Oeveste, 1987). Versuche von Mehler und Bever (1967) wiesen durch Veränderung der Versuchsbedingungen nach, dass die Probanden-Lösungen bei Aufgaben zur Mengen-Invarianz (Zusammenhang zwischen Mengenmächtigkeit und räumlicher Ausdehnung) je nach Alter, Situation und Motivation unterschiedliche Ergebnisse lieferten, wobei sich beim Alter überraschenderweise keine stetige Entwicklung (im Sinne: je älter, desto mehr Fähigkeiten) abbildete. Andere Studien befassten sich replikativ (Rose & Blank, 1974) mit der Methodik (Art der Fragestellungen) oder mit den Ergebnissen zum Grundsatz der Mengenerhaltung (McGarrigle & Donaldson, 1974; zitiert nach Sutherland, 1992).

Forschungsergebnisse bestätigen, dass Kinder, schon in einem früheren Alter als von Piaget postuliert, über ein Vorwissen bezüglich Mengen und Zahlen, über Vorläuferfertigkeiten für spätere konzeptionelle Zählkompetenzen verfügen (Starkey & Cooper, 1980; Starkey, Spelke & Gelman, 1990; Wynn, 1992, 1995, 1996; Antell & Keating, 1992; Simon, Hespos & Rochat, 1995; Spelke, 1995; Xu & Carey, 1996; Clearfield & Mix, 1999; Needham & Bailargeon, 2000; Carey & Xu, 2001; Feigenson, Carey & Spelke, 2002). Bei den Versuchsanordnungen durch die Methode der Habituation wurden Säuglingen im Alter bis zu sechs Monaten Handlungsabfolgen zur Mengenzahl mit Aktionen des Vermehrens und Verminderns, aber auch mit unterschiedlichen Formen, Farben und räumlichen Mengenanordnungen vorgestellt. Die Blickverweildauer des Säuglings unterschied sich bei erwarteten/unerwarteten und bekannten/unbekannten Ereignissen. Mit Farbaufnahmen von gewöhnlichen Gegenständen in diversen Größen, Formen, Reihungen und Perspektiven (Strauss & Curtis, berichtet in: Dehaene, 1999) und bewegten geometrischen Formen (van Loosbroek & Smitsman, berichtet in: Dehaene, 1999) wurde ein frühes Zahlenverständnis der Anzahlveränderung bei Säuglingen festgestellt. Auch sind sechs- bis neunmonatige Babys in der Lage, Mengen und arithmetische Fehler bei Mengen bis zu zwei Einheiten zu erkennen (Tsur, Berger & Posner, 2006). Säuglinge unterscheiden bereits visuelle und akustische Mengenrepräsentationen

(Jordan & Brannon, 2006) und Mengenverhältnisse von 2:1 und 3:2 (Xu & Ariaga, 2009). Bei 15- bis 18-monatigen Kindern belegen Slaughter, Itakura, Kutsuki und Siegal (2011) das Vorhandensein von Zählprinzipien.

Gelman und Gallistel (1978) erweiterten mit der Benennung von fünf impliziten Prinzipien zum Zählen (siehe auch Abbildung 3.1) die bis damals bekannten Annahmen zum kindlichen Erwerb der Zahlwortreihe. Die Autoren unterscheiden dabei zwei Zählprinzipien. Als Voraussetzungen des richtigen Zählens gelten die *Applying Counting-Principles*. Die Prinzipien des richtigen Zählens werden als *How-to-Count-Principles* bezeichnet. Auch bei Gelman und Gallistel (1978) bilden sich bei den aufgestellten fünf Zählprinzipien der Ordinal- und der Kardinalzahlaspekt, sowie das Mengenwissen und das Zahlenwissen als Formen des Rechenerwerbs ab.




Zählprinzipien			Bedeutung
Applying Counting-Principles	<i>Abstraction-Principle</i>	 „eins“ „zwei“ „drei“ „vier“	Die Objekteigenschaften beeinflussen die Zählbarkeit nicht
	<i>Order-Irrelevant-Principle</i>	 „eins“ „zwei“ „drei“ „vier“	Die Objektanordnung beeinflusst die Zählbarkeit nicht
How-to-Count-Principles	<i>One-One-Principle</i>	 „1“ „2“ „3“ „4“	Eineindeutige Zuordnung von jeweiligem Mengenelement und Zahlwort
	<i>Stable-Order-Principle</i>	„eins, zwei, drei, zehn, hundert“ „eins, zwei, drei, zehn, hundert“	Stabile Position von Zahlwörtern, unabhängig von der Vollständigkeit der Zahlwortreihe (Ordinalitätsaspekt)
	<i>Cardinal-Principle</i>	„drei-vier-fünf-sechs“ → sechs	Das letzte Zahlwort kennzeichnet die Anzahl (Kardinalitätsaspekt)

Abbildung 3.1. Niveaustufen der Entwicklung der Zahlwort-Bedeutung nach Gelman und Gallistel (1978).

Zur Ausbildung der arithmetischen Kompetenzen ist die Verknüpfung verschiedener Wissensbereiche notwendig. Verschiedene Konzepte müssen sich prozesshaft zu stabilen Verknüpfungen verbinden. Fuson (1988) und Resnick (1989) lieferten mit ihren Forschungen entscheidende Beiträge zur arithmetischen Kompetenzentwicklung.

Fuson (1988) konnte nachweisen, dass Kinder beim Erwerb der Zahlwortfolge bestimmte Niveaustufen durchlaufen (siehe auch Abbildung 3.2). Zu Beginn des Zählkompetenzerwerbs erfolgt die Zahlwort-Präsentation lautlich wie an einer Schnur aufgereiht (*String level*) „einszweidreivier“. Diese Phase stellt noch keine Zählstrategie in Form des Abzählens, sondern vielmehr ein imitierendes Erzählen dar. Sie ist vergleichbar mit den präliteralen Kritzelbriefen des Schriftspracherwerbs, bei denen die Kinder aber bereits die Schreibrichtung einhalten. Erst mit der differenzierten lautlichen Unterscheidung in der Zahlwortkette (*Unbreakable list level*) „eins-zwei-drei-vier“ werden Zahlen als einzelne Wörter artikuliert (*Sequence*) und mit einzelnen Elementen verknüpft (*Sequence-Count*). Das letztverwendete Zahlwort kann als die Gesamtanzahl der gezählten Elemente identifiziert (*Sequence-Count-Cardinal*) und eine Eins-zu-Eins-Zuordnung durchgeführt werden, da die Zahlwörter lautlich abgegrenzt sind. Diese Sprachform ermöglicht bereits eine Verknüpfung von Zahlenwissen und Mengenwissen. Der Zählvorgang ist aber noch unflexibel, da die Startzahl „eins“ nach wie vor den Abzählbeginn markiert. Auf der dritten Niveaustufe (*Breakable chain level*) kann der Start des Abzählens auch bei einem anderen Zahlwort „drei, vier, fünf“ beginnen. Dadurch erhöht sich die Flexibilität. Zugleich können Zahlwort-Vorgänger mit der Repräsentanz für „weniger“ und Zahlwort-Nachfolger mit der Repräsentanz für „mehr“ benannt werden. Das Abwärts- (Rückwärts-) zählen bildet sich aus. Weiteren Zuwachs an Kompetenzen erfährt das Kind auf der Niveaustufe 4 (*Numerable chain level*), da Zählfertigkeiten wie Aufwärts- und Abwärtszählen und additive Rechenoperationen (vorzugsweise unter Fingereinsatz) vollzogen werden. Die Zahlen im Zahlenraum bis 10 werden mit der entsprechenden Anzahl von Fingern je einer Hand dargestellt und die Anzahl der „benutzten“ Finger insgesamt abgezählt oder der größere Summand wird benannt. Gleichzeitig erfolgt eine Reduzierung der Abzählsschritte. Die höchste Kompetenzstufe (*Bidirectional chain level*) beim Erwerb des Zahlwortes umfasst die flexible, automatisierte Nutzung der beiden Zählrichtungen und die Einsicht in die Zahlzerlegung als Teile-Ganzes-Konzept.

Niveaustufe		Bedeutung
<i>String-level</i>	„einszweidreivier“	Zählsequenz als Wortganzes
<i>Unbreakable list level</i>	„eins-zwei-drei-vier“ „eins-zwei-drei-vier“ ● ● ● ● „eins-zwei-drei-vier“ → vier ● ● ● ●	Zählsequenz mit Einzelwörtern Zählsequenz mit Eins-zu Eins-Zuordnung Unflexible Zählsequenz mit Kardinalität
<i>Breakable chain level</i>	drei → „drei-vier-fünf-sechs“ → sechs ● ● ● ● sechs → „sechs-fünf-vier-drei“ → drei ● ● ● ●	Flexible Zählsequenz mit Kardinalität
<i>Numerable chain level</i>	$3 + 2 = 5$ „drei → vier, fünf“	Rechenergebnis durch numerisches Handeln als abzählendes Rechnen
<i>Bidirectional chain level</i>	$3 + 2 = 5 \rightarrow 5 - 2 = 3$ $5 = 1 + 4 = 2 + 3$ $7 + 5 = 7 + 3 + 2 = 12$	Rechenergebnis durch flexibles, automatisiertes numerisches Handeln

Abbildung 3.2. Niveaustufen der Entwicklung der Zahlwort-Bedeutung nach Fuson (1988).

Mit dem Begriff *Protoquantitative Schemata* beschreibt Resnick (1989) drei Grundformen für ein arithmetisches Verständnis, das in seiner Endausprägung die Fusion von Mengenverständnis und Zahlenverständnis darstellt. Unpräzise Mengenangaben wie „mehr“ oder „weniger“ (Schema des Vergleichs) und die Zunahme respektive Abnahme von Mengen (Schema des Vermehrens und Verminderns) werden mit Zahlbegriffen kombiniert. Kleinere und größere Mengen korrespondieren mit kleineren bzw. größeren Zahlen. Eine sichtbare Menge wird mit einer akustischen Information verknüpft (und umgekehrt), so dass sich durch einen Umgang mit sprachlichen und visuellen Informationen mentale Verknüpfungen ergeben, die zur Präzisierung des Zahlenverständnisses führen. „Die protoquantitativen Schemata sind aber nicht nur die Basis für das Zahlwortverständnis, sondern stellen auch die Grundlage für die räumlich-numerischen mentalen Vorstellungsbilder dar und die sich entwickelnde Fähigkeit für den schnellen Vergleich und die Abschätzung numerischer Operationen“ (Lorenz, 2005b, S. 33). Das konzeptionelle Beziehungswissen, das durch den Zusammenschluss von Mengenwissen mit Zahlenwissen entsteht, bezeichnet Resnick (1989) als *part and whole*

relationships (Teile-Ganzes-Schema) und wird von ihr als bedeutsamer Entwicklungsschritt hin zu einem mathematischen Verständnis angesehen. Dieses Anzahlkonzept generiert ein Verständnis und Wissen über die Zerlegbarkeit von Anzahlen in ihre Teilmengen. Das Wissen über Zahlstrukturen und ihre Beziehungen wird bei additiven und multiplikativen Operationen im curricularen Kontext der Grundschule eingesetzt. An Hand von Zahlentripeln „ $4 + 1 = 5$, $5 - 4 = 1$ bzw. $5 - 1 = 4$ “ lässt sich in der Beziehung der Zahlen die Struktur der „Komplementarität der Rechenoperationen“ (Dornheim, 2008, S. 72) darstellen. Ein weiteres Anwendungsbeispiel für das Teile-Ganzes-Konzept stellt die Zehnerüberschreitung dar: „ $8 + 6 = \underline{\quad}$ “ in „ $8 + 2 + 4 = \underline{\quad}$ “.

Die Entwicklung des Mengenwissens, des Zahlenwissens und des Teile-Ganzes-Konzeptes stellt sich in jedem Teilbereich als ein Prozess dar, dessen Bandbreite sich von den jeweiligen Basisfertigkeiten bis hin zu komplexen arithmetischen Systematiken erstreckt. Krajewski (2005) als auch Fritz et al. (2007) gehen jedoch von einer fast komplett entwickelten Zahlvorstellung zu Beginn der Schulzeit aus. „Das vorschulische Zahlenvorwissen trägt entscheidend dazu bei, wie die späteren Mathematikleistungen in der Grundschule ausfallen können“ (Krajewski, 2005, S. 235). In einer 2007 veröffentlichten Meta-Studie der Northwestern University Chicago, die sechs Langzeitstudien mit ca. 36.000 Vorschulkindern auswertete, deren Schulleistungen im Alter von 7 bis 14 Jahren überprüft worden waren, identifizierten Duncan et al. (2007) das frühe, gute Zahlenverständnis (Verständnis zum Ordinal- und Kardinalaspekt und erste mathematische Konzepte) als den besten Indikator für den späteren Schulerfolg.

3.1.2 Neuropsychologische Aspekte

Ausgehend von der Erforschung neuraler Aktivitäten bei hirnerkrankten Erwachsenen und den Vergleichen von Hirnaktivitäten gesunder und kranker Menschen entstanden Modelle der Zahlverarbeitung und des Rechnens. McCloskey, Caramazza und Basili stellten 1985 ein erstes Strukturmodell der kognitiven Mechanismen und der Zahlverarbeitung vor (siehe Abbildung 3.3 und 3.4).

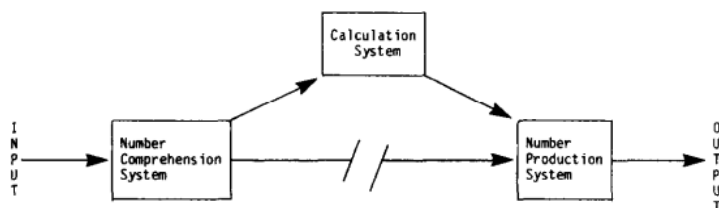


Abbildung 3.3. Schematische Darstellung des semantischen Subsystems. Entnommen aus: McCloskey et al. (1985, S. 173).

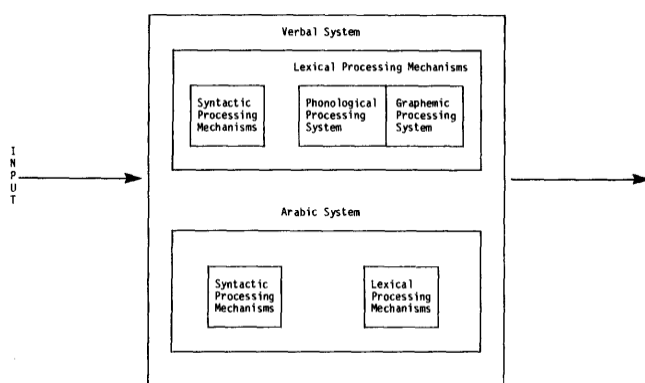


Abbildung 3.4. Schematische Darstellung des semantischen Subsystems. Entnommen aus: ebda. S. 174).

Die Autoren nehmen zwei Verarbeitungssysteme an, die als Eingangssystem *Number Comprehension System* und Ausgabesystem *Number Production System* für das Zahlverständnis und die Zahlproduktion zuständig sind. Das Eingangssystem und das Ausgabesystem greifen jeweils zentral auf ein internes semantisches Subsystem (siehe Abbildung 3.4) als Verarbeitungsprozess (zum Beispiel beim Vergleich von Größen) zu, in dem Zahlen abstrakt repräsentiert werden. Daher kann das Modell von McCloskey et al. (1985) als *Ein-Routen-Modell* verstanden werden. Je nach arabischer oder verbaler Präsentationsform („4 x 7“ oder „vier mal sieben“) müssen die Eingangsinformationen übersetzt werden, so dass entsprechende Informationen für die Zahlproduktion („28“ bzw. „achtundzwanzig“) bereitgestellt werden. Mehrstellige Zahlen wie zum Beispiel „367“ werden zweiseitig bewertet: nach dem jeweiligen Einzelinformationsgehalt „3“, „6“, „7“ und nach der jeweiligen Stellung innerhalb des Zahlwortes. Der eigentliche Rechengvorgang wird durch ein zusätzliches Berechnungsmodul *Calculation System* vorgenommen, das Informationen zum arithmetischen Faktenabruf, Symbolwissen („x“ entspricht dem Wort „mal“) und zu Rechenprozeduren bereitstellt.

Die Kritik am Modell von McCloskey et al. (1985) durch Deloche und Seron (1987), Campbell und Clark (1988), Dehaene (1992), Noel und Seron (1993), Cipolotti und Butterworth (1995) und Campbell (1999) betraf sowohl die von McCloskey et al. (1985) beschriebenen semantischen Verarbeitungsprozesse als auch das *Ein-Routen-Modell* der Zahlverarbeitung. Aufgrund eigener Studien konnte nachgewiesen werden, dass bei der Zahlenverarbeitung auch asemantische Verarbeitungsprozesse wie das Transkodieren stattfinden. Dies bedeutet einen direkten Weg vom Eingabesystem zum Ausgabesystem unter Umgehung der abstrakten internalen Zahlenrepräsentation. Cipolotti und Butterworth (1995) erweiterten daher ihr *Zwei-Routen-Modell* der Zahlverarbeitung um das Modul der asemantischen Transkodierung (siehe Abbildung 3.5) mit einem zusätzlichen Inputsystem für geschriebene Zahlwörter und um weitere Wege der Zahlverarbeitung mit vier Formen der asemantischen Transkodierung.

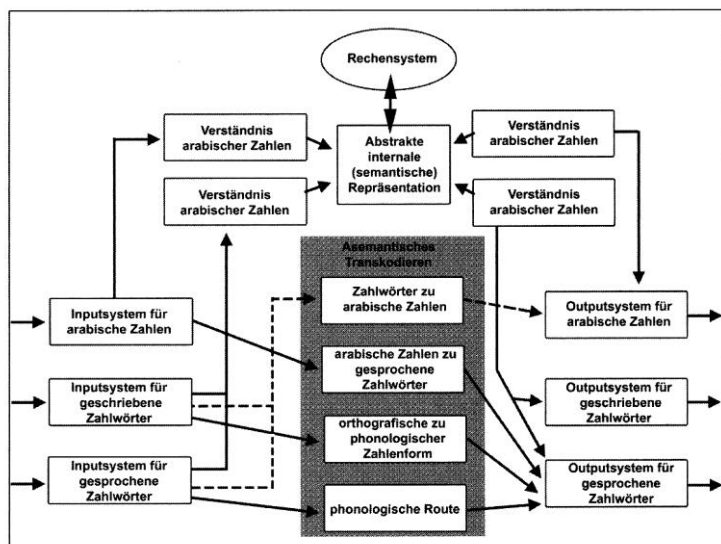


Abbildung 3.5. Zwei-Routen-Modell von Cipolotti und Butterworth (1995). Entnommen aus Landerl und Kaufmann (2007, S. 30).

„Das von Dehaene (1992) formulierte „Triple-Code-Modell“ kann heute als zentraler Bezugspunkt gelten, wenn beschrieben werden soll, wie die geistigen Funktionen der Zahlenverarbeitung und des Rechnens bei erwachsenen Menschen beschaffen sind“ (von Aster, 2005, S. 13). Dieses Drei-Routen-Modell basiert auf Forschungen beim Erwachsenen mit Hirnfunktionsstörungen oder Hirnläsionen und auf bildgebenden Verfahren, die u. a. seit den 1980er Jahren zur Erforschung der neuronalen Verarbeitungsszenarien des Rechnens eingesetzt werden. Mittels elektrophysiologischer Methoden (Anbringen von Elektroden im Schädelbe-

reich) können in Echtzeit die neuronalen Aktivitäten wie die ereigniskorrelierten Potenziale (event-related potentials - ERPs) erfasst werden. Weitere bildgebende Verfahren sind die Positronenemissionstomographie (PET) und die funktionelle Magnetresonanztomographie (fMRT bzw. functional magnetic resonance imaging - fMRI). Mit diesen bildgebenden Methoden lassen sich drei morphologische Regionen des menschlichen Gehirns von Erwachsenen identifizieren, die bei der Verarbeitung mathematischer Aufgabenstellungen hohe neuronale Aktivitätsmuster aufwiesen. Die neuronalen Aktivitätsmuster und -orte unterscheiden sich durch die jeweilige Aufgabenstellung und belegen auch die Bildung bzw. das Vorhandensein von neuronalen Netzwerken. Es existiert also kein singulärer Ort für das Zahlenverständnis und das Rechnen, sondern ein Netzwerk aus räumlich-visuellen, sprachlichen und strategisch-kognitiven Verarbeitungsorten, hirnpfysiologisch lokalisiert als posterior-superiorer Parietallappen, linker Gyrus angularis und intraparietaler Sulcus. Je nach Input-Repräsentationsform (akustisch und visuell-arabisch) erfolgt die Aktivierung primärer Systeme (auditorischer oder visueller Kortex) mit der anschließenden Weiterverarbeitung in weiteren neuronalen Regionen, wie zum Beispiel dem Wernicke-Zentrum und dem Broca-Zentrum, zuständig für das Sprachverständnis und die Sprachproduktion.

Die Urversion des Triple-Code-Modells von 1992 wurde zweimal modifiziert (Dehaene & Cohen, 1995; Dehaene, Piazza, Pinel & Cohen, 2003). In der Fachliteratur findet sich eine Vielzahl graphischer Darstellungen dieses Modells der Zahlenverarbeitung als Mehr-Routen-Modell. Repräsentativ soll an dieser Stelle die Darstellung von Krajewski (2005) genutzt werden (siehe Abbildung 3.6).

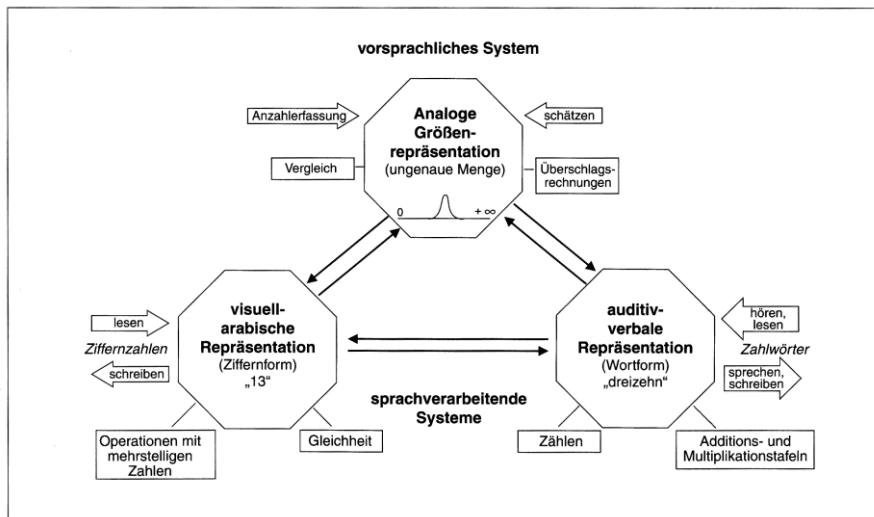


Abbildung 3.6. Modell der drei Repräsentationsebenen von Krajewski (2005) in Anlehnung an Dehaene (1992). Entnommen aus: von Suchodoletz (2005, S. 227).

Dehaene et al. (2003) postulieren drei miteinander agierende Repräsentationsebenen, in der Fachliteratur auch als Codes oder Module bezeichnet. Die Ebene der analogen Zahlenrepräsentation *Analoge Größenrepräsentation* als nichtsprachliches System der inneren Zahlvorstellung umfasst die Simultanerfassung das schnelle Erkennen von Mengen bis 4 (Anzahlerfassung), die ungefähre Einordnung der Mengenmächtigkeit (Schätzen), das approximative Rechnen (Überschlagsrechnungen) und den Größenvergleich von Mengen und Zahlen (Vergleich). Die beiden weiteren Ebenen definieren sich über ihre Eingangs- und Ausgangsformate, aus denen dann weitere modalitätsspezifische Verarbeitungsprozesse resultieren. Die Ebene der auditiv-sprachlichen Repräsentation *Verbal-phonologische Zahlenform* wird u. a. benötigt zur Abspeicherung des arithmetischen Faktenwissens, zum Zählen und zum syntaktischen und lexikalischen Verarbeiten von Zahlwörtern. Im Modul für die arabische Zahlendarstellung *Visuell-arabische Repräsentation*, notwendig für das exakte Rechnen, werden das Lesen und Schreiben arabischer Ziffern, das additive und multiplikative Operieren mit mehrstelligen Zahlen und die Unterscheidung von geraden und ungeraden Zahlen (Gleichheit) repräsentiert. Das Triple-Code-Modell beinhaltet visuell-verbale und verbal-visuelle Transkodierungsprozesse und jeweils auch eine direkte bzw. eine indirekte Verbindung zwischen den einzelnen Repräsentationsebenen. Jede Repräsentationsform kann also auf zwei Wegen mit einer anderen interagieren. Inwieweit sich das Triple-Code-Modell von Dehaene eignet, die Zahlkonzeptentwicklung bei Kindern zu erklären, bedarf noch weiterer For-

schung. Fayol (2006) und Tang et al. (2006) berichten nämlich, dass abhängig von der Muttersprache die Zahlverarbeitung in unterschiedlichen neuronalen Verarbeitungsstellen stattfindet. Chinesisch sprechende Kinder zeigen bei denselben Aufgaben eine stärkere Aktivierung des visuellen Cortex, während bei Englisch sprechenden Kindern mehr das Sprachzentrum einbezogen wurde. Ob und inwieweit geschlechtsspezifische Unterschiede bezüglich der modularen Komponenten des Triple-Code-Modells existieren, ist zudem empirisch noch nicht nachgewiesen.

Auch die Erforschung der Prozesse der Zahlverarbeitung und des frühkindlichen Rechenerwerbs bedient sich bildgebender Verfahren. Forscher wie Spelke (in: Balter, 2001) sehen eine Qualitätszunahme der Untersuchung kognitiver Prozesse bei Kleinkindern durch die Einbeziehung der ereigniskorrelierten Potenziale. Izard, Dehaene-Lambertz und Dehaene (2008) stellten fest, dass bei dreimonatigen Säuglingen anhand von Änderungen der Hirnaktivitäten ein System für die Repräsentation von kleinen und großen Zahlen festzustellen ist. Weitere Studien (Temple & Posner, 1998; Cantlon, Brannon, Carter & Pelphrey, 2006) bestätigten die Gleichheit neuronaler Mengen- und Zahlverarbeitungsprozesse und die Gleichheit der neuronalen Orte bei noch nicht schulpflichtigen Kindern und Erwachsenen. Kucian, Loenneker, Dietrich, Martin-Fiori und von Aster (2005) wiesen jedoch nach, dass die neuronalen Netzwerke von Kindern und Erwachsenen sich entwicklungspsychologisch unterscheiden.

3.1.3 Kognitionspsychologische Aspekte

Der Rechenerwerb basiert, wie bisher ausgeführt, auf Strategie- und Kompetenzerwerb. Die Prozesse der Informationsverarbeitung sind die zentralen Themen der Kognitionspsychologie. Darunter sind modalitätsspezifische Dispositionen auditiver, visueller, vestibulärer und taktil-kinästhetischer Wahrnehmungsprozesse, wie auch mentale Prozesse des Denkens und Speicherns und der Aufmerksamkeit/Konzentration zu verstehen. In diesem Unterkapitel werden die kognitiven Aspekte näher betrachtet, die die Fachliteratur als bedeutsam für den Rechenerwerb beschreibt.

Mit den Begriffen *Basisfunktionen* (Thiel, 2001), *Kognitive Faktoren* (Lorenz, 2003b), *Grundlegende Bausteine mathematischen Denkens* (Barth, 2006), *Kognitive Stützfunktionen*

(Meridian, 2007), *Kognitive Funktionen* (Fritz & Ricken, 2008), *Einflussfaktoren* (Landerl & Kaufmann, 2008) werden in der Fachliteratur verschiedene kognitive Determinanten benannt, die auch in Verbindung zum Rechenerwerb stehen und die Rechenleistungen beeinflussen. Laschkowski (2007) unterscheidet dabei zwischen allgemeinen grundlegenden Fähigkeiten und mathematischen Grundfähigkeiten. Letztere zählt Laschkowski zu den pränumerischen Fähigkeiten, die sich vor dem eigentlichen mathematischen schulischen Kompetenzerwerb ausgebildet haben. Diese pränumerischen Grundfähigkeiten entsprechen daher inhaltlich den entwicklungspsychologischen Kompetenzen zum frühen Rechenerwerb (siehe Abschnitt 2.1.2). Unter den allgemein grundlegenden Fähigkeiten summiert Laschkowski modalitätsspezifische, motorische, sprachliche und kognitive Prozesse, sowie sozial-emotionale Fähigkeiten. Für den Rechenerwerb weisen Jakobs und Petermann (2007) vier basalen Funktionen eine Stützfunktion (siehe Abbildung 3.7) zur Bildung von Konzeptwissen und prozeduralem Wissen zu. Konzeptionelles Wissen bedeutet das Verständnis von Beziehungen, die Verschmelzung von Einzelinformationen, wie sie zum Beispiel bei den Niveaustufen der Entwicklung der Zahlwort-Bedeutung (Fuson, 1988), speziell in der Stufe *bidirectional chain* abgebildet sind: „ $3 + 2 = 5 \rightarrow 5 - 2 = 3$ “ oder „ $5 = 1 + 4 = 2 + 3$ “ oder „ $7 + 5 = 7 + 3 + 2 = 12$ “. Das prozedurale Wissen repräsentiert im mathematischen Kontext wiederum die Anwendung von Fertigkeiten, wie zum Beispiel die Anwendung von Operationszeichen oder die Durchführung von Rechenverfahren.

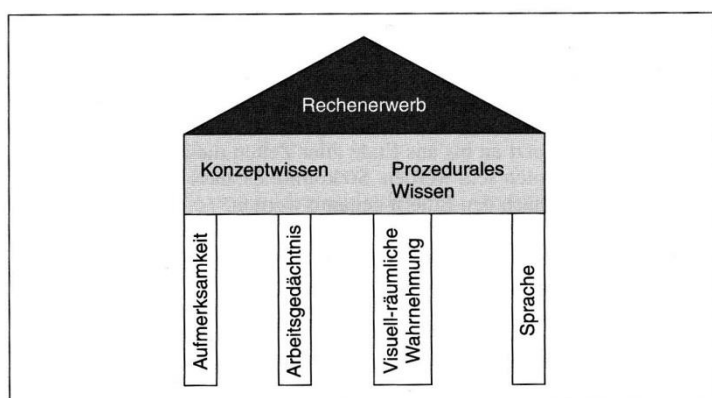


Abbildung 3.7. Gebäude des Rechenerwerbs. Entnommen aus: Jakobs und Petermann (2007, S. 21).

Je nach Autor werden in der Fachliteratur unterschiedliche Fähigkeiten als basal für den Rechenerwerb beschrieben. Allerdings finden diese basalen Funktionen auch bei anderen kognitiven Leistungen Verwendung, so dass eine eindeutige Rollenklarheit der basalen Wahrnehmungsprozesse und der allgemeinen grundlegenden kognitiven Fähigkeiten bezüglich des Rechenerwerbs und von Rechenleistungen sehr schwierig ist. Hilfreich erscheint mir daher auch auf die Forschungsfelder zum gestörten Rechenerwerb zurückzugreifen, da die dortigen bisherigen Befunde die Einordnung bestimmter basaler Funktionalitäten als Mathematik relevante Beeinflussungsfaktoren thematisch zulassen. Demnach lassen sich die folgenden Prozesse als wichtige basale Fähigkeiten benennen: *modalitätsspezifische Reizwahrnehmung* (Thiel, 2001; Möderl, 2003; Barth, 2003 und 2006; Kaufmann, 2003; Laschkowski, 2007), *Sprache* (Lorenz, 2003a, b; Möderl, 2003; Schwenck & Schneider, 2003; Jansen & Streit, 2007; Laschkowski, 2007; Merdian, 2007; Krajewski, Schneider & Nieding, 2008), *Arbeitsgedächtnis* (Lorenz, 2003b; Schwenck & Schneider, 2003; Grube, 2005; Barth, 2006; Jakobs & Petermann, 2007; Merdian, 2007; Moser Opitz, 2007; Fritz & Ricken, 2007; Landerl & Kaufmann, 2007; Born & Oehler, 2008; Krajewski, 2008; Dornheim, 2008) und *Konzentration* (Schulz, 1995; Schwenck & Schneider, 2003; Merdian, 2007; Jakobs & Petermann, 2007).

3.1.3.1 Wahrnehmung

Die peripheren Sinnesrezeptoren bilden die zentrale Eingangsinstanz für Wahrnehmungsprozesse. Sie dienen als Signalumwandler, um ankommende Sinnesstimuli in nervöse Impulse zu transformieren. Anschließend erfolgt die Reiz-Verschlüsselung in elektrische, chemische oder biochemische Prozesse mit der Impuls-Weiterleitung über aufsteigende Nervenbahnen in die zentralen kortikalen und subkortikalen Zentren.

Die Rolle peripherer Sinnesrezeptoren bezüglich der Schulleistungen in den Fächern Mathematik, Deutsch und Sport wird seit Frühjahr 2007 in dem Forschungsprojekt „Schnecke – Bildung braucht Gesundheit“ untersucht. Auftraggeber ist das Kultusministerium des Landes Hessen (Arbeitsgebiet Schule & Gesundheit) in Kooperation mit der AOK Hessen, der Hochschulen Aalen und Bochum. Es wurden bei 7.013 Schulkindern aller Schulformen im Alter von 5 bis 18 Jahren die Sinnesmodalitäten *Hören* (Innenohr), *Sehen* (Augen) und *Gleichgewicht* untersucht. Schülerinnen und Schüler mit auffälligen Befunden bei diesen

Sinnesleistungen wiesen schlechtere Zeugnisnoten auf als unauffällige Schülerinnen und Schüler (siehe Tabelle 3.1).

Tabelle 3.1

Untersuchungsergebnisse zur Rolle von Sinnesleistungen auf das Schulfach Mathematik

Sinnesmodalität	<i>N</i>	<i>MW</i>	<i>SD</i>	Noten von Schülerinnen und Schülern mit positivem Befund
<i>Hören</i>	968	2.6	1.0	- 0.2 Notenstufen
<i>Sehen</i>	937	2.6	1.0	- 0.2 Notenstufen
<i>Gleichgewicht</i>	922	n.n.	n.n.	- 0.6 Notenstufen

Anmerkungen. Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha = .05$, Berechnungen der Differenzen mittels t-Test, ANOVA, Prävalenzrate und Chi-Quadrat-Vier-Feldertest, *N* = Anzahl der Schulkinder, *M* = Mittelwert, *SD* = Standardabweichung. Entnommen aus: Hessisches Kultusministerium (2010, S. 6).

(1) Zentral-auditive Aspekte

Die sprachverarbeitenden Systeme sind, wie bereits dargelegt, auf eine störungsfreie Übertragung exakter akustischer Signale vom Peripher-Gehör zum Innenohr und von dort weiter über die zentrale Hör-Bahn in die subkortikalen und kortikalen Hörzentren angewiesen. Nur richtig wahrgenommene Laute ermöglichen die Interpretation der akustisch repräsentierten Informationen in den weiteren kortikalen Zentren der Sprachwahrnehmung und Sprachverarbeitung. Sobald die auditive Modalität als Eingangsinformation für den Zahlerwerb und die Zahlverarbeitung genutzt wird, wie zum Beispiel bei der verbal-auditiven Repräsentation (siehe Unterkapitel 3.1.2), wird daher eine normal entwickelte auditive Verarbeitung und Wahrnehmung benötigt. „Für die Zahlbegriffsentwicklung - z. B. für den Erwerb der Zahlwortreihe - sind auditive Wahrnehmungsleistungen entscheidend“ (Merdian, 2007, S. 378).

Daher werden im Folgenden die in der Fachliteratur benannten auditiven Funktionen präsentiert.

(1) Phonem-Differenzierung, auch als Lautdiskrimination bezeichnet: Fähigkeit, Sprachlaute zu identifizieren und zu differenzieren. Beim Umgang mit Zahlwörtern gilt es ähnlich klingende Laute „zwei, drei“ oder „fünfzehn, fünfzig“ zu unterscheiden (Möderl, 2003; Kaufmann, 2003; Barth, 2006).

(2) **Auditive Sequenzierung:** Fähigkeit, akustische Eingangsinformationen, wie zum Beispiel mehrstellige Zahlenwörter, in der dargebotenen akustischen Reihenfolge wahrzunehmen (Möderl, 2003).

(3) **Auditives Gedächtnis:** Diese zentrale Hörfunktion generiert die Fähigkeit, akustische Stimuli zu speichern und altersgemäß zu reproduzieren und die Fähigkeit, akustische Stimuli unbewusst aufzunehmen, kurz und langfristig aufrecht zu erhalten. Das auditive Kurzzeitgedächtnis, auch als Hörmerkspanne bezeichnet, sieht Lorenz (2003b, 2007c) als wichtigen Aspekt für das mündliche Rechnen an. Mit dem auditiven Langzeitgedächtnis benennt Lorenz (2003b) eine weitere wichtige auditive Funktion (siehe auch Unterkapitel 3.1.4.3).

(4) **Selektivität, auch als selektives Hören benannt:** Fähigkeit, relevante akustische Informationen von unterschiedlichen und unterschiedlich lauten Neben- bzw. Hintergrundgeräuschen effektiv zu trennen. Diese Fähigkeit sieht Barth (2006) als eine wichtige kognitive Stützfunktion, da Schülerinnen und Schüler für eine präzise akustische Informationsaufnahme den Nutzschaall vom Störschaall trennen müssen.

(2) Zentral-visuelle Aspekte

Entsprechend der auditiven Verarbeitung und Wahrnehmung gilt auch für visuelle Modalitätsprozesse, dass sie, von den peripheren Rezeptoren ausgehend, sich in den kortikalen Zentren und ihren Subzentren manifestieren. Voraussetzung ist die ungestörte Reizaufnahme durch die peripheren Rezeptoren (Stabilität der Fixation, regelgeleitete Blicksprünge) und die Weiterleitung in die entsprechenden kortikalen Hemisphären. „Während Lese- und Rechtschreibleistungen primär mit auditiven Prozessen in Zusammenhang gebracht werden, geht das Erlernen mathematischer Inhalte mit bestimmten visuellen Wahrnehmungsleistungen einher“ (Merdian, 2007, S. 381). Auf dem Weg zur Entwicklung einer automatisierten Anwendung arithmetischer Operationen müssen verschiedene Kompetenzen erworben werden: der Vergleich von Eigenschaften (Farbe, Form, Größe), das Mengenwissen (Aspekte der Mengenerfassung, der Mengenvorstellung, des Mengenvergleichs), das Seriationsverständnis (Elemente ordnen nach z. B. aufsteigender oder absteigender Größe, Stellenwertsystem) und die Ordnungsprinzipien zum Kategorisieren und Klassifizieren (Ordnen von Elementen nach bestimmten Merkmalen). „Zahlen sind eng an den Raum gebunden“ (Stern, 2004, S. 295). Aber auch Strategieerwerbe zur Geometrie, wie Nachbauten mit Bauklötzen

erstellen, Muster vervollständigen bzw. nachlegen und sich räumliche Beziehungen vorstellen und erfassen, benötigen eine intakte visuelle Reizverarbeitung und Reizwahrnehmung.

In der Fachliteratur finden sich daher die folgenden Aspekte zur visuellen Verarbeitung und Wahrnehmung und ihrer Relevanz bezüglich des kindlichen Rechenerwerbs:

- (1) Visuomotorische Koordination: Fähigkeit, visuell rezipierte Informationen mit der Handmotorik zu koordinieren. „Die Koordination von Auge und Hand bildet eigentlich die Grundlage für alle visuelle Wahrnehmung und damit auch die Grundlage zum Erfassen und Begreifen mathematischer Prozesse“ (Milz, 2004, S.32).
- (2) Visuelle Figur-Hintergrund-Unterscheidung: Fähigkeit, relevante visuelle Informationen aus einer Vielzahl visuell präsentierter Stimuli zu entnehmen (Barth, 2006).
- (3) Visuelle Formkonstanz, auch Wahrnehmungskonstanz: Fähigkeit, gleiche geometrische Muster oder Figuren in verschiedenen Anordnungsvarianten zu identifizieren (Kaufmann, 2003).
- (4) Visuelle Orientierung (räumliche Orientierung und Rechts-Links-Unterscheidung). Die Orientierung im Raum basiert auf der Entwicklung des Körperschemas. Das Körperschema gilt für Thiel (2001, S. 54) als „Voraussetzung für die Raumlage-Wahrnehmung, zu der die Unterscheidung von Richtungen [...] gehört“. Ein sprachlich fest erfasstes Körperschema (Kopf = oben, Füße = unten) wirkt als fester Bezugsrahmen bei der Entwicklung der räumlichen Orientierungsfähigkeit (vor, hinter, unter, auf...). Schulz (2007) berichtet vom Zusammenhang einer nicht altersgemäß entwickelten Körperschema-Beherrschung und Problemen im Mathematikunterricht. Weiterhin meint die visuelle Orientierung das Erfassen der Raumlage, das Erkennen räumlicher Beziehungen als Teilleistungen der simultanen und gliedern- den Mengenerfassung und der räumlichen Orientierungsfähigkeit. Sie ist eine Voraussetzung zur Entschlüsselung von Gleichungen (z. B. $2 + 3 = 5$; zuerst-dann-zuletzt), sowie für die Arbeitsweise von rechts nach links. Die visuelle Orientierung bedeutet auch die Fähigkeit, Zahlen in ihrer originären seriellen Repräsentation und verwechslungsfrei in arithmetischen Operationen wiederzugeben und geometrische Lagebeziehungen zu erkennen (Lorenz, 2003b; Schulz, 2007). „Eine gut entwickelte räumliche Orientierungsfähigkeit ist ebenso für die Erfassung des Stellenwertsystems von Zahlen von grundlegender Bedeutung. Einer, Zehner, Hunderter und Tausender erhalten ihren Wert durch die räumliche Stellung“ (Barth,

2006, S. 139). Aber auch das schriftliche Rechnen und additive Operationen mit Übertrag benötigen eine gute visuelle Orientierung.

(5) Visuelles Gedächtnis: Fähigkeit, visuelle Darstellungen zu speichern und im Vergleich mit alternativen Angeboten zu identifizieren (siehe auch Unterkapitel 3.1.4.3)

Wie bereits ausgeführt, sind diese modalitätsspezifischen Bereiche nicht nur für den Rechen-erwerb und den Rechenvollzug zuständig. Ihnen wird aber bei der Genese von Problemen eine entscheidende Auslöser-Funktion zugeschrieben: „Die Störungen im visuellen Bereich als Hauptverursacher für Rechenschwäche führen zu Schwierigkeiten der Vorstellung räumlicher Beziehungen und der Eins-zu-Eins-Zuordnung. Interne Bilder für arithmetische Operationen bleiben aus“ (Lorenz, 2003c, S. 152). In ihrer Studie zur Bedeutung des Vorstellungsvermögens im Kontext des mathematischen Lernens konnte Kaufmann (2003) ihre Arbeitshypothese bestätigen. „Geringe visuelle Fähigkeiten bei Schuleintritt haben schwächere arithmetische Leistungen im Anfangsunterricht zur Folge“ Kaufmann (2003, S. 51). Die *Räumlichen Beziehungen* verfügten dabei über den höchsten prognostischen Wert. Hubbard, Piazza, Pinel und Dehaene (2005) und de Hevia und Spelke (2009) bestätigten in ihren Studien die Annahmen von Lorenz, dass ein enger Zusammenhang zwischen visuellen Repräsentanzen und der kognitiven Verarbeitung von Zahlen besteht.

3.1.3.2 Sprache

Auf verschiedenen Ebenen des Erwerbs mathematischer Kompetenzen und des Umgangs mit mathematischen Aufgaben sind sprachliche Prozesse involviert. Die Ebenen betreffen die Erzählsprache, die Schriftsprache und das Sprachverständnis. Es lassen sich dabei zwei Gruppen von Sprachprozessen unterscheiden: die Sprachwahrnehmung und die Sprachverarbeitung. Bei der Sprachwahrnehmung, wie die sprachliche Serialität und Diskriminationsfähigkeit (Möderl, 2003), werden die modalitätsspezifischen Stimuli auditiver und visueller Funktionalitäten in die eigentlichen, für die Sprachverarbeitung und -produktion zuständigen neuronalen Zentren und Subzentren überführt. Nach Laschkowski (2007) zählen die Artikulation, der Satzbau, der Wortschatz und das Sprachverständnis zu den allgemeinen, basalen Fähigkeiten im Kontext Sprache/Mathematik. Das Sprachverständnis bezieht sich dabei auf relationale und präpositionale Beziehungen wie das Verstehen von Begriffen (größer bzw. größer als, kleiner bzw. kleiner als, vor, hinten, zwischen, oben, unten usw.) und auf das Verständnis der semantischen Grundstruktur (Lorenz, 2007c). Ein Beispiel: Vorgänger be-

deutet für die Zahlenreihe die Position einer Zahl vor einem speziell benannten Zahlenwert. Der Zahlenwert des Vorgängers ist demnach niedriger. Die Silbe *vor* impliziert aber eine Position, die auf noch Kommendes, also auf Höheres hinweist. Diese sprachliche Widersprüchlichkeit gilt es aufzulösen und damit bedeutungsmäßig begreifbar zu machen.

In zwei Studien untersuchten Ritterfeld et al. (2013) bei Erstklässlern den Zusammenhang zwischen Sprachauffälligkeiten und Zählstrategien beim Erwerb mathematischer Kompetenzen. Der Übergang vom zählenden Rechnen zur Anwendung anderer Rechenstrategien gelang den Schülerinnen und Schülern aus der Förderschule mit dem Förderschwerpunkt Sprache signifikant schlechter als der Kontrollgruppe der Regelschule. „Sprache spielt hier eine wesentliche Rolle, da die Kommunikation über Lösungswege und damit verbunden deren Erwerb zu einem erheblichen Teil an Sprache gebunden ist. Ein Kind, das bereits bei der sprachlichen Dekodierung Probleme hat, wird deshalb die Regelanwendung nicht verstehen können“ (Ritterfeld et al., 2013, S. 141).

Betrachtet man aus entwicklungspsychologischer und neuropsychologischer Sicht den mathematischen Kompetenzerwerb, so sind überall Sprachverarbeitungsprozesse beteiligt. Sei es beim Erwerb der Zahlwortreihe, beim regelgeleiteten Transkodieren (Jakobs & Petermann, 2007) oder bei der Interpretation des Bedeutungsgehaltes von Zeichen als Sprache der Arithmetik (Lorenz, 2003b). Das Sprach- und das Textverständnis beeinflussen daher die Bildung mathematischer Prozesse und daher die Bearbeitung mathematischer Aufgabenstellungen. Sie dienen zudem auch als Strategievermittlung zur Lösung mathematischer Probleme (Jansen & Streit, 2006). Scheitern Schülerinnen und Schüler an Sachaufgaben, so sind nach Lorenz (2003b) neben der Leseleistung und dem Sprach- bzw. Textverständnis auch die basalen, modalitätsspezifischen Prozesse der Sprachwahrnehmung und -verarbeitung in den diagnostischen Fokus zu nehmen. Hierzu zählt auch die phonologische Bewusstheit.

„Die phonologische Bewusstheit kann verstanden werden als die Fähigkeit des Kindes, Einsicht in den lautlichen Aufbau der Sprache zu gewinnen. Sie beinhaltet die Fähigkeit, sprachliche Einheiten wie Wörter, Silben und Phoneme identifizieren und unterscheiden zu können“ (Barth & Gomm, 2008, S. 11). Skowronek und Marx (1989) unterscheiden zwischen phonologischer Bewusstheit im weiteren Sinne und phonologischer Bewusstheit in engerem Sinne. Die Herausbildung phonologischer Bewusstheit vollzieht sich in einem Entwick-

lungsprozess. Die phonologische Bewusstheit im weiteren Sinn entwickelt sich vor der phonologischen Bewusstheit im engeren Sinn.

Barth und Gomm (2008) schreiben zur Bedeutung der phonologischen Bewusstheit:

Entsprechend der im Vorschulalter zu beobachtenden Leistungen knüpft die phonologische Bewusstheit im weiteren Sinne an Sprachleistungen an, die größere sprachliche Einheiten wie Reimerkennung und Silbensegmentierung beinhaltet. Phonologische Bewusstheit in engerem Sinne verlangt dagegen explizit die Beachtung und Analyse der Lautstruktur, die weder semantische noch sprachrhythmische Bezüge aufweist und als Bewusstheit um Phoneme beschrieben werden kann. Phonologische Bewusstheit in engerem Sinne weist nach Skowronek und Marx (1989) eine größere Nähe zu den im Schriftspracherwerb notwendigen Analyse- und Syntheseleistungen auf. Im kindersprachlichen Bereich sind Leistungen im Kontext der phonologischen Bewusstheit im engeren Sinne als Kommunikationsfertigkeiten und -fähigkeiten nicht notwendig und werden daher erst durch den direkten Umgang mit dem Schriftspracherwerb sinnvoll (S. 12).

Zur Rolle der phonologischen Bewusstheit hinsichtlich der Schulleistungen in der Schriftsprache und im Rechnen untersuchten Schwenck und Schneider (2003) 115 Grundschulkin- der der Klasse 1. Schülerinnen und Schüler mit kombinierten Problemen beim Schriftsprach- und Rechenerwerb zeigten auch geringe Leistungen in der phonologischen Bewusstheit. Die Schulkinder nur mit Defiziten im Bereich Rechnen zeigten durchschnittliche Leistungen bei der phonologischen Bewusstheit. In einer weiteren Studie als Längsschnittuntersuchung mit 108 Kindern beschäftigten sich Krajewski, Schneider und Nieding (2008) u. a. mit der pho- nologischen Bewusstheit als Einflussfaktor auf die Mengen-Zahl-Kompetenz. Krajewski et al. (2008) wiesen nach, dass die phonologische Bewusstheit auch prognostisch relevant für den Zahlenerwerb der Kompetenzstufe I *Numerische Basisfertigkeiten* (siehe Unterkapitel 3.2.1) ist. Das entsprechende Pfadmodell ist in Abbildung 3.8 dargestellt.

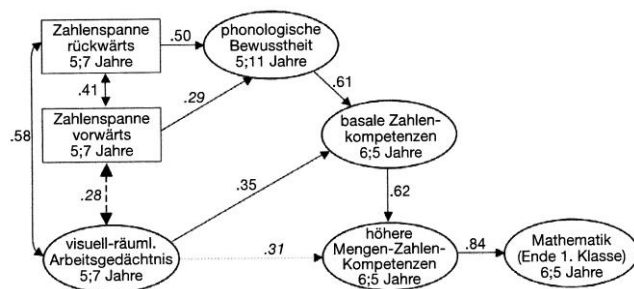


Abbildung 3.8. Pfadmodell zum Einfluss von Arbeitsgedächtniskomponenten und phonologischer Bewusstheit auf mathematische Vorläuferfertigkeiten und mathematische Schulleistungen. Entnommen aus: Krajewski et al. (2008, S. 110).

„Wie die Studie zudem als bedeutsamsten Befund herausstellt, können schwache (gute) Mengen-Zahlen-Kompetenzen jedoch auch durch eine schwach (gut) ausgebildete phonologische Bewusstheit bedingt sein, da sich diese auch auf die Entwicklung basaler numerischer Kompetenzen wie die Zählfertigkeiten auswirkt“ (Krajewski et al., 2008, S. 111). Dagegen fand sich keine Auswirkung der phonologischen Fertigkeiten auf die weiteren höheren numerischen Kompetenzstufen (siehe auch Unterkapitel 2.2.1.4).

3.1.3.3 Gedächtnis

Der Erwerb und die Anwendung von Rechenkompetenzen erfordern die Gedächtnisfähigkeiten der Speicherung von Informationen und den Abruf entsprechender Informationen. Der Kontext Gedächtnis bildet sich auf einer zeitlichen und einer inhaltlichen Dimension ab (Markowitsch, 2002). Die inhaltliche Dimension umfasst das episodische Gedächtnis (Speicherung des Erlebten), das Wissenssystem (Speicherung des Gelernten), das prozedurale Gedächtnis (Speicherung von Handlungsvorgängen) und das Priming (Systematik der unbewussten Wiedererkennung). In diesen verschiedenen Gedächtnissystemen ist dementsprechend Mathematik relevantes Wissen gespeichert: mathematisches Faktenwissen, mathematisches Prozeduren-Wissen und mathematisches Konzeptions-Wissen. Diese Inhalte bilden die Basis für das mathematische Verständnis. Die zeitliche Dimension umfasst drei Gedächtnissystematiken für die Informationsspeicherung: das Ultrakurzzeitgedächtnis (sensorisches Gedächtnis), das Arbeitsgedächtnis und das Langzeitgedächtnis. Atkinson und Shiffrin (1968) postulierten mit ihrem modalen Gedächtnismodell, dass das Lernen (und auch das

Vergessen) abhängig von Zeitdauer und Präsentationsmodus des Lernmaterials sind und dadurch sich eine dreiteilige Gedächtnissystematik bedingt. Neben den in der Fachliteratur thematisierten Gedächtnissystematiken des Arbeitsgedächtnisses und des Langzeitgedächtnisses führt Markowitsch (2002) noch ein *intermediäres Gedächtnis* auf, das eine „mögliche weitere Unterform zeitbezogenen Gedächtnisses“ (ebd., S. 86) darstellt.

Das Arbeitsgedächtnis dient als Zwischenspeicher der Informationsaufnahme und der Informationsweiterverarbeitung. Seit den 1960er Jahren erfolgten auf Grund von Forschungsergebnissen Modellierungen zur Funktionsweise und zum Aufbau des Arbeitsgedächtnisses. Conway und Engle (1994), sowie Cowan (1995) propagieren hierbei ein Teilmengenkonzept. Sie sehen das Arbeitsgedächtnis als einen aktivierten, eingebetteten Teil des Langzeitgedächtnisses. Der Fokus der Aufmerksamkeit wiederum als Teil des Arbeitsgedächtnisses generiert nach Cowan die Aktivierungsprozesse mit dem Zugriff auf entsprechende mentale Repräsentanzen.

Einen anderen Ansatz vertreten Baddeley und Hitch mit ihrem Schnittstellenmodell. Die Forschungen zur Arbeitsweise dieser Gedächtnissystematik zeigen, dass das Arbeitsgedächtnis einen modular-strukturierten Aufbau aufweist. In den meisten Ausführungen der Fachliteratur zur Arbeitsweise und den daraus resultierenden Funktionen wird Bezug auf dieses Arbeitsgedächtnis-Modell genommen. Das ursprüngliche Modell von Baddeley und Hitch aus dem Jahr 1974 mit den drei Elementen *Visuo-spatial sketch pad*, *Central executive* und *Phonological loop* erweiterte Baddeley im Jahr 2000 (siehe Abbildung 2.10) um die vierte Komponente *Episodic buffer*. Diese Hinzunahme ergab sich aus den Forschungsergebnissen zu den Beziehungszusammenhängen zwischen dem Arbeitsgedächtnis und dem Langzeitgedächtnis bei Patienten mit Problemen im Arbeitsgedächtnis, aber nichtgeschädigtem Langzeitgedächtnis (Baddeley, 2012). Die Beziehungspfeile in Abbildung 3.9 weisen darauf hin, dass die modularen Funktionsweisen des Arbeitsgedächtnisses nicht im Sinne einer Hierarchisierung als Bottom-Up- oder Top-Down-Prozesse anzusehen sind, sondern als interagierende, temporär-arbeitende, kognitive Schnittstellen.

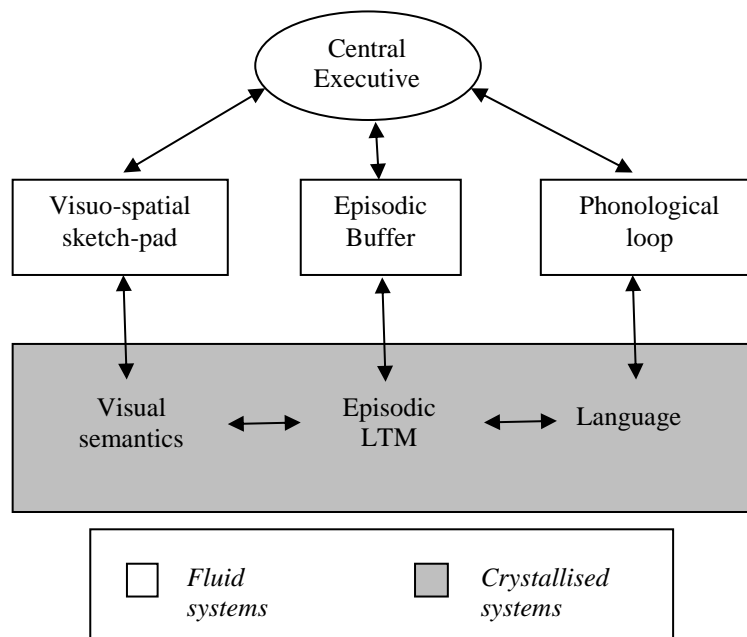


Abbildung 3.9. Schematische Darstellung des Arbeitsgedächtnisses nach Baddeley (2000).

Entnommen und nachgezeichnet aus Baddeley (2012, S. 16).

Im Folgenden werden die einzelnen Module der Arbeitsgedächtnis-Systematik von Baddeley näher erläutert:

(1) *Phonological loop - phonological-articulatory loop* (Kaufmann, 2002), *artikulatorische Schleife* (Barth, 2006), *phonologische Schleife* (Moser Opitz, 2007), *phonologische Schleife* (Krajewski, 2008), *phonologisches Arbeitsgedächtnis* (Hasselhorn & Gold, 2009). Landerl und Kaufmann (2007) ordnen in einer eigenen Systematik die *phonologische Schleife* neben der *Kapazität des verbalen Kurzzeitspeichers* dem *verbalen Arbeitsgedächtnis* zu.

In dem phonologischen Modul des Arbeitsgedächtnisses erfolgt die Zwischenspeicherung sprachlicher Informationen unter der Berücksichtigung von Serialität, Sequenzierung, Zeit und Kapazität. Untersuchungen zum *Wortlängeneffekt* zeigten eine bessere Reproduktion der Wortsequenzen bei kurzen als bei langen Wörtern. Die *Wiedergaberate* richtet sich nach der Artikulation von Wörtern innerhalb einer Zeitspanne von maximal zwei Sekunden. Eine weitere Determinante der Verarbeitungsgröße des Arbeitsgedächtnisses besteht in dem *Automatisierungsgrad der Aktivierung* (Hasselhorn, Grube & Mähler, 2000). Dieser bezieht sich auf den aktiven Prozess *Rehearsal*, der sprachliches Material durch Selbststimulation über die zeitliche Limitierung hinaus zur weiteren Verarbeitung aufrechterhält. Dekodierungsprozes-

se beeinflussen zudem die Verarbeitungsgeschwindigkeit. Auditive Stimuli werden auf Grund nicht-notwendiger Dekodierung schneller verarbeitet als visuelle Stimuli. Weitere Funktionsdeterminanten der phonologischen Schleife, die hier nicht weiter erläutert werden, sind die *Verarbeitungspräzision* (Hasselhorn et al., 2000), der *phonologische Ähnlichkeitseffekt*, die *Artikulationsrate*, die *verbale Gedächtnisspanne*, der *artikulatorische Unterdrückungseffekt*, der *Effekt irrelevanter Sprache oder Musik* (Dornheim, 2008).

(2) *Visuo-spatial sketch pad - visueller Notizblock* (Jakobs & Petermann, 2005), *visuell-räumlicher Zwischenspeicher* (Krajewski, 2008), *visuell-räumlicher Skizzenblock* (Dornheim, 2008), *räumlich-visuelles Arbeitsgedächtnis* (Hasselhorn & Gold, 2009). Unabhängig von der phonologischen Schleife werden modalitätsspezifisch in diesem Modul visuell-räumliche, also non-verbale Informationen (Form, Farbe, Ausdehnung, Raum-Lage-Beziehungen) gespeichert und weiterverarbeitet. Der visuelle Notizblock erfährt eine Aktivierung bei Neuinformationen in Abgleichung von langzeitgespeicherten Gedächtnisinhalten. Strukturell finden zwei Systematiken ihre Anwendung: *visual cache* (zuständig für Merkmale) und *inner scribe* (als aktiver Prozess - ähnlich dem phonologischen Schleife-Prozess *Rehearsal*) zuständig für das Aktivhalten von Informationen (Logie, 1995; Klauer & Zhao, 2004). Noch nicht geklärt ist in der Fachwissenschaft, ob die Informationen mit dem Merkmal *visuell* bzw. *räumlich* getrennt oder gemeinsam verarbeitet werden (siehe Dornheim, 2008, S. 157).

(3) *Episodic Buffer - episodischer Puffer* (Hasselhorn & Gold, 2009).

Der episodische Puffer stellt eine zeitlich limitierte Schnittstelle zwischen dem episodischen Langzeitgedächtnis und dem Arbeitsgedächtnis dar. Gesteuert über die zentrale Exekutive koordiniert und integriert der episodische Puffer sprachliche und visuelle Kontexte aus Neuinformationen mit langzeitgespeicherten Gedächtnisinhalten.

(4) *Central Executive - zentraler Prozessor, zentrale Exekutive* (Krajewski, 2008). Als zentrales Steuerelement in Supervisor-Funktion plant, koordiniert und kontrolliert dieses Modul des Arbeitsgedächtnisses die Prozesse der drei vorher beschriebenen Subsysteme. Zudem übernimmt die zentrale Exekutive weitere Aufgaben: die Aufmerksamkeitssteuerung im Sinne von *Fokussierung* und *Inhibition*, die Kontrolle von *Enkodierungs-* und *Abrufstrategien* (Thomas, Zoelch, Seitz-Stein & Schumann-Hengsteler, 2006), die *Inhibition* irrelevanter Informationen, das *Updating* als aktive Bereitstellung aktualisierter Informationen bei Textaufgaben und das *Shifting* als Kompetenz des flexiblen Wechsels, wenn dies bei der

Lösung von Rechenaufgaben notwendig ist (Landerl & Kaufmann, 2007). „Spätestens ab der dritten Klassenstufe stellt die zentrale Exekutive das für Kopfrechenaufgaben wichtigste Teilsystem des Arbeitsgedächtnisses dar“ (Thomas et al., 2006, S. 288).

Auch im deutschsprachigen Raum steht das Arbeitsgedächtnis mit seinem Einfluss auf mathematische Fertigkeiten im Mittelpunkt von Forschungsstudien (Gaupp, 2003; Schwenck & Schneider, 2003; Fritz & Ricken, 2006; Krajewski & Schneider, 2006; Thomas et al., 2006; Weberschock & Grube, 2006; Krajewski et al., 2008; Schmid, Zoelch & Roebers, 2008; Ehler, 2010). Studien bei Kindern mit Problemen des Rechenerwerbs ergaben, dass die Module des Arbeitsgedächtnisses eine Relevanz für die Vorhersage von Mathematikleistungen besitzen. Vor allem im schulischen Kontext fällt dem Arbeitsgedächtnis beim mündlichen Rechnen eine zentrale Rolle zu. Sei es eine Zahlenreihe zu behalten und wiederzugeben oder Zwischenergebnisse zu speichern. Die Lösung mündlicher Rechenaufgaben erfordert einen aktuell-sensorischen Input und den Zugriff auf im Langzeitgedächtnis abgelegte Kenntnisse, wie arithmetisches Faktenwissen (zum Beispiel: Kleines Einmaleins) und/oder Rechenstrategien (zum Beispiel: Zehnerüberschreitung). „Bei stärker eingeübten und automatisierten Aufgabenarten profitieren Schüler stärker vom Abruf aus der Wissensbasis, während bei eher unbekanntem bzw. weniger geübten Aufgaben die Leistungsfähigkeit der zentralen Exekutive von besonderer Bedeutung zu sein scheint“ (Weberschock & Grube, 2006, S. 300). Hinweise zum Einfluss einzelner Arbeitsgedächtniskomponenten auf die Rechenleistungen finden sich also in der zentralen Exekutive, der phonologischen Schleife und dem räumlich-visuellen Skizzenblock. Die bisherigen Befunde zur Rolle des Arbeitsgedächtnisses lassen nach Ritterfeld et al. (2013) aber noch nicht den Schluss zu, ob Probleme des Arbeitsgedächtnis im Allgemeinen oder Probleme bei einzelnen Komponenten als auslösende Faktoren für die Rechenschwäche anzusehen sind.

3.1.3.4 Konzentration/Aufmerksamkeit

Diese Basisfähigkeit ist nach Jakobs und Petermann (2007) einer der vier Stützpfeiler für den Rechenerwerb. Unter Konzentration versteht Krowatschek (2007) die Fähigkeit, einem Lernstoff eine Zeitlang ungeteilte Aufmerksamkeit zu schenken und zudem eine besondere Anspannung und Ausrichtung der Aufmerksamkeit, um gezielt wahrzunehmen, denken, behalten und erinnern zu können. Das mündliche Rechnen benötigt zum Beispiel eine unge-

störte auditive Aufmerksamkeit, um die akustischen Stimuli aufzunehmen und zudem die Fähigkeit, um für die Dauer der Aufgabe (Zeit von der Aufgabenstellung bis zur Aufgabenlösung) eine Aufmerksamkeitsfokussierung aufrecht zu erhalten. „Defizite im Zusammenhang mit der Verhaltensinhibition können die Leistungen des Arbeitsgedächtnisses negativ beeinflussen“ (Schwenck & Schneider, 2003, S. 214). Beim schriftlichen Rechnen ist ebenso eine entsprechende Konzentrationsspanne und Impulskontrolle notwendig. Der Rechenerwerb in den ersten Schuljahren erfordert unter dem Aspekt der Automatisierung einen hohen Übungsanteil mit entsprechenden Konzentrationsleistungen. „Rechenschwachen Kindern fällt es oft schwer, die Aufmerksamkeit auf die Inhalte einzelner Aufgaben zu fokussieren und den Handlungsablauf bei mehrschrittigen Rechenaufgaben einzuhalten“ (Meridian, 2007, S. 379).

3.1.4 Modelle der Zahlentwicklung und des Rechenerwerbs

In der Fachliteratur finden sich entsprechende Modelle, die auf Grund der jeweiligen theoretischen Fundierung entwicklungspsychologisch (Fritz et al., 2007; Krajewski, 2008; Dornheim, 2008) oder neuropsychologisch (von Aster & Shalev, 2007) begründet werden. Dornheim (2008) präsentiert ein zweites Entwicklungsmodell, das sowohl entwicklungspsychologische und neuropsychologische Aspekte beinhaltet. Die genannten Modelle werden, nach Erscheinungsdatum gestaffelt, im Folgenden präsentiert.

3.1.4.1 Das Vier-Stufen-Modell

Das *Vier-Stufen-Modell* (von Aster & Shalev, 2007) integriert als dreiaxiales Schema neurokognitive, neurophysiologische und neurofunktionale Erkenntnisse unter der Einbeziehung der Zahlkonzeptentwicklung im Kindesalter (siehe Abbildung 3.10). Die Autoren postulieren vier Repräsentationsebenen, die sich in unterschiedlichen kindlichen Altersstufen entwickeln. Die Repräsentationen *Kardinalität* und *Zahlwortreihe* bilden sich bereits vor dem Schuleintritt aus. Nach dem Übergang in die Grundschule erfahren das *Visuell arabische Zahlensystem* und die *Ordinalität* durch das funktionale Rechnen ihre Ausschärfung. Es werden also von den Autoren keine sich parallel entwickelnden Prozesse angenommen, sondern aufeinander aufbauende, sich abgrenzende arithmetische Kompetenzen, die dabei mit hirneingebundenen Verarbeitungsorten korrespondieren. Aufgenommen in das

Modell haben die Autoren als eine kognitive Stützfunktion auch das Arbeitsgedächtnis (siehe auch Unterkapitel 3.1.3.3) und dessen Kapazitätserweiterung als linear-ansteigend.

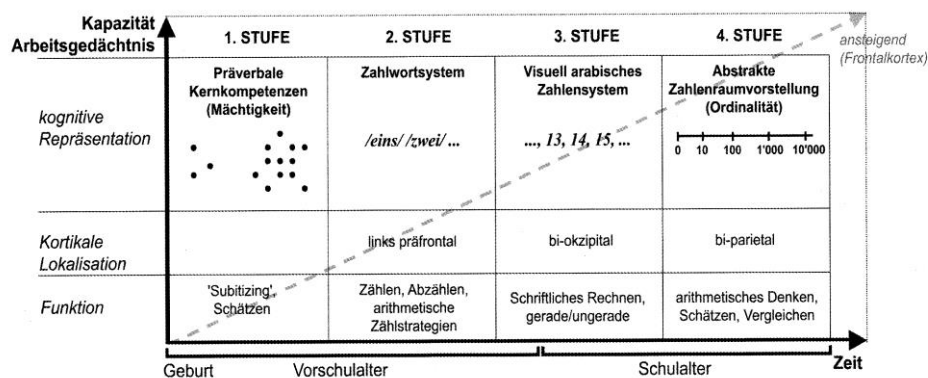


Abbildung 3.10. Entwicklungsmodell der Zahlenverarbeitung (von Aster & Shalev, 2007).

Entnommen aus: von Aster, Bzufka und Horn (2009, S. 10).

Gathercole und Baddeley (1993) konnten nachweisen, dass die Speicherkapazität des phonologischen Arbeitsgedächtnisses im Laufe der kindlichen Entwicklung vom 4. bis zum 11. Lebensjahr sich nahezu um das Dreifache verändert. Starke neurofunktionale Veränderungen, die sich auch innerhalb relativ kurzer Zeit ergeben, fanden Rosenberg-Lee, Barth und Menon (2011) in ihrer Studie bei Zweit- und Drittklässlern. Die älteren Schulkinder griffen auf mehr Strategievarianten zurück und zeigten eine höhere Arbeitsgedächtnisleistung. „Die Zunahme der Kapazität des Arbeitsgedächtnisses [...] geht mit der Erweiterung der Möglichkeiten einher, immer komplexere Probleme zu erfassen und einer Lösung zuzuführen“ (Hasselhorn & Grube, 2008, S. 116). Die Richtigkeit der Einbeziehung des Arbeitsgedächtnisses als Determinante der Zahlkonzeptentwicklung durch von Aster, Kucian und Martin (2006) wird durch Studien zum Einfluss von Arbeitsgedächtniskomponenten (u. a. Krajewski et al., 2008) bestätigt.

3.1.4.2 Modell der mathematischen Kompetenzentwicklung

Im *Modell der mathematischen Kompetenzentwicklung* (siehe Abbildung 3.11) stellen Fritz et al. (2007) ein Entwicklungsmodell des Rechenerwerbs vor, das vor allem auf den Arbeiten von Fuson (1988) und Resnick (1989) basiert. Die Entwicklungsstufen repräsentieren fünf aufeinander aufbauende Kompetenzniveaus, beginnend mit den frühkindlichen Mengener-

fahrungen bis hin zum kompletten Anzahlwissen unter Beherrschung eines konzeptionellen Beziehungswissens.

Die Strategiebildung der Stufe 1 des Entwicklungsmodells von Fritz et al. (2007) thematisiert das protoquantitative Schema des schätzenden Mengenvergleichs als „mehr“ oder „weniger“ und zusätzlich als verbale Kompetenz die Zahlwortreihe in der Form „einszweidreivier“ (*string level*) mit dem serialen Aspekt der Zahlwortreihe als auf- und absteigende Reihung. In der Stufe 2 wenden die Kinder neben der differenzierten lautlichen Unterscheidung der Zahlwortkette „eins-zwei-drei-vier“ (*unbreakable list level*) auch das Schema des Vermehrens und Verminderns an. In diesem Kompetenzniveau erfolgt auch die Erkenntnis in die Ordinalität der Zahlen, nach der sich die Mächtigkeit einer Zahl auf Grund ihrer Rangfolge in der Zahlwortreihe generiert. Als weiterer Kompetenzzuwachs erfolgt nach Fritz et al. (2007) eine Flexibilisierung durch das Rückwärtszählen. Die Niveaustufe 3 erweitert den Ordinalzahlaspekt um den Kardinalaspekt *Cardinal-Principle* (Gelman & Gallistel, 1978), bei dem das letztverwendete Zahlwort die Gesamtanzahl der gezählten Elemente angibt, auch als *last-word-rule* (Fuson, 1988) bezeichnet. Vorgehende und nachfolgende Zahlen können auch ohne Anzählen durch ihre Position erkannt werden. Die Erarbeitung des Teile-Ganzes-Schemas als Einsicht in die Zerlegbarkeit von Anzahlen in ihre Teilmengen und in die Zusammenführung von Teilmengen in eine Gesamtmenge kennzeichnet die Kompetenzstufe 4, wobei die Teil- und Gesamtmenen noch nicht mit der symbolischen Zahlendarstellung verknüpft sind. Das natürliche Zahlenverständnis erlaubt fünfjährigen Kindern jedoch ohne die Beherrschung der Zahlensymbolik bereits Mengenvergleich und Mengenaddition (Barth, La Mont, Lipton, & Spelke, 2005). Zusätzlich wird berichtet, dass Kinder im Alter von 5 bis 6 Jahren vor dem Schuleintritt und dem eigentlichen schulischen Rechenerwerb bei Additionen und Subtraktionen im Hunderterraum die richtige Lösung abschätzen können (Gilmore, McCarthy & Spelke, 2007). In der Zahlwortreihe generiert sich nach der *Ordinalität* und der *Kardinalität* mit der *Relationalität* ein drittes Zahlprinzip. Die flexible, automatisierte Nutzung der beiden Zählrichtungen, die Freiheit der Startzahl und die Einsicht in den immer gleich bleibenden Abstand von 1 zwischen zwei Zahlen erlauben die Erkenntnis, dass die Differenz zwischen zwei Zahlen unabhängig von der Rangfolge oder der Mächtigkeit ist. Die letzte Kompetenzstufe beinhaltet das Teile-Ganzes-Schema als integrativ-automatisiertes, konzeptionelles Zahlenverständnis unter dem Aspekt der „Dynamisierung“ (Fritz et al.,

2007, S. 15) der Kompetenzen der Niveaustufe 4. Die „triadische Struktur“ (Fritz et al., 2007, ebd.) führt zur Anwendung des Kommutativgesetzes, was sich zum Beispiel in der Lösung von Ergänzungsaufgaben widerspiegelt. Letztere Stufe wird also erst in der Grundschule erreicht.

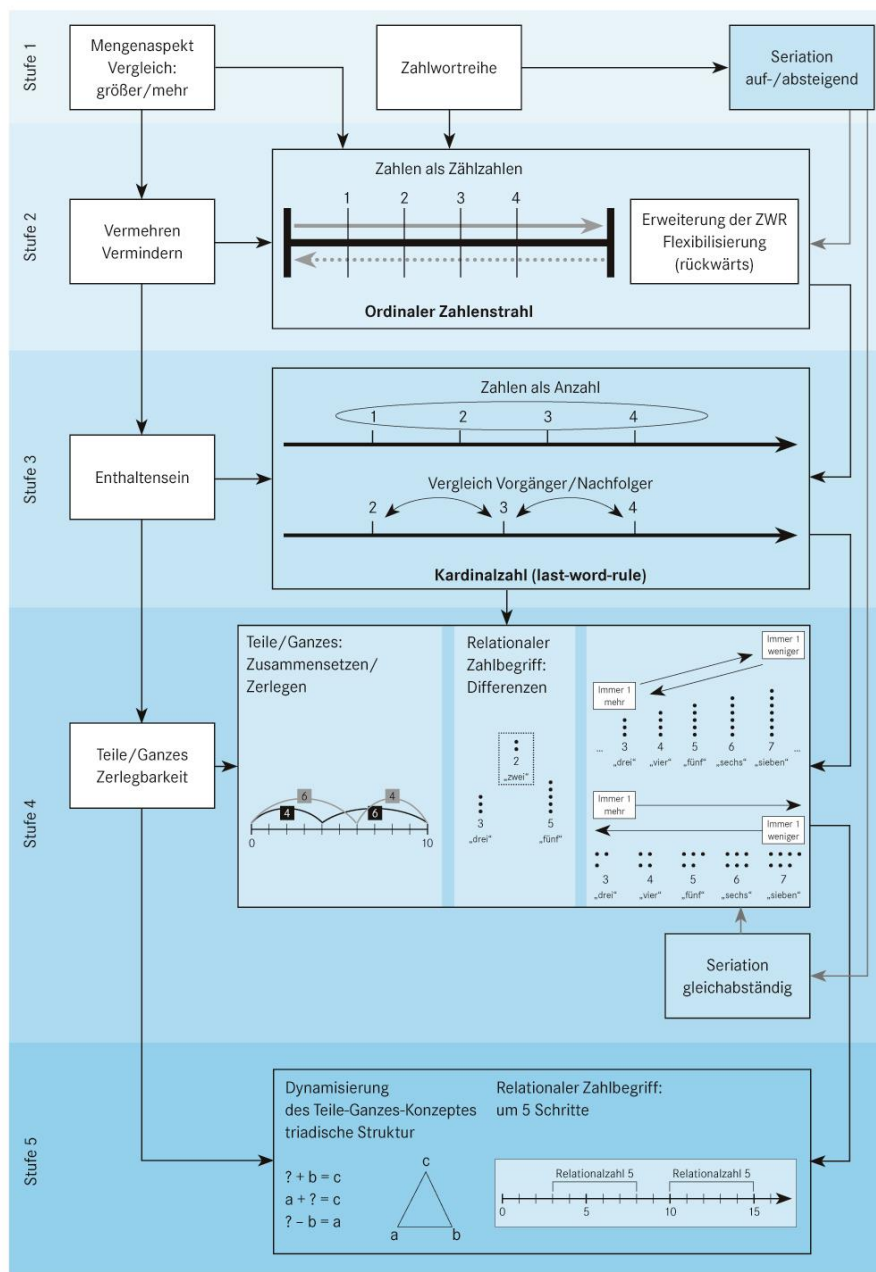


Abbildung 3.11. Entwicklungsmodell zum Erwerb der mathematischen Kompetenzentwicklung (Fritz et al., 2007). Zur Verfügung gestellt durch den Cornelsen Verlag, 2012.

3.1.4.3 Weitere Entwicklungsmodelle

Krajewski (2008) und Dornheim (2008) postulieren jeweils in eigenen Modellen die Entwicklungsstufen des kindlichen Rechnererwerbs. Das Entwicklungsmodell von Krajewski (siehe auch Abbildung 3.12) umfasst die drei hierarchischen Ebenen *Basisfertigkeiten*, *Anzahlkonzept* und *Anzahlrelationen*. Auf der Ebene I *Basisfertigkeiten* finden sich die sich parallel entwickelten Bausteine *Mengenunterscheidung*, *Zählprozedur*. Wie bereits ausgeführt, verfügen Säuglinge über die Fähigkeit zur Mengenunterscheidung von Objekten. Die Differenzierung erfolgt über das Erkennen von räumlichen Ausdehnungen bei größeren Mengen und präzises Erkennen von Mengen bis „vier“. Eine genaue Unterscheidung von größeren Mengen findet erst später statt. Der Baustein *Mengenunterscheidung* mündet daher als Kompetenzerweiterung auf der nächsthöheren Ebene II *Anzahlkonzept* einerseits in den Baustein *Mengenrelationen* mit den Elementen „Teil-Ganzes-Konzept“ und „Zu-Abnahme“ und andererseits in den Baustein *Zahlen als Anzahlen*. Damit werden erste Verknüpfungen verschiedener, sich bis dahin entwickelter Kompetenzen verdeutlicht.

Den Baustein *Zahlen als Anzahlen* unterteilt Krajewski nochmals in zwei parallele Phasen, bei der die Phase *unpräzises Anzahlkonzept* in die Phase *präzises Anzahlkonzept* mündet. Kinder verknüpfen Mengenbegriffe wie „wenig“ oder „viel“ mit der zeitlichen Dauer der entsprechenden Lautfolge. „7“ muss also „mehr“ sein als „4“, da die damit verbundene Zahlwortkette lautlich länger repräsentiert wird. Zahlworte wie „Hundert“ oder „Tausend“ stehen für die Mengenbegrifflichkeit „sehr viel“. Sie werden nach eigenen Beobachtungen bei Kindern („Wie weit kannst du eigentlich schon zählen?“) häufig als „Schlusspunkt“ einer Zahlwortreihe angehängt, um die Größe und Wichtigkeit dieser Zahl zu betonen „eins-zwei-drei ... neunzehn, zwanzig, hundert, tausend.“

Ein bedeutsamer Entwicklungsschritt stellt daher das Rückwärtszählen dar, weil bei diesem Zählvorgang nicht mehr die Betonung der Wichtigkeit des möglichst hohen Zahlenwertes und die zeitlich-lautliche Länge des Zählens (je länger, desto größer) im Vordergrund steht, sondern die Mengenabnahme mit immer niedrigeren Zahlenwerten verknüpft werden muss. Auch der Baustein *Zählprozedur* der Ebene I mündet direkt in die Phase *unpräzises Anzahlkonzept* und mittelbar über den Baustein *exakte Reihenfolge* in die Phase *präzises Anzahlkonzept*. Die Präzisierung des Anzahlkonzeptes ergibt sich also durch die Verbalisierung und

durch die Einsicht in die stabile Serialität der Zahlwörter mit der gleichzeitigen Verknüpfung von ausgezählten Mengen. Die Differenzierung von Nachbarzahlen gelingt dann, wenn die Kinder den Kardinalzahlaspekt verstanden haben, bei dem das zuletzt gesprochene Zahlwort auch die entsprechende Mengemächtigkeit repräsentiert. Eine weitere Verknüpfung aus Mengen-Wissen und Anzahl-Wissen findet auf der Ebene III *Anzahlrelationen* mit dem Baustein *Mengenrelationen als Anzahlen* statt. Inhaltlich entspricht diese Ebene der Stufe 4 des Modells der mathematischen Kompetenzentwicklung von Fritz et al. (2007). Mit der Ebene III ist nach Krajewski der Kompetenzerwerb des frühen Mengen- und Zahlenwissens abgeschlossen.

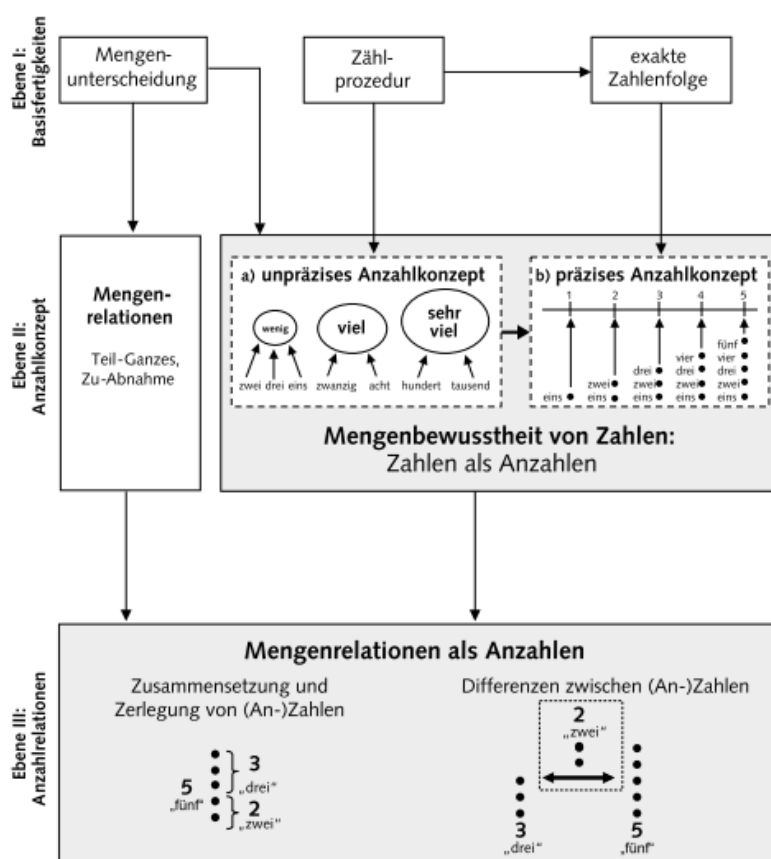


Abbildung 3.12. Entwicklungsmodell früher numerischer Kompetenzen (Krajewski, 2008).

Entnommen aus: Hasselhorn, M. & Schneider, W. (2011, S. 111).

Dornheim (2008) unternimmt in zwei Modellen (Modell 2 ist in Abbildung 3.13 aufgeführt) den Versuch, den Erwerb numerischer Kompetenzen modellhaft zu systematisieren. Beiden

Entwicklungsmodellen liegen auch die Erkenntnisse der Arbeiten von Fuson (1988) und Resnick (1989) und die weiteren der bisher bekannten entwicklungspsychologischen Befunde zugrunde. In ihrem ersten Modell, das hierarchisiert den kindlichen Zahlenerwerb darstellt, beschreibt Dornheim mit der Benennung der beiden Repräsentationssysteme *Unpräzise Mengen-Repräsentationen* und *Präzise Anzahl-Repräsentationen* als Ausgangsbasis für die sechs weiteren Schritte: *Erstes Anzahlkonzept* (0 bis 12 Monate), *Flexibles Anzahlkonzept* (1 bis 3 Jahre), *Ordinalzahlkonzept* (2 bis 5 Jahre), *Kardinalzahlkonzept* (3 bis 6 Jahre), *Teile-Ganzes-Konzept* (5-8 Jahre) und *dezimales Teile-Ganzes-Konzept* (7 bis 10 Jahre) die „Entwicklung von Zahlkonzept und Rechenleistung“ (Dornheim, 2008, S. 85).

In ihrem zweiten Modell, das die Autorin als ein „heuristisches Rahmenmodell“ (Dornheim, 2008, S. 84) bezeichnet, erweitert sie ihr erstes, mit hierarchischen Niveaustufen begründetes entwicklungspsychologisches Modell zur „Entwicklung von Zahlkonzept und Rechenleistung“ (Dornheim, 2008, ebd.) durch die Darstellung eines Beziehungsgefüges und die Hinzunahme der drei Repräsentationssysteme *räumlich-zeitliche Muster*, *Sprache* und *Zahlensymbole*. Bezüglich dieser drei Repräsentationen bezieht sich Dornheim auf die Ausführungen von Case (Case & Okamoto, 1996, zitiert nach Dornheim, 2008, S. 84 ff.). Case postuliert die drei mathematischen Welten *world of real quantities*, *world of counting numbers* und *world of formal symbols* als „Kern der Mathematik“ (Dornheim, 2008, ebd.).

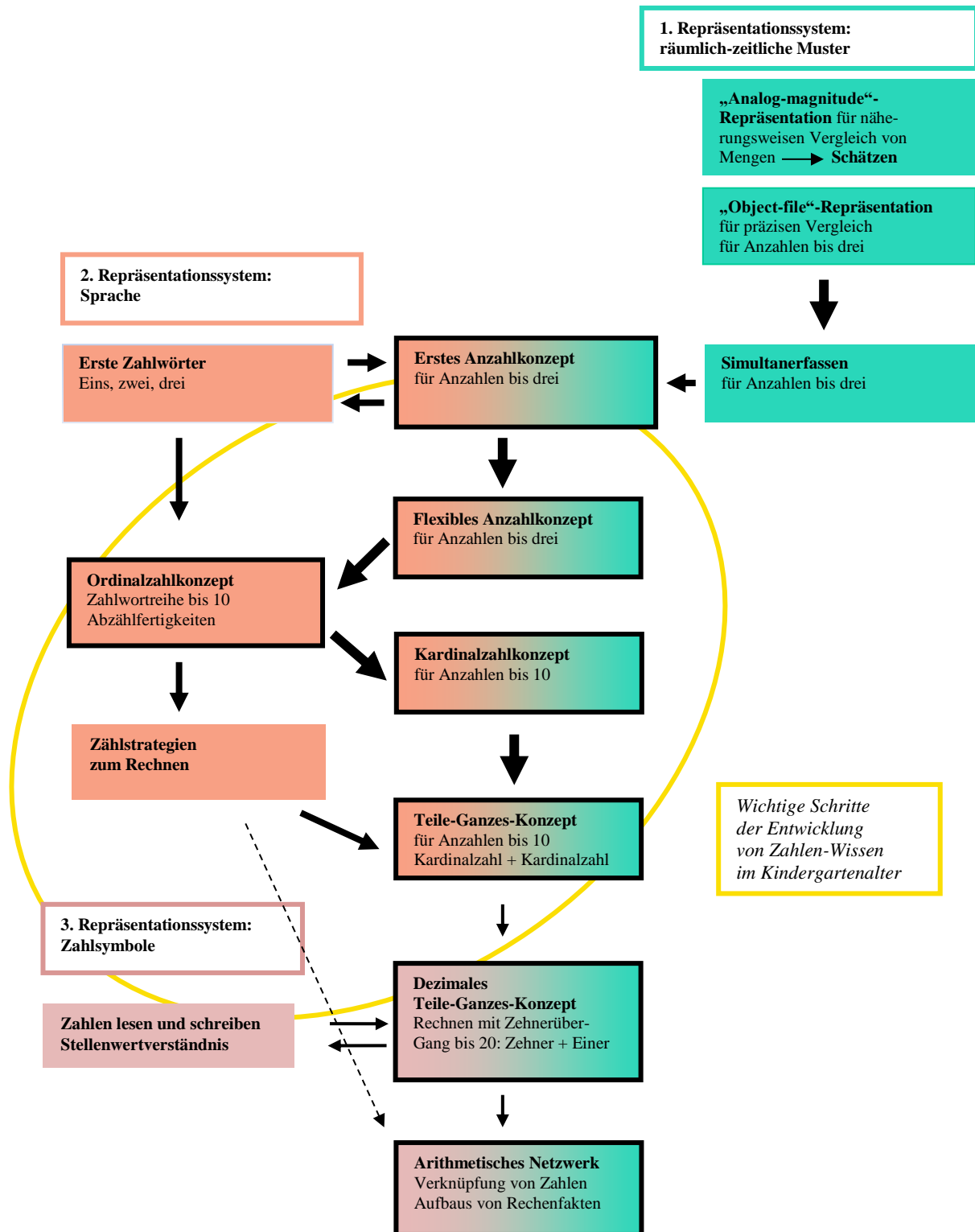


Abbildung 3.13. Modell der Entwicklung von Zahlkonzept und Rechenleistung (Dornheim, 2008). Abbildung dort entnommen aus S. 86 und mit Erlaubnis der Autorin graphisch nachgestellt.

3.2 Früherkennung

„Die Lösungen der Mathematikaufgaben sind fast immer falsch“. „Unser Kind macht kaum etwas richtig, braucht lange, träumt, übt nicht genug. Wenn es wollte, dann könnte es ...“. „Mein Kind wird aggressiv, wenn ich es an seine Rechenhausaufgabe erinnere; es wirft seine Rechenhefte und -bücher voller Wut in die Ecke ...“. „Vor jeder Arbeit hat meine Tochter Bauchweh oder Kopfschmerzen, öfters hat sie sogar erbrochen und konnte dann nicht in die Schule gehen ...“. (aus: Krüll, 1994, S. 12).

Diese Elternrückmeldungen dokumentieren eindrucksvoll die psychische und physische Situation von Schülerinnen und Schülern mit Problemen im Unterrichtsfach Mathematik. Sie zeigen die negativ-emotionale Seite eines Problems, zu dem schon in der Einleitung dieser Dissertation in Bezug auf die aktuelle Leistungssituation von deutschen Schülerinnen und Schülern im versetzungsrelevanten Schulfach Mathematik genommen wurde. Mathematik ist ein Kernfach, weil es im schulischen Lernen neben dem Fach Deutsch eine zentrale Position einnimmt. Dies dokumentiert sich bereits durch die Anzahl der Wochenunterrichtsstunden in der Stundentafel. Mit jeweils fünf Unterrichtsstunden beanspruchen die beiden Fächer Deutsch und Mathematik in der Stundentafel einen Anteil am Wochenunterricht bis zu 45.5% in der Grundschule (Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen, 2012). Dementsprechend hoch ist der Leidensdruck, wenn praktisch täglich Versagenssituationen entstehen.

Es entsteht nach Butterworth (1999) das psychologische Lern-Szenario „Teufelskreis des Lernens“ (Spitzer, 2002, S. 271), bei dem durch Lernversagen ausgelöste Angst- und Frustrationserlebnisse zu einer negativen Lernbilanz führen. Durch Lernvermeidung bleibt das Können immer geringer als die Anforderung. Bei der Konfrontation mit einem negativ besetzten Lerninhalt erfolgt dabei eine Senkung des Aktivierungsniveaus und erzeugt somit eine „verminderte Lern- und Leistungsfähigkeit“ (Jansen & Streit, 2006, S. 30). Studien (z. B. von Ashcraft & Moore, 2009; Lyons & Beilock, 2012; Vukovic, Kieffer, Bailey & Harari, 2013) zeigen, dass die Angst vor dem Schulfach Mathematik nicht erst in späteren Phasen einer Schulkarriere auftritt. Weiterhin lassen sich Unterschiede bei der neurophysiologischen Reizverarbeitung und hinsichtlich der Aktivierungsmuster in lokalen Hirnarealen bei Schülern mit und ohne Rechenangst beobachten.

Aus eigenen Erfahrungen als Lehrer für Sonderpädagogik fanden sich bei Beratungsgutachten eine Reihe von Beschreibungen bezüglich der Leistung von Schülerinnen und Schülern durch Lehrerinnen und Lehrer im Fach Mathematik, wie zum Beispiel: „Ist leistungsschwach im Rechnen“. „Hat große Probleme beim Rechnen“. „Versagt beim Rechnen“. „Zeigt schwache mathematische Leistungen“. „Hat eine (basale) Rechenschwäche bzw. Mathematikschwäche“. „Eine attestierte Rechenstörung liegt vor“. Bei entsprechenden Befragungen von Schülerinnen und Schüler reagierten diese mit einem resignierenden Akzeptieren („Mathe kann ich nicht“. „Habe ich nie kapiert“. „Ich war immer schlecht im Rechnen“.) auf das über Jahre hinweg andauernde Passungsproblem (primär ist der arithmetische Lernanteil gemeint) von Können und Anforderung im Fach Mathematik. Der Leidensdruck nimmt über die Schuljahre hinweg zu. Versagensängste und Vermeidungsstrategien gehen einher.

Der präventive Charakter der Früherkennung zielt auf die Verhinderung von Prozessen, wie sie in den oben angeführten persönlichen Erfahrungen von Schülerinnen und Schülern und ihren Eltern dokumentiert sind. Um erfolgreich präventiv zu agieren, sind Systematiken notwendig, die auch unter dem Zeitaspekt eine möglichst frühe Intervention erlauben. Dem Schaubild 3.14 kann entnommen werden, dass die Früherkennung den Zeitverlauf zwischen der Erstentdeckungschance und dem üblicherweise gesetzten Entdeckungszeitpunkt darstellt, wenn sich eine *unauffällige Symptomatik* in eine *auffällige Symptomatik* (hier: Lernversagen im Schulfach Mathematik) geändert hat. Tröster (2009) beschreibt diesen Zeitverlauf an anderer Stelle als *Asymptomatisches Stadium*, das durch eine frühest mögliche Diagnostik einen zeitlich-optimalen Interventionspunkt generiert, der schon vor dem üblichen Entdeckungszeitpunkt liegt. Tröster (2009) nennt dieses optimierte Zeitfenster *Screening-Zeit*, in der mittels geeigneter diagnostischer Verfahren eine Befunderhebung durchgeführt wird.

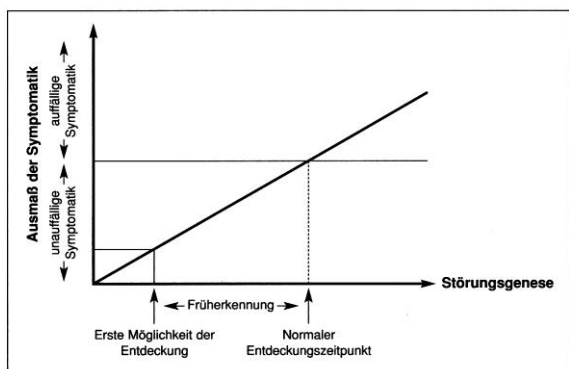


Abbildung 3.14. Schematische Darstellung der Früherkennung. Entnommen aus: Tröster (2009, S. 62).

Je eher eine negativ-prozesshafte Lernentwicklung erkannt wird, desto mehr steigen die Chancen auf eine frühe, zielgerichtete Initiierung von Förderung. Jakobs und Petermann (2007, S. 13) stellen fest, dass „häufig erst nach der zweiten Grundschulklasse“ Rechenproblematiken erkannt werden und „durch die gestiegenen Anforderungen im Fach Mathematik, die Defizite nicht mehr zu kompensieren“ sind. Mit diesen Aussagen wird verdeutlicht, dass die zeitliche, verspätete Verschiebung des Entdeckungszeitraumes, verbunden mit einem verzögerten Förderbeginn, zu Lasten von Schülerinnen und Schülern geht. „Kinder mit einer Rechenstörung sind jedoch meistens schon im Kindergarten auffällig, da sie bereits zu diesem Zeitpunkt [zahlbildungsfördernde und den Rechenerwerb begünstigende] Spiele und Beschäftigungen vermeiden“ (Jakobs & Petermann, 2007, ebda.). Eine zeitlich optimale Früherkennung von Risiken bei der Zahlentwicklung und dem Rechenerwerb setzt also schon vor der Schule an, da sie nicht die *Stunde Null* in der Lernentwicklung eines Kindes darstellt. Zumindest sollte die Schuleingangsphase als Screening-Zeit genutzt werden.

3.2.1 Prädiktion von Rechenleistungen durch Prozessdeterminanten der Zahlentwicklung/des Rechenerwerbs

In den Kapiteln 3.1.1 bis 3.1.3 wurden aus verschiedenen Forschungssichtweisen Prozesse bei der Zahlentwicklung und dem Rechenerwerb und ihre mathematikspezifischen bzw. unspezifischen, bereichsübergreifenden Determinanten vorgestellt. Der Erkenntnisstand im Kontext Schriftspracherwerb ist nach der Quantität der durchgeführten Studien besser beschrieben als die Forschung hinsichtlich der Untersuchung der Relevanz von Vorläuferfertigkeiten bei der mathematischen Kompetenzentwicklung und ihrer Auswirkungen auf den

späteren Rechenerwerb. Es besteht daher noch ein Nachholbedarf an entsprechenden empirischen Nachweisen.

Seit Beginn dieses Jahrtausends steht die Frage, welche/r der verschiedenen Vorläuferfertigkeiten sich als prognostisch bedeutsam hinsichtlich der Rechenleistungen und der Früherkennung rechenschwacher Grundschulkinder erweisen, vermehrt auch im Fokus von Forschungsaktivitäten. Internationale und nationale Studien befassten sich hauptsächlich mit dem Übergang Kindergarten - Grundschule. Das jeweilige Untersuchungsdesign beinhaltete dabei das Ziel der Bestimmung eines frühest-möglichen Vorhersagezeitraums für Rechenschwäche in der Grundschule durch die Identifizierung prognostisch relevanter Prädiktoren. Schulkinder wurden bis in die Klasse 2 begleitet - in einigen Studien bis zum Ende der Klasse 4 (Krajewski & Schneider, 2006; Koponen, Aunola, Ahonen & Nurmi, 2007).

Im Folgenden wird auf Studien mit dem Zeitfenster *Kindergarten-Grundschule* (Klasse 1 und 2) im deutschsprachigen Raum Bezug genommen. Unterschiedliche Zeitabläufe der Datenerhebung bestimmten hier den Untersuchungsbeginn: Beginn der Längsschnittstudie bereits zu Beginn des letzten Kindergartenjahres (Krajewski, Schneider & Nieding, 2008), in der Mitte dieses Zeitraums (Krajewski, 2003; Weißhaupt, Peucker & Wirtz, 2006; Dornheim, 2008) und einem mit zusätzlichem Messzeitpunkt direkt vor der Einschulung. Kaufmann (2003) begann die Datenerhebung zu ihrer Studie mit dem ersten Messzeitpunkt in der Schuleingangsphase. Der Tabelle 3.2 mit den vier Tabellenteilen a bis d können weitere Daten zu den erwähnten Studien entnommen werden.

In der Studie von Kaufmann (2003) bezog sich die theoretische Basierung der Testkonstruktion auf die Berücksichtigung des Vorstellungsvermögens als Faktor für Intelligenz und Arithmetik. Kaufmann ging in ihrer ersten Arbeitshypothese davon aus, dass insbesondere bereits in den Eingangsklassen der Grundschule ein Zusammenhang zwischen den bereichsübergreifenden visuellen Fähigkeiten - als *eine* der verschiedenen kognitiven Fähigkeiten - und der Mathematikleistung existiert. Zweitens nahm die Autorin den Einfluss pränumerischer und arithmetischer Vorkenntnisse auf die Mathematikleistungen in der Klasse 1 an. In ihrer Studie konnte Kaufmann (2003) beide Arbeitshypothesen bestätigen. Die Raum-Lage-Beziehung/Räumliche Beziehungen als „Fähigkeit der Reproduktion von Wahrnehmungen

in der Vorstellung und deren aktive Veränderung in der Vorstellung“ (ebda, S. 37) identifizierte sie als den stärksten Prädiktor für schwaches arithmetisches Vorwissen. Allerdings wurden nur 35.7% der Schülerinnen und Schüler mit einer Rechenproblematik durch den spezifischen Prädiktor arithmetisches Vorwissen entdeckt (Tröster, 2009).

Bei den Intelligenzleistungen zeigten sich signifikante Unterschiede zwischen der Risikogruppe und der Nichtrisikogruppe. Mit einem RATZ-Index (Relativer Anstieg der Trefferquote gegenüber der Zufallstrefferquote) (Marx, 1992) in Höhe von 15.2 (Tröster, 2009) erwies sich der unspezifische Prädiktor *Intelligenz* als schwächster Prädiktor. Über die geringe prognostische Validität der Intelligenz wurde auch in den Untersuchungen von Krajewski (2003), Weißhaupt, Peucker & Wirtz (2006) und Dornheim (2008) berichtet.

Tabelle 3.2 (Tabellenteil a)

Studien im deutschsprachigen Raum zur Früherkennung rechenschwacher Schulkinder in der Klasse 1 und 2

	Stichprobengröße		Prädiktor		Kriterium	
	Erster MZP	Letzter MZP	spezifisch	unspezifisch	spezifisch	unspezifisch
Kaufmann (2003)	$N = 127$	$N = 121$	<ul style="list-style-type: none"> • Vergleichen² • Klassifizieren • Eins-zu-Eins-Zuordnung • Seriation • Mengenkonzanz • Zahlenwissen: <ol style="list-style-type: none"> 1. Zahlwörter³ 2. Zählen 3. Anzahl • Rechnen 	<ul style="list-style-type: none"> • Visuelle Wahrnehmungsentwicklung • Visuelles Operieren • Visuelles Erinnern • Intelligenz • Lehrerurteil • Fein- /Grobmotorik • Körperschema • Hand-Lateralität • Sprachverständnis für räumliche und quantitative Begriffe 	<ul style="list-style-type: none"> • Rechenleistung (AST 2/Mathematik) • Rechtschreibleistung (AST 2/Deutsch) 	<ul style="list-style-type: none"> • Lehrerurteil
Krajewski (2003)	$N = 126^{1a}$	$N = 134^{1b}$	<ul style="list-style-type: none"> • Mengenvorwissen: <ol style="list-style-type: none"> 1. Seriation 2. Mengenvergleich 3. Längenvergleich • Zahlenvorwissen: <ol style="list-style-type: none"> 1. Zählfertigkeiten 2. arab. Zahlwissen 3. Rechenfertigkeiten • Zahlen-Informationsgeschwindigkeit: <ol style="list-style-type: none"> 1. Würfelbilder 2. Zahlbilder 3. Zahlen verbinden 	<ul style="list-style-type: none"> • Gedächtniskapazität: <ol style="list-style-type: none"> 1. Zahlenspanne 2. Anzahlerfassung 3. Nachklopfen • Räumliches Vorstellungsvermögen: <ol style="list-style-type: none"> 1. Nachbauen 2. Spiegelbilder • Sprachverständnis bei Lagebegriffen • Konzentration • Intelligenz • Soziale Schicht 	<ul style="list-style-type: none"> • Rechenleistung (DEMAT 1+ und 2+) • Faktenabruf • Mathematiknote (Klasse 1) • Mathematisches Selbstkonzept 	<ul style="list-style-type: none"> • Rechtschreibleistung (WRT 1+, DRT 2) • Lesen (WLLP) • Schriftsprachliches Konzept

Anmerkungen. MZP = Messzeitpunkt, ^{1a} = Vergrößerung der Stichprobe bei MZP 2 auf $N = 153$, ^{1b} = Anzahl der Kinder der Ursprungsstichprobe bei MZP 1 von $N = 106$, ² = Spezifische Prädiktoren entstammen dem *Utrechter Zahlenbegriffstest* (Van de Rijt, van Luit & Hasemann, 2000), ³ = Zahlsymbol-Vorwissen (Transkodieren): Zahlenlesen und Zahlenschreiben.

Tabelle 3.2 (Tabellenteil b)

Studien im deutschsprachigen Raum zur Früherkennung rechenschwacher Schulkinder in der Klasse 1 und 2

	Stichprobengröße		Prädiktor		Kriterium	
	Erster MZP	Letzter MZP	spezifisch	unspezifisch	spezifisch	unspezifisch
Weißhaupt et al. (2006)	<i>N</i> = 129	<i>N</i> = 117	<ul style="list-style-type: none"> • Mengenvorwissen¹: <ol style="list-style-type: none"> 1. Mengenvergleich 2. Mengeninvarianz • Simultanerfassung (Subitizing) • Zahlenvorwissen: <ol style="list-style-type: none"> 1. Zahlwortreihe 2. Kardinalzahlverständnis 3. Ordinalzahlverständnis 4. Zählstrategien 5. Zahlrepräsentation 6. Teile-Ganzes-Schema • Anwendung von Zahlwissen 	<ul style="list-style-type: none"> • Intelligenz 	<ul style="list-style-type: none"> • Rechenleistung (DEMAT 1+) 	-
Krajewski et al. (2008)	<i>N</i> = 108	<i>N</i> = 96	<ul style="list-style-type: none"> • Basale Zahlenkompetenzen (Zahlenfolge)² • Höhere Mengen-Zahlen-Kompetenzen: <ol style="list-style-type: none"> 1. Anzahlseriation 2. Anzahlinvarianz 3. Anzahlvergleich • Anzahlkonzept (Symbol-Mengen-zuordnung) • Rechenkompetenzen 	<ul style="list-style-type: none"> • Phonologische Bewusstheit • Intelligenz • Arbeitsgedächtnis: <ol style="list-style-type: none"> 1. phonologisch 2. visuell-räumlich 3. zentral-exekutiv 	<ul style="list-style-type: none"> • Rechenleistung (DEMAT 1+) 	<ul style="list-style-type: none"> • Rechtschreibleistung (DERET 1-2)

Anmerkungen. MZP = Messzeitpunkt, ¹ = Spezifische Prädiktoren entstammen dem *Diagnostikum zur Entwicklung des Zahlkonzepts* (DEZ) (Peucker & Weißhaupt, 2002), ² = Spezifische Prädiktoren entstammen dem *Test mathematischer Basiskompetenzen im Kindergartenalter* (MBK-0) (Krajewski, n. d.).

Tabelle 3.2 (Tabellenteil c)

Studien im deutschsprachigen Raum zur Früherkennung rechenschwacher Schulkinder in der Klasse 1 und 2

	Stichprobengröße		Prädiktor			Kriterium	
	Erster MZP	Letzter MZP	spezifisch	unspezifisch	spezifisch	unspezifisch	
Dornheim (2008)	<i>N</i> = 155	<i>N</i> = 126	<ul style="list-style-type: none"> • Zahlenvorwissen: <ol style="list-style-type: none"> 1. Zählen 2. Abzählen 3. Anzahlerfassung • Zahlenanwendung: <ol style="list-style-type: none"> 1. Flexibles Zählen 2. Rechnen • Zahlsymbol-Vorwissen (Transkodieren): <ol style="list-style-type: none"> 1. Zahlenlesen 2. Zahlenschreiben 	<ul style="list-style-type: none"> • Konzeptionelles Mengenverständnis: <ol style="list-style-type: none"> 1. Mengenkorrespondenz 2. Seriation • Mathematikbezogenes Sprachverständnis: <ol style="list-style-type: none"> 1. Präpositionen 2. Komparative • Intelligenz • Visuelle Aufmerksamkeit • Räumliche Intelligenz: <ol style="list-style-type: none"> 1. Nachzeichnen 2. Spiegelbilder 3. Puzzle 4. Muster • Arbeitsgedächtnis: <ol style="list-style-type: none"> 1. phonologisch 2. visuell-räumlich 3. zentral-exekutiv 	<ul style="list-style-type: none"> • Rechenleistung (DEMAT 1+ und 2+) • Lehrerurteil • Einzeltest zur Erfassung basalen Zahlenwissens • Nur Klasse 1: Gruppentest zur Erfassung basalen Zahlenwissens 	<ul style="list-style-type: none"> • Rechtschreibleistung (WRT 1+, DRT 2) • Lesen (WLLP) • Lehrerurteil Deutsch • Prüfung optischer Differenzierungsleistungen (POD) • Erfassen räumlicher Beziehungen (FEW) 	

Anmerkung. MZP = Messzeitpunkt.

Tabelle 3.2 (Tabellenteil d)

Studien im deutschsprachigen Raum zur Früherkennung rechenschwacher Schulkinder in der Klasse 1 und 2

	Stichprobengröße		Prädiktor ¹			Kriterium	
	Erster MZP	Letzter MZP	spezifisch	unspezifisch	spezifisch	unspezifisch	
von Aster et al. (2009)	<i>N</i> = 429	<i>N</i> = 382	<ul style="list-style-type: none"> • Zählen • Vorgänger, Nachfolger • Zahlenstrahl • Subitizing/Schätzen • Mengen-Symbol-Zuordnung • Zahl-Mengen-Beurteilung • Mengeninvarianz • Zahlsymbol-Vorwissen (Transkodieren): <ol style="list-style-type: none"> 1. Zahlenlesen 2. Zahlenschreiben • Zahlgrößenvergleich • Kopfrechnen • Teile-Ganzes-Schema • Textaufgaben 	<ul style="list-style-type: none"> • Arbeitsgedächtnis 	<ul style="list-style-type: none"> • Rechenleistung (ZAREKI-R) 	-	

Anmerkungen. MZP = Messzeitpunkt, ¹ = Prädiktoren entstammen dem Diagnostikum ZAREKI-K (von Aster et al., 2009).

In mehreren Studien untersuchte Krajewski die Bedeutsamkeit vorschulischer Kompetenzen für die Vorhersage des schulischen Kompetenzerwerbs in den Klassen 1 bis 4 im Fach Mathematik. In ihrer ersten Studie zur Identifizierung von spezifischen Vorläuferfertigkeiten setzte Krajewski (2003) fünf Messzeitpunkte (MZP) ein: zwei Messzeitpunkte vor dem Schuleintritt (sechs bzw. zwei Monate) und drei Messzeitpunkte in der Grundschulzeit. Die Testkonstruktion bestand in der Implementation entwicklungspsychologischer und neurokognitiver Aspekte in das Testdesign. Krajewski konnte nachweisen, dass spezifische Prädiktoren über eine höhere Prognoseaussagefähigkeit verfügen als unspezifische Prädiktoren. Die Korrelationsanalyse ergab, dass das *Mengen-Zahlen-Vorwissen* am höchsten mit den Mathematikleistungen am Ende der Klasse 1 (MZP1: $r = .68$, MZP 2: $r = .65$) bzw. Klasse 2 (MZP1: $r = .56$, MZP 2: $r = .60$) korrelierte. Als bedeutendster Prädiktor für die Vorhersage der Mathematikleistungen und Mathematiknote erwies sich kausal das *Zahlenvorwissen*, das in fast allen Regressionsanalysen die höchste Varianz erklärte. Nur bei der Vorhersage der Mathematikleistungen für die Klasse 1, ausgehend von MZP 2, klärte die Intelligenz mit 24% mehr Varianz auf als das Zahlenvorwissen (21%). Die Regressionsanalysen zur Varianzaufklärung der Schriftsprachleistungen zeigten übrigens, dass diese nicht durch spezifisch-mathematische Prädiktoren erklärt wurden.

Anhand verschiedener Strukturgleichungsmodelle ließen sich die Beziehungen der als relevant identifizierten Prädiktoren und ihr Einfluss auf die Mathematikleistungen der Klasse 1 und 2 aufzeigen (siehe Abbildung 3.15). Die Prädiktoren-Beziehungen untereinander erwiesen sich auch unabhängig vom Messpunktzeitraum 1 und 2 als stabil. Von den unspezifischen Prädiktoren wurde nur die Gedächtniskapazität auf Grund zufriedenstellender Werte in der Faktorenanalyse mit in die Strukturgleichungsmodellierung aufgenommen.

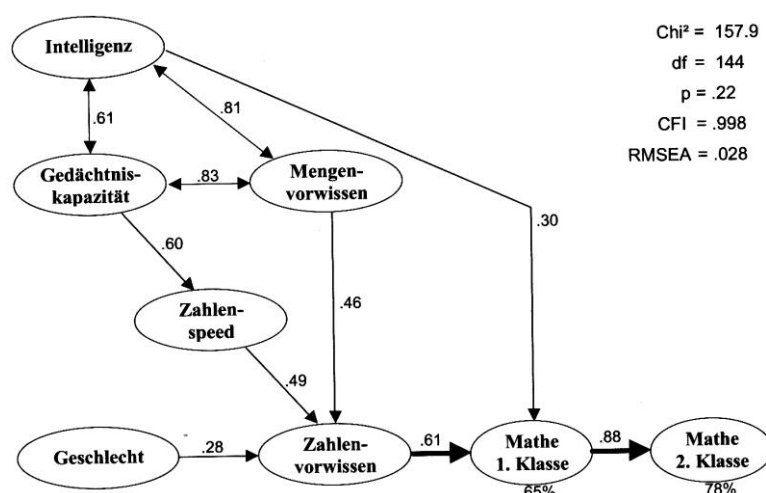


Abbildung 3.15. Strukturgleichungsmodell zur Vorhersage der Mathematikleistungen für die Klasse 1 und 2 aus den erhobenen Leistungen vom MZP 1. Entnommen aus Krajewski (2008, S. 178).

Krajewski prognostizierte bis zu 65% (47.4%) der Risikokinder, die sich später in der Klasse 1 (Klasse 2) auch als rechenschwach (Schulkinder mit Rechenleistungen $PR \leq 15$) erwiesen. Damit identifizierte Krajewski (2003) mit ihrem Testsetting deutlich mehr Risikokinder als Kaufmann (2003). Der RATZ-Index als Gütekriterium für die Vorhersage der rechenschwachen Schulkinder der Klasse 1 betrug 58.4 bzw. 69.5 für die Klasse 2. Weitere Angaben zu den statistischen Gütekriterien können Tabelle 3.3 entnommen werden.

Tabelle 3.3

Klassifikatorische Gütekriterien zur Vorhersage rechenschwacher Schulkinder in der Klasse 1 und 2 (Krajewski, 2008)

Prädiktor	Klasse 1				Klasse 2			
	<i>GT</i>	<i>SN</i>	<i>SP</i>	<i>RATZ</i>	<i>GT</i>	<i>SN</i>	<i>SP</i>	<i>RATZ</i>
Allgemeine Intelligenz	82.4	42.9	88.9	32.3	77.6	26.3	86.1	12.6
MZV (MZP 1)	89.1	61,1	94.1	58.4	87.7	47.4	96.6	69.5
MZV (MZP 2)	86.4	65.0	89.8	57.5	83.6	47.4	89.6	37.6

Anmerkungen. MZV = Mengen-Zahlen-Vorwissen, MZP = Messzeitpunkt, *GT* = Gesamttrefferquote, *SN* = Sensitivität, *SP* = Spezifität. Klassifikatorische Gütekriterien berechnet nach Angaben aus Krajewski (2008, S. 194).

In einer Folgestudie beschäftigte sich Krajewski et al. (2008) mit der Rolle der spezifisch-mathematischen Mengen-Zahlen-Kompetenzen und den bereichsübergreifenden Fähigkeiten *Arbeitsgedächtnis*, *Intelligenz* und *phonologische Bewusstheit* im Rechtschreiben und Rechnen am Ende der Klasse 1. Die Testkonstruktion beinhaltet das neu entwickelte Diagnostikinstrumentarium *Test mathematischer Basiskompetenzen im Kindergartenalter (MBK-0)* (Krajewski, n. d.). In dieser Studie konnten die Einflüsse des Arbeitsgedächtnisses als bereichsübergreifender Prädiktor auf die Schulleistungen im Rechtschreiben und Rechnen nachgewiesen werden. Dabei klärte das Arbeitsgedächtnis am Ende der Klasse 1 mehr Varianz der Rechenleistungen auf als bei den Rechtschreibleistungen. Eine zusätzliche Varianzerklärung ließ sich durch die Intelligenz in beiden Schulfächern nicht nachweisen. In einem weiteren Strukturmodell (siehe Abbildung 3.8) zeigte sich der Einfluss der phonologischen Bewusstheit und der drei Arbeitsgedächtniskomponenten nur auf die basalen Zahlenkompetenzen (Zählfertigkeiten und Ziffernkenntnis) als bereichsspezifische Vorläuferfertigkeiten. Der visuell-räumliche Skizzenblock beeinflusst dabei mit einer zusätzlichen Varianzerklärung von 12% direkt die Kompetenzebene I. Eine gute Ausprägung der phonologischen Bewusstheit und der Arbeitsgedächtniskomponenten wirkt sich daher positiv auf die Zahlentwicklung aus.

Weißhaupt et al. (2006) nutzten in ihrer Längsschnittstudie die Testkonstruktion des Prädiktoren-Settings mit denselben entwicklungspsychologischen Annahmen und den denselben zeitlichen Abläufen vor dem Schuleintritt, wie sie das Testdesign von Krajewski (2003) vorsah. Die eingesetzten spezifischen Prädiktoren konnten 50% zur Varianzerklärung der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 beitragen. Konstatieren konnte man auch die stabilen Prädiktoren-Beziehungen von MZP 1 zu MZP 2 ($\beta = .89$). Eine sehr gute Klassifikationsperformanz (RATZ-Index = 99) zeigte das Diagnostikum zur Entwicklung des Zahlkonzepts (DEZ) (Peucker & Weißhaupt, 2002) bei der Vorhersage von rechenschwachen Schulkindern. 100% der Schulkinder, die später eine Rechenschwäche ($PR < 15$ bei den Rechenleistungen) aufwiesen, und 96% der nicht von einer Rechenschwäche betroffenen Schulkinder konnten richtig vorhergesagt werden.

In ihrer Längsschnittstudie erhob Dornheim (2008) die Messdaten an je zwei Zeitpunkten in der Kindergarten- und der Grundschulzeit. Die Testkonstruktion bestand in der Implementa-

tion entwicklungspsychologischer und neurokognitiver Aspekte in das Testdesign. Zur Prädiktion der Rechenleistungen in der Klasse 1 und 2 nutzte Dornheim (2008) verschiedene Strukturgleichungsmodelle. Die Modellierungen der Indikatoren-Settings beinhalteten als latenten Variablen stets die drei Arbeitsgedächtniskomponenten (phonologisch, visuell-räumlich und zentral-exekutiv). Damit sollte zur Spezifizierung der Kausalbeziehungen ihr Einfluss auf das Zahlen-Vorwissen und die Rechenleistungen der Klasse 1 und 2 untersucht werden. In Abbildung 3.16 ist das Strukturgleichungsmodell für die Prognose des Einflusses der latenten Variablen auf das Zahlen-Vorwissen und die Rechenleistungen am Ende der Klasse 2 aufgeführt. Bei dieser Daten-Modellierung erklärt der unspezifische Prädiktor *Sprachliche Arbeitsgedächtnisleistung* durch einen direkten Pfad auch die Rechenleistungen der Klasse 2. Zusammen mit dem Zahlen-Vorwissen beträgt die Varianzerklärung 66%.

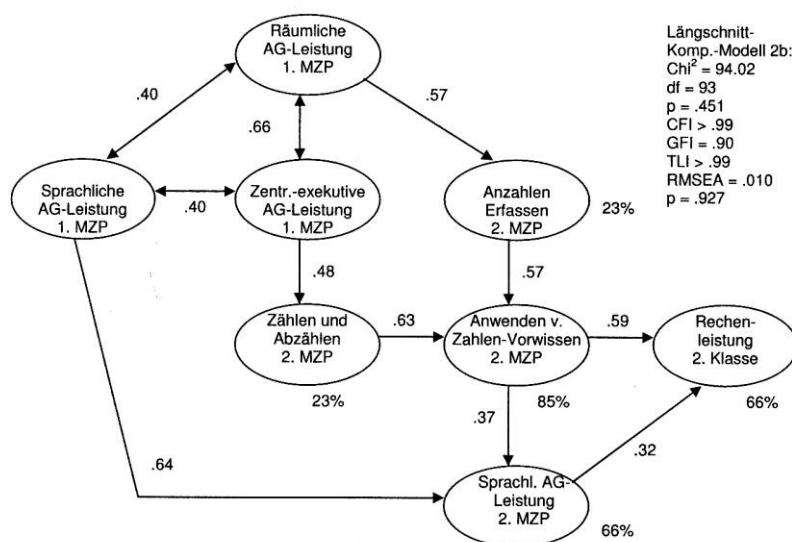


Abbildung 3.16. Strukturgleichungsmodell zur Vorhersage der Mathematikleistungen für die Klasse 2 aus den erhobenen Leistungen vom MZP 1 und 2. Entnommen aus Dornheim (2008, S. 405).

Die Prognose rechenschwacher Schulkinder (Rechenleistungen PR < 16 in einem der beiden spezifischen Kriterien) wurde von den ersten beiden Messzeitpunkten aus mit vier verschiedenen Prädiktoren-Settings gestellt (siehe Tabelle 3.4). Die Hinzunahme von Arbeitsgedächtnisleistungen erhöhte die Sensitivität. Dadurch ließen sich mehr rechenschwache Schulkinder richtig prognostizieren. Die Einbeziehung der spezifischen Prädiktoren *Zahlen-*

Vorwissen/Zahlenlesen und der unspezifischen Prädiktoren *Sprachliches Arbeitsgedächtnis/Räumliche Intelligenzquote* für die Vorhersage der rechenschwachen Leistungen in das Strukturgleichungsmodell aus Messzeitpunkt 2 bewirkte die höchste Prognosekraft (RATZ-Index: 70.2 für die Klasse 1 bzw. 70.6 für die Klasse 2). Auch in dieser Studie konnte die Intelligenz als nichtaussagekräftiger Prädiktor (Ratz-Index: 7.4 bzw. 21.9) für die Vorhersage der Rechenleistungen identifiziert werden.

Tabelle 3.4

Klassifikatorische Gütekriterien zur Vorhersage rechenschwacher Schulkinder in der Klasse 1 und 2 (Dornheim, 2008)

Prädiktor	Klasse 1				Klasse 2			
	<i>GT</i>	<i>SN</i>	<i>SP</i>	<i>RATZ-Index</i>	<i>GT</i>	<i>SN</i>	<i>SP</i>	<i>RATZ-Index</i>
Allgemeine Intelligenz	74.3	20.8	85.7	7.4	77.0	25.0	86.8	21.9
ZV (MZP 1)	82.6	66.7	86.1	56.4	78.7	60.0	82.4	47.0
ZV (MZP 2)	83.5	66.7	87.2	57.0	83.6	60.0	88.2	50.2
ZV + ZL (MZP 1)	84.1	70.8	87.0	61.9	77.9	65.0	80.4	52.0
ZV + ZL (MZP 2)	82.7	70.8	85.3	61.2	82.8	65.0	86.3	53.1
ZV + ZL + AG (MZP 1)	81.1	79.2	81.5	70.4	77.1	65.0	79.4	51.5
ZV + ZL + AG (MZP 2)	81.2	75.0	82.6	54.6	77.9	75.0	78.4	64.1
ZV + ZL + S-AG + R-IQ (MZP 1)	81.8	79.2	82.4	64.7	78.7	70.0	80.4	58.4
ZV + ZL + S-AG + R-IQ (MZP 2)	80.5	79.2	80.7	70.2	77.9	80.0	77.5	70.6

Anmerkungen. MZP = Messzeitpunkt; ZV = Zahlenvorwissen, ZL = Zahlenlesen, AG = Arbeitsgedächtnis, S-AG = Sprachliches Arbeitsgedächtnis, R-IQ = Räumliche Intelligenzquote, *GT* = Gesamtrefferquote, *SN* = Sensitivität, *SP* = Spezifität. Angaben zu den klassifikatorischen Gütekriterien entnommen aus Dornheim (2008, S. 448-457).

Zur Validierung des ZAREKI-K als Diagnostikum im Frühbereich führten von Aster et al. (2009) eine Längsschnittstudie durch. Die Datenerhebung erfolgte zu Beginn des letzten Kindergartenjahres und am Ende der Klasse 2. Die inhaltliche Testkonstruktion beruhte bei insgesamt 18 Untertests auf den drei Index-Werten *Zählen und Zahlenwissen*, *Numerisches Bedeutungswissen und Rechnen* und *Arbeitsgedächtnis*. Eine Risikozuschreibung erfolgte bei der erzielten Rechenleistung $PR \leq 10$ in einem der beiden ersten Index-Werten. Die Autoren konnten über einen Zeitraum von drei Jahren in ihrer Studie 61.5% der später rechen-gestörten Schulkinder vorhersagen. Die größte Aussagekraft für die Diagnose von Rechen-

problematiken besaßen dabei die Untertests *Rückwärtszählen*, *Kopfrechnen*, *Mengenbeurteilung kognitiv* und *Subitizing/Schätzen*.

Die Gemeinsamkeit aller Studien besteht in der Erkenntnis, dass eine Früherkennung bereits im Kindergarten bzw. in der Schuleingangsphase möglich ist. Der Faktor *frühest möglicher Vorhersagezeitraum* ist demnach auf den Frühbereich anwendbar. Gleichzeitig wiesen die Studien die Existenz von relevanten Vorläuferfertigkeiten des schulischen Rechenerwerbs nach. Das Zahlen-Vorwissen stellt daher eine bedeutsame Vorläuferfertigkeit beim Rechenerwerb dar. Aber auch direkte und indirekte Einflüsse der drei Arbeitsgedächtniskomponenten sind nachweisbar. Als wichtigster Indikator erwies dabei sich die *Zahlenspanne/Ziffernspanne vorwärts* (Krajewski, 2003; Dornheim, 2008).

3.2.2 Prädiktion von Rechenleistungen durch Modelle zur Zahlentwicklung/zum Rechenerwerb

Die in den Unterkapiteln 3.1.4.1 bis 3.1.4.3 präsentierten Modelle orientieren sich an Niveaustufen. Die erfolgreiche Aneignung von Kompetenzen erlaubt demnach einen Zugang zu einer höheren Niveaustufe des konzeptionellen Verständnisses. Es entsteht somit ein hierarchisch aufgebauter, sich durch prozesshafte Veränderungen definierender Kompetenzerwerb. Jedes der aufgeführten Modelle repräsentiert dabei den aktuellen Erkenntnisstand der jeweiligen Fachdisziplin. Die differenzierte Einteilung der Kompetenzen in Modelle mit unterschiedlicher Anzahl der Niveaustufen (3-stufig bis 6-schrittig) und das Vorhandensein von verschiedenen Rechenerwerbsmodellen im Bereich der Entwicklungspsychologie zeigen, dass der Forschungsstand zum Rechenerwerb noch nicht den Stand der empirisch abgesicherten Modellierung im Bereich des Schriftspracherwerbs erreicht hat. Bei von Aster und Shalev (2007) und Dornheim (2008) finden sich erste Modellierungsansätze einer Integration verschiedener Determinanten des Rechenerwerbs. Eine empirische Bestätigung der vorgestellten Modelle zur Zahlentwicklung bzw. zum Rechenerwerb liegt nur für das Modell der mathematischen Kompetenzentwicklung „in leicht modifizierter Form“ vor (Fritz et al., 2007, S. 7). Alle anderen Modelle orientieren sich an den idealtypischen Strukturen unter Berücksichtigung der Säuglings- und Kleinkindforschung und bedürfen noch einer empirischen Überprüfung, um ihre Relevanz zur Früherkennung belegen zu können. Um als Modell für die Früherkennung bedeutsam zu sein, muss eine Identifizierung der Prozess-Deter-

minanten gewährleistet sein. Die zentralen Bestandteile lassen sich anschließend als Risikokriterien erfassen.

Die Validität von Entwicklungsmodellen wird in der Fachliteratur allerdings unterschiedlich bewertet. Landerl und Kaufmann (2008) berichten von Autoren wie zum Beispiel Dowker (2005), die die Allgemeingültigkeit von Modellen zum arithmetischen Kompetenzerwerb nicht gegeben sehen. „Die arithmetische Leistung setzt sich nämlich aus sehr unterschiedlichen Komponenten zusammen, die sich nicht in einen allgemeingültigen hierarchischen Entwicklungsablauf einordnen ließen“ (Landerl & Kaufmann, 2008, S. 86). Die Überlappung der zeitlichen Alterskorridore (Dornheim, 2008) zeigt die Nichtlinearität beziehungsweise Parallelität des kindlichen Rechenkonzepterwerbs. Nach Sinner, Ennermoser & Krajewski (2011) erweist sich daher „die exakte Verortung eines Kindes auf einer der beschriebenen Entwicklungsstufen in der Praxis als schwierig“ (ebda., S. 113). Diese individuell unterschiedliche Entwicklung birgt bei der Diagnostik entsprechende Risiken bezüglich der Kompetenzfeststellung arithmetischer Fertigkeiten und der Früherkennung. Testverfahren zur Überprüfung mathematischer Basiskompetenzen können also „nur einen Ausschnitt der tatsächlichen [kindlichen] Kompetenzentwicklung erfassen“ (Sinner, Ennermoser & Krajewski, 2011, ebd.).

Empirisch abgesicherte, niveaubedingte Entwicklungsmodelle stellen damit eine Chance dar, Fehlentwicklungen im arithmetischen Kompetenzerwerb offenzulegen. Die Frage stellt sich daher, nach welchen Kriterien und an welcher Niveaustufe Abfragen zu Fehlentwicklungen möglich sind und welche Diagnose-Instrumente vorhanden sind, die zielgenau eine Bedarfsbedürftigkeit erfassen können. Diese Frage ist zurzeit empirisch noch nicht abschließend geklärt. „Trotz der Bedeutung dieses Wissensbereichs [niveaubedingter Kompetenzerwerb] liegen derzeit keine empirisch abgesicherten Entwicklungsmodelle zum Erwerb des konzeptionellen Wissens vor“ (Ricken, Fritz & Balzer, 2011, S. 129).

4. Methodik

4.1 Fragestellungen und Hypothesen

Für die Fachdisziplinen Entwicklungspsychologie, Neuropsychologie und Kognitionspsychologie konnten anhand der vorherigen Darlegungen unterschiedliche theoretische Erklä-

rungsansätze zum Rechenerwerb bereits vorgestellt werden. In ihrer Studie, die sich mit der Identifizierung von mathematischen Vorläuferfertigkeiten beschäftigt, weist Kaufmann auf einen Zusammenhang zwischen den visuellen Fähigkeiten und der späteren Mathematikleistung hin (Kaufmann, 2003). Als besonders wichtig wird die räumliche Wahrnehmung als Folge der visuellen Verarbeitung und Aspekte der Wahrnehmung räumlicher Beziehungen eingeschätzt (Lorenz, 2005a; Barth, 2006). „Die Störungen im visuellen Bereich als Hauptverursachungsfaktor für Rechenschwäche führen zu Schwierigkeiten der Vorstellung räumlicher Beziehungen und der Eins-zu-Eins-Zuordnung. Interne Bilder für arithmetische Operationen bleiben aus“ (Lorenz, 2005, S. 171). Daher erachtet Lorenz das visuelle Operieren und daraus resultierende kognitive Verarbeitungsprozesse als den zentralen Ansatz bei der Entstehung mathematischer Rechenfähigkeiten. Visueller Größenvergleich, Spiegelbild und Drehung, visuelle Diskrimination, Raum-Lage-Beziehung, Beziehung von sprachlichen und visuellen Ausdrucksformen (Präpositionen bzw. phonologische Bewusstheit und Mengen), visuelle Serialität und visuelles Überblicken von Mengenvergleichen sind nach Lorenz als spezifische mathematische Vorläuferkompetenzen notwendig für den Aufbau des Zahlverständnisses und die Einsicht in mathematisches Operieren. Hubbard et al. (2005) sowie de Hevia und Spelke (2009) konnten in ihren Studien den engen Zusammenhang zwischen visuellen Repräsentanzen und der kognitiven Verarbeitung von Zahlen belegen.

In anderen Prognosestudien hat sich als bedeutsame Vorläuferfertigkeit für die Entwicklung arithmetischer Kompetenzen das mengen- und zahlbezogene Vorwissen herauskristallisiert (Krajewski, 2003; Krajewski & Schneider, 2006; Weißhaupt et al., 2006). Diese Fertigkeiten entwickeln Kinder schon vor der Einschulung. Kinder verknüpfen die Mengengröße mit der entsprechenden Zahl und lernen, dass die Zahlenmächtigkeit mit einem entsprechenden Zahlwort sprachlich kodiert ist. Diese Erfahrung ist aber abhängig von den Situationen und ihrer Anzahl, die diese Verknüpfungen generieren. Je häufiger sie angeboten werden, umso mehr Chancen hat das jeweilige Kind, sich mit der Entwicklung eines exakten Anzahlkonzeptes zu beschäftigen. Fritz et al. (2007) gehen in ihrem entwicklungspsychologischen Ansatz zu Mengen und Zahlen davon aus, dass Schulanfänger über „beträchtliche mathematische Kenntnisse“ (S. 5), also über einen bereits voll entfalteten Zahlbegriff verfügen. Eine Kompetenz, die sich auch im Umgang mit mathematischen Anwendungen wie Sachaufgaben äußert. Lenart et al. (n. d.) vertreten einen weiteren Ansatz zum Rechenerwerb, bei dem so-

wohl kognitions- als auch entwicklungspsychologische Aspekte als bedeutsam für den Rechenerwerb anzusehen sind. Die am stärksten varianzaufklärenden Variablen zur Früherkennung rechenschwacher Schülerinnen und Schüler lassen sich nach (Lenart et al., n. d.) in den drei Bereichen *Kognitive Grundfähigkeiten*, *Mengen-Wissen* und *Zahlen-Wissen* abbilden.

„Intelligenz und Rechenleistungen hängen statistisch bedeutsam zusammen“ (Fritz & Ricken, 2008, S. 20). Die Rolle der Intelligenz für den Erwerb von Rechenfähigkeiten ist nicht neu und wurde bereits mehrfach untersucht (z. B. von Krajewski, 2003; Dornheim 2008). Mit der Hinzunahme der Kontrollvariable *Intelligenz* soll begutachtet werden, ob die drei spezifischen Prädiktoren tatsächlich eine bessere Vorhersage ermöglichen als die intellektuellen Leistungen eines Schulkindes. Im Unterschied zu den Studien von Krajewski (2003) und Dornheim (2008) wurden in der vorliegenden Untersuchung alle fünf Untertests des Messverfahrens *CFT 1* eingesetzt, um die Rolle kognitiver Stützfunktionen, wie die visuelle Wahrnehmungsgeschwindigkeit, die visuelle Aufmerksamkeit und der visuo-motorische Entwicklungsstand bezüglich ihrer Relevanz zur Erklärung von Rechenleistungen und ihrer Performanz bei der Prognose von rechenschwachen Schulkindern zu begutachten. Cattell, Weiß und Osterland (1997) führen in der Handreichung des Testverfahrens *Grundintelligenztest Skala 1* die folgenden Aussagen bezüglich der Beziehung zwischen den Intelligenzleistungen und verschiedenen Schulfächern an: Die Korrelationen von Intelligenz mit dem Fach Mathematik sind im Durchschnitt höher ($r = .44$) als mit dem Fach Sachkunde ($r = .39$) oder dem Fach Deutsch ($r = .35$). Zu beobachten ist aber auch, dass die Korrelation zwischen Intelligenz und dem Fach Mathematik in der Klasse 1 der Grundschule am höchsten ($r = .50$) ist, in den folgenden Klassen 2 ($r = .42$) und 3 ($r = .41$) aber kontinuierlich abnimmt. Eine wechselseitige Beeinflussung von allgemeiner Intelligenz und mathematischer Kompetenz ist aber festzustellen. „Allgemein-kognitive Fähigkeiten sind für die Vorhersage der Rechenleistung ebenfalls von Bedeutung“ (Dornheim, 2008, S. 234). Es stellt sich daher die Frage, wie viel der Rechenleistungsvarianz durch die allgemein-kognitiven Fähigkeiten erklärt werden kann und inwieweit eine prognostische Bedeutsamkeit zur Identifizierung von rechenschwachen und nicht-rechenschwachen Schulkindern in der Klasse 1 und 2 vorhanden ist.

Die Schulleistung wird neben den allgemein-kognitiven Fähigkeiten auch durch metakognitive Faktoren beeinflusst. Die Arbeitshaltung, die Leistungsbereitschaft, die Konzentration, die Ausdauer und sozial-emotionale Gegebenheiten sind Bestandteil des persönlichen Lernmanagements eines Schulkindes. Lernschwierigkeiten können dementsprechend nicht nur durch Vorläuferfertigkeiten determiniert, sondern auch durch negative Lern- bzw. Verhaltenseinstellungen beeinflusst werden. Den schlechten Schulleistungen im Rechnen muss also nicht zwangsläufig eine Rechenproblematik zugrunde liegen. Sie können auch durch andere Faktoren wie mangelnde Anstrengungsbereitschaft, Aufmerksamkeitsstörungen, Verhaltensauffälligkeiten, fehlende Anregungen des Elternhauses und die „Chemie“ zwischen Lehrperson und Schüler zustande kommen. Solche Risikofaktoren müssen miterfasst werden, um ausschließen zu können, dass die mangelnden Rechenleistungen zum Beispiel auf Verhaltensproblematiken des Schulkindes zurückzuführen sind. Hinweise auf den Zusammenhang zwischen individuellen Einstellungen zum Lernen und den Schulnoten finden sich in mehreren Studien (u. a. bei Kaufmann, 2003; Petermann und Petermann, 2006; Tröster, Flender und Reineke, 2011). Mitgeteilt wird von Petermann und Petermann, dass *Anstrengungsbereitschaft und Ausdauer, Konzentration, Selbständigkeit beim Lernen und Sorgfalt beim Lernen* bei Schülerinnen und Schülern am höchsten mit der Mathematiknote ($r = .33$ bis $r = .45$) korrelieren.

Forschungsergebnisse von Krajewski (2003) und Dornheim (2008) weisen dem Zahlkonzept (Spezifisches Zahlenwissen: Beherrschung von Ordinalzahl, Kardinalzahl, Teil-Ganzes-Konzept) eine höhere prognostische Validität zu. Bereichsübergreifende Fähigkeiten als kognitive Stützfunktionen, wie zum Beispiel räumlich-visuelle Repräsentationen (Kaufmann, 2003; Lorenz, 2003b, c), verfügen demnach über eine geringere prognostische Validität. Ausgehend von den unterschiedlichen theoretischen Konzeptionen, bisher erkannten Beziehungsgefügen und Erklärungsansätzen zur frühestmöglichen Erkennung rechenschwacher Schülerinnen und Schüler sollen in der vorliegenden Forschungsarbeit empirisch die folgenden Hauptfragestellungen untersucht werden:

- (1) *Inwieweit lassen sich die Rechenleistungen von Schulkindern am Ende der Klasse 1 und 2 durch die eingesetzten Prädiktoren voraussagen?*
- (2) *Welche Prädiktoren verfügen über die bedeutsamste Validität bei der Vorhersage von rechenschwachen und nicht-rechenschwachen Schulkindern der Klasse 1 und 2?*

Damit kann auch die Fragestellung beantwortet werden, welche der jeweiligen Annahmen zum Rechenerwerb und zur Prognose von Rechenleistungen (Krajewski, 2003, Kaufmann, 2003; Lorenz, 2007a; Dornheim, 2008; Lenart et al., n. d.) sich nachweisen lassen, und wie stark ihre jeweiligen Einflüsse sind.

Unter Berücksichtigung der vorliegenden Befunde zur prognostischen Validität mathematischer Vorläuferfertigkeiten werden zur Beantwortung der Fragestellungen zur Prognose zukünftiger Rechenprobleme die folgenden Hypothesen gebildet:

- (1) *Zu Beginn bzw. in der Mitte der Klasse 1 der Grundschule lassen sich bei Schulkindern die Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2 durch die eingesetzten Prädiktoren vorhersagen.*
- (2) *Spezifisch-mathematische Vorläuferfertigkeiten (wie mengen- und zahlbezogene Konzepte) sind prognostisch bedeutsamer als allgemein-kognitive Basisfertigkeiten (Präpositionen, Raum-Lage-Beziehungen, räumliches Vorstellungsvermögen etc.)*
- (3) *Das Lern- und Leistungsverhalten des jeweiligen Schulkindes beeinflusst die Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2.*

4.2 Untersuchungsverfahren

Die Untersuchungsverfahren gliedern sich in spezifische und unspezifische Prädiktoren, sowie spezifische Kriterien und ein unspezifisches Kriterium. Die spezifischen Prädiktoren beinhalten mathematische Vorläuferfertigkeiten zu Beginn der Klasse 1 der Grundschule und die spezifischen Kriterien mathematische Kompetenzen am Ende der Klasse 1 und 2. Im Folgenden werden die Messverfahren genauer beschrieben.

4.2.1 Spezifischer Prädiktor *Eggenberger Rechentest 0+*

- (1) Der *Eggenberger Rechentest 0+* (*ERT 0+*) (Lenart et al., n. d.) war zum Zeitpunkt der Untersuchung noch nicht publiziert und wurde in den Jahren 2004 bis 2006 am Institut für Forschung und Entwicklung (IFE) des Pädagogischen Zentrums in Graz-Eggenberg im Rahmen des Forschungsprojektes „Dyskalkulie“ entwickelt. Der *ERT 0+* stellt den Anfang einer Testreihe dar, die die Klasse 1 bis 4 der Grundschule in Österreich umfasst. Der jeweilige Test beinhaltet das österreichische Mathematik-Curriculum des vergangenen Schuljah-

res. Da es sich zum damaligen Zeitpunkt um einen noch nicht veröffentlichten Test handelt, stellten die Testautoren freundlicherweise weitere Dokumente per Zugang zu einer österreichischen Moodle-Datenbank zur Verfügung. In der hier vorgestellten Längsschnittstudie wurde die Kurzform des *Eggenberger Rechentests 0+* verwendet. Die Langform des *ERT 0+* (Lenart, Schaupp & Holzer, 2014) mit 17 Aufgaben sollte nach den damaligen Informationen durch die Autoren zur detaillierten Einzeldiagnostik für die konkrete Förderung eingesetzt werden. Der Einsatz der Kurzform wurde auch auf Grund des Zeitmanagements gewählt, da für die einzelnen Aufgaben bzw. Untertests kein Zeitlimit vorgegeben ist. Die Tabelle A.4.3 im Anhang stellt relevante Daten zum Screening-Verfahren *ERT 0+* in der Übersicht bereit. Beispielaufgaben zu den einzelnen Subtests finden sich im Anhang mit den Tabellen A.4.3.1 bis A.4.3.8.

(2) Der *ERT 0+* bedient mit seinen Aufgaben die Skalen (von den Autoren als *Faktoren* bezeichnet): *Kognitive Grundfähigkeiten*, *Mengen-Wissen* und *Zahlen-Wissen*. Der *ERT 0+* nimmt auch die theoretischen Ansätze von *Kalkulie Diagnoseteil 1* (Fritz et al., 2007) und des *Hamburger Rechentest für Klasse 1* (Lorenz, 2007a) als Gesamttestkonstrukt in sein Item-Portfolio auf. Auch Sachaufgaben mit einfachen additiven Operationen (Subtest 8) werden als bedeutsam zur Früherkennung rechenschwacher Kindergartenkinder und Schulkinder gesehen und finden sich als Testitems wieder. Die Autoren des *ERT 0+* fassen die acht Subtests in drei Untergruppen zusammen. Die Subtests 1 bis 3 zählen zu den *Kognitiven Grundfähigkeiten*, die Subtests 4 und 5 zum *Mengen-Wissen* und die Subtests 6 bis 8 werden dem *Zahlen-Wissen* zugeordnet.

4.2.2 Spezifischer Prädiktor *Hamburger Rechentest für Klasse 1*

(1) Der *Hamburger Rechentest für Klasse 1 (HaReT 1)* (Lorenz, 2007a) ist Teil einer Schultestreihe, die die Klassen 1 bis 4 der Grundschule umfasst. Die Tests für die Klassen 2 bis 4 beinhalten das Mathematik-Curriculum des vergangenen Schuljahres. Die Tabelle A.4.1 im Anhang stellt relevante Daten zum Screening-Verfahren *HaReT 1* in der Übersicht bereit.

(2) Der Test zielt auf „die Identifikation von Schwierigkeiten auf der Ebene derjenigen Teilbereiche, durch die sich die mathematischen Kernideen altersadäquat behandeln und entwickeln lassen und die als notwendige kognitive Fähigkeiten entwickelt werden müssen, bevor weiterführende Inhalte Unterrichtsgegenstand werden können“ (Lorenz, 2007b, S. 3). Der inhaltliche Ansatz des *HaReT 1* basiert auf der „Erfassung der Vorläuferfähigkeiten für den

arithmetischen Anfangsunterricht“ (Lorenz, 2007b, ebd.). Beispielaufgaben sind im Anhang mit den Tabellen A.4.1.1 bis A.4.1.9 aufgeführt. Sechs Subtests beinhalten Items zum visuellen Operieren und den daraus resultierenden kognitiven Verarbeitungsprozessen. Zwei der neun Subtests befassen sich mit der Überprüfung des Mengen- und Zahlwissens. Lorenz setzt Items ein, wie sie auch in Testverfahren zur Feststellung der allgemeinen-kognitiven Fähigkeiten zu finden sind: „Suchbilder“ (*HaReT 1*) und „Klassifikationen“ (*CFT 1*) (Cattell et al., 1997); „Mosaik“ (*HaReT 1*) und „Matrizen“ (*CFT 1*) (Cattell et al., 1997); „Puzzle“ (*HaReT 1*) und „Puzzles“ (*SON 2½ -7*) (Tellegen, Laros & Petermann, 2007); „Bilder ordnen“ (*HaReT 1*) und „Fotoserie“ (*K-ABC*) (Kaufman, Kaufman, Melchers & Preuß, 2009) bzw. „Bildergeschichten“ (*SON-R 5½ -17*) (Snijders, Tellegen & Laros, 1997). Dornheim (2008) ordnet solche Testitems als *Räumliche IQ-Komponente* der Intelligenz zu. Der Subtest „Vergleichen von Mengen“ überprüft anhand von unstrukturierten Mengen die perzeptiv Mengen-Beurteilung. Diesen Aufgabentyp beinhalten auch die *Neuropsychologische Testbatterie für Zahlenverarbeitung und Rechnen bei Kindern (ZAREKI-R)* (von Aster, Weinhold Zulauf & Horn, 2006) und die *Neuropsychologische Testbatterie für Zahlenverarbeitung und Rechnen bei Kindern in der Kindergartenversion (ZAREKI-K)* (von Aster, Bzuffka & Horn, 2009).

4.2.3 Spezifischer Prädiktor *Kalkulie Diagnoseteil 1*

(1) *Kalkulie Diagnoseaufgaben Teil 1 (Kalkulie 1)* (Fritz et al., 2007) ist der Bestandteil des Diagnose- und Trainingsprogramms *Kalkulie* für Rechenschwäche mit der präventiven Intention einer Risikominimierung. „Kinder, die im Vorschulalter Rückstände in der Entwicklung ihres Zahlen- und Mengenwissens aufweisen, haben ein erhöhtes Risiko, in der Schule Schwierigkeiten im Rechnen zu entwickeln“ (Fritz et al., 2007, S. 5). Zu den Teilen 1, 2 und 3 werden Diagnoseaufgaben und Bausteine zur Förderung angeboten. Die Tabelle A.4.2 im Anhang stellt relevante Daten zum Screening-Verfahren *Kalkulie 1* in der Übersicht bereit.

(2) Die Aufgaben von *Kalkulie 1* (Beispielaufgaben: siehe im Anhang die Tabellen A.4.2.1 bis A.4.2.9) sind inhaltlich dem Stufenmodell von Fritz et al. (2007) zugeordnet: Die Diagnoseaufgaben richten ihren Fokus primär auf Vorläuferfertigkeiten, wie sie im „Modell der mathematischen Kompetenzentwicklung“ (Fritz et al., 2007) den Stufen 1 bis 3 zugeordnet sind. Weiterhin werden in Ansätzen Rechenfertigkeiten der Stufen 4 und 5 getestet. Die Aufgaben der Diagnoseteile 2 und 3 sind dementsprechend an weiterführenden Kompeten-

zen ausgerichtet und orientieren sich am Verlauf des Rechenerwerbs in der Klasse 1. Verzichtet wird durch die Autorinnen daher auf die Überprüfung der Grundlagen/Stützfunktionen für den Erwerb mathematischer Kenntnisse, wie zum Beispiel Aspekte der räumlichen Wahrnehmung als Folge der visuellen Verarbeitung (Raum-Lage) und Aspekte der sprachlichen Wahrnehmung (Präpositionen) (Lorenz, 2007a; Barth, 2006). Daher finden sich bei *Kalkulie 1* keine Subtests zu den kognitiven Grundfertigkeiten. Acht der neun Subtests orientieren sich an der Kompetenz im Umgang mit Mengen und Zahlen. Die Studie zur Validierung dieses Verfahrens ergab nur eine ungenügende Prognosekraft (RATZ-Index = 24.5). „Dies spricht jedoch nicht zwingend gegen das Verfahren und den Einsatz der Diagnoseaufgaben zum ersten Messzeitpunkt [Anfang der Klasse 1]. Vielmehr werden damit die Schwierigkeiten verdeutlicht, die sich ergeben, wenn die schulische Entwicklung abgeschätzt werden soll“ (Fritz et al., 2007, S. 35).

Die Beschreibungen der bisher präsentierten Messverfahren lassen sich wie folgt zusammenfassen: Bedingt durch ihre theoretische Fundierung weisen die drei mathematischen Screening-Verfahren, die als spezifische Prädiktoren eingesetzt werden, unterschiedliche Testitems auf. Die Tabelle 4.1 bietet einen Überblick zu den Schwerpunkten der drei spezifischen Prädiktoren. Die größte inhaltliche Bandbreite weist der *ERT 0+* auf. Die beiden spezifischen Prädiktoren *HaReT 1* und *Kalkulie 1* verfügen über eine andere schwerpunktmäßig-inhaltliche Testkonstruktion. Der *HaReT 1* setzt mehr Aufgaben (66.7%) zu kognitiven Grundfähigkeiten ein. 88.9% Aufgaben des *Kalkulie 1* betrifft das zum Mengen- und Zahlenwissen. Gemeinsamkeiten im Item-Portfolio der drei eingesetzten spezifischen Prädiktoren lassen sich aber auch feststellen: Aufgaben zum Vergleichen von Mengen und zum Zahlenvergleich (*ERT 0+* und *Kalkulie 1* im Zahlenraum bis 20, *HaReT 1* im Zahlenraum bis 10) sind in allen drei spezifischen Screening-Verfahren vertreten. Keines der drei Testverfahren bietet spezifische Aufgaben im Kontext *Arbeitsgedächtnis* an, dessen Einfluss auf die Rechenleistungen in anderen Studien nachgewiesen wurde (z. B. Schwenck & Schneider, 2003; Krajewski, 2003; Fritz & Ricken, 2006; Krajewski & Schneider, 2006; Thomas et al., 2006; Weberschock & Grube, 2006; Krajewski et al., 2008; Schmid, Zoelch & Roebbers, 2008; Ehlert, 2010).

Tabelle 4.1

Schwerpunkte der drei spezifischen Prädiktoren

	<i>ERT 0+</i>		<i>HaReT 1</i>		<i>Kalkulie 1</i>	
	Anzahl der Items	Anteil	Anzahl der Items	Anteil	Anzahl der Items	Anteil
<i>Kognitive Grundfähigkeiten</i>	2	25.0%	6	66.7%	-	-
<i>Protoquantitatives Wissen</i>	1	12.5%	-	-	1	11.1%
<i>Schätzen von Mengen</i>	-	-	1	11.1%	-	-
<i>Mengen-Wissen</i>	2	25.0%	1	11.1%	1	11.1%
<i>Mengen-Zahl-Wissen</i>	1	12.5%	-	-	3	33.3%
<i>Zahlen-Wissen</i>	2	25.0%	1	11.1%	4	44.4%

Anmerkungen. *HaReT 1* = Hamburger Rechentest für Klasse 1, *Kalkulie 1* = *Kalkulie Diagnosteteil 1*, *ERT 0+* = *Eggenberger Rechentest 0+*.

4.2.4 Unspezifischer Prädiktor *Grundintelligenztest Skala 1*

(1) Der *Grundintelligenztest Skala 1 (CFT 1)* (Cattell et al., 1997) ist ein nonverbaler Intelligenztest. Diesem Verfahren liegt die Intelligenztheorie von Spearman (1904) zu Grunde, indem die beiden Intelligenzformen *fluid ability* (Wahrnehmung und Erfassung komplexer Beziehungen in neuartigen Situationen) und *crystalized ability* (Faktenwissen) das allgemeine Intelligenzpotenzial eines Menschen beschreiben. Zwei Skalenbereiche als latente Variablen spiegeln diese theoretischen Annahmen bei den Testitems wieder.

(2) Bei diesem Gruppentest finden die beiden Subtest-Gruppen *CFT 1+2* (Substitutionen und Labyrinth) und *CFT 3-5* (Klassifikationen, Ähnlichkeiten und Matrizen) ihre Anwendung. Dieses Vorgehen beruht auf der Entscheidung, alle Prädiktoren-Testteile in die Analyse einzubeziehen. Damit soll die Rolle der beiden Subtestgruppen hinsichtlich ihrer prognostischen Validität zur Identifizierung von rechenschwachen Schulkindern betrachtet werden. Die Tabelle A.4.4 im Anhang stellt relevante Daten zum Intelligenz-Überprüfungsverfahren *CFT 1* in der Übersicht bereit.

(3) Zur Auswertung wurden für den Gesamttest und die beiden Subtestgruppen in dieser Untersuchung die Klassennormen für die Klasse 1 verwendet, da Altersnormen für Grundschulkindern im Alter unter 6;6 Jahren nicht vorliegen.

4.2.5 Unspezifischer Prädiktor *Schülerbeurteilungsbogen für 1. Klassen*

(1) Der *Schülerbeurteilungsbogen für 1. Klassen (SchüBo 1)* (Tröster & Gomm, 2008) stellt Lehrerinnen und Lehrer Indikatoren zur Einschätzung von psychosozialen Kompetenzen ihrer Schülerinnen und Schülern zur Verfügung. In den Tabellen A.4.5.1 und A.4.5.2 im Anhang sind relevante Daten zum Prädiktor *SchüBo 1* in der Übersicht dargestellt.

(2) Beim *SchüBo 1* handelt es sich um ein neues, noch nicht evaluiertes Verfahren. Der Einsatz dieses Beobachtungsbogens soll zeigen, ob die drei spezifischen Screening-Verfahren tatsächlich besser zur Prädiktion von Rechenstörungen einzusetzen sind als die Einschätzung verschiedener Entwicklungs- und Verhaltensbereiche durch die Lehrkraft. Hier muss allerdings berücksichtigt werden, dass die drei spezifischen Prädiktoren schon in den ersten 3 bis 5 Schulwochen eingesetzt werden, während die beteiligten Lehrerinnen und Lehrer erst zu Beginn des zweiten Schulhalbjahres der Klasse 1 ihre Einschätzung abgeben.

4.2.6 Spezifisches Kriterium *Deutscher Mathematiktest für erste Klassen*

(1) Der Gruppentest *Deutscher Mathematiktest für erste Klassen (DEMAT 1+)* (Krajewski, Küspert & Schneider, 2002) orientiert sich am Curriculum des Mathematikunterrichts aller deutschen Bundesländer und hat sich zum Ziel gesetzt, möglichst früh die Identifizierung von Schülerinnen und Schülern mit Leistungsschwächen im Fach Mathematik im Sinne eines förderdiagnostischen Agierens zu ermöglichen.

(2) Der *DEMAT 1+* liegt in den Parallelformen A und B vor. Die neun Untertests der eingesetzten Form A enthalten insgesamt 36 Aufgaben mit den Inhalten *Mengen-Zahlen bis 8*, *Zuordnungsaufgaben im Zahlenraum bis 100* (Zahlenstrahl), *Aufgaben zu additiven Operationen im Zahlenraum bis 20*, *Zahlenzerlegung - Zahlenergänzung im Zahlenraum bis 20*, *Teil-Ganzes-Schema im Zahlenraum bis 10*, *Kettenaufgaben im Zahlenraum bis 20*, *Ungleichungen sowie Sachaufgaben im Zahlenraum bis 20*. Acht der neun Subtests sind in der Bearbeitungszeit zeitlich limitiert. Testnormen liegen für den letzten Schuljahresmonat der Klasse 1 und die ersten drei Schulmonate der Klasse 2 als Gesamtwerte und geschlechtsdifferenziert vor.

4.2.7 Unspezifisches Kriterium *Die Diagnostische Bilderliste 1*

In Kapitel 3.1.3.2 wurden bereits auf bestehende Erkenntnisse der Schriftsprachentwicklung bezüglich des Erwerbs arithmetischer Kompetenzen hingewiesen. Ein spezifischer Prädiktor sollte daher eine nur mathematik-spezifische Erklärungsleistung erbringen. Ob dies tatsächlich auch bei den eingesetzten spezifischen Prädiktoren vorliegt, wird mit der Erfassung der Rechtschreibleistungen am Ende der Klasse 1 untersucht.

(1) Das Testverfahren *Die Diagnostische Bilderliste 1 (DBL 1)* (Dummer-Smoch, 2000) erfasst die Rechtschreibleistungen am Ende der Klasse 1. Das Testverfahren liegt in zwei Parallelformen A und B vor.

(2) Auf dem Testblatt der Form A, die in der Untersuchung verwendet wird, finden sich 24 gezeichnete Bilder. Die Aufgabe der Schulkinder besteht in der Schreibung entsprechend lautlich präsentierter Wörter. Die Arbeitszeit ist individuell, da die Bearbeitungszeit zeitlich nicht limitiert ist. Zusätzlich zur quantitativen Auswertung als Rohwert-Bestimmung ist eine qualitative Auswertung der gezeigten Rechtschreibleistungen möglich. Verschiedene Fehlerkategorien unterstützen die förderdiagnostische Analyse. Geschlechtsspezifische Prozentrangnormen aus dem Jahr 1984 stehen zur Verfügung. Als richtige Lösung wurde laut Handreichung gewertet, wenn das Schulkind das Wort lautgetreu geschrieben hatte (Beispiele: „Hunt-Hund“ oder „Lokomotiewe-Lokomotive“).

4.2.8 Spezifisches Kriterium *Deutscher Mathematiktest für zweite Klassen*

(1) Der Gruppentest *Deutscher Mathematiktest für zweite Klassen (DEMAT 2)* (Krajewski, Liehm & Schneider, 2004) orientiert sich ebenfalls an den bundesweiten Lehrplänen und entspricht in seinem äußeren Aufbau dem Mathematiktest der Klasse 1.

(2) Bis auf die Untertests *Zahleneigenschaften* (gerade/ungerade Aufgaben) und *Geometrie* (Würfelaufgaben) werden inhaltlich mathematische Operationen im Zahlenraum bis 100 thematisiert: additive und multiplikative Operationen, Rechnen mit Größen und Sachaufgaben. Alle neun Subtests sind in der Bearbeitungszeit zeitlich limitiert. Testnormen liegen für den letzten Schuljahresmonat der Klasse 2 und die ersten drei Schulmonate der Klasse 3 als Gesamtwerte und geschlechtsdifferenziert vor.

4.2.9 Risikoprädiktion

Sie erfolgt als klassifikatorischer Ansatz durch das Aufdecken des Zusammenhangs zwischen dem jeweiligen Screening-Befund des Prädiktors und dem Kriterium. Das „Vierfelder-Schema“ (Marx, 1992) differenziert als Klassifikationsmodell in dieser Untersuchung die Vorhersage der Anzahl rechenschwacher und nichtrechenschwacher Schulkinder als positives und negatives Testergebnis für den jeweiligen Prädiktor und sein Kriterium (siehe Tabelle 4.2).

Tabelle 4.2

Allgemeines Schema zur Vorhersage einer Störung aufgrund des Screening-Befundes (nach Tröster, 2009)

Jeweiliges Kriterium <i>DEMAT 1+ und 2+</i>	Jeweiliger Prädiktor <i>ERT 0+, HaReT 1, Kalkulie 1, CFT 1, SchüBo 1</i>	
	Positives Risiko	Negatives Risiko
Rechenproblematik	RP richtig-positiv (a)	FN falsch-negativ (b)
Keine Rechenproblematik	FP falsch-positiv (c)	RN richtig-negativ (d)

Neben den für Screening-Verfahren üblichen Kriterien Sensitivität, Spezifität und Prädiktor-Trefferquote u. a. hat sich in den letzten Jahren zusätzlich der sog. RAZ-Index etabliert. Der RAZ-Index (Relativer Anstieg der Trefferquote gegenüber der Zufallstrefferquote) gilt als Maß für die Performanz eines Tests im Vergleich zur Zufallsanordnung (Marx, 1992). RAZ-Indizes werden in 3 Gruppen klassifiziert. Werte von 0 bis 33 gelten als ungenügend, Werte zwischen 34 und 66 als gut, aber noch unspezifisch und Werte ab 67 als sehr gut und spezifisch für die Einschätzung der Klassifikation geeignet. Das Verfahren *Kalkulie 1* weist nach den Angaben der Autorinnen einen RAZ-Index = 24.5 (Fritz et al, 2007, S. 35) auf. Dieser Wert bedeutet, dass mit diesem Verfahren eine gesicherte Prognose von rechenschwachen und nicht-rechenschwachen Schulkindern nicht möglich ist. Kennzahlen zur prognostischen Validität und zu klassifikatorischen Gütekriterien liegen beim *ERT 0+* und dem *HaReT 1* nicht vor.

4.2.10 Personenbezogene Datenerhebungen

Informationen zum jeweiligen Schulkind wurden in einem Schülerstammblatt zu Beginn der Klasse 1 durch die beteiligten Lehrerinnen und Lehrer erfasst. Diese Daten finden in der vorliegenden Untersuchung ihre Anwendung und werden in der deskriptiven Statistik präsentiert. Die Namen der beteiligten Schulkinder und ihrer Schulen sind kodiert und lassen durch ihre Kodierung keine Rückschlüsse auf die jeweilige Identität zu. An allgemeinen Variablen wurden für jedes Schulkind erhoben: Schule, Schulklasse, Geschlecht, Alter, Status zu Beginn der Klasse 1 (altersgemäße Einschulung, Wiederholer, Integrationskind), Migrationshintergrund, Nationalität, Sprechen und Verstehen der deutschen Sprache, Förderung im Frühbereich und die außerschulische Förderung in der Klasse 1.

4.3 Untersuchungsdesign

Die vorliegende Untersuchung ist als Längsschnittstudie konzipiert. Die Datenerhebungen bei Schulkindern finden an fünf Messzeitpunkten (MZP) statt: zu Beginn der Klasse 1, im Verlauf der Klasse 1 und am Ende der Klasse 1 und Klasse 2. Mathematische Vorläuferfertigkeiten, kognitive Dispositionen, Lern- und Verhaltenseinschätzungen bei Schülerinnen und Schülern, Rechen- und Rechtschreibleistungen sind die Inhalte der Datenerhebung. Die acht Messverfahren werden mit allen Schulkindern durchgeführt. Um Reihungseffekte beim Messzeitpunkt 1 auszuschließen, erfolgt die Überprüfung im rotierenden Verfahren: Fünf Schulen beginnen mit dem Verfahren 1 und führen dann die Verfahren 2 und 3 durch. Fünf Schulen starten mit dem Verfahren 2 und setzen dann Verfahren 3 und 1 ein. Die letzte Gruppe testet in der Reihenfolge die Verfahren 2, 1 und 3. Auch örtliche Gegebenheiten werden berücksichtigt, so dass Nachbarschulen andere Testfolgen durchführen.

4.3.1 Untersuchungsdurchführung

Die Bezirksregierung Detmold genehmigte im Mai 2007 die Durchführung des Forschungsprojekts und damit die Erhebung statistischer Daten an Schulen in den Kreisen Lippe und Höxter, zwei ländlich geprägten Flächenkreisen in Ostwestfalen Lippe (NRW). Zu berücksichtigen galt die Einbeziehung der internen schulrelevanten Entscheidungsträger (Lehrerkonferenz, Schulkonferenz). Bei allen Schülerinnen und Schülern erteilten die Eltern bzw. die Erziehungsbevollmächtigten die Einwilligung zur Teilnahme am Forschungsprojekt. In

Absprache mit dem Schulamt für den Kreis Lippe wurden 12 Schulen ausgewählt. Aus dem Kreis Höxter beteiligten sich weitere 3 Schulen. Pro Grundschule war je eine Klasse der Klassenstufe 1 teilnahmeberechtigt. Die Lehrerinnen und Lehrer der beteiligten Schulen führten an den Messzeitpunkten 1, 3, 4 und 5 die jeweilige Datenerhebung durch. Die Datenerhebung zum zweiten Messzeitpunkt übernahm eine Sonderpädagogin, die auf Grund ihrer Ausbildung berechtigt war, die Intelligenztestung durchzuführen.

4.3.2 Probandengruppe

Die Probandenzahl betrug im Schuljahr 2008/2009 zu Beginn des Forschungsprojektes 323 Schülerinnen und Schüler. Im Laufe des Schuljahres reduzierte sich die Größe der Probandengruppe ($N = 323$) um 7 Schulkinder (in Klammern die jeweilige Anzahl) durch Wechsel in die Förderschule ($N = 2$), Einstufung in die Klasse 2 ($N = 1$), langfristige Erkrankung ($N = 1$) und Wohnortwechsel ($N = 3$) am Ende Klasse 1. Das Fehlen von 8 Schulkindern bei der Überprüfung der Rechtschreibleistung am Messzeitpunkt 3 war krankheitsbedingt. 282 Schülerinnen und Schüler nahmen am fünften Messzeitpunkt teil. Eine sehr starke Fluktuation ergab sich durch die Rückstufung von leistungsschwachen Schülerinnen und Schülern nach Beendigung der Klasse 1. Gründe dafür waren: Wiederholung der Klasse 1 ($N = 15$) aufgrund von Leistungsproblemen in den Kernfächern Deutsch und Mathematik, Wechsel in die Klassenstufe 3 ($N = 2$), Umzug ($N = 9$) und Krankheit ($N = 8$). Die Tabelle 4.3 bietet eine Übersicht zur Größe der Probandengruppe während des jeweiligen Messzeitpunktes.

Tabelle 4.3

Teilnahme an den Untersuchungsverfahren

Verfahren	N	MZP	Zeitraum
<i>Eggenberger Rechentest 0+</i>	323		
<i>Hamburger Rechentest für Klasse 1</i>	322	1	September 2008
<i>Kalkulie Diagnoseteil 1</i>	320		
<i>Grundintelligenztest Skala 1</i>	322	2	Oktober/November 2008
<i>Schülerbeurteilungsbogen für 1. Klassen</i>	323	3	Januar/Februar 2009
<i>Deutscher Mathematiktest für erste Klassen</i>	316	4	Mai/Juni 2009
<i>Diagnostische Bilderliste 1</i>	308	4	Mai/Juni 2009
<i>Deutscher Mathematiktest für zweite Klassen</i>	282	5	Mai/Juni 2010

Anmerkungen. N = Anzahl der Schulkinder, MZP = Messzeitpunkt.

Die Altersstruktur der teilnehmenden Schulkinder ist in Tabelle 4.4 aufgeführt. Die große Bandbreite von 2;3 Jahren in der Klasse 1 lässt sich darauf zurückzuführen, dass die Kinder einerseits immer früher in die Grundschule eingeschult werden, andererseits 10 Kinder die Klasse 1 wiederholten und zwei ältere Schulkinder mit einem Integrationsstatus beschrieben waren. 311 Schülerinnen und Schüler waren demnach altersgemäß eingeschult. Weitere relevante soziodemografische Merkmale der Untersuchungskohorte am ersten Messzeitpunkt siehe Tabelle 4.5.

Tabelle 4.4

Altersverteilung der teilnehmenden Schulkinder

	Minimum	Maximum	Mittelwert
Alter in Jahren	5;7	8;0	6;9
Anteil in Prozent	1.5	80.5	18.0

Tabelle 4.5

Geschlecht, Nationalität, Herkunftssprache

	Häufigkeit	Anteil in Prozent
Geschlecht		
<i>weiblich</i>	149	46.1
<i>männlich</i>	174	53.9
Nationalität		
<i>deutsch</i>	308	95.4
<i>nicht-deutsch</i>	15	4.6
Herkunftssprache		
<i>deutsch</i>	290	89.8
<i>nicht-deutsch</i>	33	10.2

Nicht-deutsche Herkunftssprache wird auch mit der Bezeichnung *Migrationshintergrund* gleichgesetzt. Schüler haben nach Definition der amtlichen Schulstatistik des Landes NRW eine Zuwanderungsgeschichte, wenn mindestens eins der folgenden Merkmale erfüllt ist: Der Schüler/die Schülerin ist nicht in Deutschland geboren (mit Zuzug vor, während oder nach der Einschulung), mindestens ein Elternteil ist nicht in Deutschland geboren oder die Verkehrssprache in der Familie ist eine andere als „Deutsch“ (Ministerium für Arbeit, Integration und Soziales NRW, 2012). Diese Definition unterscheidet sich aber von der des Statistischen Bundesamtes. Personen, die „nach 1949 auf das heutige Gebiet der Bundesrepublik Deutschland Zugewanderten, sowie alle in Deutschland geborenen Ausländer und alle in Deutschland als Deutsche Geborenen mit zumindest einem nach 1949 zugewanderten oder als Ausländer in Deutschland geborenen Elternteil“ (Statistisches Bundesamt Deutschland, 2007) verfügen demnach über eine Zuwanderungsgeschichte.

Im Schuljahr 2007/2008 betrug im Bundesland NRW der Anteil der Kinder nicht-deutscher Herkunftssprache an öffentlichen Grundschulen 25.8 % (Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen, 2009). Die Untersuchungskohorte unterscheidet sich mit einem Anteil von 10.2 % bei Kindern mit nicht-deutscher Herkunftssprache signifi-

kant vom landesweiten Durchschnitt. In der Gruppe der Kinder mit nicht-deutscher Nationalität stellten Kinder mit türkischer Abstammung den größten Anteil, gefolgt von Kindern mit der Herkunftssprache Russisch. Mit je einem Kind waren die folgenden Nationalitäten vertreten: äthiopisch, aserbeidschanisch, chinesisch, griechisch, syrisch, US-amerikanisch und vietnamesisch. Interessant ist aber nicht nur die Nationalität der Schulkinder, sondern deren herkunftssprachlicher Hintergrund. Es ist eine viel größere herkunftssprachliche Bandbreite vorhanden als es die Auflistung der Nationalität ($N = 15$) vorgibt. Mehr als doppelt so viele Schulkinder ($N = 33$) sind nämlich muttersprachlich nicht-deutsch (siehe Tabelle 4.6). Die Mehrheit dieser Kinder stammt aus Osteuropa, gefolgt von Kindern mit türkischer bzw. kurdischer Herkunftssprache.

Tabelle 4.6

Differenzierung nach Herkunftssprache

	Häufigkeit
deutsche Herkunftssprache	290
nicht-deutsche Herkunftssprache, davon	33
<hr/>	
<i>plattdeutsch</i>	2
<i>deutsch-polnisch</i>	2
<i>deutsch-russisch</i>	3
<i>russisch</i>	7
<i>türkisch</i>	6
<i>kurdisch</i>	3
<i>arabisch</i>	1
<i>aserbeidschanisch</i>	1
<i>chinesisch</i>	1
<i>vietnamesisch</i>	5
<i>griechisch</i>	1
<i>äthiopisch-amharisch</i>	1
<hr/>	
Gesamt	323

5. Statistische Kenndaten der Prädiktoren und Kriterien

Die Darstellung entsprechender statistischer Kennzahlen der eingesetzten Untersuchungsverfahren sind Bestandteile der deskriptiven Statistik. In diesem Kapitel werden daher die statistischen Kenndaten dieser Messverfahren vorgestellt. Es erfolgt eine Präsentation der Häufig-

keitswerte, die Darstellung der Überprüfung auf Normalverteilung und eine itemanalytische Betrachtung. Abgeschlossen wird die deskriptive Statistik mit der Untersuchung der Variablen *Geschlecht*, *Nationalität und Herkunftssprache*, *Alter der Schulkinder* und *Schulklasse* hinsichtlich der Mittelwertunterschiede. Die Auswertungsmethoden definieren sich durch die Fragestellungen und die daraus abgeleiteten Hypothesen. Die entsprechenden Berechnungen erfolgten mit der Statistiksoftware *SPSS (Statistical Package for the Social Sciences)* Version 17 und *PASW (Predictive Analysis SoftWare)* Version 18.

5.1 Erzielte Leistungen

Die in den Messzeitpunkten 1 bis 5 erzielten Ergebnisse der Schülerinnen und Schüler werden in Tabelle 5.1 dargestellt. Die Untersuchung, ob Reihungseffekte die Prädiktoren-Leistungen beeinflussten und damit die Schulkinder auf Grund der Erfahrungen mit den Testverfahren am Ende des ersten Messzeitpunktes höhere Rohwertpunktzahlen erzielen, ergibt keine eindeutigen Hinweise. Beim Prädiktor *HaReT 1* erreichten die Schulkinder in der fünften Schulwoche höhere Leistungen im Mittelwert als die Schulkinder, die in den beiden Wochen zuvor mit diesem Screening überprüft worden waren. Die Differenz zwischen den Ergebnissen der dritten und fünften Schulwoche sind aber nicht signifikant ($t(215) = -1.487, p > .05$). Beim *ERT 0+* blieben die Leistungen konstant und beim Verfahren *Kalkulie 1* lagen sie am Ende von MZP 1 unter den erzielten Rohwert-Punkten der dritten und fünften Schulwoche. Der Mittelwertvergleich der Leistungen dieser beiden Überprüfungszeiträume zeigt keine auch hier signifikante Differenz ($t(218) = -0.863, p > .05$).

Die Schulkinder dieser Untersuchungskohorte erreichen beim *DEMAT 1+* bzw. *DEMAT 2+* im Durchschnitt (26.06 bzw. 21.52) geringfügig bessere Rechenleistungen als die Schulkinder bei Krajewski (2003) (26.0 bzw. 20.1) und Dornheim (2008) (22.88 bzw. 21.31). Gemeinsam sind bei allen Untersuchungskohorten die im Mittelwert schwächeren Rechenleistungen am Ende der Klasse 2 im Vergleich zu den Rechenleistungen in der Klasse 1. Dieser Effekt findet sich ebenso bei Krajewski (2003) und Dornheim (2008). Er ist auch dadurch erklärbar, dass in der Klasse 2 durch die curricularen Anforderungen, wie zum Beispiel die Erweiterung des Zahlenraumes bis 100, eine Kompetenzsteigerung durch Strategieänderung stattfindet. Der Übergang vom zählenden Rechnen, das mathematisches Operieren im Zahlenraum bis 20 auch mit Fingerhilfe ermöglicht, zum angewandten Rechnen verlangt eine

Anpassung an die gestiegenen Anforderungen. Wird dieser Schritt nicht vollzogen, entsteht in dieser Schulphase bereits das Passungsproblem zwischen dem eigenen Können und unterrichtlichen Anforderungen. Die schlechteren Rechenleistungen am Ende der Klasse 2 im Vergleich zur Klasse 1 könnten ein Indiz für diesen Prozess darstellen.

Bei den Ergebnissen der eingesetzten Testverfahren ist ein bemerkenswert breites Leistungsspektrum zu beobachten. Im Kontext *Intelligenz* reicht die Bandbreite von Schulkindern mit einem sonderpädagogischen Förderbedarf *Geistige Entwicklung* ($IQ < 70$) bis hin zu hochintelligenten Schulkindern ($IQ > 130$). Die durchschnittliche Intelligenzleistung liegt für die Gesamtgruppe etwas unter dem Mittelwert von 100. Die Standardabweichung liegt in einem Bereich, der der IQ-Skala sehr gut entspricht. Die Untersuchungskohorte ist also nicht heterogener als zu erwarten war.

Tabelle 5.1

Statistische Kenndaten zu den Häufigkeitswerten der eingesetzten Messverfahren

Spezifische Prädiktoren	<i>N</i>	Streubreite Min. . Max.	Streubreite	<i>M</i>	<i>SD</i>
<i>ERT 0+</i>	323	3 ... 35	32	26.71	6.22
<i>HaReT 1</i>	322	12 ... 65	53	46.61	11.70
<i>Kalkulie 1</i>	320	3 ... 38	35	26.38	7.43
Unspezifische Prädiktoren					
<i>CFT 1</i>	322	55 ... 135	80	95.84	15.04
<i>SchüBo 1</i>	323	109 ... 241	132	203.26	23.53
Spezifische Kriterien					
<i>DEMAT 1+</i>	316	2 ... 36	34	26.06	7.12
<i>DEMAT 2+</i>	282	1 ... 36	35	21.52	8.74
Unspezifisches Kriterium					
<i>DBL 1</i>	308	0 ... 24	24	19.10	4.39

Anmerkungen. *ERT 0+* = Eggenberger Rechentest 0+, *HaReT 1* = Hamburger Rechentest für Klasse 1, *Kalkulie 1* = Kalkulie Diagnosteteil 1, *CFT 1* = Grundintelligenztest Skala 1, *SchüBo 1* = Schülerbeurteilungsbogen für 1. Klassen, *DEMAT 1* = Deutscher Mathematiktest für erste Klassen, *DEMAT 2* = Deutscher Mathematiktest für zweite Klassen, *DBL 1* = Diagnostische Bilderliste 1, *N* = Anzahl der Schulkinder, *M* = Mittelwert, *SD* = Standardabweichung.

5.2 Itemanalyse

Bei einem Screening-Verfahren werden leichte Aufgaben benötigt, bei deren Lösung gerade die leistungsschwachen Kinder bereits scheitern. Daher wird im Folgenden untersucht, inwieweit sich die in den drei Screening-Verfahren insgesamt 138 bereitgestellten Aufgaben hinsichtlich ihres Schwierigkeitsgrades unterscheiden. Zu berücksichtigen gilt aber auch die Form der Aufgabenstellung. Bei Multiple-Choice-Aufgaben oder Richtig-Falsch-Aufgaben ist die Ratewahrscheinlichkeit höher als bei Aufgaben, die z. B. die Aufdeckung von mathematischen Gemeinsamkeiten/Gesetzmäßigkeiten erfordern. Die Prädiktoren *ERT 0+* und *HaReT 1* bieten zur Lösung hauptsächlich Multiple-Choice-Items an.

5.2.1 Schwierigkeitsindex

Ob einzelne Items zu leicht oder zu schwierig waren, lässt sich durch den Schwierigkeitsindex aufzeigen. Dieser entspricht der prozentualen Häufigkeit der richtigen Lösungen und differenziert nach Bühl (2008) die Items mit einem Schwierigkeitsindex $< .2$, $.2$ bis $.8$ und $> .8$. Items mit einem Schwierigkeitsindex $< .2$ gelten als zu schwer, Items mit einem Schwierigkeitsindex $> .8$ als zu leicht. Tabelle 5.2 gibt eine Übersicht zu den Untertests mit einem Schwierigkeitsindex $> .8$.

Tabelle 5.2

Besonders leichte Aufgabentypen der drei spezifischen Prädiktoren

Verfahren	Subtest	Intention	Anzahl der Subtest-Items	Anteil der leichten Items in Prozent
<i>ERT 0+</i>	4	<i>Mengenvergleich</i>	5	100.0%
	6	<i>Zahl-Menge-Zuordnung</i>	4	75.0%
	7	<i>Zahlengrößen-Vergleich (im Zahlenraum bis 10)</i>	6	100.0%
<i>HaReT 1</i>	1	<i>Seriation</i>	6	100.0%
	3	<i>Suchbilder</i>	9	88.9%
	9	<i>Zahlengrößen-Vergleich (im Zahlenraum bis 20)</i>	10	100.0%
<i>Kalkulie 1</i>	5	<i>Zählen von Objekten</i>	2	100.0%
	7	<i>Zählzahl und Anzahl</i>	2	100.0%

Die Itemanalyse der drei spezifischen Prädiktoren weist nur die Aufgabe 4i des *HaReT 1* als zu schwierig aus. Die niedrige Lösungsrate von 15.5% wird nach genauer Analyse durch die zunehmende Steigerung der Aufgabenkomplexität im Subtest 4 und dementsprechend auch durch die Zeitdimension determiniert. In einer Schulklasse kamen 81.8% der Schulkinder nicht bis zur betreffenden Aufgabe. Alle anderen 137 Items der drei spezifischen Prädiktoren sind nach Bühl (2008) angemessen bzw. zu leicht. Die graphischen Darstellungen der Item-Schwierigkeitsgrade jedes spezifischen Prädiktors sind im Anhang mit den Abbildungen B.5.1 bis B.5.6 aufgeführt. Aufgaben zum Zahlenvergleich sind bei allen drei spezifischen Prädiktoren vorgesehen. Beim *ERT 0+* (Zahlenraum bis 20) und *HaReT 1* (Zahlenraum bis 10) erweist sich dieser Aufgabentyp als sehr leicht lösbar, während bei *Kalkulie 1* (Zahlenraum bis 20) nur das erste Item als leicht einzustufen ist. Allerdings erfolgt bei *Kalkulie 1* die Präsentation dieser Aufgabentyp im Unterschied zu den anderen beiden Verfahren nur mündlich. *ERT 0+* und *HaReT 1* sehen eine mündliche Anweisung und eine bildliche Aufgabenpräsentation vor. Deutliche Unterschiede bezüglich des Schwierigkeitsindex treten innerhalb von einzelnen Subtests auf. Bei Aufgabe 1 des *Kalkulie 1* (siehe Tabelle A.5.3.1) zum Mengenvergleich lösen 91.6 % bzw. 81.6% der Kinder die Items 1a und b, während bei den beiden folgenden Aufgaben 1c und d nur 73.1% bzw. 60.6% richtige Lösungen zu verzeichnen sind. Bei den ersten beiden Aufgaben müssen die Schulkinder eine Eins-zu-Eins-Zuordnung vornehmen, während die beiden folgenden Aufgaben das Ergänzen im Sinne des Teile-Ganzes-Konzeptes verlangen. Änderungen der Aufgabenpräsentation innerhalb eines Subtests haben auch bei anderen Aufgaben der spezifischen Prädiktoren einen Einfluss auf den Lösungsgrad. Beim *ERT 0+* werden bei Items der Aufgabe 1 (siehe Anhang: Tabelle A.5.1.1) zur Seriation drei Items von 80% und mehr der Kinder richtig gelöst. Bei der Aufgabe 1d sollen vier Tiere nach ihrer natürlichen Größe sortiert werden, wobei die Tiere grafisch als gleich groß visuell präsentiert werden. Diese Aufgabe verzeichnet nur noch 54.2% richtige Lösungen.

Die Itemanalyse beweist das bereits am Schulanfang vorhandene Mengen-Zahlen-Vorwissen hinsichtlich der Mengenbewusstheit von Zahlen als Anzahlkonzept (siehe auch Krajewski, 2008) nach. Festzustellen ist, dass die Schulkinder zu Beginn der Klasse 1 bereits über Zahlenvorstellungen im Zahlenraum bis 20 verfügen. Dies zeigte sich vor allem an der Vielzahl der gelösten Aufgaben zum Mengen-Zahlen-Wissen, wie zum Beispiel der Vergleich von

Mengenmächtigkeiten im Zahlenraum bis 10, die Zahl-Menge-Zuordnung im Zahlenraum bis 10, Zählzahl und Anzahl im Zahlenraum bis 12 und der Zahlenvergleich im Zahlenraum bis 20. Zudem bestätigten die Leistungen der teilnehmenden Schulkinder auch die Feststellung von Fritz et al. (2007), dass das Teile-Ganzes-Konzept (Dynamisierung und Relationaler Zahlbegriff) als höchste Kompetenzstufe des arithmetischen Rechenerwerbs erst in der Grundschule erreicht wird.

5.2.2 Reliabilitätsanalyse

Die Eignung von Items lässt sich mit der Reliabilitätsanalyse untersuchen. „Der Reliabilitätskoeffizient ist ein wichtiger Kennwert zur Beurteilung des Gesamttests. Er ist das Maß der Genauigkeit, mit der ein Merkmal durch den Test erfasst wird“ (Bühl, 2008, S. 501). Mit der Methode *Cronbachs Alpha* (α) wird ein Wert generiert, der einen Betrag zwischen 0 und 1 liefert. *Cronbachs α* beträgt für den *ERT 0+* .885, den *HaReT 1* .934 und für *Kalkulie 1* .900. Alle drei Prädiktoren weisen insofern eine sehr hohe „innere Konsistenz“ (Eid, Gollwitzer & Schmitt, 2010, S. 834) auf. Bei der entsprechenden Interpretation der Itemwerte können bei den Prädiktoren *ERT 0+* die Items 2a und 2c und *HaReT 1* die Items 1a und 6a als nicht brauchbar ausgeschlossen werden. Für den Prädiktor *Kalkulie 1* erweisen sich alle 38 Items als trennscharf. Die Reliabilitätsanalyse bestätigt, dass trotz der hohen Anzahl von sehr leichten Aufgaben in Höhe von 95.5% in den betreffenden Skalen (siehe Tabelle 5.2), diese Aufgaben insgesamt geeignet sind. Der Anteil an sehr leichten Aufgaben an der Gesamtanzahl aller Items beträgt 30.4%.

5.3 Überprüfung auf Normalverteilung

Die Häufigkeitsverteilungen aller acht eingesetzten Untersuchungsverfahren wurden mit dem Kolmogorov-Smirnov-Anpassungstest auf Normalverteilung untersucht. Alle Verfahren wurden als hinreichend normalverteilt mit der Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha = .01$ eingestuft. Die Abbildungen B.5.7 bis B.5.14 im Anhang stellen die Verteilungen aller eingesetzten Messverfahren als Histogramm dar. Alle Häufigkeitsverteilungen sind linksschief, weisen also eine Rechtsgipflichkeit auf. Die Schiefe ist allerdings bei den Verfahren *CFT 1* und *DEMAT 2+* am geringsten. Dort ist auch kein Deckeneffekt zu beobachten. Dieser Effekt findet sich allerdings bei allen drei spezifischen Prädiktoren. Beim *ERT 0+* erzielten 61.9 % der Schulkinder Ergebnisse über $M = 26.71$. Beim *HaReT 1* waren dies 57.8 % ($M = 46.6$)

und bei *Kalkulie 1* 53.4% ($M = 26.38$). Auch der unspezifische Prädiktor *SchüBo 1* und das unspezifische Kriterium *DBL 1* weisen einen Deckeneffekt auf. Dadurch ist eine Differenzierung der Schulkinderleistungen im unteren Leistungsbereich gegeben.

5.4 Überprüfungen von Mittelwertunterschieden der eingesetzten Messverfahren

Ob Mittelwertunterschiede bei den Prädiktoren und Kriterien hinsichtlich der Variablen *Geschlecht*, *Nationalität/Herkunftssprache*, *Alter* und *Schule* vorliegen, wird mit t-Tests bei unabhängigen Stichproben überprüft (Eid, Gollwitzer & Schmitt, 2010). Der Levene-Test (Hatzinger & Nagel, 2009) überprüft dabei die Varianzenhomogenität. Bei Varianzenheterogenität wird der *Student-Newman-Keuls-Test* (S-N-K-Test) durchgeführt. In der vorliegenden Untersuchung erfolgte der Einsatz der beiden letztgenannten Testverfahren zur statistischen Prüfung auf Mittelwert-Unterschiede. Der T-Test zum Mittelwertvergleich wurde auf dem Signifikanzniveau 95% bei allen acht Messinstrumenten durchgeführt.

5.4.1 Geschlecht

Der Tabelle 5.3 können die geschlechtsspezifischen Daten hinsichtlich der erzielten Leistungen der Messzeitpunkten 1 bis 5 entnommen werden. Beim Vergleich der Mittelwerte finden sich geschlechtsspezifische Unterschiede. Die Mädchen schneiden bei den spezifischen Prädiktoren *ERT 0+* ($t(321) = 2.447, p < .05$) und *HaReT 1* ($t(320) = 2.605, p < .05$) signifikant besser ab als die Jungen. Auch die Ergebnisse der unspezifischen Prädiktoren *CFT 1* ($t(320) = 2.195, p < .05$) und *SchüBo 1* ($t(321) = 2.274, p < .05$) sind geschlechtsspezifisch zu Gunsten der Mädchen ausgeprägt. Die schriftsprachlichen Leistungen bei der *DBL 1* am Ende der ersten Klasse ergeben keine geschlechtsspezifischen Unterschiede ($t(306) = -452, p > .05$). Am Ende des Schuljahres der Klasse 1 gibt es bei den Rechenleistungen keine signifikanten geschlechtsspezifischen Unterschiede ($t(314) = -385, p > .05$). Am Ende der Klasse 2 unterscheiden sich die Rechenleistungen allerdings signifikant: Die Jungen zeigen bessere Rechenleistungen als die Mädchen ($t(280) = -2.797, p < .05$). Die Effektstärke d der standardisierten Mittelwertabstände (Cohen, 1988) lässt sich klassifizieren: kleiner Effekt ($d = 0.20$), mittlerer Effekt ($d = 0.50$) und großer Effekt ($d = 0.80$). Nach Bortz und Döring (2006) werden Effektstärken von 10 bis 30 als trivial, Effektstärken von 30 bis 50 als moderat und Effektstärken > 50 als hoch eingestuft. In dieser Untersuchungskohorte finden sich bei den

Mittelwertunterschieden bezüglich der Variable *Geschlecht* nur triviale bis moderate Effekte ($d = .05$ bis $d = .34$).

Tabelle 5.3

Mittelwertunterschiede: Geschlecht

Verfahren	Geschlecht	<i>N</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>t</i>	<i>p</i>
<i>ERT 0+</i>	Jungen	174	25.93	6.55	2.4 (321)	<.05
	Mädchen	149	27.62	5.71		
<i>HaReT 1</i>	Jungen	173	45.06	12.34	2.6 (320)	<.05
	Mädchen	149	48.40	10.66		
<i>Kalkulie 1</i>	Jungen	172	25.65	7.79	1.9 (318)	>.05
	Mädchen	148	27.22	6.93		
<i>CFT 1</i>	Jungen	174	94.16	15.47	2.2 (320)	<.05
	Mädchen	148	97.82	14.31		
<i>SchüBo 1</i>	Jungen	174	200.27	25.67	2.3 (321)	<.05
	Mädchen	149	206.75	25.00		
<i>DEMAT 1+</i>	Jungen	170	26.20	7.34	-0.4 (314)	>.05
	Mädchen	146	25.89	6.88		
<i>DEMAT 2+</i>	Jungen	151	22.86	9.16	-2.8 (280)	<.05
	Mädchen	131	19.98	7.99		
<i>DBL 1</i>	Jungen	165	19.21	4.22	-0.5 (306)	>.05
	Mädchen	143	18.98	4.59		

Anmerkungen. Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha = .05$; *N* = Anzahl der Schulkinder, *M* = Mittelwert, *SD* = Standardabweichung, *t* = t-Wert, *p* = Signifikanz.

Die Mädchen erreichen am Anfang der Grundschule bei zwei der drei Gruppenscreenings bessere Leistungen als die Jungen. Die Mädchen verfügen über ein höheres Intelligenzpotenzial und werden von den Lehrerinnen und Lehrern hinsichtlich der Leistungen und Fähigkeiten und dem Verhalten im Unterricht/in der Schule positiver beurteilt als die Jungen. In vier der fünf Prädiktoren-Scores schnitten die Jungen in dieser Untersuchungskohorte schlechter ab als die Mädchen. Am Ende des Schuljahres der Klasse 1 ergaben sich bei den Rechenleistungen keine signifikanten geschlechtsspezifischen Unterschiede. Damit lassen sich die Befunde von Krajewski (2003) und der Eichstichprobe des *DEMAT 1+* (Krajewski, Küspert & Schneider, 2002), dass Jungen am Ende der Klasse 1 bessere Rechenleistungen als die Mäd-

chen erzielen, in dieser Untersuchungskohorte nicht bestätigen. Am Ende der Klasse 2 unterschieden sich die Rechenleistungen allerdings signifikant: Die Jungen zeigen bessere Rechenleistungen als die Mädchen.

Diesen Trend bestätigt auch die *TIMSS*-Studie, an der Schülerinnen und Schüler der Grundschulklasse 4 beteiligt waren. Dazu führen die Autoren der Studie (Bos et al., 2008) aus:

Ein geschlechtsspezifischer Leistungsunterschied in Mathematik besteht nicht, solange der internationale Durchschnittswert für Jungen (473) und für Mädchen (473) betrachtet wird. Allerdings gehört Deutschland zu etwa dem Drittel von TIMSS 2007-Teilnehmerstaaten, bei denen die Jungen (531) gegenüber den Mädchen (519) in Mathematik einen signifikanten Vorsprung haben gegenüber 519 Punkten) (S.83).

Bereits in der Grundschule erzielen die Mädchen im Durchschnitt schlechtere Mathematikleistungen. Als Gründe hierfür nennt Moser Opitz (2007, S. 71ff.) „Geschlechterstereotype von Lehrpersonen und den Eltern“ und die „Unterschiedliche Entwicklung des mathematischen Selbstkonzepts“ einhergehend mit einer erhöhten Ängstlichkeit von Mädchen bezüglich mathematischer Kontexte. Nach Brühwiler und Biedermann ist festzustellen, dass „ein erheblicher Teil der Geschlechterunterschiede durch unterschiedliche Voraussetzungen im selbstregulierten [eigengesteuerten] Lernen erklärt werden kann“ (Moser Opitz, 2007, S. 75). Beilock, Gunderson, Ramirez und Levine (2009) untersuchten den Zusammenhang von Einstellungen zum Fach Mathematik bei Lehrerinnen der Klasse 1 und 2 der Grundschule und den Einstellungen und Rechenleistungen ihrer Schülerinnen. Die Studie deckte auf, dass die Ängstlichkeit von Lehrerinnen vor dem Fach Mathematik zu Versagenseinstellungen ihrer Schülerinnen in diesem Schulfach führt. Beilock et al. (2009) konstatierten:

There was no relation between a teacher's math anxiety and her students' math achievement at the beginning of the school year. By the school year's end, however, the more anxious teachers were about math, the more likely girls (but not boys) were to endorse the commonly held stereotype that "boys are good at math, and girls are good at reading" and the lower these girls' math achievement (S. 1).

Auch die OECD (2009) bestätigt die Kraft des Vorurteils als *self fulfilling prophecy*-Effekt hinsichtlich schulischen Leistungsunterschieden von Mädchen und Jungen. Je länger diese die Schule besuchen, umso stärker treten die Leistungsunterschiede hervor.

5.4.2 Nationalität und Herkunftssprache

Aber nicht nur motivationale Aspekte oder das Beherrschen von Lernstrategien sind für den schulischen Erfolg ausschlaggebend. Das Versagens-Risiko bei Schulleistungen von Schulkindern mit nichtdeutscher Herkunftssprache bzw. Migrationshintergrund sind alltägliche, mediale Thematik. Bei der Beschreibung der Probandengruppe wurde schon hingewiesen, dass mehr Schulkinder ($N = 33$) nicht-deutscher Herkunftssprache sind als es der Status *Nationalität* ($N = 15$) darstellt. Das Fehlen einer eindeutigen Definition zur Zuwanderungsgeschichte hat möglicherweise zu einer falschen Zuordnung der beteiligten Schulkinder durch die beteiligten Lehrerinnen und Lehrer geführt. Daher werden in dieser Untersuchung die Variablen *Nationalität* und *Herkunftssprache* immer gemeinsam aufgeführt.

Die statistischen Kennwerte hinsichtlich der erzielten Leistungen von Schulkindern mit und ohne deutsche Nationalität und Herkunftssprache bei allen Prädiktoren und Kriterien sind in den Tabelle 5.4 und 5.5 dargestellt. Der t-Test zum Mittelwertvergleich wurde auf dem Signifikanzniveau 95% bei allen acht Messinstrumenten durchgeführt. Zuerst erfolgt die Kommentierung der Messergebnisse bezüglich der Mittelwertunterschiede zur Variablen *Nationalität*. Die Ergebnisse des t-Tests stellen sich wie folgt dar: Bis auf die schriftsprachlichen Leistungen bei der *DBL 1* ($t(306) = -1.442, p > .05$) am Ende der ersten Klasse sind signifikante bis hochsignifikante Unterschiede in den anderen sieben Messverfahren feststellbar: Schulkinder mit einem nicht-deutscher Nationalität schneiden bei ihren Leistungen schlechter ab und werden von den Lehrerinnen und Lehrern hinsichtlich der Leistungen und Fähigkeiten und dem Verhalten im Unterricht/in der Schule negativer beurteilt als die Schulkinder mit deutscher Nationalität. In dieser Untersuchungskohorte finden sich bei den Mittelwertunterschieden bezüglich der Variable *Nationalität* bis auf die Rechtschreibleistungen am Ende der Klasse 1 ($d = 0.45$) ausschließlich nur hohe Effekte ($d = 0.59$ bis $d = 1.0$). Auch die Einbeziehung der Variablen *Herkunftssprache* bestätigt das beschriebene Risikopotenzial. Beim Vergleich der Mittelwerte hinsichtlich der *Herkunftssprache* lassen sich bis auf den unspezifischen Prädiktor *DBL 1* ($t(306) = 1.481, p > .05$) statistisch signifikante bis höchstsignifikante Unterschiede nachweisen. Die Schulkinder mit deutscher Herkunftssprache erzielen bei vier von fünf Prädiktoren und den beiden Mathematiktests am Ende der Klasse 1 bzw. 2 bessere Leistungen. Die Effektgrößen bezüglich der Variable *Herkunftssprache* können, bis auf den Schriftspracherwerb am Ende der Klasse 1 ($d = 0.33$), als hoch ($d = 0.61$ bis $d = 0.93$) klassi-

fiziert werden. In der Einschätzung durch das Lehrpersonal bestehen bei der Variablen *Herkunftssprache* Unterschiede bezüglich des individuellen Lernmanagements. Die Schulkinder mit nicht-deutscher Herkunftssprache werden hinsichtlich der Leistungen und Fähigkeiten und dem Verhalten im Unterricht/in der Schule aber nicht negativer beurteilt als ihre Klassenkameraden mit deutscher Herkunftssprache. Die Herkunftssprache ist demnach kein Kriterium zur Differenzierung. Dieses scheint eher bei der Variablen *Nationalität* vorhanden zu sein. Das Lehrerurteil weist Schulkindern mit nicht-deutscher Nationalität eine schlechtere Beurteilung zu. Ausschlaggebend für die negative Einschätzung ist der hohe Anteil von Kindern mit Problemen aus einer Schule (siehe auch Kapitel 5.4.4).

Tabelle 5.4

Mittelwertunterschiede: Nationalität

Verfahren	Nationalität	<i>N</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>t</i>	<i>p</i>
<i>ERT 0+</i>	nicht-deutsch	15	21.73	7.88	3.2 (321)	<.05
	deutsch	308	26.95	6.04		
<i>HaReT 1</i>	nicht-deutsch	15	34.93	12.91	4.1 (320)	<.05
	deutsch	307	47.18	11.35		
<i>Kalkulie 1</i>	nicht-deutsch	15	19.00	10.06	3.0 (15) ¹	<.05
	deutsch	305	26.74	7,11		
<i>CFT 1</i>	nicht-deutsch	15	85.20	12.86	2.8 (320)	<.05
	deutsch	307	96.36	14.96		
<i>SchüBo 1</i>	nicht-deutsch	15	187.93	29.48	2.4 (321)	<.05
	deutsch	308	203.99	25.16		
<i>DEMAT 1+</i>	nicht-deutsch	14	19.57	7.17	3.6 (314)	<.05
	deutsch	302	26.36	6.99		
<i>DEMAT 2+</i>	nicht-deutsch	10	15.70	5.31	2.2 (280)	<.05
	deutsch	272	21.74	8.77		
<i>DBL 1</i>	nicht-deutsch	13	17.38	3.59	1.4 (306)	>.05
	deutsch	295	19.18	4.41		

Anmerkungen. Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha = .05$; *N* = Anzahl der Schulkinder, *M* = Mittelwert, *SD* = Standardabweichung, *t* = t-Wert, *p* = Signifikanz, ¹ = Varianzenheterogenität.

Tabelle 5.5

Mittelwertunterschiede: Herkunftssprache

Verfahren	Herkunftssprache	<i>N</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>t</i>	<i>p</i>
<i>ERT 0+</i>	nicht-deutsch	33	23.12	7.94	3.6 (312)	<.05
	deutsch	290	27.12	5.88		
<i>HaReT 1</i>	nicht-deutsch	33	38.85	14.73	4.1 (320)	<.05
	deutsch	289	47.49	10.98		
<i>Kalkulie 1</i>	nicht-deutsch	33	22.03	10.19	3.6 (318)	<.05
	deutsch	287	26.88	6.90		
<i>CFT 1</i>	nicht-deutsch	33	89.06	16.00	2.6 (38) ¹	<.05
	deutsch	289	96.62	14.76		
<i>SchüBo 1</i>	nicht-deutsch	33	196.24	25.30	1.7 (39) ¹	>.05
	deutsch	290	204.04	25.49		
<i>DEMAT 1+</i>	nicht-deutsch	32	21.47	7.38	3.7 (37) ¹	<.05
	deutsch	284	26.57	6.92		
<i>DEMAT 2+</i>	nicht-deutsch	26	17.54	7.95	2.7 (31) ¹	<.05
	deutsch	256	21.93	8.73		
<i>DBL 1</i>	nicht-deutsch	30	18.13	3.68	1.5 (38) ¹	>.05
	deutsch	278	19.21	4.46		

Anmerkungen. Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha = .05$; *N* = Anzahl der Schulkinder, *M* = Mittelwert, *SD* = Standardabweichung, *t* = t-Wert, *p* = Signifikanz, ¹ = Varianzenheterogenität.

In dieser Untersuchung konnten nur bei den Aufgaben zum Schriftspracherwerb, der sich in der Klasse 1 der Grundschule noch auf der Ebene der Lautgetreueheit abbildet, keine unterschiedlichen Leistungen am Ende der Klasse 1 bei den teilnehmenden Schulkindern beobachtet werden. Eine Risikoerhöhung bei Schulkindern mit nicht-deutscher Herkunftssprache ist daher bei den Schulkindern dieser Untersuchung festzustellen. Leider ließ sich eine Feinanalyse zum Aufdecken der Risikoerklärung aufgrund fehlender weiterer soziographischer Daten nicht generieren. Nach Moser Opitz (2007) ist nämlich die Herkunftssprache aber nicht als Alleinstellungsmerkmal zur Erklärung schlechter Schulleistungen bei Schülerinnen und Schülern mit Migrationshintergrund anzusehen. Vielmehr ist ein ganzes Cluster verschiedenster Gründe zu benennen: „häufige Schulung in Klassen, welche nur Grundanforderungen stellen, oft Herkunft aus eher bildungsfernem Milieu, oft tiefer sozioökonomi-

scher Status, Komplexität des Zweitsprachenerwerbs an sich usw.“ (Moser Opitz, 2007, S. 80).

Aus den vorherigen Ausführungen ableitend, besitzen Mädchen mit nicht-deutscher Herkunftssprache das größte Versagens-Risiko bei den schulischen Leistungen, also auch im Fach Mathematik. Von den 51 Schulkindern mit rechenschwachen Leistungen am Ende der Klasse 1 in dieser Untersuchung verfügen 13 Schülerinnen und Schüler über eine nicht-deutsche Herkunftssprache (25.5%). Es handelt sich um sieben Mädchen und sechs Jungen. Zwei Mädchen wiederholten aufgrund schlechter Schulleistungen die Klassenstufe 1. Auch am Ende der Klasse 2 persistieren die Rechenprobleme bei den restlichen fünf Mädchen. Bei den Jungen findet sich ein Wiederholer der Klasse 1. Bei drei Jungen treten am Ende der Klasse 2 noch Rechenprobleme auf. Mit diesen Ergebnissen bestätigen sich die oben angeführten Einschätzungen zum Risikopotenzial.

5.4.3 Alter

Die Altersbandbreite der Schulkinder in der Klasse 1 reicht in dieser Untersuchungskohorte von 5;7 bis 8;0 Jahre (siehe auch Tabelle 3.5). 10 Schulkinder wiederholten die Klasse 1. Diese Schulkinder sollten an sich einen Wissensvorsprung haben, da sie das erste Schuljahr bereits einmal absolviert haben und somit Erfahrungen im Rechen- und Schriftspracherwerb vorweisen können. Es wird daher an dieser Stelle untersucht, ob sich auf Grund des Schulalters die Mittelwerte der erzielten Leistungen bei den Prädiktoren und Kriterien unterscheiden. Die Ergebnisse können der Tabelle 5.6 entnommen werden. Signifikant unterscheiden sich die drei Altersgruppen beim Schriftspracherwerb. Die Gruppe der jüngsten Schulkinder verfügt über geringere Kenntnisse im Schriftspracherwerb als die beiden anderen Altersgruppen. Dort sind die Leistungen fast identisch. Sehr signifikante Mittelwertunterschiede zeigen sich bei den Rechenleistungen am Ende der Klasse 2. Die mittlere Altersgruppe erzielt im Mittelwert bessere Leistungen als die Kinder der ersten und dritten Altersgruppe. Die letztere Gruppe rekrutiert sich, wie bereits ausgeführt, aus Wiederholern und Integrationskindern. Diese Schulkinder profitieren im Laufe des Schuljahres von der Wiederholung der Klasse 1. Bei steigendem, curricular bedingtem Anspruchsniveau der mathematischen Lerninhalte in der Klasse 2 lernen sie schlechter. Wiederholer der Klasse 1 profitieren also nur temporär von der erneuten Begegnung mit demselben Lernstoff. Das Passungsproblem

zwischen den curricularen Anforderungen und dem persönlichen Können wird bei diesen Schulkindern durch die Wiederholung der Klasse 1 langfristig nicht gelöst.

Tabelle 5.6

Mittelwertunterschiede: Alter der Schul Kinder per einfaktorieller ANOVA und Post-hoc-Test

Verfahren	Alter	<i>N</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>F</i>	<i>p</i>
<i>ERT 0+</i>	5;7 - 5; 11	5	24.60	9.81	3.0 (322) ²	>.05
	6;0 - 6;11	260	26.76	6.07		
	7;0 - 8;0	58	26.66	6.64		
<i>HaReT 1</i>	5;7 - 5; 11	5	40.80	6.18	1.6 (321) ²	>.05
	6;0 - 6;11	260	47.13	11.46		
	7;0 - 8;0	57	44.75	12.87		
<i>Kalkulie 1</i>	5;7 - 5; 11	5	26.40	8.02	0.0 (319) ²	>.05
	6;0 - 6;11	257	26.44	7.28		
	7;0 - 8;0	58	26.12	8.50		
<i>CFT 1</i>	5;7 - 5; 11	5	96.40	18.26	0.3 (321) ²	>.05
	6;0 - 6;11	259	96.15	15.04		
	7;0 - 8;0	58	94.43	14.96		
<i>SchüBo 1</i>	5;7 - 5; 11	5	205.60	23.81	1.4 (322) ²	>.05
	6;0 - 6;11	260	204.34	24.75		
	7;0 - 8;0	58	198.12	28.81		
<i>DEMAT 1+</i>	5;7 - 5; 11	5	23.60	8.88	0.4 (315) ²	>.05
	6;0 - 6;11	254	26.19	6.97		
	7;0 - 8;0	57	25.70	7.71		
<i>DEMAT 2+</i>	5;7 - 5; 11	3	15.33	6.35	5.9 (281) ²	<.01
	6;0 - 6;11	226	22.38	8.26		
	7;0 - 8;0	53	18.21	9.96		
<i>DBL 1</i>	5;7 - 5; 11	4	13.50	9.00	3.4 (307) ¹	<.05
	6;0 - 6;11	248	19.15	4.43		
	7;0 - 8;0	56	19.27	3.56		

Anmerkungen. Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha = .05$; *N* = Anzahl der Schul Kinder, *M* = Mittelwert, *SD* = Standardabweichung, *F* = F-Wert, *p* = Signifikanz, ¹ = Posthoc-Test: Tamhane 2-Test bei vorhandener Varianzenhomogenität, ² = Posthoc-Test: Student-Newman-Keuls-Test bei vorhandener Varianzenheterogenität.

5.4.4 Schulklassen

Die Mittelwerte der erzielten Leistungen der 15 teilnehmenden Grundschulen unterscheiden sich, so dass eine genauere Betrachtung erfolgen soll. Die Mittelwertleistungen aller 15 beteiligten Schulen bei den Prädiktoren und Kriterien sind in Tabelle 5.7 aufgeführt. Die Mittelwert-Unterschiede wurden mit einfaktorierter ANOVA und Post-hoc-Test überprüft. Die Tabelle 5.8 bietet die entsprechende Ergebnisübersicht. Der Mittelwertvergleich der Prädiktoren und Kriterien bei den beteiligten 15 Schulen zeigt bei den Messverfahren *ERT 0+*, *Kalkulie 1*, *CFT 1* und *SchüBo 1* signifikante Unterschiede. Höchstsignifikant unterscheiden sich die Schulen hinsichtlich der mathematischen Kriteriumsleistungen am Ende der Klasse 1 und 2. Die Berechnung der Effektstärke η^2 (Rasch, Friese, Hofmann & Naumann, 2010) zeigt, dass der Faktor *Schulklasse* bei den Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 bzw. 2 20.51 % respektive 22.22 % der Stichproben-Gesamtvarianz aufklärt. Auf der Populationsebene beträgt die Effektstärke ω^2 16.81% (DEMAT 1+) bzw. 18.15 % (DEMAT 2+). Die Effektgröße ist dementsprechend hoch. Fast ein Fünftel der Rechenleistungen generiert sich also durch die Zugehörigkeit zu einer bestimmten Schule bzw. Schulklasse. Mittelhohe Effektstärken durch die Variable *Schulklasse* finden sich bei den fünf Prädiktoren und den Schriftsprachleistungen am Ende der Klasse 1.

Eine Schulklasse (Grundschule 1) weicht bei den Prädiktoren- und Rechenleistungen am stärksten von allen anderen 14 Schulen ab. Beim Gesamtscore aller drei spezifischen Prädiktoren differieren die erreichten Rohwert-Punkte um 16.3% nach unten vom Mittelwert aller 15 Grundschulen. Im Vergleich mit dem Mittelwert der Schule mit den höchsten Rohwert-Punkten beträgt der Unterschied sogar 25.8%. Auch das Lern- und Leistungsverhalten der Schülerinnen und Schüler der schwächsten Schulklasse ($M = 190.69$) wird im Lehrerurteil negativer beurteilt als bei der besten Klasse ($M = 213.74$). Im Kontext *Intelligenz* besteht zwischen der Grundschule 1 (durchschnittlicher IQ = 85.88) und der Grundschule 12 (durchschnittlicher IQ = 103.16) ein Intelligenzunterschied von 17 Punkten. Das entspricht mehr als einer Standardabweichung.

Die Rückfragen bei den Lehrerinnen der betreffenden Schulklasse ergaben, dass es sich um eine leistungsschwache Klasse handelt. Vor allem die Kinder mit nicht-deutscher Herkunftssprache verfügen zudem nur über ungenügende Beherrschung der Zweitsprache. Im Rahmen

der individuellen Förderung wurde das Mathematik-Curriculum für diese Klasse an den aktuellen Leistungsstand angepasst. Die Kernlehrpläne des Faches Mathematik sind in dieser Klasse nicht anwendbar. Die Kompetenzstufen des Mathematikunterrichts werden langsamer als bei vergleichbaren Klassen erreicht. Die Schulklasse weist von allen 15 beteiligten Schulen allerdings mit 36.4% (12 Kinder) den höchsten Anteil von Kindern nicht-deutscher Herkunftssprache (36.4%) auf. Insgesamt beträgt in dieser Untersuchungskohorte der Anteil von Schulkindern mit nicht-deutscher Herkunftssprache nur 10.2%. Der Mittelwert der IQ-Leistungen der Schul Kinder mit nicht-deutscher Herkunftssprache in der Grundschule 1 beträgt 78.74. Die Schul Kinder mit deutscher Herkunftssprache erzielen dort im Durchschnitt einen IQ-Wert von 91.19. Der T-Test zum Mittelwertvergleich bestätigt einen hochsignifikanten Unterschied ($t(25) = 1.708, p < .05$). Werden die Intelligenzleistungen der 12 Kinder mit nicht-deutscher Herkunftssprache in dieser Klasse mit den Intelligenzleistungen (91.85) der anderen 21 Kinder mit nicht-deutscher Herkunftssprache in dieser Studie verglichen, so zeigt sich auch dort ein signifikanter Unterschied ($t(31) = 1.696, p < .05$). Es ist daher nicht auszuschließen, dass die niedrigeren IQ-Werte und auch die anderen Schulleistungen der Schul Kinder mit nicht-deutscher Herkunftssprache dieser Klasse durch ein mangelndes Sprachverständnis hinsichtlich der Aufgabenstellungen aufgrund fehlender Kenntnisse der deutschen Sprache generiert wurden.

Tabelle 5.7

Mittelwertunterschiede: Grundschulen

Grundschule	<i>ERT 0+</i>	<i>HaReT 1</i>	<i>Kalkulie 1</i>	<i>CFT 1</i>	<i>SchüBo 1</i>	<i>DEMAT 1+</i>	<i>DEMAT 2+</i>	<i>DBL 1</i>
1	22.69	39.58	21.12	85.88	190.69	19.56	13.05	17.96
2	23.84	45.36	27.56	92.13	199.68	23.67	19.33	17.04
3	26.64	50.00	25.86	98.32	208.59	31.00	24.05	20.86
4	27.36	42.32	26.00	92.77	204.45	21.00	23.45	17.50
5	24.08	47.27	27.63	98.08	208.00	26.52	17.18	18.29
6	26.23	46.10	25.23	91.61	211.58	26.94	25.87	19.23
7	26.33	46.62	26.71	100.19	185.33	26.71	17.00	19.10
8	27.29	46.76	28.71	98.53	208.94	28.76	24.00	19.18
9	28.36	45.14	25.43	93.18	194.09	25.50	19.90	19.50
10	27.35	48.80	29.05	96.40	198.90	27.65	24.06	18.00
11	29.71	46.05	25.86	98.29	210.33	23.00	17.36	18.53
12	28.42	50.58	25.89	103.16	204.63	28.50	29.33	21.29
13	27.85	48.70	24.70	97.95	206.60	30.85	24.89	21.00
14	29.00	50.63	31.26	102.79	213.74	27.26	22.24	20.05
15	29.50	49.92	27.50	94.17	204.42	25.75	19.91	20.50
Mittelwert (insgesamt)	26.71	46.61	26.38	95.84	203.24	26.06	21.52	19.10

Tabelle 5.8

Mittelwert-Unterschiede bei der Variablen Grundschulen hinsichtlich der erzielten Leistungen bei allen Prädiktoren und Kriterien per einfaktorieller ANOVA und Post-hoc-Test^{1,2}

Verfahren	<i>df</i>	<i>F</i>	<i>p</i>	ω^2	η^2
<i>ERT 0+¹</i>	322	2.703 ²	.001	0.0689	0.1094
<i>HaReT 1²</i>	321	1.589 ²	.081	0.0251	0.0676
<i>Kalkulie 1²</i>	319	2.226 ²	.007	0.0510	0.0927
<i>CFT 1²</i>	321	2.266 ²	.006	0.0523	0.0937
<i>SchüBo 1¹</i>	321	2.411 ¹	.003	0.0579	0.0988
<i>DEMAT 1+¹</i>	315	5.547 ²	.0001	0.1681	0.2051
<i>DEMAT 2+²</i>	281	5.451 ²	.0001	0.1815	0.2222
<i>DBL 1¹</i>	307	1.907 ²	.025	0.0398	0.0835

Anmerkungen. Signifikanzniveau $\alpha = .05$; *df* = Freiheitsgrad, *F* = F-Wert, *p* = Signifikanz, ¹ = Posthoc-Test: Tamhane 2-Test bei vorhandener Varianzhomogenität, ² = Posthoc-Test: Student-Newman-Keuls-Test bei vorhandener Varianzheterogenität, ω^2 = Effektstärke auf Populationsebene, η^2 = Effektstärke auf Stichprobenebene.

6. Korrelationsanalyse

Die Zusammenhänge zwischen den eingesetzten Messverfahren können mit der Korrelationsanalyse näher betrachtet werden. Hierbei werden sowohl die Interkorrelationen der Subtests einzelner Prädiktoren als auch die Interkorrelationen zwischen den Prädiktoren und Kriterien aufgezeigt und analysiert. Wie bereits im Kapitel 4 beschrieben, generieren sich die spezifischen Prädiktoren aus verschiedenen theoretischen Ansätzen zum Rechenerwerb. Daher sollen diese Fragestellungen untersucht werden:

- (1) *Wie hoch ist der Beziehungszusammenhang der spezifischen Prädiktoren untereinander?*
- (2) *Wie hoch korrelieren die spezifischen und die unspezifischen Prädiktoren mit den Rechenleistungen am Ende der ersten und zweiten Klasse und den Schriftsprachleistungen am Ende der Klasse 1?*
- (3) *Welche Items bzw. Subtest-Skalen korrelieren am höchsten mit den Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2?*
- (4) *Wie hoch ist der Beziehungszusammenhang der Prädiktoren mit den Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2 unter Auspartialisierung der Intelligenz?*

Zur Bestimmung der Korrelationskoeffizienten erfolgt bei parametrischen Verteilungen das Produkt-Moment-Verfahren nach Pearson (Bühl, 2008). Die Korrelationswerte werden zur sprachlichen Interpretation wie folgt differenziert beschrieben: Werte bis 0.2 entsprechen einer sehr geringen, Werte bis 0.5 einer geringen, Werte bis 0.7 einer mittleren, Werte bis 0.9 einer hohen und Werte bis 1.0 einer sehr hohen Korrelation (Bühl, 2008). Die entsprechenden Korrelationsberechnungen erfolgten mit der Statistiksoftware *SPSS 17* bzw. *PASW 18*. Zur Überprüfung der Nullhypothese bzgl. des Unterschieds der Korrelationsmaße wurde das Excel-Programm *CorrComparer V 1.0* (Rauschnabel, 2009) eingesetzt. Die Korrelationskoeffizienten der Prädiktoren bezüglich der Kriterien werden in diesem Kapitel präsentiert. Die Interkorrelationen der Prädiktoren sind im Anhang in den Tabellen A.6.1 bis A.6.4 aufgeführt.

6.1 Prädiktoren und Kriterien

Die Interkorrelationen aller Prädiktoren und Kriterien können Tabelle 6.1 entnommen werden. Die Ergebnisse lassen sich wie folgt zusammenfassen: Zwischen den spezifischen Prädiktoren bestehen hohe Zusammenhänge. Dabei weist die korrelative Beziehung zwischen den spezifischen Prädiktoren *HaReT 1* und *Kalkulie 1* den höchsten Wert ($r = .77$) auf. Der hohe Beziehungszusammenhang der spezifischen Prädiktoren ist überraschend, da diese jeweils auf einem unterschiedlichen theoretischen Erklärungsansatz basieren. Ebenfalls hoch ist der Zusammenhang zwischen dem spezifischen Prädiktor *HAReT 1* und dem unspezifischen Prädiktor *CFT 1* ($r = .74$). Die Umrechnung der Korrelationsmaße in Fisher-Z und die anschließende Berechnung ergeben, dass der *HAReT 1* ($z = 2.42$) signifikant höher mit der Intelligenz korreliert als die beiden anderen spezifischen Prädiktoren *ERT 0+* und *Kalkulie 1*. Dieses Ergebnis ist nicht überraschend, da der Prädiktor *HaReT 1* Subtests einsetzt, wie sie auch bei Intelligenztests zu finden sind (siehe auch Unterkapitel 4.2.2). Der *HaReT 1* korreliert zudem am höchsten mit dem *DEMAT 1+* ($r = .61$). Dieses Ergebnis unterscheidet sich aber dabei nicht signifikant von den Korrelationswerten der Verfahren *Kalkulie 1* und *Schü-Bo 1* bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1.

Die spezifischen Prädiktoren und die Intelligenz korrelieren nur mittelhoch mit dem Lern- und Leistungsverhalten der beteiligten Schulkinder. Alle Prädiktoren weisen ebenfalls nur

mittelhohe Korrelationswerte mit den Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 auf. Am Ende der Klasse 2 ist der Beziehungszusammenhang der Prädiktoren mit den Mathematikleistungen sogar nur noch gering. Dieses Ergebnis war nach den bisher vorliegenden Erkenntnissen zur Abnahme des Einflusses der Intelligenz auf die Rechenleistungen zu erwarten. Alle Prädiktoren und spezifischen Kriterien korrelieren nur gering mit den Schriftsprachleistungen.

Tabelle 6.1

Korrelationskoeffizienten aller Prädiktoren und Kriterien¹

Verfahren	<i>HaReT 1</i>	<i>Kalkulie 1</i>	<i>CFT 1</i>	<i>SchüBo 1</i>	<i>DEMAT 1+</i>	<i>DEMAT 2+</i>	<i>DBL 1</i>
<i>ERT 0+</i>	.74**	.71**	.63**	.59**	.51**	.42**	.40**
<i>HaReT 1</i>		.77**	.74**	.57**	.61**	.45**	.35**
<i>Kalkulie 1</i>			.64**	.56**	.59**	.43**	.37**
<i>CFT 1</i>				.52**	.51**	.38*	.38**
<i>SchüBo 1</i>					.55**	.47**	.44**
<i>DEMAT 1+</i>						.57**	.44**
<i>DEMAT 2+</i>							.29**

Anmerkungen. ¹ = Korrelation nach Pearson, ** die Korrelation ist auf dem Niveau von 0.01 (2-seitig) signifikant.

6.2 Korrelationen von Subtests bzw. Items der Prädiktoren mit den spezifischen Kriterien

In den Tabellen 6.2 und 6.3 sind die Korrelationsmaße aller Subtests bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2 aufgeführt. Die Subtests der fünf prädiktiven Messverfahren korrelieren, bis auf zwei Subtests des *SchüBo 1*, nur sehr gering bis gering mit den Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 bzw. 2. Die höchsten Korrelationskoeffizienten bei den drei spezifischen Prädiktoren betreffen die Subtests aus dem Kontext *Zahlenwissen: Zahl-Menge-Zuordnung (ERT 0+)*, *Größere Zahlen erkennen (HaReT 1)* und *Weiterzählen (Kalkulie 1)*. Den geringsten Korrelationskoeffizienten weist beim *ERT 0+* der Subtest *Serialität* mit $r = .20$ bzw. $r = .16$ auf. Bei Aufgaben dieses Typs sollen unterschiedlich große geometrische Formen erkannt und als Muster weitergezeichnet werden. Diese geringen Korrelationskoeffizienten finden sich auch beim Prädiktor *HaReT 1* im Subtest *Größen vergleichen*. In Unterabschnitt 4.2.2.2 bereits erwähnt, beinhaltet der spezifische Prädiktor *HaReT 1*

Aufgaben, wie sie auch bei Intelligenztests zur Erfassung nonverbaler kognitiver Kompetenzen eingesetzt werden. Die Aussage von Lorenz (2007b, S. 11) „Der strukturähnliche Untertest [vergleichbar beim *HaReT* 1: Subtest 5 *Mosaik*] im HAWIK korreliert nach den Ergebnissen internationaler Untersuchungen der letzten 30 Jahre am höchsten mit der Mathematikleistung“ kann im Rahmen dieser Untersuchung (siehe Tabelle 6.2) nicht bestätigt werden. Die Aufgaben von Subtest 9 *Größere Zahl umkreisen* ($r = .46$), Subtest 2 *Eins-zu-Eins-Zuordnung* ($r = .45$) und Subtest 7 *Bilder ordnen* ($r = .43$) weisen eine höhere Korrelation mit den Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 auf als die des Subtest 5. Die durchgeführten Berechnungen ergeben, dass sich die Korrelationsmaße beim Vergleich der Prädiktoren mit dem spezifischen Kriterium am Ende der Klasse 1 trotz unterschiedlicher Messzahl nicht signifikant unterscheiden. Am Ende der Klasse 2 verfügt der Subtest 7 *Bilder ordnen* über den größten Zusammenhang mit den Rechenleistungen ($r = .41$). Die deutlich geringere Korrelation des Subtests *Größere Zahl erkennen* mit dem Kriterium *DEMAT 2+* kann damit erklärt werden, dass die Schülerinnen und Schüler zu diesem Zeitpunkt bereits im Zahlenraum bis 100 rechnen.

Tabelle 6.2

Korrelationskoeffizienten¹ der drei spezifischen Prädiktoren bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2

Prädiktor	Subtest	<i>DEMAT 1+</i>	<i>DEMAT 2+</i>
<i>ERT 0+</i>	<i>Seriation</i>	.31**	.24**
	<i>Serialität</i>	.20**	.16**
	<i>Auditiv/verbale Raumlage</i>	.32**	.27**
	<i>Mengenvergleich</i>	.41**	.31**
	<i>Seriation von Mengen</i>	.37**	.33**
	<i>Zahl-Menge-Zuordnung</i>	.45**	.22**
	<i>Zahlenvergleich</i>	.27**	.20**
	<i>Sachaufgaben</i>	.42**	.37**

Fortsetzung nächste Seite

Prädiktor	Subtest	DEMAT 1+	DEMAT 2+
<i>HaReT 1</i>	<i>Größen vergleichen</i>	.20**	.00**
	<i>Eins-zu-Eins-Zuordnung</i>	.45**	.30**
	<i>Suchbilder-Spiegelbilder und Drehungen</i>	.39**	.33**
	<i>Puzzle</i>	.40**	.35**
	<i>Mosaik</i>	.42**	.33**
	<i>Präpositionen</i>	.31**	.23**
	<i>Bilder ordnen</i>	.43**	.41**
	<i>Mengen vergleichen</i>	.33**	.15**
	<i>Größere Zahlen erkennen</i>	.46**	.18**
<i>Kalkulie 1</i>	<i>Kreise dazumalen</i>	.31**	.23**
	<i>Zählen</i>	.35**	.21**
	<i>Größer oder kleiner?</i>	.38**	.29**
	<i>Welches Bild passt?</i>	.27**	.12**
	<i>Punkte einkreisen</i>	.26**	.16**
	<i>Wie viele zusammen?</i>	.47**	.35**
	<i>Wie passt es</i>	.43**	.25**
	<i>Ergänzen</i>	.39**	.32**
	<i>Weiterzählen</i>	.48**	.32**

Anmerkungen. ¹ = Korrelation nach Pearson, ** die Korrelation ist auf dem Niveau $p < 0.001$ (2-seitig) signifikant.

Laut Tabelle 6.3 korrelieren die beiden Subtests des *SchüBo 1 Denken/Kognition* und *Arbeitsausführung* ($r = .51$) mit einem mittelhohen Korrelationsmaß am höchsten mit den spezifischen Kriterien. Dabei weist der Subtest *Denken/Kognition* des *SchüBo 1* das höchste Beziehungsmaß ($r = .53$) auf. Auch die Korrelation dieses Subtests mit den Rechenleistungen am Ende der Klasse 2 ist mit $r = .49$ signifikant höher als die Korrelationen der spezifischen Prädiktoren-Subtests. Diese Ergebnisse deuten auf einen großen Einfluss des Lern- und Leistungsverhaltens auf die Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2 hin.

Tabelle 6.3

Korrelationskoeffizienten¹ des Prädiktors *SchüBo 1* bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2

Prädiktor	Subtest	DEMAT 1+	DEMAT 2+
<i>SchüBo 1</i>	<i>Feinmotorik/Schreiben</i>	.37**	.28**
	<i>Grobmotorik</i>	.31**	.27**
	<i>Sprache</i>	.41**	.33**
	<i>Arbeitsausführung</i>	.51**	.45**
	<i>Denken/Kognition</i>	.53**	.49**
	<i>Sozialverhalten und Kooperation</i>	.24**	.18**
	<i>Konzentration und Kontrolle</i>	.45**	.31**
	<i>Stimmungen und Gefühle</i>	.24**	.22**
	<i>Beteiligung und Interesse</i>	.46**	.34**
	<i>Motivation und Leistungsbereitschaft</i>	.44**	.31**
	<i>Arbeitsorganisation und Verlässlichkeit</i>	.28**	.22**

Anmerkungen. ¹ = Korrelation nach Pearson, ** die Korrelation ist auf dem Niveau $p < 0.001$ (2-seitig) signifikant.

6.3 Korrelationen von Subtest-Skalen der Prädiktoren mit den spezifischen Kriterien

Die Korrelationen der Subtest-Skalen des *ERT 0+*, *CFT 1* und *SchüBo 1* sind in der Tabelle 6.4 aufgeführt. Die Subtestskalen *Leistungen und Fähigkeiten im Unterricht* und *Problematisches Verhalten im Unterricht/in der Schule* des *SchüBo 1* korrelieren von allen vorhandenen Subtest-Skalen am höchsten mit den spezifischen Kriterien. Die beiden erwähnten Subtest-Skalen unterscheiden sich bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 nicht signifikant. Für die Klasse 2 korreliert die Skala *Leistungen und Fähigkeiten im Unterricht* ($r = 1.97$) signifikant höher mit den Rechenleistungen als die Skala *Problematisches Verhalten im Unterricht/in der Schule*. Beim *ERT 0+* verfügen die drei Subtest-Skalen *Grundfähigkeiten*, *Mengen-Wissen* und *Zahlen-Wissen* nur über sehr geringe bis geringe Beziehungen zu den Rechenleistungen. Die Korrelationskoeffizienten unterscheiden sich nicht signifikant voneinander. Die beiden Subtest-Skalen *Beziehungsstiftendes Denken, Erkennen von Regelmäßigkeiten und Gesetzmäßigkeiten* und *Visuelle Wahrnehmungsgeschwindigkeit, visuelle Auf-*

merksamkeit, visumotorischer Entwicklungsstand des CFT 1 weisen auch nur geringe Korrelationswerte auf. Die Subtest-Skala *Beziehungsstiftendes Denken, Erkennen von Regelmäßigkeiten und Gesetzmäßigkeiten* ($r = 1.97$) korreliert aber signifikant höher mit den Rechenleistungen in der Klasse 1 als die Subtest-Skala *Visuelle Wahrnehmungsgeschwindigkeit, visuelle Aufmerksamkeit, visumotorischer Entwicklungsstand*. In der Klasse 2 unterscheiden sich die Korrelationskoeffizienten der beiden Subtest-Skalen nicht mehr signifikant.

Tabelle 6.4

Korrelationskoeffizienten¹ der Subtest-Skalen der Prädiktoren ERT 0+, CFT 1 und SchüBo 1 bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2

Prädiktor	Subtest-Skala	DEMAT 1+	DEMAT 2+
ERT 0+	Kognitive Grundfähigkeiten	.39**	.32**
	Mengen-Wissen	.46**	.39**
	Zahlen-Wissen	.46**	.34**
CFT 1	Visuelle Wahrnehmungsgeschwindigkeit, visuelle Aufmerksamkeit, visumotorischer Entwicklungsstand	.35**	.25**
	Beziehungsstiftendes Denken, Erkennen von Regelmäßigkeiten und Gesetzmäßigkeiten	.48**	.36**
SchüBo 1	Leistungen und Fähigkeiten im Unterricht	.54**	.47**
	Problematisches Verhalten im Unterricht/in der Schule	.46**	.34**

Anmerkungen. ¹ = Korrelation nach Pearson, ** die Korrelation ist auf dem Niveau $p < 0.001$ (2-seitig) signifikant.

Durch die Auspartialisierung einer Kontrollvariablen kann der Einfluss dieser Variablen auf eine andere Variable eliminiert werden. Diese Partialkorrelationen bilden so den wahren Beziehungszusammenhang zwischen den Prädiktoren und den Kriterien ab. Den Korrelationskoeffizienten in Tabelle 6.1 kann entnommen werden, dass alle Prädiktoren und Kriterien mit der Variablen *Intelligenz* signifikant korrelieren. Dadurch kann ein Einfluss der Intelligenz auf die Prädiktoren, Rechen- und Rechtschreibleistungen angenommen werden. Der wahre Beziehungszusammenhang der vier Prädiktoren ERT 0+, HaReT 1, Kalkulie 1 und SchüBo 1 mit den Kriterien DEMAT 1+ und DEMAT 2+ lässt sich dementsprechend durch

die Entfernung der kognitiven Anteile aus dem jeweiligen Beziehungszusammenhang bestimmen. Die Korrelationskoeffizienten der drei spezifischen Prädiktoren, des Lehrerurteils mit den Rechenleistungen unter Auspartialisierung der Kontrollvariablen *Intelligenz* sind in Tabelle 6.5 aufgeführt und das jeweilige Korrelationsmaß ohne Auspartialisierung in Klammern angegeben. Alle Prädiktoren weisen nach dem Auspartialisieren jeweils nur noch ein niedriges Korrelationsmaß ($p < 0.001$) auf. Der wahre Beziehungszusammenhang zwischen den Prädiktoren und den Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2 kann nur noch als gering ($r = .27$ bis $r = .40$) bezeichnet werden. Die Korrelationen der Prädiktoren unterscheiden sich dabei nicht signifikant. Diesen Ergebnissen zufolge zeigt sich der starke Einfluss der Intelligenz auf die Rechenleistungen in der Klasse 1. Die Korrelationsmaße sinken dort nach dem Auspartialisieren um einen Betrag von bis zu 26 Korrelationspunkten. In der Klasse 2 ist die Abnahme der Korrelationswerte der Prädiktoren nach der Auspartialisierung der Kontrollvariablen *Intelligenz* deutlich geringer, weil in dieser Klassenstufe der Einfluss der Intelligenz auf die Rechenleistungen abnimmt.

Tabelle 6.5

Partialkorrelationskoeffizienten¹ der drei spezifischen Prädiktoren und des Lehrerurteils bezüglich der Rechenleistungen unter Auspartialisierung der Kontrollvariablen Intelligenz

Prädiktor	DEMAT 1+	DEMAT 2+
ERT 0+	.29** (.51**) ²	.27** (.42**) ²
HaReT 1	.39** (.61**) ²	.27** (.45**) ²
Kalkulie 1	.40** (.59**) ²	.28** (.43**) ²
SchüBo 1	.39** (.55**) ²	.36** (.47**) ²

Anmerkungen. ¹ = Korrelation nach Pearson, ** die Korrelation ist auf dem Niveau $p < 0.001$ (2-seitig) signifikant,

² = Korrelationsmaß ohne Auspartialisierung.

7. Explorative Faktorenanalyse

Die explorative Faktorenanalyse ist ein multivariates Verfahren zur Reduzierung multidimensionaler Daten. Mit dieser Analyse kann geklärt werden, ob und inwieweit „Variablen gemäß ihrer korrelativen Beziehungen in voneinander unabhängige[n] Gruppen klassifiziert

werden“ können (Bortz, 2005, S. 512). Diese Klassifizierung hilft bei der Modell-Modulierung für die Erklärung der wechselseitigen Beziehungen der eingesetzten Variablen. Zum einen gilt es „herauszufinden, wie viele Faktoren benötigt werden, um die Zusammenhänge zwischen den beobachteten Variablen zu erklären. Zum anderen ist von Interesse, wie die Faktoren inhaltlich zu interpretieren sind, d. h. welche Konstrukte sie repräsentieren“ (Eid, Gollwitzer und Schmitt, 2010, S. 893). Voneinander unabhängige Gruppen werden als Faktoren bezeichnet. Als eine Methode der explorativen Faktorenanalyse findet die Hauptkomponentenanalyse ihre Anwendung, so dass die Begriffe *Faktor* und *Hauptkomponente* synonym verwendet werden.

Eine Hauptkomponentenanalyse (*Principal Component Analysis - PCA*) durchläuft mehrere Analyseschritte:

- (1) Feststellung des Maßes der Stichprobeneignung mit dem *Kaiser-Meyer-Olkin-Test* (KMO-Test), auch als „measure of sampling adequacy“ (MSA) bezeichnet. „Das MSA-Kriterium erlaubt sowohl eine Beurteilung der Korrelationsmatrix insgesamt als auch einzelner Variablen“ (Backhaus, Erichson, Plinke & Weiber, 2008, S. 336). Zur Feststellung der Datengüte umfasst das Maß der Stichprobeneignung einen Wertebereich mit Abstufungen zwischen 0 und 1: $< .5$ = „untragbar“, $\geq .5$ = „kläglich“, $\geq .6$ = „mittelmäßig“, $\geq .7$ = „ziemlich gut“, $\geq .8$ = „verdienstvoll“, $\geq .9$ = „erstaunlich“ (Backhaus et al., 2008, S. 336.).
- (2) Festlegung der Anzahl-Bestimmung der Hauptkomponenten
- (3) Interpretation der Hauptkomponenten
- (4) Weitere Datenverwendung der Hauptkomponentenanalyse für Feinanalysen. Bei der Durchführung der Hauptkomponentenanalyse sind zudem Konventionen zu beachten, auf die in den folgenden Abschnitten Bezug genommen wird. Die Berechnungen zur explorativen Faktorenanalyse erfolgten mit der Statistiksoftware *SPSS* (Statistical Package for the Social Sciences) Version 17 und *PASW* (Predictive Analysis SoftWare) Version 18.

7.1 Datenreduzierung

In der vorliegenden Forschungsarbeit beinhalten die fünf Prädiktoren 39 Subtests mit insgesamt 240 Items. Zur Datenanalyse wurden alle Subtests der eingesetzten Prädiktoren verwendet. Die daraus generierten Daten waren für die Hauptkomponentenanalyse geeignet,

denn das Maß der Stichprobeneignung (KMO-Test) ergab den Wert von .929 („erstaunlich“). Inwieweit die Varianz der einzelnen Variablen durch alle Komponenten erfasst wird, beziehungsweise inwieweit die einzelne Variable in Zusammenhang mit den anderen Variablen steht, wird durch die Kommunalitäten repräsentiert. Die spezifische Kommunalität jeder eingesetzten Variablen ist in der Tabelle 7.1 aufgeführt. Alle 39 Variablen verfügen über eine nicht zu niedrige Kommunalität, so dass sie in die Hauptkomponentenanalyse übernommen wurden. Am höchsten von allen Komponenten wurde die Variable *Motivation und Leistungsbereitschaft* (.812) des *SchüBo 1* erfasst, gefolgt von den Variablen *Arbeitsausführung* (.795) und *Konzentration und Kontrolle* (.786). Die größte Repräsentation der Subtests der spezifischen Prädiktoren erfolgte durch die Variable *Serialität* (.725) des *ERT 0+*.

Tabelle 7.1

Kommunalitäten der 39 Variablen

Prädiktor	Subtest	Anfänglich	Extraktion
<i>ERT 0+</i>	<i>Seriation</i>	1.000	.552
	<i>Serialität</i>	1.000	.725
	<i>Auditiv/verbale Raumlage</i>	1.000	.573
	<i>Mengenvergleich</i>	1.000	.455
	<i>Seriation von Mengen</i>	1.000	.574
	<i>Zahl-Menge-Zuordnung</i>	1.000	.473
	<i>Zahlenvergleich</i>	1.000	.566
	<i>Sachaufgaben</i>	1.000	.608
<i>HaReT 1</i>	<i>Größen vergleichen</i>	1.000	.469
	<i>Eins-zu-Eins-Zuordnung</i>	1.000	.502
	<i>Suchbilder-Spiegelbilder und Drehungen</i>	1.000	.545
	<i>Puzzle</i>	1.000	.614
	<i>Mosaik</i>	1.000	.571
	<i>Präpositionen</i>	1.000	.546
	<i>Bilder ordnen</i>	1.000	.574
	<i>Mengen vergleichen</i>	1.000	.679
	<i>Größere Zahlen erkennen</i>	1.000	.543

Fortsetzung nächste Seite

Prädiktor	Subtest	Anfänglich	Extraktion
<i>Kalkulie 1</i>	<i>Kreise dazumalen</i>	1.000	.472
	<i>Zählen</i>	1.000	.360
	<i>Größer oder kleiner?</i>	1.000	.572
	<i>Welches Bild passt?</i>	1.000	.508
	<i>Punkte einkreisen</i>	1.000	.549
	<i>Wie viele zusammen?</i>	1.000	.471
	<i>Wie passt es</i>	1.000	.488
	<i>Ergänzen</i>	1.000	.657
	<i>Weiterzählen</i>	1.000	.583
<i>CFT 1</i>	<i>Visuelle Wahrnehmungsgeschwindigkeit, visuelle Aufmerksamkeit, visumotorischer Entwicklungsstand</i>	1.000	.480
	<i>Beziehungsstiftendes Denken, Erkennen von Regelmäßigkeiten und Gesetzmäßigkeiten</i>	1.000	.660
<i>SchüBo 1</i>	<i>Feinmotorik/Schreiben</i>	1.000	.617
	<i>Grobmotorik</i>	1.000	.447
	<i>Sprache</i>	1,000	.681
	<i>Arbeitsausführung</i>	1.000	.795
	<i>Denken/Kognition</i>	1.000	.766
	<i>Sozialverhalten und Kooperation</i>	1.000	.722
	<i>Konzentration und Kontrolle</i>	1.000	.786
	<i>Stimmungen und Gefühle</i>	1.000	.492
	<i>Beteiligung und Interesse</i>	1.000	.775
	<i>Motivation und Leistungsbereitschaft</i>	1.000	.812
<i>Arbeitsorganisation und Verlässlichkeit</i>	1.000	.618	

Anmerkung. Extraktionsmethode: Hauptkomponentenanalyse.

Zur Festlegung der Anzahl der Hauptkomponenten benennen Backhaus et al. (2008) und Hatzinger und Nagel (2009) drei Konventionen, die im Folgenden erläutert und die bei der hier vorliegende Faktorenanalyse berücksichtigt werden. Konvention 1: Ein Eigenwert unter 1 bedeutet, dass diese Komponente nicht in die Analyse übernommen wird, da sie „nur wenig zur Erklärung der Gesamtstreuung“ *beiträgt* (Hatzinger & Nagel, 2009, S. 300). Als Ausschlussgründe führen die Autoren an: „Die Anzahl der Items in dieser Gruppe [Komponente] ist klein, die Korrelationen der Items untereinander sind relativ gering und die Korrelationen zu Items anderer Gruppen [Komponenten] sind relativ hoch“ (Hatzinger & Nagel, 2009, S. 300).

Insgesamt wurden in dieser Faktorenanalyse in einem ersten Schritt acht Hauptkomponenten aufgenommen, die 58.66% zur Varianzerklärung beitragen. Der Tabelle 7.2 kann entnommen werden, dass zwei Hauptkomponenten insgesamt 40.47% Varianz erklären, während die restlichen sechs Hauptkomponenten nur knapp über dem Eigenwertkriterium von 1 liegen.

Tabelle 7.2

Eigenwerte und Varianzanteile der bedeutsamsten Hauptkomponenten

Komponente	Anfängliche Eigenwerte		
	Eigenwert	% der Varianz	Kumulierte %
1	12.79	32.79	32.79
2	3.00	7.68	40.47
3	1.45	3.72	44.19
4	1.24	3.17	47.36
5	1.20	3.09	50.45
6	1.11	2.85	53.30
7	1.07	2.75	56.04
8	1.02	2.62	58.66

Anmerkung. Die Zahlenwerte sind auf zwei Dezimalstellen gerundet.

Das Eigenwert-Kriterium ist nicht unumstritten (Eid et al., 2010) und stellt nicht die einzige Möglichkeit der Hauptkomponenten-Bestimmung dar. Mit dem *Scree-Test* (Cattell, 1966) steht ein weiteres Verfahren zur Verfügung. Die Hauptkomponenten werden nach ihrem Eigenwert grafisch repräsentiert. Die Abbildung 7.1 zeigt eine entsprechende Darstellung mit den Daten der aktuellen Faktorenanalyse.

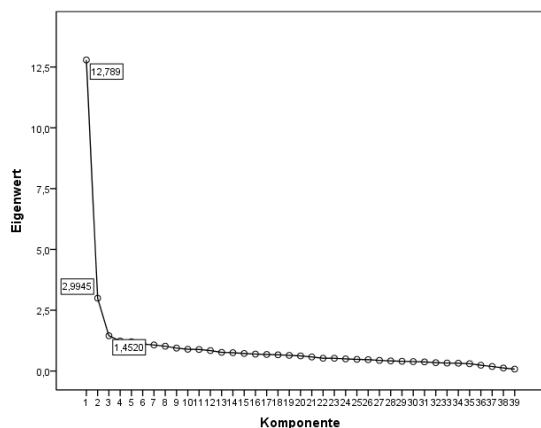


Abbildung 7.1. Eigenwertdiagramm des Scree-Tests der 39 Variablen.

Konvention 2: Zur Festlegung der Anzahl-Bestimmung der Hauptkomponenten kommen diejenigen Komponenten in Frage, die sich in der grafischen Darstellung links des „Knickes“ befinden. In Abbildung 7.2 ist dies der Eigenwert von 1.4520. Wie für das Eigenwert-Kriterium gilt beim Scree-Test, „dass sie [Eigenwert-Kriterium und Scree-Test] nur als grobe Orientierungshilfe betrachtet werden sollten“ (Hatzinger & Nagel, 2009, S. 302). Daher ist die Anzahl-Bestimmung immer einem Abwägungsprozess unterworfen.

In dieser Faktorenanalyse werden daher die ersten drei Hauptkomponenten als relevant für die Varianzerklärung angesehen. Sie repräsentieren immerhin insgesamt 44.19% der Gesamtvarianz. Zusätzlich zur Bestimmung der Hauptkomponenten werden die Komponentenladungen analysiert. Die Komponentenladung zeigt an, wie hoch jede Variable auf die betreffende Komponente lädt. Hatzinger und Nagel (2009) geben die folgenden Richtwerte als Kriterium für die Brauchbarkeit der einzelnen Variablen an: $< .30$ = sehr dürftig, $.30$ bis $.49$ = dürftig, $.50$ bis $.69$ = hoch, $> .70$ = sehr hoch. Aus dieser Brauchbarkeitsklassifikation der Ladungsgrößen (siehe auch MSA-Kriterium) wird die Konvention 3 der Faktorenanalyse gebildet: Es werden nur Faktorladungen mit einem Ladungswert $> .50$ in die Analyse einbezogen (Backhaus et al, 2008; Hatzinger & Nagel, 2009).

Zur Optimierung der Interpretationsfähigkeit erfolgt bei der Hauptkomponentenanalyse noch die Anwendung einer Rotations-Methode. Bei diesem Verfahren erfolgt zu Zuordnung der erklärenden Variablen zu den Achsen in einem zwei- oder dreidimensionalen Raum. Die

Tabelle 7.3 zeigt die Werte der Hauptkomponentenanalyse, unter Beachtung der vorher erwähnten Konventionen und unter Einbeziehung der Rotations-Methode *Varimax*. Zudem wurden die Variablen nach der Höhe der jeweiligen Faktorladung sortiert.

Tabelle 7.3

Hauptkomponentenanalyse mit Varimax-Rotation

Prädiktor	Subtestbedeutung	Komponente		
		1	2	3
<i>HaReT 1</i>	<i>Visuelle Diskriminationsfähigkeit und Raum-Lage-Beziehung</i>	.704		
<i>CFT 1</i>	<i>Beziehungsstiftendes Denken, Erkennen von Regelmäßigkeiten und Gesetzmäßigkeiten</i>	.670		
<i>HaReT 1</i>	<i>Visuelle Gliederung, Raum-Lage und Vorstellungsfähigkeit</i>	.629		
<i>CFT 1</i>	<i>Visuelle Wahrnehmungsgeschwindigkeit, visuelle Aufmerksamkeit, visumotorischer Entwicklungsstand</i>	.584		
<i>HaReT 1</i>	<i>Visuelle Diskrimination und Vorstellung</i>	.564		
<i>Kalkulie 1</i>	<i>Teile-Ganzes-Konzept und Situationssequenzen (pränumerisch)</i>	.548		
<i>ERT 0+</i>	<i>Seriation (richtige Reihenfolge) von Größen</i>	.546		
<i>ERT 0+</i>	<i>Seriation (richtige Reihenfolge) von Mengen</i>	.526		
<i>HaReT 1</i>	<i>Seriation von visuell dargebotenen Reizen</i>	.504		
<i>SchüBo 1</i>	<i>Motivation und Leistungsbereitschaft</i>		.790	
<i>SchüBo 1</i>	<i>Konzentration und Kontrolle</i>		.783	
<i>SchüBo 1</i>	<i>Sozialverhalten und Kooperation</i>		.778	
<i>SchüBo 1</i>	<i>Arbeitsorganisation und Verlässlichkeit</i>		.733	
<i>SchüBo 1</i>	<i>Beteiligung und Interesse</i>		.703	
<i>SchüBo 1</i>	<i>Arbeitsausführung</i>		.648	
<i>SchüBo 1</i>	<i>Feinmotorik/Schreiben</i>		.564	
<i>SchüBo 1</i>	<i>Stimmungen und Gefühle</i>		.557	

Fortsetzung nächste Seite

Prädiktor	Subtestbedeutung	Komponente		
		1	2	3
<i>Kalkulie 1</i>	<i>Zahlvergleich (größer - kleiner)</i>			.667
<i>ERT 0+</i>	<i>Größer-Kleiner-Beziehung bei Zahlen, Verstehen des Dezimalsystems</i>			.586
<i>ERT 0+</i>	<i>Sachaufgaben: Additive Operationen</i>			.537
<i>Kalkulie 1</i>	<i>Zählzahl und Anzahl, Punktmengen und Zahlen</i>			.528
<i>ERT 0+</i>	<i>Größer-Kleiner-Beziehung bei Zahlen, Verstehen des Dezimalsystems</i>			.586
<i>ERT 0+</i>	<i>Sachaufgaben: Additive Operationen</i>			.537
<i>Kalkulie 1</i>	<i>Zählzahl und Anzahl, Punktmengen und Zahlen</i>			.528
<i>Kalkulie 1</i>	<i>Zählen-Zahlwortsequenz</i>			.509
<i>ERT 0+</i>	<i>Zahl-Menge-Zuordnung</i>			.504

Anmerkung. Die Rotation ist in 11 Iterationen konvergiert.

7.2 Faktoreninterpretation

Die Datenreduzierung der 39 Variablen erbrachte die Extraktion von drei Hauptkomponenten mit insgesamt 23 hoch bis sehr hoch positiv erklärenden Variablen. Diese Hauptkomponenten lassen sich wie folgt klassifizieren:

(1) Hauptkomponente 1: *Pränumerische Basisfertigkeiten und kognitive Fähigkeiten*

Auf diese Hauptkomponente laden Variablen, die das visuelle Operieren, wie z. B. die visuelle Diskriminationsfähigkeit und kognitive Verarbeitungsprozesse repräsentieren. Letzteres zeigt sich an den hohen Ladungen der beiden *CFT I*-Subtests.

(2) Hauptkomponente 2: *Leistungen/Fähigkeiten und Verhalten im Unterricht/in der Schule*

Alle sechs Subtests des *SchüBo I*, die für die Beschreibung des Schülerverhaltens im Unterricht/in der Schule eingesetzt wurden, laden auf die zweite Hauptkomponente. Fünf dieser sechs Variablen sogar mit sehr hohen Ladungen.

(3) Hauptkomponente 3: *Zähl- /Zahl- und Mengenfertigkeiten*

Auf diese Komponente laden nur Subtests des *ERT 0+* und *Kalkulie 1*. Am höchsten lädt die Variable, deren Items einen Entscheid verlangen, welche Zahl im Zahlenraum bis 20 kleiner oder größer ist.

Die Hauptkomponente *Pränumerische Basisfertigkeiten und kognitive Fähigkeiten* erklärt 32.79% der Gesamtvarianz. *Leistungen/Fähigkeiten und Verhalten im Unterricht/in der Schule* weitere 7.68% und *Zähl- /Zahl- und Mengenfertigkeiten* noch 3.72%. Insgesamt erklären diese drei Faktoren 44.19% der Gesamtvarianz.

7.3 Rechnen mit Komponentenwerten

Die extrahierten Hauptkomponenten „haben die Bedeutung von neuen Variablen“ und können als „Komponentenwerte oder Komponentenscores“ (Hatzinger & Nagel, 2009, S. 316) zur weiteren Analyse verwendet werden. Untersucht wird im Folgenden, ob bei den drei Hauptkomponenten Mittelwertunterschiede bezüglich des Geschlechts, des Alters und der Nationalität bzw. Herkunftssprache bestehen.

7.3.1 Geschlecht

Geschlechtsspezifische Mittelwertunterschiede bestehen allenfalls bei der Hauptkomponente *Pränumerische Basisfertigkeiten und kognitive Fähigkeiten* (siehe Tabelle 7.4). Allerdings bewegt sich die Signifikanz des T-Tests für die Mittelwertgleichheit im kritischen Bereich. Bei diesem Faktor scheinen die Mädchen höhere Fertigkeiten als die Jungen aufzuweisen.

Tabelle 7.4

Mittelwertunterschiede: Geschlecht

Hauptkomponente	Geschlecht	<i>N</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>t</i>	<i>p</i>
<i>Pränumerische Basisfertigkeiten und kognitive Fähigkeiten</i>	Jungen	171	-.10	1.06	2.0 (316)	.050
	Mädchen	147	.12	.92		
<i>Leistungen/Fähigkeiten und Verhalten im Unterricht/in der Schule</i>	Jungen	171	-.05	1.01	1.0 (316)	.322
	Mädchen	147	.06	.99		
<i>Zähl- /Zahl- und Mengenfertigkeiten</i>	Jungen	171	-.06	1.09	1.1 (315.082) ¹	.283
	Mädchen	147	.06	.89		

Anmerkungen. Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha = .05$; *N* = Anzahl der Schulkinder, *M* = Mittelwert, *SD* = Standardabweichung, *t* = t-Wert; *p* = Signifikanz, ¹ = Varianzenheterogenität.

7.3.2 Alter

Die große Altersbandbreite der Untersuchungskohorte wurde mehrfach thematisiert. Aufgrund der geringen Anzahl von Schulkindern im Alter von 5;7 - 5;11 Jahren wird eine Korrelationsanalyse nach Pearson durchgeführt. Wie in Tabelle 7.5 aufgeführt, besteht aber kein altersspezifisch signifikanter Unterschied zwischen den drei Altersgruppen hinsichtlich einer der drei Komponentenwerte.

Tabelle 7.5

Korrelationen¹ der drei Altersstufen mit den Hauptkomponenten

Hauptkomponente	Alter in Jahren	<i>N</i>	Korrelation	<i>p</i>
<i>Pränumerische Basisfertigkeiten und kognitive Fähigkeiten</i>	5;7 - 5;11	5	.03	.606
	6;0 - 6;11	256	-.09	.124
	7;0 - 8;0	57	-.08	.150
<i>Leistungen/Fähigkeiten und Verhalten im Unterricht/in der Schule</i>	5;7 - 5;11	5	.02	.730
	6;0 - 6;11	256	.07	.245
	7;0 - 8;0	57	-.08	.171
<i>Zähl-/Zahl- und Mengenfertigkeiten</i>	5;7 - 5;11	5	.01	.907
	6;0 - 6;11	256	-.04	.451
	7;0 - 8;0	57	.05	.389

Anmerkungen. ¹ = Korrelation nach Pearson mit zweiseitiger Signifikanz; *N* = Anzahl der Schulkinder, *p* = Signifikanz.

7.3.3 Nationalität und Herkunftssprache

Bei den Ergebnissen hinsichtlich der Nationalität (siehe Tabelle 7.6) finden sich bei zwei der drei Komponentenwerte signifikante bis hochsignifikante Mittelwertunterschiede. Keine Unterschiede bestehen bei der Hauptkomponente *Leistungen/Fähigkeiten und Verhalten im Unterricht/in der Schule*. Die Schulkinder mit nicht-deutscher Nationalität schneiden signifikant ($t(17.863) = 3.746$, $p < .05$) schlechter bei den *Pränumerische Basisfertigkeiten und kognitive Fähigkeiten* und hochsignifikant ($t(14.447) = 2.276$, $p < .05$) schlechter bei den *Zähl-/Zahl- und Mengenfertigkeiten* ab als Schulkinder mit deutscher Nationalität. Diese Ergebnisse hinsichtlich der Variablen *Nationalität* bestätigen sich, wenn zusätzlich die Vari-

able *Herkunftssprache* in diesen Mittelwertvergleich einbezogen wird (siehe Tabelle 7.7). Auch dort erzielen Schulkinder mit nicht-deutscher Herkunftssprache schlechtere Werte bei den Hauptkomponenten 1 und 3. Schulkinder mit nicht-deutscher Nationalität bzw. Herkunftssprache verfügen demnach signifikant über weniger Kompetenzen bei den *Pränumerische Basisfertigkeiten und kognitive Fähigkeiten* und *Zähl- /Zahl- und Mengenfertigkeiten*, die als wichtig für den Rechnerwerb beschrieben werden (z. B. Kaufmann, 2003; Lorenz, 2005a; Krajewski, 2008).

Tabelle 7.6

Mittelwertunterschiede: Nationalität

Hauptkomponente	Nationalität	<i>N</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>t</i>	<i>p</i>																			
<i>Pränumerische Basisfertigkeiten und kognitive Fähigkeiten</i>	nicht-deutsch	15	-.61	.62	3.8 (17.856) ¹	.002																			
	deutsch	303	.30	1.0			<i>Leistungen/Fähigkeiten und Verhalten im Unterricht/in der Schule</i>	nicht-deutsch	15	-.06	1.0	-3.0 (316)	.800	deutsch	303	.00	1.0	<i>Zähl- /Zahl- und Mengenfertigkeiten</i>	nicht-deutsch	15	-.91	1.6	2.3 (14.477) ¹	.004	deutsch
<i>Leistungen/Fähigkeiten und Verhalten im Unterricht/in der Schule</i>	nicht-deutsch	15	-.06	1.0	-3.0 (316)	.800																			
	deutsch	303	.00	1.0			<i>Zähl- /Zahl- und Mengenfertigkeiten</i>	nicht-deutsch	15	-.91	1.6	2.3 (14.477) ¹	.004	deutsch	303	.05	.94								
<i>Zähl- /Zahl- und Mengenfertigkeiten</i>	nicht-deutsch	15	-.91	1.6	2.3 (14.477) ¹	.004																			
	deutsch	303	.05	.94																					

Anmerkungen. Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha = .05$; *N* = Anzahl der Schulkinder, *M* = Mittelwert, *SD* = Standardabweichung, *t* = t-Wert; *p* = Signifikanz, ¹ = Varianzenheterogenität.

Tabelle 7.7

Mittelwertunterschiede: Herkunftssprache

Hauptkomponente	Herkunftssprache	<i>N</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>t</i>	<i>p</i>																			
<i>Pränumerische Basisfertigkeiten und kognitive Fähigkeiten</i>	nicht-deutsch	33	-.38	.85	2.4 (316)	.019																			
	deutsch	285	.04	1.0			<i>Leistungen/Fähigkeiten und Verhalten im Unterricht/in der Schule</i>	nicht-deutsch	33	.15	.77	-.9 (316)	.375	deutsch	285	.02	1.0	<i>Zähl- /Zahl- und Mengenfertigkeiten</i>	nicht-deutsch	33	-.69	1.5	2.9 (34.573) ¹	.007	deutsch
<i>Leistungen/Fähigkeiten und Verhalten im Unterricht/in der Schule</i>	nicht-deutsch	33	.15	.77	-.9 (316)	.375																			
	deutsch	285	.02	1.0			<i>Zähl- /Zahl- und Mengenfertigkeiten</i>	nicht-deutsch	33	-.69	1.5	2.9 (34.573) ¹	.007	deutsch	285	.08	.89								
<i>Zähl- /Zahl- und Mengenfertigkeiten</i>	nicht-deutsch	33	-.69	1.5	2.9 (34.573) ¹	.007																			
	deutsch	285	.08	.89																					

Anmerkungen. Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha = .05$; *N* = Anzahl der Schulkinder, *M* = Mittelwert, *SD* = Standardabweichung, *t* = t-Wert, *p* = Signifikanz, ¹ = Varianzenheterogenität.

8. Regressionsanalyse

Die Regressionsanalyse untersucht die Zusammenhänge zwischen den erklärenden Variablen (Prädiktoren) und den abhängigen Variablen (Kriterien) und „ist eines der flexibelsten und am häufigsten eingesetzten statistischen Analyseverfahren“ (Backhaus, Erichson, Plinke & Weiber, 2008, S. 52). Im Unterschied zur einfachen Korrelationsanalyse, deren Ergebnisse in Kapitel 6 dargestellt wurden, generiert die Regressionsanalyse gesichertere Hinweise auf mögliche Kausalitäten. Mit Ergebnissen der Regressionsanalyse lässt sich der Erklärungsbeitrag der Prädiktoren hinsichtlich der Kriterien modellieren. Bedingt durch die unterschiedliche, inhaltliche Konstruktion der drei spezifischen Prädiktoren sowie den zusätzlichen Einsatz unspezifischer Prädiktoren wie *Intelligenz* und *Lehrerurteil* sollen die folgenden Hauptfragestellungen untersucht werden:

- (1) *Wie hoch ist der Erklärungsbeitrag der am Messzeitpunkt 1 eingesetzten spezifischen Prädiktoren hinsichtlich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2?*
- (2) *Welchen zusätzlichen Beitrag an Varianzaufklärung leisten die unspezifischen Prädiktoren zur Erklärung der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2?*
- (3) *Inwieweit tragen die eingesetzten Prädiktoren zur Erklärung der Schriftsprachleistungen am Ende der Klasse 1 bei?*
- (3) *Welchen erklärenden Beitrag leisten die in der Faktorenanalyse identifizierten latenten Variablen?*

Des Weiteren wird näher betrachtet, welchen erklärenden Beitrag die in der Faktorenanalyse identifizierten latenten Variablen *Pränumerische Basisfertigkeiten und kognitive Fähigkeiten, Leistungen/Fähigkeiten und Verhalten im Unterricht/in der Schule* und *Zähl- /Zahl- und Mengenfertigkeiten* leisten. Auf der Ebene der Subtests der einzelnen spezifischen Prädiktoren erfolgt zudem die Begutachtung, welche Variablen aus den Kontexten *Kognitive Basisfertigkeiten, Mengenwissen, Zahlenwissen* und *Sachaufgaben* am höchsten die Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2 erklären.

In den folgenden Unterkapiteln werden verschiedene Regressionsmodelle präsentiert, die sich aus den oben angeführten Fragestellungen ergeben. Die Ergebnisse der Regressionsberechnung mit dem Statistikverfahren *PASW* sind in den Tabellen 8.1 bis 8.6 aufgeführt.

8.1 Regressionsmodell-Berechnung

Die Regressionsanalyse erlaubt unterschiedliche, bedarfsorientierte Analyseschritte an. Ein Verfahren ist die *Multiple Lineare Regression* (MLR). Sie bietet mehrere Vorgehensmethoden an. Bei SPSS ist das Analyse-Vorgehen *Einschluss* zur Variablen-Selektion standardmäßig eingestellt. Bühner und Ziegler (2009) empfehlen den Einsatz dieser Methode. „Die Methoden „Vorwärts“, „Rückwärts“ und „Schrittweise“ haben viele Nachteile und sind deshalb nicht zu empfehlen“ (Bühner & Ziegler, 2009, S. 684). Die entstehenden Regressionsmodelle wurden mit Durbin-Watson-Test auf Autokorrelation (Bühl, 2008) bzw. dem Test auf Multikollinearität (Backhaus, Erichson, Plinke & Weiber, 2008) untersucht. Für die entsprechenden Regressionsberechnungen fanden die Statistiksoftware *SPSS 17* bzw. *PASW 18* und der Software *XLSTAT 2009*, 2010 und 2011 der Firma Addinsoft ihre Anwendung. Die Berechnung der Effektstärke zwischen zwei Modellen erfolgt mit dem PC-Programm *G*Power 3.0* (Faul, Erdfelder, Lang & Buchner, 2007).

8.1.1 Erklärung der Rechenleistungen durch die drei spezifischen Prädiktoren

Beim Vergleich der Vorhersage der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 durch die drei spezifischen Prädiktoren weist das Verfahren *HaReT 1* mit 37% die höchste Varianzerklärung auf. An zweiter Stelle folgt das Messverfahren *Kalkulie 1* mit 34%. Den geringsten Prozentsatz an Varianzerklärung leistet mit 26% der *ERT 0+*. Dieses Ergebnis ist bemerkenswert, da der *ERT 0+* als einziger spezifischer Prädiktor explizit Aufgaben zu allen Kontexten des Rechenerwerbs (kognitive Grundfähigkeiten, Mengen- und Zahlenwissen und Sachrechnen) in sein Gesamttest-Portfolio aufgenommen hat. Diese breite Aufgabenstreuung liefert also keinen höheren Erklärungswert bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2. Werden die Erklärungsbeiträge der Rechenleistungen am Ende der Klasse 2 hinzugezogen, so klären alle drei spezifischen Prädiktoren im Vergleich zur Klasse 1 weniger Varianz auf. Auch für die Klasse 2 leistet der *HaReT 1* mit 20% den höchsten Erklärungsbeitrag. *Kalkulie 1* mit 19% bzw. der *ERT 0+* mit 18% klären wiederum wie in der Klasse 1 weniger Varianz auf. Allerdings unterscheiden sich die Messergebnisse der einzelnen Beiträge bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 2 deutlich geringer im Vergleich zur Klasse 1.

Tabelle 8.1

Ergebnisse der Regressionsanalyse zur Beitragserklärung des spezifischen Prädiktors ERT 0+, der Intelligenz und des Lehrerurteils bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1

Modell	Prädiktor	Korrigiertes R-Quadrat ¹	Σ Korrigiertes R-Quadrat	Beta ²	F	Signifikanz	Änderung in F	Signifikanz	Konditionsindex ³	Effektstärke ⁴
1	ERT 0+	.26		.51	111.910	<.0001			8.7	
2	ERT 0+	.26	.26	.32	74.012	<.0001	26.866	<.0001	17.6	0.06
	Intelligenz ⁵	.06	.32	.31						
3	ERT 0+	.26	.26	.17	65.980	<.0001	34.176	<.0001	25.6	0.08
	Intelligenz	.06	.32	.23						
	Lehrerurteil ⁶	.07	.39	.33						

Anmerkungen. F = F-Test, ¹ = Bestimmtheitsmaß, ² = standardisierter Regressionskoeffizient, ³ = Maß für Multikollinearität, ⁴ = Maß für die Relevanz zusätzlicher Aufklärungsleistung durch die Hinzunahme weiterer Prädiktoren, ⁵ = Messinstrument CFT I, ⁶ = Messinstrument SchüBo I.

Tabelle 8.2

Ergebnisse der Regressionsanalyse zur Beitragserklärung des spezifischen Prädiktors ERT 0+, der Intelligenz und des Lehrerurteils bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 2

Modell	Prädiktor	Korrigiertes R-Quadrat ¹	Σ Korrigiertes R-Quadrat	Beta ²	F	Signifikanz	Änderung in F	Signifikanz	Konditionsindex ³	Effektstärke ⁴
1	ERT 0+	.18		.42	60.468	<.0001			9.9	
2	ERT 0+	.18	.18	.30	36.538	<.0001	10.546	<.001	12.0	0.03
	Intelligenz ⁵	.03	.21	.21					18.2	
3	ERT 0+	.18	.18	.17	34.832	<.0001	25.106	<.0001	13.4	0.08
	Intelligenz	.03	.21	.15					20.0	
	Lehrerurteil ⁶	.07	.28	.31					29.3	

Anmerkungen. F = F-Test, ¹ = Bestimmtheitsmaß, ² = standardisierter Regressionskoeffizient, ³ = Maß für Multikollinearität, ⁴ = Maß für die Relevanz zusätzlicher Aufklärungsleistung durch die Hinzunahme weiterer Prädiktoren, ⁵ = Messinstrument CFT 1, ⁶ = Messinstrument SchüBo 1.

Tabelle 8.3

Ergebnisse der Regressionsanalyse zur Beitragserklärung des spezifischen Prädiktors HaReT 1, der Intelligenz und des Lehrerurteils bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1

Modell	Prädiktor	Korrigiertes R-Quadrat ¹	Σ Korrigiertes R-Quadrat	Beta ²	F	Signifikanz	Änderung in F	Signifikanz	Konditionsindex ³	Effektstärke ⁴
1	HaReT 1	.37		.61	181.484	<.0001			8.1	
2	HaReT 1	.37	.37	.50	94.094	<.0001	4.619	<.05	9.9	0.01
	Intelligenz ⁵	.01	.38	.14					20.2	
3	HaReT 1	.37	.37	.37	78.967	<.0001	30.726	<.0001	11.0	0.06
	Intelligenz	.01	.38	.09					21.5	
	Lehrerurteil ⁶	.06	.44	.29					26.5	

Anmerkungen. F = F-Test, ¹ = Bestimmtheitsmaß, ² = standardisierter Regressionskoeffizient, ³ = Maß für Multikollinearität, ⁴ = Maß für die Relevanz zusätzlicher Aufklärungsleistung durch die Hinzunahme weiterer Prädiktoren, ⁵ = Messinstrument CFT 1, ⁶ = Messinstrument SchüBo 1.

Tabelle 8.4

Ergebnisse der Regressionsanalyse zur Beitragserklärung des spezifischen Prädiktors HaReT 1, der Intelligenz und des Lehrerurteils bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 2

Modell	Prädiktor	Korrigiertes R-Quadrat ¹	Σ Korrigiertes R-Quadrat	Beta ²	F	Signifikanz	Änderung in F	Signifikanz	Konditionsindex ³	Effektstärke ⁴
1	HaReT 1	.20		.45	71.141	<.0001			9.0	
2	HaReT 1	.20	.20	.35	37.721	<.0001	3.631	< 0.5	11.0	0.01
	Intelligenz ⁵	.01	.21	.14					20.7	
3	HaReT 1	.20	.20	.37	37.078	<.0001	28.365	<.0001	11.0	0.08
	Intelligenz	.01	.21	.09					21.5	
	Lehrerurteil ⁶	.07	.28	.29					26.5	

Anmerkungen. F = F-Test, ¹ = Bestimmtheitsmaß, ² = standardisierter Regressionskoeffizient, ³ = Maß für Multikollinearität, ⁴ = Maß für die Relevanz zusätzlicher Aufklärungsleistung durch die Hinzunahme weiterer Prädiktoren, ⁵ = Messinstrument CFT 1, ⁶ = Messinstrument SchüBo 1.

Tabelle 8.5

Ergebnisse der Regressionsanalyse zur Beitragserklärung des spezifischen Prädiktors Kalkulie 1, der Intelligenz und des Lehrerurteils bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1

Modell	Prädiktor	Korrigiertes R-Quadrat ¹	Σ Korrigiertes R-Quadrat	Beta ²	F	Signifikanz	Änderung in F	Signifikanz	Konditionsindex ³	Effektstärke ⁴
1	<i>Kalkulie 1</i>	.34		.59	163.238	<.0001			7.2	
2	<i>Kalkulie 1</i>	.34	.34	.44	92.928	<.0001	15.162	<.0001	8.7	0.03
	Intelligenz ⁵	.03	.37	.23					17.9	
3	<i>Kalkulie 1</i>	.34	.34	.33	76.357	<.0001	27.359	<.0001	7.7	0.05
	Intelligenz	.03	.37	.15					19.7	
	Lehrerurteil ⁶	.05	.42	.28					25.6	

Anmerkungen. F = F-Test, ¹= Bestimmtheitsmaß, ² = standardisierter Regressionskoeffizient, ³ = Maß für Multikollinearität, ⁴ = Maß für die Relevanz zusätzlicher Aufklärungsleistung durch die Hinzunahme weiterer Prädiktoren, ⁵ = Messinstrument *CFT 1*, ⁶ = Messinstrument *SchüBo 1*.

Tabelle 8.6

Ergebnisse der Regressionsanalyse zur Beitragserklärung des spezifischen Prädiktors Kalkulie 1, der Intelligenz und des Lehrerurteils bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 2

Modell	Prädiktor	Korrigiertes R-Quadrat ¹	Σ Korrigiertes R-Quadrat	Beta ²	F	Signifikanz	Änderung in F	Signifikanz	Konditionsindex ³	Effektstärke ⁴
1	<i>Kalkulie 1</i>	.19		.43	64.572	<.0001			8.1	
2	<i>Kalkulie 1</i>	.19	.19	.32	38.000	<.0001	9.463	<.01	9.7	0.02
	Intelligenz ⁵	.02	.21	.20					18.4	
3	<i>Kalkulie 1</i>	.19	.19	.21	36.382	<.0001	26.225	<.0001	10.7	0.08
	Intelligenz	.02	.21	.12					20.2	
	Lehrerurteil ⁶	.07	.28	.31					28.9	

Anmerkungen. F = F-Test, ¹= Bestimmtheitsmaß, ² = standardisierter Regressionskoeffizient, ³ = Maß für Multikollinearität, ⁴ = Maß für die Relevanz zusätzlicher Aufklärungsleistung durch die Hinzunahme weiterer Prädiktoren, ⁵ = Messinstrument *CFT 1*, ⁶ = Messinstrument *SchüBo 1*.

8.1.2 Zusätzliche Erklärung der Rechenleistungen durch die unspezifischen

Prädiktoren

Bezieht man für die Varianzerklärung die Ergebnisse vom Messpunkt 2 ein, so leistet der unspezifische Prädiktor *Intelligenz* einen weiteren Beitrag zur Erklärung der Unterschiede bei den Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2. In Verbindung mit dem jeweiligen spezifischen Prädiktor können bis zu 38% (*HaReT 1* und *Intelligenz*) der Unterschiede der Rechenleistungen für die Klasse 1 erklärt werden; bezüglich der Klasse 2 sind es nur noch 21%. Die Effektgröße der Hinzunahme einer zusätzlichen erklärenden Variablen lässt sich wie folgt kategorisieren: Bei Modelländerungen wird der Effekt bei einem Wert von $R^2 = 0.02$ als gering, ab einem Wert von $R^2 = 0.13$ als mittel und ab einem Wert von $R^2 = 0.26$ als hoch bezeichnet. Für die Teststärke zur Absicherung des statistischen Ergebnisses gilt eine Zahl > 0.8 als Konvention (Bühner & Ziegler, 2009). Die Änderung von Modell *Jeweiliger spezifischer Prädiktor* zu Modell 2 *Jeweiliger spezifischer Prädiktor* und *Intelligenz*, wie in den Tabellen 8.1 bis 8.6 aufgeführt, ergeben bei der entsprechenden Regressionsanalyse nur geringe Effektgrößen. Besonders gering fällt der Effekt beim *HaReT 1* aus. Dies ist aber nicht verwunderlich, da der spezifische Prädiktor Testitems einsetzt, wie sie auch bei Intelligenztests zu finden sind. Durch die Hinzunahme des unspezifischen Prädiktors *Lehrerurteil* als Ergebnis vom Messzeitpunkt 3 erhöht sich insgesamt bei allen Modellen die Beitragsrate zur Erklärung der Unterschiede in den Rechenleistungen der Klasse 1 und 2. Maximal lassen sich mit dem Prädiktoren-Modell *HaReT 1*, *Intelligenz* und *Lehrerurteil* 44% der unterschiedlichen Rechenleistungen für die Klasse 1 erklären. Für die Klasse 2 werden bei allen drei Modellen höchstens 28% der Varianzen erklärt. Insgesamt liefert das *Lehrerurteil* mit bis zu 7% zusätzlich immer höhere Erklärungsbeiträge als die *Intelligenz*. Die Änderung durch die Hinzunahme eines weiteren Prädiktors von Modell *Jeweiliger Prädiktor* zu Modell *Jeweiliger Prädiktor/Intelligenz* und *Jeweiliger Prädiktor/Intelligenz* und *Lehrerurteil* ergeben bei allen Regressionsberechnungen nur geringe Effektgrößen.

Alle Regressionsmodelle dieser Untersuchung weisen, ausgehend von den ersten drei Messzeitpunkten, bei der Überprüfung der Autokorrelation einen Konditionsindex zwischen 15 und 30 auf. Der Spalte *Konditionsindex* in den Tabellen 8.1 bis 8.6 ist zu entnehmen, dass bei allen untersuchten Regressionsmodellen *Multikollinearität* angenommen werden kann, wenn man zum jeweiligen Prädiktor weitere Variablen in die Regressionsgleichung auf-

nimmt. Bei *Multikollinearität*, auch als *Autokorrelation* bezeichnet, stehen die einzelnen Prädiktoren in einem starken Zusammenhang. „Ein Konditionsindex größer 15 verweist dabei auf ein mögliches, ein Index über 30 auf ein ernsthaftes Kollinearitätsproblem“ (Krajewski, 2008, S. 147). Dies erschwert die Interpretation der Regressionsgleichungsergebnisse durch eine zu geringe Einschätzung der Standardfehler der Regressionskoeffizienten und durch die Unzuverlässigkeit der Ergebnisse der Signifikanztests. Es erfolgt dadurch eine Überschätzung der Signifikanzbewertung der Regressionskoeffizienten. Um eine mögliche Fehlinterpretation aufgrund der wechselseitigen Abhängigkeit der untersuchten Variablen auszuschließen, wurde zusätzlich der Erklärungsbeitrag der betreffenden Regressionsmodelle noch mit dem Regressionsverfahren *Partial-Least-Square* überprüft. Die Ergebnisse der Regressionsanalyse sollen auf den Ebenen *Gesamttest*, *Subtest* und *latente Variablen* diskutiert werden.

Eine bessere Ergebnisinterpretation gewährleistet die *Partial Least Squares Regression* (PLS-R) und ist daher aus Vorteilsgründen das Mittel der Wahl (Bühl, 2008). Für diese statistische Berechnung wird die PC-Software *XLSTAT 2010* bzw. 2011 mit dem Zusatzmodul *Partial Least Squares (PLS)* eingesetzt. Die Ergebnisse der *PLS-R* sind sowohl tabellarisch (siehe Tabellen 8.7 und 8.8) als auch graphisch (siehe Darstellungen 8.1 bis 8.6) aufgeführt. Der Begriff *Variable Importance in the Projection* (VIP) kann als Erklärungsbeitrag der einzelnen Variablen betrachtet werden und ist in seiner Bedeutung dem Beta-Gewicht als dem Beitrag eines Prädiktors zur Vorhersage in einem Modell gleichzusetzen. Die in den Tabellen aufgeführten Maße des jeweiligen Beta-Gewichtes als standardisiertem Regressionskoeffizienten entsprechen den Ergebnissen der *Partial Least Squares-Regressionsanalyse* (PLS-R). Sie bestätigen die Erklärungsbeiträge der jeweiligen Variablen in den Regressionsanalysen, wie sie in den Tabellen 8.5 und 8.6 dargestellt sind. Der *CFT 1* als Messinstrument für die Intelligenz leistet in allen Modellen den geringsten Beitrag zur Erklärung der Unterschiede der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2 ($\beta = .09$ bis $.23$). Das Lehrerurteil, gemessen mit dem Verfahren *SchüBo 1*, liefert höhere Beiträge ($\beta = .28$ bis $.33$) zur Varianzerklärung als der spezifische Prädiktor *ERT 0+* und die Intelligenz. Dies bestätigt sich auch bezüglich der Rechenleistungen der Klasse 2 ($\beta = .29$ bis 0.31). Nur der spezifische Prädiktor *HaReT 1* weist dann noch mit $\beta = .37$ eine bessere Vorhersage auf.

Tabelle 8.7

Zusammenfassende Ergebnisse der PLS-Regression zur Beitragserklärung des jeweiligen spezifischen Prädiktors, der Intelligenz und des Lehrerurteils bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1

Unabhängige Variable	VIP	Beta ¹	SD	KI (95%)
<i>ERT 0+</i>	0.977	.17	0.141	0.700 – 1.254
Intelligenz ²	0.972	.23	0.102	0.772 – 1.171
Lehrerurteil ³	1.049	.33	0.046	0.959 – 1.139
<i>HaReT 1</i>	1.085	.37	0.008	1.070 – 1.100
Intelligenz	0.918	.09	0.040	0.838 – 0.997
Lehrerurteil	0.991	.29	0.031	0.929 – 1.052
<i>Kalkulie 1</i>	1.071	.33	0.070	0.934 – 1.208
Intelligenz	0.928	.15	0.073	0.786 – 1.071
Lehrerurteil	0.996	.28	0.010	0.977 – 1.015

Anmerkungen. ¹ = standardisierter Regressionskoeffizient, ² = Messinstrument *CFT 1*, ³ = Messinstrument *SchüBo 1*,

VIP = Variable Importance in the Projection, SD = Standardabweichung, KI = Konfidenzintervall.

Die Darstellungen von 8.1 bis 8.6 generieren sich durch die *PLS-R* und beinhalten die Reihenfolge der Variablen mit dem jeweiligen Erklärungsbeitrag. Die Variablen sind daher nach der Höhe ihrer Beitragserklärung von links nach rechts im jeweiligen Diagramm sortiert. Die vertikale Achse repräsentiert die Höhe der VIP-Werte. Der Grenzwert von 0.8 (Wold, 1966) für die Relevanz der Beitragserklärung wird durch die horizontal-gestrichelte Linie visualisiert. Bei den aufgeführten Regressionsberechnungen wird der Grenzwert immer von allen Prädiktoren überschritten. Daher leisten alle spezifischen und unspezifischen jeweils einen relevanten Erklärungsbeitrag bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2.

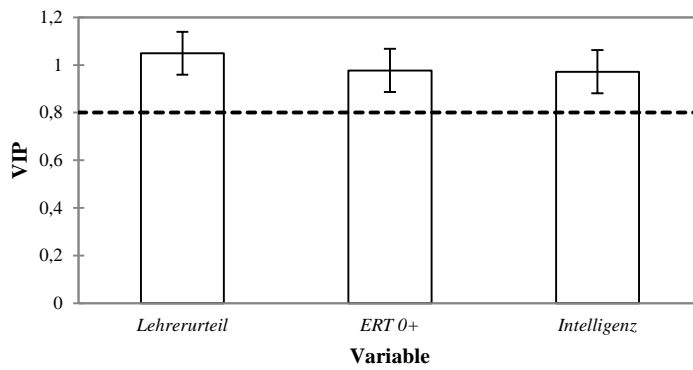


Abbildung 8.1. Graphische Darstellung der Beitragserklärung der Prädiktoren *ERT 0+*, Lehrerurteil und Intelligenz bzgl. des spezifischen Kriteriums *DEMAT 1+*.

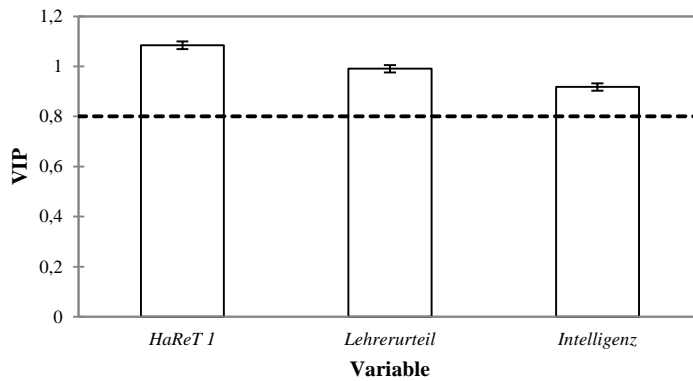


Abbildung 8.2. Graphische Darstellung der Beitragserklärungen der Prädiktoren *HaReT 1*, Lehrerurteil und Intelligenz bzgl. des spezifischen Kriteriums *DEMAT 1+*.

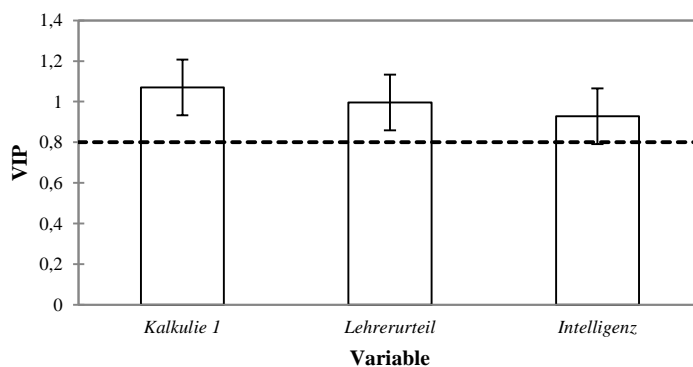


Abbildung 8.3. Graphische Darstellung der Beitragserklärungen der Prädiktoren *Kalkulie 1*, Lehrerurteil und Intelligenz bzgl. des spezifischen Kriteriums *DEMAT 1+*.

Tabelle 8.8

Zusammenfassende Ergebnisse der PLS-Regression zur Beitragserklärung des jeweiligen spezifischen Prädiktors, der Intelligenz und des Lehrerurteils bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 2

Unabhängige Variable	VIP	Beta ¹	SD	KI (95%)
<i>ERT 0+</i>	0.991	.42	0.600	0.874 – 1.108
Intelligenz ²	0.904	.38	0.101	0.706 – 1.103
Lehrerurteil ³	1.095	.47	0.610	0.976 – 1.214
<i>HaReT 1</i>	1.073	.24	0.060	0.955 – 1.191
Intelligenz	0.886	.08	0.080	0.728 – 1.043
Lehrerurteil	1.032	.32	0.021	0.990 – 1.073
<i>Kalkulie 1</i>	1.085	.21	0.065	0.958 – 1.212
Intelligenz	0.894	.12	0.095	0.709 – 1.079
Lehrerurteil	1.011	.31	0.056	0.902 – 1.121

Anmerkungen. ¹ = standardisierter Regressionskoeffizient, ² = Messinstrument *CFT 1*, ³ = Messinstrument *SchüBo 1*,

VIP = Variable Importance in the Projection, *SD* = Standardabweichung, KI = Konfidenzintervall.

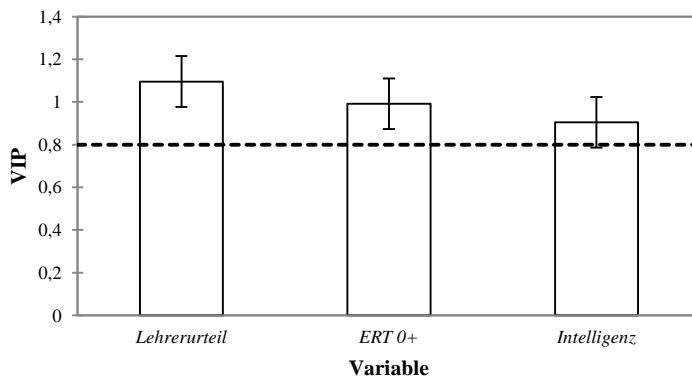


Abbildung 8.4. Graphische Darstellung der Beitragserklärungen der Prädiktoren *ERT 0+*, Lehrerurteil und Intelligenz bzgl. des spezifischen Kriteriums *DEMAT 2+*.

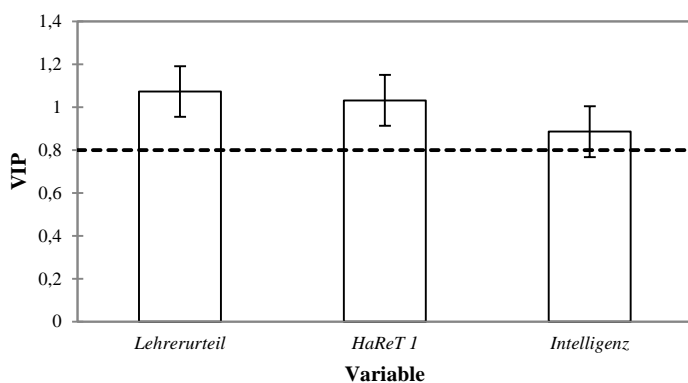


Abbildung 8.5. Graphische Darstellung der Beitragserklärungen der Prädiktoren *HaReT 1*, *Lehrerurteil* und *Intelligenz* bzgl. des spezifischen Kriteriums *DEMAT 2+*.

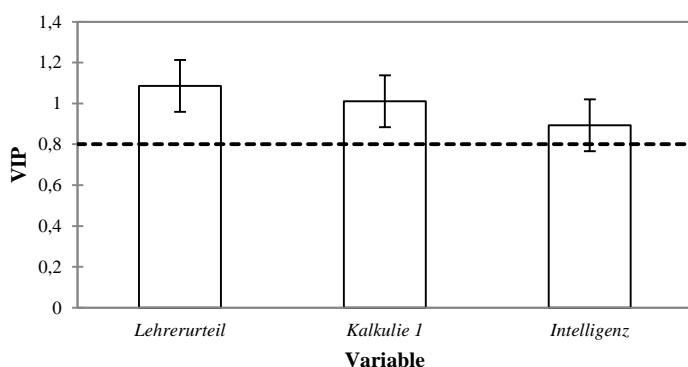


Abbildung 8.6. Graphische Darstellung der Beitragserklärungen der Prädiktoren *Kalkulie 1*, *Lehrerurteil* und *Intelligenz* bzgl. des spezifischen Kriteriums *DEMAT 2+*.

8.1.3 Erklärung der Rechenleistungen durch die Subtests der spezifischen Prädiktoren

In Tabelle 4.1 des Kapitels *Methodik* wurde bereits dargelegt, dass die drei spezifischen Prädiktoren auf unterschiedliche Konzepten bei der inhaltlichen Testkonstruktion basieren, aber auch Gemeinsamkeiten aufweisen. Regressionsanalytisch soll dargestellt werden, welche Subtests aus den Kontexten *Kognitive Basisfertigkeiten*, *Mengenwissen*, *Zahlenwissen* und *Sachaufgaben* am höchsten die Unterschiede bei den Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2 erklären. Bei der Regressionsanalyse wurden alle Subtests des jeweiligen Prädiktors schrittweise mit der Methode *Blockweiser Einschluss* nach der Höhe ihrer Korrelation zum jeweiligen Kriterium in die Regressionsanalyse aufgenommen. Der Subtest mit der höchsten

Korrelation zum Kriterium ging somit als erste Prädiktor in die Regressionsgleichung ein. Der Test auf Autokorrelation ergab bei allen fünf Prädiktoren bei allen fünf Prädiktoren einen Konditionsindex > 15 , so dass aus Vorteilsgründen zusätzlich das Regressionsverfahren *Partial Least Squares-Regression* seine Anwendung fand. Zusätzlich erfolgte die Aufnahme des standardisierten Regressionskoeffizienten β in die oben angeführten Tabellen. Dieser Koeffizient generierte sich aus den Regressionsberechnungen mit der Statistiksoftware *SPSS*. Beim Vergleich der Regressionsergebnisse der Methoden *Multiple lineare schrittweisen Regression mit blockweisem Einschluss* und *PLS-R* lässt sich eine hohe Übereinstimmung zwischen dem jeweiligen VIP-Wert und dem entsprechenden Beta-Wert feststellen. Nur in wenigen Fällen ergaben sich Unterschiede. Diese betrafen aber Variablen mit einem niedrigen VIP-Wert und einem ebenso niedrigen Beta-Wert. Es handelt sich fast ausschließlich um Variablen mit einer nicht-relevanten Beitragserklärung (Unterschreiten des Grenzwertes von 0.8 bei der *PLS-R*) bezüglich der unterschiedlichen Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2. In den folgenden Ausführungen werden die Erklärungsbeiträge der einzelnen Subtests hinsichtlich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2 tabellarisch (siehe Tabellen 8.10 bis 8.17) und graphisch (siehe Abbildungen 8.7 bis 8.12) präsentiert.

Sechs der acht Subtests des *ERT 0+* leisten eine relevante Beitragserklärung, da der entsprechende VIP-Wert über der 0.8-Grenze liegt. Die höchsten VIP-Werte bzw. Beta-Werte liefern dabei die Variablen aus den Kontexten *Mengenwissen*, *Zahlenwissen* und *Sachaufgaben* (siehe Tabellen 8.9 und 8.10 und die entsprechenden graphischen Darstellungen 8.7 und 8.8). Auch beim Prädiktor *HaReT 1* entstammen die Variablen mit den höchsten Beitragserklärungen aus den Kontexten *Mengenwissen* und *Zahlenwissen*. Zusätzlich liefert die Variable *Bilder ordnen* (VIP = 1.122) einen nennenswerten Beitrag (siehe Tabellen 8.11 und 8.12 und die entsprechenden graphischen Darstellungen 8.9 und 8.10). Bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 2 verfügt die Variable *Bilder ordnen* über den höchsten VIP-Wert (1.468) bzw. das größte Beta-Gewicht ($\beta = .25$) aller untersuchten Variablen. Dieses Ergebnis bestätigt auch an dieser Stelle nicht die Aussage von Lorenz (2007b) über den hohen Zusammenhang zwischen der Variablen *Mosaik* und den Mathematikleistungen (siehe auch Kapitel 6.2). Die relevanten Beitragserklärungen der Subtests des spezifischen Prädiktors *Kalkulie 1* entstammen aus den Kontexten *Mengenwissen* und *Zahlenwissen* (siehe Tabellen 8.13 und 8.14 und die entsprechenden graphischen Darstellungen 8.11 und 8.12). Zur

besseren Übersicht sind die alle Variablen der spezifischen Prädiktoren dem jeweiligen VIP-Wert entsprechend im Anhang in den Tabellen A.8.1 und A.8.2 in der Reihenfolge der Varianzerklärung aufgeführt. Die Wichtigkeit von Variablen aus den Kontexten *Mengenwissen* und *Zahlenwissen* für die Varianzerklärung der Rechenleistungen in der Klasse 1 und 2 (Krajewski, 2008; Dornheim, 2008) kann bei allen drei eingesetzten spezifischen Prädiktoren aufgezeigt werden. Allerdings liefern ebenso Variablen aus den Kontexten *Kognitive Basisfertigkeiten* und *Sachaufgaben* relevante Beitragserklärungen.

Hinsichtlich der Varianzerklärung der Rechenleistungen am Ende der Klasse und 2 lassen sich zu- und abnehmende Einflüsse beobachten: Das Vergleichen von Zahlen im Zahlenraum bis 20 (*HaReT 1*) besitzt für die Erklärung der Rechenleistungen in der Klassenstufe 1 eine größere Relevanz als die Variable mit dem Vergleich im Zahlenraum bis 10 (*ERT 0+*). In der Klasse 2 ist der Einfluss der Variable *Größere Zahl erkennen (HaReT 1)* aber nicht mehr relevant. Dies trifft auch auf die Variable *Weiterzählen (Kalkulie 1)* zu, die zu Beginn der Klasse 1 noch den höchsten Erklärungsbeitrag aller Variablen der spezifischen Prädiktoren liefert. Die Struktur abbildenden Variablen *Bilder ordnen, Puzzle (HaReT 1)* und *Seriation von Mengen (ERT 0+)* haben in der Klasse 2 einen höheren Einfluss auf die Rechenleistungen. Erwartungsgemäß sind auch die *Sachaufgaben (ERT 0+)* bedeutsamer in der Klasse 2 als in der Klasse 1. Schaut man auf die Variablen, die in keiner Klassenstufe zur Varianzaufklärung beitragen, so finden sich dort hauptsächlich Variablen aus allen drei spezifischen Prädiktoren mit den Indikatoren zur visuellen Differenzierung, einfachen Aufgaben zum Mengenwissen und zum Sprachverständnis.

Tabelle 8.9

Zusammenfassende Ergebnisse der PLS-Regression zur Beitragserklärung der Subtests des spezifischen Prädiktors ERT 0+ bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1

Unabhängige Variable	VIP	Beta ¹	SD	KI (95%)
Zahl-Menge-Zuordnung	1.268	.22	0.094	1.084 – 1.453
Sachaufgaben	1.183	.15	0.083	1.021 – 1.345
Mengenvergleich	1.165	.19	0.187	0.798 – 1.532
Seriation von Mengen	1.050	.06	0.133	0.790 – 1.310
Auditiv/verbale Raumlage	0.914	.09	0.268	0.389 – 1.439
Seriation	0.882	.04	0.102	0.682 – 1.082
Zahlenvergleich	0.768	.01	0.142	0.489 – 1.047
Serialität	0.574	.03	0.100	0.378 – 0.769

Anmerkungen. ¹ = standardisierter Regressionskoeffizient, VIP = Variable Importance in the Projection, SD = Standardabweichung, KI = Konfidenzintervall.

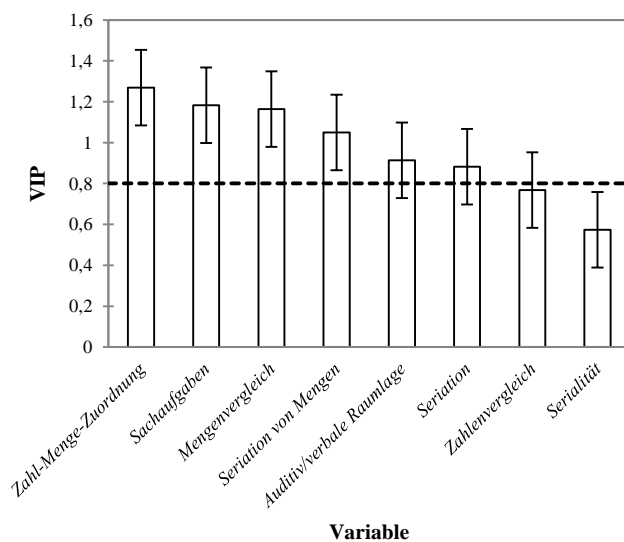


Abbildung 8.7. Graphische Darstellung der Beitragserklärungen der Subtests des spezifischen Prädiktors ERT 0+ bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1.

Tabelle 8.10

Zusammenfassende Ergebnisse der PLS-Regression zur Beitragserklärung der Subtests des spezifischen Prädiktors *ERT 0+* bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 2

Unabhängige Variable	VIP	Beta ¹	SD	KI (95%)
Sachaufgaben	1.366	.22	0.190	0.994 – 1.739
Seriation von Mengen	1.224	.11	0.042	1.141 – 1.307
Mengenvergleich	1.131	.17	0.130	0.877 – 1.386
Auditiv/verbale Raumlage	1.012	.09	0.178	0.662 – 1.361
Seriation	0.895	.05	0.155	0.590 – 1.200
Zahl-Menge-Zuordnung	0.810	.00	0.209	0.401 – 1.220
Zahlenvergleich	0.725	-.00	0.197	0.338 – 1.111
Serialität	0.591	.05	0.270	0.062 – 1.119

Anmerkungen. ¹ = standardisierter Regressionskoeffizient, VIP = Variable Importance in the Projection, SD = Standardabweichung, KI = Konfidenzintervall.

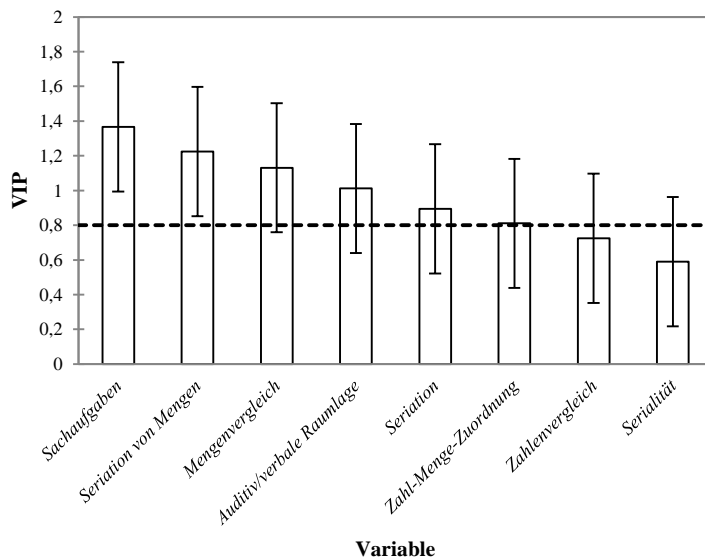


Abbildung 8.8. Graphische Darstellung der Beitragserklärungen der Subtests des spezifischen Prädiktors *ERT 0+* bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 2.

Tabelle 8.11

Zusammenfassende Ergebnisse der PLS-Regression zur Beitragserklärung der Subtests des spezifischen Prädiktors *HaReT 1* bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1

Unabhängige Variable	VIP	Beta ¹	SD	KI (95%)
<i>Größere Zahlen erkennen</i>	1.201	.23	0.160	0.886 – 1.515
<i>Eins-zu-Eins-Zuordnung</i>	1.163	.20	0.074	1.019 – 1.308
<i>Bilder ordnen</i>	1.122	.11	0.070	0.984 – 1.261
<i>Mosaik</i>	1.105	.10	0.089	0.931 – 1.279
<i>Puzzle</i>	1.037	.08	0.113	0.816 – 1.258
<i>Suchbilder-Spiegelbilder und Drehungen</i>	1.011	.06	0.115	0.786 – 1.236
<i>Mengen vergleichen</i>	0.848	.10	0.185	0.485 – 1.211
<i>Präpositionen</i>	0.806	.06	0.114	0.583 – 1.029
<i>Größen vergleichen</i>	0.507	.01	0.208	0.098 – 0.915

Anmerkungen. ¹ = standardisierter Regressionskoeffizient, VIP = Variable Importance in the Projection, SD = Standardabweichung, KI = Konfidenzintervall.

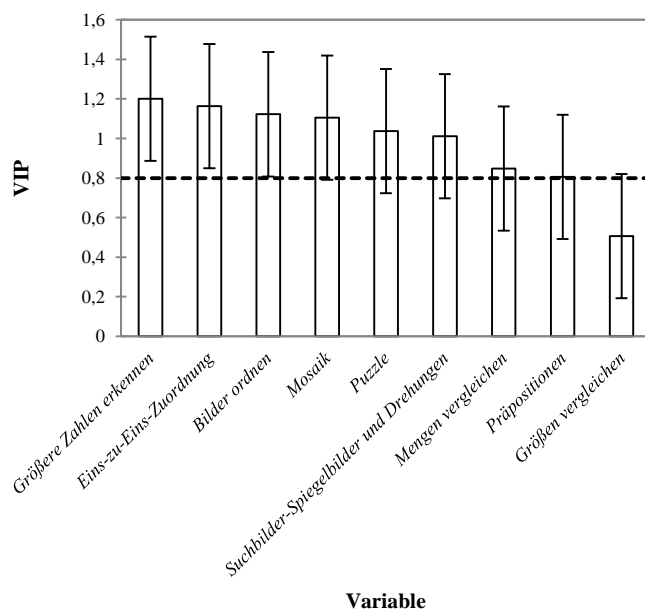


Abbildung 8.9. Graphische Darstellung der Beitragserklärungen der Subtests des spezifischen Prädiktors *HaReT 1* bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1.

Tabelle 8.12

Zusammenfassende Ergebnisse der PLS-Regression zur Beitragserklärung der Subtests des spezifischen Prädiktors *HaReT 1* bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 2

Unabhängige Variable	VIP	Beta ¹	SD	KI (95%)
<i>Bilder ordnen</i>	1.468	.25	0.156	1.163 – 1.773
<i>Puzzle</i>	1.254	.11	0.109	1.041 – 1.467
<i>Mosaik</i>	1.188	.11	0.152	0.889 – 1.487
<i>Suchbilder-Spiegelbilder und Drehungen</i>	1.164	.16	0.245	0.684 – 1.645
<i>Eins-zu-Eins-Zuordnung</i>	1.065	.12	0.177	0.717 – 1.413
<i>Präpositionen</i>	0.827	.09	0.152	0.529 – 1.124
<i>Größere Zahlen erkennen</i>	0.636	-.04	0.169	0.305 – 0.968
<i>Mengen vergleichen</i>	0.532	-.06	0.250	0.041 – 1.023
<i>Größen vergleichen</i>	0.001	-.13	0.352	-0.689 – 0.690

Anmerkungen. ¹ = standardisierter Regressionskoeffizient, VIP = Variable Importance in the Projection, SD = Standardabweichung, KI = Konfidenzintervall.

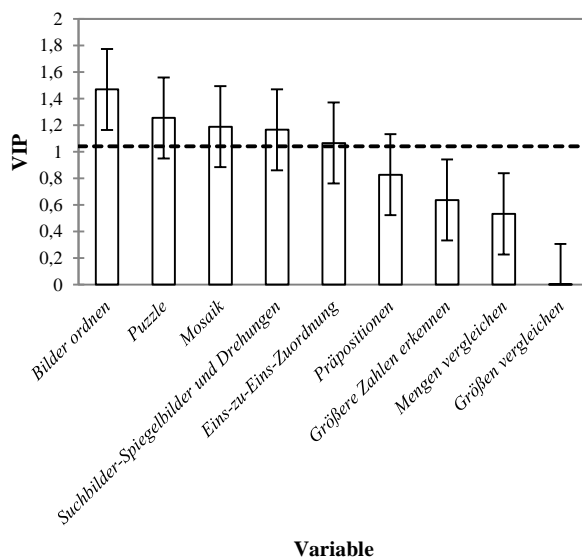


Abbildung 8.10. Graphische Darstellung der Beitragserklärungen der Subtests des spezifischen Prädiktors *HaReT 1* bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 2.

Tabelle 8.13

Zusammenfassende Ergebnisse der PLS-Regression zur Beitragserklärung der Subtests des spezifischen Prädiktors *Kalkulie 1* bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1

Unabhängige Variable	VIP	Beta ¹	SD	KI (95%)
Weiterzählen	1.272	.21	0.121	1.034 – 1.510
Wie viele zusammen?	1.230	.21	0.145	0.946 – 1.514
Wie passt es?	1.127	.22	0.216	0.703 – 1.551
Ergänzen	1.042	.10	0.099	0.849 – 1.236
Größer oder kleiner?	1.008	.10	0.205	0.606 – 1.246
Zählen	0.924	.10	0.164	0.602 – 1.246
Kreise dazumalen	0.809	.04	0.187	0.442 – 1.176
Welches Bild passt?	0.717	-.02	0.092	0.536 – 0.898
Punkte einkreisen	0.688	.03	0.280	0.139 – 1.237

Anmerkungen. ¹ = standardisierter Regressionskoeffizient, VIP = Variable Importance in the Projection, SD = Standardabweichung, KI = Konfidenzintervall.

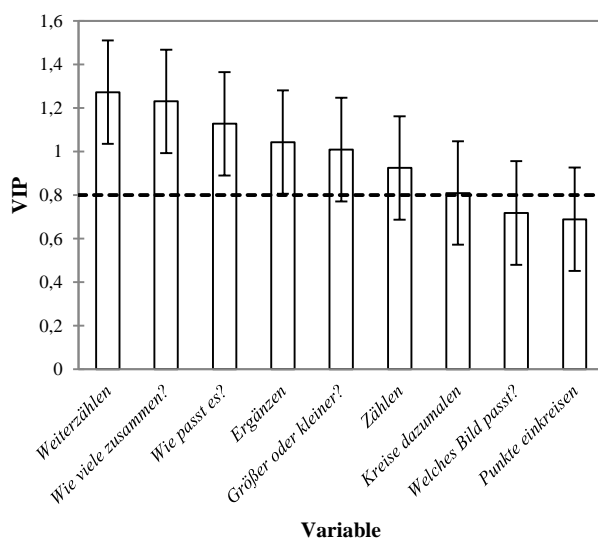


Abbildung 8.11. Graphische Darstellung der Beitragserklärungen der Subtests des spezifischen Prädiktors *Kalkulie 1* bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1.

Tabelle 8.14

Zusammenfassende Ergebnisse der PLS-Regression zur Beitragserklärung der Subtests des spezifischen Prädiktors *Kalkulie 1* bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 2

Unabhängige Variable	VIP	Beta ¹	SD	KI (95%)
Wie viele zusammen?	1.345	.19	0.216	0.922 – 1.768
Ergänzen	1.234	.13	0.197	0.848 – 1.620
Weiterzählen	1.222	.10	0.177	0.875 – 1.569
Größer oder kleiner?	1.113	.09	0.212	0.698 – 1.528
Wie passt es?	0.965	.13	0.205	0.564 – 1.366
Kreise dazumalen	0.872	.06	0.206	0.468 – 1.276
Zählen	0.809	.03	0.282	0.257 – 1.361
Punkte einkreisen	0.623	.04	0.333	-0.029 – 1.276
Welches Bild passt?	0.451	-.07	0.155	0.147 – 0.755

Anmerkungen. ¹ = standardisierter Regressionskoeffizient, VIP = Variable Importance in the Projection, SD = Standardabweichung, KI = Konfidenzintervall.

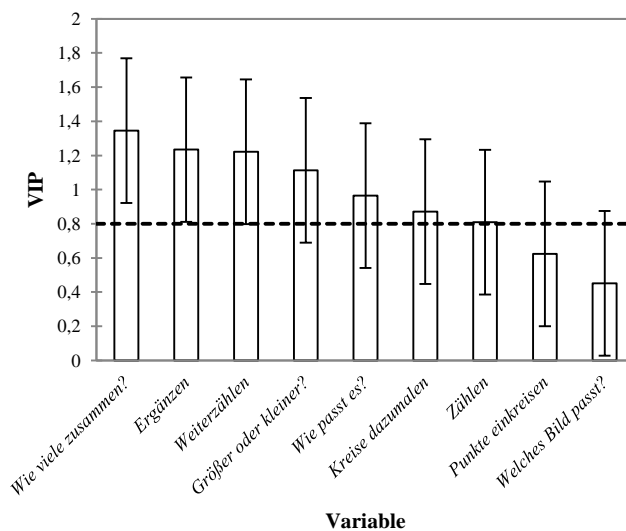


Abbildung 8.12. Graphische Darstellung der Beitragserklärungen der Subtests des spezifischen Prädiktors *Kalkulie 1* bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 2.

Die Betrachtung der Rolle der einzelnen Variablen (Subtests) der drei spezifischen Prädiktoren hinsichtlich ihrer Beitragswerte zu den Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2 führt zu den folgenden Ergebnissen: Unter Berücksichtigung des Konfidenzintervalls leistet nur die Hälfte aller Variablen einen relevanten Beitrag zur Varianzaufklärung für die Klasse 1. Darunter finden sich Aufgaben zu *kognitiven Basisfertigkeiten* und zum *Mengen- und Zahlenvorwissen*. In der Klasse 2 lassen sich nur noch neun für die Varianzaufklärung bedeutsame Variablen konstatieren. Auch hier ist die Bandbreite der eingesetzten Aufgabentypen identisch. Es zeigen sich auch deutliche Unterschiede bei den Erklärungswerten einzelner Variablen durch zu- und abnehmende Einflüsse auf die Rechenleistungen in den beiden Klassenstufen.

8.1.4 Erklärung der Rechenleistungen durch die Faktoren der Hauptkomponentenanalyse

In der explorativen Faktorenanalyse konnte gezeigt werden, dass drei Hauptkomponenten, auch als Faktoren bezeichnet, Zusammenhänge zwischen den beobachteten Variablen erklären, die in dieser Untersuchung verwendet wurden. Diese Faktoren konnten inhaltlich als *Pränumerische Basisfertigkeiten und kognitive Fähigkeiten, Leistungen/Fähigkeiten und Verhalten im Unterricht/in der Schule* und *Zähl- /Zahl- und Mengenfertigkeiten* interpretiert werden. Die drei identifizierten Faktoren der Hauptkomponentenanalyse repräsentieren inhaltlich im Gegensatz zu den drei spezifischen Screening-Verfahren (siehe Tabelle 4.1) jeweils immer nur eine Dimension. Daher sollen nun regressionsanalytisch die Fragestellungen untersucht werden:

- (1) *Erklärt die Hauptkomponente **Pränumerische Basisfertigkeiten und kognitive Fähigkeiten** mehr Varianz als die Hauptkomponente **Zähl- /Zahl- und Mengenfertigkeiten**?*
- (2) *Welche Rolle bezüglich der Erklärung der Rechenleistungen kann der Hauptkomponente **Leistungen/Fähigkeiten und Verhalten im Unterricht/in der Schule** zugeschrieben werden?*

Den Tabellen 8.15 und 8.16 kann man entnehmen, dass von allen drei Hauptkomponenten der Faktor *Pränumerische Basisfertigkeiten und kognitive Fähigkeiten* am meisten Varianz bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2 erklärt. Für die Klasse 1 liefert der Faktor *Zähl- /Zahl- und Mengenfertigkeiten* mit einem Beta-Gewicht von $\beta = .39$ einen höheren Erklärungsbeitrag als der Faktor *Leistungen/Fähigkeiten und Verhalten im Unter-*

richt/in der Schule ($\beta = .34$). Bezüglich der Prognose der Rechenleistungen in der Klasse 2 liefert die Hauptkomponente *Zähl-/Zahl- und Mengenfertigkeiten* den geringsten Erklärungsbeitrag.

Tabelle 8.15

Varianzaufklärung der Rechenleistung am Ende der Klasse 1
(abhängige Variable: DEMAT 1+)

Unabhängige Variable	Korrigiertes R-Quadrat ¹	Beta ²	Signifikanz	Konditionsindex ³
<i>Pränumerische Basisfertigkeiten und kognitive Fähigkeiten</i>	.17	.42	< .001	1.01
<i>Leistungen/Fähigkeiten und Verhalten im Unterricht/in der Schule</i>	.11	.34	< .001	1.07
<i>Zähl- /Zahl- und Mengenfertigkeiten</i>	.15	.39	< .001	1.01

Anmerkungen. ¹ = Bestimmtheitsmaß, ² = standardisierter Regressionskoeffizient, ³ = Maß für Multikollinearität.

Tabelle 8.16

Varianzaufklärung der Rechenleistung am Ende der Klasse 2
(abhängige Variable: DEMAT 2+)

Unabhängige Variable	Korrigiertes R-Quadrat ¹	Beta ²	Signifikanz	Konditionsindex ³
<i>Pränumerische Basisfertigkeiten und kognitive Fähigkeiten</i>	.12	.34	< .001	1.07
<i>Leistungen/Fähigkeiten und Verhalten im Unterricht/in der Schule</i>	.08	.29	< .001	1.13
<i>Zähl- /Zahl- und Mengenfertigkeiten</i>	.05	.24	< .001	1.08

Anmerkungen. ¹ = Bestimmtheitsmaß, ² = standardisierter Regressionskoeffizient, ³ = Maß für Multikollinearität.

Auch die durchgeführte Faktorenanalyse stützt das bisherige Ergebnis dieser Studie, dass nicht nur das Mengen- und Zahlenwissen, sondern auch unspezifische Variablen die Rechenleistungen erklären. Faktorenanalytisch erfolgte der Nachweis, dass die hoch bis sehr hoch positiv erklärenden Indikatorvariablen in die drei Hauptkomponenten *Pränumerische Basisfertigkeiten und kognitive Fähigkeiten, Leistungen/Fähigkeiten und Verhalten im Unterricht/in der Schule* und *Zähl-/Zahl- und Mengenfertigkeiten* eingeteilt werden können. Werden alle drei Faktoren in eine Modell-Berechnung aufgenommen, so beträgt die Gesamtaufklärungsleistung aller drei Hauptkomponenten bezüglich der Rechenleistungen 43.1% für die Klasse 1 und 28.4% für die Klasse 2. Bei dieser Modell-Berechnung ist keine Autokorrelation festzustellen. Somit agieren die einzelnen Faktoren unabhängig voneinander. Insofern werden auch wiederum die Ergebnisse der Hauptkomponenten-Analyse bestätigt. Das standardisierte Regressionsgewicht β weist dabei für die erste Hauptkomponente den größten Einfluss hinsichtlich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2 auf. Basale kognitiv-visuelle Stützfunktionen und das Lern- und Leistungsverhalten liefern dieselbe Bedeutsamkeit zur Varianzaufklärung der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2. Die durch die Faktorenanalyse definierten Hauptkomponenten bestätigen demnach die Einflussbereiche der beiden unspezifischen latenten Variablen *Pränumerische Basisfertigkeiten und kognitive Fähigkeiten* bzw. *Leistungen/Fähigkeiten und Verhalten im Unterricht/in der Schule* und der latenten spezifischen Variablen *Zähl-/Zahl- und Mengenfertigkeiten* auf die Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2.

8.1.5 Erklärung der Rechtschreibleistungen in der Klasse 1 durch die spezifischen und unspezifischen Prädiktoren

Inwieweit die eingesetzten Prädiktoren zur Varianzaufklärung der Rechtschreibleistungen beitragen, wird im Folgenden untersucht. Es wird angenommen, dass kein spezifischer Prädiktor einen wesentlichen Beitrag leistet. Diese Hypothese bestätigt sich in der durchgeführten Regressionsanalyse (siehe Tabelle 8.17). Mit 15.6 % erklärt der spezifische Prädiktor *ERT 0+* am höchsten die Rechtschreibleistungen am Ende der Klasse 1. Nur das Lehrerurteil leistet mit 18.1% den höchsten Beitrag aller Prädiktoren zur Varianzaufklärung. Dieses Ergebnis ist nicht überraschend, da die Leistungen/Fähigkeiten und das Verhalten im Unterricht/in der Schule als bereichsübergreifend anzusehen sind.

Tabelle 8.17

Zusammenfassung der Regressionsanalyse zur Beitragserklärung aller Prädiktoren bezüglich der Rechtschreibleistungen am Ende der Klasse 1 (abhängige Variable: DBL 1)

Unabhängige Variable	R-Quadrat ¹	Korrigiertes R-Quadrat	Beta ²	Signifikanz	Konditionsindex ³
<i>ERT 0+</i>	.158	.156	.40	< .0001	8.9
<i>HaReT 1</i>	.123	.120	.35	< .0001	8.1
<i>Kalkulie 1</i>	.138	.135	.37	< .0001	7.3
<i>CFT 1</i>	.143	.140	.38	< .0001	12.9
<i>SchüBo 1</i>	.192	.181	.44	< .0001	16.6

Anmerkungen. ¹ = Bestimmtheitsmaß, ² = standardisierter Regressionskoeffizient, ³ = Maß für Multikollinearität.

9. Prognose rechenschwacher Schulkinder

Die spezifischen Prädiktoren *Eggenberger Rechentest 0+ (ERT 0+)*, *Hamburger Rechentest für Klasse 1 (HaReT 1)* und *Kalkulie Diagnoseteil 1 (Kalkulie 1)* wollen als Gruppen-Screenings so frühzeitig wie möglich erste Hinweise auf eine Risikogefährdung von Schulkindern beim Rechenerwerb geben. Ein zeitlich früher Erkennungszeitpunkt erhöht die Chancen für eine frühzeitige Förderung. Eine zielgerichtete Förderung lässt sich nur dann initiieren, wenn das jeweilige Prognose-Verfahren eine hohe Treffergenauigkeit aufweist. Es gilt also trennscharf die Schulkinder mit einem Förderbedarf von den Schulkindern ohne einen Förderbedarf zu unterscheiden. Aus diesen Vorannahmen ergeben sich diese Fragestellungen:

- (1) *Welches der drei spezifischen Prädiktoren verfügt über die größte Treffergenauigkeit bei der Identifizierung von Schulkindern mit bzw. ohne Rechenprobleme in der Klasse 1 und 2?*
- (2) *Welchen Beitrag an Trennschärfe leisten die Intelligenz und das Lehrerurteil?*
- (3) *Welche Subtests bzw. Skalen des jeweiligen Prädiktors können am besten rechenschwache von nicht-rechenschwachen Schulkindern der Klasse 1 und 2 unterscheiden?*

Die Bestätigung der Prognose des Prädiktors erfolgt durch ein Kriterium. Das in Unterkapitel 4.2.3 erwähnte Vierfelder-Schema (Tröster, 2009) stellt die vier möglichen Szenarien dar, die sich durch eine Matrix der Variablen *Rechenproblematik/keine Rechenproblematik* und *positives Risiko/negatives Risiko* ergeben. Um die prognostische Validität von Prädiktoren vergleichen zu können, sind daher Kennwerte notwendig, die als Güteindizes (Gütekriterien,

Gütemaße) bezeichnet werden. Die entsprechenden statistischen Berechnungen und die Erstellung der grafischen Darstellungen erfolgten mit der Software *XLSTAT 2009*, 2010 und 2011 der Firma Addinsoft und *ROC_2_curves_tool_V06* der Firma Acomed.

9.1 Güteindizes

Tröster (2009) führt neun Güteindizes an, mit denen sich die Vorhersagegenauigkeit eines Prognoseverfahrens belegen lässt. Es wird zwischen prävalenzabhängigen und prävalenzunabhängigen Gütemaßen unterschieden. Nähere Ausführungen hierzu siehe Tröster (2009). *Sensitivität* bezeichnet die richtig-positive Screening-Prognose und meint in der vorliegenden Untersuchung den Anteil der rechenschwachen Schulkinder, die der jeweilige Prädiktor richtig als rechenschwach prognostiziert. Die *Spezifität* ist die Bezeichnung für die richtig-negative Screening-Prognose und die Identifizierung der Schulkinder, die durch den jeweiligen Prädiktor als nicht-rechenschwach richtig vorausgesagt wurden. Ein optimales Screening-Verfahren ist daher prognostisch am wertvollsten, wenn Sensitivität und Spezifität jeweils einen Wert von 100% annehmen. Dann werden die Personen mit einer Störung von den Personen, die keine Störung aufweisen, trennscharf vorausgesagt. Liegt der Wert für Sensitivität und Spezifität unterhalb von 100%, werden Personen als falsch-positiv (positiver Screening-Prognose wurde durch das Kriterium nicht bestätigt) beziehungsweise falsch-negativ (Personen mit einer Störung wurden durch das Screening-Verfahren nicht identifiziert) prognostiziert.

9.2 Cut off-Wert

Sowohl Prädiktor und Kriterium benötigen einen Grenzwert (auch als *Cut off*-Wert bezeichnet), der die Unterscheidung von Risiko und Nicht-Risiko bzw. Rechenproblematik und Nicht-Rechenproblematik ermöglicht. Dadurch können die Selektionsquote und die Grundquote bestimmt werden. „Die Selektionsquote (Selektionsrate) ist der Anteil der Personen mit einem positiven Screening-Befund“, während die Grundquote sich als „der Anteil der Personen, die die Störung aufweisen“ (Tröster, 2009, S. 109) definiert. Die Selektionsquote und die Grundquote werden durch den Grenzwert beeinflusst. Ein niedriger Grenzwert reduziert die Anzahl der Personen mit positivem Screening-Befund bzw. mit einer bestätigten Störung (Tröster, 2009). Eine Grenzwert-Erhöhung bewirkt das Gegenteil. Dementsprechend ändern sich die Anteile der Gütekriterien wie Sensitivität und Spezifität. Wird zum Beispiel

der *Cut off*-Wert auf den maximalen Rohwert gesetzt, erreichen die Sensitivität und die Selektionsquote auch einen maximalen Prozentsatz von 100%. Bei diesem Rohwert werden aber auch alle teilnehmenden Probanden mit einem Risikopotenzial versehen. Zudem wird bei diesem *Cut off*-Wert die Minimalforderung an die Performanz eines Screenings nicht eingehalten. „Die Sensitivität sollte höher sein als die Selektionsquote“ (Tröster, 2009, S. 139).

9.3 Güteeigenschaften der spezifischen und unspezifischen Prädiktoren

Die Festlegung eines *Cut off*-Wertes ist nicht an einen Algorithmus zur Festlegung dieses Grenzwertes gebunden; insofern gibt es auch keine richtige oder falsche Selektionsquote. Aus pragmatischen Gesichtspunkten wird sich in dieser Untersuchung an den Selektionsquoten orientiert, die bei Krajewski (2003) und Dornheim (2008) zu finden sind. Zur Vergleichbarkeit wird bei allen acht Messinstrumenten als *Cut off*-Wert das Maß einer Standardabweichung (1 SW) definiert. Damit werden bei allen eingesetzten Messverfahren diejenigen Kinder als Risikoklientel bezeichnet, deren Leistungen $PR < 16$ betragen.

Durch die Festlegung des *Cut off*-Wertes können für jeden Prädiktor die Anzahl der Schulkinder benannt werden, die am Ende der Klasse 1 und 2 als rechenschwach bzw. nicht-rechenschwach angesehen werden können. Gleichzeitig erfolgt die Zuordnung, wie viele Schulkinder im ersten Schulhalbjahr der Klasse 1 durch den jeweiligen Prädiktor richtig oder falsch vorausgesagt wurden. In den Darstellungen 9.1. und 9.2. sind die entsprechenden klassifikatorischen Ergebnisse aufgeführt. In der Klasse 1 erhalten durch den unspezifischen Prädiktor *CFT 1* 68 Schulkinder (27.53%) und in der Klasse 2 52 Schulkinder (22.61%) einen positiven Screening-Befund. Allerdings ist die Anzahl der Schulkinder mit einem falsch-positiven Screening-Befund beim *CFT 1* deutlich höher als bei den anderen vier Messverfahren. In der Klasse 2 ergeben sich fast doppelt so viele falsch-positive Zuschreibungen. In der Klasse 1 weist der spezifische Prädiktor *ERT 0+* die geringste Anzahl richtig-positiver Treffer auf. Für die Klasse 2 trifft dies auf den spezifischen Prädiktor *Kalkulie 1* zu. Allerdings ist in dieser Klassenstufe die Bandbreite der richtig-positiven Zuschreibungen geringer als in der Klasse 1.

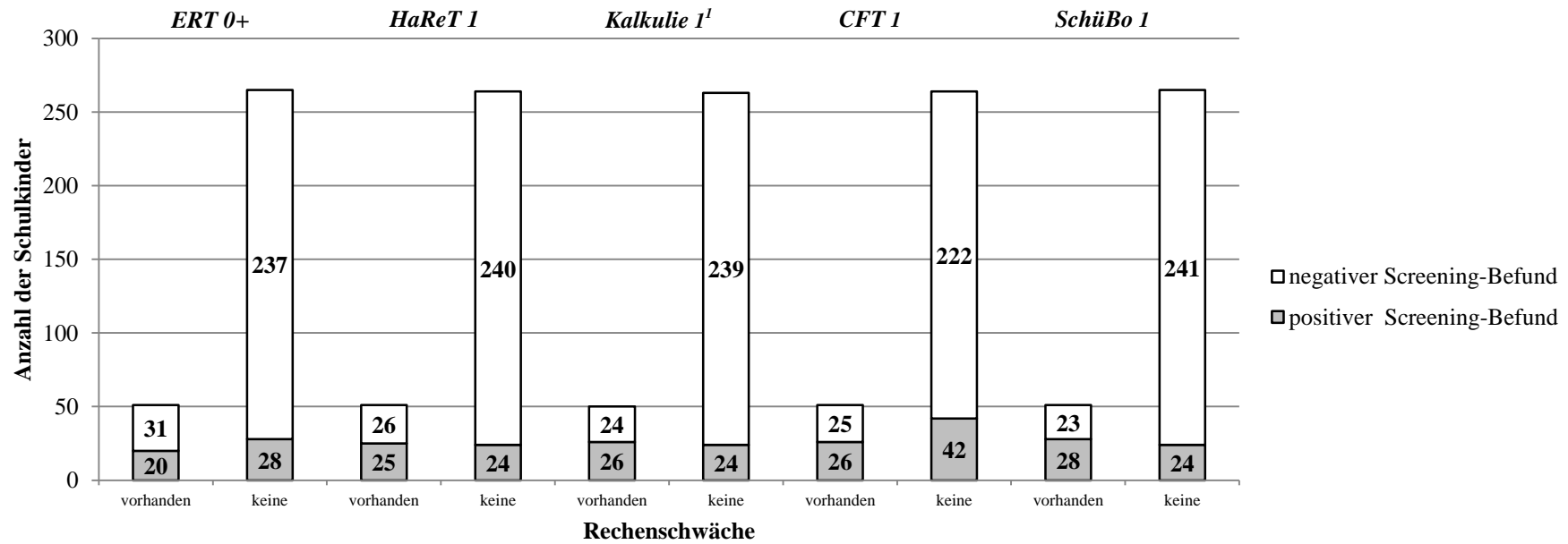


Abbildung 9.1. Rechenprobleme am Ende der Grundschulklasse 1 und Screening-Befund der spezifischen und unspezifischen Prädiktoren im ersten Schulhalbjahr der Klasse 1. *Cut off*-Wert von PR < 16 bei Prädiktoren und Kriterien.¹ = bei der Durchführung des Prädiktors *Kalkulie 1* fehlte ein Kind, das später sich als rechen schwach erwies.

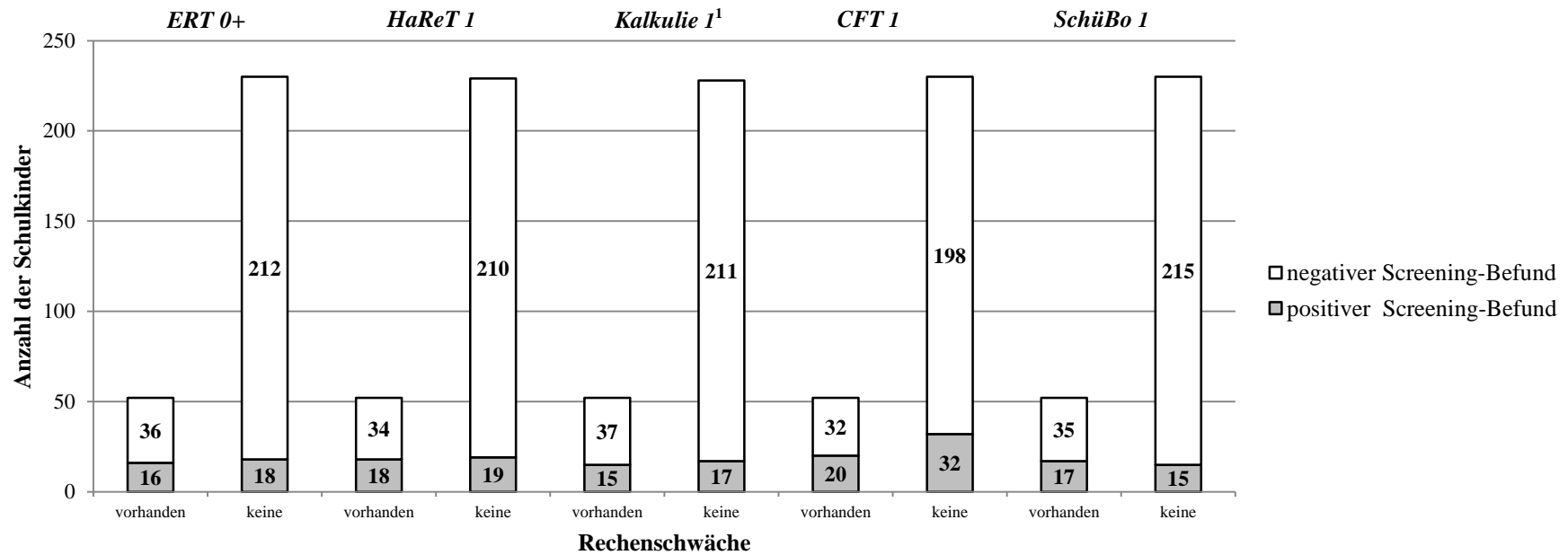


Abbildung 9.2. Rechenprobleme am Ende der Grundschulklasse 2 und Screening-Befund der spezifischen und unspezifischen Prädiktoren im ersten Schulhalbjahr der Klasse 1. *Cut off*-Wert von PR < 16 bei Prädiktoren und Kriterien.¹ = bei der Durchführung des Prädiktors *Kalkulie 1* fehlte ein Kind, das später sich als rechen schwach erwies.

Die Güteindizes wurden über Formeln berechnet, die Tröster (2009, S. 105) aufführt. Die Berechnungsergebnisse für die Sensitivität und Spezifität sind in der Tabelle 9.1 dargestellt. Wie schon in der Regressionsanalyse bei der Prognose der Rechenleistungen beobachtet, nimmt auch bei der Vorhersage der rechenschwachen Schulkinder die Treffergenauigkeit der fünf Prädiktoren ab. In der Klasse 2 können weniger rechenschwache Schulkinder identifiziert werden als in der Klasse 1. Unter Berücksichtigung des 95%-Konfidenzintervalls werden 60.39% (*SchüBo 1*) aller rechenschwachen Kinder zum Ende der Klasse 1 richtig vorhergesagt. Zum Ende der Klasse 2 beträgt die Sensitivität maximal 44.14% (*CFT 1*). Die in dieser Untersuchung erzielten Messergebnisse bezüglich der Intelligenz ergeben deutlich höhere Werte für die Sensitivität (Klasse 1: 50.98% bzw. Klasse 2: 38.46%) als die in der Längsschnittstudie von Krajewski erzielten Sensitivitäts-Werte von 42.9% und 26.3% bezüglich dieser beiden Klassenstufen (Tröster, 2009, S. 360). Zu vermuten ist, dass der Einsatz beider Subtestskalen des *CFT 1* in dieser Untersuchung diesen Effekt bewirkt.

Mit einer hohen Trefferquote sagen alle fünf Prädiktoren für die Klasse 1 und 2 die richtig-negativen Befunde voraus. Es werden bis zu 97.01% (*HaReT 1*) der nicht-rechenschwachen Schulkinder richtig prognostiziert. Alle fünf Prädiktoren weisen bei der Spezifität in der Klasse 2 höhere Werte auf als in der Klasse 1. Ebenfalls mehr als die Hälfte der rechenschwachen Schulkinder der Klasse identifizieren der unspezifische Prädiktor *SchüBo 1* und der spezifische Prädiktor *HaReT 1*. Die geringste Erkennungsquote rechenschwacher Kinder dieser Klassenstufe weist mit 33.8% der spezifische Prädiktor *ERT 0+* auf. *Kalkulie 1* verfügt mit 23.5% über die geringste Sensitivität bezüglich der Prognose der rechenschwachen Kinder der Klassenstufe 2.

Tabelle 9.1

Sensitivität und Spezifität der fünf Prädiktoren

Prädiktor	Kriterium	SN	SF	KI (95%)	SP	SF	KI (95%)
<i>ERT 0+</i>	<i>DEMAT 1+</i>	39.22	2.75	33.83-44.61%	89.43	1.73	86.04-92.82%
	<i>DEMAT 2+</i>	30.77	2.75	25.38-36.16%	92.17	1.60	89.03-95.31%
<i>HaReT 1</i>	<i>DEMAT 1+</i>	49.02	2.81	43.51-54.53%	90.91	1.62	87.74-94.09%
	<i>DEMAT 2+</i>	34.62	2.84	29.05-40.19%	91.70	2.71	86.39-97.01%
<i>Kalkulie 1</i>	<i>DEMAT 1+</i>	52.00	2.81	46.49-57.51%	90.87	1.62	87.70-94.05%
	<i>DEMAT 2+</i>	28.85	2.71	23.54-34.16%	92.54	1.57	89.46-95.62%
<i>CFT 1</i>	<i>DEMAT 1+</i>	50.98	2.82	44.85-55.91%	84.09	2.06	80.05-88.13%
	<i>DEMAT 2+</i>	38.46	2.90	32.78-44.14%	88.09	1.93	84.31-91.87%
<i>SchüBo 1</i>	<i>DEMAT 1+</i>	54.90	2.80	49.41-60.39%	90.94	1.62	87.77-94.12%
	<i>DEMAT 2+</i>	32.69	2.79	27.22-38.16%	93.48	1.47	90.60-96.36%

Anmerkungen. SN = Sensitivität, SF = Standardfehler, KI = Konfidenzintervall, SP = Spezifität.

Anhand der in den Tabellen 9.2 und 9.3 aufgeführten prävalenzabhängigen und prävalenzunabhängigen Güteindizes lässt sich feststellen, dass alle fünf Prädiktoren die „Minimalforderung an ein Screening-Verfahren“ (Tröster, 2009, S. 139) erfüllen. Denn die klassifikatorischen Werte für die Sensitivität sind höher als die der Selektionsquote. Dies trifft auch beim Vergleich der Werte für die Positive Korrektheit und die der Grundquote zu. „Prävalenzabhängige Maße eignen sich jedoch nicht zur Charakterisierung der Leistungsfähigkeit eines Screening-Tests, weil sie von den konkreten Anwendungsbedingungen - nämlich von der Grundquote der Störung - abhängig sind“ (Tröster, 2009, S. 94). Der Ratz-Index (Marx, 1992) als zufallsbereinigtes Maß bestätigt allerdings die prävalenzabhängigen klassifikatorischen Daten der eingesetzten prädikativen Messverfahren. Bei der Prognose der rechenschwachen und nicht-rechenschwachen Schulkinder der Klasse 1 und 2 erreichen vier der fünf eingesetzten Messverfahren einen *Ratz-Index* zwischen 34 und 66. Von den drei spezifischen Prädiktoren kann *Kalkulie 1* am besten die rechenschwachen Schulkinder der Klasse 1 und 2 voraussagen. Der Ratz-Index von 42.9 für die Vorhersage rechenschwacher Schulkinder in der Klasse 1 liegt deutlich über dem Vorhersagewert von 24.5 bei der Validierungsstudie von Fritz et al. (2007). Für die Klasse 2 beträgt der Ratz-Index = 34.7. *Kalkulie 1* ist daher prognostisch bedeutsamer als bisher angenommen. Eine nur geringere Performanz

weist der *HaReT 1* auf, wobei dieser in der Klasse 2 einen höheren RAZ-Index-Wert erzielt als *Kalkulie 1*. Als ungeeignet zur Vorhersage rechenschwacher Schulkinder der Klasse 1 erweist sich der *ERT 0+*. Allerdings verbessern sich die Güteindizes des *ERT 0+* bei der Vorhersage rechenschwacher Schulkinder in der Klasse 2. Dort überschreitet das Verfahren, wenn auch knapp, die Klassifikationsgrenze des RAZ-Index von ungenügend zu gut. Bei den anderen vier Prädiktoren nimmt die prognostische Validität innerhalb der ersten beiden Schuljahre ab. Rechenschwache Schulkinder in der Klasse 2 können mit diesen Prädiktoren weniger gut vorhergesagt werden als für die Klasse 1. Dies gilt auch für den Prädiktor *Intelligenz*. Mit einem RAZ-Index = 24.5 für die Klasse 2 erzielt der *CFT 1* die geringste prognostische Validität. Allerdings ist die prognostische Validität des *CFT 1* deutlich höher als in den Studien von Krajewski (2003) und Dornheim (2008). Vor allem in der Klasse 1 sagt der Prädiktor *Intelligenz* (RAZ-Wert = 37.5) besser die rechenschwachen und nicht-rechenschwachen Schulkinder voraus als der spezifische Prädiktor *ERT 0+*.

Bei den prävalenzabhängigen und prävalenzunabhängigen Gütemaßen weist der *SchüBo 1* die besten Vorhersagewerte aller fünf Prädiktoren auf, wobei immer berücksichtigt werden muss, dass dieses Messverfahren sechs Monate später als die spezifischen Prädiktoren angewendet wurde. Die Abnahme der prognostischen Validität von Klasse 1 zur Klasse 2 fällt im Gegensatz zu den anderen vier Prädiktoren aber deutlich geringer aus. Bei allen fünf Prädiktoren vermindert sich der prozentuale Anteil der Schulkinder, die durch den jeweiligen Prädiktor richtig prognostiziert werden. Dies begründet sich durch den starken Rückgang der Sensitivität und nur einem geringen Anstieg der Spezifität. Am stärksten ausgeprägt ist unter Berücksichtigung der Konfidenzintervalle (siehe Tabelle 9.1) dieser Rückgang beim Verfahren *SchüBo 1* mit 22.2 Prozentpunkten. Der prozentuale Anteil der nicht-rechenschwachen Schulkinder, die durch den jeweiligen Prädiktor richtig prognostiziert werden, steigt hingegen im Vergleichszeitraum bis zu 2.7 Prozentpunkte an. Mit 97.01% identifiziert der Prädiktor *HaReT 1* die nicht-rechenschwachen Schulkinder der Klasse 2 am besten.

Tabelle 9.2

Klassifikatorische Daten am Ende der Klasse 1

Prädiktor	Güteindizes				RATZ-Index
	PK	SQ	GQ	GT	
<i>ERT 0+</i> (<i>N</i> = 316)	41.67	15.19	16.14	81.33	30.5
<i>HaReT 1</i> (<i>N</i> = 315)	51.02	15.56	16.19	84.13	41.6
<i>Kalkulie 1</i> (<i>N</i> = 313)	52.00	15.97	15.97	84.67	42.9
<i>CFT 1</i> (<i>N</i> = 315)	38.24	21.59	16.19	78.73	37.5
<i>SchüBo 1</i> (<i>N</i> = 316)	53.85	16.46	16.14	85.13	46.0

Anmerkungen. *N* = Anzahl der Schulkinder, PK = Positive Korrektheit, SQ = Selektionsquote, GQ = Grundquote, GT = Gesamttrefferquote, RATZ-Index = Relativer Anstieg der Treffer gegenüber der Zufallstrefferquote.

Tabelle 9.3

Klassifikatorische Daten am Ende der Klasse 2

Prädiktor	Güteindizes				RATZ-Index
	PK	SQ	GQ	GT	
<i>ERT 0+</i> (<i>N</i> = 282)	47.06	12.06	18.44	80.85	35.1
<i>HaReT 1</i> (<i>N</i> = 282)	48.65	13.17	18.51	81.14	37.0
<i>Kalkulie 1</i> (<i>N</i> = 282)	46.88	11.43	18.57	80.71	34.7
<i>CFT 1</i> (<i>N</i> = 282)	38.46	18.44	18.44	77.30	24.5
<i>SchüBo 1</i> (<i>N</i> = 282)	53.13	11.35	18.44	82.27	45.5

Anmerkungen. *N* = Anzahl der Schulkinder, PK = Positive Korrektheit, SQ = Selektionsquote, GQ = Grundquote, GT = Gesamttrefferquote, , RATZ-Index = Relativer Anstieg der Treffer gegenüber der Zufallstrefferquote.

9.4 Receiver Operating Characteristics (ROC) und Area Under Curve (AUC)

„Ein Screening-Test sollte sowohl bei Personen, die die Störung aufweisen, als auch bei denen, die die Störung nicht aufweisen, eine richtige Vorhersage treffen“ (Tröster, 2009, S. 124). Idealerweise ist bei einem Screening Sensitivität und Spezifität jeweils einen Wert von 100% anzustreben. Damit könnte die Personengruppe mit einer Störung trennscharf genau von der Personengruppe ohne die Störung unterscheiden werden. Wie in Unterkapitel 9.3 bereits dargestellt, weist keiner dieser fünf Prädiktoren diese optimale Trennschärfe auf. Zur Analyse der Beziehung von Sensitivität und Spezifität des jeweiligen Prädiktors wird die ROC-Kurve (Receiver Operating Characteristics) bzw. der AUC-Wert (Area Under Curve) herangezogen. Der Begriff ROC stammt aus der Signalentdeckungstheorie und wird bei empirischen Untersuchungen als graphische Präsentation (siehe Abbildung 9.3) der Relation von Sensitivität und Spezifität genutzt. Der AUC-Wert bezieht sich auf die Fläche, die sich unter der Kurvenlinie der ROC-Kurve befindetet. Die ROC-Kurve und der AUC-Wert sind unabhängig von der Selektionsquote und der Grundquote.

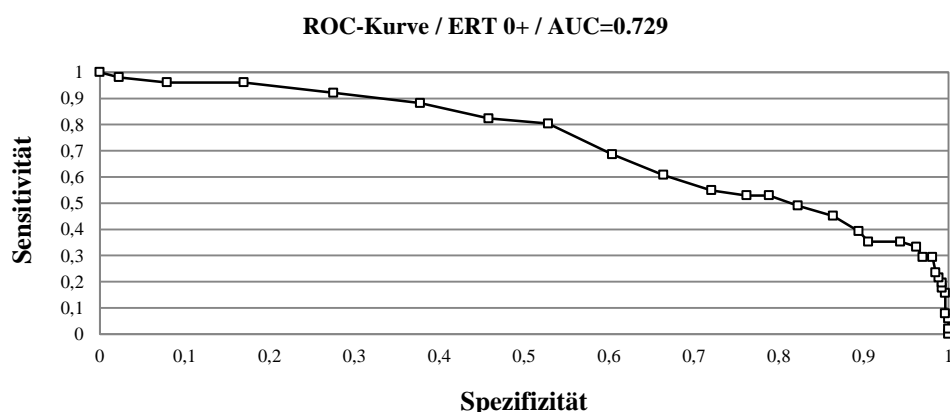


Abbildung 9.3. Beispiel für eine ROC-Kurve und den entsprechenden AUC-Wert.

Unter Trennschärfe wird die Information verstanden, wie gut ein Prädiktor rechenschwache und nicht-rechenschwache Schulkinder differenzieren kann. Ein AUC-Wert = 1 stellt dementsprechend die optimale Trennschärfe dar. Rechenschwache und nicht-rechenschwache Schulkinder lassen sich durch das Screening-Verfahren eindeutig vorhersagen. Im folgenden Abschnitt werden die spezifischen und unspezifischen Prädiktoren, ihre Subtests und vorhandene Subtest-Skalen hinsichtlich ihrer Trennschärfe begutachtet. Abschließend wird per ROC/AUC-Analyse untersucht, ob sich durch die drei Hauptkomponenten der Faktorenanalyse *Pränumerische Basisfertigkeiten und kognitive Fähigkeiten, Leistungen/Fähigkeiten und*

Verhalten im Unterricht/in der Schule und *Zähl- /Zahl- und Mengenfertigkeiten* trennscharf die rechenschwachen und nicht-rechenschwachen Schulkindern der Klasse 1 und 2 prognostizieren lassen. Die entsprechenden grafischen Darstellungen für die Klasse 1 sind im Anhang als Abbildungen von B.9.1 bis B.9.10 aufgeführt.

9.4.1 Trennschärfe der spezifischen und unspezifischen Prädiktoren

Die Mittelwerte der ROC/AUC-Werte der fünf Prädiktoren mit den entsprechenden Konfidenzintervallen sind in Tabelle 9.5 aufgeführt. Die Abbildungen der entsprechenden ROC-Kurven finden sich im Anhang unter B.9.1 bis B.9.5. Für die Vorhersage der rechen- und nicht-rechenschwachen Schulkindern in der Klasse 1 weist der *HaReT 1* die größte Trennschärfe auf, während der *ERT 0+* am geringsten trennscharf differenziert. Alle fünf Prädiktoren verlieren an Trennschärfe im Vergleich zur Klasse 1 zur Klasse 2. Auch verringert sich dann die Differenz der ROC/AUC-Werte zwischen dem Test mit der höchsten Trennschärfe und dem Test mit der geringsten Trennschärfe.

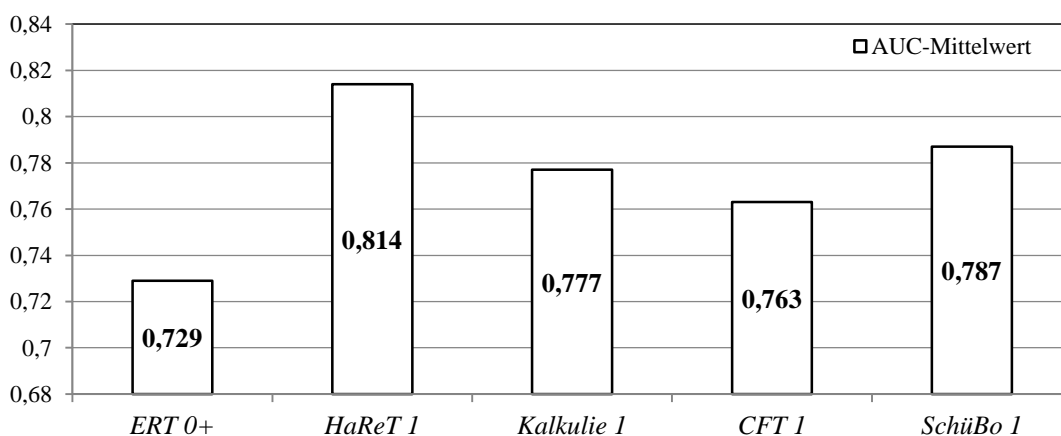


Abbildung 9.4. AUC-Mittelwert des jeweiligen Prädiktors bezüglich der Trennschärfe von rechenschwachen und nicht-rechenschwachen Kindern in der Klasse 1.

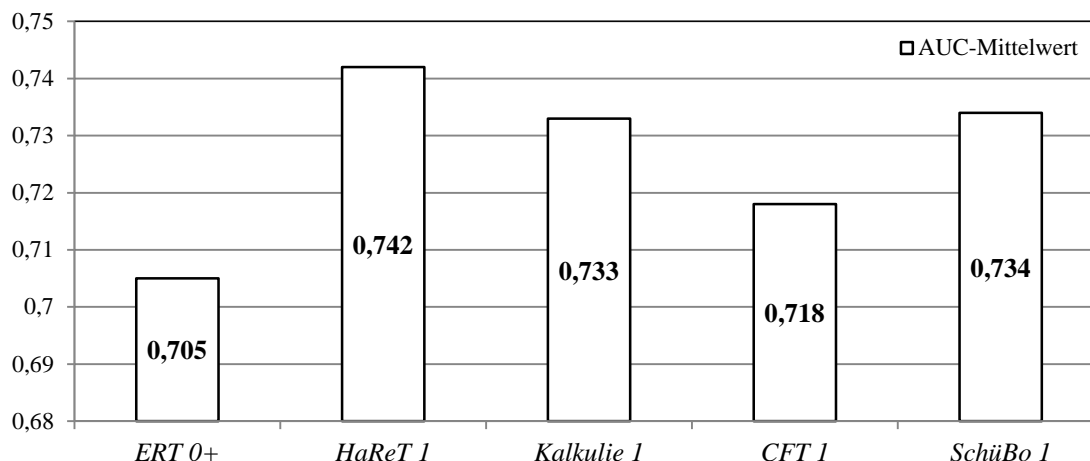


Abbildung 9.5. AUC-Mittelwert des jeweiligen Prädiktors bezüglich der Trennschärfe von rechenschwachen und nicht-rechenschwachen Kindern in der Klasse 2.

Die Berechnungen zum Mittelwertvergleich aller fünf Prädiktoren für die AUC-Werte bezüglich der Trennschärfe der Rechenleistungen in der Klasse 1 wurden mit dem *HaReT 1* als Referenz-Verfahren durchgeführt, da dieses Screening-Verfahren den höchsten AUC-Wert aufweist. Als Ergebnis ist festzuhalten, dass sich nur die Mittelwerte des *HaReT 1* und des *ERT 0+* signifikant in der Trennschärfe von rechenschwachen und nicht-rechenschwachen Schulkindern in der Klasse 1 unterscheiden ($p < 0.05$). In der Klasse 2 sind bei den AUC-Mittelwerten keine signifikanten Unterschiede mehr vorhanden ($p > 0.05$). Der ROC-Kurvenverlauf der drei spezifischen Prädiktoren ist in den Abbildungen 9.6 und 9.7 graphisch dargestellt. Deutlich erkennbar ist die bessere Trennschärfe-Performanz des *HaReT 1* gegenüber dem *ERT 0+*. Der erste Prädiktor erreicht bezüglich der Trennschärfe von rechenschwachen und nicht-rechenschwachen Kindern in der Klasse 1 über längere Abschnitte mehr 100%-Werte bei der Sensitivität und der Spezifität als die anderen beiden Screenings. Der *HaReT 1* kommt somit dem idealtypischen Kurvenverlauf und damit der idealen Trennschärfe am nächsten. Für die Klasse 2 entsteht bei allen drei spezifischen Prädiktoren eine Abnahme der Trennschärfe im Vergleich zur Klasse 1. Diese Tendenz hat sich auch bei den anderen prävalenzabhängigen und prävalenzunabhängigen Güteindizes gezeigt. Damit können alle drei spezifischen Prädiktoren weniger trennscharf zwischen Risiko- und Nicht-Risikokindern in der Klasse 2 unterscheiden.

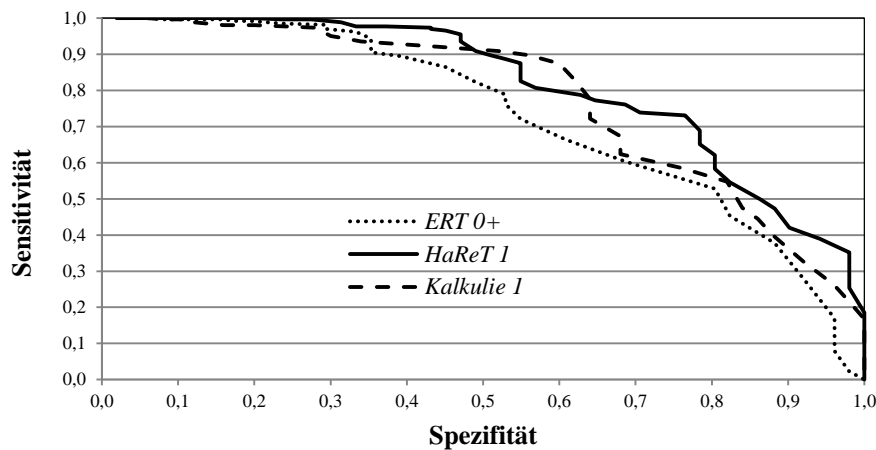


Abbildung 9.6. ROC-Kurven der drei spezifischen Prädiktoren bezüglich der Trennschärfe von rechenschwachen und nicht-rechenschwachen Kindern in der Klasse 1.

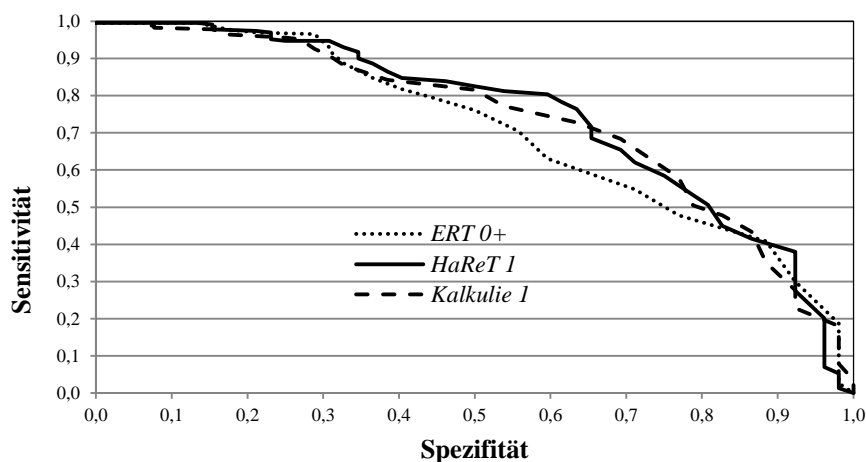


Abbildung 9.7. ROC-Kurven der drei spezifischen Prädiktoren bezüglich der Trennschärfe von rechenschwachen und nicht-rechenschwachen Kindern in der Klasse 2.

9.4.2 Trennschärfe von Subtests und Subtest-Skalen

Interessant ist auch die nähere Betrachtung der Trennschärfe der einzelnen Untertests. Hierbei kann analysiert werden, welcher Subtest bzw. welche Subtest-Skalen am besten zwischen rechenschwachen und nicht-rechenschwachen Schulkindern unterscheiden. Beim unspezifischen Prädiktor *CFT 1* sind die beiden Subtest-Skalen *CFT 1+2* bzw. *CFT 3-5* vorhanden. Mit den Kategorien *Kognitive Grundfähigkeiten (UT 1 bis 3)*, *Mengen-Wissen (UT 4 und 5)* und *Zahlen-Wissen (UT 6 bis 8)* verfügt der *ERT 0+* über drei Subtest-Skalen. Auch

der unspezifische Prädiktor *Schübo 1* bietet mit der Skala 1 *Leistungen und Fähigkeiten im Unterricht* und der Skala 2 *Problematisches Verhalten im Unterricht/in der Schule* Subtestgruppenwerte an. Die jeweiligen ROC/AUC-Werte der fünf Prädiktoren und die Übersicht zu den jeweiligen Subtests sind im Anhang in den Tabellen A.9.1 bis A.9.6 aufgeführt. Die Tabellen A.9.6 und A.9.7 im Anhang präsentieren die Subtests in der Reihenfolge ihrer Trennschärfe.

(1) Spezifischer Prädiktor *ERT 0+*

Beim *ERT 0+* weist der Untertest 6 *Zahl-Menge-Zuordnung* mit einem ROC/AUC-Wert = 0.721 die höchste Trennschärfe zur Unterscheidung von rechenschwachen und nicht-rechenschwachen Schulkindern auf, gefolgt vom Untertest 8 *Sachaufgaben* (0.708). Bei den Subtestgruppen liefert das *Zahlen-Wissen* mit 0.740 die größte Trennschärfe vor dem *Mengen-Wissen* (0.706) und den *Kognitiven Grundfähigkeiten* (0.673). In der Klasse 2 nimmt die Trennschärfe bei den zwei Subtestgruppen *Zahlen-Wissen* (0.687) und *Mengen-Wissen* (0.645) und zugleich die Differenz zwischen den drei Subtestgruppen ab. Der AUC-Wert der Untertestgruppe *Kognitive Grundfähigkeiten* steigt auf 0.683.

(2) Spezifischer Prädiktor *HaReT 1*

Der Untertest 9 *Größere Zahl umkreisen* des *HaReT 1* trennt mit einem AUC-Wert = 0.747 bei diesem Screening-Verfahren am besten. Danach folgen die Untertests *Mosaik* (0.739), *Eins-zu-Eins-Zuordnung* (0.730) und *Puzzle* (0.729). Mit einem Wert von 0.567 verzeichnet der Untertest 1 *Größe vergleichen* die geringste Trennschärfe.

(3) Spezifischer Prädiktor *Kalkulie 1*

Beim Prädiktor *Kalkulie 1* kann mit einem AUC-Wert = 0.754 der Untertest 6 *Wie viel zusammen?* am besten von allen Untertests der spezifischen Prädiktoren rechenschwache von nicht-rechenschwachen Kindern in der Klasse 1 trennen. Ihm folgen der Untertest 9 *Weiterzählen - Zahlrelationen* (0.747) und der Untertest 1 *Mengenvergleich - gleichmächtige Mengen erzeugen* (0.721). Der Vergleich der Mittelwerte ergibt allerdings keinen signifikanten Unterschied zwischen diesen drei Subtests ($p > 0.05$), während sich der Subtest 6 sich von den anderen sechs Subtests signifikant unterscheidet ($p < 0.05$). Die geringste Trennschärfe

(0.592) kann beim Untertest *5 Punkte einkreisen-Objekte zählen, Abzählen* festgestellt werden.

(4) Unspezifischer Prädiktor *CFT 1*

Analysiert man die Intelligenzleistungen der 51 als rechenschwach identifizierten Schulkinder, so weisen 24 Kinder einen $IQ > 85$ und 27 Kinder einen $IQ < 85$ auf. Für die Klasse 2 liefert die Feststellung der Intelligenzleistungen nur noch eine geringe prognostische Validität. Hinsichtlich der Trennschärfe zwischen rechenschwachen und nicht-rechenschwachen Schulkindern stellen sich aber beide Subtest-Skalen des *CFT 1* als gleich bedeutsam heraus (Subtest-Skala 1+2: AUC-Wert = 0.719 bzw. Subtest-Skala 3-5: AUC-Wert = 0.746). Zwischen beiden Mittelwerten besteht kein Unterschied ($p > 0.05$). Rechenschwache Schulkinder haben dementsprechend sowohl Probleme in der Wahrnehmungsgeschwindigkeit und im vorausschauenden Denken als auch im beziehungsstiftenden Denken und im Erkennen von Regelmäßigkeiten und Gesetzmäßigkeiten.

(5) Unspezifischer Prädiktor *SchüBo 1*

Von allen Subtest-Skalen und Subtests kann die Skala 1 *Leistungen und Fähigkeiten im Unterricht* des *SchüBo 1* mit einem ROC/AUC-Wert = 0.804 am trennschärfsten rechenschwache von nicht-rechenschwachen Schulkindern unterscheiden. Die Skala 2 *Problematisches Verhalten im Unterricht/in der Schule* erzielt einen Trennschärfe-Wert von 0.746. *Denken/Kognition* (0.788), *Arbeitsausführung* (0.778) und *Konzentration und Kontrolle* (0.748) und *Sprache* (0.744) weisen AUC-Werte auf wie die trennschärfsten Subtests spezifischer Prädiktoren.

9.4.3 Prognose von rechenschwachen und nicht-rechenschwachen Schulkindern durch die Hauptkomponenten der Faktorenanalyse

In der explorativen Faktorenanalyse (siehe Kapitel 7) konnte gezeigt werden, dass die drei Hauptkomponenten *Pränumerische Basisfertigkeiten und kognitive Fähigkeiten, Leistungen/Fähigkeiten und Verhalten im Unterricht/in der Schule* und *Zähl- /Zahl- und Mengenfertigkeiten* als latente Variablen Zusammenhänge zwischen den beobachteten Variablen mit einem Beitrag von 44.2% erklären.

In diesem Unterkapitel soll daher die Fragestellung untersucht werden, welcher der drei identifizierten Hauptkomponenten am besten rechenschwache Schulkinder am Ende der Klasse 1 und 2 prognostizieren kann. Den Abbildungen 9.8 und 9.9 können die entsprechenden AUC-Mittelwerte entnommen werden. Die entsprechenden ROC-Kurven sind im Anhang unter B.9.6 bis B. 9.8 aufgeführt. Alle drei Hauptkomponenten verlieren von der Klasse 1 zur Klasse 2 an Trennschärfe beim Vergleich der prognostischen Validität zur Identifizierung der rechenschwachen und nicht-rechenschwachen Schulkinder. Die höchsten AUC-Mittelwerte sind bei der Hauptkomponente *Pränumerische Basisfertigkeiten und kognitive Fähigkeiten* zu verzeichnen. Der Mittelwert-Vergleich bestätigt aber, dass kein signifikanter Unterschied ($p > 0.05$) bei der Trennschärfe der drei Hauptkomponenten besteht. Unter Berücksichtigung des Konfidenzintervalls (95%) lässt sich dementsprechend die Aussage treffen, dass alle drei Faktoren gleich gut rechenschwache und nicht-rechenschwache Schulkinder vorhersagen können.

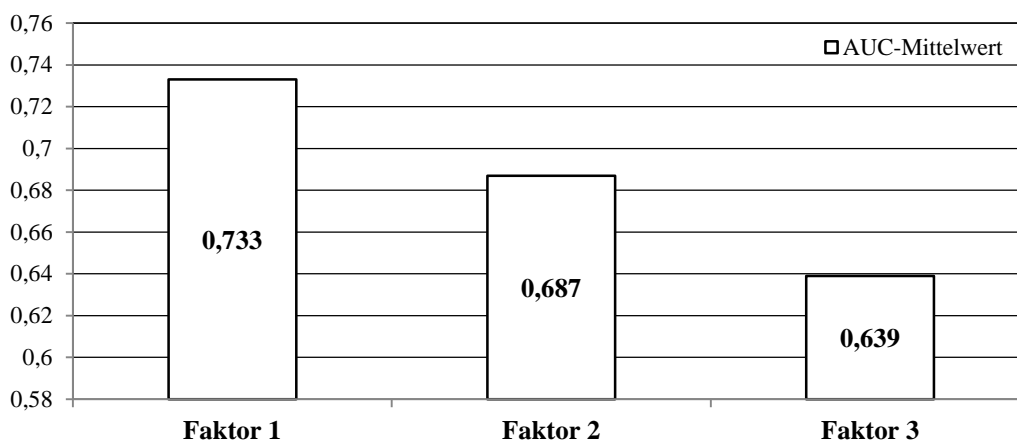


Abbildung 9.8. AUC-Mittelwert der Faktoren der Hauptkomponentenanalyse bezüglich der Trennschärfe von rechenschwachen und nicht-rechenschwachen Kindern in der Klasse 1. Faktor 1 = *Pränumerische Basisfertigkeiten und kognitive Fähigkeiten*, Faktor 2 = *Leistungen/Fähigkeiten und Verhalten im Unterricht/in der Schule*, Faktor 3 = *Zähl- /Zahl- und Mengenfertigkeiten*.

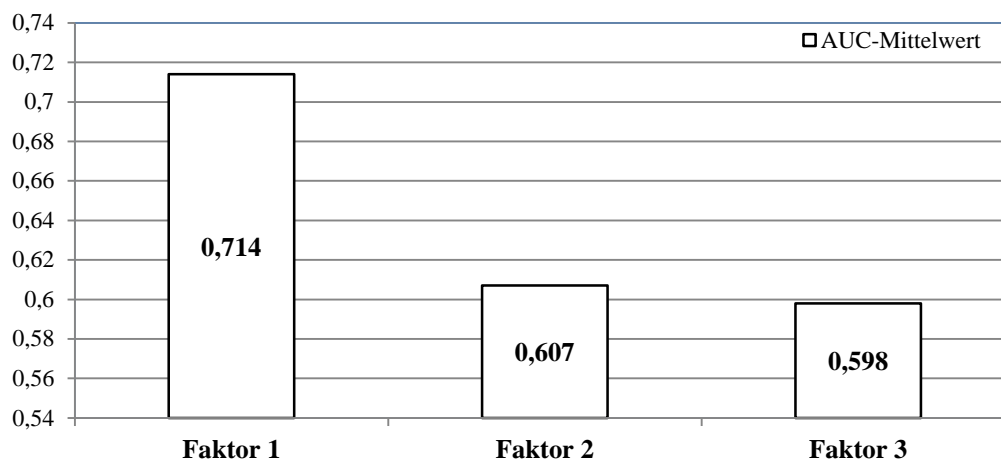


Abbildung 9.9. AUC-Mittelwert der Faktoren der Hauptkomponentenanalyse bezüglich der Trennschärfe von rechenschwachen und nicht-rechenschwachen Kindern in der Klasse 2. Faktor 1 = *Pränumerische Basisfertigkeiten und kognitive Fähigkeiten*, Faktor 2 = *Leistungen/Fähigkeiten und Verhalten im Unterricht/in der Schule*, Faktor 3 = *Zähl- /Zahl- und Mengenfertigkeiten*.

10. Diskussion

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse dieser Längsschnittuntersuchung zusammenfassend dargestellt. Dabei gilt es die zentralen Hypothesen und Fragestellungen (siehe Kapitel 4.1) in Hinblick auf die Untersuchungsergebnisse unter Einbeziehung der verschiedenen Analyse-schritte zu kommentieren und auch mit den Ergebnissen weiterer Studien in Verbindung zu setzen.

10.1 Methodische Aspekte

Die vorliegende Arbeit untersucht im Rahmen einer Längsschnittstudie die prognostische Validität von fünf Messverfahren, die in den ersten sechs Monaten der Klasse 1 der Grundschule eingesetzt wurden. Da es keine Kindergartenpflicht in Deutschland gibt, ist die Grundschule der erste institutionelle Ort, an dem alle Kinder auf Grund der Schulpflicht in ein spezifisches Diagnostik-Szenario eingebunden werden können. Die zu Beginn der Schulzeit eingesetzten Diagnose-Verfahren müssen valide und reliable prognostische Informationen liefern. Aus zeitökonomischen Gründen bieten sich Testinstrumentarien an, mit denen ganze Klassen getestet werden können. Zum Zeitpunkt dieser Längsschnittstudie standen bei den spezifisch-mathematischen Prüfverfahren die Gruppen-Verfahren *HaReT 1* (Lorenz,

2007a) und *Kalkulie 1* (Fritz et al., 2007) und der *ERT 0+* (Lenart et al., n. d.) zur Verfügung. In der dritten bis fünften Schulwoche der Klasse 1 überprüften die drei spezifischen Prädiktoren *HaReT 1*, *Kalkulie 1* und *ERT 0+* das arithmetische Vorwissen der Schulkinder jeder Klasse. Reihungseffekte bezüglich der spezifischen Prädiktoren-Leistungen konnten nicht nachgewiesen werden.

Als Kontrollvariablen wurden zusätzlich die unspezifischen Prädiktoren *CFT 1* (Cattell et al., 1997) und *SchüBo 1* (Tröster & Gomm, 2008) eingesetzt. Der *CFT 1* diente zur Überprüfung der Intelligenz und der *SchüBo 1* zur Beurteilung des individuellen kindlichen, schulischen Lernmanagements (*Leistungen und Fähigkeiten im Unterricht* und *psychosoziale Dispositionen*). Die Feststellung der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2 erfolgte mit dem *DEMAT 1+* bzw. *DEMAT 2+*. Die Verwendung der spezifischen Kriterien *DEMAT 1* und *DEMAT 2+* orientierte sich an anderen deutschsprachigen Studien. Ob und inwieweit die Schriftsprachleistungen einen möglichen Zusammenhang mit den Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 begründen, sollte die Überprüfung der Schriftsprachleistungen mit dem unspezifischen Kriterium *DBL 1* dienen. Damit lässt sich auch der Nachweis führen, ob die spezifischen Prädiktoren nur spezifisch-mathematische Leistungen und nicht auch schriftsprachliche Leistungen vorhersagen.

An dieser Studie nahmen 323 Schulkinder aus den Kreisen Lippe und Höxter teil. Am Ende des Untersuchungszeitraumes befanden sich noch 282 Schulkinder in der Ursprungskohorte; damit ist eine ausreichend große Probandengruppe vorhanden. Der Drop-Out in Höhe von 12.69% gestaltete sich durch systematische Bedingungen (Wiederholung der Klasse 1, Wechsel in eine Förderschule, Wechsel in eine höhere Klassenstufe) und unsystematischen Bedingungen (Wohnortwechsel, Krankheit). Systematische (48.78%) und unsystematische Bedingungen (51.22%) waren als Gründe für den Drop-Out praktisch zu gleichen Teilen vorhanden. Im Laufe der Klasse 1 sank die Teilnahme der Schulkinder in dieser Untersuchungskohorte um 2.17%. Der Zeitpunkt mit den stärksten Verlusten in der Untersuchungskohorte in Höhe von 10.53% war in der Klasse 2 zu verzeichnen: eine andere Klassenstufe besuchten dann 5.26% der Schulkinder, 2.79% der Schulkinder wechselten den Wohnort und 2.48% der Kinder fehlten während des letzten Messzeitpunktes aus Krankheitsgründen.

Die Schwierigkeit einer gesicherten Prognose der schulischen Entwicklung von Schulkindern (siehe Fritz et al, 2007, S. 35) lässt sich auch anhand der quantitativen Instabilitäten in dieser Untersuchungskohorte nachweisen. Die Anzahl rechenschwacher Schulkinder zeichnet sich dabei durch eine hohe Fluktuation aus: Am Ende der Klasse 1 wurden 51 Schulkinder (16.14%) als rechenschwach identifiziert; davon wiederholten anschließend 29.41% die erste Klasse. 23.53% der als rechenschwach identifizierten Schulkinder der Klasse 1 gehörten am Ende der Klasse 2 nicht mehr dieser Risikoklientel an. Am letzten Messzeitpunkt erzielten insgesamt 52 Schulkinder (18.44%) schwache Rechenleistungen. 28 Probanden (9.93%) zeigten sowohl beim *DEMAT 1+* wie auch bei *DEMAT 2+* schwache Rechenleistungen. 24 Schulkinder (8.51%) wurden erst beim Messzeitpunkt 5 als rechenschwach identifiziert. Ein möglicher Grund für das Auftreten dieser Risikogruppe am Ende der Klasse 2 kann in der Erweiterung des Zahlenraumes von 20 auf 100 gesehen werden, wenn die Bewältigung des größeren Zahlenraumes nicht mehr das Zählen im Sinne von Abzählen, sondern nur noch durch das Rechnen erfolgen kann. Curricular erfolgt zudem noch die Einführung der Multiplikation, der Division und das Rechnen mit Maßen (Geld, Längen). Konsequenterweise müssen Schulkinder in den ersten beiden Jahren bei jeder Strategieänderung/-erweiterung und curricular-inhaltlichen Themen im Rechenerwerb eng begleitet werden, damit unvollständige oder fehlerhafte Entwicklungen sofort korrigiert werden können.

10.2 Diskussion der Fragestellungen

In dieser Studie wurde untersucht, ob sich zu Beginn bzw. in der Mitte der Klasse 1 der Grundschule bei Schulkindern die Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2 durch die eingesetzten spezifischen und unspezifischen Prädiktoren vorhersagen lassen und wie zuverlässig rechenschwache Schulkinder in der Klasse 1 und 2 prognostiziert werden können. Die Beantwortung der Fragestellungen erfolgte durch die Erarbeitung verschiedener Gesichtspunkte:

Sind spezifisch-mathematische Vorläuferfertigkeiten (mengen- und zahlbezogene Konzepte) prognostisch bedeutsamer als allgemein-kognitive Basisfertigkeiten (Präpositionen, Raum-Lage-Beziehungen, räumliches Vorstellungsvermögen etc.)? Es stellt sich dabei auch die Frage nach der Brauchbarkeit der eingesetzten Prädiktoren hinsichtlich der Prognose von rechenschwachen und nicht-rechenschwachen Schulkindern am Ende der Klasse 1 und 2. Die jeweilige inhaltliche Testkonstruktion der drei spezifischen Prädiktoren bezieht sich auf

unterschiedliche theoretische Annahmen, ausgehend von den Erkenntnissen der Entwicklungspsychologie, der Neuropsychologie und der Kognitionspsychologie zum kindlichen Rechnerwerb. Das Verfahren *HaReT 1* basiert in seiner Testkonstruktion primär auf der Berücksichtigung basaler kognitiv-visueller Stützfunktionen und dem Mengen-Vorwissen. Den aktuellen Forschungsstand zum frühkindlichen Rechnerwerb (Gelman & Gallistel, 1978; Resnick, 1983; Fuson, 1988; Krajewski, 2003) berücksichtigend, setzt das Verfahren *Kalkulie 1* Subtests zum Mengen-Zahlen-Vorwissen ein. Der *ERT 0+*, der bereits in den letzten zwei Monaten des Frühbereichs als Diagnostikum angewendet werden kann, enthält in seiner Testkonstruktion Aufgaben zum basalen Rechnerwerb und als einziger spezifischer Prädiktor Sachaufgaben als Indikator für die mathematische Anwendung.

Welchen Beitrag zur Varianzerklärung der Rechenleistungen in der Klasse 1 und 2 und zur Früherkennung von rechenschwachen Schulkindern leistet die Intelligenz? Zu begutachten galt, ob tatsächlich spezifisch-mathematische Vorläuferfertigkeiten, wie zum Beispiel das Mengen-Vorwissen oder das Zahlen-Vorwissen, für den Erwerb von Rechenfähigkeiten ausschlaggebend sind oder die allgemeinen kognitiven Fähigkeiten des Kindes. Hinweise auf den Einfluss der Intelligenz geben zum Beispiel Krajewski (2003), Kaufmann (2003) und Dornheim (2008). Die Einbeziehung aller Subtests *des CFT 1* erfolgte unter dem Gesichtspunkt, ob und inwieweit die beiden Subtest-Skalen dieses Messverfahrens einen Beitrag zur Varianzerklärung bzw. zur Identifizierung von rechenschwachen und nicht-rechenschwachen Schulkindern der Klasse 1 und 2 leisten.

Inwieweit kann das individuelle Lernmanagement des jeweiligen Schulkindes einen Einfluss auf die Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2 ausüben? Hinweise auf die Auswirkungen des individuellen, kindlichen Lern- und Leistungsverhalten hinsichtlich der Schulleistung finden sich in mehreren Studien (z. B. Weinert, 1997; Kaufmann, 2003; Petermann & Petermann, 2006; Hasselhorn & Grube, 2008; Hasselhorn & Gold, 2009). Die Beurteilung des individuellen Lernmanagements von Schulkindern basiert auf eigenen Beobachtungen des Lehrpersonals und unterliegt daher subjektiven Einschätzungen. Trotzdem stellt es ein wichtiges Element dar, da Beobachtungen praktisch täglich stattfinden und sie sich somit als einen kontinuierlichen Prozess darstellen. In der vorliegenden Untersuchung wurde speziell die Rolle des unspezifischen Prädiktors *SchüBo 1* hinsichtlich seines Beitrages zur Varian-

zerklärung der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2 und zu seiner prognostischen Validität begutachtet.

10.2.1 Prognose der Schulleistungen

Die zentrale Aufgabe der Regressionsanalyse besteht in der Erklärung der Beziehung zwischen den abhängigen und unabhängigen Variablen. Die hypothesengeleitete Untersuchung befasste sich daher mit dem Erklärungsbeitrag der fünf Prädiktoren hinsichtlich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 bzw. 2 und der Schriftsprachleistungen am Ende der Klasse 1. Zudem wurden in die Regressionsanalyse die Hauptkomponenten aufgenommen, die sich durch die Faktorenanalyse als varianzerklärende, latente Variablen abgebildet hatten.

Die Fragestellung, ob und in welcher Höhe die Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2 zu Beginn bzw. in der Mitte der Klasse 1 der Grundschule bei den an dieser Untersuchung teilgenommenen Schulkindern durch die eingesetzten Prädiktoren vorhersagt werden können, wird durch die Messergebnisse bestätigt. Insgesamt lassen sich unter Einbeziehung der ersten drei Messzeitpunkte bis zu 44% (Klasse 1) bzw. 28% (Klasse 2) der Varianz erklären. Ausgehend von Messzeitpunkt 1 beträgt die maximale Varianzaufklärung durch den einzelnen spezifischen Prädiktor 37% (Klasse 1) und 20% (Klasse 2). Der Prädiktor *HaReT 1* liefert dabei unerwartet mit 37% Varianzerklärung von allen drei spezifischen Prädiktoren den höchsten Beitrag bei der Erklärung der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1. Dieses Messverfahren verfügt, wie bereits erwähnt, in seinem Testitem-Portfolio über die geringste Anzahl von Subtests zum Mengen- und Zahlen-Vorwissen und über die meisten Testitems mit allgemein-kognitiven Basisfertigkeiten. Diese definieren sich beim *HaReT 1* durch visuell-räumliche Fähigkeiten als kognitive Stützfunktionen. Der *HaReT 1* erklärt die Varianz insgesamt höher als die Items zum Mengen- und Zahlen-Vorwissen, die durch den *ERT 0+* und vor allem durch den Prädiktor *Kalkulie 1* repräsentiert werden. Das letztere Verfahren generiert sich ja aus den Forschungen der Entwicklungspsychologie zum arithmetischen Rechenwerb. In der vorliegenden Untersuchung kann daher nicht bestätigt werden, dass die verwendeten Aufgaben hinsichtlich der mengen- und zahlbezogenen Vorläuferfertigkeiten die Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2 besser vorhersagen als allgemein-kognitive Stützfunktionen.

Zusätzlich zur Erklärungsleistung des jeweiligen spezifischen Prädiktors leisteten auch die unspezifischen Prädiktoren *Intelligenz* und das *Lehrerurteil* einen Beitrag zur Varianzaufklärung. Dabei klärt die Intelligenz je nach spezifischem Prädiktor unterschiedlich hoch die Varianz bezüglich der Rechenleistungen am Messzeitpunkt 4 und 5 auf. Der zusätzliche Erklärungsbeitrag in Höhe von einem Prozent in der Modellierung mit dem spezifischen Verfahren *HaReT 1* ist erwartungsgemäß am geringsten, da dieser Prädiktor mehr Items zu kognitiven Fähigkeiten einsetzt als die anderen spezifischen Prädiktoren. Bei *Kalkulie 1* beträgt die zusätzliche Erklärungsleistung drei Prozent für die Klasse 1, respektive zwei Prozent für die Klasse 2. Mit sechs Prozent (Klasse 1) und drei Prozent (Klasse 2) klärt die Intelligenz in Kombination mit dem *ERT 0+* deutlich mehr Varianz auf. Dieser spezifische Prädiktor beinhaltet damit in seiner Testkonstruktion weniger kognitive Determinanten als die beiden anderen spezifischen Prädiktoren.

Beim Vergleich der Erklärungswerte für die Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2 ist wie bei anderen Studien (z. B. Krajewski, 2003; Weißhaupt et al., 2006; Dornheim, 2008) eine geringe Aufklärungsperformanz der Intelligenz hinsichtlich der Rechenleistungen vorhanden. Das standardisierte Regressionsgewicht β weist für die Intelligenz in allen Berechnungen den geringsten Wert auf. Die standardisierten Regressionsgewichte fallen bei den Schulleistungen am Ende der Klasse 2 auch geringer aus als bei den Rechenleistungen am Ende der Klasse 1. Daher ist ein Rückgang des Einflusses der Intelligenz auf die Rechenleistungen innerhalb der ersten zwei Schuljahre festzustellen. Da sich der mathematische Kompetenzerwerb durch den Erwerb von Rechenstrategien vollzieht, erhält dieser Kompetenzzuwachs im Vergleich zur Intelligenz einen zunehmend größeren Einfluss auf die Rechenleistungen (siehe auch: Tröster, 2009, S. 355).

Der Einsatz des *CFT 1* mit allen beiden Subtest-Skalen erbringt gegenüber der Verwendung nur der Subtest-Skala 3-5 (Krajewski, 2003; Dornheim, 2008) keine weitere beachtenswerte Varianzerklärung hinsichtlich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2. Modalitätsspezifische Leistungen wie die *visuelle Wahrnehmungsgeschwindigkeit*, die *visuelle Aufmerksamkeit* und der *visuo-motorische Entwicklungsstand* klären an den beiden Messzeitpunkten 4 und 5 nur ein Prozent bzw. weniger als ein Prozent der Rechenleistungen zusätzlich auf. Als bedeutsamer für die Erklärung der Rechenleistungen stellen sich kognitive

Strategien wie das *beziehungsstiftende Denken* und das *Erkennen von Regelmäßigkeiten und Gesetzmäßigkeiten* heraus, weil sie wichtiger für den Aufbau und die Anwendung von Rechenstrategien sind.

Wenn die Intelligenz nur gering zur Varianzerklärung der Schulleistungen beiträgt, welche Rolle leistet sie dann für die Entwicklung des Rechenerwerbs? Nach Hasselhorn und Gold (2009) wird Intelligenz wie folgt definiert: „Unter *Intelligenz* versteht man die allgemeinen Fähigkeit zum Lernen, Denken oder Problemlösen, die sich insbesondere in jenen Situationen zeigt, die für eine Person neu bzw. unvertraut sind“ (S. 84). Somit ist die Intelligenz als eine bereichsübergreifende Fähigkeit zu verstehen. Aber es liegen auch Hinweise auf spezifisch-mathematische Einflüsse der Intelligenz vor. Helmke und Weinert (1997) fanden in einer Längsschnittstudie, dass der korrelative Zusammenhang in der Grundschule zwischen Intelligenz und textlich gebundenen Aufgaben, die ein Problemlösungsverhalten verlangen, größer ist als zwischen Intelligenz und Arithmetik-Aufgaben. Das Lösen von Arithmetik-Aufgaben wird demnach eher durch den Erwerb von Rechenstrategien ermöglicht, der den mathematischen Kompetenzerwerb begleitet, als durch Intelligenzleistungen.

Auch in der LOGIK-Studie ließ sich bis Klasse 11 den oben beschriebenen korrelativen Zusammenhang zwischen Intelligenz, Textaufgaben und Rechenaufgaben replizieren (Stern, 2005). Betrachtet man den Zusammenhang zwischen dem Zahlen-Vorwissen und der Intelligenz, so belegen Studien (z. B. Krajewski, 2003; Weißhaupt, Peucker und Wirtz, 2006; Dornheim, 2008) nur einen indirekten Einfluss der Intelligenz auf den Rechenerwerb. In den jeweiligen Strukturgleichungsmodellen lud die Intelligenz signifikant stärker auf das zahlenbezogene Vorwissen (Weishaupt et al., 2006; Dornheim, 2008) bzw. auf das Mengenvorwissen (Krajewski, 2003) als auf die Rechenleistungen am Ende der Klasse 1. Je näher die Leistungen im Frühbereich vor dem Schuleintritt erhoben wurden, umso geringer stellte sich der Einfluss der Intelligenz auf die Rechenleistungen dar. Gleichzeitig stieg der Einfluss des Zahlenvorwissens auf die Rechenleistungen (Krajewski, 2003). Die Rolle der Intelligenz lässt sich daher eher als einen das Lernen begünstigenden Faktor verstehen, der nur in bestimmten Anwendungen, wie zum Beispiel bei Textaufgaben, als Mathematik-spezifisch anzusehen ist. Textaufgaben benötigen, im Gegensatz zu formalen, nicht-textgebundenen Aufgaben, das Textverständnis und unter Nutzung dieses Informationsgehaltes die Bildung

mathematischer Aufgabeninhalte. Die Überführung der sprachlichen Inhalte in mathematische Strukturen erfordert daher mehr intellektuelle Kompetenzen als die Erarbeitung formaler Rechenaufgaben.

Durch diese Rolle der allgemeinen Intelligenz wird aber auch die Bedeutsamkeit des Vorwissens verdeutlicht. Schneider, Körkel und Weinert (1989) untersuchten in einer Studie den Einfluss der Intelligenz und des Vorwissens auf die Behaltensleistung bei Schülerinnen und Schülern der dritten, fünften und siebten Klasse am Beispiel des Fußball-Wissens. Schulkinder mit einem Experten-Wissen zum Thema „Fußball“ generierten eine höhere Behaltensleistung als Schulkinder mit Nicht-Wissen bzw. Neuling-Wissen in diesem Wissensbereich. Einen Einfluss auf die Behaltensleistung konnte auch durch das Alter der Schulkinder nachgewiesen werden. Je höher die Klassenstufe, desto stärker stieg die Behaltensleistung. Den geringsten Einfluss übte die allgemeine Intelligenz aus. Hasselhorn und Gold (2009) schlussfolgern aus diesen Ergebnissen: „Auch bei hoher Intelligenz ist gutes Vorwissen demnach nicht entbehrlich, wenn es darum geht, möglichst gute Lernleistungen in einem Inhaltsbereich zu erzielen“ (ebda., S. 85).

In der Lernbiografie eines Kindes stellt der Eintritt in die Grundschule nicht die „Stunde Null“ dar. In dieser Studie zeigte sich deutlich, dass die Kinder zu Beginn der Grundschulzeit bereits über beachtliche arithmetische Grundkenntnisse verfügten. Insofern begünstigen gute Vorkenntnisse den Einstieg in die schulische Laufbahn. Kinder, die den relationalen Zahlenbegriff beherrschen, sind zu Beginn der Grundschule denjenigen Klassenkameraden überlegen, die sich noch nicht alle Stufen der Zahlbegriffsentwicklung durchlaufen haben. Die Befunde der LOGIK-Studie geben Hinweise, „dass mathematische Kompetenzen im späteren Schulalter das Ergebnis eines kumulativen Lernprozesses sind. Wer bereits zu einem frühen Zeitpunkt anspruchsvolles Wissen verfügbar hatte, kann auf dieser Grundlage anspruchsvolle Kompetenzen aufbauen und seinen Vorsprung immer weiter ausbauen“ (Stern, 2005, S. 145). Je größer also das Vorwissen, desto besser und schneller verläuft dieser Einstieg in das schulische Lernen und in den damit verbundenen weiteren Kompetenzerwerb.

Aus den Ergebnissen der Forschungen zur Rolle der Intelligenz und des Vorwissens lässt sich folgern, dass das Lernen, also auch der Rechnerwerb, durch die beiden Grundelemente *Intelligenz* und *Vorwissen* begünstigt wird. Gerade bei Strategiewechseln, wie zum Beispiel dem Übergang vom zählenden Rechner in den Strategie anwendenden Rechner (Erweiterung des Zahlenraums von 20 auf 100), ermöglichen gute Intelligenzleistungen leichter den Kompetenzerwerb. In diesen Situationen wird nämlich die Fähigkeit benötigt, sich in unbekannte Thematiken einarbeiten und begreifen zu können, um diese neuen Strategien in vertraute Handlungsschemata zu implementieren. Der Schritt vom Neuling-Status zum Expertentum kann dementsprechend rascher vollzogen werden. Generell lässt sich feststellen, dass Intelligenzleistungen in mathematischen Situationen eine besondere Rolle spielen, die ein problemmerkendes und problemlösendes Denkverhalten und dementsprechend ein flexibles und adaptives Agieren erfordern.

Einen deutlich besseren zusätzlichen Beitrag zur Erklärung der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2 als die Intelligenz liefert die Beurteilung des *Leistungen und Fähigkeiten im Unterricht* und des *problematisches Verhaltens im Unterricht/in der Schule* der teilnehmenden Schulkinder durch ihre Lehrkräfte. Das standardisierte Regressionsgewicht β als Maß für den Einfluss auf die Rechenleistungen bestätigt dem *Lehrerurteil* immer höhere Werte als für die *Intelligenz*. Die Ergebnisse der Regressionsberechnungen lassen auf jeden Fall die Bestätigung der Hypothese 3 (siehe Unterkapitel 4.1) zu, dass das Lern- und Leistungsverhalten des jeweiligen Schulkindes stärker als die Intelligenz die Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2 beeinflusst. Führt man zusätzlich eine Regressionsmodellberechnung auf der Basis der am höchsten mit den Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2 korrelierenden Subtests (siehe Tabellen 6.4 und A.6.1 bis A.6.4) durch, kann die bedeutsame Rolle des Lern- und Leistungsverhaltens weiter belegt werden. Vor allem die latenten unspezifischen Variablen *Denken und Kognition* (Indikatoren: Auffassungsgabe für neuen Stoff, Behaltensleistung, Logisches Denken, Kreativität) und *Arbeitsausführung* (Indikatoren: Selbständigkeit beim Arbeiten, Arbeitstempo, Genauigkeit der Arbeitsausführung) des *SchüBo 1* leisten eine zusätzliche Varianzerklärung der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2. Die Rechenleistungen für die Klasse 2 erklärt der unspezifische Prädiktor *SchüBo 1* sogar höher als die spezifischen Prädiktoren *ERT 0+* und *Kalkulie 1*.

Allerdings müssen diese Ergebnisse des Prädiktors *SchüBo 1* sehr vorsichtig interpretiert werden. Dieses Verfahren wurde nicht zu Messzeitpunkt 1 eingesetzt, sondern erst nach sechs Monaten an Messzeitpunkt 3. Die täglichen Erfahrungen mit der individuellen Entwicklung des jeweiligen Schulkindes auch im Fach Mathematik können dazu geführt haben, dass durch das Lehrpersonal unbewusst diese Erfahrungen in positive oder negative Einschätzungen der Schülerpersönlichkeit überführt wurden. Daher sind *Halo-Effekte* nicht auszuschließen, indem die Schulleistungen in die individuelle Schülerbeurteilung eingeflossen sind und somit eine unabhängige Erfassung der *Leistungen und Fähigkeiten im Unterricht* und des *problematisches Verhaltens im Unterricht/in der Schule* nicht erfolgt ist.

Betrachtet man die vorhandenen Befunde auch unter der Berücksichtigung einer vorsichtigen Interpretation, so ist es doch sinnvoll, die Rolle des individuellen, schulischen Lernmanagements in Hinblick auf das Lernen zu diskutieren. Der Einfluss des Lern- und Leistungsverhaltens sowie der psychosozialen Dispositionen auf die Rechenleistungen der Klasse 1 und 2 ist in dieser Untersuchung höher als der Einfluss der Intelligenz, für die als Fähigkeitseigenschaft bereits der problemerkennende und problemlösende Aspekt benannt wurde. Der Rechenerwerb in der Klasse 1 und 2 basiert den Ergebnissen entsprechend nicht nur primär auf die Aneignung weiterer mathematischer Strategien, sondern beinhaltet auch unspezifische Faktoren wie das individuelle Lern- und Leistungsverhalten eines Schulkindes.

Warum sagt das individuelle Lernmanagement die Rechenleistungen in der Klasse 1 und 2 besser voraus als die Intelligenz? Für das Lernen, also auch für den Rechenerwerb in der Klasse 1 und 2, sind dementsprechend noch weitere Fähigkeiten des Schulkindes notwendig. Wie zum Beispiel das Erinnern des Lernstoffes, das Ordnen, das Kategorisieren und das Erkennen von Zusammenhängen, aber auch das Hervorbringen von Ideen. Diese Fähigkeiten können als strukturbildend und damit den Rechenerwerb unterstützend angesehen werden. Je mehr ein Schulkind über diese Ressourcen verfügt, umso stärker kann sich ein intrapersonales Organisationskonzept ausprägen. Allerdings sind diese Fähigkeiten nicht auf den Rechenerwerb begrenzt. Sie wirken bereichsübergreifend, da auch das Lern- und Leistungsverhalten in der vorliegenden Studie einen zusätzlichen Erklärungsbeitrag in identischer Höhe (5% bis 7% je nach Prädiktor) hinsichtlich der Schriftsprachleistungen am Ende der Klasse 1 leistet.

Weitere altersgemäß und gut entwickelte, psychosoziale Kompetenzen, wie Motivation/Leistungsbereitschaft, Unterrichtseteiligung, Konzentration, Arbeitsorganisation, begünstigen das schulische Lernen. Offen und interessiert sich neuen Fragestellungen nähern, ist eine wichtige Voraussetzung des Lernens. „Im Altersbereich zwischen 4 und 8 Jahren spielen insbesondere die subjektiven Kompetenzüberzeugungen eine Rolle. Bei den subjektiven Kompetenzüberzeugungen geht es um Bewertungen der eigenen Kompetenz“ (Hasselhorn & Grube, 2006, S. 119). Gute intellektuelle Leistungen reichen daher allein nicht aus, um das schulische Lernen, also auch den schulischen Rechenwerb, komplett zu vollziehen. Somit kann neben dem Vorwissen, der Intelligenz mit dem individuellen Lernmanagement ein drittes Grundelement des Lernens benannt werden. Ein gutes intrapersonales Organisationskonzept erleichtert demnach den Strategieverwerb und damit auch das schulische Lernen.

Insofern muss das Wissen des Lehrpersonals zur Einflussnahme des Lern- und Sozialverhaltens auf die Schulleistungen, also auch auf die Rechenleistungen, und das Kennen des jeweiligen Lernmanagements eines Schulkindes vorhanden sein und interpersonelle Dispositionen von Schülerinnen und Schülern als notwendige Begleiter bei Lernprozessen begriffen werden. Damit kann einer ungenügenden Passung zwischen systemischen Gegebenheiten und dem individuellen Lernmanagement entgegen getreten werden. Wichtig hierbei ist die Kenntnis der Änderungsvorgänge des kindlichen Lernens hinsichtlich der motivationalen Einstellung des Schulkindes. Durch eigene Handlungserfahrungen im schulisch-sozialen Kontext ändert sich die persönliche Fähigkeitseinschätzung in eine vergleichende Fähigkeitseinschätzung (Hasselhorn & Grube, 2006). Lehrerinnen und Lehrer sollten darauf achten, dass motivationale Kompetenzen erhalten und eine Überbetonung vergleichender Resultate vermieden wird. Diese Überbetonung bewirkt letztendlich den kindlichen Zweifel an seinen eigenen Fähigkeiten und behindert „damit die Bereitschaft, Anstrengung zu investieren, um Dinge zu wiederholen und zu üben“ (Hasselhorn & Grube, 2009, S. 123). Die fehlende Anstrengungsbereitschaft trägt mit zur Entwicklung eines negativen Selbstkonzepts bei. Die entsprechenden Auswirkungen hinsichtlich der Schulleistungen im Fach Mathematik sind im Kapitel 3.2 bereits beschrieben worden.

10.2.2 Prognose rechenschwacher Schulkinder

Der Wert eines Diagnostikverfahrens basiert auf seiner Differenzierungsfähigkeit, Risiko und Nicht-Risiko prognostizieren zu können. Die zu Beginn der Klasse 1 eingesetzten spezifischen Prädiktoren *ERT 0+*, *HaReT 1* und *Kalkulie 1* verfolgen primär das Ziel, während der Schuleingangsphase Hinweise auf mögliche Defizite bei der Entwicklung vorschulischer arithmetischer Kompetenzen zu geben. Die Überprüfung der Treffergenauigkeit bei der Identifizierung von rechenschwachen und nicht-rechenschwachen Schulkindern erfolgte mit dem klassifikatorischen Ansatz. Dieser beinhaltet die Berechnungen der Güteindizes aller fünf Prädiktoren. Um unabhängig von der Selektionsquote und der Grundquote die prognostische Validität der einzelnen Verfahren beurteilen zu können, wurden zusätzlich weitere Berechnungsverfahren eingesetzt.

Bei den prävalenzabhängigen Gütekriterien erzielten die beiden spezifischen Messverfahren *HaReT 1* und *Kalkulie 1* höhere Werte als der *ERT 0+*. Mit Hilfe des Prädiktors *Kalkulie 1* konnten 52.00% (*HaReT 1*: 49.02%) gut die Hälfte der rechenschwachen Schulkinder in der Klasse 1 vorhergesagt werden. Der *ERT 0+* identifizierte nur 39.22% der Schulkinder mit Rechenschwäche. Das Nicht-Vorliegen einer Rechenproblematik wurden von den spezifischen Prädiktoren mit hohen *Spezifitäts*-Werten vorhergesagt (*HaReT 1*: 90.91%, *Kalkulie 1*: 90.87% und *ERT 0+*: 89.43%). Insgesamt lassen sich mit Hilfe der beiden Prädiktoren *HaReT 1* und *Kalkulie 1* besser als der *ERT 0+* rechenschwache von nicht-rechenschwachen Schulkindern der Klasse 1 und 2 klassifizieren und zuverlässiger die rechenschwachen Schulkinder am Ende der Klasse 1 und 2 prognostizieren. Auch die Messwerte der prävalenzunabhängigen Gütekriterien bestätigen die bisher benannten Ergebnisse. Die beiden Prädiktoren *HaReT 1* und *Kalkulie 1* verfügen über eine höhere Trennschärfe bei der Differenzierung von rechenschwachen und nicht-rechenschwachen Schulkindern der Klasse 1 und 2. Dass das Messverfahren *HaReT 1* eine fast so hohe prognostische Validität aufweist wie der Prädiktor *Kalkulie 1* ist nicht überraschend, da bereits in der Regressionsanalyse ein gleich hoher Erklärungsbeitrag beider Gruppentests bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 beobachtet werden konnte.

Hinsichtlich der in dieser Untersuchung verwendeten spezifischen Prädiktoren verfügt der *ERT 0+*, trotz der größten inhaltlichen Item-Bandbreite in seiner Testkonstruktion, nur über

eine geringe prognostische Validität zur Früherkennung von rechenschwachen Schulkindern in der Klasse 1 und 2. Diese schwächere prognostische Leistungskraft der *ERT 0+* lässt sich durch das Vorhandensein von zu wenigen trennscharfen Items in der Testkonstruktion erklären. Damit kann das Verfahren *ERT 0+* weniger als die anderen beiden spezifischen Prädiktoren rechenschwache und nicht-rechenschwache Schulkindern der Klasse 1 und 2 vorher-sagen. Beim Verfahren *Kalkulie 1* ist der relative Anstieg der Trefferquote gegenüber der Zufallstrefferquote bezüglich der Prognose von rechenschwachen Schulkindern in dieser Untersuchung übrigens höher (RATZ-Index = 42.9 für die Klasse 1 bzw. 34.7 für die Klasse 2) als in der eigenen Validierungsstudie (Fritz et al, 2007) (RATZ-Index = 24.5). Für die Prognose der rechenschwachen Schulkindern am Ende der Klasse 1 verfügt *Kalkulie 1* von allen drei spezifischen Prädiktoren über die beste Validität. Rechenschwache Schulkindern am Ende der Klasse 2 lassen sich durch die drei eingesetzten spezifischen Prädiktoren schlechter prognostizieren.

Der Vergleich der spezifischen Prädiktoren *HaReT 1*, *Kalkulie 1* und *ERT 0+* mit der Performanz der spezifischen Prädiktoren zum *Mengen-* und *Zahlenvorwissen* von Krajewski (2003) (max. RATZ-Index = 69.5), Weißhaupt (max. RATZ-Index = 99.0) und Dornheim (2008) (max. RATZ-Index = 69.5) attestiert den in dieser Untersuchung eingesetzten Messverfahren eine geringere Vorhersagekraft. Hierbei muss allerdings berücksichtigt werden, dass es sich bei den in der vorliegenden Studie verwendeten Verfahren um Gruppentests und nicht um Einzeltests handelt. Beim Einsatz von Einzeltests können differenzierter Leistungen erhoben werden. Allein die Aufgabenpräsentation für sich gesehen, weist den Gruppenverfahren andere Bedingungen zu.

Die in den drei genannten Studien verwendeten Testverfahren erzielen eine bessere Treffergenauigkeit bei der Identifizierung von rechenschwachen und nicht-rechenschwachen Schulkindern. Speziell die Aufgabenstellungen des Prädiktors *Kalkulie 1* eignen sich, trotz derselben theoretischen Basiertheit wie die der o. a. Studien, weniger zur Vorhersage von rechenschwachen Schulkindern der Klasse 1 und 2. Betrachtet man die verschiedenen Testkonstruktionen, so finden sich nur wenige Gemeinsamkeiten bei den Testitems. Es sind dies die Zählfertigkeiten wie das *Vorwärtszählen* oder das *flexible Zählen*. Die Test-Settings der Studien von Krajewski (2003), Weißhaupt (2006) und Dornheim (2008) verwenden zusätzlich

auch Aufgaben zur Mengeninvarianz, zur Simultan-Erfassung, zur Anwendung des Zahlenwissens, zum Kardinal- und Ordinalzahl-Verständnis und zur Zahleninformationsgeschwindigkeit. Des Weiteren finden Aufgaben zum Arbeitsgedächtnis als unspezifischer, bereichsübergreifender Prädiktor Anwendung (siehe auch Tabelle 3.2). Bei allen drei spezifischen Gruppen-Verfahren dieser Untersuchung müsste daher die prognostische Validität verbessert werden, um die prävalenzabhängigen und prävalenzunabhängigen Gütekriterien weiter zu erhöhen. Die Hinzunahme von Items wie zu Beispiel *Zifferspanne vorwärts* und *Zifferspanne rückwärts* im Kontext *Arbeitsgedächtnis* sollte dann in die Test-Konstruktion eines Gruppen-Verfahrens implementiert werden. Entsprechende Hinweise auf die Erhöhung der prognostischen Validität durch den Einsatz dieser Items geben Krajewski (2003) und Dornheim (2008).

Bezieht man auch die unspezifischen Prädiktoren in die Würdigung der prognostischen Validität ein, sagt die Beurteilung der Leistungen und Fähigkeiten im Unterricht sowie der psychosoziale Dispositionen hinsichtlich des problematischen Verhaltens im Unterricht/in der Schule die rechenschwachen Schulkinder am Ende der Klasse 1 und 2 besser voraus als die Intelligenz. Die bis zum Schuleintritt erworbenen mathematischen Strategien erweisen sich dabei als prognostisch bedeutsamer als die Intelligenzleistungen. Moser Opitz (2007) untersuchte in einer Studie den Erwerb und die Verwendung von mathematischen Strategien in den weiterführenden Klassen 5 und 8. Die dort erhobenen Befunde bestätigen auch dort, dass Rechenstrategien mehr zur Varianzerklärung beitragen als die Intelligenzleistungen. Zudem stellte Moser Opitz Unterschiede bei rechenschwachen und nicht-rechen-schwachen Schulkindern bei der qualitativen Anwendung von Strategien fest. „Die rechenschwachen Schülerinnen und Schüler weisen somit bezüglich der Strategieverwendung besonderen Förderbedarf auf“ (Moser Opitz, 2007, S. 278). Die Rolle der Intelligenz als Prädiktor für Risiko und Nicht-Risiko muss allerdings differenziert betrachtet werden. Die Durchführung der beiden Subtest-Skalen des *CFT 1* in dieser Studie bewirkt eine höhere prognostische Validität. Im Vergleich zu den Ergebnissen bei Krajewski (2003) (Klasse 1: 32.3 bzw. Klasse 2: 12.6) und Dornheim (2008) (Klasse 1: 7.4 bzw. Klasse 2: 21.9), die nur eine Subtest-Skala eingesetzt haben, ergeben sich für den Prädiktor *Intelligenz* höhere prävalenzunabhängige Kennwerte beim Ratz-Index (Klasse 1: 37.5 bzw. Klasse 2: 24.5). Auch sagt der *CFT 1* in der Klasse 1

besser als der spezifische Prädiktor *ERT 0+* die rechenschwachen und nicht-rechenschwachen Schulkinder voraus.

Von allen fünf Prädiktoren verfügt das Messinstrument *SchüBo 1* über die größte Vorhersagekraft. Allerdings müssen diese Daten aufgrund des zeitlich späteren Einsatzes vorsichtig interpretiert werden. *Halo-Effekte* sind deshalb nicht auszuschließen. Die Beurteilung der Leistungen und Fähigkeiten im Unterricht sowie der psychosozialen Dispositionen hinsichtlich des problematischen Verhaltens im Unterricht/in der Schule verliert im Unterschied zu den anderen vier Verfahren aber deutlich weniger an Prognosekraft beim Vergleich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 mit den Leistungen am Ende der Klasse 2. Insofern scheint sich das individuelle Lernmanagement bereichsübergreifend als ein stabilisierendes Element des schulischen Lernens darzustellen.

Auch bei der Vorhersage rechenschwacher Schulkinder erweisen sich die Komponenten des individuellen Lernmanagements *Denken/Kognition, Arbeitsausführung, Sprache und Konzentration und Kontrolle* im Lern- und Sozialverhalten als trennscharf. In der Studie von Kaufmann (2003) wird über ähnliche Unterschiede berichtet. Das Lern- und Leistungsverhalten in den Kategorien *Aufmerksamkeit, Mitarbeit* und *Ablenkbarkeit im Unterricht* sowie *sorgfältige und zügige Arbeitsweise* wird im Lehrerurteil bei den lernschwächeren Schulkindern signifikant geringer eingeschätzt. Soziale und emotionale *Fähigkeiten* wie *Selbstsicherheit, Beliebtheit bei Mitschülern, Fröhlichkeit und Offenheit* und *Störungen des Unterrichts* sind signifikant schwächer ausgeprägt. Die Validierungsstudie des *Dortmunder Entwicklungsscreening für den Kindergarten (DESK 3-6)* (Tröster, Flender & Reineke, 2011) zur Prognose von Lernproblemen im Lesen und Rechnen identifizierte unter Verwendung der Subtestskala *Sprache und Kognition* über 70% der Kinder als rechenschwach (RATZ-Index = 58.4). In der Skala *Sprache und Kognition* fanden neben mathematischen Aufgaben auch Items ihre Anwendung, wie sie in Unterkapitel 3.1.3.2 im Kontext *Sprachvermögen und phonologische Bewusstheit* thematisiert wurden. Die Ergebnisse der Validierungsstudie von Tröster et al. (2011) bestätigen zudem die in dieser Studie gefundenen Ergebnisse zur Trennschärfe der Sprache bei rechenschwachen und nicht-rechenschwachen Schulkindern der Klasse 1. „Sprache und Denken sind miteinander verknüpft, daher sind es auch Sprache und mathematisches Denken“ (Möderl, 2003, S. 47).

Analysiert man zusätzlich die Testitems zur Einschätzung des individuellen Lernmanagements der beteiligten Schulkinder nach der Trennschärfe (siehe Tabelle A.9.8), so findet sich in dieser Untersuchung ein ganzes Cluster verschiedener Fähigkeiten und Fertigkeiten, durch die sich rechenschwache von nicht-rechenschwachen Schulkindern unterscheiden: *Leistungen, Fähigkeiten und Verhaltensdispositionen im Unterricht/in der Schule, kognitive Grundfähigkeiten, Mengenwissen und Zahlenwissen*. Dies bestätigt auch die Ergebnisse der drei Hauptkomponenten der explorativen Faktorenanalyse zur prognostischen Validität. Unterschiede bei der Prognosekraft dieser drei Hauptkomponenten zur Früherkennung von rechenschwachen Schülerinnen und Schülern der Klasse 1 und 2 konnten übrigens nicht gefunden werden. Rechenschwache Schulkinder weisen demnach eine große Bandbreite an Leistungsdefiziten auf. Diese betreffen also nicht nur die spezifischen Leistungen im Rechenerwerb, sondern auch das individuelle Lernmanagement. Probleme im individuellen Leistungsfähigkeitsprofil und bei den psychosozialen Dispositionen scheinen demzufolge den Rechenerwerb zu behindern und dadurch schwächere Leistungen im Rechenerwerb zu generieren.

10.3 Zusammenfassung

Den Studienergebnissen von Krajewski (2003), Weißhaupt et al. (2006), Dornheim (2008) und von Aster et al. (2009) zufolge ist eine Prädiktion von Rechenschwäche bereits im Kindergartenalter möglich. Hierfür sind aber noch Investitionen in die Beratung von Eltern und Fachpersonal notwendig, um diesen Personenkreis entsprechend zu sensibilisieren. Auch die Information des Lehrpersonals bezüglich von Fördermaßnahmen im vorschulischen und außerschulischen Bereich bedarf einer entsprechenden Kommunikation. Die in dieser Untersuchung erhobenen Daten zum Wissen des Lehrpersonals über mögliche Risikokinder weist einen entsprechenden Handlungsbedarf auf. 27.5% der beteiligten Lehrerinnen und Lehrer verfügten über keine Informationen zu einer vor- bzw. aktuell außerschulische Förderung der rechenschwachen Schulkinder. Bezieht man alle Schulkinder ein, so fühlten sich 33.7% des Lehrpersonals über eine vorschulische Förderung uninformiert. Insofern wird der Stellenwert einer aktiven Elternarbeit vor und nach der Einschulung in den Fokus gerückt, wenn der frühzeitige Aufbau einer zielgerichteten Förderung gelingen soll. Gleichzeitig wird auch deutlich, dass auf Grund der aktuell fehlenden Kindergartenpflicht die Schuleingangsphase der erste Ort ist, an dem systematisch mit allen Schulkindern der Klasse 1 ein Screening auf

mögliche Risiken im Rechenerwerb durchgeführt werden kann. Für eine zuverlässige Prognose müssen insofern entsprechend aussagekräftige Screenings zur Verfügung stehen, die als Gruppen-Verfahren zudem den Faktor *Zeitökonomie* bedienen.

In dieser Studie kann nachgewiesen werden, dass die spezifischen Prädiktoren *Hamburger Rechentest für Klasse 1* (Lorenz, 2007a) und *Kalkulie Diagnoseteil 1* (Fritz et al., 2007) über eine höhere prognostische Validität verfügen als das Verfahren *Eggenberger Rechentest 0+* (Lenart et al., n. d.). Die beiden erstgenannten Gruppentests können zu Schulbeginn daher besser rechenschwache und nicht-rechenschwache Schulkinder am Ende der Klasse 1 und 2 vorhersagen. Die Prädiktoren *HaReT 1* und *Kalkulie 1* weisen trotz unterschiedlicher theoretischer Basierung in ihrer Testkonstruktion eine fast gleich hohe prognostische Validität auf. Die in diesen Diagnostik-Instrumenten eingesetzten Items aus der Entwicklungspsychologie, Kognitionspsychologie und Neuropsychologie erweisen sich für die Prognose bezüglich der Rechenleistungen und der Risikoprädiktion als gleichwertig. Die prognostische Güte des *Kalkulie 1* stellt sich dabei besser dar als in der eigenen Validierungsstudie. Der klassifikatorische Ansatz zur Prognose rechenschwacher Schulkinder zeigt auch, dass der unspezifische Prädiktor *SchüBo 1* über den höchsten prognostischen Erklärungswert für die Identifizierung rechenschwacher Schulkinder in der Klasse 1 und 2 verfügt. Allerdings muss dieses Ergebnis noch weiter verifiziert werden, da eine methodische Problematik aufgrund von Halo-Effekten vorliegen kann. Die erhobenen Messdaten zur Rolle der Intelligenz in dieser Studie zeigen unterschiedliche Einflüsse. In der Klasse 1 übt die Intelligenz einen größeren Einfluss auf die Rechenleistungen am Ende dieser Klassenstufe aus. Auch die prognostische Validität des unspezifischen Prädiktors *CFT 1* ist höher als bisher in anderen Studien berichtet. Für die Klasse 2 bestätigt sich allerdings die bisher vorhandene Evidenz zur ungenügenden prognostischen Validität der allgemeinen Intelligenz.

Bei der Prognose der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2 kann regressionsanalytisch nachgewiesen werden, dass der spezifische Prädiktor *HaReT 1* die größte Varianzerklärung der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2 leistet. Das Prädiktoren-Setting *HaReT 1*, *CFT 1* und *SchüBo 1* erklärt insgesamt mit 44% (Klasse 1) bzw. 28% (Klasse 2) am höchsten die Varianz. Die Faktorenanalyse lässt die Einteilung der hoch bis sehr hoch positiv erklärenden Variablen in die drei Hauptkomponenten *Pränumerische Basisfertigkeiten und*

kognitive Fähigkeiten, Leistungen/Fähigkeiten und Verhalten im Unterricht/in der Schule und Zähl- /Zahl- und Mengenfertigkeiten zu.. Die erste Hauptkomponente leistet dabei die höchste Varianzerklärung bzgl. der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1 und 2. Ein Unterschied in der Prognosekraft dieser drei latenten Variablen hinsichtlich der Rechenschwäche ist aber nicht feststellbar.

Diese Ausführungen verdeutlichen, dass die Rechenleistungen in der Klasse 1 und 2 durch ein Cluster verschiedener Aspekte determiniert werden. Vorwissen wie bereichsspezifische Kompetenzen (Mengen- und Zahlenvorwissen) und mathematisches Strategiewissen, visuelles Operieren und daraus resultierende kognitive Verarbeitungsprozesse, bereichsübergreifende Fähigkeiten (beziehungsstiftendes Denken und Erkennen von Regelmäßigkeiten und Gesetzmäßigkeiten, individuelles Lernmanagement, Deutsch als Zweitsprache) tragen gleichermaßen zum Erwerb von Rechenfertigkeiten und von Rechenstrategien bei. Schulkinder mit ungenügenden Kompetenzen in diesen Bereichen unterliegen einem hohen Versagens-Risiko.

Literaturverzeichnis

Antell, S. & Keating, D. P. (1983). Perception of numerical invariance in neonates. *Child Development*, 54, 695-701.

Ashcraft, M. H. & Moore, A. M. (2009). Mathematics Anxiety and the Affective Drop in Performance. *Journal of Psychoeducational Assessment* 27, 197-205.

Atkinson, R. C. & Shiffrin, R. M. (1968). Human memory: A proposed system and its control processes. In K. W. Spence (Hrsg.), *The psychology of learning and motivation: Advances in research and theory* (S. 89-195). Academic Press: New York.

Backhaus, K., Erichson, B., Plinke, W. & Weiber, R. (2008). *Multivariate Analysemethoden*. 12. Auflage. Berlin, Heidelberg: Springer.

Baddeley, A. & Hitch, G. (1974). Working memory. In G. Bower (Hrsg.), *The Psychology of Learning and Motivation*. (S. 47-89). Academic Press: New York.

Baddeley, A. (2012). Working Memory: Theories, Models, and Controversies. *Annu. Rev. Psychol.* 2012.63, 1-29.

Barth, H., La Mont, K., Lipton, J. & Spelke, E. S. (2005). Abstract number and arithmetic in preschool children. *PNAS*, vol. 102 no. 39, 14116-14121 [Online]. Verfügbar unter: <http://www.pnas.org/content/102/39/141116.full> [17.01.2012].

Barth, K. (2006): *Lernschwächen früh erkennen*. (5. Aufl.). München: Reinhardt.

Barth, K. & Gomm, B. (2008). Gruppentest zur Früherkennung von Lese- und Rechtschreibschwierigkeiten. In W. Schneider, H. Marx & M. Hasselhorn (Hrsg.), *Diagnostik von Rechtschreibleistungen und -kompetenz* (S. 7-43). Göttingen: Hogrefe.

Baumert, J., Klieme, E., Neubrand, M., Prenzel, M., Schiefele, U., Schneider, W., Stanat, P., Tillmann, K.-J. & Weiß, M. (Hrsg.). (2001). *PISA 2000: Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich*. Opladen: Leske + Budrich.

Beilock, S. L., Gunderson, E. A., Ramirez, G. & Levine, S. C. (2009). Female teachers' math anxiety affects girls' math achievement. *PNAS*, vol. 107, no. 5, 1860-1863 [Online]. Verfügbar unter: <http://www.pnas.org/content/107/5/1860.long> [04.10. 2012].

Birkel, P. (1995). *Weingartener Grundwortschatz Rechtschreib-Test für 1. und 2. Klassen (WRT 1+)*. Göttingen: Hogrefe.

Born, A. & Oehler, C. (2008). *Kinder mit Rechenschwäche erfolgreich fördern*. (2., überarbeitete und erweiterte Aufl.). Stuttgart: Kohlhammer.

- Bortz, J. (2006). *Statistik*. (6., vollständig überarbeitete und aktualisierte Aufl.). Heidelberg: Springer.
- Bortz, J. & Döring, N. (2006). *Forschungsmethoden und Evaluation für Human- und Sozialwissenschaftler*. (4. Aufl.). Berlin, Heidelberg: Springer.
- Bos, W., Bensen, M., Baumert, J., Prenzel, M., Selter, C. & Walther, G. (Hrsg.). (2008). *TIMSS 2007. Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich*. Münster: Waxmann.
- Brosius, F. (2008). *SPSS 16*. Bonn: Mitp.
- Bühl, A. (2008). *SPSS 16*. (11., aktualisierte Aufl.). München: Pearson.
- Bühner, M. & Ziegler, M. (2009). *Statistik für Psychologen und Sozialwissenschaftler*. München: Pearson.
- Butterworth, B., Varma, S. & Laurillard, D. (2001). Dyscalculia: From Brain to Education. *Science, Volume 332*, 1049-1053.
- Campbell, J. I. D. & Clark, J. M. (1988). An encoding-complex view of cognitive number processing: Comment on McCloskey, Sokol and Goodman (1986). *Journal of Experimental Psychology*, *117* (2), 204-214.
- Campbell, J. I. D. (1999). The surface form x problem-size interaction in cognitive arithmetic: evidence against an encoding locus. *Cognition* *70*, 25-33.
- Cantlon, J., Brannon, E., Carter, E. & Pelphrey, K. (2006). Functional imaging of numerical processing in adults and 4-y-old children. *PLoS Biology* *4*: e125 [Online]. Verfügbar unter: <http://www.plosbiology.org/article/info:doi/10.1371/journal.pbio.0040125> [15.12.2011].
- Carey, S. & Xu, F. (2001). Infants' knowledge of objects: Beyond object files and object tracking. *Cognition*, *80*, 179–213.
- Cattell, R. B., Weiß, R. H. & Osterland, J. (1997). *Grundintelligenztest Skala 1*. (5. revidierte Aufl.). Göttingen: Hogrefe.
- Clearfield, M. W. & Mix, K. S. (1999). Number versus contour length in infants' discrimination of small visual sets. *Psychological Science*, *10*, 5, 408-411.
- Conway, A. & Engle, R. (1994). Working Memory and Retrieval: A Resource-dependent Inhibition Model. *Journal of Experimental Psychology: General*, *123*, 354-373.
- Cowan, N. (1995). *Attention and memory: an integrated framework*. Oxford: Oxford University Press.

- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44(1-2), 1-42.
- Dehaene, S. & Cohen, L. (1995). Towards an anatomical and functional model of number processing. *Mathematical Cognition*, 1(1), 83-120.
- Dehaene, S. (1999). *Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können*. Weinheim: Beltz.
- Dehaene, S., Piazza, M., Pinel, P. & Cohen, L. (2003). Three parietal circuits for number processing. *Cognitive Neuropsychology*, 20, 487-506.
- De Hevia, M. D. & Spelke, E. S. (2009). Spontaneous mapping of number and space in adults and young children. *Cognition*, 110, 198-207.
- Deloche, G. & Seron, X. (1987). Numerical transcoding: A general production model. In G. Deloche & X. Seron (Hrsg.), *Mathematical disabilities: A cognitive neuropsychological perspective* (S. 137-170). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- de Vries, C. (2008). *Diagnostisches Inventar zur Förderung Mathematischer Basis-kompetenzen (DIFMaB)*. Göttingen: Hogrefe.
- Donaldson, M. & Balfour, G. (1968). Less is more: A study of language comprehension in children. *British Journal of Psychology*, 59(4), 461-471.
- Dornheim, D. (2008). *Prädiktion von Rechenleistung und Rechenschwäche: Der Beitrag von Zahlen-Vorwissen und allgemein-kognitiven Fähigkeiten*. Berlin: Logos.
- Dummer-Smoch, L. (1999). *Die Diagnostischen Bilderlisten*. Kiel: Veris.
- Duncan, G. J., Dowsett, Ch. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., Pagani, L. S., Feinstein, L., Engel, M., Brooks-Gunn, J., Sexton, H. & Duckworth, K. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology*, 43, 1428-1446.
- Ehlert, A. (2007). *Arbeitsgedächtnis und Rechnen im Vorschulalter*. Frankfurt am Main: Peter Lang.
- Ehlert, A., Fritz-Stratmann, A., Ricken, G. & Balzer, L. (2012). *MARKO-0 and 1. Diagnostic Tests based on a Developmental Model*. Presentation at the 10th Conference on Educational Assessment, 27.04.2012, Szeged/Hungary.
- Eid, M., Gollwitzer, M. & Schmitt, M. (2010). *Statistik und Forschungsmethoden*. Weinheim, Basel: Beltz.
- Fahmy, T. (2009, 2010, 2011, 2012). *XLSTAT Datenanalyse- und Statistiksoftware für Microsoft Excel*. Paris: Addinsoft.

Faul, F., Erdfelder, E., Lang, A.-G. & Buchner, A. (2007). *G*Power 3* [Online]. Verfügbar unter: <http://www.psych.uni-duesseldorf.de/abteilungen/aap/gpower3/download-and-register> [12.04.2010].

Fayol, M. (2006). Jetzt schlägt's zehn-drei. *Gehirn & Geist*, 11/2006, 64-68.

Feigenson, L., Carey, S. & Spelke, E. (2002). Infants' Discrimination of Number vs. Continuous Extent. *Cognitive Psychology*, 44, 33-66.

Friedrich, G. & Munz, H. (2006). Förderung schulischer Vorläuferfähigkeiten durch das didaktische Konzept „Komm mit ins Zahlenland“. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, 2006, 53, 134-146.

Fritz, A., Ricken, G. & Schmidt, S. (Hrsg.). (2003). *Rechenschwäche*. Weinheim: Beltz.

Fritz, A., Ricken, G. & Gerlach, M. (2007). *Kalkulie. Diagnose- und Trainingsprogramm für rechenschwache Kinder*. Berlin: Cornelsen.

Fritz, A. & Ricken, G. (2008). *Rechenschwäche*. München: Reinhardt.

Fuson, K. (1988). *Childrens' counting and concepts of number*. New York: Springer.

Ganser, B. (2007). *Rechenstörungen*. (6. Aufl.). Donauwörth: Auer.

Gathercole, S. & Baddeley, A. D. (1993): *Working memory and language*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum.

Gaupp, N. (2003). *Dyskalkulie - Arbeitsgedächtnisdefizite und Defizite numerischer Basiskompetenzen rechenschwacher Kinder*. Berlin: Logos.

Gelman, R. S. (1969). Conservation acquisition: A problem of learning to attend to relevant attributes. *Journal of Experimental Child Psychology*, 7, 167-187.

Gelman, R. & Gallistel, C. R. (1978). *The child's understanding of number*. Massachusetts and London: Harvard University Press.

Gilmore, C. K., McCarthy, S. E. & Spelke, E. S. (2007). Symbolic arithmetic knowledge without instruction. *Nature* 447, 589-591.

Gliga, T. & Dehaene-Lambertz, G. (2007). Development of a view-invariant representation of the human head. *Cognition*, 102, 261-288.

Griffiths, J. A., Shantz, C. A. & Sigel, I. E. (1967). A Methodological Problem in Conservation Studies: The Use of Relational Terms. *Child Development*, 38(3), 841-848.

Grube, D. (2005). Entwicklung des Rechnens im Grundschulalter. In M. Hasselhorn, W. Schneider & H. Marx (Hrsg.), *Diagnostik von Mathematikleistungen* (S. 105-124). Göttingen: Hogrefe.

Grüßing, M., Heinze, A., Duchhardt, C., Ehmke, T., Knopp, E., & Neumann, I. (2013). KiKi – Kieler Kindertest Mathematik zur Erfassung mathematischer Kompetenz von vier- bis sechsjährigen Kindern im Vorschulalter. In M. Hasselhorn, A. Heinze, W. Schneider, & U. Trautwein (Hrsg.), *Diagnostik mathematischer Kompetenzen* (S. 67-80). Göttingen: Hogrefe.

Haffner, J., Baro, K., Parzer, P. & Resch, F. (2005). *Heidelberger Rechentest (HRT 1-4)*. Göttingen: Hogrefe.

Hasselhorn, M., Grube, D. & Mähler, C. (2000). Theoretisches Rahmenmodell für ein Diagnostikum zur differentiellen Funktionsanalyse des phonologischen Arbeitsgedächtnisses. In M. Hasselhorn, W. Schneider & H. Marx (Hrsg.), *Diagnostik von Leserechtschreibschwierigkeiten* (S. 167-181). Göttingen: Hogrefe.

Hasselhorn, M., Marx, H. & Schneider, W. (Hrsg.). (2005). *Diagnostik von Mathematikleistungen*. Göttingen: Hogrefe.

Hasselhorn, M. & Grube, D. (2008). Individuelle Voraussetzungen und Entwicklungsbesonderheiten des Lernens im Vorschul- und frühen Schulalter. *Empirische Pädagogik* 2008, 22 (2), 113-126.

Hasselhorn, M., Marx, H. & Schneider, W. (2008). *Test zur Diagnose von Dyskalkulie (TEDDY-PC)*. Göttingen: Hogrefe.

Hasselhorn, M., Marx, H. & Schneider, W. (Hrsg.). (2008). *Deutscher Rechtschreibtest für das erste und zweite Schuljahr (DERET 1-2+)*. Göttingen: Hogrefe.

Hasselhorn, M. & Gold, A. (2009): *Pädagogische Psychologie. Erfolgreiches Lernen und Lehren*. (2. Aufl.). Stuttgart: Kohlhammer.

Hasselhorn, M. & Schneider, W. (Hrsg.). (2011). *Frühprognose schulischer Kompetenzen*. Göttingen: Hogrefe.

Hatzinger, R. & Nagel, H. (2009). *SPSS statistics*. München: Pearson.

Hessisches Kultusministerium (Hrsg.). (2010). *Projekt „Schnecke - Bildung braucht Gesundheit“*. Wiesbaden: Eigenverlag.

Helmke, A. & Weinert, F. E. (1997). Bedingungsfaktoren schulischer Leistungen. In F. E. Weinert (Hrsg.), *Psychologie des Unterrichts und der Schule. Enzyklopädie der Psychologie, Bd. 3*, (S. 71-176). Göttingen: Hogrefe.

Höntges, J., Günther, F. & Hellmich, F. (2009). *Diagnose mathematischer Basiskompetenzen im Kindergarten*. Vortrag auf der Tagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM), März 2009, Oldenburg [Online]. Verfügbar unter: http://www.mathematik.tudortmund.de/ieem/cms/media/BzMU/BzMU2009/Beitraege/alle%20ModSek/Schuler_ModSek/HOENTGES_GUENTHER_HELLMICH_2009_Kindergarten.pdf [28.10.2011].

Hubbard, E. M., Piazza, M., Pinel, P. & Dehaene, S. (2005). Interactions between number and space in parietal cortex. *Nature Reviews: Neuroscience*, 6, 435-448.

Izard, V., Dehaene-Lambertz, G. & Dehaene, S. (2008). Distinct Cerebral Pathways for Object Identity and Number in Human Infants. *Public Library of Science Biology* 6(2): e11.

Jakobs, C. & Petermann, F. (2005). *Diagnostik von Rechenstörungen*. Göttingen: Hogrefe.

Jakobs, C. & Petermann, F. (2007). *Rechenstörungen*. Göttingen: Hogrefe.

Jansen, F. & Streit, U. (2006). *Positiv lernen*. Heidelberg: Springer.

Jordan, K. E. & Brannon, E. M. (2010). *The multisensory representation of number in infancy* [Online]. Verfügbar unter <http://www.pnas.org/content/103/9/3486.full.pdf+html> [29.04.2012].

Kaufman, A. S., Kaufman, N. L., Melchers, P. & Preuß, U. (2009). *Kaufman Assessment Battery for Children (K-ABC)*. Deutsche Version. (8. unveränderte Aufl.). Frankfurt Pearson Assessment.

Kaufmann, L. (2002). More evidence for the role of the central executive in retrieving arithmetic facts - a case study of severe developmental dyscalculia. *Journal of Clinical and Experimental Neuropsychology*, 24, 302-310.

Kaufmann, L., Nuerk, H.-C., Graf, M., Krinzinger, H., Delazer, M. & Willmes, K. (2009). *Test zur Erfassung numerisch-rechnerischer Fertigkeiten vom Kindergarten bis zur 3. Klasse (TEDI-MATH)*. Göttingen: Hogrefe.

Kaufmann, S. (2003). *Früherkennung von Rechenstörungen in der Eingangsklasse der Grundschule und darauf abgestimmte remediale Maßnahmen*. Frankfurt: Lang.

- Keller, T. (2010). *ROC_2_curves_tool_V06*. Leipzig: Acomed.
- Klauser, K. & Zhao, Z. (2004). Double Dissociations in Visual and Spatial Short-Term Memory. *Journal of Experimental Psychology*, 133, 355-381.
- Klieme, E., Artelt, C., Hartig, J., Jude, N., Köller, O., Prenzel, M., Schneider, W. & Stanat, P. (Hrsg.). (2010). *PISA 2009 - Bilanz nach einem Jahrzehnt*. Münster: Waxmann.
- Koponen, T., Aunola, K., Ahonen, T. & Nurmi, J.-E. (2007). Cognitive predictors of single digit and procedural calculation skills and their covariation with reading skill. *Journal of Experimental Child Psychology*, 97, 220-241.
- Korff, N. (2008). Entwicklung, Diagnose und Frühförderung mathematischer Kompetenzen im Elementar- und Primarbereich. In D. Böing (Hrsg.), *Handreichungen zur Entwicklung der Mathematikdidaktik im Elementarbereich* (S. 10-68). Bremen: Hochschuldidaktische Handreichung.
- Krajewski, K., Küspert, P. & Schneider, W. unter Mitarbeit von M. Visé (2002). *Deutscher Mathematiktest für erste Klassen (DEMAT 1+)*. Göttingen: Hogrefe.
- Krajewski, K. (2003). *Vorhersage von Rechenschwäche in der Grundschule*. Hamburg: Kovac.
- Krajewski, K., Liehm, S. & Schneider, W. (2004). *Deutscher Mathematiktest für zweite Klassen (DEMAT 2+)*. Göttingen: Hogrefe.
- Krajewski, K. (2005). Vorschulische Mengenbewusstheit von Zahlen und ihre Bedeutung für die Früherkennung von Rechenschwäche. In M. Hasselhorn, H. Marx & W. Schneider (Hrsg.), *Diagnostik vom Mathematikleistungen* (S. 49-70). Göttingen: Hogrefe.
- Krajewski, K. & Schneider, W. (2006a). Mathematische Vorläuferfertigkeiten im Vorschulalter und ihre Vorhersagekraft für die Mathematikleistungen bis zum Ende der Grundschulzeit. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, 53, 246-262.
- Krajewski, K. & Schneider, W. (2006b). Prävention von Rechenstörungen. In W. von Suchodoletz (Hrsg.), *Prävention von Entwicklungsstörungen* (S. 97-114). Göttingen: Hogrefe.
- Krajewski, K., Schneider, W. & Nieding, G. (2008). Zur Bedeutung von Arbeitsgedächtnis, phonologischer Bewusstheit und früher Mengen-Zahlen-Kompetenz beim Übergang vom Kindergarten in die Grundschule. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, 55, 100-113.

Krajewski, K. (2008). *Vorhersage von Rechenschwäche in der Grundschule*. (2. korrigierte Aufl.). Hamburg: Kovac.

Krajewski, K. & Schneider, W. (2009). Exploring the impact of phonological awareness, visual-spatial working memory and preschool quantity-number competencies on mathematics achievement in elementary school: Findings from a 3-year longitudinal study. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103, 516-531.

Krowatschek, D., Albrecht, S. & Krowatschek, G. (2007). *Marburger Konzentrations- und Aufmerksamkeits-Test (MTK) für Schulkinder*. (7. Aufl.). Dortmund: borgmann.

Krüll, K. E. (1996). *Rechenschwäche - was tun?* (2. Aufl.). München: Reinhardt.

Kucian, K., Loenneker, T., Dietrich, T., Martin-Fiori, E. & von Aster, M. G. (2005). Gender differences in brain activation patterns during mental rotation and number related cognitive tasks. *Psychology Science*, 47(1), 112-131.

Küspert, P. & Schneider, W. (1998). *Würzburger Leise Leseprobe (WLLP)*. Göttingen: Hogrefe.

Landerl, K. & Kaufmann, L. (2008). *Dyskalkulie*. München: Reinhardt.

Laschkowski, W. (2007). Diagnostik. In B. Ganser, *Rechenstörungen*. (S. 32-42). (6. Aufl.). Donauwörth: Auer.

Lenart, F., Holzer, N. & Schaupp, H. (2003). *Rechenschwäche, Rechenstörung, Dyskalkulie*. Graz: Leykam.

Lenart, F., Holzer, N. & Schaupp, H. (n.d.). *Eggenberger Rechentest 0+ (ERT 0+) Kurzform*. Unveröffentlichte 3. Voruntersuchung, Graz.

Logie, R. H. (1995). *Visuo-spatial working memory*. Hove: Erlbaum.

Lorenz, J. H. (2003a). *Lernschwache Rechner fördern*. Berlin: Cornelsen.

Lorenz, J. H. (2003b). Kognitive Faktoren, deren Störung den Erwerb arithmetischer Inhalte erschwert. In F. Lenart, N. Holzer & H. Schaupp (Hrsg.), *Rechenschwäche, Rechenstörung, Dyskalkulie* (S. 39-46). Graz: Leykam.

Lorenz, J. H. (2003c). Überblick über Theorien zur Entstehung und Entwicklung von Rechenschwächen. In A. Fritz, G. Ricken & S. Schmidt (Hrsg.), *Rechenschwäche* (S. 144-162). Weinheim: Beltz.

Lorenz, J. H. (2005a). Grundlagen der Förderung und Therapie. In M. von Aster, J. H. Lorenz (Hrsg.), *Rechenstörungen bei Kindern* (S. 165-177). Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.

Lorenz, J. H. (2005b). Diagnostik von mathematischen Basiskompetenzen im Vorschulalter. In M. Hasselhorn, H. Marx & W. Schneider (Hrsg.), *Diagnostik von Mathematikleistungen* (S. 29-48). Göttingen: Hogrefe.

Lorenz, J. H. (2007a). *Hamburger Rechentest für Klasse 1*. Amt für Bildung. Hamburg: Eigenverlag.

Lorenz, J. H. (2007b). *Hamburger Rechentest für die Klassen 1-4. Test zur Früherfassung von Lernschwierigkeiten im Mathematikunterricht - Testmanual*. Amt für Bildung. Hamburg: Eigenverlag.

Lorenz, J. H. (2007c). Schulische Diagnostik und Förderung bei Rechenschwäche. In G. Schulte-Körne (Hrsg.), *Legasthenie und Dyskalkulie: Aktuelle Entwicklungen in Wissenschaft, Schule und Gesellschaft* (S. 389-398). Bochum: Winkler.

Lyons, I. M. & Beilock, S. L. (2012). Mathematics Anxiety: Separating the Math from the Anxiety. *Cerebral Cortex* 22, 2102-2110.

Markowitsch, H.-J. (2002). *Dem Gedächtnis auf der Spur*. Darmstadt: Primus.

Marx, H. (1992). Methodische und inhaltliche Argumente für und wider eine frühe Identifikation und Prädiktion von Lese-Rechtschreibschwierigkeiten. *Diagnostica*, 38 (3), 249-268.

McCloskey, M., Camarazza, A. & Basili, A. (1985). Cognitive Mechanisms in Number Processing and Calculation: Evidence from Dyscalculia. *Brain and cognition* 4, 171-196.

McCrink, K. & Wynn, K. (2004). Large-number addition and subtraction by 9-month-old infants. *Psychological Science*, 15(11), 776-781.

McGarrigle, J. & Donaldson, M. (1974). Conservation accidents. *Cognition*, 3, 341-350.

Mehler, J. & Bever, T. G. (1967). Cognitive Capacity of Very Young Children. *Science*, October 6, 1967, Vol. 158, No. 3797, 141-142.

Merdian, G. (2007). Förderung mathematischer Grundfertigkeiten. In G. Schulte-Körne (Hrsg.), *Legasthenie und Dyskalkulie: Aktuelle Entwicklungen in Wissenschaft, Schule und Gesellschaft* (S. 377-388). Bochum: Winkler.

Milz, I. (2004). *Rechenschwächen erkennen und behandeln. Teilleistungsstörungen im mathematischen Denken neuropädagogisch betrachtet*. (6. Aufl.). Dortmund: Borgmann.

Ministerium für Arbeit, Integration und Soziales NRW (2012). *Definition Migrationshintergrund* [Online]. Verfügbar unter: http://www.integrationsmonitoring.nrw.de/integrationsberichterstattung_nrw/Grundlagen/Def_Migrationshintergrund/index.php [16.12. 2012].

Möderl, H. (2003). Die Bedeutung des Sprachverständnisses in der Mathematik. In F. Lenart, N. Holzer & H. Schaupp (Hrsg.), *Rechenschwäche, Rechenstörung, Dyskalkulie* (S. 47-51). Graz: Leykam.

Moser, U. & Berweger, S. (2007). *wortgewandt & zahlenstark - Lernstandserhebung Sprache und Mathematik bei Vier- bis Sechsjährigen*. St. Gallen: Lehrmittelverlag.

Moser, U. & Bayer, N. (2011). „wortgewandt & zahlenstark“: Ein Diagnostikum zur Erfassung sprachlicher und mathematischer Vorläuferfertigkeiten. In M. Hasselhorn & W. Schneider (Hrsg.), *Frühprognose schulischer Kompetenzen* (S. 150-166). Göttingen: Hogrefe.

Moser Opitz, E. (2007). *Rechenschwäche/Dyskalkulie*. Bern: Haupt.

Moser Opitz, E., Reusser, L. & Berger, D. (2008). *BESMath-Berner Screening Mathematik 1-3* [Online]. Verfügbar unter: www.erz.be.ch/site/fb-volksschule-spezial-unterricht-besmath.html [20.05.2008].

Needham, A. & Baillargeon, R. (2000). Infants' use of featural and experiential information in segregating and individuating objects: a reply to Xu, Carey & Welch (1999). *Cognition*, 74, 255-284.

Noel, M. P. & Seron, X. (1993). Arabic number reading deficit: a single case study or When 236 is read (2306) and judged superior to 1258. *Cognitive Neuropsychology*, 10 (4), 317-339.

OECD (2009). *Equally prepared for life? How 15-year-old boys and girls perform in school* [Online]. Verfügbar unter: <http://www.oecd.org/berlin/publikationen/equally-prepared-for-life-how-15-year-old-boys-and-girls-perform-in-school.htm> [03.09. 2012].

PASW Version 18 (2010). *Predictive Analysis Software*. Ehningen: IBM Deutschland.

Peter-Koop, A., Wollring, B., Spindeler, B. & Grüßing, M. (2007). *Elementar Mathematisches BasisInterview (EMBI) für den Kindergarten und die ersten beiden Klassen der Grundschule*. Offenburg: Mildenerger.

Petermann, U. & Petermann, F. (2006). *Lehrereinschätzliste für Sozial- und Lernverhalten (LSL)*. Göttingen: Hogrefe.

Peucker, S. & Weißhaupt, S. (2002). *Zur Diagnose und Förderung des Zahlkonzepts im Vorschulalter*. Forschungsbericht. Freiburg: Pädagogische Hochschule, Institut für Psychologie.

Piaget, J. & Szemnicka, A. (1972). *Die Entwicklung des Zahlbegriffs beim Kinde*. (3. Aufl.). Ludwigsburg: Dörr.

Prenzel, M., Baumert, J., Blum, W., Lehmann, R., Leutner, D., Neubrand, M., Pekrun, R., Rolff, H.-G., Rost, J. & Schiefele, U. (Hrsg.). (2004). *PISA 2003. Der Bildungsstand der Jugendlichen in Deutschland - Ergebnisse des zweiten internationalen Vergleichs*. Münster: Waxmann.

Rasch, B., Frieze, M., Hofmann, W. & Naumann, E. (2010). *Quantitative Methoden 1*. (3. Aufl.). Berlin, Heidelberg, New York: Springer.

Rasch, B., Frieze, M., Hofmann, W. & Naumann, E. (2010). *Quantitative Methoden 2*. (3. Aufl.). Berlin, Heidelberg, New York: Springer.

Rauschnabel, P. (2009). *CorrComparer 1.0* [Online]. Verfügbar unter: <http://www.markenkunde.de/2009/10/27/corrcomparer-excel-marketingtool-vergleich-von-korrelationskoeffizienten> [25.03.2010].

Resnick, L. B. (1989). Developing mathematical knowledge. *American Psychologist*, 44, 162-169.

Ricken, G. & Fritz, A. (2006). Arbeitsgedächtnisleistungen bei unterschiedlich guten Rechnern im Kindergartenalter. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, 53, 263-274.

Ricken, G., Fritz, A. & Balzer, L. (2011). Test zur Erfassung von Konzepten im Vorschulalter (MARKO-D). In M. Hasselhorn, H. Marx & W. Schneider (Hrsg.), *Frühprognose schulischer Kompetenzen* (S. 127-146). Göttingen: Hogrefe.

Rieder, O. (1991). *Allgemeiner Schulleistungstest für 2. Klassen (AST 2)*. Weinheim: Beltz.

Ritterfeld, U., Starke, A., Röhm, A., Latschinske, S. Wittich, C. & Moser Opitz, E. (2013). Über welche Strategien verfügen Erstklässler mit Sprachstörungen beim Lösen mathematischer Aufgaben? *Zeitschrift für Heilpädagogik*, Heft 04, 2013, 136-143.

Rose, S. A., & Blank, M. (1974). The potency of context in children's cognition: An illustration through conservation. *Child Development*, 45, 199-502.

Rosenberg-Lee, M., Barth, M. & Menon, V. (2011). What difference does a year of schooling make? Maturation of brain response and connectivity between 2nd and 3rd grades during arithmetic problem solving. *Neuroimage*, 2011 Aug 1, 57(3), 796-808.

Schaupp, H., Holzer, N. & Lenart, F. (2007). *Eggenberger Rechentest 1+ (ERT 1+)*. Göttingen: Hogrefe.

Schmid, C., Zoelch, C. & Roebers, C. M. (2008). Das Arbeitsgedächtnis von 4- bis 5-jährigen Kindern: Theoretische und empirische Analyse seiner Funktionen. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, 40, 2-12.

Schmiedeler, S., Niklas, F. & Schneider, W. (2011). Diagnostik von Kindern mit und ohne Migrationshintergrund. In M. Hasselhorn & W. Schneider (Hrsg.), *Frühprognose schulischer Kompetenzen* (S. 51-67). Göttingen: Hogrefe.

Schulz, A. (1995): *Lernschwierigkeiten im Mathematikunterricht der Grundschule*. Berlin: Paetec.

Schulz, A. (2007). Dyskalkulie bei Grundschulkindern - Ursachen. In G. Schulte-Körne (Hrsg.), *Legasthenie und Dyskalkulie: Aktuelle Entwicklungen in Wissenschaft, Schule und Gesellschaft* (359-375). Bochum: Winkler.

Schwenck, C. & Schneider, W. (2003). Einflussfaktoren für den Zusammenhang von Rechen- und Schriftsprachleistungen im frühen Grundschulalter. *Kindheit und Entwicklung*, 12 (4), 212-221.

Simon, T. J., Hespos, S. J. & Rochat, P. (1995). Do infants understand simple arithmetic? A replication of Wynn (1992). *Cognitive Development*, 10, 253-269.

Sinner, D., Ennermoser, M. & Krajewski, K. (2011). Entwicklungspsychologische Frühdiagnostik mathematischer Basiskompetenzen im Kindergarten- und frühen Grundschulalter (MBK-0 und MBK-1). In M. Hasselhorn & W. Schneider (Hrsg.), *Frühprognose schulischer Kompetenzen* (S. 109-126). Göttingen: Hogrefe.

Skowronek, H. & Marx, H. (1989): Die Bielefelder Längsschnittstudie zur Früherkennung von Risiken der Lese- Rechtschreibschwäche. *Heilpädagogische Forschung*, 15, 38-49.

Slaughter, V., Itakura, S., Kutsuki, A., Siegal, M. (2011). Learning to count begins in infancy: evidence from 18 month olds' visual preferences. *Proceedings of the Royal Society B. October 7, 2011* 278:2979-2984; published online before print February 16, 2011 [Online]. Verfügbar unter: <http://rspb.royalsocietypublishing.org/content/early/2011/02/09/rspb.2010.2602.full> 1 [17.05.2012].

Snijders, J. T., Tellegen, P. J. & Laros, J. A. (1997). *Snijders-Oomen non-verbaler Intelligenztest von 5,5 bis 17 Jahre (SON-R 5,5-17)*. (2. korr. Aufl.). Göttingen: Hogrefe.

Spearman, C. (1904). General intelligence, objectively determined and measured. *American Journal of Psychology*, 15, 210-293.

Spelke, E. S., Kestenbaum, R., Simons, D. J. & Wein, D. (1995). Spatiotemporal continuity, smoothness of motion and object identity in infancy. *British Journal of Developmental Psychology*, 13/1995, 113-142.

Spitzer, M. (2002). *Lernen: Gehirnforschung und Schule des Lebens*. Heidelberg: Spektrum.

SPSS 17 (2009). *Statistical Package for the Social Sciences*. Ehningen: IBM Deutschland.

SPSS 19 (2011). *Statistical Package for the Social Sciences*. Ehningen: IBM Deutschland.

Starkey, P. & Cooper, R. (1980). Perception of Numbers by Human Infants. *Science, New Series, Vol. 210, No. 4473*, 1033-1035.

Starkey, P., Spelke, E. S. & Gelman, R. (1990). Numerical abstraction by human infants. *Cognition*, 36, 97-127.

Statistisches Bundesamt Deutschland (2007). *Bevölkerung und Erwerbstätigkeit. Bevölkerung mit Migrationshintergrund – Ergebnisse des Mikrozensus 2005* [Online]. Verfügbar unter: https://www.destatis.de/DE/Publikationen/Thematisch/Bevoelkerung/MigrationIntegration/Migrationshintergrund2010220057004.pdf?__blob=publicationFile [19.06.2012].

Stern, E. (2005). Vom Gehirn zur Kultur: Mit Mathematik die Welt verstehen. In M. Hasselhorn, H. Marx & W. Schneider (Hrsg.), *Diagnostik von Mathematikleistungen* (S. 293-300). Göttingen: Hogrefe.

Stern, E. (2005). Kognitive Entwicklungspsychologie des mathematischen Denkens. In M. von Aster, J. H. Lorenz (Hrsg.), *Rechenstörungen bei Kindern* (S. 137-149). Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.

Tang, Y., Zhang, W., Chen, K., Feng, S., Li, Y., Shen, J., Reiman, E. & Liu, Y. (2006). Arithmetic processing in the brain shaped by cultures. *PNAS*, *103* (28), 10775-10780; published ahead of print June 30, 2006 [Online]. Verfügbar unter: <http://www.pnas.org/content/103/28/10775.full> [18.03. 2011].

Temple, E. & Posner, M. I. (1998). Brain mechanisms of quantity are similar in 5-year-olds and adults. *PNAS*, *vol. 95, no. 13*, 7836-7841 [Online]. Verfügbar unter: <http://www.pnas.org/content/95/13/7836.full> [18.03.2011].

Tellegen, P. J., Laros, J. A. & Petermann, F. (2007). *Snijders-Oomen non-verbaler Intelligenztest von 2,5 bis 7 Jahre (SON-R 2,5-7)*. (2. veränd., dt. norm. Aufl.). Göttingen: Hogrefe.

Thiel, O. (2001). *Rechenschwäche und Basisfunktionen*. Volxheim: Resi.

Thomas, J., Zoelch, Ch., Seitz-Stein, K. & Schumann-Hengsteler, R. (2006). Phologische und zentral-exekutive Arbeitsgedächtnisprozesse bei der mentalen Multiplikation von Grundschulkindern. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, (4), 275-290.

Tröster, H. & Gomm, B. (2008). *Schülerbeurteilungsbogen für 1. Klassen*. Unveröffentlichtes Manuskript, Technische Universität Dortmund.

Tröster, H. (2009). *Früherkennung im Kindes- und Jugendalter*. Göttingen: Hogrefe.

Tröster, H., Flender, J. & Reineke, D. (2011). Prognostische Validität des Dortmunder Entwicklungsscreening für den Kindergarten (DESK 3-6). *Diagnostica*, *57, Heft 4*, 201-211.

Tsur, G., Berger, A. & Posner, M. I. (2006). Infant brains detect arithmetic errors. *Cognitive Neuroscience Society Annual Meeting, April 10-12, 2005, abstr. C54* [Online]. Verfügbar unter: <http://www.pnas.org/content/103/33/12649>. Full [19.03. 2010].

Van de Rijt, B. A. M., Van Luit, J. E. H. & Hasemann, K. (2000). Zur Messung der frühen Zahlbegriffsentwicklung. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, *32*, 14-24.

van Luit, J. E. H., van de Rijt, B. A. M. & Hasemann, K. (2001). *Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsentwicklung*. Göttingen: Hogrefe.

von Aster, M. & Lorenz, J. (2005). *Rechenstörungen bei Kindern*. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.

von Aster, M. G., Kucian, K. & Martin, E. (2006). Gehirnentwicklung und Dyskalkulie. *Sprache, Stimme, Gehör. Zeitschrift für Kommunikationsstörungen*, *30*, 154-159.

von Aster, M., Weinhold Zulauf, M. & Horn, R. (2009). *Neuropsychologische Testbatterie für Zahlenverarbeitung und Rechnen bei Kindern (Zareki-R)*. (3., unveränderte Aufl.). Frankfurt: Pearson.

von Aster, M., Bzufka, B. & Horn, R. (2009). *Neuropsychologische Testbatterie für Zahlenverarbeitung und Rechnen bei Kindern - Kindergartenversion (Zareki-K)*. Frankfurt: Pearson.

von Suchodoletz, W. (2005). *Früherkennung von Entwicklungsstörungen*. Göttingen: Hogrefe.

Vukovic, R. K., Kieffer, M. J., Bailey, S. P. & Harari, R. R. (2013). Mathematics Anxiety in Young Children: Concurrent and Longitudinal Associations with Mathematical Performance. *Contemporary Educational Psychology* 38, 1-10.

Weberschock, U. & Grube, D. (2006). Zur Spezifität von Einflüssen der Arbeitsgedächtniskapazität und des arithmetischen Faktenwissens auf Rechenleistungen von Viertklässlern. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, 53, 291-302.

Weiber, R. & Mühlhaus, D. (2010). *Strukturgleichungsmodellierung*. Berlin, Heidelberg: Springer.

Weißhaupt, S., Peucker, S. & Wirtz, M. (2006). Diagnose mathematischen Vorwissens im Vorschulalter und Vorhersage von Rechenleistungen und Rechenschwierigkeiten in der Grundschule. *Zeitschrift Forschung und Praxis*, 4/2006, 236-245.

Wölfel, O., Christoph, B., Kleinert, C. & Heineck, G. (2011). *Gelernt ist gelernt? Grundkompetenzen von Erwachsenen*. Nürnberg: Institut für Arbeitsmarkt- und Berufsforschung (IAB) der Bundesagentur für Arbeit.

Wold, H. (1966). Nonlinear Estimation by Iterative Least Squares Procedures, in: David, F. N. (Hrsg.), *Festschrift for J. Neyman*. London: Research Papers in Statistics, 411-444.

Wynn, K. (1992). Addition and subtraction by human infants. *Nature*, 358, 749-750.

Wynn, K. (1995). Origins of numerical knowledge. *Mathematical Cognition*, 1, 35-60.

Wynn, K. (1996). Infants' individuation and enumeration of actions. *Psychological Science*, 7, 164-169.

Xu, F. & Carey, S. (1996). Infants' metaphysics: the case of numerical identity. *Mind and Language*, 12, 111-153.

Xu, F. & Arriaga, R. I. (2007). Number discrimination in 10-month-old infants. *British Journal of Developmental Psychology*, 25, 103-108.

zur Oeveste, H. (1987). *Kognitive Entwicklung im Vor-und Grundschulalter. Eine Revision der Theorie Piagets*. Göttingen: Hogrefe.

ANHANG A

Tabellen A.4.1 bis A.9.8

Zu lesen: A = Tabelle im Anhang, folgende Ziffer bezieht sich auf das Kapitel, letzte Ziffer bezieht sich auf die laufende Nummer der Tabelle

Tabelle A.4.1


Daten zum ERT 0+

Einsatzzeit	Letzte acht Wochen vor dem Übergang in die Primarstufe und erste 12 Schulwochen der Klasse 1
Form	Gruppentest
Bearbeitungsdauer	Kein Speed-Test; 50 bis 190 Minuten - im Durchschnitt ca. 90 Minuten
Inventar	Handanweisung, Testarbeitsheft im DIN A 4-Format
Umfang	Acht Untertests mit je vier bis sechs Items bei insgesamt 35 Einzelaufgaben.
Durchführung	Die Präsentation der Aufgaben erfolgt mündlich mit visueller Unterstützung per Tafel oder Overhead-Projektor. Bei jeder Aufgabe erfolgt die entsprechende mündliche Anweisung. Symbolleisten auf den Aufgabenseiten erleichtern die Orientierung.
Normen	Provisorische Normentabellen für die 8 Subtests. Angaben zu Prozenträngen der drei einzelnen Skalen <i>Kognitive Grundfähigkeiten</i> , <i>Mengen-Wissen</i> und <i>Zahlen-Wissen</i> , des Gesamtwertes und „Allgemeine Interpretationshinweise“ für Prozentrangergebnisse hinsichtlich der Klassifizierung der erzielten Testleistungen: gute, durchschnittliche und unterdurchschnittliche Leistung. Letztere Klassifizierung mit der Differenzierung „Schwache Leistung“ ($PR < 25$), „Rechenschwäche/ Dyskalkulie“ ($PR \leq 16$), „Starke Rechenschwäche/ Dyskalkulie“ ($PR \leq 5$) und „Massive Rechenschwäche/ Dyskalkulie“ ($PR \leq 1$). Geschlechtsspezifische Normen sind nicht vorhanden. Die Normen beziehen sich auf Kinder im Kindergarten und der Klasse 1.
Weitere teststatistische Informationen	Die Probandenanzahl der Validierungs-Stichprobe beim <i>ERT 0+</i> betrug $N = 175$. Weitere statistische Kennwerte sind aber noch nicht veröffentlicht.

Im folgenden Abschnitt werden tabellarisch die acht Subtestaufgaben des ERT 0+ beispielhaft vorgestellt und die jeweilige Aufgabenstellung erläutert. Anweisungen zur Aufgabenpräsentation sind als Auslassungspunkte in eckigen Klammern dargestellt und werden nicht weiter thematisiert.

Tabelle A.4.1.1

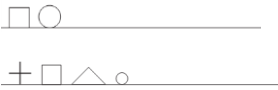
Subtest 1: Beispielitems zu „Seriation“

Anzahl der Items: 4	Aufgabenbeispiel
Anweisung „Hier siehst du zwei verschiedene Rahmen. In jedem Rahmen stehen Häuser. In welchem Rahmen sind die Häuser von klein nach groß geordnet? Kreuze das richtige Kästchen daneben an!“	

Die Aufgaben zur *Seriation* beinhalten das Herausfinden der richtigen Reihenfolge mit dem Objektmerkmal: von klein nach groß. Es handelt sich um gegenständliche Darstellungen (Häuser, Personen, Bleistifte und Tiere).

Tabelle A.4.1.2

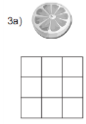
Subtests 2: Beispielitems zu „Serialität“

Anzahl der Items: 4	Aufgabenbeispiele
Anweisung „Hier hat jemand begonnen, ein Muster zu zeichnen. Mach die Reihe genau gleich weiter, wie sie begonnen wurde.“	

Diese Aufgaben zur Serialität verlangen, dass ein vorgegebenes geometrisches Muster fortgesetzt wird. Die geometrischen Formen differenzieren nach unterschiedlicher Form und Größe. Das Schulkind muss mindestens zwei komplette Muster richtig gezeichnet haben, damit die jeweilige Aufgabe als gelöst bewertet werden kann.

Tabelle A.4.1.3

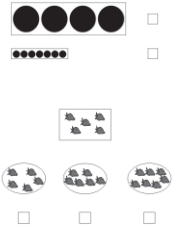
Subtest 3: Beispielim zu „Auditiv/verbale Raumlage“

Anzahl der Items: 4	Aufgabenbeispiel
Anweisung „Wir sind bei den Kästchen unter der Zitrone. Kreuze von diesen Kästchen in der oberen Reihe das linke Kästchen an!“	

Die Aufgaben zur auditiv/verbalen Raumlage werden zweimal vorgesprochen, bevor mit dem Lösen begonnen wird. Als Wortmaterial wird eingesetzt: untere, mittlere und obere Reihe, linkes und rechtes Kästchen.

Tabelle A.4.1.4



Subtest 4: Beispielim zu „Mengenvergleich“

Anzahl der Items: 5	Aufgabenbeispiele
Anweisung „In welchem Rahmen sind mehr Kreise? Kreuze das richtige Kästchen an!“ „Auf welchem Teller sind gleich viele Erdbeeren wie in dem Rahmen?“	

Der *Mengenvergleich* im Zahlenraum bis 10 wird bei zwei Items anhand von unterschiedlich groß dargestellten geometrischen Formen und bei drei Items mit Gegenständen (Kirschen, Bonbons und Erdbeeren) in gleicher Größendarstellung durchgeführt.

Tabelle A.4.1.5


Subtest 5: Beispieltitems zu „Seriation von Mengen“

Anzahl der Items: 4	Aufgabenbeispiele
<p>Anweisung</p> <p>„In welchem Rahmen sind die Kreise (Plättchen) von wenig nach viel geordnet? Kreuze das richtige Kästchen an!“</p> <p>„Die Plättchen sind hier von viel nach wenig geordnet. Auch hier fehlt eine Menge. Welche von diesen drei Mengen fehlt in der Reihe? Kreuze das richtige Kästchen an!“</p>	 

Die beiden ersten Aufgaben zur *Seriation von Mengen* verlangen, dass Mengen, dargestellt in Kreisform und als Würfelpunkte, entsprechend der Mengenmächtigkeit in der richtigen Reihenfolge identifiziert werden. Bei den folgenden Aufgaben 3 und 4 gilt es fehlende Mengen in einer Reihe zu erkennen und sie per Multiple-Choice zu ergänzen.

Tabelle A.4.1.6

Subtest 6: Beispieltitem zu „Zahl-Menge-Zuordnung“

Anzahl der Items: 4	Aufgabenbeispiel
<p>Anweisung</p> <p>„Hier siehst du eine Zahl. Welches dieser Punktbilder gehört zu dieser Zahl? Kreuze das Kästchen darunter an!“</p>	

Als Material zur *Zahl-Menge-Zuordnung* stehen Ziffern und Punktbilder im Zahlenraum bis 10 zur Verfügung.

Tabelle A.4.1.7

Subtest 7: Beispieltitems zu „Zahlenvergleich“

Anzahl der Items: 6	Aufgabenbeispiele
Anweisung	<input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 4
„Kreise von diesen beiden Zahlen die größere Zahl ein!“	<input type="checkbox"/> 19 <input type="checkbox"/> 14
Beim <i>Zahlenvergleich</i> werden Zahlen im Zahlenraum bis 20 hinsichtlich ihrer Zahlenmächtigkeit miteinander verglichen.	

Tabelle A.4.1.8

Subtest 8: Beispieltitems zu „Sachaufgaben“

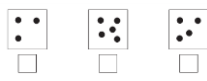
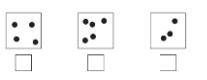
Anzahl der Items: 4	Aufgabenbeispiele
Anweisung	 
„Wie viele Augen haben zwei Kinder zusammen? Schau, wo du genauso viele Punkte findest und kreuze das richtige Kästchen an!“	
„Ein Ball kostet acht Euro. Fünf Euro hast du schon gespart. Wie viele 1 Euro-Münzen brauchst du noch, damit du diesen Ball kaufen kannst? Kreuze das richtige Kästchen an!“	
Die <i>Sachaufgaben</i> umfassen Aufgaben mit Operationen zum Addieren und Subtrahieren und dem Ergänzen als Teil-Ganzes-Konzept im Zahlenraum bis 10. Als Zählmaterial dienen Körperteile und Münzwerte.	

Tabelle 4.2

Daten zum HaReT 1

Einsatzzeit	Zu Beginn der Klasse 1
Form	Einzel- bzw. Gruppentest
Bearbeitungsdauer	Speed-Test; maximal 45 Minuten (jeder Subtest beinhaltet ein Zeitlimit)
Inventar	Gesamtmanual, Anleitungsheft für die jeweilige Klassenstufe, Testhefte der Parallelform A und B im DIN A 4-Format.
Umfang	Form A und B: Neun Untertests mit je zwei bis zehn Items mit insgesamt 65 Einzelaufgaben
Durchführung	Sechs Subtests mit selbständiger Bearbeitung. Bei drei Subtests erfolgt eine testleitergesteuerte Instruktion mit mehreren Unteraufgaben. Die Aufgabenpräsentation erfolgt dabei in einem Ein-Minuten-Rhythmus. Die Präsentation der Aufgaben erfolgt mündlich.
Normen	Es finden sich Angaben zum Mittelwert ($M = 40.7$) und zur Standardabweichung ($SD = 14.2$) für den Gesamtwert und jeden Untertest. Der kritische Bereich umfasst die Gesamt-Rohwerte 0 bis 20 (Angaben in Klammern: Anfang der Klasse 1 = MZP 1). Geschlechtsspezifische Normen sind nicht vorhanden.
Weitere teststatistische Informationen	Die Probandenanzahl der Validierungs-Stichprobe beim <i>HaReT 1</i> betrug $N = 406$. Im Gesamttest ergab sich eine Reliabilität von 0.96. Bei den Subtests reichte die Reliabilität von 0.62 (Eins-zu-Eins-Korrespondenz) bis 0.93 (Größere Zahl umkreisen). Es liegen keine Angaben des Autors zur prognostischen Validität und zu klassifikatorischen Gütekriterien vor.

Im folgenden Abschnitt werden tabellarisch die neun Subtestaufgaben des *HaReT 1* beispielhaft vorgestellt. Anweisungen zur Aufgabenpräsentation sind als Auslassungspunkte in eckigen Klammern dargestellt und werden nicht weiter thematisiert.

Tabelle A.4.2.1

Subtest 1: Beispieltitems zu „Größen vergleichen“

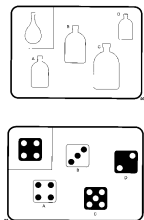
Anzahl der Items: 6	Aufgabenbeispiele
<p>Anweisung</p> <p>„Welche von den Flaschen ist kleiner als die oben im Kasten? Nimm deinen Bleistift und kreise diese Flasche ein: [...]Blättere um.“</p> <p>„Welches ist der dickste Bleistift?“</p> <p>„Welcher Würfel hat mehr Augen als der Würfel im Kasten?“</p>	
<p>Die Aufgaben zu <i>Größen vergleichen</i> beinhalten den Vergleich von Gegenständen (Häuser, Bleistifte, Kannen, Punkte, Würfelaugen, Strümpfe) hinsichtlich ihrer Länge, Höhe und Mengenzahl. An Wortmaterial wird eingesetzt: höchste, dickste, größer, weniger, mehr und länger.</p>	

Tabelle A.4.2.2

Subtest 2: Beispieltitems zu „Eins-zu-Eins-Zuordnung“

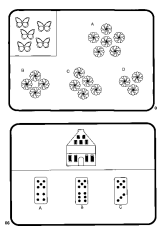
Anzahl der Items: 6	Aufgabenbeispiele
<p>Anweisung</p> <p>„Hier siehst du Bilder von Blumen, Auf welchem Bild sind genauso viele Blumen wie Schmetterlinge? Kreise das Bild ein. [...]“</p> <p>„Auf welchem Bild sind genauso viele Flaschen wie Äpfel?“</p> <p>„Welcher Kasten hat genauso viele Punkte wie das Haus Fenster hat?“</p>	
<p>Bei der <i>Eins-zu-Eins-Zuordnung</i> werden gegenständliche Mengen verglichen. Das eingesetzte Wortmaterial: genauso viele.</p>	

Tabelle A.4.2.3

Subtest 3: Beispieltitems zu „Suchbilder-Spiegelbilder und Drehungen“

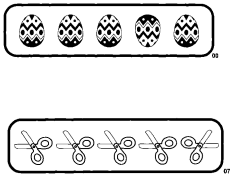
Anzahl der Items: 8	Aufgabenbeispiele
<p>Anweisung</p> <p>„Schau dir die Figuren an. Eine davon ist anders als die anderen. Sie ist verdreht. Welche ist es? Kreise die Figur ein. [...].“</p> <p>„Suche bei den folgenden Aufgaben immer die Figur, die sich von den anderen unterscheidet, weil sie gedreht oder gespiegelt ist. Kreise die Figur ein.“</p>	
<p>Beim Subtest <i>Suchbilder-Spiegelbilder und Drehungen</i> müssen die Schulkinder in einer Bilderreihe mit gegenständlicher Darstellung ein Element identifizieren, das nicht in diese Reihe passt. Veränderungsmerkmale sind Drehung und Spiegelung.</p>	

Tabelle A.4.2.4

Subtest 4: Beispieltitems zu „Puzzle“

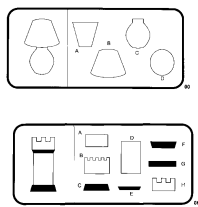
Anzahl der Items: 9	Aufgabenbeispiele
<p>Anweisung</p> <p>„Du siehst eine Lampe und daneben Puzzle-Teile. Welche Teile brauchst du, um diese Lampe zusammensetzen? Kreise die Teile ein. [...]“</p> <p>„Bei den folgenden Bildern kreist du die Teile ein, aus denen die linke Figur zusammengesetzt ist. Es darf kein Teil fehlen und kein Teil zu viel sein!“</p>	
<p>Die visuelle Diskriminationsfähigkeit und Raum-Lage-Beziehungen werden mit der Aufgabe <i>Puzzle</i> überprüft. Aus einer Anzahl von mehreren Einzelteilen müssen die notwendigen Teile für eine Gesamtdarstellung ausgewählt werden.</p>	

Tabelle A.4.2.5

Subtest 5: Beispielitems zu „Mosaik“

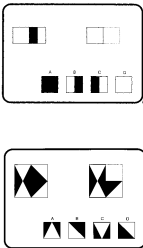
Anzahl der Items: 9	Aufgabenbeispiele
<p>Anweisung</p> <p>„Oben links siehst du eine Figur. Daneben soll <i>genau die gleiche</i> Figur entstehen, aber es fehlt noch ein Teil. Wähle das richtige Teil aus der unteren Reihe aus und kreise es ein. [...]“</p> <p>„Bei den folgenden Aufgaben kreist du immer das fehlende Teil ein. Drehen ist nicht erlaubt!“</p>	
<p>Mit dem Subtest <i>Mosaik</i> soll die Fähigkeit zur visuellen Gliederung, zur Raum-Lage und zur Vorstellungsfähigkeit des Schulkindes überprüft werden. „Dieser Untertest korreliert laut Untersuchungen der letzten 30 Jahre am höchsten mit der Mathematikleistung...“ (Lorenz, 2007a, S. 2)</p>	

Tabelle A.4.2.6

Subtest 6: Beispielitems zu „Präpositionen“


Anzahl der Items: 6	Aufgabenbeispiele
<p>Anweisung</p> <p>„Wo siehst du den Jungen <i>hinter</i> der Kiste stehen? Kreise das Bild ein [...]“</p> <p>„Hier sind zwei Hände aufgemalt. Lege deine Hände drauf. Die Hand, auf der deine rechte Hand liegt, kreist du bitte ein.“</p>	
<p>Die Aufgabe <i>Präpositionen</i> beinhaltet das In-Beziehung-setzen des Wortmaterials „links und rechts, unter, über und zwischen“ zur entsprechenden Raum-Lage.</p>	

Tabelle A.4.2.7

Subtest 7: Beispielim zu „Bilder ordnen“

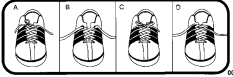
Anzahl der Items: 7	Aufgabenbeispiel
<p>Anweisung</p> <p>„Jemand bindet sich die Schleife. Wenn du die Bilder in die richtige Reihenfolge bringst, welches ist dann das erste und welches ist dann das letzte Bild? Kreise diese beiden Bilder ein. [...].“</p> <p>„Kreise immer das erste und das letzte Bild der Geschichte ein.“</p>	
<p>Die Schulkinder sollen bei den Items zum Subtest <i>Bilder ordnen</i> vier in unterschiedlicher Reihenfolge gesetzte Bilder in die richtige Reihung sortieren. „Dieser UT korreliert erfahrungsgemäß hoch mit der Leistung bei Text- und Sachaufgaben.“ (Lorenz, 2005, S. 2)</p>	

Tabelle A.4.2.8

Subtest 8: Beispielim zu „Mengen vergleichen“

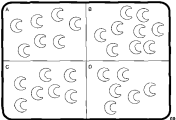
Anzahl der Items: 4	Aufgabenbeispiel
<p>Anweisung</p> <p>„Auf welchem Bild sind die meisten Kekse? Du musst nicht zählen. Kreise das Bild ein, auf dem die meisten Kekse sind [...].“</p> <p>„Auf den folgenden Bildern kreist du bitte immer das Bild ein, auf dem die meisten Figuren gezeichnet sind.“</p>	
<p>Die Aufgaben <i>Mengen vergleichen</i> erfordern das Schätzen von Mengengrößen, da von Schulkindern dieser Klassenstufe die Mengenzahl in der vorgegebenen Bearbeitungszeit nicht durch ein Abzählen verglichen werden kann.</p>	

Tabelle A.4.2.9

Subtest 9: Beispielim zu „Größere Zahlen erkennen“

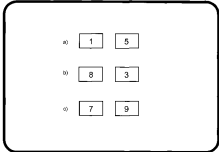
Anzahl der Items: 10	Aufgabenbeispiel
<p>Anweisung</p> <p>„Umkreise die größere Zahl [...].“</p> <p>„Bei den folgenden Aufgaben umkreist du immer die größere Zahl.“</p>	
<p>Bei den Aufgaben <i>Größere Zahlen erkennen</i> werden Zahlen im Zahlenraum bis 10 hinsichtlich ihrer Zahlenmächtigkeit miteinander verglichen.</p>	

Tabelle A.4.3

Daten zu Kalkulie 1

Einsatzzeit	Zu Beginn, in der Mitte und am Ende der Klasse 1
Form	Einzel- bzw. Gruppentest
Bearbeitungsdauer	Speed-Test; 45 Minuten (jeder Subtest beinhaltet ein Zeitlimit)
Inventar	Handreichung mit Diagnoseaufgaben und ein Testheft mit allen drei Diagnoseteile und den Parallelförmigen A und B in DIN A 5-Format
Umfang	Neun Untertests mit je zwei bis sechs Items mit insgesamt 38 Einzelaufgaben
Durchführung	Die Präsentation der Aufgaben erfolgt mündlich und bei sechs Aufgaben zusätzlich mit Folienunterstützung per Overhead-Projektor. Hilfen gibt es nur während der Aufgabenerklärung und in Ausnahmefällen bei den Aufgaben 3, 6 und 8, falls Kinder während der Lösungszeit Probleme mit der Ziffernschreibung im Zahlenraum bis 20 haben.
Normen	Testnormen zur quantitativen Auswertung sind in der Handreichung zum jeweiligen Diagnoseteil aufgeführt. Es finden sich Angaben zu Quartilen, zum Mittelwert ($M = 25$) und dem kritischen Wert ($RW = 17$). Der kritische Bereich umfasst die Rohwerte 0 bis 16/PR < 14 (Angaben in Klammern: Anfang der Klasse 1 = MZP 1). Geschlechtsspezifische Normen sind nicht vorhanden. Der Ratz-Index liegt nach den Angaben der Autorinnen bei 24.5.
Weitere teststatistische Informationen	Als Validierungs-Stichprobe dienten zwei Probandengruppen: $N = 149$ in NRW und $N = 74$ in Thüringen

Im folgenden Abschnitt werden tabellarisch die neun Subtestaufgaben des *Kalkulie 1* beispielhaft vorgestellt. Die Testautorinnen bezeichnen die Untertests 1 bis 3 als „Grundfähigkeiten“, die Untertests 4 und 5 als „Mengen-Wissen“ und die Untertests 6 bis 8 als „Zahlenwissen“. Anweisungen zur Aufgabenpräsentation sind als Auslassungspunkte in eckigen Klammern dargestellt und werden nicht weiter thematisiert.

Tabelle A.4.3.1

Subtest 1: Beispielitems zu „Kreise dazumalen“

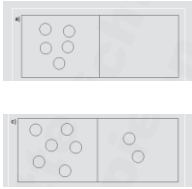
Anzahl der Items: 4	Aufgabenbeispiele
<p>Anweisung</p> <p>„Sieh mal, hier im linken Kästchen sind 2 Kreise eingezeichnet. Im rechten Kästchen sollen genauso viele sein. Also auch ...“</p> <p>„Das sollst du auf der ersten Seite auch machen. In beiden Kästen sollen immer gleich viele Kreise sein. Male so viele Kreise dazu, dass auf beiden Seiten gleich viele sind.“</p>	
<p>Bei der Aufgabe <i>Kreise dazumalen</i> soll ein Mengenvergleich vorgenommen bzw. es sollen gleich mächtige Mengen erzeugt werden. Anzahl der Punktmengen < 10.</p>	

Tabelle A.4.3.2

Subtest 2: Beispielim zu „Zählen“

 Anzahl der Items: 4

Anweisung

„Ich zähle dir jetzt was in Einerschritten vor. Aber es ist nicht alles richtig. Ich zähle und du musst gut zuhören. Beim richtig Gezählten malst du ein Lachgesicht und beim falsch Gezählten ein Motzgesicht [...]. Wenn ich also z. B. zähle „eins, fünf, zehn“, dann ist das falsch und du malst in das erste Kästchen ein Motzgesicht. Wenn ich z. B. zähle „drei, vier, fünf“, dann ist das richtig und du musst in das zweite Kästchen ein Lachgesicht malen. Also: Was ist richtig? Los geht's.“

Die Schulkinder müssen bei den Aufgaben *Zählen* Zahlwortfolgen im Zahlenraum bis 20 hinsichtlich ihrer richtigen Reihenfolge beurteilen.

Tabelle A.4.3.3

Subtest 3: Beispielim zu „Größer oder kleiner?“

 Anzahl der Items: 6

Anweisung

„Ich frage dich jetzt, ob eine Zahl *größer* oder *kleiner* ist als eine andere Zahl. Wenn ich frage, welche Zahl größer ist, schreibst du die *größere* Zahl auf. Wenn ich frage, welche Zahl *kleiner* ist, schreibst du die *kleinere* Zahl auf. Wenn ich z. B. frage: ‚Welche Zahl ist größer, die 3 oder die 6?‘, dann schreibst du die 6 auf, weil die 6 größer ist.“

Der Zahlvergleich wird mit der Aufgabe *Größer oder kleiner?* An Hand von Zahlen im Zahlenraum bis 20 überprüft.

Tabelle A.4.3.4

Subtest 4: Beispieltitems zu „*Welches Bild passt?*“


Anzahl der Items: 4	Aufgabenbeispiele
Anweisung „Hier [...] siehst du ein großes Bild und dazu drei kleine. Davon passt nur eines zum großen Bild. Es darf kein Stein übrigbleiben! [...].“	
Bei den Items zur Aufgabe <i>Welches Bild passt?</i> sollen die Schulkinder in zwei Aufgabenvariationen bis zu 10 Würfel als Turm- und unsortierte Mengendarstellung vergleichen.	

Tabelle A.4.3.5

Subtest 5: Beispieltitem zu „*Punkte einkreisen*“

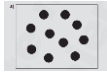
Anzahl der Items: 2	Aufgabenbeispiel
Anweisung „Sieh auf das Beispiel [...]. Es sind 4 Punkte zusammen eingekreist. Genauso sollst du es auch gleich machen: Ich nenne Zahlen. Du sollst dann immer genauso viele Punkte einkreisen.“	
Die Aufgaben <i>Punkte einkreisen</i> erfordern eine benannte Anzahl von Punkten jeweils in einer Punktmenge einzukreisen.	

Tabelle A.4.3.6

Subtests 6: Beispielitems zu „Wie viele zusammen?“

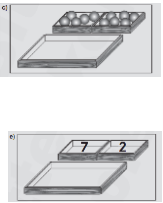
Anzahl der Items: 6	Aufgabenbeispiele
<p>Anweisung</p> <p>„Sieh auf das erste Beispiel [...]: Da sind zwei kleine Kisten mit Bällen. In einer kleinen Kiste sind 3 Bälle und in der anderen kleinen Kiste sind 2 Bälle [...]. Die werden in die große Kiste gekippt [...]. Dort liegen jetzt so viele Bälle, wie in den beiden kleinen Kisten zusammen sind - insgesamt 5. Sieh nun auf das zweite Beispiel: Hier liegen in den Kisten keine Bälle, sondern dort steht, wie viele Bälle darin sind. In der ersten kleinen Kiste steht 2 und in der zweiten kleinen Kiste 6. In der großen Kiste stehen genauso viele, wie in den beiden kleinen Kisten zusammen sind, nämlich 8. - Jetzt sollst du das machen: Du siehst immer zwei kleine Kisten mit Bällen oder Zahlen. Die kippen wir in die große Kiste. Male die Bälle, die dann in der großen Kiste liegen, oder schreibe die Zahl auf.“</p>	
<p>Das Verständnis eines Schulkindes zum Teile-Ganzes-Konzept überprüfen die Aufgaben <i>Wie viele zusammen?</i> Drei Aufgaben benutzen eine gegenständliche Darstellung, drei Aufgaben arbeiten mit Zahlen, um Ganzmengen herzustellen.</p>	

Tabelle A.4.3.7

Subtest 7: Beispielim zu „Wie passt es?“


Anzahl der Items: 2	Aufgabenbeispiel
<p>Anweisung</p> <p>„Sieh mal auf das Beispiel [...]. Hier siehst du Punkte und eine Zahl. Passt die Zahl zu den Punkten? Nein? Mache das Kästchen mal richtig. Sieh auf Aufgabe 7. Dort siehst du Kästchen, in denen immer eine Zahl mit Punkten daneben steht. Passt die Zahl zu den Punkten? Mache falsche Kästchen richtig.“</p>	
<p>Punktmengen und Zahlen werden bei Subtest 7 <i>Wie passt es?</i> durch Ergänzen der Punktmengen oder Veränderung der Ziffer in Beziehung gebracht.</p>	

Tabelle A.4.3.8

Subtest 8: Beispielim zu „Ergänzen“

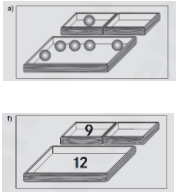
Anzahl der Items: 6	Aufgabenbeispiele
<p>Anweisung</p> <p>„Sieh auf die Beispiele [...]: In die Kisten werden Bälle verpackt. In den kleinen Kisten sollen zusammen immer genauso viele wie in der großen Kiste sein. Du siehst immer zwei kleine Kisten. Eine davon ist leer. Wie viele Bälle müssen noch in die leeren kleinen Kisten, damit es zusammen genauso viele sind wie in der großen Kiste? Male die Bälle, die fehlen. Du kannst auch die Zahl aufschreiben.“</p>	
<p>Die Aufgaben <i>Ergänzen</i> zielen analog zu Subtest 6 auf die Überprüfung des Teile-Ganzes-Konzeptes. Der äußere Aufbau ist identisch. Im Unterschied zu Subtest 6 sollen Teilmengen hergestellt werden.</p>	

Tabelle A.4.3.9

Subtest 9: Beispielim zu "Weiterzählen"

Anzahl der Items: 4

Anweisung

„Ich stelle dir vier Aufgaben zum Zählen. Ich stelle zwei Aufgaben zum Vorwärtszählen und auch zwei Aufgaben zum Rückwärtszählen. Zum Beispiel sage ich: „3 - zähle von 3 aus um 2 weiter“. Dann zählst du von 3 aus vorwärts weiter „vier - fünf“ und schreibst die 5 als Lösung auf. Du zählst bitte immer *leise im Kopf* und schreibst nur die Lösung in dein Heft.“

Die Schulkinder sollen bei den Aufgaben *Weiterzählen* nachweisen, inwieweit ihr relationales Zahlenverständnis im Zahlenraum bis 20 entwickelt ist. Es werden die Formen „Vorwärtszählen“ und „Rückwärtszählen“ angewendet.

Tabelle A.4.4

Daten zum CFT 1

Einsatzzeit	Für Kinder von 5;6 bis 9;5 Jahren in Kindertagesstätten, Vorschulen, Grundschulen (Klasse 1 bis 3) und Förderschulen mit dem Förderschwerpunkt Lernen (Klasse 1 bis 4)
Form	Einzel- und Gruppentest
Bearbeitungsdauer	Als Gruppentest je nach Alter zwischen 45 und 60 Minuten , beim Einzeltest ca. 30 Minuten
Inventar	Handreichung, Testheft mit den Parallelförmigen A und B in DIN A 4-Format.
Umfang	Der CFT 1 enthält fünf Untertests mit je vier bis zwölf Items mit insgesamt 46 Einzelaufgaben
Durchführung	Die Aufgaben erfordern, dass die Schülerinnen und Schüler grafische Zeichen verwenden, Linien ziehen und Ankreuzen. Multiple-Choice-Aufgaben werden bei drei Subtests verwendet. Die Präsentation der Aufgaben erfolgt mündlich und zusätzlich mit Tafelnotierung. Hilfen gibt es nur während der Aufgabenerklärung.
Normen	Testnormen zur quantitativen Auswertung sind in der Handreichung aufgeführt. Es finden sich Angaben zu Alters- und Klassennormen und zu Quartilen. Geschlechtsspezifische Normen sind nicht vorhanden.
Weitere teststatistische Informationen	keine

Tabelle A.4.5.1

Daten zum SchüBo 1

Einsatzzeit	Für Kinder in der Klasse 1 der Grundschule
Form	Einzelbeurteilung
Bearbeitungsdauer	unbekannt
Inventar	Der <i>SchüBo 1</i> besteht aus vier Seiten. Auf Seite 1 können neben allgemeinen Angaben zum jeweiligen Schül- kind auch Informationen zum Sprechen bzw. Verstehen der deutschen Sprache und zur außerschulischen bzw. frühkindlichen Förderung (als Therapiemaßnahme) erfasst werden. Auf den Seiten 2 bis 4 hält der <i>SchüBo 1</i> 20 Items zu <i>Leistungen und Fähigkeiten im Unterricht</i> , 36 Items zu <i>Problematisches Verhalten im Unterricht</i> <i>/in der Schule</i> , 6 Items zu <i>Förderbedarf und benötigte Unterstützung während des Unterrichts</i> bereit.
Umfang	Insgesamt sind drei Einschätzungsskalen mit insgesamt 14 Einschätzungsbereichen und 62 Einschätzungsi- tems (siehe Tabelle A.3.5.2) vorhanden.
Durchführung	Die Lehrerinnen und Lehrer kreuzen entsprechende Items an.
Normen	Testnormen zur quantitativen Auswertung sind nicht vorhanden
Weitere teststatistische Informationen	keine

Tabelle A.4.5.2

Darstellung der Beurteilungsebenen

Beurteilungsskala	Beurteilungsbereich	Beurteilungsimpuls	Beurteilungskriterium
Leistungen und Fähigkeiten im Unterricht	<ul style="list-style-type: none"> • Feinmotorik/Schreiben • Grobmotorik • Sprache • Arbeitsausführung • Denken/Kognition 	Im Vergleich zu anderen Kindern der Klasse ist das Kind in seinen Leistungen und Fähigkeiten in diesem Bereich ...	<ul style="list-style-type: none"> • überdurchschnittlich • durchschnittlich • unterdurchschnittlich • deutlich unterdurchschnittlich
Problematisches Verhalten im Unterricht /in der Schule	<ul style="list-style-type: none"> • Sozialverhalten und Kooperation • Konzentration und Kontrolle • Stimmungen und Gefühle • Beteiligung und Interesse • Motivation und Leistungsbereitschaft • Arbeitsorganisation und Verlässlichkeit 	Wie oft zeigte das Kind dieses Verhalten in den letzten vier Wochen?	<ul style="list-style-type: none"> • nie/selten • manchmal • oft • sehr oft
Förderbedarf und benötigte Unterstützung während des Unterrichts	<ul style="list-style-type: none"> • Lesen • Schreiben • Rechnen 	<p>Benötigt das Kind in diesem Fach zusätzliche Förderstunden, um das Klassenziel zu erreichen?</p> <p>Wie häufig benötigt das Kind eine besondere Unterstützung während des Unterrichts?</p>	<ul style="list-style-type: none"> • nein • gelegentlich • oft

Tabelle A.6.1

ERT 0+ : Interkorrelationen

	<i>Serialität</i>	<i>Raumlage</i>	<i>Mengen vergleichen</i>	<i>Seriation von Mengen</i>	<i>Zahl-Menge-Zuordnung</i>	<i>Zahlenvergleich</i>	<i>Sachaufgaben</i>	<i>DEMAT 1+</i>	<i>DEMAT 2+</i>
<i>Seriation</i>	.23**	.34**	.33**	.47**	.36**	.24**	.37**	.21**	.24**
<i>Serialität</i>		.26**	.24**	.22**	.21**	.26**	.26**	.20**	.16**
<i>Raumlage</i>			.30**	.39**	.32**	.32**	.36**	.32**	.27**
<i>Mengen vergleichen</i>				.41**	.40**	.30**	.36**	.41**	.31**
<i>Seriation von Mengen</i>					.38**	.38**	.53**	.37**	.33**
<i>Zahl-Menge-Zuordnung</i>						.32**	.46**	.45**	.22**
<i>Zahlenvergleich</i>							.40**	.27**	.20**
<i>Sachaufgaben</i>								.42**	.37**

Anmerkung. ** Die Korrelation ist auf dem Niveau von 0.01 (2-seitig) signifikant.

Tabelle A.6.2

HaReT 1: Interkorrelationen

	<i>Eins-zu-Eins-Zuordnung</i>	<i>Suchbilder</i>	<i>Puzzle</i>	<i>Mosaik</i>	<i>Präpositionen</i>	<i>Bilder ordnen</i>	<i>Vergleichen von Mengen</i>	<i>Größere Zahl umkreisen</i>	<i>DEMAT 1-</i>	<i>DEMAT 2+</i>
<i>Vergleichen</i>	.22**	.27**	.15**	.21**	.22**	.16**	.18**	.19**	.19**	.00**
<i>Eins-zu-Eins-Zuordnung</i>		.41**	.36**	.37**	.27**	.37**	.20**	.33**	.45**	.30**
<i>Suchbilder</i>			.47**	.41**	.23**	.39**	.34**	.32**	.39**	.33**
<i>Puzzle</i>				.54**	.28**	.49**	.29**	.27**	.40**	.35**
<i>Mosaik</i>					.24**	.45**	.37**	.36**	.42**	.33**
<i>Präpositionen</i>						.34**	.18**	.33**	.31**	.23**
<i>Bilder ordnen</i>							.34**	.37**	.43**	.41**
<i>Vergleichen von Mengen</i>								.24**	.33**	.15**
<i>Größere Zahl umkreisen</i>									.46**	.18**

Anmerkung. ** Die Korrelation ist auf dem Niveau von 0.01 (2-seitig) signifikant.

Tabelle A.6.3

Kalkulie 1: Interkorrelationen

	Zählen	Größer oder kleiner	Welches Bild passt?	Punkte einkreisen	Wie viele zusammen?	Wie passt es?	Ergänzen	Weiterzählen	DEMAT 1+	DEMAT 2+
<i>Kreise dazumalen</i>	.30**	.29**	.25**	.26**	.30**	.19**	.32**	.40**	.31**	.21**
<i>Zählen</i>		.33**	.28**	.28**	.27**	.24**	.30**	.32**	.35**	.21**
<i>Größer oder kleiner</i>			.27**	.30**	.39**	.37**	.38**	.41**	.38**	.29**
<i>Welches Bild passt?</i>				.33**	.36**	.27**	.30**	.29**	.27**	.12**
<i>Punkte einkreisen</i>					.25**	.24**	.15**	.28**	.26**	.16**
<i>Wie viele zusammen?</i>						.30**	.46**	.41**	.47**	.35**
<i>Wie passt es?</i>							.23**	.35**	.43**	.25**
<i>Ergänzen</i>								.43**	.39**	.32**
<i>Weiterzählen</i>									.48**	.32**

Anmerkung. ** Die Korrelation ist auf dem Niveau von 0.01 (2-seitig) signifikant.

Tabelle A.6.4

SchüBo 1: Interkorrelationen

	<i>T1_UT 2</i>	<i>T1_UT 3</i>	<i>T1_UT 4</i>	<i>T1_UT 5</i>	<i>T2_UT 1</i>	<i>T2_UT 2</i>	<i>T2_UT 3</i>	<i>T2_UT 4</i>	<i>T2_UT 5</i>	<i>T2_UT 6</i>	<i>DEMAT 1+</i>	<i>DEMAT 2+</i>
<i>T1_UT 1</i>	.37**	.47**	.70**	.52**	.35**	.60**	.32**	.51**	.58**	.43**	.37**	.28**
<i>T1_UT 2</i>		.28**	.38**	.41**	.17**	.32**	.31**	.36**	.35**	.11**	.31**	.27**
<i>T1_UT 3</i>			.54**	.70**	.20**	.42**	.34**	.59**	.47**	.34**	.41**	.33**
<i>T1_UT 4</i>				.73**	.38**	.71**	.38**	.72**	.77**	.49**	.51**	.45**
<i>T1_UT 5</i>					.16**	.48**	.36**	.65**	.40**	.32**	.53**	.49**
<i>T2_UT 1</i>						.62**	.39**	.42**	.48**	.43**	.24**	.18**
<i>T2_UT 2</i>							.33**	.63**	.79**	.50**	.45**	.31**
<i>T2_UT 3</i>								.54**	.45**	.31**	.24**	.22**
<i>T2_UT 4</i>									.84**	.54**	.46**	.34**
<i>T2_UT 5</i>										.58**	.44**	.31**
<i>T2_UT 6</i>											.28**	.22**

Anmerkungen. ** Die Korrelation ist auf dem Niveau von 0.01 (2-seitig) signifikant. *T1_UT 1* = Feinmotorik/Schreiben, *T1_UT 2* = Grobmotorik, *T1_UT 3* = Sprache, *T1_UT 4* = Arbeitsausführung, *T1_UT 5* = Denken/Kognition, *T2_UT 1* = Sozialverhalten und Kooperation, *T2_UT 2* = Konzentration und Kontrolle, *T2_UT 3* = Stimmungen und Gefühle, *T2_UT 4* = Beteiligung und Interesse, *T2_UT 5* = Motivation und Leistungsbereitschaft, *T2_UT 6* = Arbeitsorganisation und Verlässlichkeit.

Tabelle A.8.1

Zusammenfassung der Analyse mit der Partial-Least-Squares-Regression in der Reihenfolge zur Beitragserklärung aller Subtests der drei spezifischen Prädiktoren bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 1

Unabhängige Variable		VIP	SD	KI (95%)
<i>Kalkulie 1_UT_9</i>	<i>Weiterzählen</i>	1.272	0.121	1.034 – 1.510
<i>ERT 0+_UT_6</i>	<i>Zahl-Menge-Zuordnung</i>	1.268	0.094	1.084 – 1.453
<i>Kalkulie 1_UT_6</i>	<i>Wie viele zusammen?</i>	1.230	0.145	0.946 – 1,514
<i>HaReT 1_UT_9</i>	<i>Größere Zahlen erkennen</i>	1.201	0.160	0.886 – 1.515
<i>ERT 0+_UT_8</i>	<i>Sachaufgaben</i>	1.183	0.083	1.021 – 1.345
<i>HaReT 1_UT_2</i>	<i>Eins-zu-Eins-Zuordnung</i>	1.163	0.074	1.019 – 1.308
<i>ERT 0+_UT_4</i>	<i>Mengenvergleich</i>	1.165	0.187	0.798 – 1.532
<i>Kalkulie 1_UT_7</i>	<i>Wie passt es?</i>	1.127	0.216	0.703 – 1.551
<i>HaReT 1_UT_7</i>	<i>Bilder ordnen</i>	1.122	0.070	0.984 – 1.261
<i>HaReT 1_UT_5</i>	<i>Mosaik</i>	1.105	0.089	0.931 – 1.279
<i>ERT 0+_UT_5</i>	<i>Seriation von Mengen</i>	1.050	0.133	0.790 – 1.310
<i>Kalkulie 1_UT_8</i>	<i>Ergänzen</i>	1.042	0.099	0.849 – 1.236
<i>HaReT 1_UT_4</i>	<i>Puzzle</i>	1.037	0.113	0.816 – 1.258
<i>HaReT 1_UT_3</i>	<i>Suchbilder-Spiegelbilder und Drehungen</i>	1.011	0.115	0.786 – 1.236
<i>Kalkulie 1_UT_3</i>	<i>Größer oder kleiner?</i>	1.008	0.205	0.606 – 1.246
<i>Kalkulie 1_UT_2</i>	<i>Zählen</i>	0.924	0.164	0.602 – 1.246
<i>ERT 0+_UT_3</i>	<i>Auditiv/verbale Raumlage</i>	0.914	0.268	0.389 – 1.439
<i>ERT 0+_UT_1</i>	<i>Seriation</i>	0.882	0.102	0.682 – 1.082
<i>HaReT 1_UT_8</i>	<i>Mengen vergleichen</i>	0.848	0.185	0.485 – 1.211
<i>Kalkulie 1_UT_1</i>	<i>Kreise dazumalen</i>	0.809	0.187	0.442 – 1.176
<i>HaReT 1_UT_6</i>	<i>Präpositionen</i>	0.806	0.114	0.583 – 1.029
<i>ERT 0+_UT_7</i>	<i>Zahlenvergleich</i>	0.768	0.142	0.489 – 1.047
<i>Kalkulie 1_UT_4</i>	<i>Welches Bild passt?</i>	0.717	0.092	0.536 – 0.898
<i>Kalkulie 1_UT_5</i>	<i>Punkte einkreisen</i>	0.688	0.280	0.139 – 1.237
<i>ERT 0+_UT_2</i>	<i>Serialität</i>	0.574	0.100	0.378 – 0.769
<i>HaReT 1_UT_1</i>	<i>Größen vergleichen</i>	0.507	0.208	0.098 – 0.915

Anmerkungen. VIP = Variable Importance in the Projection, SD = Standardabweichung, KI = Konfidenzintervall.

Tabelle A.8.2

Zusammenfassung der Analyse mit der Partial-Least-Squares-Regression in der Reihenfolge zur Beitragserklärung aller Subtests der drei spezifischen Prädiktoren bezüglich der Rechenleistungen am Ende der Klasse 2

Unabhängige Variable		VIP	SD	KI (95%)
<i>HaReT 1_UT_7</i>	<i>Bilder ordnen</i>	1.468	0.156	1.163 – 1.773
<i>ERT 0+_UT_8</i>	<i>Sachaufgaben</i>	1.366	0.190	0.994 – 1.739
<i>Kalkulie 1_UT_6</i>	<i>Wie viele zusammen?</i>	1.345	0.216	0.922 – 1.768
<i>HaReT 1_UT_4</i>	<i>Puzzle</i>	1.254	0.109	1.041 – 1.467
<i>Kalkulie 1_UT_8</i>	<i>Ergänzen</i>	1.234	0.197	0.848 – 1.620
<i>ERT 0+_UT_5</i>	<i>Seriation von Mengen</i>	1.224	0.042	1.141 – 1.307
<i>Kalkulie 1_UT_9</i>	<i>Weiterzählen</i>	1.222	0.177	0.875 – 1.569
<i>HaReT 1_UT_5</i>	<i>Mosaik</i>	1.188	0.152	0.889 – 1.487
<i>HaReT 1_UT_3</i>	<i>Suchbilder-Spiegelbilder und Drehungen</i>	1.164	0.245	0.684 – 1.645
<i>ERT 0+_UT_4</i>	<i>Mengenvergleich</i>	1.131	0.130	0.877 – 1.386
<i>Kalkulie 1_UT_3</i>	<i>Größer oder kleiner?</i>	1.113	0.212	0.698 – 1.528
<i>HaReT 1_UT_2</i>	<i>Eins-zu-Eins-Zuordnung</i>	1.065	0.177	0.717 – 1.413
<i>ERT 0+_UT_3</i>	<i>Auditiv/verbale Raumlage</i>	1.012	0.178	0.662 – 1.361
<i>Kalkulie 1_UT_7</i>	<i>Wie passt es?</i>	0.965	0.205	0.564 – 1.366
<i>ERT 0+_UT_1</i>	<i>Seriation</i>	0.895	0.155	0.590 – 1.200
<i>Kalkulie 1_UT_1</i>	<i>Kreise dazumalen</i>	0.872	0.206	0.468 – 1.276
<i>HaReT 1_UT_6</i>	<i>Präpositionen</i>	0.827	0.152	0.529 – 1.124
<i>ERT 0+_UT_6</i>	<i>Zahl-Menge-Zuordnung</i>	0.810	0.209	0.401 – 1.220
<i>Kalkulie 1_UT_2</i>	<i>Zählen</i>	0.809	0.282	0.257 – 1.361
<i>ERT 0+_UT_7</i>	<i>Zahlenvergleich</i>	0.725	0.197	0.338 – 1.111
<i>HaReT 1_UT_9</i>	<i>Größere Zahlen erkennen</i>	0.636	0.169	0.305 – 0.968
<i>Kalkulie 1_UT_5</i>	<i>Punkte einkreisen</i>	0.623	0.333	-0.029 – 1.276
<i>ERT 0+_UT_2</i>	<i>Serialität</i>	0.591	0.270	0.062 – 1.119
<i>HaReT 1_UT_8</i>	<i>Mengen vergleichen</i>	0.532	0.250	0.041 – 1.023
<i>Kalkulie 1_UT_4</i>	<i>Welches Bild passt?</i>	0.451	0.155	0.147 – 0.755
<i>HaReT 1_UT_1</i>	<i>Größen vergleichen</i>	0.001	0.352	-0.689 – 0.690

Anmerkungen. VIP = Variable Importance in the Projection, SD = Standardabweichung, KI = Konfidenzintervall.

Tabelle A.9.1

ROC/AUC-Daten des spezifischen Prädiktors ERT 0+ für die Klasse 1

	ROC/AUC	SF	KI (95%)
<i>Gesamttest</i>	0.729	0.035	0.660 - 0.797
<i>UT 1</i> <i>Seriation</i>	0.660	0.124	0.417 - 0.903
<i>UT 2</i> <i>Serialität</i>	0.595	0.096	0.407 - 0.784
<i>UT 3</i> <i>Raumlage (auditiv-verbal)</i>	0.634	0.117	0.406 - 0.863
<i>UT 4</i> <i>Mengen vergleichen</i>	0.666	0.229	0.217 - 1.000
<i>UT 5</i> <i>Seriation von Mengen</i>	0.678	0.103	0.477 - 0.879
<i>UT 6</i> <i>Zahl-Menge-Zuordnung</i>	0.721	0.154	0.419 - 1.000
<i>UT 7</i> <i>Zahlenvergleich</i>	0.632	0.205	0.231 - 1.000
<i>UT 8</i> <i>Sachaufgaben</i>	0.708	0.087	0.539 - 0.878
<i>Kognitive Grundfähigkeiten</i> <i>(3 UT 1 bis 3)</i>	0.673	0.015	0.643 - 0.702
<i>Mengen-Wissen</i> <i>(3 UT 4 und 5)</i>	0.706	0.075	0.560 - 0.852
<i>Zahlen-Wissen</i> <i>(3 UT 6 bis 8)</i>	0.740	0.028	0.685 - 0.794

Anmerkungen. UT = Untertest, ROC = Receiver Operating Characteristics, AUC = Area Under Curve, SF = Standardfehler, KI = Konfidenzintervall.

Tabelle A.9.2

ROC/AUC-Daten des spezifischen Prädiktors ERT 0+ für die Klasse 1

	ROC/AUC	SF	KI (95%)
<i>Gesamttest</i>	0.729	0.035	0.660 - 0.797
<i>UT 1</i> <i>Seriation</i>	0.660	0.124	0.417 - 0.903
<i>UT 2</i> <i>Serialität</i>	0.595	0.096	0.407 - 0.784
<i>UT 3</i> <i>Raumlage (auditiv-verbal)</i>	0.634	0.117	0.406 - 0.863
<i>UT 4</i> <i>Mengen vergleichen</i>	0.666	0.229	0.217 - 1.000
<i>UT 5</i> <i>Seriation von Mengen</i>	0.678	0.103	0.477 - 0.879
<i>UT 6</i> <i>Zahl-Menge-Zuordnung</i>	0.721	0.154	0.419 - 1.000
<i>UT 7</i> <i>Zahlenvergleich</i>	0.632	0.205	0.231 - 1.000
<i>UT 8</i> <i>Sachaufgaben</i>	0.708	0.087	0.539 - 0.878
<i>Kognitive Grundfähigkeiten</i> <i>(3 UT 1 bis 3)</i>	0.673	0.015	0.643 - 0.702
<i>Mengen-Wissen</i> <i>(3 UT 4 und 5)</i>	0.706	0.075	0.560 - 0.852
<i>Zahlen-Wissen</i> <i>(3 UT 6 bis 8)</i>	0.740	0.028	0.685 - 0.794

Anmerkungen. UT = Untertest, ROC = Receiver Operating Characteristics, AUC = Area Under Curve, SF = Standardfehler, KI = Konfidenzintervall.

Tabelle A.9.3

ROC/AUC-Daten des spezifischen Prädiktors HaReT 1 für die Klasse 1

	ROC/AUC	SF	KI (95%)
<i>Gesamttest</i>	0.814	0.032	0.752 - 0.876
<i>UT 1</i> <i>Größe vergleichen</i>	0.567	0.330	0.000 - 1.000
<i>UT 2</i> <i>Eins-zu-Eins-Zuordnung</i>	0.730	0.092	0.550 - 0.910
<i>UT 3</i> <i>Suchbilder</i>	0.684	0.113	0.463 - 0.904
<i>UT 4</i> <i>Puzzle</i>	0.729	0.031	0.668 - 0.791
<i>UT 5</i> <i>Mosaik</i>	0.739	0.029	0.683 - 0.795
<i>UT 6</i> <i>Präpositionen</i>	0.680	0.069	0.544 - 0.816
<i>UT 7</i> <i>Bilder ordnen</i>	0.702	0.067	0.572 - 0.833
<i>UT 8</i> <i>Vergleichen von Mengen</i>	0.688	0.154	0.387 - 0.990
<i>UT 9</i> <i>Größere Zahl umkreisen</i>	0.747	0.134	0.485 - 1.000

Anmerkungen. UT = Untertest, ROC = Receiver Operating Characteristics, AUC = Area Under Curve, SF = Standardfehler, KI = Konfidenzintervall.

Tabelle A.9.4

ROC/AUC-Daten des spezifischen Prädiktors Kalkulie 1 für die Klasse 1

	ROC/AUC	SF	KI (95%)
<i>Gesamttest</i>	0.777	0.035	0.710 - 0.845
<i>UT1</i>			
<i>Mengenvergleich; gleichmächtige Mengen erzeugen</i>	0.721	0.103	0.519 - 0.923
<i>UT 2</i>			
<i>Zählen - Zahlwortsequenz</i>	0.634	0.139	0.361 - 0.907
<i>UT 3</i>			
<i>Größer oder kleiner? - Zahlvergleich</i>	0.655	0.106	0.447 - 0.862
<i>UT 4</i>			
<i>Teile-Ganzes-Konzept und Situationssequenzen</i>	0.623	0.141	0.346 - 0.899
<i>UT 5</i>			
<i>Punkte einkreisen - Objekte zählen; Abzählen</i>	0.592	0.317	0.000 - 1.000
<i>UT 6</i>			
<i>Wie viel zusammen? - Teile-Ganzes-Konzept</i>	0.754	0.055	0.646 - 0.862
<i>UT 7</i>			
<i>Wie passt es? - Zählzahl und Anzahl, Punktmengen und Zahlen</i>	0.661	0.249	0.172 - 1.000
<i>UT 8</i>			
<i>Ergänzen – Teile-Ganzes-Konzept</i>	0.657	0.073	0.514 - 0.800
<i>UT 9</i>			
<i>Weiterzählen - Zahlrelationen</i>	0.747	0.086	0.578 - 0.915

Anmerkungen. UT = Untertest, ROC = Receiver Operating Characteristics, AUC = Area Under Curve, SF = Standardfehler, KI = Konfidenzintervall.

Tabelle A.9.5

ROC/AUC-Daten des unspezifischen Prädiktors CFT 1 für die Klasse 1

	ROC/AUC	SF	KI (95%)
<i>Gesamttest</i>	0.763	0.035	0.694 - 0.832
<i>UT_1+2</i>			
<i>Visuelle Wahrnehmungsgeschwindigkeit, visuelle Aufmerksamkeit, visumotorischer Entwicklungsstand</i>	0.719	0.023	0.675 - 0.763
<i>UT_3-5</i>			
<i>Beziehungstiftendes Denken, Erkennen von Regelmäßigkeiten und Gesetzmäßig- keiten</i>	0.746	0.031	0.684 - 0.808

Anmerkungen. UT = Untertest, ROC = Receiver Operating Characteristics, AUC = Area Under Curve, SF = Standardfehler, KI = Konfidenzintervall.

Tabelle A.9.6

ROC/AUC-Daten des unspezifischen Prädiktors *SchüBo 1* für die Klasse 1

	ROC/AUC	SF	KI (95%)
<i>Gesamttest</i>	0.787	0.038	0.713 - 0.861
Teil 1			
<i>Leistungen und Fähigkeiten im Unterricht</i>	0.804	0.030	0.745 - 0.862
<i>UT 1 Feinmotorik und Schreiben</i>	0.702	0.077	0.551 - 0.854
<i>UT 2 Grobmotorik</i>	0.697	0.195	0.314 - 1.000
<i>UT 3 Sprache</i>	0.744	0.052	0.643 - 0.846
<i>UT 4 Arbeitsausführung</i>	0.778	0.060	0.661 - 0.895
<i>UT 5 Denken/Kognition</i>	0.788	0.093	0.605 - 0.970
Teil 2			
<i>Problematisches Verhalten im Unterricht/in der Schule</i>	0.746	0.040	0.667 - 0.825
<i>UT 1 Sozialverhalten und Kooperation</i>	0.648	0.086	0.481 - 0.816
<i>UT 2 Konzentration und Kontrolle</i>	0.748	0.035	0.679 - 0.817
<i>UT 3 Stimmungen und Gefühle</i>	0.633	0.100	0.437 - 0.829
<i>UT 4 Beteiligung und Interesse</i>	0.719	0.064	0.595 - 0.844
<i>UT 5 Motivation und Leistungsbereitschaft</i>	0.716	0.084	0.552 - 0.881
<i>UT 6 Arbeitsorganisation und Verlässlichkeit</i>	0.669	0.186	0.306 - 1.000

Anmerkungen. UT = Untertest, ROC = Receiver Operating Characteristics, AUC = Area Under Curve, SF = Standardfehler, KI = Konfidenzintervall.

Tabelle A.9.7

Sortierung der ROC/AUC-Daten der Untertests der drei spezifischen Prädiktoren nach der Höhe der Trennschärfe für die Klasse 1

Untertest	ROC/AUC	SF	KI (95%)
<i>Kalkulie_UT_6</i>			
<i>Wie viel zusammen? - Teile-Ganzes-Konzept</i>	0.754	0.055	0.646 - 0.862
<i>HaReT 1_UT_9</i>			
<i>Größere Zahl umkreisen</i>	0.747	0.134	0.485 - 1.000
<i>Kalkulie_UT_9</i>			
<i>Weiterzählen - Zahlrelationen</i>	0.747	0.086	0.578 - 0.915
<i>HaReT 1_UT_5</i>			
<i>Mosaik</i>	0.739	0.029	0.683 - 0.795
<i>HaReT 1_UT_2</i>			
<i>Eins-zu-Eins-Zuordnung</i>	0.730	0.092	0.550 - 0.910
<i>HaReT 1_UT_4</i>			
<i>Puzzle</i>	0.729	0.031	0.668 - 0.791
<i>ERT 0+_UT_6</i>			
<i>Zahl-Menge-Zuordnung</i>	0.721	0.154	0.419 - 1.000
<i>Kalkulie 1_UT_1</i>			
<i>Mengenvergleich; gleichmächtige Mengen erzeugen</i>	0.721	0.103	0.519 - 0.923
<i>ERT 0+_UT_8</i>			
<i>Sachaufgaben</i>	0.708	0.087	0.539 - 0.878
<i>HaReT 1_UT_7</i>			
<i>Bilder ordnen</i>	0.702	0.067	0.572 - 0.833
<i>HaReT 1_UT 8</i>			
<i>Vergleichen von Mengen</i>	0.688	0.154	0.387 - 0.990
<i>HaReT 1_UT 3</i>			
<i>Suchbilder</i>	0.684	0.113	0.463 - 0.904
<i>HaReT 1_UT 6</i>			
<i>Präpositionen</i>	0.680	0.069	0.544 - 0.816

Fortsetzung nächste Seite

Untertest	ROC/AUC	SF	KI (95%)
<i>ERT 0+_UT 5</i> <i>Seriation von Mengen</i>	0.678	0.103	0.477 - 0.879
<i>ERT 0+_UT 4</i> <i>Mengen vergleichen</i>	0.666	0.229	0.217 - 1.000
<i>Kalkulie_UT 7</i> <i>Wie passt es? -</i> <i>Zählzahl und Anzahl,</i> <i>Punktmengen und Zahlen</i>	0.661	0.249	0.172 - 1.000
<i>ERT 0+_UT 1</i> <i>Seriation</i>	0.660	0.124	0.417 - 0.903
<i>Kalkulie_UT 8</i> <i>Ergänzen –</i> <i>Teile-Ganzes-Konzept</i>	0.657	0.073	0.514 - 0.800
<i>Kalkulie_UT 3</i> <i>Größer oder kleiner? -</i> <i>Zahlvergleich</i>	0.655	0.106	0.447 - 0.862
<i>ERT 0+_UT 3</i> <i>Raumlage (auditiv-verbal)</i>	0.634	0.117	0.406 - 0.863
<i>Kalkulie_UT 2</i> <i>Zählen - Zahlwortsequenz</i>	0.634	0.139	0.361 - 0.907
<i>ERT 0+_UT 7</i> <i>Zahlenvergleich</i>	0.632	0.205	0.231 - 1.000
<i>Kalkulie_UT 4</i> <i>Teile-Ganzes-Konzept und</i> <i>Situationssequenzen</i>	0.623	0.141	0.346 - 0.899
<i>ERT 0+_UT 2</i> <i>Serialität</i>	0.595	0.096	0.407 - 0.784
<i>Kalkulie_UT 5</i> <i>Punkte einkreisen -</i> <i>Objekte zählen; Abzählen</i>	0.592	0.317	0.000 - 1.000
<i>HaReT 1_UT 1</i> <i>Größe vergleichen</i>	0.567	0.330	0.000 - 1.000

Anmerkungen. UT = Untertest, ROC = Receiver Operating Characteristics, AUC = Area Under Curve, SF = Standardfehler, KI = Konfidenzintervall.

Tabelle A.9.8

Sortierung der ROC/AUC-Daten aller Untertests der fünf Prädiktoren nach der Höhe der Trennschärfe für die Klasse 1

Untertest	ROC/AUC	SF	KI (95%)
<i>SchüBo 1_Teil 1_UT_5</i> <i>Denken/Kognition</i>	0.788	0.093	0.605 - 0.970
<i>SchüBo 1_Teil 1_UT_4</i> <i>Arbeitsausführung</i>	0.778	0.060	0.661 - 0.895
<i>Kalkulie_UT_6</i> <i>Wie viel zusammen? -</i> <i>Teile-Ganzes-Konzept</i>	0.754	0.055	0.646 - 0.862
<i>SchüBo 1_Teil 2_UT_2</i> <i>Konzentration und Kontrolle</i>	0.748	0.035	0.679 - 0.817
<i>HaReT 1_UT_9</i> <i>Größere Zahl umkreisen</i>	0.747	0.134	0.485 - 1.000
<i>Kalkulie_UT_9</i> <i>Weiterzählen - Zahlrelationen</i>	0.747	0.086	0.578 - 0.915
<i>CFT 1_UT_3-5</i> <i>Beziehungsstiftendes Denken, Erkennen</i> <i>von Regelmäßigkeiten und Gesetzmäßig-</i> <i>keiten</i>	0.746	0.031	0.684 - 0.808
<i>SchüBo 1_Teil _UT_3</i> <i>Sprache</i>	0.744	0.052	0.643 - 0.846
<i>HaReT 1_UT_5</i> <i>Mosaik</i>	0.739	0.029	0.683 - 0.795
<i>HaReT 1_UT_2</i> <i>Eins-zu-Eins-Zuordnung</i>	0.730	0.092	0.550 - 0.910
<i>HaReT 1_UT_4</i> <i>Puzzle</i>	0.729	0.031	0.668 - 0.791
<i>ERT 0+_UT_6</i> <i>Zahl-Menge-Zuordnung</i>	0.721	0.154	0.419 - 1.000
<i>Kalkulie 1_UT_1</i> <i>Mengenvergleich;</i> <i>gleichmächtige Mengen erzeugen</i>	0.721	0.103	0.519 - 0.923

Fortsetzung nächste Seite

Untertest	ROC/AUC	SF	KI (95%)
<i>CFT 1_UT_1+2</i>			
<i>Wahrnehmungsgeschwindigkeit, Voraussicht im Denken</i>	0.719	0.023	0.675 - 0.763
<i>SchüBo 1_Teil 2_UT_4</i>			
<i>Beteiligung und Interesse</i>	0.719	0.064	0.595 - 0.844
<i>SchüBo 1_Teil 2_UT_4</i>			
<i>Beteiligung und Interesse</i>	0.719	0.064	0.595 - 0.844
<i>SchüBo 1_Teil 2_UT_5</i>			
<i>Motivation und Leistungsbereitschaft</i>	0.716	0.084	0.552 - 0.881
<i>ERT 0+_UT_8</i>			
<i>Sachaufgaben</i>	0.708	0.087	0.539 - 0.878
<i>SchüBo 1_Teil 1_UT_1</i>			
<i>Feinmotorik und Schreiben</i>	0.702	0.077	0.551 - 0.854
<i>HaReT 1_UT_7</i>			
<i>Bilder ordnen</i>	0.702	0.067	0.572 - 0.833
<i>HaReT 1_UT 8</i>			
<i>Vergleichen von Mengen</i>	0.688	0.154	0.387 - 0.990
<i>HaReT 1_UT 3</i>			
<i>Suchbilder</i>	0.684	0.113	0.463 - 0.904
<i>HaReT 1_UT 6</i>			
<i>Präpositionen</i>	0.680	0.069	0.544 - 0.816
<i>ERT 0+_UT 5</i>			
<i>Seriation von Mengen</i>	0.678	0.103	0.477 - 0.879
<i>SchüBo 1_Teil 2_UT 6</i>			
<i>Arbeitsorganisation und Verlässlichkeit</i>	0.669	0.186	0.306 - 1.000
<i>ERT 0+_UT 4</i>			
<i>Mengen vergleichen</i>	0.666	0.229	0.217 - 1.000
<i>Kalkulie_UT 7</i>			
<i>Wie passt es? - Zählzahl und Anzahl, Punktmengen und Zahlen</i>	0.661	0.249	0.172 - 1.000
<i>ERT 0+_UT 1</i>			
<i>Seriation</i>	0.660	0.124	0.417 - 0.903

Fortsetzung nächste Seite

Untertest	ROC/AUC	SF	KI (95%)
<i>Kalkulie_UT 8</i>			
<i>Ergänzen – Teile-Ganzes-Konzept</i>	0.657	0.073	0.514 - 0.800
<i>Kalkulie_UT 3</i>			
<i>Größer oder kleiner? - Zahlvergleich</i>	0.655	0.106	0.447 - 0.862
<i>SchüBo 1_Teil 2_UT 1</i>			
<i>Sozialverhalten und Kooperation</i>	0.648	0.086	0.481 - 0.816
<i>ERT 0+_UT 3</i>			
<i>Raumlage (auditiv-verbal)</i>	0.634	0.117	0.406 - 0.863
<i>Kalkulie_UT 2</i>			
<i>Zählen - Zahlwortsequenz</i>	0.634	0.139	0.361 - 0.907
<i>SchüBo 1_Teil 2_UT 3</i>			
<i>Stimmungen und Gefühle</i>	0.633	0.100	0.437 - 0.829
<i>ERT 0+_UT 7</i>			
<i>Zahlenvergleich</i>	0.632	0.205	0.231 - 1.000
<i>Kalkulie_UT 4</i>			
<i>Teile-Ganzes-Konzept und Situationssequenzen</i>	0.623	0.141	0.346 - 0.899
<i>ERT 0+_UT 2</i>			
<i>Serialität</i>	0.595	0.096	0.407 - 0.784
<i>Kalkulie_UT 5</i>			
<i>Punkte einkreisen - Objekte zählen; Abzählen</i>	0.592	0.317	0.000 - 1.000
<i>HaReT 1_UT 1</i>			
<i>Größe vergleichen</i>	0.567	0.330	0.000 - 1.000

Anmerkungen. UT = Untertest, ROC = Receiver Operating Characteristics, AUC = Area Under Curve, SF = Standardfehler, KI = Konfidenzintervall.

ANHANG B

Abbildungen B.5.1 bis B.9.10

Zu lesen: B = Abbildung im Anhang, folgende Ziffer bezieht sich auf das Kapitel, letzte Ziffer bezieht sich auf die laufende Nummer der Abbildung

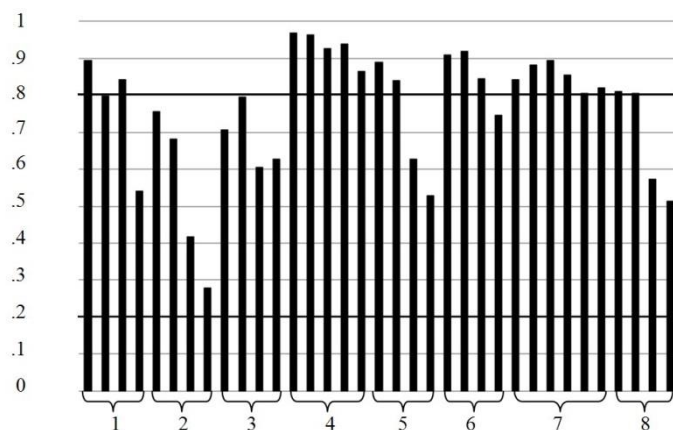


Abbildung B.5.1. Schwierigkeitsindex der Items des *ERT0+*. Ziffern unterhalb der Klammern bezeichnen die Subtests.

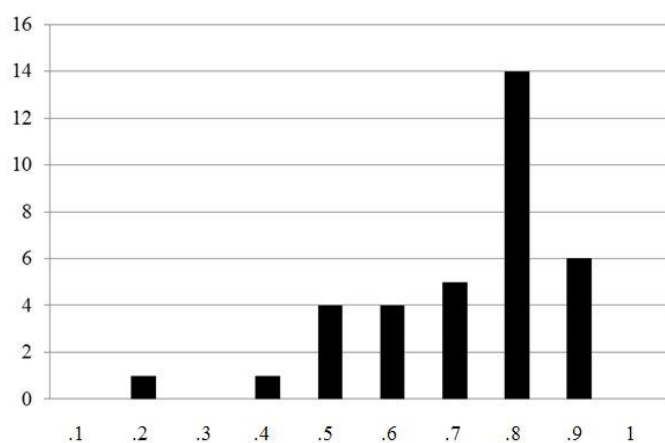


Abbildung B.5.2. Schwierigkeitsindex: Verteilung der Items des *ERT0+*. Ziffern an der vertikalen Achse bezeichnen die Itemhäufigkeit.

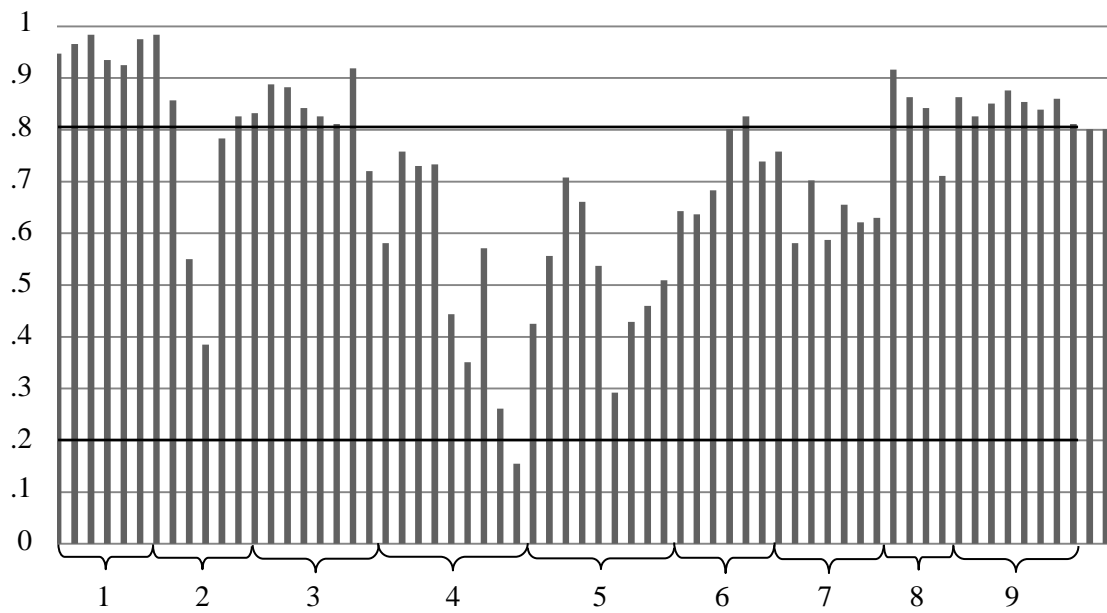


Abbildung B. 5.3. Schwierigkeitsindex der Items des *HaReT 1*. Ziffern unterhalb der Klammern bezeichnen die Subtests.

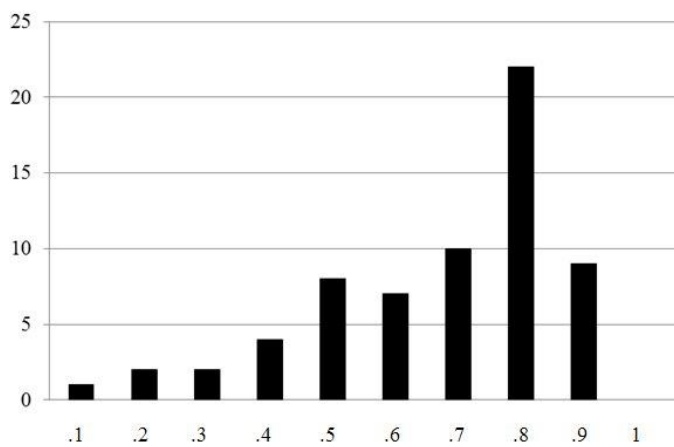


Abbildung B. 5.4. Schwierigkeitsindex: Verteilung der Items des *HaReT 1*. Ziffern an der vertikalen Achse bezeichnen die Itemhäufigkeit.

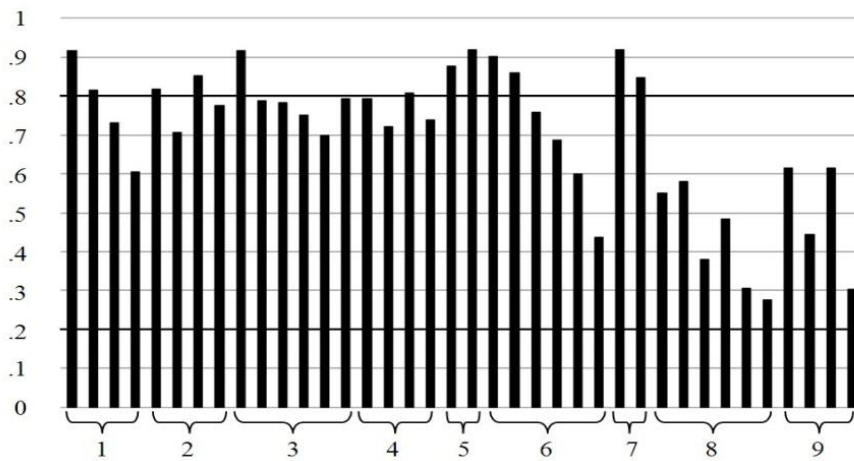


Abbildung B. 5.5. Schwierigkeitsindex der Items des *Kalkulie 1*. Ziffern unterhalb der Klammern bezeichnen die Subtests.

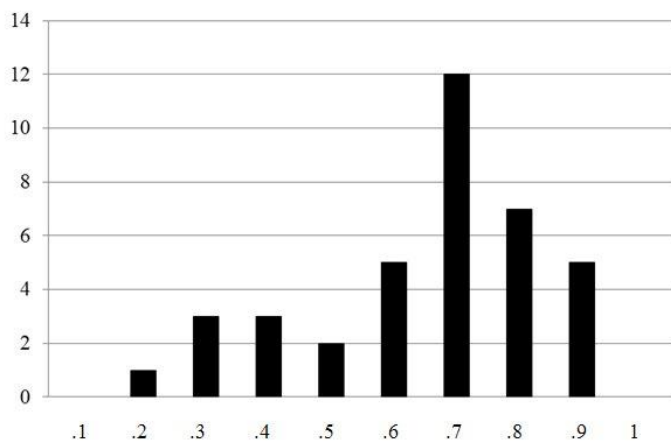


Abbildung B. 5.6. Schwierigkeitsindex: Verteilung der Items des *Kalkulie 1*. Ziffern an der vertikalen Achse bezeichnen die Itemhäufigkeit.

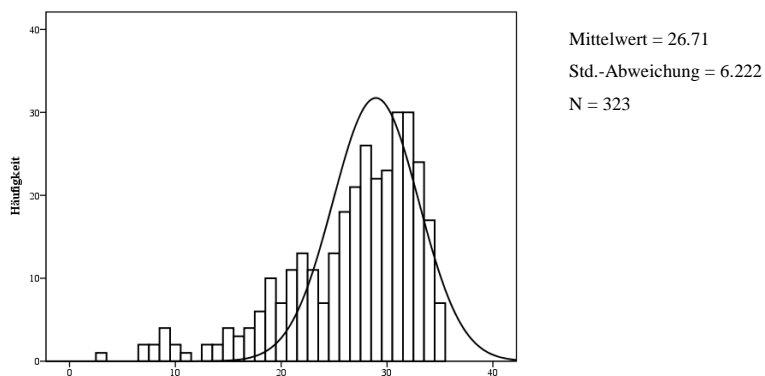


Abbildung B. 5.7. Häufigkeitsverteilung *Eggenberger Rechentest 0+ (ERT 0+)*.

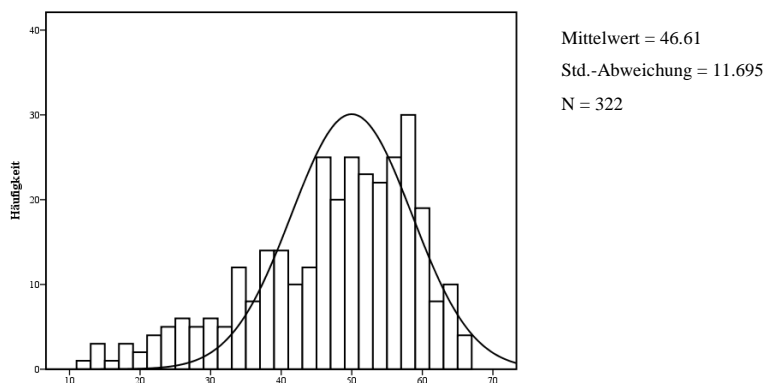


Abbildung B. 5.8. Häufigkeitsverteilung *Hamburger Rechentest für Klasse 1 (HaReT 1)*.

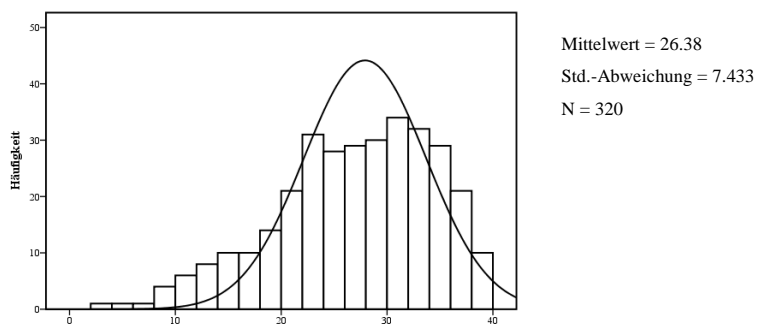


Abbildung B. 5.9. Häufigkeitsverteilung *Kalkulie Diagnoseteil 1 (Kalkulie 1)*.

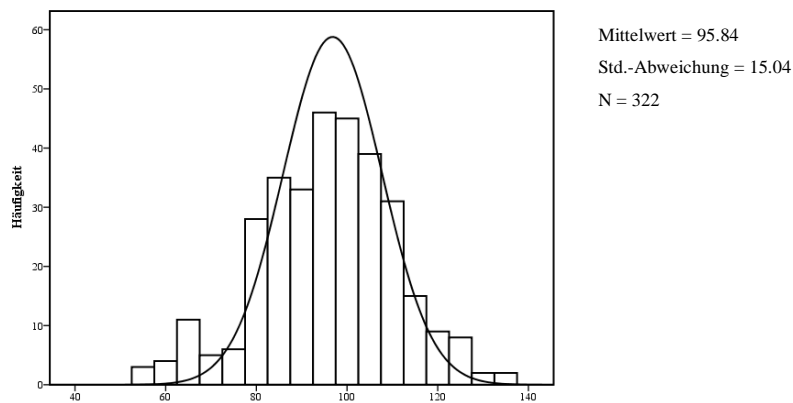


Abbildung B. 5.10. Häufigkeitsverteilung *Grundintelligenztest Skala 1 (CFT 1)*.

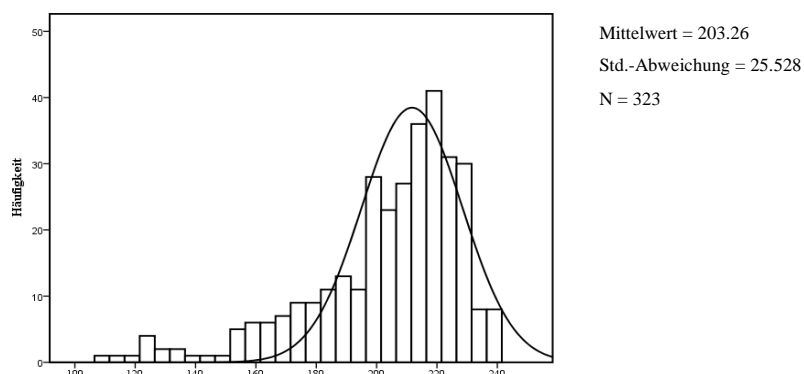


Abbildung B. 5.11. Häufigkeitsverteilung *Schülerbeurteilungsbogen für 1. Klassen (SchüBo 1)*.

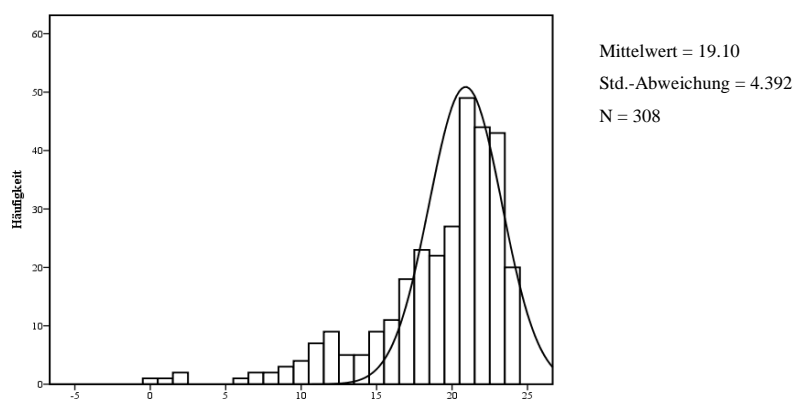


Abbildung B. 5.12. Häufigkeitsverteilung *Diagnostische Bilderliste 1 (DBL 1)*.

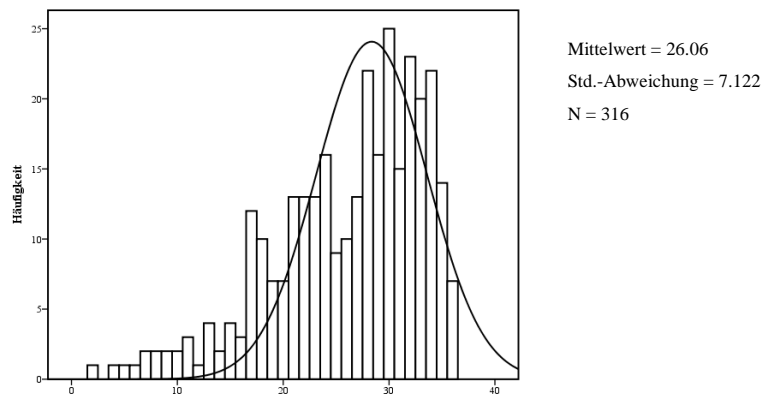


Abbildung B. 5.13. Häufigkeitsverteilung *Deutscher Mathematiktest für erste Klassen (DEMAT 1+)*.

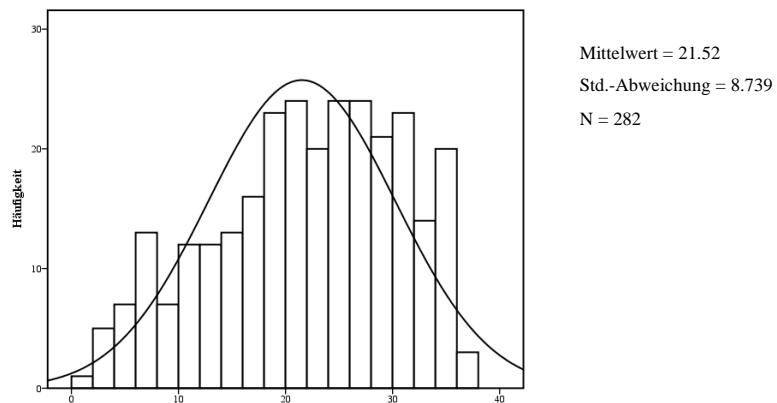


Abbildung B. 5.14. Häufigkeitsverteilung *Deutscher Mathematiktest für zweite Klassen (DEMAT 2+)*.

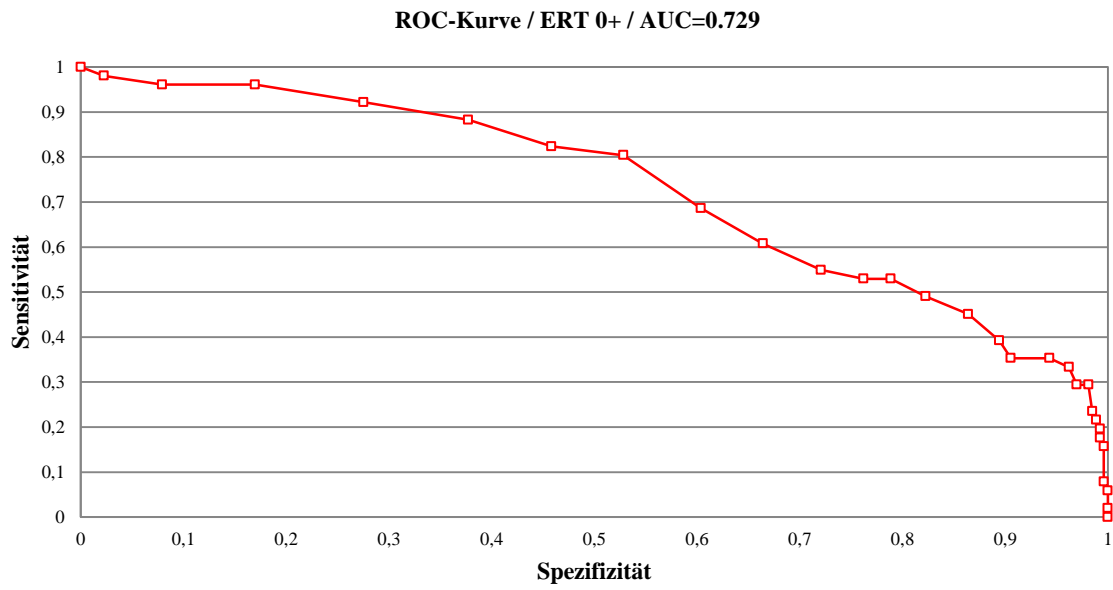


Abbildung B.9.1. ROC-Kurve des spezifischen Prädiktors *ERT 0+*.

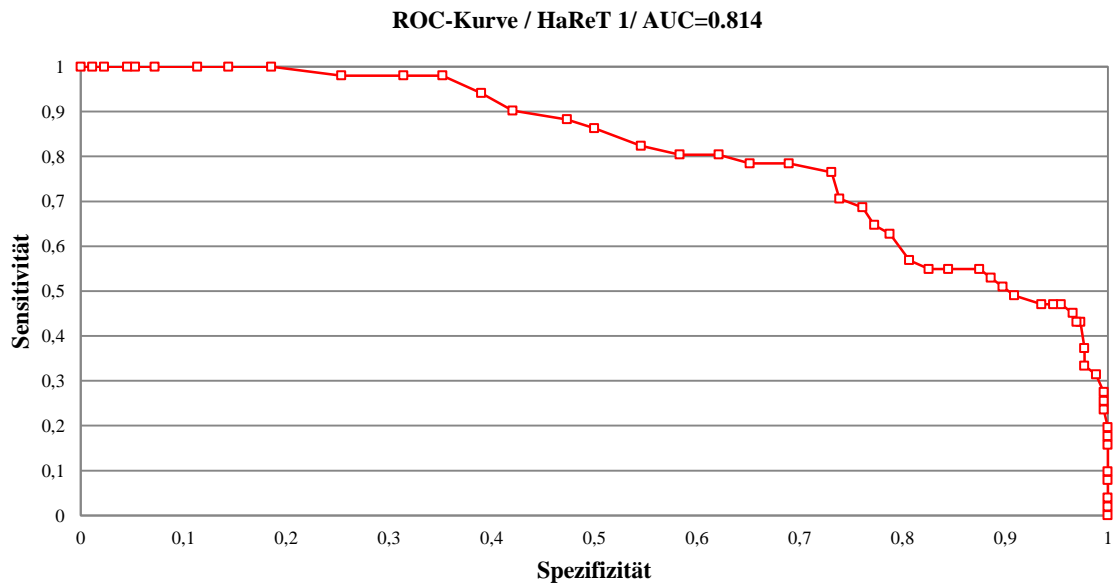


Abbildung B.9.2. ROC-Kurve des spezifischen Prädiktors *HaReT 1*.

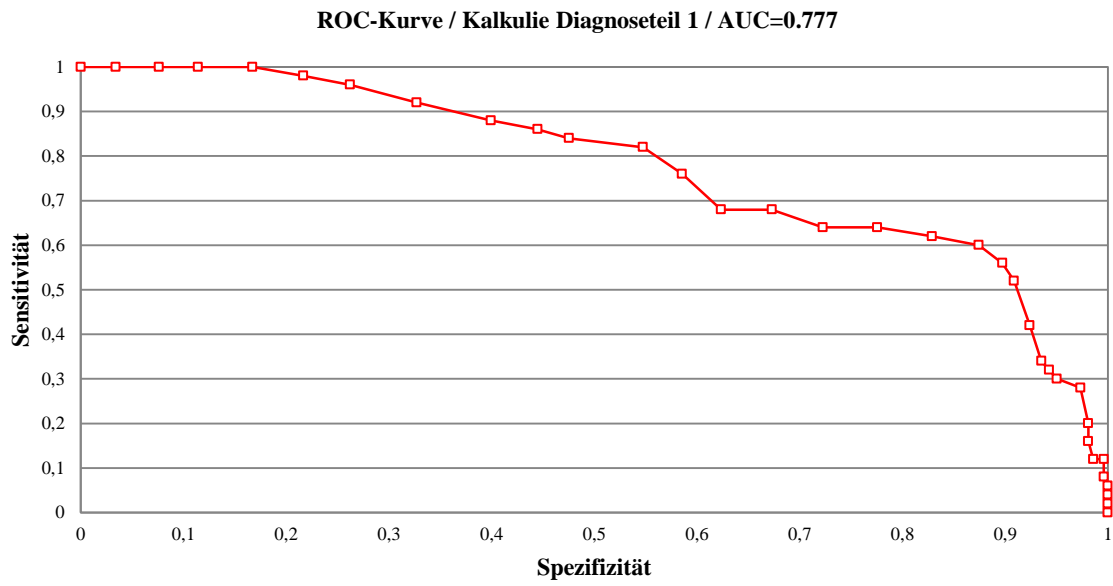


Abbildung B.9.3. ROC-Kurve des spezifischen Prädiktors *Kalkulie 1*.

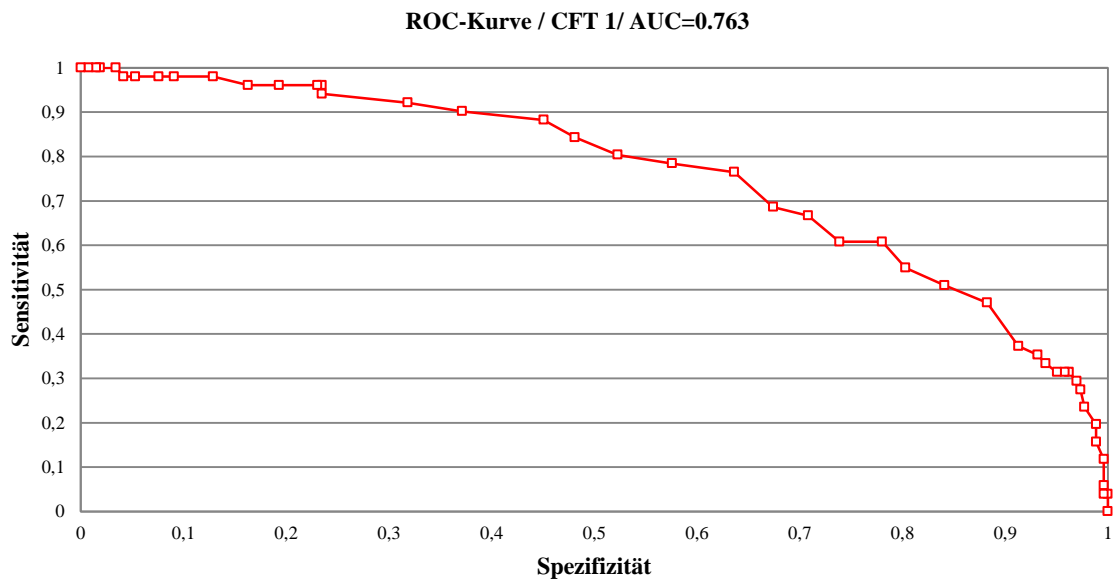


Abbildung B.9.4. ROC-Kurve des unspezifischen Prädiktors *CFT 1*.

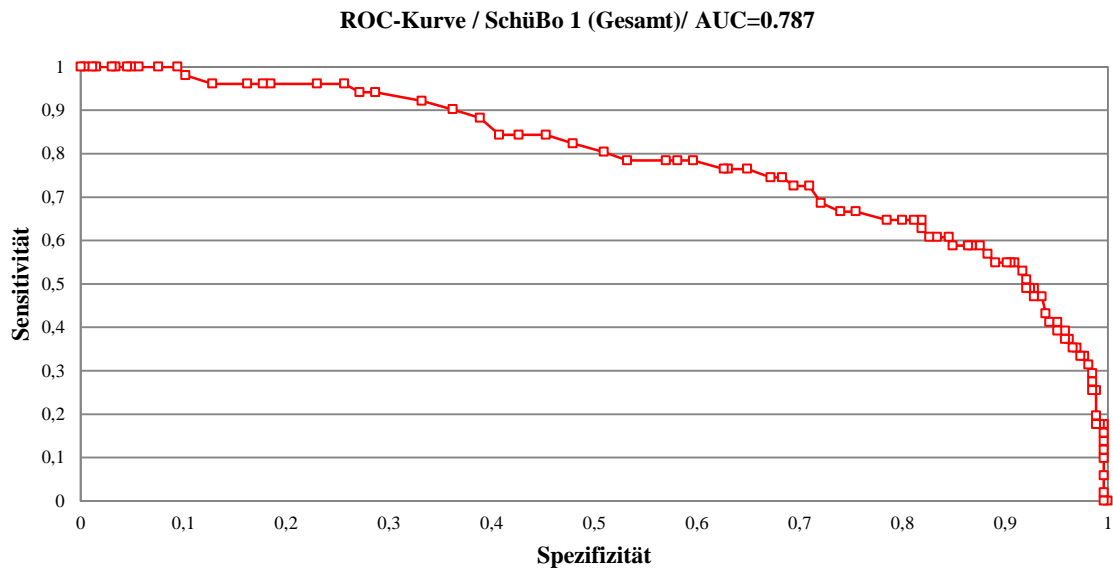


Abbildung B.9.5. ROC-Kurve des unspezifischen Prädiktors *SchüBo 1*.

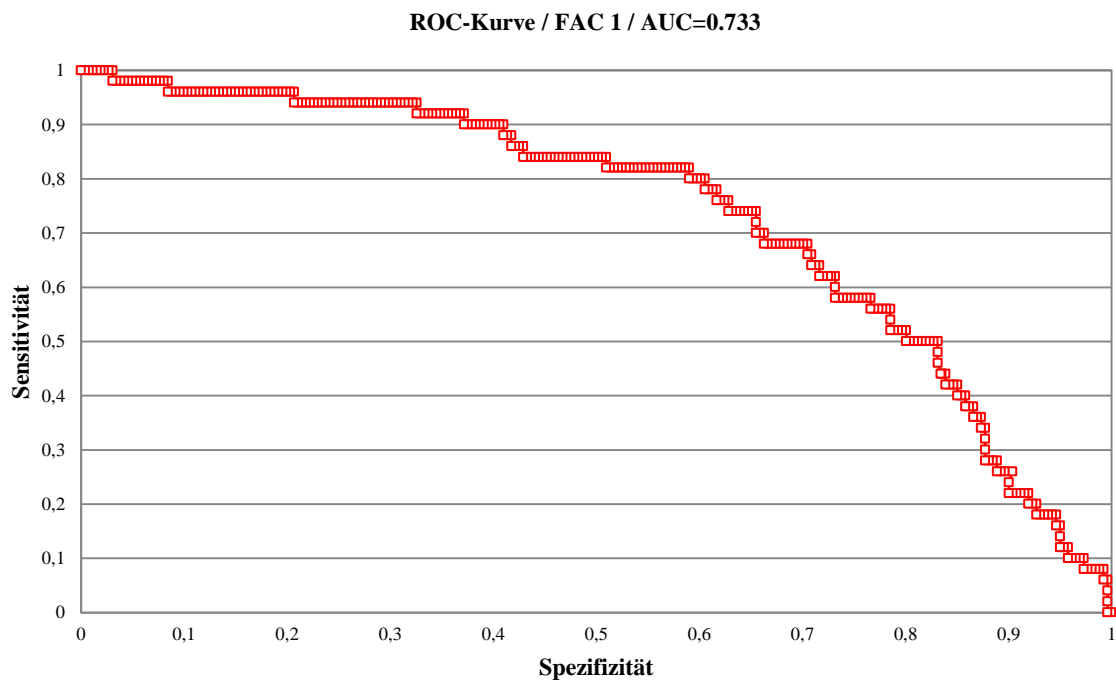


Abbildung B.9.6. ROC-Kurve der Hauptkomponente 1 *Pränumerische Basisfertigkeiten und kognitive Fähigkeiten*.

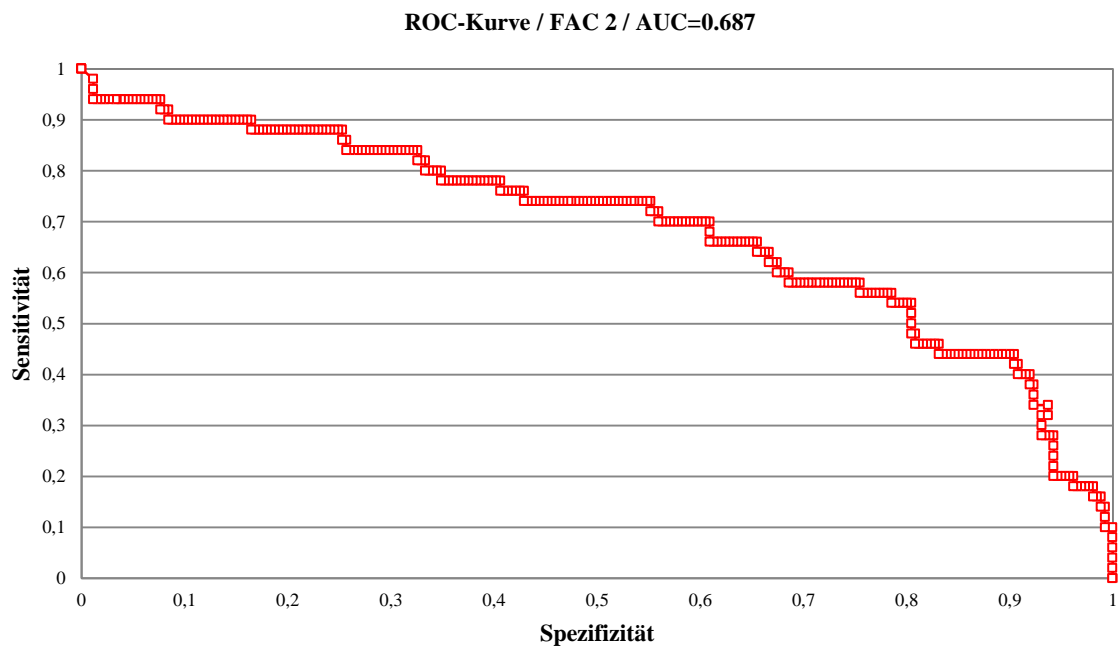


Abbildung B.9.7. ROC-Kurve der Hauptkomponente 2 *Leistungen/ Fähigkeiten und Verhalten im Unterricht/in der Schule.*

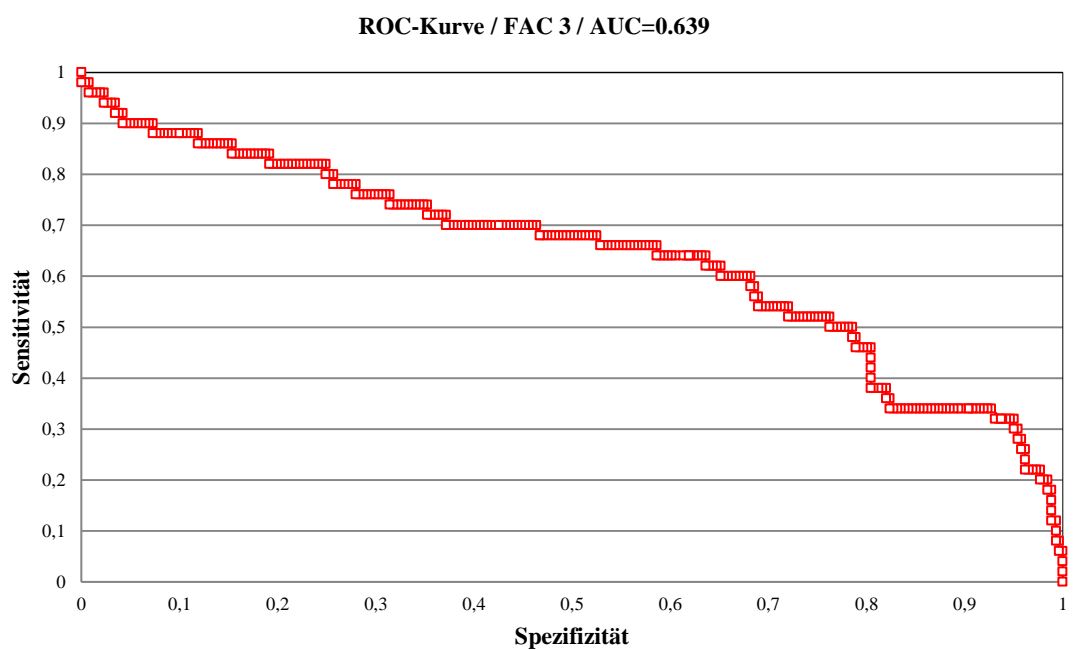


Abbildung B.9.8. ROC-Kurve der Hauptkomponente 3 *Zähl- /Zahl- und Mengenfertigkeiten*