

Dissertation

**Steigerung der Übertragungskapazität in  
optischen Übertragungssystemen durch  
Modenmultiplexbetrieb**

Marius Brehler

Juli 2020

Genehmigte Dissertation zur Erlangung des akademischen Grades Doktor der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.) der Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik der Technischen Universität Dortmund

Ort und Tag der Einreichung:	Dortmund, 26.04.2019
Ort und Tag der mündlichen Prüfung:	Dortmund, 11.12.2019
Hauptreferent:	Prof. Dr.-Ing. Peter M. Krummrich
Korreferent:	Prof. Dr.-Ing. Dr. h. c. Klaus Petermann

## Danksagung

Die Grundlagen für meine Dissertation sind während der gut fünfjährigen Tätigkeit am Lehrstuhl für Hochfrequenztechnik der Technischen Universität Dortmund entstanden. Unterstützt wurde ich vom Lehrstuhl, Kollegen inner- und außerhalb der Universität, Freunden und der Familie, sodass ich die Gelegenheit nutzen möchte, zumindest einigen meinen Dank auszusprechen.

Bedanken möchte ich mich zuallererst bei meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr.-Ing. Peter M. Krummrich, der mir die Möglichkeit zur Durchführung dieser Arbeiten gegeben hat. Die durch ihn geschaffenen Rahmenbedingungen, die offenen Diskussionen und auch die Möglichkeiten zur Teilnahme an nationalen und internationalen Konferenzen haben maßgeblich zum Erfolg dieser Arbeit geführt.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr. h. c. Klaus Petermann danke ich für die vielen konstruktiven Diskussionen während gemeinsamer Projekttreffen und für die Bereitschaft das Korreferat zu dieser Arbeit zu übernehmen.

Allen Mitarbeitern und Mitarbeiterinnen des Lehrstuhls für Hochfrequenztechnik, die mich während meiner Zeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter begleitet haben, danke ich für die angenehme Atmosphäre und den immer offenen Ideenaustausch. Insbesondere möchte ich meinen ehemaligen Kollege Herrn David Ronnenberg nennen, der die Entwicklung eingesetzter DSP-Algorithmen maßgeblich vorangetrieben hat und mit dem ich gemeinsam publiziert habe. Weiter möchte ich mich ausdrücklich bei Frau Petra Sauerland bedanken, die mich bei der schematischen Erstellung der Abbildungen professionell unterstützt hat.

Aber auch außerhalb des Lehrstuhls habe ich Unterstützung für meine Arbeit finden können. So möchte ich mich bei Herrn Peter Resch vom Lehrstuhl für Datenverarbeitungssysteme der Technischen Universität Dortmund bedanken, der mir Zugriff auf freie Rechnerressourcen ermöglicht hat. Ohne diese Rechenleistung wären einige der in dieser Arbeit durchgeführten Betrachtungen nicht möglich gewesen. Weiter hat auch die Unterstützung des LiDO-Teams zum Gelingen meiner Arbeit beigetragen. Bereits vor offizieller Inbetriebnahme des neuen Hochleistungsrechner der Universität konnten die ersten Ergebnisse für Publikationen auf diesem System erzeugt werden.

Dank gilt auch ganz besonders Herrn Prof. Dr. rer. nat. Dominik Göttsche und Herrn Malte Schirwon vom Lehrstuhl Mathematische Methoden für komplexe Simulation der Naturwissenschaft und Technik der Universität Stuttgart. Der persönliche Austausch hat die erfolgreiche Zusammenarbeit geprägt und mir ermöglicht meine Arbeit auch aus anderen Blickwinkeln betrachten zu können. Besonders hat mich auch die offene Aufnahme am Lehrstuhl gefreut, sodass auch ein gemeinsames Arbeiten an der Multi-GPU Implementierung vor Ort möglich war.

Frau Mareike Wehner danke ich für die formale Korrektur meiner Publikationen.

Abschließend gilt mein besonderer Dank meinen Eltern und meiner Schwester Ann-Christin für die gesamte Unterstützung bis zum heutigen Tage, besonders aber auch für die Unterstützung bei der Korrektur dieser Arbeit.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung und Motivation</b>	<b>1</b>
1.1	SDM-Übertragungskonzepte . . . . .	2
1.2	Untersuchungsgegenstand dieser Arbeit . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Optische Wellenleiter</b>	<b>5</b>
2.1	Wesentliche Eigenschaften und Parameter von Glasfasern . . . . .	5
2.2	Lineare und nichtlineare Effekte in Glasfasern . . . . .	9
2.2.1	Lineare Effekte . . . . .	9
2.2.2	Nichtlineare Effekte . . . . .	13
2.3	Fasertypen . . . . .	18
2.3.1	Stufenfasern . . . . .	19
2.3.2	Gradientenfasern . . . . .	20
<b>3</b>	<b>Modellierung und Methoden zur Simulation der nichtlinearen Signalpropagation</b>	<b>23</b>
3.1	Nichtlineare Schrödingergleichung . . . . .	23
3.1.1	Nichtlineare Schrödingergleichung für Einmodenfasern . . . . .	25
3.2	Manakov-Gleichung . . . . .	26
3.2.1	Manakov-Gleichung für eine stark gekoppelte Gruppe . . . . .	27
3.2.2	Manakov-Gleichung für mehrere stark gekoppelte Gruppen . . . . .	28
3.3	Methoden zur Simulation der nichtlinearen Signalpropagation . . . . .	29
3.3.1	Split-Step Fourier Methode . . . . .	30
3.3.2	Runge-Kutta-Verfahren vierter Ordnung im Wechselwirkungsbild . . . . .	31
3.3.3	Numerischer Vergleich der SSFM und der RK4IP Methode . . . . .	33
3.4	Simulation optischer Übertragungssysteme . . . . .	35
<b>4</b>	<b>Numerische Simulation der nichtlinearen Signalpropagation</b>	<b>39</b>
4.1	GPU-Beschleuniger und Programmierung . . . . .	40
4.1.1	Programmiermodell . . . . .	41
4.1.2	Speicher . . . . .	42
4.2	Numerische Anwendung der Methoden . . . . .	44
4.2.1	CPU-Implementierung . . . . .	45
4.2.2	Hybride CPU/GPU-Implementierung . . . . .	46
4.2.3	GPU-Implementierung . . . . .	46
4.2.4	Laufzeiten der Implementierungen und Speedup der RK4IP Methode . . . . .	48
4.3	Speichereffiziente Implementierung . . . . .	50
4.3.1	Optimierte Implementierungen der SSFM und RK4IP Methode . . . . .	52
4.3.2	Vorbereitung des linearen Operators . . . . .	53
4.3.3	Mixed-Precision Implementierung . . . . .	55

4.4	Multi-GPU Implementierung . . . . .	57
4.4.1	Gebietszerlegung . . . . .	58
4.4.2	Modifikation der GPU-Implementierung . . . . .	59
4.4.3	Laufzeiten der Multi-GPU Implementierung . . . . .	64
4.4.4	Diskussion der Skalierung und weitere Möglichkeiten zur Reduktion der Laufzeit . . . . .	66
<b>5</b>	<b>Einfluss des Brechzahlprofils auf die Koppelfaktoren und nichtlineare Effekte</b>	<b>69</b>
5.1	Brechungsindex und Radius des Faserkerns . . . . .	70
5.2	Brechzahlabenkung im Mantel . . . . .	71
5.2.1	Einfluss auf die Koppelfaktoren $\kappa$ . . . . .	72
5.2.2	Vergleich von MDM-Übertragung bei Nutzung von GI- und T-GI-Faser .	75
<b>6</b>	<b>Einfluss der nichtlinearen Effekte auf die Signalübertragung in FMFs</b>	<b>79</b>
6.1	Konstante effektive Modenfeldflächen . . . . .	80
6.1.1	Fasercharakteristika . . . . .	81
6.1.2	Konfiguration des Übertragungssystems . . . . .	82
6.1.3	Simulationsergebnisse . . . . .	83
6.2	WDM-Kanalanzahl in WDM-MDM-Systemen . . . . .	84
6.2.1	Charakteristika der 15-Modenfasern . . . . .	85
6.2.2	Konfiguration des Übertragungssystems . . . . .	86
6.2.3	Simulationsergebnisse . . . . .	87
6.3	Vergrößerte effektive Modenfeldflächen . . . . .	90
6.3.1	Reskalierte Gradientenfasern . . . . .	90
6.3.2	Konfiguration des Übertragungssystems . . . . .	93
6.3.3	Simulationsergebnisse . . . . .	93
<b>7</b>	<b>Einfluss der nichtlinearen Effekte auf die Signalübertragung in MMFs</b>	<b>97</b>
7.1	50 $\mu\text{m}$ MMF . . . . .	99
7.1.1	Fasercharakteristika und DMGD-Konfigurationen . . . . .	100
7.1.2	Konfiguration des Übertragungssystems . . . . .	101
7.1.3	Simulationsergebnisse . . . . .	101
7.2	62,5 $\mu\text{m}$ MMF . . . . .	105
7.2.1	Fasercharakteristika bei $NA=0,2$ . . . . .	106
7.2.2	Konfiguration des Übertragungssystems bei Nutzung der 78-Moden Faser	107
7.2.3	Simulationsergebnisse . . . . .	107
7.2.4	Fasercharakteristika bei $NA=0,275$ . . . . .	108
7.2.5	Konfiguration des Übertragungssystems bei Nutzung der 120-Moden Faser	109
7.2.6	Simulationsergebnisse . . . . .	109
<b>8</b>	<b>Fazit und Ausblick</b>	<b>113</b>
	<b>Publikationen</b>	<b>117</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>119</b>
	<b>Abkürzungsverzeichnis</b>	<b>133</b>

# 1 Einleitung und Motivation

In unserer modernen Gesellschaft werden heutzutage immer mehr digitale Technologien genutzt, sodass die Anforderungen an Systeme zur Datenübertragung hinsichtlich der Übertragungskapazität kontinuierlich steigen. Trotz aller Fortschritte im Bereich der Mobilfunktechnologien haben Lichtwellenleiter andere Technologien in Weitverkehrssystemen fast vollständig verdrängt. Die heute zur Verfügung stehenden Übertragungskapazitäten, die das Internet in der Form ermöglichen wie wir es kennen, wären ohne optische Übertragungssysteme nicht realisierbar.

Der weltweite Datentransfer hat in den letzten 20 Jahren exponentiell zugenommen. Neue Dienste, wachsende Datenmengen in webbasierten Speichern, hochauflösendes Videostreaming, Cloud Computing und andere datenhungrige Applikationen lassen den Kapazitätsbedarf weiter steigen. So ist gemäß des *Cisco Visual Networking Index* [1] mit einer durchschnittlichen jährlichen Wachstumsrate (CAGR) (im Englischen „Compound Annual Growth Rate“) des Datenverkehrs im Internet von 23 % für den Zeitraum von 2016 bis 2021 zu rechnen. Langzeitstatistiken an verschiedenen Internet-Exchange-Knoten zeigen sogar eine CAGR von 60 %, wie in [2] zusammengefasst. Der globale Netzwerkverkehr kann auch anhand der Verkäufe von Wellenlängenmultiplex-Transpondern abgeschätzt werden, wobei hier eine Wachstumsrate des Datenverkehrs von 45 % beobachtet wird [3, 4].

Heutige Weitverkehrssysteme setzen auf Einmodenfasern, wobei die genutzte bzw. aufgrund verfügbarer kommerzieller Übertragungssysteme realisierbare Kapazität pro Faser nur mit etwa 20 % pro Jahr zunimmt [4]. Diese Entwicklung führt zu einer Kapazitätskrise, dem sogenannten „*Capacity Crunch*“ [5]. Zur Erhöhung der Kapazität konnten bisher höherstufige Modulationsformate eingesetzt werden oder auch mehr Wellenlängenkanäle in einer einzelnen Faser genutzt werden. Zwar kann die nutzbare Kapazität einer Einmodenfaser durch Verwendung zusätzlicher Wellenlängenbänder noch weiter erhöht werden, hierbei ist jedoch eine Steigerung nur um das 6- bis 11-fache zu erwarten [6]. Der Einsatz noch höherstufigerer Modulationsformate hingegen wird durch die Kerr-Nichtlinearität begrenzt, sodass Einmodenfasern ihre physikalische Kapazitätsgrenze erreichen [7]. Ebenso ist die Steigerung der Übertragungskapazität durch Duplikation von Faserverbindungen auf Basis von bisherigen Technologien aufgrund des damit verbundenen Energiebedarfs und der mit dem Energiebedarf skalierenden Kosten keine Option. Bereits 2007 war die Informations- und Kommunikationstechnologie mit Geräten und Diensten für ca. 2 % der weltweiten Treibhausgasemissionen verantwortlich [8]. Weitere Abschätzungen indizieren, dass allein die optischen Netze der Telekommunikationsnetzbetreiber im Jahr 2007 nahezu 160 TWh verbrauchten und dass dieser Bedarf bereits bis 2012 auf 260 TWh angestiegen ist [9]. Einhergehend mit der Bereitstellung zusätzlicher Übertragungskapazität ist es daher erforderlich, gleichzeitig auch die pro übertragenem Bit benötigte Energie zu reduzieren [10, 11]. Um den steigenden Kapazitätsbedarf langfristig bedienen zu können, sind daher neue Konzepte unabdingbar [12, 13]. Eine vielversprechende Option, die sowohl das Potenzial einer skalierbaren Erhöhung der Übertragungskapazität als auch eine Senkung des Energiebedarfs und damit auch der Kosten pro übertragenem Bit bietet, ist die Nutzung der räumlichen Dimension. Ein solches System wird als Raummultiplex- bzw. SDM-System (im Englischen „Space-Division

Multiplexing“) bezeichnet.

## 1.1 SDM-Übertragungskonzepte

In einem Raummultiplex- bzw. SDM-System, werden mehrere räumlich-parallele Ausbreitungspfade genutzt um Daten zu übertragen. Die räumlichen Ausbreitungspfade lassen sich hierbei auf verschiedene Arten realisieren. Die einfachste Möglichkeit besteht darin ein Bündel von Einmodenfasern (SMF) (im Englischen „Single-Mode Fiber“) zu verwenden. In diesem Fall wird jedoch nicht jede Einmodenfaser als unabhängige Übertragungsstrecke behandelt, sondern jede Faser des Bündels wird als räumlicher Kanal *einer* Übertragungsstrecke betrachtet. Erst dadurch ist eine Reduktion des Energiebedarfs und eine Senkung der Kosten pro übertragenem Bit möglich. So erlaubt die Betrachtung der Fasern als räumliche Kanäle einer Übertragungsstrecke den Einsatz gemeinsamer Sender- und Empfängerstrukturen. Dadurch ist es möglich gemeinsame Sendelaser zu verwenden oder auch die empfangsseitige digitale Signalverarbeitung räumlicher Kanäle auf einem gemeinsamen Chip zu integrieren.

Zur weiteren Steigerung der räumlichen Dichte, können anstelle von Faserbündeln auch Fasern verwendet werden, die mehrere räumliche Kanäle zur Verfügung stellen. Mögliche Realisierungen sind in Abbildung 1.1 dargestellt. Anstatt ein Bündel von Einmodenfasern zu verwenden,

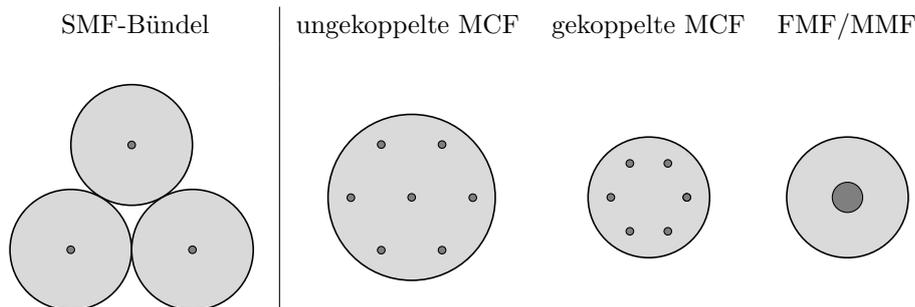


Abbildung 1.1: Auf verschiedenen Faser-Typen aufbauende Konzepte zur Realisierung von SDM-Übertragungen. Mehrere räumliche Übertragungskanäle können durch Bündel von Einmodenfasern (SMF), die einzelnen Kerne in Mehrkernfasern (MCF) oder die ausbreitungsfähigen Moden in mehrmodigen Fasern (FMF/MMF) bereitgestellt werden.

können einmodige Faserkerne in einen gemeinsamen Mantel integriert werden. Ist der Abstand zwischen den Kernen einer Mehrkernfaser (MCF) (im Englischen „Multi-Core Fiber“) groß genug, sodass die sich ausbreitenden elektromagnetischen Felder nicht miteinander interagieren, spricht man von ungekoppelten Mehrkernfasern. Die Verringerung des Abstands zwischen den Faserkernen führt zu einer höheren räumlichen Effizienz. Unter räumlicher Effizienz versteht man in diesem Zusammenhang die Anzahl von räumlichen Übertragungskanälen pro Faserquerschnittsfläche. Ein geringerer Abstand zwischen den Faserkernen resultiert jedoch in einer Kopplung der elektromagnetischen Wellen der einzelnen Faserkerne. Man spricht dann von gekoppelten Mehrkernfasern. Bei sehr starker Kopplung wird auch von der Ausbreitung sogenannter Supermoden gesprochen [14]. Diese propagieren nicht in einem Kern allein, sondern nutzen alle Kerne zur Propagation.

Eine noch höhere Dichte an räumlichen Kanälen wird in Mehrmodenfasern erreicht. Verringert man den Abstand zwischen den Kernen weiter, verschmelzen diese zu einem gemeinsamen großen Kern, in dem mehrere räumliche Feldverteilungen (Moden) ausbreitungsfähig sind. Analog kann dies auch als Vergrößerung des Kerns einer Einmodenfaser betrachtet werden. Bereits im Jahr 2000 wurde vorgeschlagen, die räumliche Diversität von Mehrmodenfasern zur Kapazitätssteigerung einer einzelnen Faser zu nutzen [15]. In Abhängigkeit davon, wie viele Moden in einer solchen Faser ausbreitungsfähig sind, wird von einer *Few-Mode Fiber* (FMF) oder *Multi-Mode Fiber* (MMF) gesprochen. Aus historischen Gründen werden Fasern mit einem Kerndurchmesser  $\geq 50 \mu\text{m}$  meist als MMFs bezeichnet. Mehrmodige Fasern mit einem Kerndurchmesser  $< 50 \mu\text{m}$ , die weniger Moden als MMFs führen, werden als FMF bezeichnet. Im Weiteren wird in dieser Arbeit im Allgemeinen der Begriff Mehrmodenfaser verwendet, sofern mehr als ein Modus ausbreitungsfähig ist, ohne dass darüber hinaus jedoch eine spezielle Modenanzahl gemeint ist. Eine Unterscheidung zwischen FMF und MMF wird erst bei Betrachtung der Simulationsergebnisse in den Kapiteln 6 und 7 vorgenommen. Wird in einem Raummultiplexsystem eine MMF zur Bereitstellung der räumlichen Ausbreitungspfade verwendet, wird auch von Modenmultiplexbetrieb (MDM) (im Englischen „Mode-Division Multiplexing“) gesprochen. Auch die Kombination von Mehrkern- und Mehrmodenfasern ist möglich. Hierbei werden keine einmodigen Faserkerne in ein gemeinsames Mantelmaterial integriert, sondern jeder Kern der MCF führt mehrere Moden. Man spricht dann von Mehrkern-Mehrmodenfasern (MC-MMF) (im Englischen „Multi-Core-Multi-Mode Fiber“) [16].

Die höchste Dichte an räumlichen Kanälen bieten Mehrmodenfasern. Darüber hinaus bieten Mehrmodenfasern das Potenzial der energieeffizientesten Verstärkung [17].

## 1.2 Untersuchungsgegenstand dieser Arbeit

In dieser Arbeit wird die Fragestellung untersucht, inwieweit die Steigerung der Übertragungskapazität durch den Einsatz von SDM-Systemen realisiert werden kann. Da es sich bei einer Glasfaser um ein nichtlineares Medium handelt, stellt sich die Frage, inwiefern die Faserkapazität limitiert ist. Bereits in Einmodenfasern ist die Übertragungskapazität durch die nichtlinearen Effekte limitiert, erfasst durch das nichtlineare Shannon-Limit [7]. Diese Effekte treten auch in Mehrkern- und Mehrmodenfasern auf. Wie bereits beschrieben, bieten Mehrmodenfasern die höchste Dichte an räumlichen Kanälen, und damit auch die potenziell höchste Übertragungskapazität. Gerade aufgrund der hohen räumlichen Dichte wirken die nichtlinearen Effekte in diesen Fasern potenziell am stärksten und führen zu einer Signaldegradation, die wiederum die Übertragungskapazität limitiert. Der Schwerpunkt der Untersuchungen in dieser Arbeit liegt daher auf MDM-Systemen.

Um das Potenzial von MDM-Systemen zur Überwindung der Kapazitätskrise abschätzen zu können, muss die Frage beantwortet werden, wie die nichtlinearen Effekte und die daraus resultierende Signaldegradation mit der Modenanzahl skalieren. Erste Publikationen zu MDM-Übertragungsexperimenten zeigten zwar bereits zu Beginn dieser Arbeit die mögliche Realisierbarkeit, jedoch wurde hierbei nur eine geringe Anzahl räumlicher Moden als Übertragungskanäle verwendet. Sollen MDM-Systeme eine skalierbare Lösung zur Überwindung der Kapazitätskrise darstellen, sind sehr viele nutzbare räumliche Kanäle notwendig.

Experimentell ist dies mit Herausforderungen verknüpft, die, sofern das Übertragungsmedium selbst ein fundamentales Limit aufweist, gar nicht erst in Angriff genommen werden müssten.

Da eine analytische Berechnung der Ausbreitung optischer Wellen in Glasfasern im Allgemeinen nicht möglich ist, werden numerische Methoden zur Untersuchung verwendet. Hierfür sind hocheffiziente Simulationsalgorithmen notwendig, mit denen die nichtlineare Signalausbreitung in Mehrmodenfasern simuliert werden kann. Neben den Untersuchungen zur Skalierung der nichtlinearen Effekte in Mehrmodenfasern, wird daher auch die numerische Simulation im Allgemeinen und die effiziente, hochparallele Implementierung der Simulationsmethoden behandelt. Die GPU-beschleunigten Implementierungen sind dabei ein wesentlicher Bestandteil, ohne die die Fragestellung nicht beantwortet werden kann.

## 2 Optische Wellenleiter

Zum Aufbau eines optischen Übertragungssystems werden Wellenleiter verwendet, in denen die Führung optischer Wellen durch einen Kern mit höherer Brechzahl und einen Mantel mit niedrigerer Brechzahl erreicht wird. In Weitverkehrssystemen werden üblicherweise Fasern aus Siliziumdioxid ( $\text{SiO}_2$ ) eingesetzt, sodass von Glasfasern gesprochen wird. Die Anhebung der Kernbrechzahl kann durch Dotierung mit Fremdatomen erreicht werden, wobei meistens  $\text{GeO}_2$  verwendet wird. Diese Wellenleiter weisen eine geringe Dämpfung auf und lassen sich kostengünstig produzieren. Auch aus anderen Materialien, wie z.B. Kunststoffen, lassen sich Fasern herstellen. Da diese jedoch eine deutlich höhere Dämpfung aufweisen, werden für Übertragungstrecken von mehr als  $\sim 100$  m Länge üblicherweise Glasfasern verwendet. Das einfachste und vor allem bei Fasern für terrestrische Weitverkehrsübertragungstrecken verwendete Brechzahlprofil ist das Stufenprofil. Auch andere Brechzahlprofile sind möglich, wie am Ende des Kapitels erläutert wird. Die Geometrie des Brechzahlprofils beeinflusst verschiedene Eigenschaften der Faser, sodass diese je nach Einsatzzweck der Glasfasern adaptiert werden muss.

Zunächst werden in diesem Kapitel einige grundlegende Eigenschaften von Glasfasern beschrieben. Neben wesentlichen Parametern zur Charakterisierung von Glasfasern und einer Beschreibung der Moden, stehen Ursache und Wirkung nichtlinearer Effekte im Vordergrund. Auch die in Glasfasern auftretenden linearen Effekte, die mit den nichtlinearen Effekten interagieren, werden in diesem Kapitel vorgestellt. Abschließend wird die Eignung verschiedener Fasertypen, klassifiziert anhand des verwendeten Brechzahlprofils, im Kontext von MDM-Übertragungssystemen diskutiert.

### 2.1 Wesentliche Eigenschaften und Parameter von Glasfasern

Zwei wichtige Parameter zur Charakterisierung von Glasfasern sind der Faserparameter  $V$  und der Phasenparameter  $B$ . Der Faserparameter  $V$  ist als

$$V = \frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot r_{co} \cdot \sqrt{n_{co}^2 - n_{cl}^2} \quad (2.1)$$

definiert und dient der Erfassung der wesentlichen Fasereigenschaften und Betriebsparameter. So gehen die Vakuum-Wellenlänge  $\lambda_0$ , der Radius des Faserkerns  $r_{co}$  und die numerische Apertur  $\text{NA} = \sqrt{n_{co}^2 - n_{cl}^2}$  in die Definition des Faserparameters ein. Hierbei ist  $n_{co}$  die Brechzahl des Faserkerns und  $n_{cl}$  die Brechzahl des Mantelmaterials.

Die Wellenausbreitung entlang der Faserachse, hier der  $z$ -Richtung, wird durch den Phasenparameter  $B$  beschrieben. Dieser ist als

$$B = \frac{n_{\text{eff},j}^2 - n_{cl}^2}{n_{co}^2 - n_{cl}^2} \quad (2.2)$$

definiert und wird auch als normierte Ausbreitungskonstante bezeichnet. Neben Kern- und Mantelbrechzahl geht die effektive Brechzahl  $n_{\text{eff},j}$  des Modus  $j$  in die Definition des Phasenparameters ein. Die effektive Brechzahl ist dabei der Quotient der Ausbreitungskonstanten  $\beta_j$  des Modus  $j$  und der Wellenzahl im Vakuum  $k_0$ , und ist somit als  $n_{\text{eff},j} = \beta_j/k_0$  definiert. Der Phasenparameter lässt sich, wie in Abbildung 2.1 dargestellt, als Funktion des Faserparameters auftragen. Anhand des  $B(V)$ -Diagramms kann die Anzahl der ausbreitungsfähigen Moden für einen bestimmten Faserparameter  $V$  abgelesen werden. Das  $B(V)$ -Diagramm kann

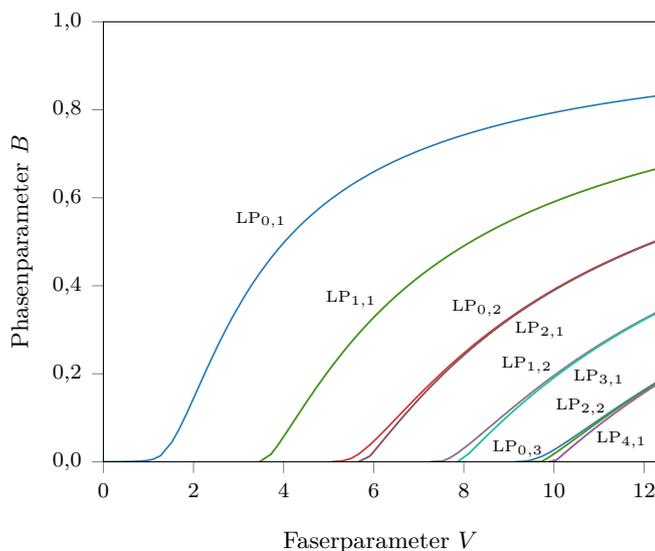


Abbildung 2.1:  $B(V)$ -Diagramm für Gradientenfasern: Durch numerische Lösung der skalaren Wellengleichung berechnete Phasenparameter  $B$  der LP-Moden in Gradientenfasern mit einem Profilerponenten  $\alpha = 1,94$  als Funktion des Faserparameters  $V$ .

damit in den Designprozess von Mehrmodenfasern einbezogen werden. So wird bei der Auslegung einer  $M$ -Modenfaser ein möglichst hoher Faserparameter  $V$  gewählt, bei dem die ersten  $M$  Moden ausbreitungsfähig sind. Daraus resultieren für die ausbreitungsfähigen Moden hohe Phasenparameter  $B$ . Kernradius und numerische Apertur können im Anschluss aus  $V$  berechnet werden, wobei das Optimierungskriterium hier vom jeweiligen Brechzahlprofil abhängt [18], wie später noch diskutiert wird.

In Abbildung 2.1 ist der  $B(V)$ -Verlauf für linear polarisierte(LP)-Moden dargestellt. Bei LP-Moden handelt es sich um eine Näherungslösung, die für schwach führende Fasern, d.h. bei  $(n_{co} - n_{cl})/n_{cl} \ll 1$ , angenommen werden kann [19]. Ein LP-Modus ist dabei die Überlagerung der entsprechenden TE-, TM- und HE- bzw. EH-Moden, den sogenannten exakten Moden bzw. Vektormoden. Die exakten Moden, die zu den jeweiligen LP-Moden führen sind in Tabelle 2.1 angegeben. LP-Moden besitzen in Ausbreitungsrichtung vernachlässigbare Feldkomponenten, sodass das mit dem Modus assoziierte elektrische Feld als transversal angenommen werden kann. Das transversale Feld liegt in zwei orthogonalen Polarisierungen vor, sodass von linear polarisierten Moden gesprochen wird. Die Herleitung der zu lösenden Wellengleichung aus den Maxwell-Gleichungen wird in den Kapiteln 3.1, 3.2 und 3.4 in [20] beschrieben. Weiter findet sich eine detaillierte Vorstellung der Moden in Stufenfasern bei Engelbrecht [21, Kap. 3]. Die Berechnung der Moden kann für einige Fasergeometrien (semi-)analytisch erfolgen, für die in dieser Arbeit betrachteten Fasern ist jedoch eine numerische Berechnung der Moden er-

Tabelle 2.1: An der Bildung der  $LP_{m,l}$ -Moden beteiligte exakte Moden. Es gilt  $l > 0$ .

LP-Modus	Exakter Modus
$LP_{0,l}$ ( $m = 0$ )	$HE_{1,l}$
$LP_{1,l}$ ( $m = 1$ )	$TE_{0,l}$ $TM_{0,l}$ $HE_{2,l}$
$LP_{m,l}$ ( $m \geq 2$ )	$EH_{m-1,l}$ $HE_{m+1,l}$

forderlich, wie in Kapitel 5 diskutiert. Da die LP-Moden eine Orthogonalbasis bilden, kann jede der räumlichen Feldverteilungen zur Übertragung eines einzelnen Datenstroms verwendet werden. Wie angesprochen liegt jeder Modus in zwei orthogonalen Polarisationen vor. Polarisationsmultiplex (PDM) (im Englischen „Polarization-Division Multiplexing“), auch als PolMUX bezeichnet, wird bereits in einmodigen Übertragungssystemen zur Verdopplung der Übertragungskapazität einer einzelnen Faser eingesetzt. Der in der Literatur wie beispielsweise [22] verwendeten Nomenklatur folgend wird bei der Zählweise zwischen LP-Moden und räumlichen Moden differenziert. Sind z.B. nur die Moden  $LP_{0,1}$  und  $LP_{1,1}$  ausbreitungsfähig, so sind zwei LP-Moden ausbreitungsfähig. In der Notation  $LP_{m,l}$  bezieht sich der Index  $m$  auf die Anzahl der azimutalen Intensitätsmaxima, der Index  $l$  auf die radialen Intensitätsmaxima. Weiter sind  $LP_{m,l}$ -Moden mit  $m \in \mathbb{N}$  räumlich entartet, d.h. es existieren zwei Umfangsversionen, gekennzeichnet mit dem Subskript  $a$  bzw.  $b$ . Der  $LP_{1,1}$ -Modus liegt also in Form des  $LP_{1,1a}$ - und des  $LP_{1,1b}$ -Modus vor, so dass in diesem Beispiel insgesamt drei räumliche Moden ausbreitungsfähig sind. Teilweise werden in der Literatur bei der Angabe der Gesamtzahl ausbreitungsfähiger Moden auch noch die orthogonalen Polarisationen bzw. Polarisationsmoden einbezogen. Der zuvor beschriebenen Notation folgend wird in dieser Arbeit jedoch immer die Anzahl der linear polarisierten und der räumlichen Moden angegeben. Die Polarisationsmoden werden in der Zählung nicht berücksichtigt. Wird im Weiteren von einer  $M$ -Modenfaser gesprochen, so ist stets die Anzahl räumlicher Moden gemeint. Die Feldverteilungen der ersten 36 in einer Gradientenfaser ausbreitungsfähigen räumlichen Moden sind in Abbildung 2.2 dargestellt.

Trotz der Orthogonalität der Feldverteilungen können sich die verschiedenen in MDM-Systemen als Übertragungskanäle genutzten Moden durch lineare, sowie nichtlineare Effekte gegenseitig beeinflussen.

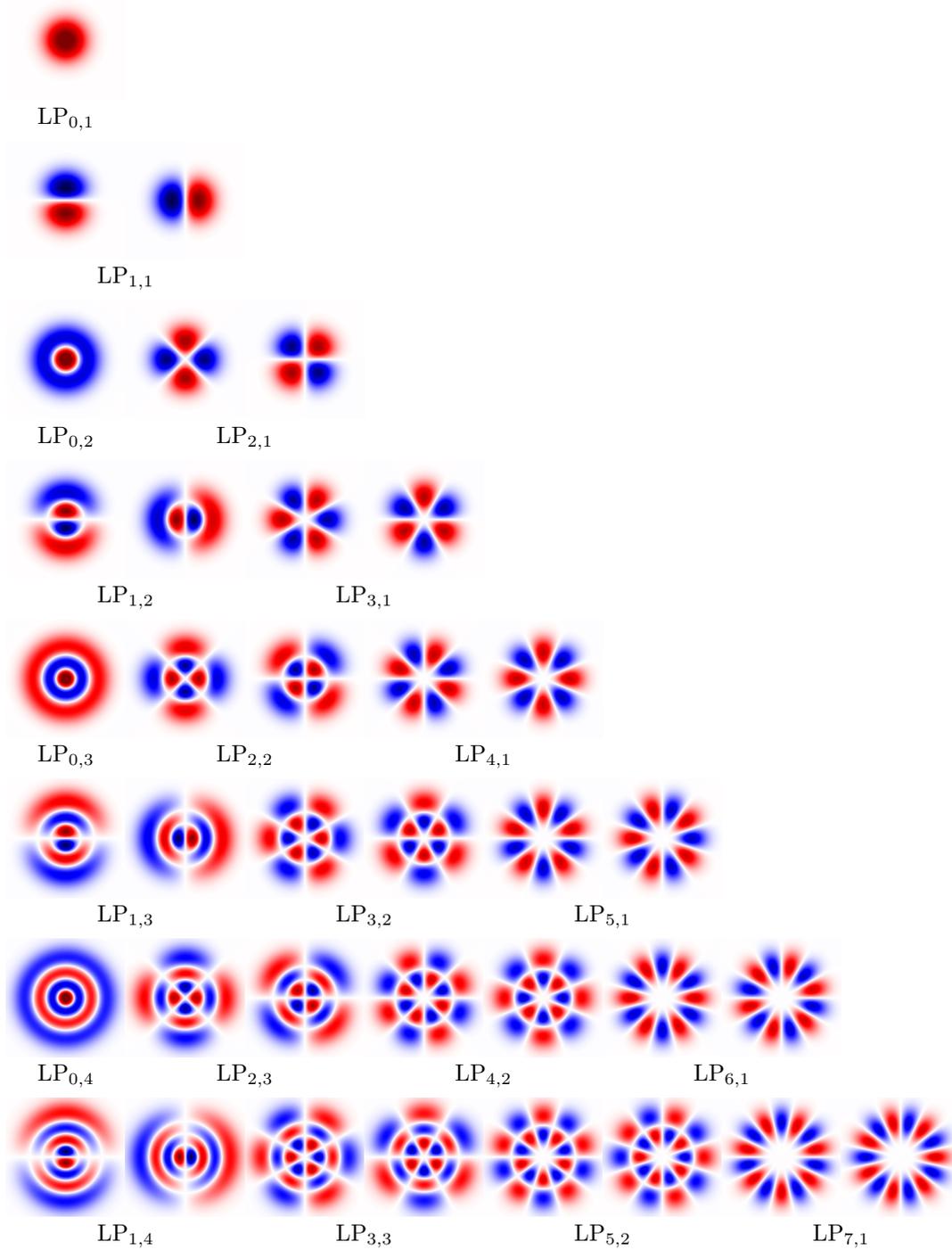


Abbildung 2.2: Feldverteilungen der ersten 20 LP-Moden und ihrer räumlichen Entartungen (36 räumlichen Moden) einer Gradientenfaser.

## 2.2 Lineare und nichtlineare Effekte in Glasfasern

Beim Einsatz von Glasfasern zur Wellenführung treten verschiedene Effekte auf, die die Übertragungsdistanz eines optischen Übertragungssystems limitieren. Zu unterscheiden ist zwischen linearen und nichtlinearen Effekten. Erstere wirken unabhängig von der Leistung des optischen Signals, während letztere von der Signalleistung abhängig sind. Speziell letztere sind eine Besonderheit des optischen Übertragungsmediums und treten in dieser Form in drahtlosen Übertragungssystemen nicht auf. Eine Beschreibung der Analogien der in drahtlosen MIMO-Übertragungssystemen (im Englischen „Multiple-Input Multiple-Output“), d.h. einem System, in dem zur Vervielfachung der Kapazität einer Funkverbindung mehrere Sende- und Empfangsantennen zur Ausnutzung der Mehrwegeausbreitung verwendet werden, und der in optischen MDM-Übertragungssystemen wirkenden Effekte ist in [23] zu finden.

### 2.2.1 Lineare Effekte

Die in Glasfasern auftretenden linearen Effekte wirken auf die Amplitude und Phase des optischen Signals. Lineare Effekte können dabei sowohl eine Frequenzabhängigkeit aufweisen als auch unabhängig von der Frequenz des optischen Trägers wirken. Nachfolgend werden Dämpfung, Dispersion sowie Modenkopplung als die wesentlichen linearen Effekte betrachtet.

#### Dämpfung

Dämpfung ist der Effekt der Abnahme der Amplitude des Signals. Die zwei grundlegenden Ursachen sind Absorption und Streuung. Während bei Absorption Photonen in eine andere Energieform umgewandelt werden, wird bei Streuung die Richtung der Photonen geändert. In Glasfasern führen UV-, IR- und OH-Absorption sowie Rayleigh-Streuung zu einer Dämpfung. Weiter kann zwischen intrinsischen und extrinsischen Effekten unterschieden werden. So gehört beispielsweise die OH-Absorption zu den extrinsischen Effekten, da hier Fremdatome ( $\text{OH}^-$ -Ionen) in das Material eindiffundieren und zu einer Absorption führen, während mikroskopische Brechzahlchwankungen als Ursache der Rayleigh-Streuung dem Materialsystem inhärent sind. Auch UV- und IR-Absorption gehören zu den intrinsischen Effekten. Zu den extrinsischen Dämpfungseffekten zählen des Weiteren Biegeverluste, wobei zwischen Makro- und Mikrobiegeverlusten unterschieden wird.

In einem optischen Übertragungssystem ist die Länge eines Streckenabschnitts maßgeblich durch Dämpfung limitiert. So muss das optische Signal in Abhängigkeit von der auftretenden Dämpfung verstärkt werden, bevor es über einen weiteren Streckenabschnitt übertragen werden kann.

Das spektrale Dämpfungsminimum von  $\text{SiO}_2$  Fasern liegt bei 1550 nm, wobei in Einmodenfasern, wie in Mehrmodenfasern, Rayleigh-Streuung im Wellenlängenbereich von 500 bis 1600 nm der dominierende Dämpfungseffekt ist. Die Dämpfung von Fasern mit  $\text{GeO}_2$ -dotiertem Kern liegt typischerweise bei 0,2 dB/km. Eine ausführliche Beschreibung der Rayleigh-Streuung in Mehrmodenfasern wurde in [24] publiziert.

Noch weiter lässt sich die Dämpfung reduzieren, indem Fasern mit einem Kern aus reinem  $\text{SiO}_2$

eingesetzt werden. Der Brechzahlssprung wird in solchen Fasern durch Dotierung des Mantelmaterials mit Fluor erzielt. Durch die Dotierung mit Fluor wird die Brechzahl des Mantelmaterials gesenkt. Es lassen sich Fasern mit einer Dämpfung von lediglich 0,1467 dB/km bei einer Wellenlänge von 1550 nm realisieren [25].

### Dispersion

Allgemein bezeichnet die Dispersion die Abhängigkeit der Ausbreitungsgeschwindigkeit optischer Wellen, die durch verschiedene Parameter beeinflusst wird. Eine optische Welle breitet sich mit der Ausbreitungskonstanten  $\beta(\omega)$  aus, wobei zunächst nur ein einzelner Modus betrachtet wird. Zum einen weist die Ausbreitungskonstante eine Abhängigkeit von der Frequenz, hier der Kreisfrequenz  $\omega$ , auf. Zum anderen hängt die Ausbreitungskonstante vom jeweiligen Modus ab.

**Chromatische Dispersion** ist die Abhängigkeit der Ausbreitungsgeschwindigkeit von der Frequenz der sich ausbreitenden Welle bzw. des optischen Impulses. Die frequenzabhängige Ausbreitungskonstante  $\beta(\omega)$  kann als Taylorreihe

$$\beta(\omega) = n(\omega)\frac{\omega}{c} = \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}\beta_2(\omega - \omega_0)^2 + \dots \quad (2.3)$$

dargestellt werden, wobei  $\omega_0$  die Mittenfrequenz und

$$\beta_n = \left. \frac{d^n}{d\omega^n} \beta(\omega) \right|_{\omega=\omega_0} \quad \text{mit } n \in \mathbb{N}_0 \quad (2.4)$$

ist. In dieser Darstellung bezieht sich das Subskript  $n$  auf die Koeffizienten der Taylorreihe. Werden die Koeffizienten für mehrere Moden angegeben, so wird die Notation  $\beta_{n,j}$  verwendet. In diesem Fall spezifiziert  $j$  den jeweiligen Modus. Die Koeffizient  $\beta_1$  äußert sich in einer linearen Phasendrehung und entspricht dabei der Inversen der Gruppengeschwindigkeit  $v_g$ :

$$\beta_1 = 1/v_g \quad (2.5)$$

Die zweite Ableitung  $\beta_2$  beschreibt die Änderung der Gruppengeschwindigkeit, sodass dieser Effekt auch als Gruppengeschwindigkeitsdispersion (GVD) (im Englischen „Group Velocity Dispersion“) bezeichnet wird. Angegeben wird die Dispersion von Faserherstellern üblicherweise durch den Dispersionsparameter  $D$ , der als

$$D = \frac{d\beta_1}{d\lambda} = -\frac{2\pi c_0}{\lambda^2} \beta_2 \quad (2.6)$$

definiert ist. Die Dispersionssteigung wird mit dem Parameter

$$S = \frac{dD}{d\lambda} = \frac{(2\pi c_0)^2}{\lambda^3} \left( \frac{1}{\lambda} \beta_3 + \frac{1}{\pi c_0} \beta_2 \right) \quad (2.7)$$

angegeben. Ursachen für chromatische Dispersion sind primär Materialdispersion und Wellenleiterdispersion. Unter Materialdispersion wird die Abhängigkeit der Brechzahl von der Frequenz verstanden. Die Frequenz- bzw. Wellenlängenabhängigkeit der Brechzahl kann durch die Sellmeier-Gleichung beschrieben werden. Wellenleiterdispersion erfasst die Krümmung der Phasencharakteristik eines Wellenleiters, also die Abhängigkeit von  $n_{\text{eff}}$  bzw. des  $B(V)$ -Verlaufs von der Frequenz. Weiter kann die Frequenzabhängigkeit des Brechzahlprofils als Profildispersion aufgefasst werden. Diese kann der chromatischen Dispersion zugeordnet werden, beeinflusst aber auch direkt die Modendispersion.

**Modendispersion** beschreibt die Ausbreitung verschiedener Moden mit unterschiedlichen Gruppengeschwindigkeiten bei der gleichen Frequenz. Die Einhüllende eines Impulses breitet sich mit der Gruppengeschwindigkeit  $v_g$  aus. Wie mit Gleichung (2.5) gegeben, ist die Gruppengeschwindigkeit die Inverse von  $\beta_1$ . Da verschiedene Moden verschiedene Ausbreitungskonstanten  $\beta$  aufweisen, liegen auch unterschiedliche  $\beta_1$  vor. Verschiedene Moden können dementsprechend bei gleicher Frequenz mit unterschiedlichen Gruppengeschwindigkeiten propagieren. Die Differenzen zwischen den Gruppenlaufzeiten verschiedener Moden werden als DMGD (im Englischen „Differential Mode Group Delay“) erfasst. Teilweise findet sich in der Literatur auch die Bezeichnung „Differential Group Delay“ (DGD), in dieser Arbeit wird der Begriff DMGD verwendet. Die Ausbreitungskonstanten, und damit auch die DMGDs, lassen sich durch Anpassung des Brechzahlprofils beeinflussen. So werden mehrmodige Fasern zur Gewährleistung geringerer DMGDs typischerweise mit Gradientenindexprofil ausgeführt. Dieser Fasertyp wird in Kapitel 2.3.2 noch ausführlich behandelt.

Da in einer Einmodenfaser keine Moden höherer Ordnung ausbreitungsfähig sind, tritt in diesen Fasern keine Modendispersion auf. Einen Spezialfall der Modendispersion stellt allerdings die Polarisationsmodendispersion dar. Hierbei breiten sich die beiden orthogonalen Polarisationskomponenten eines Modus unterschiedlich schnell aus, sodass Polarisationsmodendispersion auch in einmodigen Wellenleitern auftreten kann.

**Sellmeier-Gleichung** Mit der Sellmeier-Gleichung kann die Frequenz- bzw. Wellenlängenabhängigkeit der Brechzahl beschrieben werden. Die Sellmeier-Gleichung ist als

$$n^2 - 1 = \sum_{i=1}^3 \frac{A_i \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_i^2} \quad (2.8)$$

gegeben. Dabei sind  $A_i$  und  $\lambda_i$  die experimentell ermittelten Sellmeier-Koeffizienten. Üblicherweise werden die Sellmeier-Koeffizienten für ein Material angegeben, sodass für Mehrkomponentengläser eine Überlagerung berechnet werden muss. Für  $\text{GeO}_2$ -dotierte  $\text{SiO}_2$ -Fasern können die Sellmeier-Koeffizienten nach Fleming [26] wie folgt berechnet werden:

$$A_i = A_i^{\text{Si}} + X^{\text{Ge}} (A_i^{\text{Ge}} - A_i^{\text{Si}}) \quad (2.9a)$$

$$\lambda_i = \lambda_i^{\text{Si}} + X^{\text{Ge}} (\lambda_i^{\text{Ge}} - \lambda_i^{\text{Si}}) \quad (2.9b)$$

Hierbei ist  $X^{\text{Ge}}$  der Stoffmengenanteil an  $\text{GeO}_2$ . Die in [26] gegebenen Sellmeier-Koeffizienten für  $\text{SiO}_2$  sowie  $\text{GeO}_2$  sind in Tabelle 2.2 angegeben. Für aus  $\text{SiO}_2$  bestehende Fasern, die neben  $\text{GeO}_2$  mit Fluor dotiert worden sind, können die Sellmeier-Koeffizienten nach [27] als

$$A_i = A_i^{\text{Si}} + X^{\text{Ge}} A_i^{\text{Ge}} + X^{\text{F}} A_i^{\text{F}} \quad (2.10a)$$

$$\lambda_i = \lambda_i^{\text{Si}} + X^{\text{Ge}} \lambda_i^{\text{Ge}} + X^{\text{F}} \lambda_i^{\text{F}} \quad (2.10b)$$

berechnet werden. Der Stoffmengenanteil an Fluor wird durch  $X^{\text{F}}$  angegeben, die experimentell in [27] ermittelten Parameter finden sich in Tabelle 2.2.

Tabelle 2.2: Sellmeier-Koeffizienten für verschiedene Gläser mit  $\lambda_i$  in  $\mu\text{m}$ .

	$\text{SiO}_2$	$\text{GeO}_2$	$\text{SiO}_2$	$\text{GeO}_2$	F
$A_1$	0,69616630	0,80686642	0,697668	0,031510	-3,234366
$A_2$	0,40794260	0,71815848	0,407339	0,267302	0,164911
$A_3$	0,89747940	0,85416831	0,889883	-0,012950	1,369490
$\lambda_1$	0,06840430	0,068972606	0,070861	0,001677	-1,108703
$\lambda_2$	0,11624140	0,15396605	0,113600	0,032138	0,752919
$\lambda_3$	9,8961610	0,11841931	9,784231	0,318034	2,906858
Referenz	[26]		[27]		

## Modenkopplung

Bei den Eigenmoden in einem linearen System handelt es sich um selbstkonsistente Lösungen. Die Moden sind voneinander unabhängig und es ist daher auch möglich einen bestimmten Modus anzuregen ohne andere Moden zu beeinflussen. Trotz dieser Tatsache treten in der Praxis Imperfektionen auf, die zu einer Kopplung zwischen den verschiedenen Fasern führen. Die innerhalb der Fasern auftretenden Störungen verursachen einen Energietransfer zwischen den Moden und führen zu einem Übersprechen zwischen den räumlichen Übertragungskanälen. Die Ursachen für Kopplung zwischen den Moden können u.a. Elliptizität des Faserkerns, Verwinden der Faser oder auch Krümmung der Faser sein [28]. Weiter koppeln die beiden Polarisationskomponenten eines räumlichen Modus aufgrund zufällig variierender Doppelbrechung. Übersprechen kann auch durch Vorwärts-Rayleigh-Streuung, auch als einfache Rayleigh-Streuung bezeichnet und nicht mit doppelter Rayleigh-Streuung zu verwechseln, verursacht werden [24].

Das Übersprechen zwischen Gruppen entarteter Moden hängt gemäß [29] in erster Linie von der Diskrepanz zwischen den verschiedenen Ausbreitungskonstanten bzw. Wellenzahlen der verschiedenen Moden, der Korrelationslänge der zufälligen Störungen und der Kohärenzlänge der entarteten Moden ab. Als Kohärenzlänge bezeichnen die Autoren von [29] in diesem Zusammenhang die Ausbreitungsdistanz entlang der die Felder aufgrund von Störungen dekorrelieren. Modenkopplung wirkt sich dabei auch auf die (intramodale) Dispersion aus, wie anhand verschiedener Modelle und zugehörigen Untersuchungen gezeigt wurde [30–32]. Auch die Analyse von Leistungskopplung aufgrund verschiedener Permutationen kann anhand von Simulationen erfolgen, wie in [33] für Stufenfasern durchgeführt.

Neben der Modellierung stellt vor allem die Charakterisierung der tatsächlich in Fasern auftretenden Modenkopplung eine Herausforderung dar. So wurde z.B. in [34] die in Stufenfasern durch Verwindung der Faser auftretende Modenkopplung untersucht. Das Übersprechen für 6 räumliche Moden in einer Faser mit elliptischem Kern wurde exemplarisch in [35] ermittelt. Dennoch ist die Frage, wie stark die zwischen den verschiedenen Fasermoden auftretende Kopplung ist und welchen Ursprungs die Kopplung ist, bisher nicht abschließend beantwortet.

In dieser Arbeit wird Modenkopplung dadurch berücksichtigt, dass die Modellierung der nichtlinearen Signalpropagation anhand der Manakov-Gleichung erfolgt; diese wird in Abschnitt 3.2 vorgestellt. Hierbei werden verschiedene Ausprägungen gekoppelter Gruppen von räumlichen Moden berücksichtigt und in den nachfolgenden Kapiteln untersucht. Auf eine explizite Modellierung und Simulation der zugrundeliegenden Störungen wird verzichtet.

### 2.2.2 Nichtlineare Effekte

Neben den linearen Effekten treten in Glasfasern auch Effekte auf, die von der innerhalb der Glasfaser geführten Leistung abhängig sind – die nichtlinearen Effekte. In einem System mit linearen Übertragungskkanälen kann eine höhere Übertragungsgüte durch Vergrößerung des Signal-zu-Rausch-Abstands (SNR) (im Englischen „Signal-to-Noise-Ratio“) erreicht werden, wobei ein höherer SNR durch Erhöhung der Signalleistung erzielt werden kann. In Systemen mit einem nichtlinearen Übertragungsmedium ist dies jedoch nur begrenzt möglich. Eine Erhöhung der Signalleistung führt zu einer stärkeren Auswirkung der nichtlinearen Effekte, damit potenziell zu einer zusätzlichen Verzerrung der übertragenen Signale und damit zu einer Verringerung der Übertragungsgüte. Auswirkungen der linearen Effekte können durch digitale Signalverarbeitung vollständig kompensiert werden, was für die Auswirkungen der nichtlinearen Effekte nicht der Fall ist. Da die nichtlinearen Effekte von der Leistung der ursprünglich gesendeten Signale abhängen und diese dem Empfänger nicht bekannt sind, können die nichtlinearen Signalverzerrungen auf Seite des Empfängers nicht ohne Weiteres kompensiert werden. Zumindest eine Reduktion der nichtlinearen Störung ist mit aufwendigen Methoden wie sogenannten „Digital Backpropagation“ Algorithmen aber möglich, siehe u.a. [36]. Die Übertragungskapazität in nichtlinearen Medien, und somit auch in Glasfasern, ist damit potenziell durch die nichtlinearen Effekte limitiert. Abgeschätzt werden kann das Kapazitätslimit anhand des nichtlinearen Shannon-Limits [7, 37–39].

In optischen Übertragungssystemen führen vor allem elastische Effekte zu Signalverzerrungen, die auf dem Kerr-Effekt beruhen.

#### Kerr-Effekt

In Gläsern hängt die elektrische Polarisation  $\mathcal{P}$  von der elektrischen Feldstärke  $E$  ab. Ist der Zusammenhang zwischen  $\mathcal{P}$  und  $E$  für kleine Feldstärken noch linear, kann die Polarisation der Feldstärke bei großen Feldstärken nicht mehr proportional folgen. Es gilt dann

$$\mathcal{P}(t) = \varepsilon_0 \chi^{(1)} E(t) + \varepsilon_0 \chi^{(3)} |E(t)|^2 E(t) . \quad (2.11)$$

Bei Betrachtung der Signalausbreitung in Glas sind die lineare Suszeptibilität  $\chi^{(1)}$  und der kubische Term  $\chi^{(3)}$  zu berücksichtigen. In isotropen amorphen Festkörpern wie Gläsern ändert eine Vorzeichen- bzw. Richtungsumkehr des elektrischen Feldes die Polarisierbarkeit nicht, sodass die nichtlineare quadratische Suszeptibilität  $\chi^{(2)}$  keine Rolle spielt. Daraus folgt eine von der Intensität  $I$  abhängige Brechzahl

$$n = n_{\text{linear}} + n_2 I, \quad (2.12)$$

die sich aus einer linearen Brechzahl  $n_{\text{linear}}$  und der nichtlinearen Brechzahl  $n_2$  zusammensetzt. Die Ursache für die Abhängigkeit der Brechzahl von der geführten Leistung ist der Kerr-Effekt. Für eine ausführliche Herleitung sei auf die entsprechende Fachliteratur, wie beispielsweise [40, Kap. 2.1 u. 2.3.1] und [21, Kap. 2.3 u. Kap 5.1-2] oder auch Fachartikel wie [41], verwiesen.

Der Kerr-Effekt führt dazu, dass optische Wellen mit höherer Leistung durch ein optisch dichteres Medium propagieren als Wellen mit niedriger Leistung. Unterschiedliche Brechzahlen resultieren in unterschiedlichen Ausbreitungsgeschwindigkeiten der optischen Wellen; der Kerr-Effekt verursacht eine nichtlineare Phasendrehung. Ist die Leistung eines Impulses z.B. aufgrund des eingesetzten Modulationsformats nicht konstant, wird die Phase des Signals durch den Kerr-Effekt moduliert. Die Phasenmodulation wird bei gleichzeitig wirkender Dispersion in eine Amplitudenmodulation konvertiert (PM-AM-Konversion). Entsprechend wird nicht nur die Phase, sondern auch die Amplitude der übertragenen Impulse gestört. Oftmals werden die Effekte, die auf dem Kerr-Effekt basieren, anhand ihrer Auswirkung benannt bzw. klassifiziert.

Die Modulation eines einzelnen Impulses bzw. eines optischen Signals bei einer einzelnen Wellenlänge wird als Selbstphasenmodulation (SPM) (im Englischen „Self-Phase Modulation“) bezeichnet.

Bei Übertragungssystemen, in denen mehrere Kanäle zur Signalübertragung genutzt werden, spricht man bei der Modulation der Phase durch ko-propagierende Impulse aus anderen Kanälen von Kreuzphasenmodulation (XPM) (im Englischen „Cross-Phase Modulation“). XPM tritt z.B. in Übertragungssystemen auf, in denen verschiedene Wellenlängen als einzelne Übertragungskanäle genutzt werden. Auch in PolMUX-Systemen tritt XPM auf. Betrachtet man die beiden Polarisationskanäle als einen logischen Kanal könnte von SPM gesprochen werden, andererseits kann der Effekt auch als XPM aufgefasst werden. In diesem Kontext findet sich daher auch die Bezeichnung XPolM, um von XPM differenzieren zu können, die durch benachbarte Wellenlängenkanäle verursacht wird.

Weiter führt der Kerr-Effekt zu Vierwellenmischung (FWM) (im Englischen „Four-Wave Mixing“). Vierwellenmischung ist der allgemeine Fall der Frequenzmischung durch die nichtlineare Suszeptibilität  $\chi^{(3)}$ . Unter Beteiligung mehrerer optischer Wellen bei unterschiedlichen Wellenlängen bzw. Frequenzen, können unter der Einhaltung von Impuls- und Energieerhaltung Mischprodukte entstehen. Bei eigentlicher Vierwellenmischung wird Energie unter Beteiligung von drei Wellen unterschiedlicher Frequenz zu einer vierten Frequenz transferiert. Eine weitere Variante ist entartete Vierwellenmischung. Hierbei erzeugen zwei Wellen bzw. Frequenzen, zwei neue Wellen.

Effiziente Vierwellenmischung tritt jedoch nur auf, wenn die Phasenbeziehung zwischen den beteiligten Wellen erfüllt ist bzw. Phasenanpassung vorliegt. Die Bedingung hierfür wird auch als Phasenanpassungsbedingung (PMC) (im Englischen „Phase Matching Condition“) bezeichnet. Die PMC hängt von den frequenzabhängigen Ausbreitungskonstanten  $\beta(\omega)$  der Wellen und

damit auch direkt von den Frequenzen der beteiligten Wellen ab. Hier hat primär  $\beta_2$  einen wesentlichen Einfluss. Effiziente Vierwellenmischung tritt daher nah der Dispersionsnullstelle auf, da in SMFs ansonsten oftmals eine Phasenfehlanpassung vorliegt.

In Mehrmodenfasern propagieren hingegen Moden mit unterschiedlichen Ausbreitungskonstanten  $\beta(\omega)_m$ , sodass  $\beta_{1,m}$  in die PMC eingeht. Somit kann FWM unter Beteiligung mehrerer Moden auch abseits der Dispersionsnullstelle auftreten, wie experimentell in [42] beobachtet und im nachfolgenden Beispiel erläutert.

In Abbildung 2.3 ist das Eingangs- sowie das Ausgangsspektrum einer Faser dargestellt, in der  $LP_{0,1}$ -Modus und  $LP_{1,1a}$ -Modus propagieren, ähnlich dem in [43] beschriebenen Beispiel. Wie

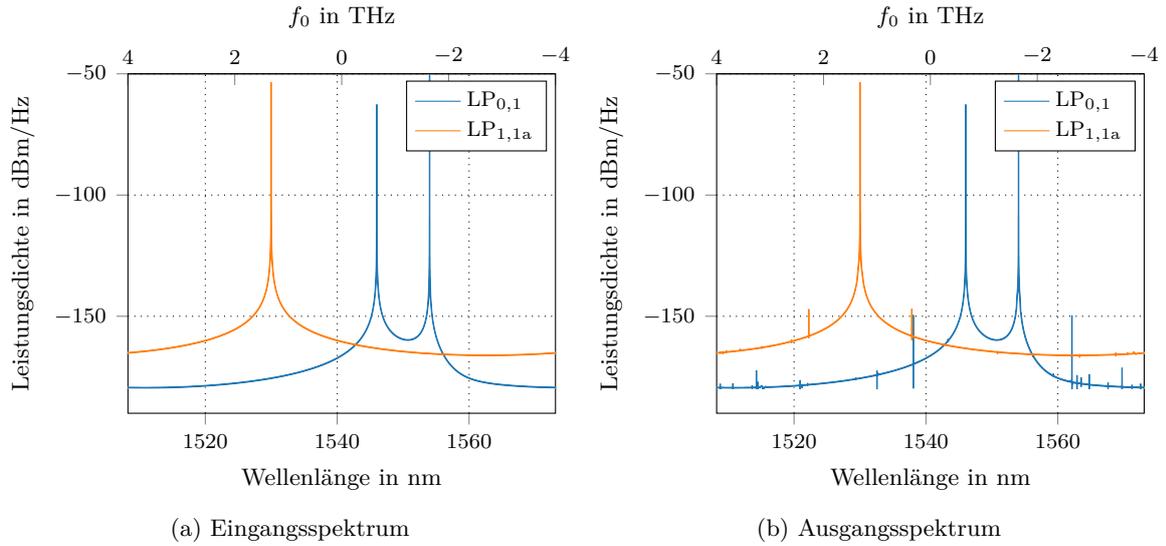


Abbildung 2.3: Leistungsdichtespektrum vor und nach Propagation.

in dem in Abbildung 2.3a abgebildeten Eingangsspektrum zu sehen, propagiert ein Signal im  $LP_{1,1a}$ -Modus, zwei weitere Signale sind im  $LP_{0,1}$ -Modus vorhanden. Alle drei Signale breiten sich bei voneinander unterschiedlichen Wellenlängen aus. Nach der Propagation durch die Faser sind Wellen bei neuen Wellenlängen entstanden, wie im Ausgangsspektrum in Abbildung 2.3b zu sehen. Die zwei wesentlichen im  $LP_{0,1}$ -Modus generierten neuen spektralen Komponenten, auch als *Idler* bezeichnet, entstehen dabei durch intramodale FWM. Es sind also nur die zwei im Grundmodus propagierenden Wellen unterschiedlicher Frequenz beteiligt. Weitaus interessanter sind die im  $LP_{1,1a}$ -Modus entstehenden Idler. Die Phasenanpassungsbedingung kann durch den  $LP_{1,1a}$ -Modus allein nicht erfüllt werden, da sich in diesem nur eine Welle ausbreitet. Gemeinsam mit dem Grundmodus kann die PMC jedoch erfüllt werden, sodass Mischprodukte bei neuen Wellenlängen auftreten. Dass es sich hierbei tatsächlich um intermodale Vierwellenmischung handelt, kann anhand separater Simulationen bestätigt werden. Abbildung 2.4 zeigt wieder das Spektrum am Ende der Faser. Die nichtlineare Signalausbreitung ist mittels der Manakov-Gleichung simuliert worden, die im nächsten Kapitel noch detailliert vorgestellt wird. Der Koeffizient  $\kappa_{ab}$ , mit dem die intermodalen nichtlinearen Effekte in der Manakov-Gleichung gewichtet werden, ist hierfür in einer der Simulationen explizit auf null gesetzt worden. Dadurch werden die nichtlinearen intermodalen Effekte unterdrückt. Wie in Abbildung 2.4a zu sehen entstehen auch bei  $\kappa_{ab} = 0$  wieder zwei Idler im Grundmodus. Diese werden also durch intramodale Vierwellenmischung verursacht. Im  $LP_{1,1a}$ -Modus werden hingegen keine neuen Wellen erzeugt.

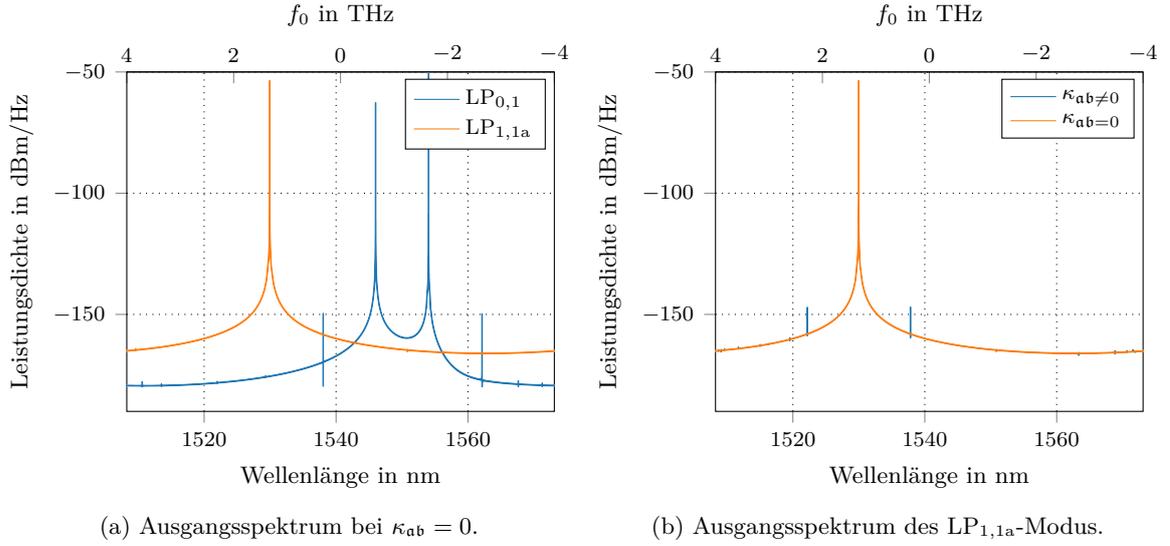


Abbildung 2.4: Leistungsdichtespektrum nach Propagation unter Einbezug und unter Vernachlässigung von intermodalen nichtlinearen Effekten.

Das Ausgangsspektrum des  $LP_{1,1a}$ -Modus für beide Fälle ist nochmals in Abbildung 2.4b dargestellt. Hier ist klar zu erkennen, dass die Idler durch intermodale Vierwellenmischung, d.h. bei  $\kappa_{ab} \neq 0$ , entstehen und bei fehlenden intermodalen Effekten, also  $\kappa_{ab} = 0$ , nicht vorhanden sind.

Eine ausführliche Beschreibung der Theorie der intermodalen Vierwellenmischung findet sich in [43]. Neben den Untersuchungen in [42] findet sich eine weitere experimentelle Studie zu durch intermodale Vierwellenmischung verursachten Leistungsfluktuationen in [44]. Darüber hinaus sind weitere Untersuchungen zu intermodaler Vierwellenmischung in einer 2-Modenfaser in [45] und [46] veröffentlicht worden. Speziell [45] zeigt, dass die PMC bei niedrigen DMGDs, wie sie in MDM-Übertragungssystemen wünschenswert sind, erfüllt sein kann. Wie in [47] berichtet, kann effiziente, breitbandige intermodale FWM jedoch nur für einen spezifischen FWM-Prozess erzielt werden. Weiter müssen gemäß [47] die Differenzen zwischen den Dispersionsparametern aller beteiligter Moden unter  $0,1 \text{ ps}/(\text{nm} \cdot \text{km})$  liegen.

Abschließend soll an dieser Stelle die Phasenanpassungsbedingung vorgestellt werden. Die PMC zwischen Moden verschiedener Gruppen ist in [48, Gl. (33)] als

$$\beta_{1,a} - \beta_{1,b} = m \frac{\beta_{2,a} + \beta_{2,b}}{2} \Omega - l \frac{\beta_{2,a} - \beta_{2,b}}{2} \Omega \quad (2.13)$$

definiert, wobei der Frequenzabstand zwischen zwei benachbarten Wellenlängenkanälen durch  $\Omega/2\pi$  gegeben ist. Die Parameter  $m$  und  $l$  bezeichnen Wellenlängenkanäle im Bezug zu einem Referenzkanal, direkte Nachbarkanäle liegen also bei  $m, l = \pm 1$ . Die Indizes  $a$  und  $b$  bezeichnen die Gruppen. Die Einteilung von Moden in verschiedene Gruppen wird in den späteren Kapiteln noch ausführlich diskutiert, zunächst kann jedoch jeder Modus als einer eigenen Gruppe zugehörig betrachtet werden.

Mit  $m = l$  kann die Gleichung zu

$$\beta_{2,b}l\Omega = \beta_{1,a} - \beta_{1,b} \quad (2.14)$$

vereinfacht werden. Der Notation in [48] folgend wird hierdurch XPM zwischen den Moden zweier Gruppen erfasst. Tatsächlich können auch SPM und XPM als FWM aufgefasst werden. Hierbei sind bei SPM alle vier Frequenzen und bei XPM zwei der Frequenzen gleich, sodass beide Effekte als Sonderfälle der FWM betrachtet werden können [21, Kap. 7.3.1].

Kreuz-Gruppen XPM (XGXPM) (im Englischen „Cross Group Cross Phase Modulation“) kann sich gemäß [48] tendenziell stärker auswirken als intra-Gruppen XPM. Liegt Phasenanpassung vor und Gleichung (2.13) wird mit  $m \neq l$  erfüllt, wird der Effekt in [48] als Kreuz-Gruppen FWM (XGFWM) (im Englischen „Cross Group Four-Wave Mixing“) bezeichnet. Werden DMGDs mittels Gleichung (2.13) für  $m = l = 1$  und  $m = 1, l = -1$  berechnet, sind die beiden dominierenden FWM-Prozesse A und B [49] abgedeckt. In den FWM-Prozessen A und B propagieren zwei spektrale Komponenten in einem und zwei weitere spektrale Komponenten in einem anderen Modus.

Die Notation zeigt bereits, dass es schwierig ist zwischen XPM und FWM zu unterscheiden. Gerade in einem MDM-Übertragungssystem, in dem neben vielen räumlichen Moden durch Wellenlängenmultiplexbetrieb auch noch das Spektrum effizient ausgenutzt wird, kann Leistung durch FWM zu Frequenzen transferiert werden, die anderen Kanälen zuzuordnen sind. Störungen treten aber ebenso durch XPM auf. Eine Unterscheidung zwischen SPM, XPM und FWM ist dann nicht mehr ohne Weiteres möglich. In dieser Arbeit wird daher zwischen intramodalen und intermodalen Effekten unterschieden. Da die verschiedenen Moden auch einzelnen Modengruppen zugeordnet werden können, wie bei Definition der PMC bereits erwähnt, wird je nach Untersuchungsgegenstand auch zwischen intra- und inter-Gruppen Effekten differenziert.

### Weitere nichtlineare Effekte

In einer Glasfaser können des Weiteren Raman-Streuung und Brillouin-Streuung auftreten. Im Gegensatz zum Kerr-Effekt, handelt es sich bei beiden Effekten um inelastische nichtlineare Effekte. Die Effekte werden in dieser Arbeit nicht weiter behandelt, aber der Vollständigkeit halber kurz erläutert.

Bei Raman-Streuung tritt eine Welle mit Materie in Interaktion und gibt ihre Energie ab. Neben der Erzeugung von Molekülschwingungen, sogenannten Phononen, wird Energie zu einer anderen Wellenlänge gestreut, bei der ein Photon emittiert wird. Basierend auf stimulierter Raman-Streuung lassen sich Verstärker realisieren, die als Raman-Verstärker bezeichnet werden und bisher vor allem in einmodigen Langstreckenübertragungen Einsatz finden. Auch für Mehrmodenfasern lässt sich Raman-Verstärkung modellieren [50] und für Verstärkung nutzen, wie z.B. experimentell in [51] gezeigt wurde. Für eine ausführliche Beschreibung sei auf [40, Kap. 8] verwiesen.

Stimulierte Brillouin-Streuung (SBS) ist eine Rückstreuung, die an periodischen Brechzahl-schwankungen stattfindet. Diese entstehen innerhalb der Faser durch akustische Wellen. Hierbei überlagern sich die rückgestreuten mit den eingekoppelten Wellen und es entsteht eine nahezu

stehende Welle. SBS wirkt primär störend, kann durch geeignete Verfahren aber unterdrückt werden, vgl. [21, Kap. 9.8]. Bzgl. Untersuchungen zu intermodaler SBS sei auf [52] und [53] verwiesen, eine allgemeine Beschreibung findet sich in [40, Kap. 9].

## 2.3 Fasertypen

Fasern, in deren Kern mehrere Moden ausbreitungsfähig sind, lassen sich mit verschiedenen Brechzahlprofilen realisieren. Die einfachste Variante sind Stufenfasern mit einem größeren Kerndurchmesser als bei Einmodenfasern. Eine weitere Variante sind Gradientenfasern. Die Brechzahlprofile der beiden Fasertypen sind in Abbildung 2.5 dargestellt. Wesentliche Kenn-

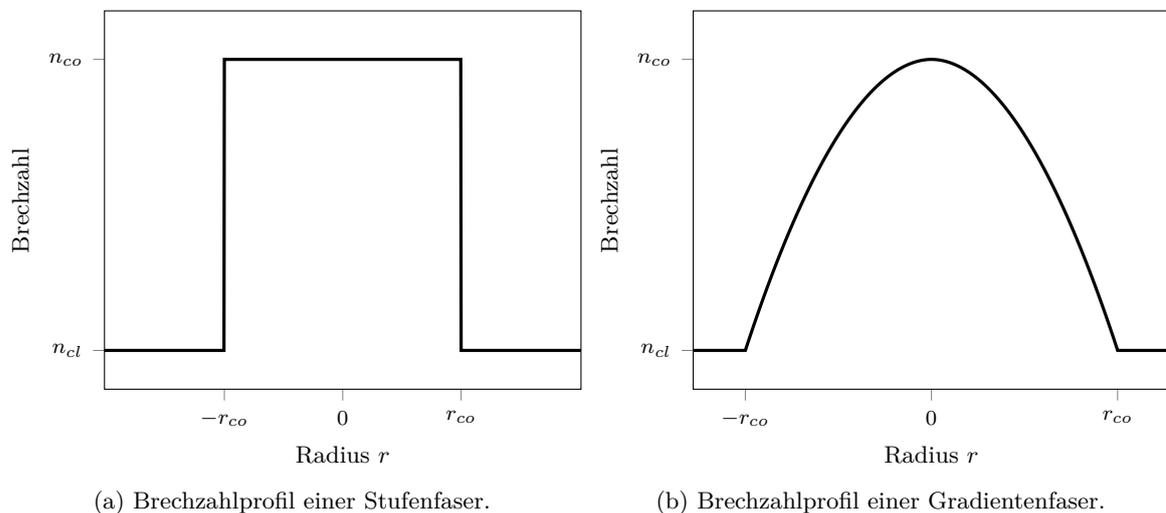


Abbildung 2.5: Exemplarische Darstellung zur Realisierung von Mehrmodenfasern genutzter Brechzahlprofile. Hierbei ist  $r_{co}$  der Kernradius,  $n_{co}$  die Brechzahl des Fasernkerns bei  $r = 0$  und  $n_{cl}$  die Brechzahl des Mantelmaterials.

größen sind hierbei die Brechzahl des Faserkerns  $n_{co}$ , die Mantelbrechzahl  $n_{cl}$ , sowie der Radius des Faserkerns  $r_{co}$  bzw. der Kerndurchmesser  $d_{co} = 2 \cdot r_{co}$ .

Auch kompliziertere Brechzahlprofile sind grundsätzlich möglich, wie z.B. Fasern mit Ringprofil. Ringkernfasern werden jedoch primär für die Übertragung von „Orbital Angular Momentum“ (OAM) Moden verwendet. Der Schwerpunkt liegt hier auf der Betrachtung von LP-Moden. Bei Nutzung von LP-Moden als Modenbasis kann eine größere räumliche Dichte und somit eine höhere räumliche Effizienz erzielt werden. Für Freistrahübertragungen wird dies in [54] diskutiert und kann analog auf fasergebundene Übertragungssysteme angewendet werden, wie z.B. in [55] für Gradientenfasern.

Beide Fasertypen werden nachfolgend genauer beschrieben und bzgl. ihrer Eigenschaften und Eignung für MDM-Übertragungssysteme betrachtet.

### 2.3.1 Stufenfasern

Stufenfasern gehören zu der Kategorie der schwach gekoppelten Fasern, d.h. es besteht nur schwache Kopplung zwischen den ausbreitungsfähigen Moden. Schwache Kopplung bedeutet in diesem Zusammenhang, dass die lineare Kopplung zwischen den verschiedenen räumlichen Moden im Vergleich zu der zwischen den beiden Polarisationskomponenten desselben räumlichen Modus auftretenden Kopplung schwach ist. Bei Stufenfasern wird die Wellenführung über einen Indexsprung zwischen Kern und Mantelmaterial realisiert, wie in der Darstellung des Brechzahlprofils in Abbildung 2.5a visualisiert. Aus der Form des Brechzahlprofils resultiert auch der Name Stufen- bzw. Stufenindexfaser (SIF, SI-Faser) (im Englischen „Step-Index Fiber“).

Das Brechzahlprofil wird meist mit dem Ziel optimiert die lineare Kopplung zwischen den Moden zu reduzieren. Ziel ist es, jeden Modus, der keine räumliche Entartung aufweist, mittels eines  $2 \times 2$  MIMO und jeden Modus der räumlich entartet vorliegt durch einen  $4 \times 4$  MIMO entzerren zu können [18]. Wie u.a. in [56] beschrieben, wird entsprechend der gewünschten Modenanzahl ein möglichst großer Faserparameter  $V$  gewählt, woraufhin die numerische Apertur optimiert werden kann. Der Kernradius kann im Anschluss direkt aus  $V$  berechnet werden. Bzgl. der Optimierung der numerischen Apertur bzw. der Differenz zwischen Kern- und Mantelbrechzahl muss ein Kompromiss getroffen werden, da eine höhere Brechzahldifferenz zwar zu niedrigeren Biegeverlusten führt, aber auch in kleineren effektiven Modenfeldflächen resultiert. Um den Einfluss der Kerr-Nichtlinearität gering zu halten, sind jedoch große Modenfeldflächen wünschenswert, wie später noch genauer erläutert wird.

Während dieser Kompromiss auch schon beim Design von Einmodenfasern eingegangen werden muss, muss beim Designprozess von schwach gekoppelten Mehrmodenfasern zusätzlich die Modenkopplung minimiert werden [18, 56]. Um die Modenkopplung weit genug zu reduzieren, sollte die Differenz zwischen den effektiven Brechzahlen zweier beliebiger LP-Moden  $|\Delta n_{\text{eff}}|$  größer  $0,5 \cdot 10^{-3}$  bzw. vorzugsweise sogar  $> 1,0 \cdot 10^{-3}$  sein [18]. Einige wenige schwach gekoppelte Fasern für MDM-Übertragungen wurden experimentell charakterisiert. Einen Überblick gibt Tabelle 2.3.

Tabelle 2.3: Überblick schwach gekoppelter Fasern.

	LP-Moden	Räumliche Moden	Konferenz
[57]	4	6	ECOC 2011
[58]	2	3	OFC 2013
[59]	6	10	OECC 2017

Mehrmodige Stufenfasern wurden erfolgreich in experimentellen Demonstrationen von MDM-Übertragungen eingesetzt. So wurden 5 der 6 räumlichen Moden über 40 km der in [57] beschriebenen Faser übertragen [60]. Weiter wurde die in [59] charakterisierte Faser genutzt, um 10 räumliche Moden zu übertragen [61].

Bei Verwendung eines Stufenprofils erscheint eine weitere Steigerung der Modenanzahl jedoch schwierig. So ist ein hoher Brechzahlsprung notwendig, um die Anforderung an  $|\Delta n_{\text{eff}}|$  erfüllen zu können. Gleichzeitig reduziert ein hoher Brechzahlsprung die effektive Modenfeldfläche  $A_{\text{eff}}$  und resultiert in einem größeren mit der Nichtlinearität assoziierten Parameter  $\gamma$ , wie in Kapi-

tel 5.1 diskutiert. Auch die differentielle modenspezifische Dämpfung nimmt bei einem höheren Brechzahlssprung zu. [62]

Mehr Interesse erlangen daher zumeist die nachfolgend beschriebenen Fasern mit Gradientenindexprofil.

### 2.3.2 Gradientenfasern

Eine andere Option sind Fasern mit Gradientenindexprofil, die als Gradientenfasern (GIF, GI-Faser) (im Englischen „Graded-Index Fiber“) bezeichnet werden. Das Brechzahlprofil einer Gradientenfaser ist in Abbildung 2.5b dargestellt. Innerhalb dieser Fasern kann starke Kopplung zwischen den verschiedenen Moden auftreten. Ursprünglich wurden Gradientenfasern ausschließlich für Kurzstreckenübertragungen bis zu wenigen hundert Metern eingesetzt. Hierbei werden alle ausbreitungsfähigen Moden als gemeinsamer Träger zur Informationsübertragung verwendet, die räumliche Diversität wird nicht genutzt. Das Faserprofil wird deswegen dahingehend optimiert möglichst geringe DMGDs zu erzielen.

Der maximale DMGD ist bei Nutzung der ausbreitungsfähigen Moden als gemeinsamer Träger das limitierende Kriterium für die Übertragungsdistanz. In Abhängigkeit der Übertragungsdistanz laufen die Symbole aufgrund der unterschiedlichen Ausbreitungsgeschwindigkeiten der verschiedenen Moden zeitlich ineinander und die übertragene Information kann aufgrund der Intersymbolinterferenz (ISI) nicht mehr rekonstruiert werden. Anstatt alle Moden als einen gemeinsamen Träger zu nutzen, wird in einem MDM-System jeder Modus als einzelner Träger genutzt. Auch hier sind niedrigere DMGDs zwingend notwendig, da alle  $M$  Moden in einem gewissen Maß durch die zuvor beschriebenen Mechanismen miteinander koppeln und durch einen gemeinsamen  $2M \times 2M$  MIMO entzerrt werden müssen. Die Komplexität des MIMO-Entzerrers hängt hier wesentlich von den Laufzeitunterschieden der verschiedenen Signale ab.

Im Gegensatz zu Mehrmodenfasern mit Stufenindexprofil sind bisher deutlich häufiger Mehrmodenfasern mit Gradientenindexprofil experimentell untersucht und charakterisiert worden. Tabelle 2.4 gibt hier eine Übersicht. Bei gleichem Kerndurchmesser und identischer Brechzahl-

Tabelle 2.4: Überblick stark gekoppelter Fasern.

	LP-Moden	Räumliche Moden	Konferenz
[63]	2	3	OFC 2012
[64]	2	3	OECC 2012
[65]	6	10	OFC 2014
[66]	9	15	OFC 2015
[67]	9	15	OFC 2015
[68]	20	36	ECOC 2015
[69]	16	28	ECOC 2016

differenz sind in Stufenfasern mehr Moden ausbreitungsfähig als in Gradientenfasern. Aufgrund der im vorherigen Abschnitt beschriebenen Schwierigkeiten beim Design von Stufenfasern bieten bereits realisierte und explizit für MDM-Übertragungen optimierte Mehrmodenfasern mit Gradientenindexprofil aber mehr potenziell auch praktisch nutzbare räumliche Kanäle als Stufenfasern. Kann die Kopplung in einer Stufenfaser nicht so weit reduziert werden, dass ein  $2 \times 2$

oder  $4 \times 4$  MIMO zur Entzerrung ausreichend ist, so sind Gradientenfasern die vielversprechendere Option, da diese signifikant niedrigere DMGDs aufweisen als bzgl. der Modenzahl vergleichbare Stufenfasern. Diese Fasern sind daher zur Steigerung der Übertragungskapazität deutlich interessanter als Stufenfasern, sodass in dieser Arbeit ausschließlich die Verwendung von Gradientenfasern betrachtet wird.

Differenziert man gemäß aktueller, wie z.B. den in Tabelle 2.4 referenzierten, Publikationen zwischen FMFs und MMFs, wird bei FMFs neben dem Kernradius auch die Brechzahldifferenz zwischen Kern und Mantelmaterial angepasst um die gewünschten Fasereigenschaften zu erzielen. Bei MMFs wird auf die Standardprozesse der Faserproduktion für kurze Übertragungsdistanzen zurückgegriffen, wobei das Brechzahlprofil, und hier vor allem die Brechzahldifferenz, nahezu unverändert bleibt. Vorgeschlagen wurde daher in [70] auch für Fasern mit wenigen Moden die Brechzahldifferenz nicht zu verändern und stattdessen nur den Kernradius der Fasern entsprechend der gewünschten Modenzahl zu skalieren. Dies erlaubt es auf Standardprozesse zurückzugreifen, sodass prozessbedingte Herstellungsvariationen geringer ausfallen. Es können Fasern produziert werden, deren praktisch erzielte DMGDs näher an den theoretisch, minimal erreichbaren DMGDs liegen. Auch wenn diese Fasern einen Kerndurchmesser  $< 50 \mu\text{m}$  aufweisen, werden diese in [70] nicht als FMFs, sondern als MMFs bezeichnet. In dieser Arbeit wird jedoch die eingangs vorgenommene Definition bei differenzierter Betrachtung von FMFs und MMFs verwendet. Nach dieser werden mehrmodige Fasern mit einem Kerndurchmesser von  $\geq 50 \mu\text{m}$  als MMFs bezeichnet und mehrmodige Fasern mit kleinerem Kerndurchmesser als FMFs. Demnach fällt die in [68] bzw. [22] beschriebene Faser in die Kategorie MMF, während die in [70] beschriebenen Fasern hier als FMFs bezeichnet werden.

Vielversprechend erscheinen auch DMGD-kompensierte Übertragungsstrecken, wie bereits 1982 in [71] beschrieben. Dabei werden Fasersegmente mit positivem bzw. negativem DMGD so kombiniert, dass ein möglichst geringer akkumulierter DMGD bezogen auf die gesamte Übertragungsdistanz erreicht wird. Für 20 LP-Moden bzw. 36 räumliche Moden wurde die Realisierbarkeit bereits in [72] experimentell gezeigt. Grundsätzlich hat ein solches DMGD-Management ähnliche Auswirkungen auf die Übertragungsqualität wie das Dispersionsmanagement in Einmodenfasern. Der Einfluss in MDM-Systemen ist z.B. in [73] betrachtet worden. Da der Einfluss sehr stark vom Systemdesign abhängt, wird Dispersionsmanagement ebenso wie DMGD-Management in dieser Arbeit nicht weiter untersucht. Auch modenspezifische Dämpfung bzw. modenspezifische Verluste (MDL) (im englischen „Mode Dependent Loss“), wie z.B. in [74] analysiert, wird nicht betrachtet. MDL hat grundsätzlich Einfluss auf die Kapazität der Moden, wobei die Einbußen u.a. vom betrachteten SNR, der Anzahl an Moden und dem verwendeten Verstärkungsschema abhängen [75].



# 3 Modellierung und Methoden zur Simulation der nichtlinearen Signalpropagation

Um die nichtlineare Signalausbreitung in Glasfasern simulieren zu können, muss zunächst die mathematische Modellierung der Wellenausbreitung in Glasfasern betrachtet werden. Diese lässt sich mittels der nichtlinearen Schrödingergleichung beschreiben. Bei der verallgemeinerten nichtlinearen Schrödingergleichung handelt es sich um ein System von gekoppelten nichtlinearen Differentialgleichungen. Im Allgemeinen sind numerische Verfahren zur Approximation der Lösung notwendig, die ebenso in diesem Kapitel behandelt werden. Aufgrund ihrer Komplexität, insbesondere der großen Anzahl von Nichtlinearitätskoeffizienten, ist eine Implementierung zur numerischen Approximation der Lösung sehr aufwendig. Diese Schwierigkeiten lassen sich durch Berücksichtigung einiger Eigenschaften von langen Mehrmodenfasern reduzieren. Das Resultat ist die Manakov-Gleichung bzw. ein System gekoppelter Manakov-Gleichungen. Nachfolgend werden beide Gleichungen und deren Eigenschaften zusammenfassend erläutert. Eine umfassendere Beschreibung der nichtlinearen Signalpropagation bieten u.a. [40, Kap. 2] und [21, Kap. 2]. Verwiesen sei speziell bzgl. der Wellenausbreitung in Mehrmodenfasern auch auf [41].

Im Anschluss an die Beschreibung der beiden Gleichungen werden die Split-Step Fourier Methode sowie die Methode des Runge-Kutta-Verfahrens vierter Ordnung im Wechselwirkungsbild vorgestellt. Grundsätzlich können beide Methoden zur numerischen Approximation der Lösung der nichtlinearen Schrödingergleichung als auch der Manakov-Gleichung verwendet werden. Die beiden Methoden unterscheiden sich jedoch in einigen Punkten, sodass im Rahmen dieses Kapitels u.a. ein numerischer Vergleich der Methoden in Bezug auf die Untersuchung von MDM-Übertragungssystemen vorgenommen wird.

Das Kapitel schließt mit der Beschreibung eines optischen Übertragungssystems und dessen Parametern ab, das in den nachfolgenden Kapiteln für die Betrachtung von MDM-Übertragungssystemen verwendet wird.

## 3.1 Nichtlineare Schrödingergleichung

Das elektrische Feld entlang der Faser kann wie in [41] gegeben durch

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \text{Re} \left[ \sum_j A_j(z, t) \frac{\mathbf{F}(x, y, \omega_0)}{\mathcal{N}_j(\omega_0)} \exp(-i\omega_0 t) \right] \quad (3.1)$$

beschrieben werden. Hierbei ist  $z$  die longitudinale Komponente und der Index  $j$  läuft über alle ausbreitungsfähigen Moden. Die Einhüllende des komplexen Felds des  $j$ -ten Modus ist durch  $A_j(z, t)$  gegeben, wird in [41] aber als  $E(z, t)$  bezeichnet. Das laterale Profil des Modus  $j$  bzw.

dessen Feldverteilung ist durch  $\mathbf{F}(x, y, \omega_0)$  gegeben. Weiter wird der Normierungsfaktor  $\mathcal{N}(\omega_0)$  verwendet, um sicherzustellen, dass die Leistung in  $W$  durch  $|A(z, t)|^2$  gegeben ist. Innerhalb der für die optische Übertragungstechnik relevanten Signalbandbreite kann angenommen werden, dass die Feldverteilungen der Moden und die Normierungsfaktoren  $\mathcal{N}$  konstant sind [41]. Die Moden erfüllen dabei die Orthogonalitätsbedingung

$$\frac{1}{2} \frac{n_{\text{eff},j}}{Z_0} \text{Re} \left\{ \iint dx dy \mathbf{F}_j \mathbf{F}_m^* \right\} = \delta_{j,m} \mathcal{N}_j^2. \quad (3.2)$$

Hier ist  $Z_0$  der Wellenwiderstand im Vakuum,  $n_{\text{eff},j}$  die effektive Brechzahl des Modus  $j$  und  $\delta$  das Kronecker-Delta. Wird die Orthogonalitätsbedingung anstatt über den Wellenwiderstand des Vakuums  $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$  durch die Permittivität des Vakuums  $\epsilon_0$  ausgedrückt, kann Gleichung (3.2) zu

$$\frac{n_{\text{eff},j} \epsilon_0 c_0}{2} \text{Re} \left\{ \iint dx dy \mathbf{F}_j \mathbf{F}_m^* \right\} = \delta_{j,m} \mathcal{N}_j^2 \quad (3.3)$$

umgeformt werden. Hieraus folgt die Normierung

$$\mathcal{N}_j^2 = \frac{n_{\text{eff},j} \epsilon_0 c_0}{2} \iint dx dy |\mathbf{F}_j|^2, \quad (3.4)$$

die der in [76] gegebenen Darstellung ähnlich ist. Diese kann ohne Weiteres auch in die in [77] verwendete Notation überführt werden.

Die Herleitung der nichtlinearen Schrödingergleichung zur Beschreibung der Ausbreitung der langsam variierenden Einhüllenden erfolgt üblicherweise im Frequenzbereich. Dem Ansatz in [78] folgend kann die nichtlineare Schrödingergleichung (NLSE) (im Englischen „Nonlinear Schrödinger Equation“) aus den Maxwell-Gleichungen hergeleitet werden, wie in [76] zur Herleitung der verallgemeinerten NLSE verwendet. Eine Beschreibung der Herleitung für Einmodenfasern findet sich des Weiteren in [40, Kap. 2.3.1], eine Beschreibung für Mehrmodenfasern in [40, Kap. 2.3.4]. Im Rahmen der Herleitung der Manakov-Gleichung sei darüber hinaus auf [77] verwiesen.

Die verallgemeinerte nichtlineare Schrödingergleichung ist dann gegeben als

$$\frac{\partial A_j}{\partial z} = \quad (3.5a)$$

$$- \frac{\alpha}{2} A_j + i (\beta_{0,j} - \beta_{0,\text{ref}}) A_j - (\beta_{1,j} - \beta_{1,\text{ref}}) \frac{\partial A_j}{\partial t} + i \sum_{n \geq 2} \left( \frac{i^n}{n!} \beta_{n,j} \frac{\partial^n}{\partial t^n} \right) A_j \quad (3.5b)$$

$$+ i \gamma \sum_{hkm} C_{jhkm} A_h^* A_k A_m. \quad (3.5c)$$

Hierbei beschreibt Teil (3.5b) den linearen Teil  $\hat{L}$  und Teil (3.5c) den nichtlinearen Teil  $\hat{N}$  der nichtlinearen Schrödingergleichung. Der lineare Anteil umfasst dabei die Faserdämpfung  $\alpha$  und

mit  $\beta_{n,j}$  die durch Gleichung (2.4) gegebenen Koeffizienten der Taylorreihe der Ausbreitungskonstanten. Die Parameter  $\beta_{0,\text{ref}}$  und  $\beta_{1,\text{ref}}$  sind frei wählbare Bezugsgrößen, wobei meistens die Koeffizienten des Grundmodus gewählt werden. Neben den Einhüllenden  $A$  gehen der mit der Nichtlinearität assoziierte Parameter  $\gamma$  und ein dimensionsloser Parameter  $C_{jhkm}$  in den nichtlinearen Anteil (3.5c) ein. Mit  $C_{jhkm}$  wird die nichtlineare Wechselwirkung zwischen den verschiedenen Moden gewichtet. Der mit der Nichtlinearität assoziierte Parameter  $\gamma$  ist hier identisch wie für eine Einmodenfasern als

$$\gamma = \frac{\omega_0 n_2}{c_0 A_{\text{eff},\text{LP}_{0,1}}} \quad (3.6)$$

definiert, wobei die effektive Brechzahl des Grundmodus  $\text{LP}_{0,1}$  in die nichtlineare Brechzahl  $n_2$  eingeht, vgl. [41]. Allgemein beschreibt  $A_{\text{eff}}$  die effektive Modenfeldfläche und ist durch

$$A_{\text{eff}} = \frac{(\iint dx dy |\mathbf{F}|^2)^2}{\iint dx dy |\mathbf{F}|^4} \quad (3.7)$$

gegeben. In der Definition von  $\gamma$  wird die effektive Modenfeldfläche des Grundmodus verwendet. Der Parameter  $C_{jhkm}$  kann wie in [41] als

$$C_{jhkm} = \frac{A_{\text{eff},\text{LP}_{0,1}} n_{\text{eff},\text{LP}_{0,1}}^2}{12Z_0^2} (2\mathcal{Q}_{jhkm} + \mathcal{R}_{jhkm}) \quad (3.8)$$

ausgedrückt werden. Dabei sind  $A_{\text{eff}}$  und  $n_{\text{eff}}$  auf den Grundmodus bezogen. Die Überlappung der lateralen Modenfelder wird durch  $\mathcal{Q}_{jhkm}$  und  $\mathcal{R}_{jhkm}$  beschrieben. Die Überlappungsintegrale sind als

$$\mathcal{Q}_{jhkm} = \frac{\iint dx dy (\mathbf{F}_j^* \cdot \mathbf{F}_m) (\mathbf{F}_h^* \cdot \mathbf{F}_k)}{\mathcal{N}_j \mathcal{N}_h \mathcal{N}_k \mathcal{N}_m} \quad (3.9)$$

$$\mathcal{R}_{jhkm} = \frac{\iint dx dy (\mathbf{F}_j^* \cdot \mathbf{F}_h^*) (\mathbf{F}_m \cdot \mathbf{F}_k)}{\mathcal{N}_j \mathcal{N}_h \mathcal{N}_k \mathcal{N}_m} \quad (3.10)$$

definiert. Eine noch allgemeinere Form der NLSE findet sich in [76]. Die dort hergeleitete Gleichung berücksichtigt zusätzliche Effekte, die bei der Betrachtung von Impulsen im Femtosekundenbereich von Relevanz sind, wie u.a. Selbstversteilerung (im Englischen „Self-Steepening“).

### 3.1.1 Nichtlineare Schrödingergleichung für Einmodenfasern

Für den Fall, dass die Feldverteilungen reellwertige Funktionen sind und der Grundmodus in zwei orthogonalen Polarisierungen vorliegt, ergeben sich mit Gleichung (3.8) die Koeffizienten

$C_{1111} = C_{2222} = 1$ ,  $C_{1221} = C_{2112} = 2/3$ . Alle anderen Terme sind 0. Der nichtlineare Teil der Gleichung für x- und y-Polarisation lautet dann:

$$\hat{N}_x = i\gamma \left[ \left( |A_x|^2 + \frac{2}{3}|A_y|^2 \right) A_x + i\frac{1}{3}A_y^2 A_x^* \right] \quad (3.11a)$$

$$\hat{N}_y = i\gamma \left[ \left( |A_y|^2 + \frac{2}{3}|A_x|^2 \right) A_y + i\frac{1}{3}A_x^2 A_y^* \right] \quad (3.11b)$$

Werden Fasern betrachtet, in denen die Schwebungslänge deutlich kleiner als die Ausbreitungsstrecke ist, können die letzten Terme in dem Summanden vernachlässigt werden [40, Kap 6.1.3]. Die gekoppelte nichtlineare Schrödingergleichung (CNLSE) (im Englischen „Coupled NLSE“) zur Beschreibung der nichtlinearen Signalausbreitung beider Polarisationen lautet dann:

$$\frac{\partial A_x}{\partial z} = -\frac{\alpha}{2}A_x - i\frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A_x}{\partial t^2} + i\gamma \left( |A_x|^2 + \frac{2}{3}|A_y|^2 \right) A_x \quad (3.12a)$$

$$\frac{\partial A_y}{\partial z} = -\frac{\alpha}{2}A_y - i\frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A_y}{\partial t^2} + i\gamma \left( |A_y|^2 + \frac{2}{3}|A_x|^2 \right) A_y \quad (3.12b)$$

## 3.2 Manakov-Gleichung

Bereits im Jahre 1973 stellte Manakov ausgehend von der polarisationsaufgelösten, gekoppelten NLSE (3.12) eine spezielle Form der Gleichung auf, in der richtungsunabhängige Nichtlinearitäten gleiche Eigenschaften aufweisen [79]. Erst 1991 beschrieben Wai, Menyuk und Chen [80], dass sich die Ausbreitung polarisierter optischer Wellen in einer doppelbrechenden Glasfaser bei zufälliger Modenkopplung exakt durch die Manakov-Gleichung beschreiben lässt.

In einer Einmodenfaser tritt ein Mittelungseffekt auf, durch den die Stärke der Nichtlinearität reduziert wird; mathematisch wird dies durch die Manakov-Gleichung beschrieben. Für eine Einmodenfaser ist die Manakov-Gleichung als

$$\frac{\partial A_j}{\partial z} = -\frac{\alpha}{2}A_j + i\bar{\beta}_0 A_j - \bar{\beta}_1 \frac{\partial A_j}{\partial t} - i\frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A_j}{\partial t^2} + i\gamma \frac{8}{9} \left( |A_x|^2 + |A_y|^2 \right) A_j \quad (3.13)$$

gegeben. Der Index  $j = \{x, y\}$  umfasst die beiden Polarisationen, wobei für beide Polarisationen ein identisches  $\beta_2$  angenommen wird. Die Mittelwerte der Parameter  $\beta_{0,j}$  und  $\beta_{1,j}$  sind ähnlich zu [77] als

$$\bar{\beta}_0 = \frac{1}{2} (\beta_{0,x} + \beta_{0,y}) \quad (3.14a)$$

$$\bar{\beta}_1 = \frac{1}{2} \left( \left. \frac{\partial \beta_x}{\partial \omega} \right|_{\omega_0} + \left. \frac{\partial \beta_y}{\partial \omega} \right|_{\omega_0} \right) = \frac{1}{2} (\beta_{1,x} + \beta_{1,y}) \quad (3.14b)$$

definiert. Die in der Faser auftretende Mittelung führt zu einem gemeinsamen Faktor von  $8/9$ , mit dem sowohl SPM als auch XPM gewichtet werden. In vektorieller Schreibweise lautet die Manakov-Gleichung

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z} = -\frac{\alpha}{2} \mathbf{A} + i\bar{\beta}_0 \mathbf{A} - \bar{\beta}_1 \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - i\frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} + i\gamma \frac{8}{9} |\mathbf{A}|^2 \mathbf{A}, \quad (3.15)$$

wobei der Vektor  $\mathbf{A}(z, t)$  die beiden Komponenten  $A_x$  und  $A_y$  umfasst.

Die Verwendung der verallgemeinerten Manakov-Gleichung [81] ist gerade zur Modellierung der nichtlinearen Signalpropagation in Mehrmodenfasern interessant, da sich ausgleichende Mischterme nicht berechnet werden müssen. Wie in [41] ausführlich beschrieben, ist die Idee, dass der nichtlineare Term im Bezug auf die innerhalb von quasi-entarteten Modengruppen auftretenden schnellen Rotationen der in dem Beitrag definierten Hyper-Polarisationsvektoren gemittelt werden kann. Dadurch wird die NLSE auf die viel einfachere Form der gekoppelten Manakov-Gleichung reduziert. In Zusammenhang mit den sich ausgleichenden Mischtermen sinkt auch die Anzahl der zu berücksichtigenden Parameter  $C_{jhkm}$  beträchtlich, sodass sich auch der numerische Aufwand zur Approximation einer Lösung deutlich verringert. Die verallgemeinerte Manakov-Gleichung kann die Signalausbreitung sowohl im schwach wie auch im stark gekoppeltem Regime beschreiben, wobei die beiden Polarisationenkomponenten stark gekoppelt sind.

### 3.2.1 Manakov-Gleichung für eine stark gekoppelte Gruppe

Zunächst wird die verallgemeinerte Manakov-Gleichung betrachtet, mit der eine stark gekoppelte Gruppe beschrieben wird. Neben der Beschreibung in [82] findet sich eine alternative Herleitung in [77]. Zwischen allen  $M$  Moden liegt starke Kopplung vor. D.h. es tritt lineare Modenkopplung zwischen den ausbreitungsfähigen Moden auf einer Längenskala auf, die oft viel kürzer als die Längenskala ist, die die nichtlinearen Phänomene charakterisiert [41]. In [77] wurde gezeigt, dass die Manakov-Gleichung für das starke Kopplungsregime verwendet werden kann, wenn die lineare Kopplungslänge mit der Längenskala der Schwankung der Doppelbrechung vergleichbar ist. Ausgehend von Gleichung (3.5) kann die Manakov-Gleichung für diesen Fall in vektorieller Form als

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z} = -\frac{\alpha}{2} \mathbf{A} + i \sum_{n=0} \left( \frac{i^n}{n!} \beta_n \frac{\partial^n}{\partial t^n} \right) \mathbf{A} + i\gamma \kappa |\mathbf{A}|^2 \mathbf{A} \quad (3.16)$$

dargestellt werden. Der komplexe Vektor  $\mathbf{A}(z, t)$  der Dimension  $2M$  umfasst sowohl die  $M$  räumlichen Moden als auch die zwei orthogonalen Polarisationen. Auch hier können  $\beta_0$  und  $\beta_1$  wieder auf Referenzgrößen bezogen werden; für eine einfachere Darstellung wird hier jedoch darauf verzichtet. Weiter werden hier gemeinsame Koeffizienten  $\beta_n$  angenommen. Wie basierend auf Symmetrie- und Dimensionalitätsargumenten in [82] beschrieben, reduziert sich der gemittelte nichtlineare Term der vektoriellen Form von Gleichung (3.5c) zu

$$\sum_{jhkm} C_{jhkm} A_h^* A_k A_m \hat{a}_j = \kappa |\mathbf{A}|^2 \mathbf{A}, \quad (3.17)$$

wobei  $\hat{a}_j$  der komplexe Einheitsvektor ist. Der dimensionslose Parameter  $\kappa$  wird als Kopplungsfaktor bezeichnet und hängt nur von den Koppelkoeffizienten  $C_{jhkm}$  ab. Gemäß [82] wird dieser als

$$\kappa = \sum_{jhkm} C_{jhkm} \frac{\delta_{hk}\delta_{jm} + \delta_{hm}\delta_{jk}}{2M(2M+1)} \quad (3.18)$$

berechnet. Basierend auf Symmetriebetrachtungen müssen nur die Faktoren der Form  $C_{jjjj}$ ,  $C_{jhhj}$  und  $C_{jhjh}$  berechnet werden. Alle weiteren Koppelkoeffizienten werden durch die Kronecker-Delta eliminiert.

Angemerkt werden muss, dass sich die in [82] verwendete Notation zur Herleitung der Manakov-Gleichung von der in [41] verwendeten Notationen geringfügig unterscheidet. Hier wird weitgehend letzterer gefolgt, da diese auch ohne größere Umstände in die in [76] und [77] verwendeten Darstellungen überführt werden kann. Um die in [82] und [83] verwendete Darstellung zu erhalten, muss aus der Definition der in Gleichung (3.4) gegebenen Normierung  $\mathcal{N}$  der konstante Anteil  $\sqrt{1/(2Z_0)}$  aus den Vorfaktoren  $\sqrt{n_{\text{eff},j}/(2Z_0)}$  herausgezogen werden. Für alle vier Terme  $\mathcal{N}$  folgt ein gemeinsamer Faktor  $1/(4Z_0^2)$ . Der für  $C_{jhkm}$  in Gleichung (3.8) auftretende Term  $(A_{\text{eff}}n_{\text{eff}}^2)/(12Z_0^2)$  kann bei Verrechnung mit dem Kehrwert  $4Z_0^2$  zu  $(A_{\text{eff}}n_{\text{eff}}^2)/3$  vereinfacht werden, wobei dies der in [82] und [83] verwendeten Darstellung entspricht.

### 3.2.2 Manakov-Gleichung für mehrere stark gekoppelte Gruppen

Je nach Faser können sich mehrere stark gekoppelte Gruppen bilden. Zwischen den Gruppen besteht nur schwache Kopplung. Die Manakov-Gleichung für dieses Szenario ist in [83] hergeleitet worden und darüber hinaus in [41] beschrieben. Für die Moden einer Gruppe  $\mathbf{a}$  ist die Gleichung als

$$\frac{\partial \mathbf{A}_{\mathbf{a}}}{\partial z} = -\frac{\alpha}{2} \mathbf{A}_{\mathbf{a}} + i \sum_{n=0} \left( \frac{i^n}{n!} \beta_{n,\mathbf{a}} \frac{\partial^n}{\partial t^n} \right) \mathbf{A}_{\mathbf{a}} + i\gamma \left( \kappa_{\mathbf{a}\mathbf{a}} |\mathbf{A}_{\mathbf{a}}|^2 + \sum_{\mathbf{b} \neq \mathbf{a}} \kappa_{\mathbf{a}\mathbf{b}} |\mathbf{A}_{\mathbf{b}}|^2 \right) \mathbf{A}_{\mathbf{a}} \quad (3.19)$$

gegeben. Während zwischen allen Moden innerhalb der Gruppe  $\mathbf{a}$  starke Kopplung vorliegt, besteht zwischen den Moden der Gruppe  $\mathbf{a}$  und den Moden der Gruppe  $\mathbf{b}$  lediglich schwache Kopplung. In der Gleichung kann  $\beta_0$  durch eine spurlose Matrix  $\mathbf{B}_0$  und  $\beta_1$  durch eine spurlose Matrix  $\mathbf{B}_1$  erweitert werden, um Modenkopplung sowie intra-Gruppen Dispersion zu erfassen. Speziell bzgl. der Auswirkungen von intra-Gruppen Effekten sei in diesem Zusammenhang für eine ausführliche Diskussion auf [48] verwiesen.

Die Koppelfaktoren  $\kappa_{\mathbf{a}\mathbf{a}}$  und  $\kappa_{\mathbf{a}\mathbf{b}}$ , mit denen die nichtlinearen intra-Gruppen und inter-Gruppen Effekte gewichtet werden, sind in [41] als

$$\kappa_{aa} = \sum_{j,h \in G_a} \frac{C_{jhhj} + C_{jhjh}}{2M_a(2M_a + 1)} \quad (3.20)$$

$$\kappa_{ab} = \sum_{j \in G_a} \sum_{h \in G_b} \frac{C_{jhhj} + C_{jhjh}}{4M_a M_b}, \quad a \neq b \quad (3.21)$$

gegeben. Hierbei umfasst  $G_a$  alle Indizes der Moden der Gruppe  $\mathbf{a}$  und  $G_b$  alle Indizes der Moden der Gruppe  $\mathbf{b}$ . Welche Möglichkeiten für die Bildung der Gruppen bestehen, wird in Zusammenhang mit den Ergebnissen in den nachfolgenden Kapiteln dieser Arbeit erläutert.

Weiter besteht die Möglichkeit, dass weder starke noch schwache Kopplung zwischen den verschiedenen Gruppen vorliegt. Dieses Zwischenregime wird in der Literatur als *Intermediate Coupling Regime* bezeichnet. Zur Simulation ist es notwendig, die Modellierung um zusätzliche lineare Kopplung zwischen den verschiedenen Gruppen zu erweitern. Einen Ansatz zur Modellierung beschreibt [84], weiter sei auf die kürzlich erschienenen Publikationen [85] und [86] verwiesen. Derzeit ist allerdings nicht klar, welche Größe die zu modellierende Kopplung aufweisen muss, um praxisrelevante Fälle zu erfassen.

Ausgehend von der Betrachtung des starken und des schwachen Kopplungsregimes, ist festzuhalten, dass starke Modenkopplung den Einfluss der nichtlinearen Effekte tendenziell reduziert [87]. In dieser Arbeit wird daher starke Kopplung innerhalb einer Gruppe und schwache Kopplung zwischen den Gruppen angenommen. Die nichtlineare Signalpropagation wird daher stets mittels Gleichung (3.19) modelliert.

### 3.3 Methoden zur Simulation der nichtlinearen Signalpropagation

Die zuvor vorgestellte nichtlineare Schrödingergleichung und die Manakov-Gleichung sind im Allgemeinen nicht analytisch lösbar. Analytische Lösungen sind nur für wenige Spezialfälle bekannt. Diese analytischen Lösungen sind sogenannte Solitonenlösungen. Aus physikalischer Sicht sind Solitonen Wellenpakete, in denen sich lineare- und nichtlineare Effekte gegenseitig aufheben. Aufgrund der Faserdämpfung treten Solitonen jedoch nicht ohne spezielle Maßnahmen zur Kompensation der Verluste auf. Allgemein sind daher numerische Verfahren notwendig, um das System gekoppelter nichtlinearer Differentialgleichungen zu lösen. Hier bieten sich Beam Propagation Methoden (BPM) oder pseudospektrale Methoden, wie die Split-Step Fourier Methode (SSFM), an. BPM basierend auf Finite-Differenzen Methoden benötigen gegenüber pseudospektralen Methoden jedoch deutlich mehr Rechenzeit. Für die Simulation langer Signalsequenzen und Übertragungstrecken wird daher üblicherweise auf die SSFM zurückgegriffen.

Eine weitere Möglichkeit ist die Bewertung von Übertragungssystemen mittels semi-analytischer Ansätze. Hier sei das Gaussian Nonlinear Noise(GNLIN)-Modell genannt. Auch diese Modelle bedürfen jedoch grundsätzlich einer experimentellen Überprüfung, wie kürzlich in [88] für das in [49] beschriebene GNLIN-Modell für Mehrmodenfasern erfolgt. Alternativ ist auch ein Vergleich mit numerisch approximierten Lösungen möglich. Bei GNLIN-Modellen wird angenommen, dass das nichtlineare Rauschen durch eine Gauß-Verteilung modelliert werden kann. Dies muss jedoch nicht grundsätzlich der Fall sein. Oftmals werden auch Effekte vernachlässigt bzw. müssen explizit modelliert werden, die bei einer numerischen Approximation der Lösung

direkt erfasst werden. Ein Beispiel hierfür ist die Abhängigkeit des nichtlinearen Rauschens vom verwendeten Modulationsformat. Dieser Arbeit dienen daher numerische Verfahren als Grundlage für die Untersuchungen. In diesem Kapitel werden die SSFM, sowie eine eng mit der SSFM verwandte alternative Lösungsmethode, das Runge-Kutta-Verfahren vierter Ordnung im Wechselwirkungsbild, behandelt.

Sollen mehrere Wellenlängenkanäle simuliert werden, kann dies durch ein System gekoppelter nichtlinearer Differentialgleichungen erfolgen. Dabei wird das Signalspektrum in separate Einhüllende zerlegt und die Wellenausbreitung jedes einzelnen Wellenlängenkanals wird durch eine Gleichung des gekoppelten Gleichungssystems beschrieben. Bei einem Übertragungssystem mit vielen Wellenlängenkanälen, resultierend in einer dichten Nutzung des Spektrums, ist es jedoch vorteilhaft die Signalausbreitung mittels einer gemeinsamen spektralen Einhüllenden zu simulieren [89]. Weiter setzt der in [89] beschriebene Ansatz voraus, dass sich die Teilspektren nicht überlappen. Für jeden räumlichen Modus bzw. jede Polarisation wird daher eine gemeinsame Einhüllende verwendet.

### 3.3.1 Split-Step Fourier Methode

Formal lautet die Lösung der NLSE bzw. Manakov-Gleichung

$$A(z + h, t) = \exp \left[ h \left( \hat{L} + \hat{N} \right) \right] A(z, t). \quad (3.22)$$

Hierbei wirken der lineare Anteil  $\hat{L}$  und der nichtlineare Anteil  $\hat{N}$  zeitgleich entlang des Faserabschnitts der Länge  $h$ . Linearer und nichtlinearer Anteil können jedoch nicht ohne Weiteres gelöst werden. Mit der Baker-Hausdorff Formel [90] kann die Lösung zu

$$A(z + h, t) \approx \exp \left( h \hat{L} \right) \exp \left( h \hat{N} \right) A(z, t) \quad (3.23)$$

angenähert werden. Hierbei wird angenommen, dass linearer und nichtlinearer Anteil über ein entsprechend kurzes Fasersegment der Länge  $h$  unabhängig voneinander wirken. Der lokale Fehler liegt hierbei in der Größenordnung von  $O(h^2)$ , resultierend in einer globalen Genauigkeit von  $O(h)$ . Durch Anwendung der symmetrischen Split-Step Fourier Methode kann der entstehende Splitting-Fehler weiter reduziert werden. Die Lösung von Gleichung (3.22) kann dann durch

$$A(z + h, t) \approx \exp \left( \frac{h}{2} \hat{L} \right) \exp \left( \int_z^{z+h} \hat{N}(z') dz' \right) \exp \left( \frac{h}{2} \hat{L} \right) A(z, t) \quad (3.24)$$

approximiert werden, wobei der nichtlineare Operator hier zwischen zwei linearen Teilschritten eingebettet wird. Die lokale Fehlerordnung wird dann um eine Größenordnung reduziert und liegt in  $O(h^3)$ , womit eine globale Genauigkeit von  $O(h^2)$  erreicht werden kann. Während der lineare Schritt im Frequenzbereich gelöst wird, wird der nichtlineare Anteil im Zeitbereich gelöst. Dem Splitting-Ansatz und den notwendigen Fourier-Transformationen zur Lösung des

linearen Schritts im Frequenzbereich ist auch der Name Split-Step Fourier Methode geschuldet. Der nichtlineare Teil kann implizit oder explizit gelöst werden. Als implizite Methode ist in [40, Kap 2.4.1] die Berechnung mit Trapezregel und iterativem Ansatz beschrieben. Die Lösung mittels iterativem Ansatz und Trapezregel ist voll-symmetrisch [91], die Implementierung wird im Weiteren als SSFM-Agrawal bezeichnet. Alternativ lässt sich der nichtlineare Schritt durch das Runge-Kutta-Verfahren vierter Ordnung lösen. Diese Methode wird im Folgenden als SSFM-RK4 bezeichnet.

Ein großer Vorteil der SSFM-Agrawal gegenüber der SSFM-RK4 ist die Möglichkeit einer deutlich speichereffizienteren Implementierung. Beim Einsatz von GPU-Beschleunigern ist dies ein wesentlicher Vorteil, wie später ausführlich diskutiert wird. Des Weiteren kann mit dem Einsatz der SSFM-Agrawal für einige Systemkonfigurationen ein genaueres Ergebnis erzielt werden als mit der SSFM-RK4 [92]. Dies ist unabhängig von der identischen lokalen und globalen Fehlerordnung. Grundsätzlich kann der resultierende Fehler durch die Wahl einer kleineren Schrittlänge reduziert werden. Neben dem dem Lösungsverfahren inhärenten Fehler, akkumuliert sich jedoch auch ein numerischer Fehler auf. So ist auch bei kleinen Schrittlängen ein Verfahren erforderlich, das eine ausreichende Genauigkeit gewährleistet. Deutlich höhere Rechenzeit durch eine Vielzahl von kleinen Schritten und der akkumulierte numerische Fehler sprechen gegen eine beliebig kleine Schrittlänge. Die untere Grenze des numerischen Fehlers ist dabei durch die Maschinengenauigkeit bzw. das Maschinenepsilon gegeben und hängt von der gewählten Gleitkommadarstellung ab.

### 3.3.2 Runge-Kutta-Verfahren vierter Ordnung im Wechselwirkungsbild

Eine alternative Methode zur Lösung der nichtlinearen Schrödingergleichung und der Manakov-Gleichung ist die Verwendung des Runge-Kutta-Verfahrens vierter Ordnung im Wechselwirkungsbild (RK4IP) (im Englischen „Fourth-Order Runge-Kutta in the Interaction Picture“). Den Namen verdankt die Methode dem verwendeten Runge-Kutta-Verfahren vierter Ordnung und dem Wechselwirkungsbild, in dem das zu lösende Problem betrachtet wird. Das Wechselwirkungsbild stammt aus der Quantenmechanik und erlaubt die Betrachtung von zeitabhängigen Problemen bei gleichzeitiger Berücksichtigung von Wechselwirkungen. Im Schrödinger-Bild sind Zustände zeitabhängig, während Operatoren höchstens explizit von der Zeit abhängen. Das Gegenteil ist im Heisenberg-Bild der Fall, in dem die Operatoren zeitabhängig sind, Zustände jedoch nicht. Im Wechselwirkungsbild weisen sowohl die Zustände als auch Operatoren eine Zeitabhängigkeit auf. Für eine detaillierte Beschreibung des Wechselwirkungsbilds sei auf die Fachliteratur wie z.B. [93, Kap. 5.5] verwiesen.

Ursprünglich wurde die RK4IP Methode von B. Caradoc-Davies zur Studie von Bose-Einstein Kondensaten entwickelt [94]. Bose-Einstein Kondensate lassen sich über die Gross-Pitaevskii-Gleichung beschreiben, wobei die NLSE, und damit auch die Manakov-Gleichung, Spezialfälle dieser Gleichung darstellen. Zunächst von J. Hult für die NLSE zur Simulation der Generierung von Superkontinuen adaptiert [92], wurde die RK4IP Methode später auch zur Simulation von einmodigen PolMUX-Übertragungssystemen verwendet [95]. In [95] wurde sowohl die CNLSE als auch die Manakov-PMD Gleichung mittels RK4IP Methode gelöst.

Die RK4IP Methode bietet gegenüber der SSFM zwei wesentliche Vorteile. So liefert die RK4IP Methode eine lokale Genauigkeit von  $O(h^5)$  und damit eine globale Genauigkeit von  $O(h^4)$  [92]. Die Fehlerordnung ist somit zwei Größenordnungen kleiner als die der SSFM. Des Weiteren er-

laubt die RK4IP Methode Schrittlängen, die größer sind als die Schwebungslänge und Korrelationslänge [95]. Normalerweise erfordert die Studie solcher Effekte die Wahl einer Schrittlänge, die kleiner ist als die Schwebungslänge bzw. die Korrelationslänge. Dies kann durch Nutzung der RK4IP Methode vermieden werden. Dies ist in MDM-Systemen von großem Interesse, da gerade zwischen den Moden sehr kleine Schwebungslängen auftreten können. Liegt die Korrelationslänge in Einmodenfasern im Bereich einiger Meter, treten in Mehrmodenfasern Schwebungslängen im Bereich unter einem Millimeter auf [83]. Bei Verwendung der SSFM zur Lösung der verallgemeinerten NLSE für Mehrmodenfasern ist es hingegen notwendig, die Schrittlänge auf einen Bruchteil der kleinsten Schwebungslänge zu beschränken, um numerische Artefakte zu verhindern [96].

Aufgrund beider Eigenschaften erlaubt die RK4IP Methode damit sowohl kleine als auch große Schrittlängen.

### Beschreibung der Methode

Um den Splitting-Fehler zu vermeiden, kann die NLSE bzw. Manakov-Gleichung mit

$$A_I = \exp\left(-(z - z')\hat{L}\right) A \quad (3.25)$$

in das Wechselwirkungsbild transformiert werden. Dabei ist  $z'$  die sogenannte Separationsdistanz. Dies ermöglicht es die differentielle Form der Gleichung (3.25)

$$\frac{\partial A_I}{\partial z} = \hat{N}_I A_I \quad (3.26)$$

mittels expliziter Methoden zu lösen. Hier ist  $\hat{N}_I$  der nichtlineare Operator im Wechselwirkungsbild, der als

$$\hat{N}_I = \exp\left(-(z - z')\hat{L}\right)\hat{N}\exp\left((z - z')\hat{L}\right) \quad (3.27)$$

gegeben ist. Damit müssen linearer und nichtlinearer Schritt nicht separat voneinander berechnet werden. Während die Genauigkeit bei der SSFM durch den Splitting-Fehler limitiert ist, hängt der Fehler hier vom gewählten expliziten Lösungsschema ab. Wird Gleichung (3.26) mit einem Runge-Kutta-Verfahren vierter Ordnung gelöst, müssen weiterhin die Exponentialterme berechnet werden. Wie bei Anwendung der SSFM kann dies im Frequenzbereich geschehen. Bei einer direkten Anwendung des Runge-Kutta-Verfahrens vierter Ordnung auf Gleichung (3.26) sind 16 Fourier-Transformationen notwendig. Definiert man die Separationsdistanz  $z'$  wie in [94] als  $z' = z + h/2$ , so werden die beiden Exponentialterme in Gleichung (3.27) für die mittleren Trajektorien  $k_2$  und  $k_3$  eliminiert. Dies reduziert die Anzahl der notwendigen Fourier-Transformationen von 16 auf 8, ist in dieser Form aber nur bei einem Runge-Kutta-Verfahren vierter Ordnung anwendbar. Üblicherweise ist ein Runge-Kutta-Verfahren vierter Ordnung jedoch ausreichend. Anstatt eine andere explizite Lösungsmethode zu verwenden, kann die Genauigkeit alternativ auch mit der in [97] untersuchten lokalen Fehlermethode weiter gesteigert werden. Kombiniert man die RK4IP Methode mit Methoden zur adaptiven Schrittlängenwahl unter Berücksichtigung des lokalen Fehlers, kann eine lokale Fehlerordnung von  $O(h^6)$  erreicht werden [95, 98, 99].

Mittels der Definition der Separationsdistanz lautet der in [92] gegebene Algorithmus, um ausgehend von  $A(z, t)$  letztlich  $A(z + h, t)$  zu berechnen, wie folgt:

$$A_I = A\left(z + \frac{h}{2}, t\right) = \exp\left(\frac{h}{2}\hat{L}\right) \cdot A(z, t) \quad (3.28a)$$

$$k_1 = \left(\exp\left(\frac{h}{2}\hat{L}\right) \left[h\hat{N}\left(A(z, t)\right)\right]\right) A(z, t) \quad (3.28b)$$

$$k_2 = h\hat{N}\left(A_I + \frac{k_1}{2}\right) \cdot \left[A_I + \frac{k_1}{2}\right] \quad (3.28c)$$

$$k_3 = h\hat{N}\left(A_I + \frac{k_2}{2}\right) \cdot \left[A_I + \frac{k_2}{2}\right] \quad (3.28d)$$

$$k_4 = h\hat{N}\left[\exp\left(\frac{h}{2}\hat{L}\right) \cdot \left[A_I + k_3\right]\right] \cdot \exp\left(\frac{h}{2}\hat{L}\right) \cdot \left[A_I + k_3\right] \quad (3.28e)$$

$$A(z + h, t) = \exp\left(\frac{h}{2}\hat{L}\right) \cdot \left[A_I + \frac{k_1}{6} + \frac{k_2}{3} + \frac{k_3}{3}\right] + \frac{k_4}{6} \quad (3.28f)$$

Eine ausführlichere mathematische Analyse der RK4IP Methode findet sich in [100]. Die RK4IP Methode wurde im Rahmen dieser Arbeit für die Simulation von MDM-Übertragungssystemen adaptiert [J1].

### 3.3.3 Numerischer Vergleich der SSFM und der RK4IP Methode

In der Publikation von Hult [92] wurde die RK4IP Methode auf ihre Eignung zur Simulation der Solitonenpropagation sowie für die Simulation der Generierung eines Superkontinuums untersucht. In [95] wurde die RK4IP Methode auf die Manakov-PMD Gleichung angewendet. Eine analytische Betrachtung des Fehlers sowie ein numerischer Vergleich wurden in [100] durchgeführt. Die bisherigen Betrachtungen beschränken sich dabei jedoch auf Einmodenfasern. In der Publikation [J1], sowie im Folgenden, wurde erstmals ein kombiniertes Wellenlängenmultiplex-MDM-Übertragungssystem betrachtet. Dazu wird die Manakov-Gleichung für stark gekoppelte Gruppen [83] mittels der RK4IP Methode gelöst und mit der durch eine vollsymmetrische SSFM berechneten Lösung verglichen. Bei der SSFM handelt es sich um die SSFM-Agrawal, die wie zuvor beschrieben einen iterativen Ansatz zur Lösung des nichtlinearen Operators verwendet.

In dem simulierten Übertragungssystem wird eine Gradientenfaser, ähnlich zu [65], mit einem Kernradius von 14  $\mu\text{m}$  und einem Profilexponenten  $\alpha$  von 1,951 betrachtet. Der Differenz zwischen Kern- und Mantelbrechzahl beträgt  $9,95 \cdot 10^{-3}$ . Weiter weist die Faser eine Absenkung der Brechzahl im Mantelbereich auf; dieser als T-GIF bezeichnete Fasertyp wird ausführlich in Kapitel 5.2 betrachtet. Die Fasercharakteristika für eine Wellenlänge von 1550 nm sind in Tabelle 3.1 gegeben. Jede der zehn ausbreitungsfähigen räumlichen Moden wird genutzt, um jeweils 40 Wellenlängenkanäle zu übertragen. Die Wellenlängenkanäle sind dabei in einem 50 GHz Raster um den Kanal bei 192,4 THz angeordnet. Jeder Wellenlängenkanal wird genutzt, um mittels Polarisationsmultiplex zwei 32 GBaud QPSK Signale zu übertragen. Die initiale mittlere Leistung pro Modus, Wellenlänge und Polarisation beträgt  $-4$  dBm. Um eine ausreichend große spektrale Bandbreite zu simulieren, wird jedes Symbol durch 128 Abtastwerte dargestellt. Mit

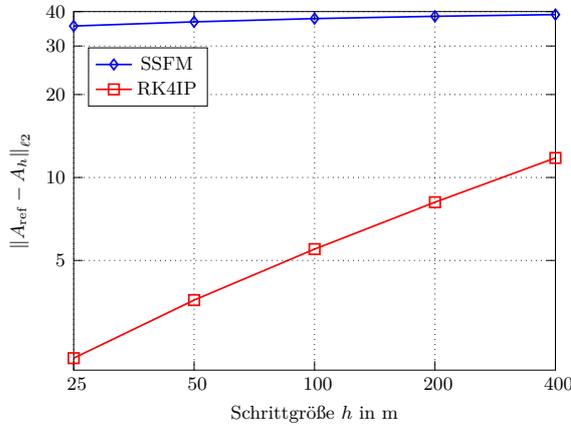
Tabelle 3.1:  $A_{\text{eff}}$  in  $\mu\text{m}^2$ ,  $D$  in  $\text{ps}/(\text{nm}\cdot\text{km})$  und DMGDs in  $\text{ps}/\text{km}$ .

	LP <sub>0,1</sub>	LP <sub>1,1</sub>	LP <sub>0,2</sub>	LP <sub>2,1</sub>	LP <sub>1,2</sub>	LP <sub>3,1</sub>
$A_{\text{eff}}$	126	170	257	228	275	274
$D$	20,6	20,9	21,0	21,0	20,4	20,4
DMGD	/	-7,6	-7,8	-6,5	-7,5	0,8

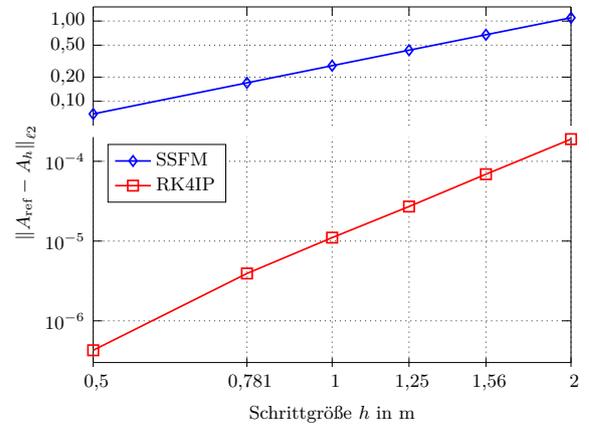
einer effektiven Fläche des Grundmodus  $A_{\text{eff,LP}_{0,1}} = 126 \mu\text{m}^2$ , ergibt sich der mit der Nichtlinearität assoziierte Parameter  $\gamma = 0,84 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ . Für die Simulation wird ein modenunabhängiger Dämpfungskoeffizient  $\alpha = 0,2 \text{ dB}/\text{km}$  angenommen. Es wird die Übertragung von  $2^{14}$  Symbolen pro QPSK Signal über einen Faserabschnitt von 40 km Länge simuliert.

Während in [100] der relative quadratische Fehler betrachtet wird, wird hier die  $\ell_2$ -Norm als Fehlermaß verwendet. Der Fehler ist somit als  $\|A_{\text{ref}} - A_h\|_{\ell_2}$  definiert. Da für das betrachtete MDM-Übertragungssystem keine analytische Lösung berechnet werden kann, wird für die Berechnung der Referenzlösung  $A_{\text{ref}}$  eine entsprechend kleine Schrittlänge verwendet. Hier wird eine Schrittlänge von  $100/256 \text{ m}$ , entsprechend  $\sim 0,39 \text{ m}$ , zur Berechnung der Referenzlösung verwendet. Für die Berechnung der Referenzlösung kommt die RK4IP Methode zur Anwendung, da diese eine höhere Genauigkeit als die SSFM aufweist.

In den Abbildungen 3.1a und 3.1b ist  $\|A_{\text{ref}} - A_h\|_{\ell_2}$  in Abhängigkeit der Schrittlänge aufgetragen. Anhand der Abbildungen wird deutlich, dass sich mit der RK4IP Methode sowohl für kleine als auch für große Schrittängen ein kleinerer Fehler erreichen lässt. Für Schrittängen  $\geq 25 \text{ m}$ , dargestellt in Abbildung 3.1a, ist der bei Verwendung der SSFM erzielte Fehler 3,5 bis 16-mal größer als bei Verwendung der RK4IP Methode. Nimmt der Fehler der RK4IP Methode mit der



(a) Fehler für große Schrittängen.



(b) Fehler für kleine Schrittängen.

Abbildung 3.1: Fehler der RK4IP und SSFM Algorithmen für (a) große Schrittängen und (b) für kleine Schrittängen.

Schrittlänge ab, ist der durch die SSFM induzierte Fehler nahezu konstant. Die SSFM zeigt bei diesen großen Schrittängen für die hier exemplarisch betrachtete Systemkonfiguration noch keine Konvergenz. Für Schrittängen  $\leq 2 \text{ m}$  ist der Fehler mit beiden Methoden deutlich geringer, dargestellt in Abbildung 3.1b. Der Fehler nimmt hier für beide Methoden mit der Schrittlänge ab. Dennoch liegt der Fehler der SSFM mehrere Größenordnungen über dem durch die RK4IP Methode induzierten Fehler.

Die Steigung des Fehlers kann durch die experimentelle Konvergenzordnung (EOC) (im Englischen „Experimental Order of Convergence“) beschrieben werden. Die EOC ist definiert als

$$\text{EOC}(h, h') = \log \left( \frac{\|A_{\text{ref}} - A_h\|_{\ell_2}}{\|A_{\text{ref}} - A_{h'}\|_{\ell_2}} \right) / \log \left( \frac{h}{h'} \right), \quad (3.29)$$

siehe z.B. [101, Kap. 14.6]. Dabei ist  $A_h$  die mit der Schrittlänge  $h$  und  $A_{h'}$  die mit der Schrittlänge  $h'$  approximierte Lösung, wobei  $h' < h$  gilt. Abbildung 3.1b ist zu entnehmen, dass die RK4IP Methode eine EOC von  $O(h^4)$  aufweist, während die EOC der SSFM lediglich  $O(h^2)$  ist. Diese experimentellen Konvergenzordnungen stimmen mit den in [100] publizierten analytischen Konvergenzraten überein.

Zunächst lässt sich also festhalten, dass sich bei Verwendung der RK4IP Methode deutlich größere Schrittlängen verwenden lassen. Jedoch werden für einen einzelnen Schritt der RK4IP Methode mehr Fourier-Transformationen benötigt. Die Laufzeit beider Methoden skaliert jedoch linear mit der Gesamtanzahl an Schritten. Bei Halbierung der Schrittlänge und damit einhergehender Verdopplung der Schrittanzahl wird die Laufzeit verdoppelt. Trotz der höheren Anzahl benötigter Fourier-Transformationen ist die Berechnung eines einzelnen Schritts mittels der RK4IP Methode bei einer Schrittlänge von  $h_{\text{RK4IP}}$  schneller als die Berechnung von zwei Schritten durch die SSFM bei einer Schrittlänge von  $h_{\text{SSFM}} = h_{\text{RK4IP}}/2$ . Ein Einzelschritt der RK4IP Methode benötigt mehr Rechenzeit, auf eine feste Faserlänge bezogen ist die Approximation der Lösung mittels RK4IP Methode jedoch schneller. Es können größere Schrittlängen verwendet werden, sodass entsprechend weniger Schritte berechnet werden müssen. Vergleicht man die Laufzeiten für die beschriebene Konfiguration bei Verwendung der RK4IP Methode mit  $h_{\text{RK4IP}} = 50 \text{ m}$  und bei Verwendung der SSFM mit  $h_{\text{SSFM}} = 25 \text{ m}$ , lässt sich mit den GPU-beschleunigten Varianten beider Algorithmen ein Speedup von 1,41 durch Einsatz der RK4IP Methode erzielen. Die GPU-beschleunigten Varianten werden im Detail im Abschnitt 4 beschrieben. Der durch die RK4IP Methode induzierte Fehler fällt jedoch deutlich geringer aus als der durch die SSFM induzierte Fehler. Würde man die Schrittlänge der RK4IP Methode auf  $400 \text{ m}$  erhöhen, und vergleicht die Laufzeit mit der SSFM wieder bei  $h_{\text{SSFM}} = 25 \text{ m}$ , so ist der Fehler der RK4IP immer noch geringer, die durch die RK4IP Methode benötigte Laufzeit beträgt jedoch nur noch ein Zehntel. Die Gesamtanzahl der Fourier-Transformationen liegt bei Verwendung der RK4IP Methode somit stets unter denen der SSFM. Die letztlich verwendete Schrittlänge hängt jedoch stark von der Konfiguration des betrachteten Übertragungssystems, wie z.B. Fasereigenschaften, Anzahl der räumlichen Moden und Wellenlängenkanälen, ab.

### 3.4 Simulation optischer Übertragungssysteme

In den nachfolgenden Kapiteln werden die zuvor beschriebenen Algorithmen verwendet, um die Signalübertragung in MDM-Übertragungssystemen zu simulieren. Bereits im vorherigen Abschnitt 3.3.3 wurde die nichtlineare Signalausbreitung im Kontext eines optischen Übertragungssystems simuliert. Da die Systemsimulationen einige Gemeinsamkeiten aufweisen, werden diese hier zusammenfassend beschrieben, sodass in den nachfolgenden Kapiteln nur spezifische Änderungen der Konfiguration des jeweiligen Übertragungssystems betrachtet werden.

In allen hier beschriebenen Simulationen wurde die Übertragung *Quadrature Phase-Shift Keying* (QPSK) modulierter Signale betrachtet. Jedes Signal hat am Fasereingang eine mittlere Eingangsleistung von  $P_{\text{ein}}$ . Der Aufbau der betrachteten Übertragungssysteme ist in Abbildung 3.2 dargestellt. Der Sender (Tx) (im Englischen „Transmitter“) nutzt die beiden orthogonalen Po-

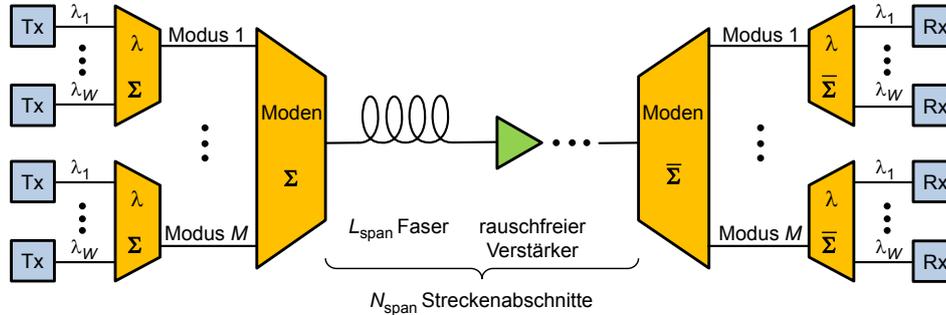


Abbildung 3.2: Schematischer Aufbau des Übertragungssystems. Genutzt werden  $M$  räumliche Moden zur Übertragung von  $W$  Wellenlängenkanälen die über  $N_{\text{span}}$  Streckenabschnitte übertragen werden. Jeder Streckenabschnitt besteht aus einem Faserschnitt der Länge  $L_{\text{span}}$  und einem rauschfreien Verstärker mit flachem Gewinnspektrum.

larisationen, um je ein QPSK Signal zu übertragen. Aus Systemsicht werden die beiden Polarisationskanäle üblicherweise als ein logischer Kanal betrachtet, sodass von einem DP-QPSK (im Englischen „Dual Polarization-QPSK“) Signal gesprochen wird. Je nach Systemkonfiguration wird der Modenmultiplexbetrieb mit Wellenlängenmultiplexbetrieb (WDM) (im Englischen „Wavelength-Division Multiplexing“) kombiniert. Dabei werden mehrere Sender eingesetzt, wobei jeder Sender eine der  $W$  unterschiedlichen Wellenlängen nutzt, um eine DP-QPSK Sequenz zu übertragen. Bei Nutzung mehrerer Wellenlängenkanäle sind die einzelnen Kanäle gemäß dem im ITU-T Standard G.694.1 [102] spezifizierten 50 GHz Kanalraster angeordnet. Durch einen idealen Modenmultiplexer werden die WDM-Kanäle den  $M$  räumlichen Moden aufgebracht. Jedes der  $M \cdot W$  DP-QPSK Signale wird mit einer Symbolrate  $R_s$  übertragen. Sowohl bei Symbolraten von 28 GBaud als auch von 32 GBaud lassen sich pro Wellenlänge 100 Gbit/s-Datenströme übertragen, wobei verschiedene Overheads in der Vorwärtsfehlerkorrektur (FEC) (im Englischen „Forward Error Correction“) verwendet werden. Die Signale werden durch einen Root-Raised-Cosine Filter geformt, bei  $R_s = 28$  GBaud wird ein Roll-Off-Faktor von 0,2 und bei  $R_s = 32$  GBaud ein Roll-Off-Faktor von 0,1 verwendet.

Nach der Übertragung über die Distanz der Länge  $L_{\text{span}}$  sind die Signalpegel durch die Dämpfung soweit abgesunken, dass die Signale optisch verstärkt werden müssen. Da in dieser Arbeit die Untersuchung der Signal-Signal-Interaktion im Vordergrund steht, werden stets idealisierte Verstärker mit flachem Gewinnspektrum angenommen. Weiter wird eine rauschfreie Übertragung betrachtet. Additives weißes Gauß'sches Rauschen wird erst vor Auswertung der Signale durch den Empfänger (Rx) (im Englischen „Receiver“) hinzugefügt. Nachdem  $N_{\text{span}}$  Streckenabschnitte durchlaufen wurden, werden die den verschiedenen Moden und Wellenlängen aufgetragenen Signale durch Demultiplexer getrennt. Jedes DP-QPSK Signal wird von einer digitalen Signalverarbeitung (DSP) (im Englischen „Digital Signal Processing“) im Empfänger prozessiert. In den Simulationen wird die chromatische Dispersion perfekt kompensiert. Weiter werden eine Taktrückgewinnung [103], sowie eine Phasenschätzung [104] (mit Wiener Filter) auf die Signale angewandt, die am Lehrstuhl implementiert worden sind. Da in den Simulationen die lineare Modenkopplung über die Wahl der nichtlinearen Koppelkoeffizienten  $\kappa$  des entspre-

chenden Kopplungsregimes berücksichtigt wird und keine zusätzliche lineare Modenkopplung simuliert wird, ist keine Prozessierung der Signale mittels eines MIMO-Entzerrers notwendig. Dementsprechend hat jegliche Signaldegradation ihren Ursprung in den nichtlinearen Effekten während der Signalausbreitung bzw. in dem am Ende der Strecke addierten Rauschen. Folglich kann die Anzahl der Moden variiert werden, ohne dass die Güte eines MIMO-Entzerrers berücksichtigt werden muss.

Als eines der Auswertungskriterien wird der benötigte optische Signal-zu-Rausch-Abstand (OSNR) (im Englischen „Optical Signal-to-Noise-Ratio“) ermittelt, der notwendig ist, um einen Bitfehlerquotienten (BER) (im Englischen „Bit Error Ratio“) von  $\leq 10^{-3}$  zu erreichen. Dieser OSNR wird als rOSNR (im Englischen „required OSNR“) bezeichnet.

Weiter wird in einigen der simulativen Untersuchungen der OSNR betrachtet, der sich gemäß

$$\text{OSNR}_{\text{dB}} = 58 \text{ dB} - \text{NF} + P_{\text{ein}} - \alpha L_{\text{span}} - 10 \cdot \log_{10} N_{\text{span}} \quad (3.30)$$

für ein System bei einer Verstärkerrauschzahl NF ergibt, vgl. z.B. [105]. Für die Betrachtung bei diesem als System-OSNR bezeichneten optischen Signal-zu-Rausch-Abstand wird stets eine Rauschzahl von  $\text{NF} = 5 \text{ dB}$  gewählt. Die Eingangsleistung  $P_{\text{ein}}$  wird in dBm, der Dämpfungskoeffizient  $\alpha$  in dB/km und die Länge  $L_{\text{span}}$  in km angegeben. Bei dem so berechneten jeweiligen System-OSNR wird der quadratische Q-Faktor analysiert. Der Q-Faktor wird hierbei nach Anwendung der Taktrückgewinnung und Phasenschätzung für jede Polarisation separat berechnet, gefolgt von der Berechnung des Mittelwerts.



## 4 Numerische Simulation der nichtlinearen Signalpropagation

Nachdem die Modellierung sowie die Methoden zur Simulation der nichtlinearen Signalpropagation in Glasfasern vorgestellt wurden, wird in diesem Kapitel die Implementierung der Methoden diskutiert. Bereits für Einmodenfasern ist die numerische Simulation der nichtlinearen Signalpropagation langer Signalsequenzen sehr aufwendig. Seit 2010 haben daher mehrere Gruppen Implementierungen betrachtet, die die Simulationszeit durch den Einsatz von GPU-Beschleunigern reduzieren [106–108]. Ohne den Einsatz von GPU-Beschleunigern sind numerische Untersuchungen der Signalübertragung in Glasfasern oftmals nicht in einer akzeptablen Zeit durchführbar. Es ist daher naheliegend diesen Ansatz auch für die Simulation von MDM-Übertragungssystemen aufzugreifen.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden als Grundlage für alle weitergehenden Untersuchungen hochparallele Implementierungen der zuvor beschriebenen SSFM als auch der RK4IP Methode entwickelt. Hierbei sind sowohl für CPUs parallelisierte, als auch GPU-beschleunigte Implementierungen entwickelt worden. Ohne die massiv parallelen Implementierungen wäre insbesondere die Simulation von MDM-Übertragungssystemen mit sehr vielen Moden nicht möglich gewesen. Hochparallele, GPU-beschleunigte Implementierungen der Simulationsalgorithmen sind daher als Schlüsselemente für die erfolgreiche Simulation aufwendiger Systemkonfigurationen bei einer hohen Anzahl räumlicher Moden zu betrachten. Die Beschreibungen der Implementierung erfolgen primär anhand des RK4IP Algorithmus. Viele der zugrundeliegenden Überlegungen sind aufgrund der engen Verwandtschaft der beiden Algorithmen jedoch auch direkt auf Implementierungen der SSFM anwendbar und haben ihren Ursprung in den der RK4IP Methode vorangegangenen Implementierungen der SSFM. Ein wesentlicher Unterschied der verschiedenen Implementierungen ist die Anzahl der benötigten Fourier-Transformationen. Auch der Speicherbedarf der RK4IP Methode und der SSFM kann sich grundsätzlich unterscheiden. Beide Aspekte werden daher separat für die RK4IP Methode und die SSFM analysiert und verglichen. Über die Analyse des Speicherbedarfs hinaus werden Ansätze vorgestellt mit denen der Speicherbedarf weiter reduziert werden kann. Gerade hier kann die spezielle Architektur der GPUs ausgenutzt werden. Darüber hinaus wird der Ansatz einer *Mixed-Precision* Implementierung beschrieben. Da auch mit einer speichereffizienten Implementierung die Anzahl der räumlichen Moden in Abhängigkeit von den betrachteten Abtastwerten stark limitiert ist, wird die im Rahmen dieser Arbeit realisierte Multi-GPU Implementierung vorgestellt. Diese wurde genutzt, um die nichtlineare Signalpropagation von bis zu 120 räumlichen Moden zu simulieren und sie erlaubt tendenziell sogar die Betrachtung einer noch größeren Anzahl räumlicher Moden.

Zunächst folgt jedoch eine allgemeine Einführung in GPU-Beschleuniger, wobei deren Vor- und Nachteile betrachtet werden. Weiter werden kurz die Programmierung von GPU-Beschleunigern und deren architekturenspezifischen Besonderheiten erläutert, soweit sie im Rahmen dieser Arbeit vorgenommene Optimierungen betreffen.

## 4.1 GPU-Beschleuniger und Programmierung

Stand bis in die frühen 2000er primär noch die Steigerung der Taktfrequenz von CPUs im Vordergrund, haben sich heute Mehrkernprozessoren als Standard etabliert. In diesen können mehrere CPU-Kerne genutzt werden, um Instruktionen parallel abzuarbeiten. Auf der anderen Seite stehen GPUs, die aufgrund anderer Designparadigmen eine deutlich höhere Anzahl von Recheneinheiten aufweisen. Der Computerspiele-Industrie geschuldet sind GPUs darauf ausgelegt eine Vielzahl von Gleitkommaoperationen parallel auszuführen, die zur Berechnung eines Videobildes notwendig sind. Dies lässt sich auch für die Beschleunigung hochgradig parallelisierbarer Algorithmen nutzen. Sind CPUs auf allgemeine Berechnungen und die schnelle Ausführung von sequenziellem Code optimiert, sind die Recheneinheiten einer GPU wesentlich einfacher konzipiert. So besitzen CPUs eine hoch entwickelte Kontrolllogik (inkl. Sprungvorschau etc.) und eine komplexe Cache-Struktur, auf die in GPU Recheneinheiten verzichtet wird. Gerade deswegen lassen sich aber auch eine Vielzahl von Recheneinheiten in eine GPU integrieren, die genutzt werden können um viele, vergleichsweise einfache Instruktionen parallel auszuführen. Für die Ausführung von sequenziellem Code sind GPUs dementsprechend nicht geeignet. Exemplarisch sind die beiden unterschiedlichen Designansätze von CPU und GPU in Abbildung 4.1 veranschaulicht.

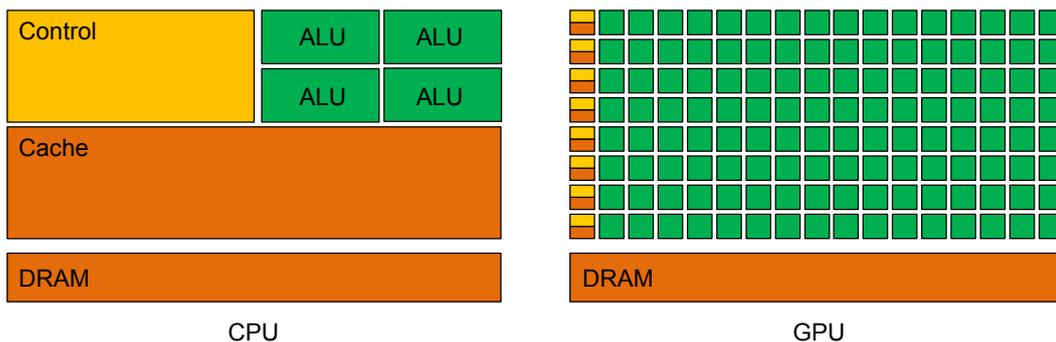


Abbildung 4.1: Exemplarische Darstellung der unterschiedlichen Designs von CPU und GPU; Arithmetisch-logische Einheit (ALU) (im Englischen „Arithmetic Logic Unit“); Abbildung nach [109, Figure 1.2] und [110, Figure 3].

Ein weiterer Vorteil von GPUs ist die deutlich schnellere Anbindung des Grafikkartenspeichers an die Recheneinheiten. Mit einem 384-Bit Speicherinterface [111] bietet die im Dezember 2013 eingeführte Tesla K40c [112] bei deaktivierter Fehlerkorrektur (ECC) (im Englischen „Error Correcting Code“) eine maximale Speicherbandbreite von 288 GB/s [113]. Nach JEDEC spezifizierter DDR3-1600 SDRAM bietet eine Spitzenübertragungsrate von 12,8 GB/s pro Modul. Ein Prozessor mit zwei Speicherkanälen kann somit auf eine maximale Speicherbandbreite von 25,6 GB/s zurückgreifen. Erst mit dem 2012 spezifizierten DDR4 SDRAM [114] ergibt sich für ein nach DDR4-1866 spezifiziertes Modul eine Spitzenübertragungsrate von 14,933 33 GB/s pro Modul; einem Prozessor wie dem im dritten Quartal 2014 eingeführten Xeon E5-2620v3, der über vier Speicherkanäle verfügt, steht damit eine maximale Speicherbandbreite von 59 GB/s [115] zur Verfügung. Nicht unerwähnt bleiben darf, dass mittlerweile auch Module mit höherer Spitzenübertragungsrate verfügbar sind, wie z.B. DDR4-2400 Module, die eine Übertragungsrate von bis zu 19,2 GB/s pro Modul erlauben. Dennoch ist die Speicherbandbreite von an CPUs angebindenem Speicher deutlich geringer als die von Grafikkartenspeicher.

Andererseits ist die Größe des GPU-Speichers im Gegensatz zum Hauptspeicher von Hochleistungsrechnern bzw. Servern deutlich limitiert. Erst seit Anfang 2018 stehen GPUs der überarbeiteten Volta Generation mit 32 GB Grafikkartenspeicher zur Verfügung [116]. Vorher waren GPUs mit hoher Rechenleistung in doppelter Genauigkeit nur mit bis zu 12 GB, später mit 16 GB Grafikkartenspeicher erhältlich. Für die Simulation der nichtlinearen Signalpropagation vieler Moden ist der limitierte Grafikkartenspeicher eine der wesentlichen Einschränkungen. Nur bei geschickter Ausnutzung des zur Verfügung stehenden GPU-Speichers lässt sich die nichtlineare Signalpropagation vieler Moden simulieren. Bei einer GPU-beschleunigten Implementierung muss daher als eine der besonderen Herausforderungen vor allem auch auf eine geschickte Nutzung des zur Verfügung stehenden GPU-Speichers geachtet werden. Diese Problemstellung wird in Abschnitt 4.3 behandelt.

Für die Durchführung der Forschungsarbeiten zu MDM-Übertragungssystemen konnte im Februar 2014 im Rahmen eines *Academic Hardware Request* (heute unter dem Namen *GPU Grant Program*) eine NVIDIA Tesla K40c GPU eingeworben werden. Dieses damalige Spitzenmodell bietet 12 GB Grafikkartenspeicher und eine Rechenleistung von bis zu 1,43 Tflops (flops, im Englischen „Floating Point Operations per Second“) doppelter Genauigkeit [113]. Im Weiteren beschränken sich die Beschreibungen daher auf die Programmierung von NVIDIA GPUs mittels CUDA, wobei die beschriebenen Techniken sich auch via OpenCL (*Open Compute Language*) für GPUs anderer Hersteller umsetzen lassen. Mit CUDA bezeichnet NVIDIA das eigene parallele Plattformkonzept, sowie das zugehörige Programmiermodell für GPUs.

### 4.1.1 Programmiermodell

Bei der Programmierung von GPUs sind einige Eigenheiten zu beachten, sodass sich die Programmierung deutlich von der Entwicklung von Codes für CPUs unterscheidet.

Eine Funktion, die mittels CUDA auf der GPU ausgeführt wird, wird Kernel genannt. Damit ein Kernel von den vielen Recheneinheiten einer GPU profitieren kann, werden sehr viele Threads verwendet. Jeder Thread wird auf einer Recheneinheit, einem CUDA Core, ausgeführt. Dazu werden die Threads in Blöcken organisiert. In Abhängigkeit der sogenannten *Compute Capability*, die die allgemeinen Spezifikationen einer GPU sowie die zur Verfügung stehenden Funktionen beschreibt, kann ein Block bis zu 1024 Threads umfassen. Die CUDA Cores einer GPU werden physikalisch durch einem sogenannten *Streaming Multiprocessor* bereitgestellt. Ein Block kann immer nur einen Streaming Multiprocessor (SM, bei GPUs der Kepler Generation als SMX bezeichnet) nutzen. Eine GPU verfügt jedoch über mehrere SM, beim GK110 Chip der Tesla K40 insgesamt 15. Resultierend aus der Beschränkung der Threads pro Block und zur Nutzung aller SM müssen daher mehrere Blöcke verwendet werden, um die GPU optimal auszulasten. Blöcke sind daher wiederum in einem Grid organisiert. Visualisiert ist dies in Abbildung 4.2.

Nun verfügt ein einzelner SM aber nicht über 1024 CUDA Cores, sondern die Zahl der Recheneinheiten eines SM ist deutlich geringer. So besitzt z.B. ein SMX mit *Compute Capability* 3.5 nur 192 CUDA Cores. Insgesamt stehen auf einem GK110 Chip mit 15 SMX damit 2880 CUDA Cores zur Verfügung. Bei maximaler Blockdimension können daher nicht alle Threads gleichzeitig ausgeführt werden, da ein Block nur auf einem SM aktiv sein kann. Was zunächst nach einem Nachteil klingt, kann bei entsprechender Programmierung dazu genutzt werden die maximale Performance der GPU zu erreichen. Letztlich werden auf der GPU selbst immer Organisati-

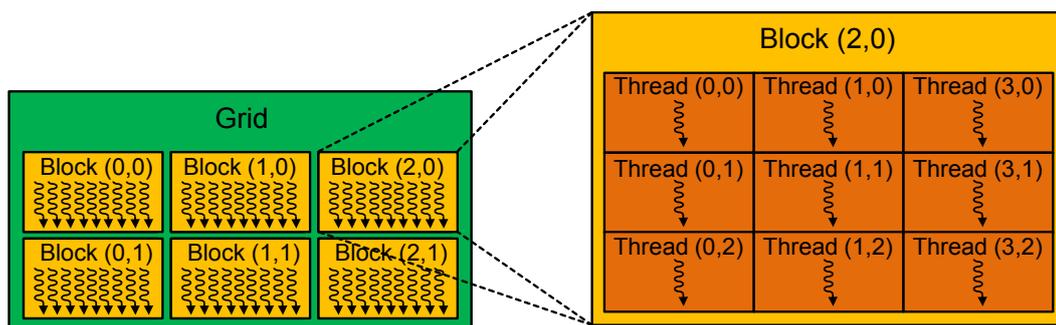


Abbildung 4.2: Organisation von Blöcken mit Threads (Thread-Block) in einem Grid; Abbildung nach [110, Figure 6].

onseinheiten von 32 Threads, einem sogenannten *Warp*, gleichzeitig ausgeführt. Benötigen die Threads eines *Warps* nun Daten und müssen auf die Bereitstellung dieser warten, wird auf dem SM in der Zwischenzeit ein anderer *Warp* ausgeführt. Dies führt zu einem Verstecken der Latenzen, die durch Datenzugriff entstehen. Neben der Anzahl an aktiven *Warps* pro SM ist auch die Anzahl an aktiven Blöcken pro SM in Abhängigkeit der verwendeten GPU limitiert. Die dem Problem angepasste Wahl eines Grids mit entsprechenden Thread-Block Größen ist damit ein erster entscheidender Schritt, um die Leistung der GPU abzurufen. Nur so kann eine hohe Auslastung (im Englischen als „Occupancy“ bezeichnet) der GPU erzielt werden. Die Auslastung ist in diesem Zusammenhang als Anzahl tatsächlich aktiver *Warps* zu der auf einem SM maximal möglichen Anzahl aktiver *Warps* definiert.

Noch nicht im Detail angesprochen wurde, wie die verschiedenen Threads für massiv parallele Berechnungen zu nutzen sind. Eine CUDA Applikation wird nach dem SPMD (im Englischen „Single Program, Multiple Data“) Modell ausgeführt. Bei einem solchen Programm führen alle Prozessoren das gleiche Programm mit unterschiedlichen Daten aus. Spezifischer wird bei CUDA die SIMT (im Englischen „Single Instruction, Multiple Thread“) Architektur genutzt. D.h. eine einzelne Instruktion wird parallel durch eine Vielzahl von Threads ausgeführt, eng verwandt mit SIMD (im Englischen „Single Instruction, Multiple Data“). Ab *Compute Capability 7* ist auch eine unabhängige Ausführung von Threads durch *Independent Thread Scheduling* möglich, was hier jedoch nicht weiter betrachtet wird.

Innerhalb eines *Warps* wird also immer eine gemeinsame Instruktion ausgeführt. Volle Effizienz kann daher nur erreicht werden, wenn alle 32 Threads eines *Warps* im Ausführungspfad übereinstimmen. Kommt es zu einer datenbedingten Verzweigung im Programm, so tritt eine *Warp Divergence* bzw. eine *Branch Divergence* auf. Dies bedeutet, dass ein *Warp* jeden Verzweigungspfad ausführen muss und die Threads deaktiviert, die sich nicht auf diesem Ausführungspfad befinden. Diese Verzweigungsdivergenz tritt nur innerhalb eines *Warps* auf. Da hierdurch Performanceeinbußen entstehen können, sollten datenbedingte Verzweigung vermieden werden. Dies ist durch Restrukturierung des Codes meistens möglich.

#### 4.1.2 Speicher

Auf NVIDIA GPUs stehen verschiedene Arten von Speicher zur Verfügung, die innerhalb des Programms genutzt werden können. Die Nutzung der unterschiedlichen Arten von Speicher

ist essenziell, da andernfalls nicht die maximale Performance erreicht werden kann. Dies hat deutliche Auswirkungen auf die Laufzeit der Simulation der nichtlinearen Signalpropagation in Mehrmodenfasern, wie in Abschnitt 4.2.3 noch gezeigt wird.

Der einer GPU zur Verfügung stehende Speicher ist in Abbildung 4.3 dargestellt. Der Haupt-

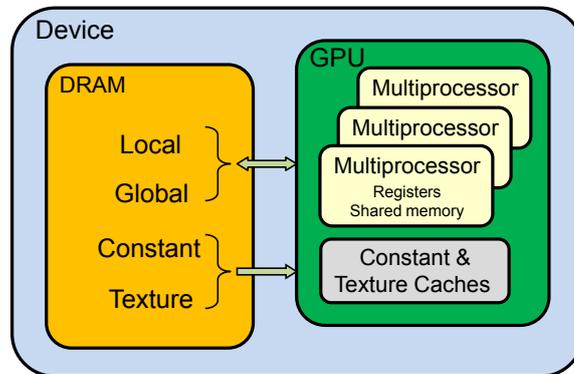


Abbildung 4.3: Speicher auf einem CUDA Device; Abbildung nach [117, Figure 2].

speicher der GPU, bei einer Tesla K40c 12 GB, stellt den größten Speicherbereich dar und kann als **global memory** und **local memory** genutzt werden. Dies ist zwar der größte, aber auch der langsamste Speicher. Auf den **global memory** können alle Threads und auch der Host, also Programmteile die seitens der CPU ausgeführt werden, zugreifen. Zugriffe auf den globalen Speicher werden im L2 Cache zwischengespeichert. Weiter wird der Hauptspeicher als **local memory** verwendet. Dieser Speicher steht nur einem Thread zur Verfügung und existiert damit nur während der Thread-Lebenszeit; Zugriffe werden im L1 und L2 Cache zwischengespeichert. Lokaler Speicher wird z.B. dann automatisch vom Compiler verwendet, wenn nicht ausreichend Register bereitstehen, um Variablen zwischenspeichern. Dies kann z.B. bei großen Datenstrukturen oder Arrays der Fall sein. Wichtig ist es daher bei der Implementierung eines Kernels die Anzahl der verwendeten Register zu berücksichtigen. Vorteilhaft ist es die durch einen Thread verwendete Anzahl von Registern gering zu halten, um den *Register Pressure* zu reduzieren. Im Idealfall muss dann kein oder zumindest nur wenig lokaler Speicher genutzt werden. Ob lokaler Speicher verwendet wird, kann schon bei der Übersetzung des Programmcodes anhand der Ausgabe des Compilers überprüft werden.

Ein weiterer Speichertyp ist der mit 64 KiB sehr kleine **constant memory**. Zugriffe auf diesen Speicher werden immer in einem eigens dafür bereitstehenden Cache zwischengespeichert, sodass der Zugriff auf diesen Speicher sehr schnell ist. Der Speicher wird vom Host aus allokiert und beschrieben; der Zugriff durch Threads kann nur lesend erfolgen. Er eignet sich daher z.B. für Konstanten, die oft verwendet werden. In der nachfolgend vorgestellten GPU-Implementierung wird der constant memory genutzt, um u.a. die Koppelfaktoren  $\kappa$  vorzuhalten.

Der zum Erreichen der maximalen Performance wichtigste Speicher, und dies gerade bei der GPU-beschleunigten Simulation der nichtlinearen Signalpropagation in Mehrmodenfasern, ist der **shared memory**. Dieser Speicher ist auf dem GPU-Chip untergebracht (On-Chip) und bietet eine deutlich höhere Speicherbandbreite und niedrigere Latenzen als globaler oder lokaler Speicher. Alle Threads eines Blocks können auf diesen Speicher zugreifen. Werden die gleichen Daten von mehreren Threads eines Blocks benötigt, kann es sinnvoll sein diese Daten zunächst in

den shared memory zu laden. Müssen beispielsweise  $T$  Threads auf jedes Element eines Vektors der Länge  $T$  lesend zugreifen, so kann zunächst jeder Thread genau ein Element des Vektors aus dem global memory laden und im shared memory speichern. Nachfolgend können dann alle Threads des Blocks mit den im shared memory gespeicherten Kopien arbeiten. Dadurch wird die Anzahl der Zugriffe auf den globalen Speicher deutlich reduziert. Auch dieser Speicher steht jedoch nur sehr begrenzt zur Verfügung. Bei *Compute Capability* 3.5, und damit auf der Tesla K40c, ist dieser auf 48 KiB pro SM limitiert. Wann immer möglich sollte dennoch vom shared memory Gebrauch gemacht werden, da dessen Nutzung die Performance von GPU-beschleunigten Applikation deutlich verbessern kann.

## 4.2 Numerische Anwendung der Methoden

Nachdem die verwendeten Methoden, die Motivation zur Verwendung von GPU-Beschleunigern, sowie deren grundlegende Architektur und Programmierung erläutert wurden, wird die eigentliche Anwendung, sprich die Implementierung der Methoden, betrachtet. CPU- und GPU-Implementierung der RK4IP Methode wurden initial in [J1] beschrieben.

Für die numerische Simulation der nichtlinearen Signalpropagation werden zeitlich abgetastete Signale betrachtet. Dabei wird das Signal eines jeden Modus bzw. jeder Polarisation durch  $N$  Abtastwerte dargestellt. Betrachtet man  $M$  Moden mit je zwei orthogonalen Polarisationen, ergibt sich eine Matrix der Dimension  $2M \times N$ . In dieser Darstellung sind alle Abtastwerte, die zu einem Modus bzw. einer Polarisation gehören, in einer Zeile gespeichert. Alle Abtastwerte des gleichen Zeitpunkts finden sich in einer Spalte der Matrix. Eine exemplarische Darstellung der Signalmatrix findet sich in Abbildung 4.4.

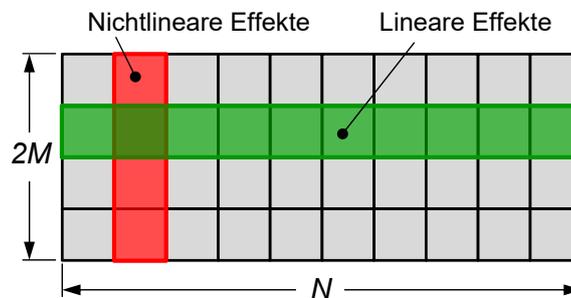


Abbildung 4.4: Exemplarische Darstellung der Matrix mit den Abtastwerten zur Simulation eines MDM-Übertragungssystems. Die Matrix umfasst  $2M$  Polarisations- und räumlichen Moden, sowie  $N$  Abtastwerte pro Polarisation und Modus.

Zur Untersuchung nichtlinearer Effekte müssen lange Symbolsequenzen (üblicherweise  $\sim 2^{14}$  Symbole) betrachtet werden. Jedes Symbol muss in Abhängigkeit des betrachteten Szenarios durch eine ausreichende Anzahl von Abtastwerten repräsentiert werden, wie später noch ausführlicher erläutert wird. So können 16 Abtastwerte pro Symbol ausreichend sein, für andere Konfigurationen sind jedoch sogar bis zu 256 Abtastwerte pro Symbol erforderlich. Daraus folgt für die Dimension der Matrix, dass  $N \gg 2M$ . Zur Anwendung des linearen Operators  $\hat{L}$  ist es notwendig das jeweilige Signal in den Frequenzbereich zu transformieren. Dies erfolgt mittels schneller Fourier-Transformation (FFT) (im Englischen „Fast Fourier Transform“). Für die

Anwendung der FFT werden stets alle  $N$  Abtastwerte, d.h. eine vollständige Zeile der Matrix, benötigt. Im Gegensatz hierzu wird der nichtlineare Operator  $\hat{N}$  immer auf alle  $2M$  Abtastwerte zu einem Zeitpunkt angewendet, also auf eine komplette Spalte der Matrix. Hervorgehoben ist dies in Abbildung 4.4.

Die Matrix kann entweder im row-major oder im column-major Format im Speicher abgelegt werden. Der Unterschied zwischen den Formaten besteht darin, wie Zeilen bzw. Spalten im Speicher wiederzufinden sind. Beim Speichern einer Matrix im row-major Format werden die aufeinanderfolgenden Elemente einer Zeile und beim column-major Format die aufeinanderfolgenden Elemente einer Spalte zusammenhängend im Speicher abgelegt. Ist die Matrix im row-major Format gespeichert, resultiert ein Zugriff auf eine Zeile dementsprechend in einem linearen Zugriff auf den Speicher. Der Zugriff auf die Elemente einer Spalte hingegen resultiert in Zugriffen auf nicht zusammenhängende Speicherbereiche. Die Wahl des passenden Speicherlayouts hat daher einen signifikanten Einfluss auf die Performance des implementierten Algorithmus.

Bei der Simulation der Signalpropagation in Einmodenfasern umfasst die Signalmatrix, gemäß der zuvor eingeführten Definition, nur zwei Zeilen, sofern beide Polarisierungen berücksichtigt werden. Für die Berechnung der nichtlinearen Wechselwirkung bedeutet dies, dass bei Verwendung des row-major Formats zur Berechnung der nichtlinearen Interaktionen zu einem Abtastzeitpunkt auf einen nicht zusammenhängenden Speicherbereich zugegriffen werden muss. Eine Spalte besteht in diesem Fall jedoch nur aus zwei Elementen, sodass vergleichsweise wenige unzusammenhängende Speicherzugriffe erfolgen. Bei Betrachtung von nur einem Signalmodus wurde in [76] und [106] die Fourier-Transformation als die die Rechenzeit dominierende Funktion identifiziert. Die Komplexität der FFT ist dabei  $O(MN \log_2 N)$  und skaliert linear mit der Anzahl räumlicher Moden  $M$ . Da mittels der FFT immer alle Abtastwerte einer Signalsequenz in den Frequenzbereich transformiert werden, werden für die Transformation immer alle Elemente einer Zeile benötigt. Im Gegensatz hierzu hat die Auswertung der Nichtlinearität eine Komplexität von  $O(M^2N)$  und erfordert, wie bereits erwähnt, den Zugriff auf alle  $2M$  Elemente einer Spalte. Alle weiteren Berechnungen des Algorithmus sind im Wesentlichen Additionen, Multiplikationen und trigonometrische Funktionen, die unabhängig auf den Abtastwerten ausgeführt werden können. Diese Berechnungen haben eine Komplexität von  $O(MN)$ . Es hängt daher primär von der Anzahl der räumlichen Moden  $M$  und der Anzahl der Abtastwerte  $N$  ab, welches Speicherlayout zu wählen ist. Da für die Simulation der nichtlinearen Effekte und deren Auswirkung auf die Qualität der Signalübertragung  $N \gg 2M$  gilt, und für eine geringe Anzahl räumlicher Moden damit auch  $\log_2(N) \gg M$ , ist das Speichern der Matrix im row-major Format üblicherweise von Vorteil. Andererseits kann der zur Berechnung der nichtlinearen Wechselwirkung erforderliche, spaltenweise Speicherzugriff das Leistungsvermögen der Implementierung potenziell nachteilig beeinflussen. Wie dies bei Nutzung eines GPU-Beschleunigers verhindert werden kann, wird in Abschnitt 4.2.3 erläutert. Zunächst werden aber verschiedene Varianten der Parallelisierung diskutiert.

### 4.2.1 CPU-Implementierung

Bevor die hier genutzten GPU-beschleunigten Implementierungen erstellt wurden, wurde der Algorithmus für Referenzzwecke für eine reine Ausführung auf einer CPU implementiert. Die CPU-Implementierung verwendet zur Berechnung der FFT die Bibliothek FFTW (*Fastest Fourier Transform in the West*)[118]. Der Einsatz der FFTW Bibliothek erlaubt es, die Berechnung der

FFT parallel auf mehreren CPU-Kernen auszuführen. Die weiteren Berechnungen innerhalb der Implementierung sind, soweit möglich, mit OpenMP [119] parallelisiert worden. Dies erlaubt es, die Implementierung auf einem beliebigen Mehrkernprozessor auszuführen. Alle Berechnungen außer der FFT, sowie die Anwendung des nichtlinearen Operators  $\hat{N}$ , können durch statische for-Schleifen realisiert werden, wobei die Berechnungen innerhalb der Schleifen unabhängig voneinander sind. Dementsprechend können die Berechnungen innerhalb der Schleifen parallel auf verschiedenen Kernen ausgeführt werden.

Die Anwendung des nichtlinearen Operators kann mittels drei geschachtelter Schleifen realisiert werden. Der Index der äußeren Schleife läuft über die  $2M$  Moden bzw. Polarisationen (d.h. Anzahl an Reihen). Weiter folgt eine mittlere Schleife, dessen Index über die  $N$  Abtastwerte einer Reihe (d.h. Anzahl an Spalten) läuft. Der Index der inneren Schleife läuft wieder über die  $2M$  Moden bzw. Polarisationen (d.h. Anzahl an Reihen). In der inneren Schleife wird die Summe aus Betragsquadraten zu einem Abtastzeitpunkt, gewichtet mit  $\kappa$ , gebildet. Diese Phasendrehung wird in der mittleren Schleife auf den jeweiligen Abtastwert angewendet. Die mittlere Schleife kann parallelisiert werden, während die äußerste Schleife über die  $2M$  räumlichen Moden und Polarisationen sequentiell abgearbeitet wird. Der Zugriff auf die Elemente einer Spalte resultiert in einem Zugriff auf einen unzusammenhängenden Speicherbereich. Aus diesem Grund kann die Anwendung des nichtlinearen Operators auch nicht ohne Weiteres vektorisiert werden.

Alternativ kann die Anwendung des nichtlinearen Operators, wie in [J1] beschrieben, auch als Matrix-Matrix-Multiplikation der Matrix der Betragsquadrate  $|A|^2$  mit der  $\kappa$  Matrix aufgefasst werden, wobei das Ergebnis anschließend elementweise mit der Matrix der Abtastwerte verrechnet wird.

### 4.2.2 Hybride CPU/GPU-Implementierung

Da vor allem die FFT als berechnungsintensiv gilt, und die FFT auf CPUs eher schlecht parallelisiert werden kann, ist es naheliegend, ausschließlich die Berechnung der Fourier-Transformation auf die GPU auszulagern. Zum Vergleich wurde daher im Rahmen von [J1] eine Variante des Algorithmus implementiert, bei der die FFTW Bibliothek durch die von NVIDIA bereitgestellte Bibliothek cuFFTW ersetzt wird. Die cuFFTW Bibliothek bietet ein FFTW-kompatibles Interface zur NVIDIA *CUDA Fast Fourier Transform* Bibliothek (cuFFT) und kann als *Drop-In*-Ersatz für die FFTW Bibliothek verwendet werden. Dies bedeutet, dass lediglich die Headerdatei, in der die Funktionsdeklarationen definiert sind, ausgetauscht werden muss und dass gegen die cuFFTW Bibliothek anstelle der FFTW Bibliothek gelinkt werden muss. Modifikationen am restlichen Code sind nicht erforderlich. Beim Einsatz der cuFFTW werden alle für die Berechnung der FFT benötigten Daten automatisch in GPU-Speicher, sowie nach Abschluss der Berechnung wieder in den Host-Speicher kopiert, da alle anderen Berechnungen auf der CPU durchgeführt werden. Dies kann potenziell die Laufzeit beeinträchtigen, wie in Abschnitt 4.2.4 diskutiert.

### 4.2.3 GPU-Implementierung

Die Anwendung des linearen Operators ist vergleichsweise einfach zu parallelisieren. Die Berechnungen für jeden Abtastwert werden von je einem Thread durchgeführt. Damit erfolgen bei

entsprechender Parametrisierung der Thread-Blöcke ausschließlich zusammenhängende Speicherzugriffe. Die FFT wird unter Zuhilfenahme der cuFFT Bibliothek berechnet. Vor der Durchführung von Berechnungen auf der GPU ist es notwendig, die Daten vom Host auf die GPU zu transferieren bzw. diese nach Abschluss der Berechnungen wieder zurück auf den Host zu kopieren. Da der PCIe Bus im Vergleich mit dem Speicher der GPU recht langsam ist, ist es sinnvoll, alle Berechnungen auf der GPU durchzuführen und die Daten erst nach vollständigem Durchlauf des Algorithmus zurück auf den Host zu kopieren. Die Kontrolle des Programmflusses wird dabei zwar nach wie vor von der CPU übernommen, es werden jedoch, im Gegensatz zu der im vorherigen Abschnitt beschriebenen Variante, keine Berechnungen auf den abgetasteten Signalen von der CPU durchgeführt. Weiter kann der Einfluss des initialen und abschließenden Datentransfers durch den Einsatz von asynchronen Kopieroperationen minimiert werden. Die asynchronen Operationen terminieren direkt nach Funktionsaufruf und erlauben es direkt mit anderen, bereits zuvor transferierten Daten Berechnungen durchzuführen. In CUDA wird dies durch sogenannte Streams realisiert. Ein Stream ist dabei eine Sequenz von Operationen, die in einer durch CPU-Code vorgegebenen Reihenfolge ausgeführt werden. Hervorzuheben ist, dass Operationen in verschiedenen Streams verschachtelt werden können, um dadurch zeitgleich ausgeführt zu werden. Für die Anwendung der SSFM oder RK4IP Methode kann für jeden räumlichen Modus bzw. jede Polarisation jeweils ein Stream verwendet werden. Sobald eine vollständige Zeile der Matrix auf die GPU transferiert wurde, kann die FFT dieses Signals berechnet werden bzw. die Anwendung des linearen Operators auf diese Zeile kann durchgeführt werden. Während der Durchführung der Berechnungen wird die nächste Zeile der Matrix auf die GPU kopiert usw. Damit können Berechnungen und Datenbewegungen zeitgleich erfolgen. Gleiches ist nach Abschluss aller Berechnungen für die Polarisation eines räumlichen Modus möglich. Die in der Zeile gespeicherten Daten können bereits zum Host zurück kopiert werden, während auf den anderen Zeilen der Matrix noch Berechnungen durchgeführt werden.

### Nutzung des Shared Memory

Bereits angesprochen wurde die Tatsache, dass die als Matrix-Multiplikation auffassbare Berechnung des nichtlinearen Operators  $\hat{N}$  innerhalb der CPU-Implementierung nicht vektorisiert werden kann. Der spaltenweise Speicherzugriff kann hierbei zu einer Verschlechterung der Laufzeit des Simulationsprogramms führen, wie im Rahmen der in Abschnitt 4.2.4 vorgestellten Laufzeitanalyse noch ausführlicher diskutiert wird. GPUs hingegen bieten architektur-spezifische Besonderheiten, die es erlauben diese *Access Penalty* zu vermeiden. Wie in [J1] beschrieben kann der shared memory bei der Berechnung des nichtlinearen Operators verwendet werden, um Teilbereiche der Matrix, hier einzelne Spalten, vorzuhalten. Dadurch kann ein Zugriff auf unzusammenhängende Speicherbereiche weitestgehend vermieden werden. Die Matrix wird in Teilmatrizen aufgeteilt, sodass ein gekacheltes Muster entsteht. Hierfür werden wiederum auf die Problemgröße angepasste zweidimensionale Thread-Blöcke verwendet. Jeder Thread liest ein Element der  $|A|^2$  Teilmatrix ein und speichert dieses im shared memory. Eine mögliche Realisierung ist die Aufteilung in Kacheln der Größe  $32 \times 32$ . Die Größe ist entsprechend der GPU-Architektur so zu wählen, dass stets alle Daten einer *cache line* verwendet werden. Zur Berechnung der nichtlinearen Phasendrehung muss nun jeder Thread in einer Spalte des Thread-Blocks auf alle Elemente einer Spalte der  $|A|^2$  Matrix zugreifen. Da diese im shared memory vorhanden sind, muss ein einzelner Thread nicht auf unzusammenhängende Speicherbereiche des global memory zugreifen. Dadurch werden auch die Zugriffe auf den global memory

deutlich reduziert. Weiter resultiert der Zugriff auf den shared memory aufgrund der anderen Organisation des Speichers nicht in einer *Access Penalty*, die ansonsten durch den Spaltenzugriff hervorgerufen werden würde.

Wie in [K11] analysiert, hat die Nutzung des shared memory eine deutliche Auswirkung auf die Laufzeit des Simulationsprogramms. Abbildung 4.5 zeigt die relative Laufzeit bei Verwendung des shared memory und ohne Nutzung des shared memory. Dargestellt ist die Ausführungszeit

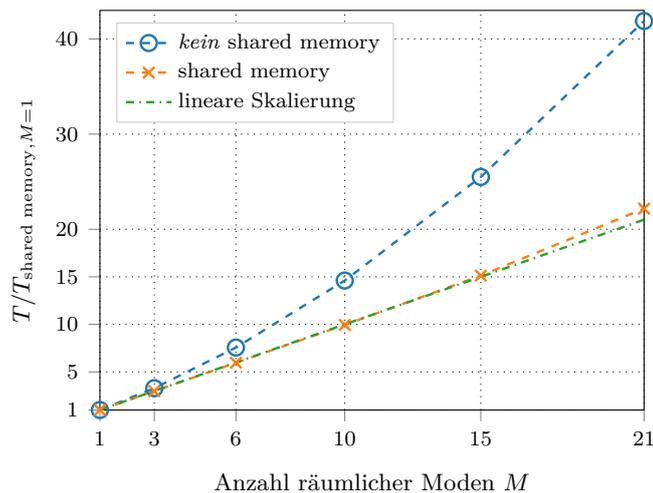


Abbildung 4.5: Relative Laufzeit bei Verwendung und ohne Verwendung des shared memory.

beider Varianten für bis zu 21 räumliche Moden, relativ zur Berechnungszeit für einen einzelnen räumlichen Modus, die bei Nutzung des shared memory erzielt wird. Simuliert wurde die nichtlineare Signalausbreitung von Signalen, die durch  $2^{21}$  Abtastwerte pro räumlichem Modus und pro Polarisation repräsentiert werden. Der Laufzeitmessung liegt die RK4IP Methode zugrunde.

Hat der Verzicht auf die Nutzung des shared memory für  $\leq 3$  Moden nahezu keinen Einfluss auf die Laufzeit, tritt mit steigender Modenanahl eine deutliche Verschlechterung der Laufzeit auf. So ist für die Simulation der nichtlinearen Signalpropagation von 21 räumlichen Moden mehr als die 40-fache Berechnungszeit notwendig, die zur Simulation eines einzelnen Modus benötigt wird. Wird hingegen der shared memory genutzt, skaliert die Laufzeit nahezu linear mit der Anzahl der Moden; d.h., dass bei konstanter, durch die GPU bereitgestellter Rechenleistung für die Simulation von  $M$  Moden nur die  $M$ -fache Simulationszeit notwendig ist. Die Verwendung des shared memory ist daher ein wesentliches Schlüsselement, das es erlaubt, die nichtlineare Signalpropagation von vielen Moden zu untersuchen.

#### 4.2.4 Laufzeiten der Implementierungen und Speedup der RK4IP Methode

Der Laufzeitvergleich der CPU- und GPU-beschleunigten Implementierungen der RK4IP Methode [J1] wird auf einem System mit Intel Xeon E5-2620v3 CPU durchgeführt. Diese CPU stellt 6 physische und durch Hyper-Threading insgesamt 12 logische Kerne zur Verfügung. Die CPU-Frequenz ist durch Deaktivierung des Intel Turbo Boost auf 2,4 GHz festgesetzt. Das System ist mit 32 GB DDR4-ECC-RAM ausgestattet. Bei der verwendeten GPU handelt es sich um eine NVIDIA Tesla K40c.

Betrachtet wird die Ausbreitung von bis zu 15 räumlichen Moden mit je zwei orthogonalen Polarisierungen. Je Modus und pro Polarisation wird die Übertragung von  $2^{15}$  Symbolen simuliert, wobei jedes Symbol durch 32 Abtastwerte dargestellt wird. Die resultierenden Signalmatrizen haben dementsprechend die Dimensionen  $[2, 6, 12, 20, 30] \times 2^{20}$ . Alle Berechnungen werden in doppelter Genauigkeit ausgeführt; berechnet werden 1000 Schritte.

In Tabelle 4.1 sind die Laufzeiten für CPU-, hybride CPU/GPU- und GPU-Implementierung, sowie der Speedup der GPU-Implementierung aufgeführt. Die hybride Implementierung wird im Weiteren als CPU+GPU bezeichnet. Die vergangene Echtzeit (im Englischen als „Elapsed Real Time“ oder „Wall Time“ bezeichnet) umfasst dabei die wahrnehmbare Zeit, die zwischen Start und Ende der Programmausführung vergeht. Vergleicht man zunächst die CPU-

Tabelle 4.1: Laufzeiten der Implementierungen und Speedup der GPU-Implementierungen in Abhängigkeit der Modenanzahl.

Anzahl der räumlichen Moden	Vergangene Echtzeit $T$ in s			$T_{\text{CPU}}/T_{\text{GPU}}$
	CPU	CPU+GPU	GPU	
1	452,5	253,8	18,5	24,5
3	939,8	829,3	53,8	17,5
6	2140,5	2070,8	107,6	19,9
10	6687,3	6559,5	179,6	37,2
15	14027,6	13689,1	274,8	51,0

Implementierung und die CPU+GPU-Implementierung, bei der nur die FFTs auf der GPU ausgeführt werden, profitiert die CPU+GPU-Implementierung bei der Simulation der Ausbreitung eines einzelnen Modus von der GPU-beschleunigten FFT. Mit steigender Modenanzahl nähert sich die Laufzeit der CPU+GPU-Implementierung immer mehr der CPU-Implementierung an, sodass der Vorteil der GPU-beschleunigten FFTs nicht mehr zum Tragen kommt. Wie in Abschnitt 4.2.2 erläutert ist die Ursache hierfür, dass die Signalmatrix vor und nach jeder FFT kopiert werden muss. Dies führt mit zunehmender Modenanzahl und entsprechend immer größeren Matrizen eindeutig zu einer Leistungseinbuße. Den gesamten Algorithmus auf der GPU auszuführen eliminiert den Overhead der Kopieroperationen.

Mit der GPU-Implementierung kann gegenüber der CPU-Implementierung ein Speedup von  $\sim 25$  bei der Simulation der nichtlinearen Signalausbreitung des Grundmodus erzielt werden. Für 3 und 6 räumliche Moden wird hingegen ein geringerer Speedup erreicht. Dies liegt daran, dass die Mehrkern-CPU bei Simulation eines Modus noch nicht voll ausgelastet ist. So führt eine Erhöhung von einer auf 3 räumliche Moden nur zu einer Verdoppelung der Laufzeit, obwohl die Anzahl der Unbekannten verdreifacht wird. Für noch mehr Moden erzielt die GPU-Implementierung deutlich höhere Speedups. Wie bereits in Abschnitt 4.2.3 gezeigt, skaliert die Laufzeit der GPU-Implementierung nahezu linear mit der Anzahl der Moden. Die CPU-Implementierung skaliert hingegen vergleichsweise schlecht und ungleichmäßig mit der Anzahl an Moden. Dies kann anhand der Laufzeiten der einzelnen Routinen erläutert werden; hierfür wird die Simulation von 15 räumlichen Moden detailliert analysiert.

Die prozentualen Laufzeiten, zusammengefasst für Berechnungen die Spaltenzugriff benötigen, für Berechnungen die Zeilenzugriff benötigen und für die FFTs, sind in Tabelle 4.2 gegeben. Auffällig ist vor allem, dass die FFTs nur 12,3% der Laufzeit der CPU-Implementierung ausmachen, jedoch 52,3% der Ausführungszeit der GPU-Implementierung. Die gemessenen Speedups

Tabelle 4.2: Auf die FFTs sowie Operationen mit unterschiedlichen Speicherzugriffsmustern entfallende prozentuale Laufzeit bei Simulation der nichtlinearen Signalpropagation von 15 räumlichen Moden.

Device	Prozentuale vergangene Echtzeit		
	FFT	Spaltenzugriff	Zeilenzugriff
CPU	12,3 %	68,8 %	18,9 %
GPU	52,3 %	12,5 %	35,2 %

werden demzufolge nicht durch bloße Nutzung der cuFFT Bibliothek verursacht. Vielmehr sind die hohen Speedups durch die effizientere Parallelisierung anderer Berechnungen bedingt. Zwar gilt die FFT als eine der rechenaufwendigsten Operationen, benötigt auf der CPU im Gegensatz zu Operationen mit Spaltenzugriff aber vergleichsweise wenig Rechenzeit. Auf Operationen mit Spaltenzugriff entfallen bei der CPU-Implementierung 68,8 % der Rechenzeit. Da die Signalmatrix zeilenweise im Speicher liegt, was wiederum für die Berechnung der FFTs optimal ist, kommt es bei Berechnung der Operationen mit Spaltenzugriff in der CPU-Implementierung zu Cache Misses; d.h. dass die Daten nicht im Cache der CPU vorliegen, sondern aus dem vergleichsweise langsamen Hauptspeicher geladen werden müssen. Wie zuvor und in [J1] diskutiert, verhindert die Repräsentation im Speicher auch eine Vektorisierung der Operationen mit Spaltenzugriff seitens des Compilers. Auf der GPU benötigen Operationen mit Spaltenzugriff, dank Nutzung des shared memorys, lediglich 12,5 %. Dies zeigt, dass es im Rahmen der GPU-Implementierung möglich ist, sowohl die Matrix-Multiplikationen effizient zu implementieren als auch die Datenstruktur für die Anwendung der FFT zu optimieren.

In Konsequenz bietet die GPU die deutlich bessere Architektur für diese Applikation, da jede Routine des Algorithmus optimiert werden kann. Bei Programmierung für die CPU ist es hingegen notwendig zu entscheiden, ob für die FFTs oder die Berechnung der nichtlinearen Interaktion optimiert werden soll.

### 4.3 Speichereffiziente Implementierung

Neben einer schnellen Berechnung der Algorithmen, also einer kürzen Ausführungszeit der Simulation, ist die speichereffiziente Implementierung der verwendeten Methoden eine der primären Herausforderungen, wenn die nichtlineare Signalpropagation möglichst vieler räumlicher Moden von Interesse ist. Um den Einfluss der nichtlinearen Effekte auf die Übertragungsqualität untersuchen zu können, sind lange Symbolsequenzen notwendig. Des Weiteren müssen die einzelnen Symbole durch eine ausreichend hohe Anzahl von Abtastwerten dargestellt werden. Dies resultiert in einer entsprechend großen Matrix an Abtastwerten. Soll z.B. die Übertragung von 80 WDM-Kanälen betrachtet werden, muss eine spektrale Bandbreite größer als die 4 THz des genutzten Spektrums simuliert werden. Bei einer Symbolrate von 32 GBaud muss jedes Symbol durch 256 Abtastwerte repräsentiert werden, sodass eine spektrale Bandbreite von 8,192 THz simuliert wird. Bei  $2^{14}$  Symbolen sind  $N = 2^{14+8}$  Abtastwerte pro Polarisation und pro Modus notwendig. Werden die  $N$  komplexen Werte mit doppelter Genauigkeit gespeichert, also  $2 \cdot 64 \text{ bit} = 16 \text{ B}$  pro Wert, belegt die abgetastete Repräsentation eines Signals bereits 64 MiB; bei Betrachtung beider Polarisationen damit 128 MiB pro Modus. Der Speicherbedarf skaliert linear mit der Anzahl räumlicher Moden, sodass die Signalmatrix bei z.B. 15 räumli-

chen Moden, wie in [K6], 1920 MiB belegt. Damit ist offensichtlich, dass eine effiziente Nutzung des GPU-Speichers notwendig ist, wenn die Signalpropagation vieler räumlicher Moden simuliert werden soll. Bei dem nur sehr begrenzt zur Verfügung stehenden GPU-Speicher kann nur eine sehr geringe Zahl temporärer Ergebnisse in Größe des Signals zwischengespeichert werden. Andernfalls ist die Anzahl von Abtastwerten je Symbol bzw. die Anzahl der räumlichen Moden stark limitiert; die Anzahl an Symbolen kann zur korrekten Erfassung der nichtlinearen Effekte nicht reduziert werden.

Der Fokus von frei verfügbaren Implementierungen zur Simulation der nichtlinearen Signalpropagation in Glasfasern liegt oftmals nicht auf einer effizienten Nutzung des Speichers. So wird in der skalaren, also ohne Berücksichtigung von Polarisierungseffekten, SSFM-Agrawal Implementierung *SSPROP*<sup>1</sup> des *Photonics Research Laboratory* der *University of Maryland, MD, USA* 6-mal Speicher in Größe des Signals allokiert. Weiter wird temporär Speicher für  $N$  reelle Werte allokiert, entsprechend der halben Größe des Signals. In der einmodigen, vektoriellen Implementierung von *SSPROP*, mit der die Ausbreitung beider Polarisierungen des Grundmodus simuliert werden kann, wird sogar Speicher in 17,5-facher Größe des Signals allokiert.

Bei anderen Implementierungen, wie der unter CeCILL Lizenz veröffentlichten Implementierung der ERK4(3)IP Methode *SPIP* [120], liegt der Fokus ebenfalls nicht auf der sparsamen Nutzung des Speichers. Bei der ERK4(3)IP (im Englischen „Embedded Runge-Kutta 4(3)“) Methode handelt es sich um eine modifizierte Variante der RK4IP Methode, bei der ein Runge-Kutta-Verfahren vierter Ordnung in Kombination mit einem Runge-Kutta-Verfahren dritter Ordnung zur lokalen Fehlerbestimmung genutzt wird [99]. Polarisierungseffekte werden in der Implementierung [120] nicht betrachtet. In dieser Implementierung wird im Hauptprogramm 3-mal Speicher in Größe des Signals allokiert. Weiter wird in der Subroutine, in der der eigentliche Algorithmus implementiert ist, nochmals 21-mal Speicher in Größe des Signals allokiert. Zusätzlich wird noch temporärer Speicher in 2-facher Größe des Signals für die Fourier-Transformationen benötigt. Die einzige Implementierung, die sich ohne Modifikationen grundsätzlich zur Simulation mehrerer räumlicher Moden nutzen lässt, ist der *GMMNLSE-Solver* [121] der Forschungsgruppe um Frank Wise der *Cornell University, NY, USA*. Der *GMMNLSE-Solver* liegt zusätzlich in einer GPU-beschleunigten Variante vor. Bei dieser sind allerdings nur einzelne Kernel selbst implementiert worden, ansonsten wird von der *MATLAB Parallel Toolbox* Gebrauch gemacht. Der Grad der Parallelität beeinflusst hier jedoch direkt den Speicherbedarf des Algorithmus. So kann auf einer GeForce Titan X, die ebenso wie die Tesla K40c über 12 GB Speicher verfügt, bei einem Grad der Parallelität von 10 und  $N = 2^{13}$  Abtastwerten die Ausbreitung von 125 Moden simuliert werden<sup>2</sup>. Schon bei nur  $2^4 = 16$  Abtastwerten pro Symbol und  $2^{14}$  Symbolen, belegt eine einzelne Signalsequenz 32-mal mehr Speicher. In diesem Fall könnten maximal 4 Moden simuliert werden.

Nun werden in allen drei vorgestellten Implementierungen neben der Kerr-Nichtlinearität auch Selbstversteilerung (im Englischen „Self-Steepening“) und Raman-Streuung (genauer die nicht instantane Raman-Streuung (im Englischen „Delayed Raman Response“)) berücksichtigt. Die beiden letztgenannten Effekte werden in dieser Arbeit nicht betrachtet. Die Simulation dieser zusätzlichen Effekte ist keine Erklärung für den extrem hohen Speicherbedarf. Sicherlich erfüllen alle drei genannten Implementierungen ihren Zweck, so wie z.B. der *GMMNLSE-Solver*, der für die Simulation von Solitonen in Mehrmodenfasern verwendet wird. Festgehalten werden muss

<sup>1</sup><https://www.photonics.umd.edu/software/ssprop/>

<sup>2</sup><https://github.com/WiseLabAEP/GMMNLSE-Solver-FINAL/blob/master/README.pdf>

an dieser Stelle aber, dass (mittlerweile) zur Verfügung stehende Implementierungen für die Untersuchung der nichtlinearen Signalpropagation in hochgradig mehrmodigen Übertragungssystemen ungeeignet sind.

Ziel dieses Kapitels ist es nicht, die zuvor genannten Implementierungen im Detail zu analysieren. Diskutiert werden soll hier der minimal zur Simulation der nichtlinearen Signalpropagation notwendige Speicher. Grundsätzlich kann eine Implementierung der Methoden weitgehend anhand der mathematischen Beschreibung umgesetzt werden. Es sollte jedoch nicht initial Speicher für jede in der mathematischen Beschreibung verwendeten Variablen reserviert werden, der erst am Ende des Simulationsprogramms wieder freigegeben wird. Gerade hierdurch wird unnötig viel Speicher verbraucht. Bereits die erneute Nutzung bzw. Freigabe von Speicher, der für Variablen allokiert worden ist, die nicht länger benötigt werden, reduziert den Gesamtspeicherbedarf erheblich. Weiter wird nicht direkt offensichtliches Optimierungspotenzial zur Reduktion des Speicherbedarfs beschrieben.

### 4.3.1 Optimierte Implementierungen der SSFM und RK4IP Methode

Die beiden SSFM Varianten, SSFM-Agrawal und SSFM-RK4, benötigen, ebenso wie die RK4IP Methode, Speicher für das Signal  $A(z, t)$ . Weiter ist in allen drei Methoden Speicher in Größe des Signals für die Transformation in den Frequenzbereich notwendig. Dieser wird beim Erstellen des FFT-Plans, einem speziellen FFTW-Objekt, allokiert. Gemeinsam haben die drei Methoden darüber hinaus, dass Speicher benötigt wird um  $|A|^2$  zu speichern. Da es sich um reelle Werte handelt, wird hierfür Speicher in Größe des halben Signals benötigt. Wird der lineare Operator vorberechnet und zwischengespeichert, wird nochmals Speicher in Größe des Signals benötigt.

Für den iterativen Ansatz der SSFM-Agrawal wird außerdem Speicher für das temporäre Ergebnis  $A(z + h/2, t)$  benötigt; hier wurde nur der lineare Operator  $\hat{L}$  angewendet. Dieses Zwischenergebnis wird in jeder Iteration benötigt und kann daher nicht in dem für  $A(z, t)$  reservierten Speicher gespeichert werden. Der für das eigentliche Signal allokierte Speicher wird verwendet um  $A(z, t)$  bzw.  $A(z + h, t)$  zu speichern, bis das iterative Verfahren beendet ist. Auch für die Betragsquadrate  $|A(z + h/2, t)|^2$  muss Speicher reserviert werden. Somit ergibt sich ein Gesamtspeicherbedarf in Höhe des 5-fachen der Signalgröße.

Für die SSFM-RK4 wird nur einmal Speicherplatz für das Signal benötigt. Allerdings ist Speicher in 4-facher Größe des Signals für die Korrektoren  $k_1, k_2, k_3$  und  $k_4$  notwendig. Bei Vorberechnung des linearen Operators liegt der Gesamtspeicherbedarf zusammen mit dem Speicher für FFT und  $|A|^2$  damit beim 7,5-fachen des für ein Signal benötigten Speichers.

Bei der RK4IP Methode wird das Signal  $A(z, t)$  zunächst in das Wechselwirkungsbild transformiert, vgl. Gleichung (3.28a). Im nächsten Schritt wird der Korrektor  $k_1$  berechnet, wozu wieder  $A(z, t)$  benötigt wird. Ansonsten gleicht die Methode hinsichtlich des Speicherbedarfs der SSFM-RK4. Der Gesamtspeicherbedarf würde damit bei dem 8,5-fachen des für ein Signal benötigten Speichers liegen. Nun kann der Korrektor  $k_1$  mittels Gleichung (3.28b) aber auch vor der Transformation in das Wechselwirkungsbild berechnet werden. Daraus folgt, dass in Gleichung (3.28a) das Ergebnis  $A_I$  direkt in dem für  $A$  reservierten Speicher gespeichert werden kann. Der Speicherbedarf entspricht dann exakt dem der SSFM-RK4.

Für vergleichsweise wenig räumliche Moden, z.B. 15 wie in [K6], kann in der SSFM-Agrawal zusätzlich der Speicher für  $|A(z + h/2, t)|^2$  eingespart werden. Die Berechnung der Betragsquadrate kann grundsätzlich direkt im Kernel für die nichtlinearen Einflüsse durchgeführt werden,

wodurch der Speicherbedarf auf 4,5 sinken würde. Für die SSFM-RK4 und RK4IP Methode können ähnliche Optimierungen vorgenommen werden, sodass der Speicherbedarf auf die 7-fache Signalgröße reduziert werden könnte. Für viele Moden unterliegt dieser Ansatz jedoch Limitierungen aufgrund der Anzahl zu startender Threads und des limitiert zur Verfügung stehenden shared memory. Aufgrund dessen wurde dieser Ansatz nicht weiterverfolgt. Auch ermöglicht erst die temporäre Speicherung der Betragsquadrate die später in Abschnitt 4.4 beschriebene Multi-GPU Implementierung. Der Speicherbedarf kann aber auch durch andere Maßnahmen weiter reduziert werden, wie nachfolgend beschrieben.

### 4.3.2 Vorberechnung des linearen Operators

Eine Möglichkeit den Speicherbedarf zu reduzieren, besteht darin, auf die Vorberechnung des linearen Operators zu verzichten, wie in [K11] untersucht. Der lineare Operator  $\hat{L}$  in Gleichung (3.22) kann direkt auf die abgetasteten Signale angewendet werden, nachdem dieser in den Frequenzbereich transformiert worden ist [40, Kap. 2.4.1],

$$-\frac{\alpha}{2} + i \sum_{n=0} \left( \frac{i^n}{n!} \beta_n \frac{\partial^n}{\partial t^n} \right) \circ \bullet - \frac{\alpha}{2} + i \sum_{n=0} \left( \frac{i^n}{n!} \beta_n (-i\omega)^n \right), \quad (4.1)$$

da die zeitlichen Ableitungen durch die Transformation in den Frequenzbereich verschwinden. Der Realteil von  $\hat{L}$  enthält die Dämpfung; der Imaginärteil den dispersiven Anteil des Operators. Da die Ausbreitungskonstanten  $\beta$  vom jeweiligen Modus abhängen, ist der lineare Operator für jeden Modus zu berechnen. Wenn sich der lineare Operator nicht ändert, kann dieser grundsätzlich vorberechnet und zwischengespeichert werden, wie z.B. in *SPIP* [120] oder *GMMNLSE-Solver* [121] implementiert. Die Vorberechnung und Speicherung des linearen Operators  $\hat{L}$  erfordert jedoch dieselbe Menge Speicher wie ein Signal. Hier stellt sich die Frage, wie die Speicherverwendung reduziert werden kann und ob ein Verzicht auf die Vorberechnung Auswirkungen auf die Ausführungszeit der Implementierung hat.

Wie in der Publikation [K11] wird zunächst der Realteil des linearen Operators betrachtet. Sowohl die FFTW als auch die cuFFT berechnen unnormierte FFTs. Das bedeutet, dass das abgetastete Signal bei Anwendung von FFT und inverser FFT (IFFT) mit dem Faktor der Anzahl an Abtastwerten  $N$  multipliziert wird. Das Ergebnis muss dementsprechend normiert, also mit  $1/N$  multipliziert werden. An dieser Stelle kann man es sich zunutze machen, dass oftmals ein frequenzunabhängiger Dämpfungskoeffizient  $\alpha$  angenommen wird. D.h., dass bei der Vorberechnung des linearen Operators  $\hat{L}$  der Realteil nur den konstanten Wert  $-\alpha/2$  enthält. Alternativ kann die Dämpfung auch innerhalb der Normierung berücksichtigt werden. Die Normierung wird dazu um den Faktor  $-\alpha/2 \cdot h_{\text{sub}}$  ergänzt, wobei  $h_{\text{sub}}$  hier die Schrittlänge des linearen Teilschritts ist. Auf die Vorberechnung des Realteils kann dann verzichtet werden. Dies reduziert auch die Anzahl an Speicherzugriffen. Da nur noch der Imaginärteil zwischengespeichert wird, muss auch nur noch auf diesen zugegriffen werden. Die Berücksichtigung der Dämpfung in der Normierung bietet darüber hinaus erhebliche Vorteile, wenn eine Ortsabhängigkeit des Dämpfungskoeffizienten modelliert werden soll, wie z.B. bei Raman-Verstärkung der Fall. So kann ein  $z$ -abhängiger Dämpfungskoeffizient  $\alpha$ , dann mit anderem Vorzeichen, genutzt werden, um die Verstärkung entlang der Faser zu simulieren, wie z.B. in [K13] implementiert.

Anstatt in jedem Schritt den Realteil des vorberechneten linearen Operators  $\hat{L}$  neu zu berechnen bzw. anpassen zu müssen, ist es nur notwendig, den entsprechenden Faktor in der Normierung zu berücksichtigen. Auch die Modellierung von MDL ist damit weiterhin möglich. Pro abgetastetem Signal, in der hier verwendeten Darstellung also je Zeile der Matrix, kann ein angepasster Normierungsfaktor verwendet werden.

Weiteres Einsparungspotenzial bietet der dispersive Anteil des linearen Operators  $\hat{L}$ . Neben der eigentlichen Vorberechnung von  $\hat{L}$  wird in *SSPROP* oder auch *SPIP* zusätzlich  $\exp(\hat{L}h)$  vorberechnet und zwischengespeichert. Dadurch ist die Multiplikation mit der Schrittlänge  $h$ , ebenso wie die Auswertung der Exponentialfunktion, nur noch einmal notwendig; allerdings muss  $\exp(\hat{L}h)$  immer dann neu berechnet werden, wenn  $h$  geändert wird. Auch wird anstatt Speicher einzusparen, das hier vorrangige Ziel, mehr Speicher benötigt. Durch den zusätzlich für  $2MN$  komplexe Werte benötigten Speicher, wird der im Zusammenhang mit  $\hat{L}$  stehende Speicherbedarf verdoppelt. Bereits in einer frühen Implementierung, der für diese Arbeit verwendeten SSFM-Agrawal, wurde aus diesem Grund nur  $\hat{L}$  vorberechnet. So muss kein zusätzlicher Speicherplatz für  $\exp(\hat{L}h)$  allokiert werden und die Schrittlänge kann von Schritt zu Schritt neu gewählt werden. In diesem Zusammenhang wurde festgestellt, dass dieses Vorgehen trotz der notwendigen Multiplikation, sowie der Auswertung der Exponentialfunktion, keinen negativen Einfluss auf die Laufzeit der Implementierung hat. Grund hierfür ist das Verstecken von Latenzen der mathematischen Operationen (im Englischen „Latency Hiding“). Während ein *Warp* auf Daten wartet, können durch einen anderen *Warp* Berechnungen durchgeführt werden, wie bereits zuvor erläutert. Im konkreten Fall bedeutet dies, dass sowohl die Multiplikation mit  $h$  als auch die Auswertung der Exponentialfunktion durchgeführt wird, während ein anderer Teil des vorberechneten  $\hat{L}$  geladen wird. Somit bringt es bei Implementierung der Methoden auf einer GPU keinen Vorteil die Anzahl von Multiplikationen zu verringern, auf die Auswertung von Exponentialfunktion zu verzichten und  $\exp(\hat{L}h)$  vorzuhalten. Es stellt sich die Frage, wie viele Berechnungen durchgeführt werden können, sodass diese noch versteckt werden können. Im Extremfall kann vollständig auf die Vorberechnung von  $\hat{L}$  verzichtet werden, wie in [K11] betrachtet.

In der vorgenommenen Implementierung wird der Frequenzvektor, der die abgetasteten  $\omega$  Werte enthält, weiter vorberechnet und zwischengespeichert. Dieser ist vergleichsweise klein und belegt nur  $N$  reelle Werte. Auch die Fakultäten  $n!$  werden zusätzlich vorgehalten. Anstatt also  $\hat{L}$  zu laden, wird die in Gleichung (4.1) gegebene Berechnung des Imaginärteils im Frequenzbereich jedes Mal durchgeführt. Durch diese Optimierungen sind statt der  $2MN$  komplexen Werten von  $\hat{L}$  nur noch die  $N$  reellen Werte von  $\omega$  vorzuhalten. Der zu reservierende Speicher für die Fakultäten fällt nicht ins Gewicht und wird vernachlässigt. Kann dadurch definitiv Speicherplatz eingespart werden, müssen im Folgenden die Auswirkung auf die Ausführungszeiten von Simulationen analysiert werden.

Relative, mit Implementierungen der RK4IP Methode ermittelte Laufzeiten für alle drei Varianten sind in Abbildung 4.6 dargestellt. Ermittelt wurden die Laufzeiten der Implementierung für die Simulation von bis zu 21 räumlichen Moden. Dabei sind die Berechnungszeiten relativ zur Ausführungszeit, die für die Simulation eines einzelnen Modus erforderlich ist. Hierbei wird  $\beta_n$  bis einschließlich der zweiten Ordnung berücksichtigt. Für die Laufzeitmessungen wurde die Ausbreitung von Signalen mit je  $2^{21}$  Abtastwerten pro räumlichem Modus und je Polarisation betrachtet. Die als „Im $\{\hat{L}\}$ “ vorberechnet“ bezeichnete Implementierungsvariante entspricht der Variante, in der auf die Vorberechnung des Realteils verzichtet wird und bei der der Dämpfungs-

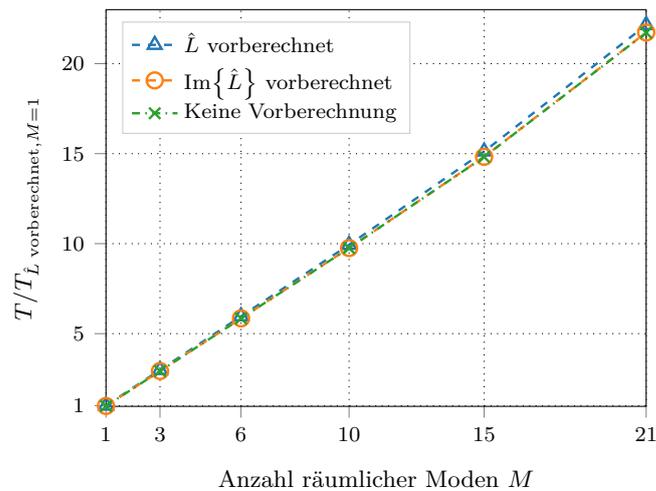


Abbildung 4.6: Relative Laufzeiten bei Vorbereitung, Teil-Vorbereitung und Verzicht auf Vorbereitung des linearen Operators  $\hat{L}$ .

koeffizient  $\alpha$  in der Normierung berücksichtigt wird. Diese Variante zeigt erwartungsgemäß keinen negativen Einfluss auf die Ausführungszeit, resultiert jedoch auch nicht in einer Reduktion der Ausführungszeit. Auch die Variante, bei der vollständig auf die Vorbereitung des linearen Operators  $\hat{L}$  verzichtet wird, zeigt keinen negativen Einfluss auf die Performance, obwohl zusätzliche Berechnungen ausgeführt werden müssen. Ursache ist, dass sowohl die Anwendung von „ $\hat{L}$  vorberechnet“ als auch von „ $\text{Im}\{\hat{L}\}$  vorberechnet“ durch die Speicherbandbreite limitiert sind. Neben dem Operator  $\hat{L}$  muss auch das abgetastete Signal geladen werden, sodass die zusätzlich notwendigen Berechnungen zur Auswertung und Anwendung von  $\hat{L}$  durchgeführt werden können, während auf Speicherzugriff gewartet wird. In Konsequenz kann auf die Vorbereitung des linearen Operators  $\hat{L}$  vollständig verzichtet werden, ohne die Simulationszeit negativ zu beeinträchtigen.

Der Speicherbedarf der SSFM-RK4 und der RK4IP Methode kann damit auf die 6,5-fache Signalgröße reduziert werden. Zwar weist die Implementierung der SSFM-Agrawal einen noch niedrigeren Speicherbedarf auf, jedoch erfordert die Verwendung, wie in Abschnitt 3.3.3 beschrieben, aufgrund der geringeren Genauigkeit eine kleinere Schrittlänge. Der höhere Speicherbedarf der RK4IP Methode wird daher in Kauf genommen.

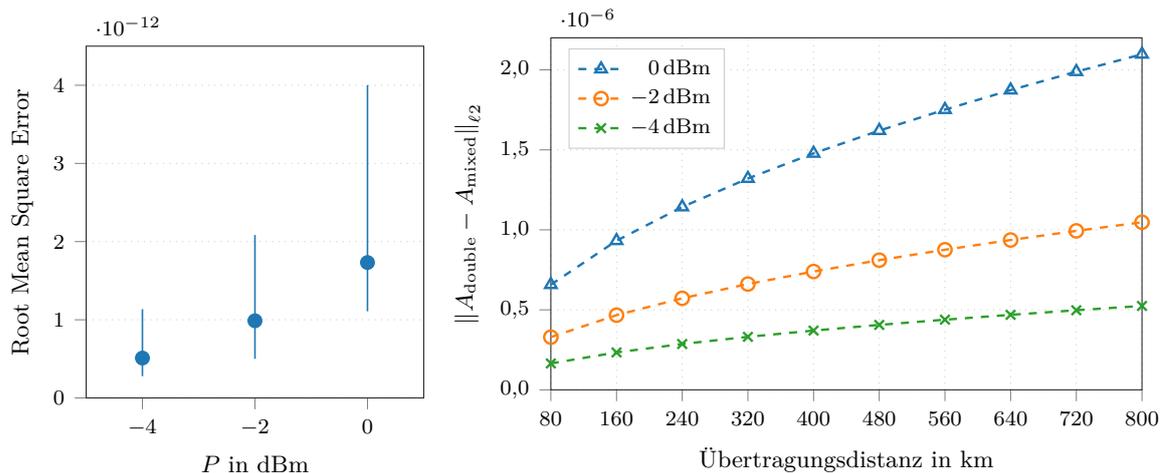
### 4.3.3 Mixed-Precision Implementierung

Ein weiterer Ansatz zur Reduktion des Speicherbedarfs führt zu einer als *Mixed-Precision* implementierten Variante. Üblicherweise werden die Berechnungen mit doppelter Genauigkeit ausgeführt. In diesem Zusammenhang stellt sich die Frage, ob alle Berechnungen in doppelter Genauigkeit durchgeführt werden müssen bzw. ob eine Reduktion der Genauigkeit Auswirkung auf die Simulationsergebnisse hat. Ein Ansatz ist es, alle Berechnungen in einfacher Genauigkeit durchzuführen, wie in [107] und [122] betrachtet. Alternativ kann aber auch nur ein Teil der Berechnungen in einfacher Genauigkeit durchgeführt werden. Bei Verwendung von unterschiedlichen Präzisionen wird daher von *Mixed-Precision* gesprochen. Anstatt nun Berechnungen mit gemischter Präzision durchzuführen, besteht im Kontext der Limitie-

rung des zur Verfügung stehenden Speichers auch die Option Daten bzw. Zwischenergebnisse in einfacher statt doppelter Genauigkeit zu speichern. Diese in [K5] vorgestellte Möglichkeit wird nachfolgend genauer beschrieben.

Bei Implementierung der SSFM bzw. RK4IP Methode können verschiedene Daten, wie z.B. das abgetastete Signal oder bei Anwendung des Runge-Kutta-Verfahrens die Korrektoren in einfacher Genauigkeit gespeichert werden. Hier wird die Speicherung der Betragsquadrate  $|A|^2$  in einfacher Genauigkeit betrachtet. Da nach Gewichtung mit  $\kappa$  eine Summation in Abhängigkeit von  $M$  durchgeführt wird und erst danach die Verrechnung mit den Korrektoren bzw. dem Signal erfolgt, sollte die Speicherung in einfacher Genauigkeit nur geringe Auswirkungen haben. Zum Vergleich wird ein MDM-System betrachtet, indem pro Modus beide Polarisationen genutzt werden, um jeweils 40 WDM-Kanäle zu übertragen. Die WDM-Kanäle sind in einem 50 GHz Raster um den Kanal mit der Mittenfrequenz 193,4 THz, entsprechend einer Wellenlänge von 1550,11 nm, angeordnet. Die 15 räumlichen Moden führende FMF entspricht Exemplar 5 in Patent [123]. Mit  $A_{\text{eff,LP}_{0,1}}$  von  $119 \mu\text{m}^2$  und  $n_2 = 2,6 \cdot 10^{-20} \text{ m}^2 \text{ W}^{-1}$  ergibt sich ein mit der Nichtlinearität assoziierter Parameter  $\gamma$  von  $0,88 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ . Die mittlere Eingangsleistung pro 32 GBaud QPSK Signal wird zwischen  $-4$  und  $0$  dBm variiert. Jede Signalsequenz besteht aus  $2^{14}$  Symbolen, jedes Symbol wird 128-fach abgetastet. Simuliert wird die nichtlineare Signalausbreitung über 10 Streckenabschnitte von je 80 km Länge. Die Faserdämpfung von 16 dB pro Streckenabschnitt wird durch einen rauschfreien Verstärker mit flachem Gewinnspektrum kompensiert. Jeder Streckenabschnitt wird zur Simulation in 8000 Segmente unterteilt, entsprechend einer Schrittlänge von 10 m. Insgesamt werden damit 80000 Schritte je Simulation durchgeführt. Die Konfiguration des Übertragungssystems entspricht damit einer der in [K6] bzw. Abschnitt 6.2 betrachteten Systemkonfiguration. Im Folgenden wird der durch die *Mixed-Precision* Implementierung verursachte Fehler bei Verwendung der RK4IP Methode analysiert, während in [K5] der Fehler bei Verwendung der SSFM-Agrawal analysiert wurde.

Die Wurzel des mittleren quadratischen Fehlers (RMSE) (im Englischen „Root Mean Square Error“) und die  $\ell_2$ -Norm sind in Abbildung 4.7 dargestellt. Abbildung 4.7a zeigt den mini-



(a) RMSE bei verschiedenen Eingangsleistungen. (b)  $\ell_2$ -Norm bei verschiedenen Eingangsleistungen in Abhängigkeit der Übertragungsdistanz.

Abbildung 4.7: Durch Verwendung der *Mixed-Precision* Implementierung verursachte Fehler.

malen, maximalen und mittleren RMSE für die verschiedenen mittleren Eingangsleistungen. Der höchste RMSE tritt für eine mittlere Eingangsleistung 0 dBm pro QPSK-Signal auf, fällt mit  $\sim 4,0 \cdot 10^{-12}$  jedoch sehr niedrig aus. Interessanter ist die Fehlerentwicklung entlang der Übertragungsstrecke, wie in Abbildung 4.7b dargestellt. Im Gegensatz zu [K5] wird an dieser Stelle nicht der mittlere absolute Fehler (MAE) (im Englischen „Mean Absolute Error“), sondern die  $\ell_2$ -Norm betrachtet. Dies erlaubt es auf den in Abschnitt 3.3.3 vorgestellten numerischen Vergleich Bezug zu nehmen. Eine mittlere Eingangsleistung von  $-4$  dBm pro QPSK Signal induziert die kleinste nichtlineare Phasendrehung, sodass auch entlang der Übertragungsstrecke der geringste Fehler verursacht wird.  $\|A_{\text{double}} - A_{\text{mixed}}\|_{\ell_2}$  steigt von  $< 1,7 \cdot 10^{-7}$  nach 80 km nach Propagation der Signale durch neun weitere Streckenabschnitte auf lediglich  $\sim 5,2 \cdot 10^{-7}$ . Der Fehler nimmt trotz deutlich längerer Übertragungsdistanz nur um einen Faktor von ca. 3,18 zu. Ein deutlich größerer Fehler entsteht bei Nutzung einer sehr hohen mittleren Eingangsleistung von 0 dBm pro QPSK Signal. Dennoch liegt  $\|A_{\text{double}} - A_{\text{mixed}}\|_{\ell_2}$  auch für diese Leistung unter  $2,1 \cdot 10^{-6}$ . Auch dies entspricht einer Zunahme des Fehlers um einen Faktor in ähnlicher Größenordnung. Der Fehler liegt nach Propagation über die ersten 80 km Faser jedoch bereits bei  $\sim 6,6 \cdot 10^{-7}$ .

Der durch eine *Mixed-Precision* Implementierung verursachte Fehler fällt damit sehr gering aus; so liegt  $\|A_{\text{double}} - A_{\text{mixed}}\|_{\ell_2}$  für alle Fälle unter  $2,1 \cdot 10^{-6}$ . Auch für die in [K5] betrachtete *Mixed-Precision* Implementierung der SSFM-Agrawal liegt  $\|A_{\text{double}} - A_{\text{mixed}}\|_{\ell_2}$  unter  $< 7 \cdot 10^{-6}$ . Eine Änderung der Schrittlänge resultiert hingegen für die RK4IP Methode und bei  $h = 0,5$  m in einem Fehler  $\|A_{\text{ref}} - A_h\|_{\ell_2}$  von  $\sim 4,3 \cdot 10^{-7}$  und bei  $h = 1,25$  m von  $\sim 2,71 \cdot 10^{-5}$ . Hervorzuheben ist, dass im Gegensatz zum numerischen Vergleich in Abschnitt 3.3.3 die 20-fache Übertragungsdistanz und die 1,5-fache Anzahl räumlicher Moden betrachtet wurde, wobei der Fehler nicht auf die Anzahl der Abtastwerte normiert ist. Weiter weist die hier betrachtete Faser einen höheren mit der Nichtlinearität assoziierten Parameter  $\gamma$  auf. Die Verwendung der vorgestellten *Mixed-Precision* Implementierung beeinflusst den numerischen Fehler geringfügiger als die Wahl der Schrittlänge oder gar der Wechsel von der SSFM zur RK4IP Methode.

Da die Zunahme des Fehlers gerade bei moderaten mittleren Eingangsleistungen nur eine geringfügige Zunahme zeigt, ist die Nutzung einer *Mixed-Precision* Implementierung ein vielversprechender Ansatz, um den für eine Implementierung benötigten Gesamtspeicherbedarf zu reduzieren. Interessant ist eine *Mixed-Precision* Implementierung vor allem in Bezug auf die nachfolgend vorgestellte Multi-GPU Implementierung.

## 4.4 Multi-GPU Implementierung

Trotz den in Kapitel 4.3 beschriebenen Ansätzen zur Reduzierung des Speicherverbrauchs ist der auf einer einzelnen GPU zur Verfügung stehende Speicher das limitierende Element bei der Simulation einer großen Anzahl von Moden. So stehen auf Tesla Karten der Kepler Generation (K40 und K80) lediglich 12 GB Speicher je GPU zur Verfügung, auf neueren Telsa Karten der Pascal und Volta Generation 16 GB. Wie eingangs erwähnt, sind erst im März 2018 Karten der Volta Generation mit 32 GB angekündigt worden. Eine Möglichkeit, diese Limitierung zu umgehen ist es, mehrere GPUs in die Simulation der nichtlinearen Signalausbreitung einzubeziehen, wie in [J3] behandelt. Erst dadurch sind Untersuchungen für mehr als 15 räumliche Moden möglich, wie in dieser Arbeit und [J2, K9, K10, K12] betrachtet.

Werden mehrere GPUs in einem gemeinsamen Simulationsprogramm verwendet, können entweder alle GPUs durch einen einzigen oder mehrere CPU-Threads kontrolliert werden. Wird nur ein CPU-Thread zur Kontrolle des Programmflusses verwendet, müssen auch alle Kernel durch diesen Thread initiiert werden. Dies führt jedoch dazu, dass die Kernel nicht zeitgleich starten, auch wenn auf den verschiedenen GPUs Ressourcen bereit stehen, da das Starten der Kernel sequentiell abgearbeitet wird. Um die hieraus entstehende Performanceeinbuße zu vermeiden, kann pro beteiligter GPU ein eigener CPU-Thread verwendet werden.

Eine Möglichkeit, mehrere Threads innerhalb eines Programms zu verwenden, ist die Verwendung von OpenMP Threads, wie bereits für die Parallelisierung der CPU-Implementierung genutzt. Die Kommunikation zwischen den GPUs erfolgt bei dieser Realisierung durch den expliziten Aufruf von Kopieroperationen. Die Verwendung von OpenMP Threads beschränkt den Einsatz des Simulationsprogramms aber auf ein System mit gemeinsamem Hauptspeicher. In Konsequenz kann das Simulationsprogramm nicht innerhalb eines Verbunds von Rechenknoten mit getrennten Hauptspeichern verwendet werden.

Eine flexiblere Möglichkeit, mehrere Prozesse in eine gemeinsame Simulation einzubeziehen, bietet das *Message Passing Interface* (MPI) [124]. Hierbei erfolgt die Kommunikation zwischen den verschiedenen Prozessen durch das explizite Senden und Empfangen von Nachrichten – *Messages*. Die via MPI kommunizierenden Prozesse können sowohl auf einem System mit gemeinsamem Hauptspeicher, das über mehrere GPUs verfügt, ausgeführt werden, als auch auf mehreren Systemen, die jeweils ihren eigenen Hauptspeicher besitzen.

Eine weitere Option, die Kommunikation zwischen den GPUs zu realisieren, ist der Einsatz der *NVIDIA Collective Communications Library* (NCCL) [125, 126]. Diese Bibliothek kann zusammen mit MPI-Prozessen verwendet werden, wobei der kollektive Datenaustausch zwischen den MPI-Prozessen zugeordneten GPUs über NCCL erfolgt.

### 4.4.1 Gebietszerlegung

Wird die SSFM in [127] und [128] durch Verwendung verteilter FFTs parallelisiert, bietet sich dies im Kontext der Simulation der nichtlinearen Signalpropagation in Mehrmodenfasern nicht an. Der Ansatz induziert sehr viel Kommunikation zwischen den beteiligten Prozessen. Statt mehrere Prozesse an der Berechnung eines einzelnen Modus zu beteiligen, wird ein abgetastetes Signal hier immer vollständig einem Prozess zugeordnet. Einem Prozess ist hierbei immer eine GPU zugeordnet, der Prozess selbst kann aber dennoch mehrere Threads verwenden. Die  $N$  Abtastwerte eines Signals werden immer nur von einem einzigen Prozess benötigt. Die Abtastwerte der Polarisierungen und räumlichen Moden werden gleichmäßig auf die  $K$  Prozesse bzw. GPUs verteilt. Damit werden durch jede GPU  $2M/K$  Signale prozessiert, wie in Abbildung 4.8 illustriert. Zur Anwendung des linearen Operators  $\hat{L}$  ist damit keine Kommunikation zwischen den Prozessen notwendig. Die FFTs und die Anwendung der linearen Kanalantwort können direkt auf der jeweiligen GPU berechnet werden, ohne dass nichtlokale Daten benötigt werden. Ein Datenaustausch ist durch diese Aufteilung nur bei Anwendung des nichtlinearen Operators  $\hat{N}$  erforderlich. Hier werden die Betragsquadrate  $|A|^2$  der Signale benötigt, die nicht lokal auf der jeweiligen GPU berechnet werden können. Dieser Datenaustausch ist für zwei GPUs und einen Abtastzeitpunkt in Abbildung 4.9 dargestellt, findet in der Implementierung jedoch zwischen allen beteiligten GPUs und für alle Abtastzeitpunkte statt. Der Austausch der Betragsquadrate  $|A|^2$  kann durch verschiedene Kommunikationsmuster realisiert werden. Eine Möglichkeit ist die Verteilung der Daten über einen Broadcast Aufruf. Es handelt sich hierbei

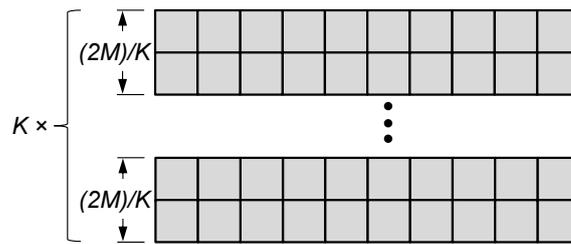


Abbildung 4.8: Schematische Darstellung der auf  $K$  Prozesse bzw. GPUs aufgeteilten Signalmatrix aus Abbildung 4.4.

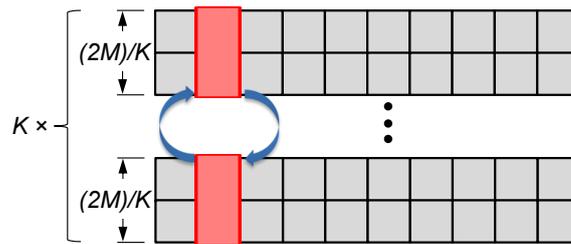


Abbildung 4.9: Exemplarische Darstellung des notwendigen Datenaustausches (Betragssquadrate) zur Berechnung der nichtlinearen Interaktion für einen Abtastzeitpunkt.

um eine kollektive Operation, bei der Daten von einem Wurzel-Prozess (im Englischen „Root Process“) an alle anderen Prozesse eines Kommunikators gesendet werden. Ein Kommunikator ist in diesem Zusammenhang eine Gruppe von Prozessen innerhalb der Kommunikation stattfindet. Da alle Prozesse die Daten der anderen Prozesse benötigen, kann ein einziger globaler Kommunikator verwendet werden. Um die Betragssquadrate einmal auszutauschen, muss jeder der  $K$  Prozesse einen sendenden Broadcast, sowie  $K - 1$  empfangende Broadcasts initiieren. Eine weitere Möglichkeit bietet die Allgather-Operation. Anstatt pro Prozess je einen sendenden und mehrere empfangende Broadcasts zu initiieren, kann der Datenaustausch durch einen einzigen Allgather Aufruf pro Prozess realisiert werden. Dabei handelt es sich nicht wie zuvor um ein *one-to-many*, sondern um ein *many-to-many* Kommunikationsmuster. Rufen die Prozesse Allgather auf um  $2MN/K$  Daten zu senden, so empfangen diese auch  $2MN/K \cdot (K - 1)$  Daten von den  $K - 1$  anderen Prozessen. Nachteilig ist dabei, dass Datenaustausch und Berechnungen nicht zeitgleich durchgeführt werden können. So können die Berechnungen unter Einbeziehung der zu empfangen  $|A|^2$  erst nach vollständigem Abschluss der Kommunikation durchgeführt werden.

Grundsätzlich bietet speziell MPI die Möglichkeit Kommunikation und Berechnungen zeitgleich durchzuführen, wie in Abschnitt 4.4.2 noch genauer erläutert. Zuvor werden jedoch die notwendigen Modifikationen des GPU-Codes beschrieben, die in Folge der genutzten Kommunikationsmuster notwendig werden bzw. die notwendig sind, um eine extrem hohe Anzahl räumlicher Moden bei zeitgleich hoher spektraler Bandbreite zu simulieren.

#### 4.4.2 Modifikation der GPU-Implementierung

In der Single-GPU Implementierung wurde die Auswirkung der nichtlinearen Effekte durch einen einzigen Kernel berechnet. Die durch die lokal auf der GPU vorhandenen Signale ent-

stehende nichtlineare Phasendrehung kann allerdings ohne jegliche Kommunikation berechnet werden. Realisiert wird die Anwendung des nichtlinearen Operators  $\hat{N}$  daher durch drei Kernel:

1. Berechnung des Beitrags zur nichtlinearen Phasendrehung durch die lokalen (eigenen)  $|A|^2$ ; im Weiteren bezeichnet als Kernel *calc\_nonlinear\_own()*.
2. Berechnung des Beitrags zur nichtlinearen Phasendrehung durch die nicht lokalen (anderen)  $|A|^2$ ; im Weiteren bezeichnet als Kernel *calc\_nonlinear\_others()*.
3. Anwendung der akkumulierten nichtlinearen Phasendrehung; im Weiteren bezeichnet als Kernel *apply\_nonlinear\_all()*.

Dies ermöglicht selbst bei blockierender Kommunikation eine gewisse Überlappung von Kommunikation und Berechnungen, wie im Rahmen der nachfolgenden Beschreibung der auf NCCL basierenden Implementierung, im Weiteren NCCL-Implementierung genannt, erläutert.

Der erste Kernel muss nur einmal aufgerufen werden und kann ausgeführt werden während der Datenaustausch mit den anderen Prozessen stattfindet. Der zweite Kernel muss  $(K - 1)$ -mal ausgeführt werden und kann gestartet werden sobald die Daten von einem anderen Prozess bzw., in Abhängigkeit des verwendeten Kommunikationsmusters, von allen anderen Prozessen übermittelt wurden. Abschließend wird die nichtlineare Phasendrehung auf das lokal vorhandene Signal angewendet.

Eine weitere Modifikation betrifft die Matrix der Koppelfaktoren  $\kappa$ . Um alle Koppelfaktoren zu speichern ist eine Matrix der Dimension  $2M \times 2M$  notwendig. Mit dem Ziel, die nichtlineare Signalpropagation von bis zu 120 räumlichen Moden zu simulieren, müssten 57600 Werte doppelter Genauigkeit gespeichert werden. Mit nur 64 KiB constant memory steht aber nur Speicherplatz für 8192 Werte von je 8 B zur Verfügung. Bei einer symmetrischen Matrix, wie bei LP-Moden der Fall [76], ist es allerdings ausreichend die obere Dreiecksmatrix zu speichern. Dies reduziert die Anzahl der Werte auf  $(2M \cdot 2M)/2 + M$ . Exemplarisch dargestellt ist dies für  $M = 3$  und  $K = 3$  in Abbildung 4.10. Da immer noch 28920 Werte gespeichert werden müssten, ist dieser Ansatz zur Reduktion der zu speichernden Koeffizienten nicht aus-

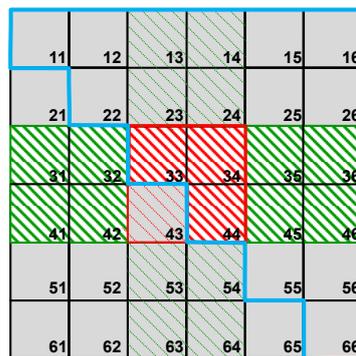


Abbildung 4.10: Exemplarische Visualisierung der  $\kappa$ -Matrix für  $M = 3$  und  $K = 3$ . Die obere Dreiecksmatrix ist blau hervorgehoben. Alle Elemente die zur Berechnung auf der zweiten GPU benötigt werden sind grün und rot schraffiert dargestellt. Aufgrund der Symmetrie der Matrix ist es ausreichend nur die hell oder dunkel schraffierten grünen Elemente zu speichern.

reichend. Auf der zweiten GPU werden jedoch nur die in Abbildung 4.10 rot und grün schraffierten Elemente der Matrix zur Gewichtung der Betragsquadrate benötigt. Allgemein werden  $2M/K \cdot 2M \cdot 2 - (2M/K)^2$  Elemente benötigt. Die anderen Elemente der Matrix müssen nur den anderen GPUs zur Verfügung stehen. Unter Einbezug der Symmetrie ist es daher ausreichend nur Zeilen (dunkel schraffiert) oder Spalten (hell schraffiert) zu speichern. Die Anzahl der zu speichernden Koeffizienten beträgt somit nur noch  $2M/K \cdot 2M$ . Auch hier ist es grundsätzlich möglich wieder nur die Elemente der oberen Dreiecksmatrix zu speichern. Die Verteilung der Matrix und die notwendige Indexarithmetik gestaltet sich dadurch jedoch deutlich komplizierter, während nur Speicher für  $(2M/K \cdot 2M/K)/K - M/K$  eingespart werden kann.

### MPI-Implementierung

In der auf MPI basierenden Implementierung, kurz MPI-Implementierung, wird ein MPI-Prozess pro GPU verwendet. Damit kann jeder MPI-Prozess, wie zuvor diskutiert, auf einem anderen System laufen und der Einsatz der Implementierung ist nicht auf Systeme mit gemeinsamem Hauptspeicher beschränkt.

Ein möglicher Ansatz ist die Verwendung der bereits vorgestellten kollektiven Operationen Broadcast oder Allgather, um die Betragsquadrate auszutauschen. Speziell der Einsatz der Allgather-Operation erlaubt es aber nur den *calc\_nonlinear\_own* Kernel zeitgleich zur stattfindenden Kommunikation auszuführen. Um die *calc\_nonlinear\_others* Kernel auszuführen, muss die Kommunikation erst vollständig abgeschlossen sein.

Die Broadcast-Operation steht grundsätzlich auch in einer nicht blockierenden Variante zur Verfügung. Das bedeutet, dass der Aufruf der Broadcast-Funktion direkt zum eigentlichen Programm zurückkehrt, obwohl der Broadcast nur initiiert wurde und die eigentliche Kommunikation noch nicht abgeschlossen ist. Mittels verschiedener in MPI dafür vorgesehenen *Test* und *Wait* Konstrukten kann nun überprüft werden, ob ein Broadcast abgeschlossen wurde. Dies kann genutzt werden, um *calc\_nonlinear\_others* Kernel für bereits empfangene Daten zu starten. Der wesentliche Unterschied zwischen einer Implementierung basierend auf blockierendem und nicht blockierendem Broadcast besteht darin, dass bei letzterer die Reihenfolge der abzuarbeitenden Kommunikation nicht vorgegeben ist. Weiter können mehrere Broadcast-Operationen, wie z.B. ein sender und ein empfangender Broadcast, zeitgleich erfolgen.

In der Implementierung müssen Daten ausgetauscht werden, die nur auf der GPU vorhanden sind. Damit der Programmierer die Daten nicht zunächst in dem Hauptspeicher des Hosts bereitstellen muss, können CUDA-*aware* MPI-Bibliotheken verwendet werden. Bei diesen kann mit MPI-Befehlen direkt auf die GPU-Buffer zugegriffen werden. Asynchrone, nicht blockierende Operationen sind jedoch nur eingeschränkt in CUDA-*aware* MPI-Bibliotheken verfügbar. So steht die nicht blockierende Broadcast-Operation derzeit nur in der MPI-Bibliothek MVAPICH2 zur Verfügung. Anstatt durch kollektive Kommunikation kann der Datenaustausch aber auch mit Punkt-zu-Punkt Kommunikation realisiert werden. Nicht blockierende Send- und Empfangsoperationen sind sowohl in der MPI-Bibliothek OpenMPI als auch in MVAPICH2 in einer CUDA-*aware* Variante implementiert. Die Umsetzung der Programmsequenz mittels nicht blockierender Punkt-zu-Punkt Kommunikation ist in Auflistung 4.1 dargestellt.

Auflistung 4.1: Programmsequenz zur Berechnung von  $\hat{N}$  bei Verwendung von MPI.

```

1 void send_sqrabs(const int rank, const int size, const REAL *sqrabs, ...,
2                 const int num_elem, MPI_Request *send_req) {
3
4     for (int rk=0;rk<rank;rk++)
5         MPI_Isend(&sqrabs[...], num_elem, MPI_DOUBLE, ..., &send_req[rk]);
6
7     for (int rk=rank+1;rk<size;rk++)
8         MPI_Isend(&sqrabs[...], num_elem, MPI_DOUBLE, ..., &send_req[rk-1]);
9 }
10 void recv_sqrabs(const int rank, const int size, REAL *sqrabs, ...,
11                 const int num_elem, MPI_Request *recv_req) {
12
13     for (int rk=0;rk<rank;rk++)
14         MPI_Irecv(&sqrabs[...], num_elem, MPI_DOUBLE, ..., &recv_req[rk]);
15
16     for (int rk=rank+1;rk<size;rk++)
17         MPI_Irecv(&sqrabs[...], num_elem, MPI_DOUBLE, ..., &recv_req[rk-1]);
18 }
19
20 calc_squareabs(...);
21 recv_sqrabs(...);
22 send_sqrabs(...);
23 calc_nonlinear_own(...);
24
25 all_done = 0;
26 while (all_done < size-1) {
27     MPI_Waitany(size-1, recv_req, &rk_idx, ...);
28     calc_nonlinear_others(..., rk_idx, ...);
29     all_done++;
30 }
31
32 apply_nonlinear_all(...);

```

Nach der Berechnung der Betragsquadrate  $|A|^2$  werden direkt die Empfangsoperationen initialisiert, gefolgt von den Sendeoperationen. Da sowohl die verwendeten **MPI\_Irecv** als auch **MPI\_Isend** Aufrufe direkt zurückkehren, kann sofort mit der Berechnung des Beitrags der lokal vorhandenen und in Zeile 20 berechneten  $|A|^2$  zur nichtlinearen Phasendrehung begonnen werden. Danach wird innerhalb einer *while*-Schleife geprüft, ob einer der Empfangsoperationen bereits beendet wurde, die Daten einer anderen GPU also vollständig empfangen wurden. Die verwendete **MPI\_Waitany** Operation ist blockierend und liefert den Index der beendeten Empfangsoperationen zurück. Für die empfangenen Daten wird daraufhin der *calc\_nonlinear\_others* Kernel gestartet. Da sowohl für den *calc\_nonlinear\_own* als auch die *calc\_nonlinear\_others* Kernel derselbe Stream verwendet wird, werden die Kernel sequentiell abgearbeitet. Dies erlaubt es auf atomare Operationen zu verzichten, da der Beitrag zur nichtlinearen Phasendrehung in ein gemeinsames Array geschrieben wird. In welcher Reihenfolge die Beiträge der nicht lokal berechneten  $|A|^2$  zur nichtlinearen Phasendrehung berücksichtigt werden, hängt dabei davon ab, welche Daten zuerst vollständig übertragen wurden. Sind alle Betragsquadrate der  $K-1$  anderen Prozesse empfangen worden und wurde deren Beiträge zur nichtlinearen Phasendrehung berechnet, wird die nichtlineare Phasendrehung auf die lokal vorhandenen abgetasteten Signale angewendet.

Dieser Ansatz skaliert dann perfekt, wenn die Zeit für die Berechnungen größer ist als die zur Kommunikation benötigte Zeit. In diesem Fall kann die Kommunikation vollständig hinter den Berechnungen versteckt werden. Die `calc_nonlinear_own` Funktion besitzt hierbei, wie erläutert, keine Abhängigkeit von Daten anderer GPUs. Die `calc_nonlinear_others` Kernel sind jedoch auf Daten der anderen Prozesse angewiesen. In der Praxis hängt die mögliche Überlappung von Berechnungen und Kommunikation, und damit die Performance der Implementierung, stark von der jeweiligen Konfiguration der Simulation ab; also von der Anzahl der räumlichen Moden  $M$  sowie der Anzahl an Abtastwerten  $N$ . Weiter hängt die Performance auch stark von der Anzahl beteiligter Prozesse bzw. GPUs  $K$  und der daraus resultierenden Kommunikation ab. Ein nicht zu unterschätzender Einflussfaktor ist darüber hinaus die Verbindung zwischen den GPUs.

### NCCL-Implementierung

Anstatt den Datenaustausch zwischen den GPUs mittels MPI zu realisieren, kann auch NCCL zur Kommunikation zwischen den GPUs eingesetzt werden. NCCL erlaubt Kommunikation zwischen GPUs, die im gleichen System oder auch in mehreren Systemen mit getrenntem Hauptspeicher installiert sind. Entwickelt wurde die Bibliothek für den Datenaustausch im Kontext von *Deep Learning*, einer Technik des maschinellen Lernens. Für das Training neuronaler Netze ist oftmals der Austausch großer Datenmengen notwendig, worauf NCCL optimiert ist. NCCL berücksichtigt bei den verwendeten Kommunikationspfaden die Topologie der GPUs, versucht also die zur Verfügung stehenden Verbindungsbandbreiten optimal auszunutzen. Anders als bei MPI stehen daher auch nur kollektive Operationen zur Verfügung. Weiter ist die Kommunikation in einem eigenen Kernel implementiert; damit ist jede Operation auch immer mit einem Stream assoziiert. Der Programmablauf ist in Auflistung 4.2 dargestellt.

Auflistung 4.2: Programmsequenz zur Berechnung von  $\hat{N}$  bei Verwendung von NCCL.

```

1 calc_squareabs(..);
2 ncclAllGather((const void*)&sqrabs[..],(void*)sqrabs,num_lem,
3             ncclDouble,comm,stream_a);
4
5 calc_nonlinear_own(..,stream_b);
6 cudaStreamSynchronize(stream_b);
7
8 for(int rk_idx=0; rk_idx < size-1; rk_idx++)
9     calc_nonlinear_others(..,rk_idx,..,stream_a);
10
11 apply_nonlinear_all(..,stream_a);

```

Zum Datenaustausch wird diesmal die Allgather-Operation verwendet. Damit die Berechnungen des `calc_nonlinear_own` Kernels dennoch zeitgleich zur via `ncclAllGather` stattfindenden Kommunikation durchgeführt werden können, werden zwei verschiedene Streams verwendet. Bevor die `calc_nonlinear_others` Kernel gestartet werden können, muss der `calc_nonlinear_own` Kernel beendet sein, was durch den Synchronisierungsaufruf in Zeile 6 sichergestellt wird. Andernfalls müssten atomare Operationen verwendet werden, um sicherzustellen, dass nicht zeitgleich in den Speicher geschrieben wird, in dem die Beiträge zur nichtlinearen Phasendrehung akkumuliert werden. Da Kommunikation und `calc_nonlinear_others` Kernel sequentiell im selben Stream abgearbeitet werden ist keine Synchronisation erforderlich.

### 4.4.3 Laufzeiten der Multi-GPU Implementierung

Während die Laufzeit der im Rahmen dieser Arbeit vorgenommenen Implementierung der RK4IP Methode linear mit der Anzahl der Moden skaliert, vgl. Abschnitt 4.2.3, kann sich die Multi-GPU Implementierung aufgrund der Kommunikation zwischen den GPUs gänzlich anders verhalten. Dies macht eine gesonderte Analyse des Laufzeitverhaltens in Abhängigkeit von den an der Simulation beteiligten GPUs notwendig. Um die maximale Performance zu erreichen, ist Peer-to-Peer-Zugriff zwischen den GPUs essenziell. Die Laufzeitmessungen wurden daher auf einer AWS EC2-Instanz vom Typ *p2.xlarge* durchgeführt. In Cloud Instanzen dieses Typs stehen vier Tesla K80 zur Verfügung, die über einen PCI Fabric miteinander verbunden sind. Da jede K80 über ein Paar GK210 GPUs verfügt können insgesamt acht GPUs verwendet werden.

Wie zuvor in Abschnitt 3.3.3 wird auch hier die Übertragung von Sequenzen mit einer Symbolrate von 32 GBaud betrachtet. Eine Darstellung der Symbole durch 128 Abtastwerte pro Symbol resultiert dementsprechend in einer simulierten spektralen Bandbreite von 4,096 THz. Die Simulation ist so parametrisiert, dass beim Einsatz von acht GPUs ein MDM-Übertragungssystem mit 120 räumlichen Übertragungskanälen simuliert werden kann. Dies entspricht der Anzahl in einer Faser mit Kerndurchmesser von 62,5  $\mu\text{m}$  nutzbaren räumlichen Moden. Das betrachtete Beispiel wird zunächst nur zur Analyse der Laufzeit der Multi-GPU Implementierung verwendet. Die Signalübertragung in MMFs mit bis zu 120 Moden wird in Abschnitt 7.2 diskutiert.

Tabelle 4.3: Für die Laufzeitmessungen verwendete Konfigurationen.

Räumliche Moden $M$	Symbole $N_s$	Abtastwerte/Symbol $N_{sps}$	GPUs $K$	$M/K$
15	$2^{14}$	128	1	15
30			2	
60			4	
90			6	
120			8	

Die Konfigurationen bei unterschiedlicher Anzahl der GPUs  $K$  sind in Tabelle 4.3 gegeben. Die Anzahl räumlicher Moden pro GPU wird, unabhängig von der Anzahl beteiligter GPUs, konstant auf 15 gesetzt. Zur Speicherung der abgetasteten Signale pro GPU werden dementsprechend 960 MiB benötigt. Die gesamte Matrix von Abtastwerten belegt für 120 räumliche Moden 7680 MiB. Neben dem Speicherplatz für Zwischenergebnisse, wie u.a. den Korrektoren, vgl. Abschnitt 4.3.1, muss auch Speicherplatz für die Betragsquadrate der Moden reserviert werden, die auf den anderen GPUs prozessiert werden. Neben den 480 MiB für die Betragsquadrate der 15 lokal vorhandenen Moden, sind somit bis zu weitere 3360 MiB notwendig. Für die Laufzeitmessungen werden 150 Schritte berechnet; wie erläutert wird  $\hat{N}$  in jedem Schritt des RK4IP Algorithmus viermal berechnet. Die initiale Verteilung und das finale Zusammenführen der Signalmatrix sind, ebenso wie der Transfer weiterer Parameter, nicht in den Laufzeitmessungen enthalten. Neben den Berechnungen hat somit nur der Austausch von  $|A|^2$  Einfluss auf die Ausführungszeit.

Die ermittelten Laufzeiten sind in Abbildung 4.11 dargestellt. Hierbei sind die Ausführungszeiten  $T_K$  auf die Ausführungszeit der zuvor beschriebenen Single-GPU Implementierung normiert. Bei Verwendung nur einer einzigen GPU ( $K = 1$ ) ist die relative Laufzeit größer 1. Die Aufspaltung in drei Kernel zur Berechnung von  $\hat{N}$  führt zu einer Zunahme der Laufzeit um ca. 8,5 %.

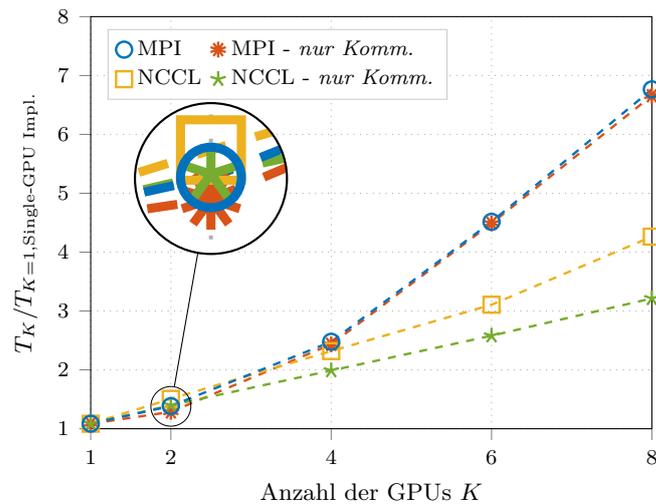


Abbildung 4.11: Relative Laufzeiten der Multi-GPU Implementierung der RK4IP Methode bei unterschiedlicher Anzahl an den Berechnungen beteiligter GPUs.

Für bis zu vier GPUs ( $K \leq 4$ ) skalieren die Laufzeiten von MPI- und NCCL-Implementierung nahezu gleich. Werden noch mehr GPUs in die Simulation einbezogen, ist die relative Laufzeit der MPI-Implementierung deutlich höher als die der NCCL-Implementierung; die Performance der MPI-Implementierung bricht deutlich ein. Werden alle acht GPUs verwendet, benötigt die MPI-Implementierung die 6,76-fache Ausführungszeit der Single-GPU Implementierung. Die NCCL-Implementierung braucht hingegen nur die 4,26-fache Ausführungszeit. Zur Überprüfung der Ursache wurde die Laufzeitmessung ohne Ausführung des `calc_nonlinear_others` Kernels durchgeführt. Damit nimmt nur die Kommunikation mit steigendem  $K$  zu, es werden jedoch keine zusätzlichen Berechnungen durchgeführt. Diese Laufzeiten sind ebenso in Abbildung 4.11 aufgetragen. Die MPI-Implementierung zeigt hier fast keine Abweichung zu den vorherigen Ergebnissen, während die NCCL-Implementierung geringere Laufzeiten erzielt. Bzgl. der MPI-Implementierung wird dadurch gezeigt, dass die Erhöhung der Ausführungszeit durch die Kommunikation und nicht durch die zusätzlichen Berechnungen verursacht wird. Kommunikation und Berechnungen überlappen in der MPI-Implementierung nahezu perfekt und finden zeitgleich statt. Bestätigt wurde dies auch durch die Analyse erstellter Laufzeitprofile. Andererseits verwendet die MPI-Implementierung Kommunikationsmuster, die für  $K > 4$  unzureichend skalieren. Bei der NCCL-Implementierung überlappen Kommunikation und Berechnungen hingegen nicht vollständig. Andernfalls würde sich ein Verzicht auf die zusätzlichen Berechnungen nicht auf die Laufzeit auswirken. Die von NCCL verwendeten Kommunikationsmuster unter Einbezug der Topologie zeigen für mehr als vier beteiligte GPUs jedoch klare Vorteile. Für  $K = 2$ , hervorgehoben in Abbildung 4.11, zeigt die MPI-Implementierung (Faktor 1,38) jedoch eine bessere Performance als die NCCL-Implementierung (Faktor 1,51). Bei Beteiligung von nur zwei GPUs kann die Kommunikation nicht durch Einbezug von Information über die Topologie verbessert werden. In diesem Fall ist es wichtiger Kommunikation und Berechnung zu überlappen. Letztlich hängt die Auswahl der zu verwendenden Implementierung stark von den Parametern der Simulation (Anzahl Moden, Symbole und Abtastwerte pro Symbol) und damit von der zur Simulation notwendigen Anzahl an GPUs ab.

#### 4.4.4 Diskussion der Skalierung und weitere Möglichkeiten zur Reduktion der Laufzeit

Ausgehend von einer Betrachtung der schwachen Skalierung wäre eine bessere Performance der Multi-GPU Implementierung wünschenswert. Unter schwacher Skalierung versteht man in diesem Zusammenhang, dass die Laufzeit bei gleichbleibender Problemgröße pro Prozess (hier Moden je GPU) konstant bleibt. Im vorliegenden Fall nimmt die Anzahl der Moden je GPU zwar nicht zu, jedoch sind zusätzliche Berechnungen durchzuführen; die Betragsquadrate der auf den anderen GPUs prozessierten Moden müssen berücksichtigt werden. Da unabhängig von der eigentlich gewählten Realisierung der Kommunikation, immer ein *all-to-all* Datenaustausch stattfinden muss, ist es nicht überraschend, dass die Implementierungen nicht besser skalieren. Wie u.a. in [129] beschrieben, ist die SSFM ein bandbreitenlimitierter Algorithmus; selbiges gilt auch für die RK4IP Methode bei der Simulation von Übertragungssystemen und der damit verbundenen Betrachtung langer Symbolsequenzen. Bei Einführung zusätzlicher Kommunikation ist es daher wenig überraschend, dass diese nicht vollständig hinter zeitgleich stattfindenden Berechnungen versteckt werden kann. Nichtsdestotrotz erlaubt erst die hier vorgestellte Implementierung die Simulation einer hohen Anzahl räumlicher Moden bei zeitgleich großer spektraler Bandbreite.

Eine Verbesserung der Performance kann potenziell dadurch erreicht werden, dass der CPU-GPU-Kontrollfluss weiter entkoppelt wird. Mit dem in Zukunft verfügbaren MPI-GDS [130] können asynchrone Sendeoperationen direkt instanziiert werden, wenn die Betragsquadrate für eine Zeile berechnet worden sind. Durch die damit noch früher initiierte Kommunikation kann diese besser durch dann noch ausstehende Berechnungen verdeckt werden. Weiter wird auch an der Optimierung kollektiver Operationen für große Nachrichten gearbeitet [131, 132], von der die vorgestellte Implementierung profitieren könnte.

Neben Verbesserungen der Kommunikationsmuster bzw. Nutzung weiter optimierter Bibliotheken bietet auch der Algorithmus selbst noch Möglichkeiten zur Optimierung. So kann die Multi-GPU Implementierung mit der in Abschnitt 4.3.3 beschriebenen *Mixed-Precision* Implementierung kombiniert werden. Dies halbiert die Menge der auszutauschenden Daten. Für diese Variante ermittelte Laufzeiten sind in Abbildung 4.12 aufgetragen. Die relative Laufzeit sinkt bei  $K = 8$  für die MPI-Implementierung von 6,76 auf 3,86, für die NCCL-Implementierung von 4,26 auf 3,19. Gerade aufgrund des geringen induzierten Fehlers, vgl. Abschnitt 4.3.3, ist dies aufgrund der deutlich geringeren Laufzeiten eine interessante Option.

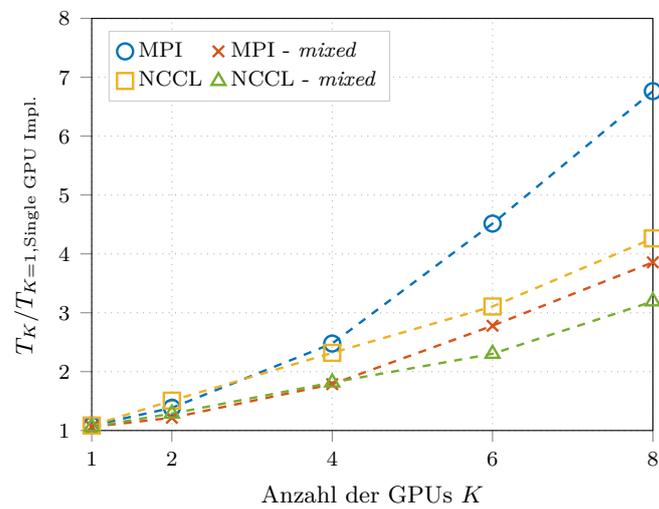


Abbildung 4.12: Relative Laufzeiten der Multi-GPU Implementierung der RK4IP Methode bei unterschiedlicher Anzahl an den Berechnungen beteiligter GPUs.



## 5 Einfluss des Brechzahlprofils auf die Koppelfaktoren und nichtlineare Effekte

In diesem Kapitel wird der Einfluss des Brechzahlprofils von Gradientenfasern auf die nichtlinearen Effekte in Mehrmodenfasern betrachtet. Parameter der Faser, die die Feldverteilungen der ausbreitungsfähigen Moden und damit potenziell die nichtlinearen Effekte beeinflussen können, sind u.a. der Kernradius und die numerische Apertur. Aber auch die Brechzahlabenkung im Mantelbereich kann sich auf die Feldverteilungen auswirken. Das Brechzahlprofil von Gradientenfasern wird meist dahingehend optimiert, einer festgelegten Anzahl räumlicher Moden die Ausbreitung zu erlauben und zeitgleich die Differenz zwischen den Ausbreitungsgeschwindigkeiten der verschiedenen Moden zu minimieren. Ferner wird das Brechzahlprofil durch die Faserhersteller auch dahingehend verändert eine hohe Toleranz gegenüber Faserbiegung zu erzielen, was zu geringen Biegeverlusten führt. Unterschiedliche Brechzahlprofile können sich jedoch auf die Feldverteilungen der verschiedenen Moden auswirken und resultieren dann in veränderten Koppelfaktoren  $\kappa$ . Die veränderten Koppelfaktoren beeinflussen wiederum grundsätzlich die nichtlineare Signalpropagation in der Glasfaser. Daher wird neben der Auswirkung auf die Koppelfaktoren auch der Einfluss auf die Signalpropagation betrachtet. Dieser wird anhand der hervorgerufenen Signaldegradation bewertet. Im Rahmen dieses Kapitels erfolgt darüber hinaus die Diskussion verschiedener Realisierungsmöglichkeiten stark gekoppelter Gruppen.

Kann die Berechnung der Feldverteilungen für Stufenfasern noch analytisch durch Hankel- und Besselfunktionen beschrieben werden [20], ist dies für Gradientenfasern nur eingeschränkt möglich. Die analytische Berechnung der Feldverteilungen ist nur möglich, wenn ein unendlich ausgedehnter Mantel betrachtet wird. Wird allerdings, wie in heutigen Fasern üblich [133], eine Brechzahlabenkung im Mantelbereich vorgenommen, können die Feldverteilungen nur noch numerisch berechnet werden. Dies ist z.B. mit dem voll-vektoriellen Finite-Differenzen Modenlöser *wgmodes* [134] möglich, der als freie Implementierung in MATLAB verfügbar ist. Zusammen mit der in [134] beschriebenen voll-vektoriellen Variante steht auch ein semi-vektorieller Modenlöser zur Verfügung. Dieser ist im Rahmen der Dissertation [135] von L. Bolla nach Python portiert worden und wird für den Großteil der Untersuchungen in dieser Arbeit verwendet. Gerade bei der Berechnung vieler Moden benötigt diese Implementierung aufgrund der Verwendung des Finite-Differenzen Verfahrens jedoch eine große Menge Arbeitsspeicher, einhergehend mit langer Berechnungszeit. Dieses Problem konnte durch die Nutzung der in [136] beschriebenen Software JCMSuite vermieden werden. Der mit JCMSuite zur Verfügung stehende Modenlöser verwendet eine Finite-Elemente Methode. Diese ist bei der Berechnung der Feldverteilungen deutlich speichereffizienter als das Finite-Differenzen Verfahren.

Weiter muss angesprochen werden, dass die Verwendung der LP-Modenbasis beim Aufstellen der Manakov-Gleichung zu nahezu identischen Koppelfaktoren  $\kappa$  führt wie die Verwendung der exakten Moden. Dies ist ausführlich in [137] beschrieben worden. Noch allgemeiner wird dies in der Anfang 2019 veröffentlichten Publikation [138] analysiert. Die Verwendung von LP-Moden

stellt für die nachfolgenden Betrachtungen also einen legitimen Ansatz dar.

## 5.1 Brechungsindex und Radius des Faserkerns

Neben der Anzahl ausbreitungsfähiger Moden werden auch die Feldverteilungen der Moden durch das Brechzahlprofil der Faser beeinflusst. Dies äußert sich direkt in den effektiven Modenfeldflächen, die mit Gleichung (3.7) berechnet werden. Wird der Kernradius vergrößert, um mehr Moden die Ausbreitung zu erlauben, erhöht dies auch die effektiven Modenfeldflächen. Betrachtet wird dies für den Grundmodus in Abbildung 5.1a. Bei der zugrundeliegenden Faser handelt es sich um eine GI-Faser mit numerischer Apertur von 0,2 und einem Proflexponenten  $\alpha = 1,94$ , wobei die Betrachtung bei einer Wellenlänge von 1550 nm erfolgt. In der Abbildung sind die effektiven Modenfeldflächen relativ zu  $A_{\text{eff},\text{LP}_{0,1}}$  bei einem Kernradius  $r_{co}$  von 10  $\mu\text{m}$  dargestellt. Nimmt die effektive Modenfeldfläche linear mit dem Kernradius zu, gilt

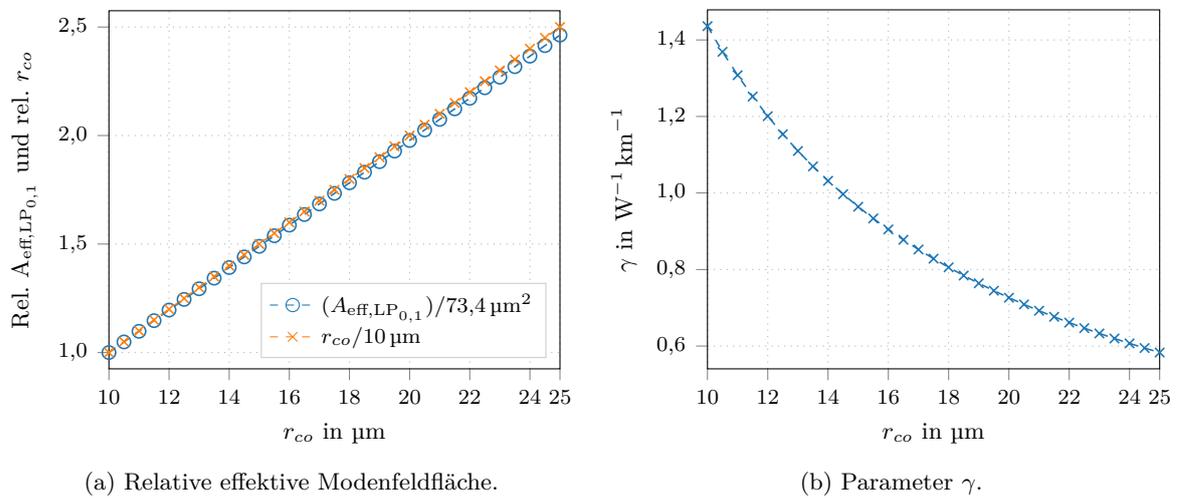


Abbildung 5.1: Einfluss des Kernradius  $r_{co}$  auf die effektive Modenfeldfläche  $A_{\text{eff}}$  des Grundmodus und den mit der Nichtlinearität assoziierten Parameter  $\gamma$ .

dies nicht für die Abnahme des mit der Nichtlinearität assoziierten Parameters  $\gamma$ , wie Abbildung 5.1b zeigt. Der Parameter  $\gamma$  skaliert linear mit dem Kehrwert des Kernradius und ist damit proportional zu  $1/r_{co}$ .

Wie die Koppelfaktoren  $\kappa$  vom Kernradius abhängen, kann anhand der normierten Modenfeldflächen in Abbildung 5.2 verdeutlicht werden. In der Darstellung sind die effektiven Modenfeldflächen auf die effektive Modenfeldfläche des Grundmodus normiert. Hierbei ist das Verhältnis zwischen den effektiven Modenfeldflächen des  $\text{LP}_{1,1}$ - und des  $\text{LP}_{0,1}$ -Modus konstant. Auch für die höheren Moden stellt sich ein konstantes Verhältnis ein. Die Moden der vierten Modengruppe,  $\text{LP}_{2,1}$  und  $\text{LP}_{3,1}$ , werden zunächst nur sehr schwach geführt. Der Kernradius muss für eine ausreichend starke Führung daher erhöht werden, wobei ab  $r_{co} \sim 16\mu\text{m}$  keine Veränderung mehr auftritt. Das Verhältnis der effektiven Modenfeldflächen ist bei ausreichend starker Führung folglich konstant. Gleiches gilt auch für die modalen Überlappungen und in Konsequenz auch für die Koppelfaktoren  $\kappa$ , wie ausführlich in Publikation [K1] untersucht. Identische Feststellungen ergeben sich auch für eine Änderung des Brechzahlspungs und wiederum konstanten Kernradius. Auch hier sei auf [K1] verwiesen.

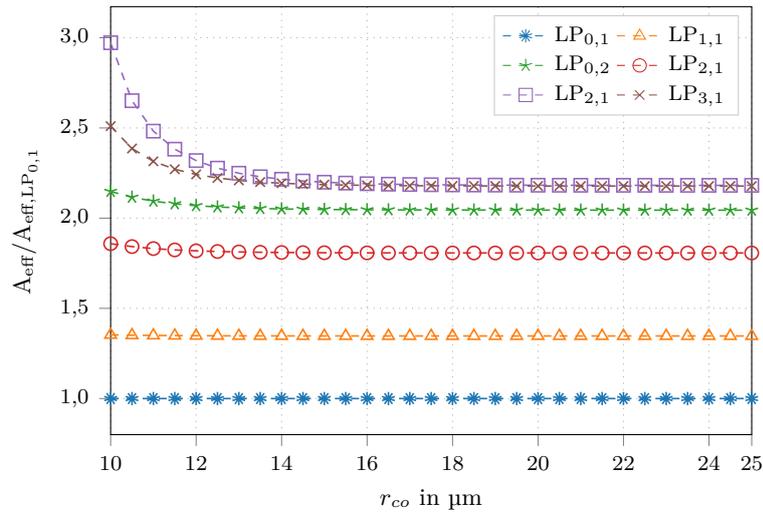


Abbildung 5.2: Normierte effektive Modenfeldflächen.

Die ausschließliche Betrachtung der Koppelfaktoren  $\kappa$  ist jedoch nicht ausreichend, da zum einen der mit der Nichtlinearität assoziierte Parameter  $\gamma$  nicht linear abnimmt, sondern mit  $1/r_{co}$  skaliert, und zum anderen auch die Anzahl der Moden in einer Gradientenfaser nicht linear steigt. Daher wird u.a. speziell für Gradientenfasern mit konstanter numerischer Apertur und verändertem Kernradius die nichtlineare Signalpropagation in Kapitel 6.3 noch ausführlich untersucht. Zunächst wird jedoch die Auswirkung der Brechzahlabsenkung auf die Koppelfaktoren  $\kappa$  und die nichtlineare Signalausbreitung betrachtet.

## 5.2 Brechzahlabsenkung im Mantel

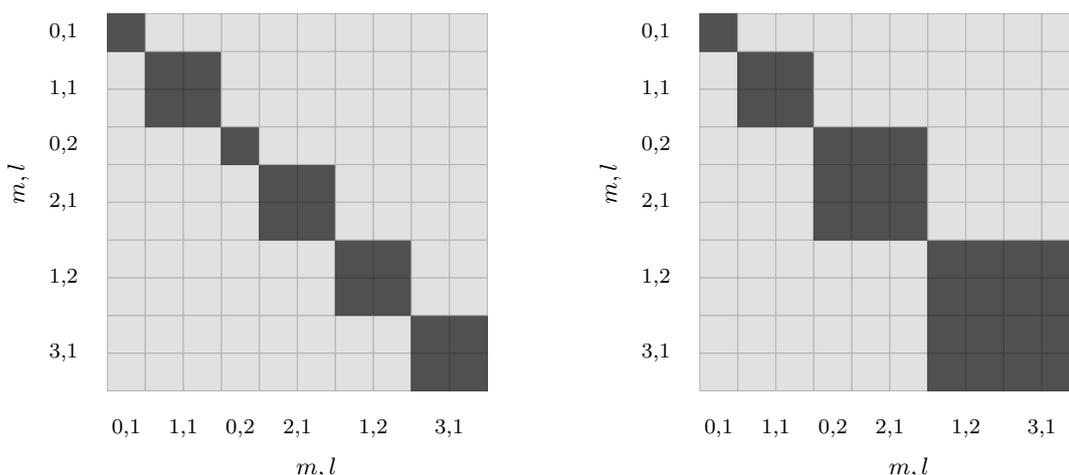
Bei Gradientenfasern wird eine ringförmige Brechzahlabsenkung im Mantelbereich üblicherweise genutzt, um Biegeverluste zu reduzieren [133, 139]. Solche Fasern werden als *Trench-Assisted Graded-Index Fasern* (T-GIF, T-GI-Faser) bezeichnet. Die exakte Position der Brechzahlabsenkung im Mantelbereich [140], im Weiteren Graben genannt, sowie das Brechzahlprofil des Faserkerns [65] beeinflussen maßgeblich die DMGDs. Der zusätzliche Graben reduziert jedoch auch die effektiven Modenfeldflächen der Moden höherer Ordnung und führt zu einer höheren Überlappung der Modenfelder. Dies äußert sich in größeren Koppelfaktoren  $\kappa$ , wie in [K1] gezeigt. Während detaillierte Untersuchungen über Profilloptimierungen und deren Auswirkungen auf die DMGDs in [140] vorgestellt werden, liegt der Fokus hier auf den nichtlinearen Effekten. Auch wenn durch eine veränderte Auslegung des Grabens keine großen Beeinträchtigungen durch Nichtlinearitäten zu erwarten sind, ist eine Überprüfung dieser Annahme im Kontext von MDM-Übertragungssystemen von Interesse. Dies wurde erstmals in [K4] untersucht.

In diesem Abschnitt wird der Einfluss der Brechzahlabsenkung im Mantelbereich von T-GI-Fasern auf die Koppelfaktoren  $\kappa$  analysiert, wobei diese im Vergleich zu den Koppelfaktoren einer abgesehen von der Brechzahlabsenkung identischen GI-Faser betrachtet werden. Weiter wird anhand numerischer Simulation eines MDM-Übertragungssystems untersucht, inwieweit sich die veränderten Koppelfaktoren auf die Systemperformance auswirken.

### 5.2.1 Einfluss auf die Koppelfaktoren $\kappa$

Für die Untersuchungen werden Fasern betrachtet, die 6 LP- bzw. 10 räumliche Moden führen. In Abschnitt 3.2 wurden bereits kurz die unterschiedlichen Koppelszenarien angesprochen. Auch für den Fall stark gekoppelter Gruppen lassen sich verschiedene Realisierungen betrachten. Im ersten Fall entspricht die Anzahl stark gekoppelter Gruppen der Anzahl an LP-Moden. So ist stets davon auszugehen, dass die beiden Umfangsversionen bzw. räumlichen Entartungen eines LP-Modus starke Kopplung aufweisen. Für einen  $LP_{m,l}$ -Modus mit  $m = 0$  bedeutet dies, dass nur die beiden Polarisierungen stark gekoppelt sind, während bei den  $LP_{m,l}$ -Moden mit  $m \in \mathbb{N}$  auch eine starke Kopplung zwischen den beiden räumlichen Entartungen  $a$  und  $b$  vorliegt. Zwischen verschiedenen Gruppen, und damit zwischen zwei Moden  $LP_{n,h}$  und  $LP_{j,k}$  mit  $n, h \neq j, k$ , besteht schwache Kopplung.

Eine andere Definition der Gruppen ergibt sich basierend auf den Ausbreitungskonstanten der Moden. Bereits anhand des  $B(V)$ -Diagramms kann festgestellt werden, dass mit größer werdendem  $V$  die zusätzlich ausbreitungsfähigen Moden gruppenweise auftreten. D.h. es kommt bei Vergrößerung des Kernradius oder des Brechzahlspungs einer Gradientenfaser nicht nur ein einzelner zusätzlicher ausbreitungsfähiger Modus hinzu, sondern es werden immer mehrere räumliche Moden ausbreitungsfähig. So folgen nach dem  $LP_{1,1}$ -Modus sowohl der  $LP_{0,2}$ - als auch der  $LP_{2,1}$ -Modus. Für Gradientenfasern gilt, dass die  $G$ -te Modengruppe  $G$  räumliche Moden umfasst. Aufgrund der sehr ähnlichen Ausbreitungskonstanten der Moden einer Modengruppe ist davon auszugehen, dass diese Moden stark gekoppelt sind bzw. eine stark gekoppelte Gruppe bilden. Auch hier besteht zwischen den Moden verschiedener Gruppen schwache Kopplung. Abgesehen von den ersten zwei Modengruppen, umfassen die Gruppen in dieser Konfiguration auch LP-Moden mit Indices  $m, l \neq n, k$ . Die ersten zwei Modengruppen umfassen den  $LP_{0,1}$ -Modus bzw. die beiden räumlichen Entartungen des  $LP_{1,1}$ -Modus und sind in beiden Betrachtungen identisch.



(a) Sechs stark gekoppelte LP-Gruppen.

(b) Vier stark gekoppelte Modengruppen.

Abbildung 5.3: Mögliche Realisierungen stark gekoppelter Gruppen.  $LP_{m,l}$ -Moden mit  $m \in \mathbb{N}$  liegen in zwei räumlichen Entartungen  $a$  und  $b$  vor.

Für 6 LP-Moden bzw. 10 räumliche Moden sind die beiden möglichen Realisierungen in Abbildung 5.3 dargestellt. Zur Unterscheidung der beiden Koppelszenarien wird der Fall, in dem eine Gruppe vorliegt, in der nur ein einzelner LP-Modus der Ordnung  $m, l$  starke Kopplung erfährt, als stark gekoppelte LP-Gruppe bezeichnet, während bei dem anderen Szenario von stark gekoppelten Modengruppen gesprochen wird. Die intra-Gruppen Koppelkoeffizienten sind hier dunkel dargestellt, während die hellen Bereiche die schwache Kopplung zwischen den Gruppen repräsentieren. Beschränkt sich die Untersuchung in [K4] noch auf die Betrachtung von stark gekoppelten LP-Gruppen, werden im Nachfolgenden beide Szenarien analysiert und verglichen.

Die hier betrachteten Fasern sind vergleichbar der in [65] beschriebenen Faser ausgelegt. Alle Brechzahlprofile weisen eine Differenz zwischen Kern- und Mantelbrechzahl von  $9,95 \cdot 10^{-3}$  auf. Der Kernradius beträgt  $14 \mu\text{m}$ , der Profilexponent  $\alpha$  wird als 1,951 gewählt, wie in [123] spezifiziert. Der Faserparameter  $V$  liegt damit bei 9,63. In den Untersuchungen werden verschiedene Parameter, die die Brechzahlabsenkung im Mantelbereich betreffen, verändert. Wie in Abbil-

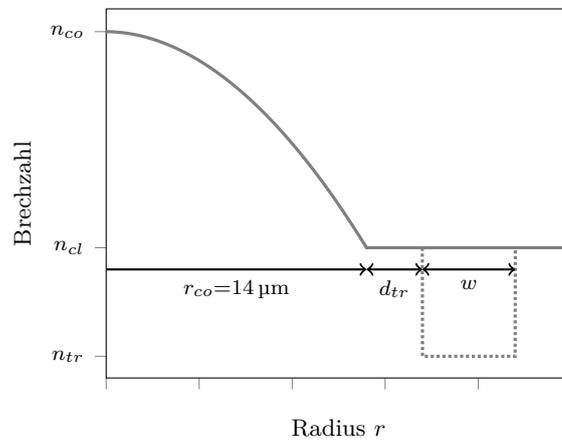


Abbildung 5.4: Brechzahlprofil und variable, die die Brechzahlabsenkung im Mantelbereich beeinflussende Parameter.

Abbildung 5.4 dargestellt, werden der Abstand zwischen Faserkern und Graben  $d_{tr}$ , die Weite des Grabens  $w$  sowie die Brechzahl des Grabens  $n_{tr}$ , und damit die Tiefe der Brechzahlabsenkung im Mantelbereich, variiert. Die relative Brechzahldifferenz der Brechzahlabsenkung, definiert als  $\Delta n_{tr} = (n_{tr}^2 - n_{cl}^2)/(2 \cdot n_{tr}^2)$ , wird dabei zwischen 0,0 und  $-0,35\%$  variiert. In den Patenten [141] und [142] ist dies als ein sinnvoller Bereich für den Brechzahlsprung des Grabens spezifiziert, um u.a. Biegeverluste zu reduzieren.

Der Gesamteinfluss der Brechzahlabsenkung im Mantel auf die Koppelfaktoren  $\kappa$  wird anhand des arithmetischen Mittelwerts  $\bar{\kappa}_{\text{all}}$  betrachtet. Jede Breite des Grabens, sowie des Abstands zum Mantel, resultiert in einer Kurve. Der Mittelwert für Betrachtung von 6 stark gekoppelten Modengruppen ist in Abbildung 5.5a und für Betrachtung von 4 stark gekoppelten LP-Gruppen in Abbildung 5.5b dargestellt. Für beide Konfigurationen ist im Fall von  $n_{tr} - n_{cl} = 0$  keine Brechzahlabsenkung im Mantelbereich vorhanden.

Wesentlichen Einfluss auf  $\bar{\kappa}_{\text{all}}$  hat neben der Tiefe der Brechzahlabsenkung vor allem der Abstand des Grabens zum Faserkern. Ab einer gewissen Breite des Grabens, hier  $4 \mu\text{m}$ , führt eine weitere Verbreiterung nur noch zu einer unwesentlichen Änderung von  $\bar{\kappa}_{\text{all}}$ . Für 6 stark gekop-



kleinere Fläche konzentriert werden. Dies führt zu einer höheren räumlichen Überlappung der räumlichen Feldverteilungen, hierbei auch der Feldverteilungen der Moden niedriger Ordnung. Die höhere Überlappung resultiert in einem steigenden mittleren Koppelkoeffizienten  $\bar{\kappa}_{\text{all}}$ . Nennenswert ist an dieser Stelle, dass der nichtlineare intra-Gruppen Koppelkoeffizient des Grundmodus unverändert bleibt. Im Vergleich der beiden Realisierungsmöglichkeiten der stark gekoppelten Gruppen ist des Weiteren auffällig, dass bei Betrachtung von 4 Gruppen grundsätzlich gleiche oder niedrigere intra-Gruppen Koeffizienten erzielt werden als bei Betrachtung von 6 Gruppen. So ist z.B. der gemeinsame intra-Gruppen Koppelkoeffizient bei Betrachtung einer gemeinsamen  $LP_{1,2}+LP_{3,1}$  Gruppe niedriger als die jeweiligen nichtlinearen intra-Gruppen Koppelkoeffizienten  $\kappa$  des  $LP_{1,2}$ - bzw.  $LP_{3,1}$ -Modus, also bei Bildung von insgesamt 6 Gruppen. Da sich auch die Konfiguration der Modengruppe des entarteten  $LP_{1,1}$ -Modus nicht ändert, ist der intra-Gruppen Koppelkoeffizient für beide Gruppenrealisierungen identisch. Diese Aussage gilt jedoch nur für die nichtlinearen intra-Gruppen Koppelkoeffizienten und nicht für die inter-Gruppen Koppelkoeffizienten zwischen den Gruppen, über die keine verallgemeinernde Aussage getroffen wird.

### 5.2.2 Vergleich von MDM-Übertragung bei Nutzung von GI- und T-GI-Faser

Zwar verändern sich die nichtlinearen Koppelkoeffizienten  $\kappa$  nur geringfügig, dennoch ist es von Interesse die Auswirkung auch anhand der Auswirkung auf die nichtlineare Signalpropagation zu betrachten. Dafür wird eine MDM-Übertragung bei Nutzung einer GI-Faser mit der Übertragung bei Nutzung einer T-GI-Faser verglichen. Die Übertragungsszenarien unterscheiden sich nur hinsichtlich der verwendeten Fasern, die restlichen Parameter der Simulationen sind identisch. Für den Vergleich wird eine T-GI-Faser mit  $d_{tr} = 1 \mu\text{m}$ ,  $w = 6 \mu\text{m}$  und  $n_{tr} - n_{cl} = -5 \cdot 10^{-3}$  betrachtet, da sich hier die maximale Auswirkung auf  $\bar{\kappa}_{\text{all}}$  zeigt. Die berechneten effektiven Modenfeldflächen und Dispersionsparameter beider Fasern sind in Tabelle 5.1 angegeben. Mit  $A_{\text{eff},LP_{0,1}} = 126,1 \mu\text{m}^2$  folgt für beide Fasern  $\gamma = 0,84 \text{W}^{-1} \text{km}^{-1}$ .

Tabelle 5.1: Charakteristika der FMFs für  $\lambda = 1550 \text{ nm}$ .

Parameter	Einheit	Faser	Modus					
			$LP_{0,1}$	$LP_{1,1}$	$LP_{0,2}$	$LP_{2,1}$	$LP_{1,2}$	$LP_{3,1}$
$A_{\text{eff}}$	$\mu\text{m}^2$	GI-F	126,1	169,8	261,3	229,4	301,1	286,3
		T-GI-F	126,1	169,4	256,1	226,7	269,7	271,9
$D$	$\text{ps}/(\text{nm}\cdot\text{km})$	<i>beide</i>	20,6	20,9	21,0	21,0	20,4	20,4

Der Dämpfungskoeffizient wird mit  $0,2 \text{ dB/km}$  angenommen. Die zusätzliche Brechzahlablenkung im Mantelbereich beeinflusst sowohl die chromatische Dispersion als auch die DMGDs der Moden. Um hier explizit den Einfluss der veränderten nichtlinearen Koppelkoeffizienten  $\kappa$  zu untersuchen, werden identische Dispersionsparameter  $D$  für beide Fasern angenommen. Weiter werden die DMGDs auf 0 gesetzt. Für das hier betrachtete Übertragungsszenario, bei dem ein Wellenlängenkanal je Polarisation und räumlichen Modus übertragen wird, ist dies der ungünstigste anzunehmende Fall in Bezug auf die Signalbeeinträchtigung durch XPM. Pro räumlichem Modus und pro Polarisation werden  $2^{16}$  QPSK Symbole übertragen, die durch jeweils 32 Abtastwerte repräsentiert werden. Die Signale werden über zehn Streckenabschnitte von je  $80 \text{ km}$  Länge übertragen. Die Gesamtübertragungsdistanz beträgt damit  $800 \text{ km}$ . Zur Approximation der Lösung der Manakov-Gleichung wird die SSFM-Agrawal verwendet.

Zur Bewertung des Einflusses der verschiedenen Fasertypen wird der rOSNR bei verschiedenen mittleren Eingangsleistungen für beide Fasern bestimmt. Die Differenz der beiden rOSNR, die ein Maß für die zusätzliche Beeinträchtigung durch Verwendung des anderen Fasertypus ist, ist in Abbildung 5.7 dargestellt. Die Auswirkungen auf beide Fasertypen werden für 6 stark gekoppelte LP-Moden und, über die Erstveröffentlichung [K4] hinausgehend, für den Fall 4 stark gekoppelter Modengruppen verglichen. Für mittlere Eingangsleistungen bis 0 dBm unterscheiden

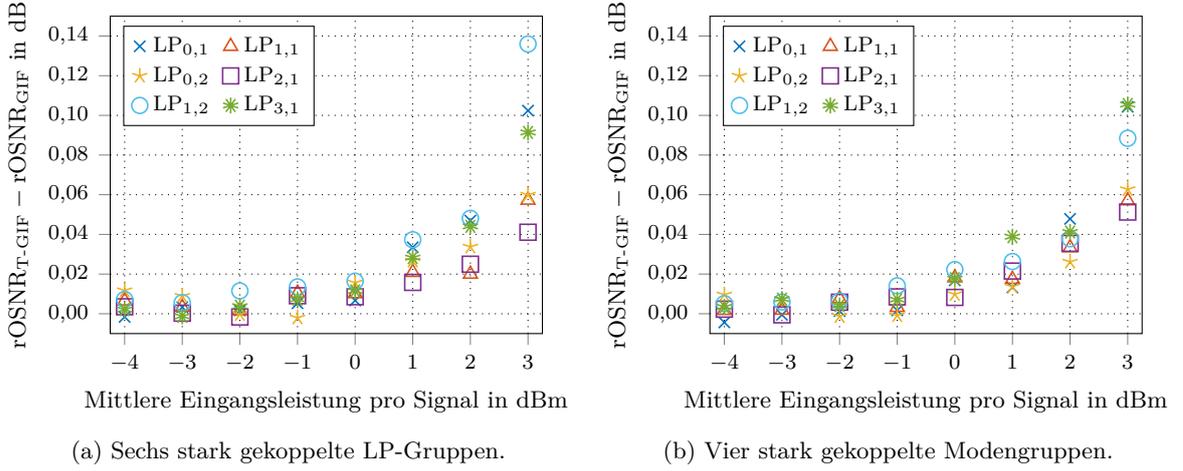


Abbildung 5.7: Zusätzliche durch die Brechzahlabsenkung im Mantel verursachte nichtlineare Signaldegradation in Abhängigkeit der mittleren Eingangsleistung für verschiedene Koppelszenarien.

sich die jeweiligen rOSNR nur geringfügig. Die Verwendung einer Faser mit Brechzahlabsenkung im Mantelbereich führt in Bezug auf den rOSNR nur zu einer geringfügigen zusätzlichen Einbuße. Diese liegt für stark gekoppelte LP-Gruppen unter 0,017 dB und für stark gekoppelte Modengruppen unter 0,023 dB. Erst bei höheren mittleren Eingangsleistungen tritt eine größere zusätzliche Einbuße auf. In beiden Koppelszenarien wird der LP<sub>0,1</sub>-Modus am stärksten durch die nichtlinearen Effekte beeinträchtigt. Die höchsten rOSNR sind für eine mittlere Eingangsleistung von 3 dBm pro QPSK Signal erforderlich, die hier der höchsten untersuchten Eingangsleistung entspricht; die rOSNR des Grundmodus liegen je nach Fasertyp im Bereich von 16,3 bis 16,7 dB. Grund hierfür ist die hohe Überlappung des Felds des Grundmodus mit den Feldern der höheren Moden. Zwar wird die effektive Feldverteilung des Grundmodus durch die zusätzliche Brechzahlabsenkung nicht beeinflusst, dennoch ändern sich die Feldverteilungen der höheren Moden. Dies wiederum führt zu einer noch höheren Überlappung des Grundmodus mit den höheren Moden und somit zu größeren inter-Gruppen Koppelfaktoren. Für den Fall stark gekoppelter LP-Gruppen führt die zusätzliche Brechzahlabsenkung im Mantel zu einer Erhöhung des mittleren Koppelfaktors des LP<sub>0,1</sub>-Modus um 2,02 %. Der mittlere Koppelfaktor eines linear polarisierten Modus  $j$  ist dabei als

$$\bar{\kappa}_j = \frac{1}{M_j M} \sum_{h \in G_j} \sum_{k \in M} \kappa_{hk} \quad (5.1)$$

definiert, wobei  $G_j$  die  $M_j$  räumlichen Entartungen des Modus umfasst und  $k$  über alle  $M$  räumlichen Moden läuft. Der mittlere Koppelfaktor  $\bar{\kappa}_{LP_{0,1}}$  steigt von 0,4763 auf 0,4859. Für beide Koppelszenarien wird durch die Brechzahlabsenkung im Mantel ein  $\sim 0,1$  dB höherer rOSNR erforderlich.

Auch wenn die über den Grundmodus übertragenen Signale die höchsten rOSNR erfordern, tritt für den Grundmodus nicht die größte Einbuße durch die zusätzliche Brechzahlablenkung im Mantelbereich der Faser auf. Liegt starke Kopplung nur innerhalb der LP-Moden vor, wird der LP<sub>1,2</sub>-Modus am stärksten beeinträchtigt, wie in Abbildung 5.7a dargestellt. Die Einbuße beträgt nahezu 0,14 dB und ist damit höher als die Beeinträchtigung des Grundmodus von  $\sim 0,1$  dB. Der absolute rOSNR hingegen fällt niedriger aus als der des LP<sub>0,1</sub>-Modus. Dieser liegt bei einer mittleren Eingangsleistung von 3 dBm im Bereich zwischen 14,6 und 14,8 dB. Die Differenz zwischen  $\bar{\kappa}_{LP_{1,2},T-GIF}$  und  $\bar{\kappa}_{LP_{1,2},GIF}$  beträgt bei stark gekoppelten LP-Gruppen 0,0236 bzw. 8,06 %. Es findet eine starke Beeinflussung der Feldverteilung durch die Brechzahlablenkung im Mantel statt, die entsprechend auch zu der größten Änderung der effektiven Modenfeldflächen führt. Dadurch wird primär der intra-Gruppen Koppelfaktor beeinflusst.

Bei stark gekoppelten Modengruppen hingegen liegt die Einbuße für den LP<sub>1,2</sub>-Modus unter 0,09 dB und damit in einem ähnlichen Bereich wie für den Grundmodus. Hier koppeln LP<sub>1,2</sub>- und LP<sub>3,1</sub>-Modus stark, sodass es für diese beiden LP-Moden auch nur einen gemeinsamen intra-Gruppen Koppelfaktor gibt. Da die Feldverteilung des LP<sub>3,1</sub>-Modus weniger stark beeinflusst wird, wird auch der gemeinsame Koppelfaktor weniger beeinflusst. Ebenso folgt aus der Mittelung auch eine geringere Veränderung der inter-Gruppen Koppelfaktoren. Die Einbußen für den LP<sub>0,1</sub>-Modus und die Gruppe aus LP<sub>1,2</sub>- und LP<sub>3,1</sub>-Modus fallen in diesem Fall in etwa gleich stark aus. Vor allem aber ist die Beeinträchtigung kleiner als für den Fall stark gekoppelter LP-Gruppen.

Betrachtet man abschließend noch die LP<sub>1,1</sub>-, LP<sub>0,2</sub>- und LP<sub>2,1</sub>-Moden, werden primär die inter-Gruppen Koppelfaktoren mit den höchsten Moden beeinflusst. Da die absoluten Werte der Koppelfaktoren jedoch deutlicher kleiner als die des LP<sub>0,1</sub>-Modus ausfallen, ist auch die durch die Brechzahlablenkung induzierte Einbuße kleiner. Zusammenfassend ist festzustellen, dass die maximale Einbuße mit  $\leq 0,14$  dB gering ausfällt. Bei stark gekoppelten Modengruppen fällt die Beeinträchtigung mit  $\leq 0,11$  dB noch kleiner aus.

Bereits angesprochen wurde, dass die rOSNRs bei stark gekoppelten Modengruppen unter den rOSNRs bei stark gekoppelten LP-Gruppen liegen. Da anhand der Auswertung der differentiellen rOSNR ein Vergleich der beiden Koppelszenarien nur indirekt möglich ist, folgt in Ergänzung zu [K4] eine detailliertere Analyse der verschiedenen Koppelszenarien. Festzuhalten ist zunächst, dass beim Szenario stark gekoppelter Gruppen weniger Gruppen gebildet werden. Es gibt also weniger Gruppen zwischen denen schwache Kopplung vorliegt. Insgesamt besteht damit zwischen einer größeren Anzahl räumlicher Moden starke Kopplung. Die zuvor vorgestellten Ergebnisse lassen darauf schließen, dass ein höherer Anteil stark gekoppelter Moden zu einer geringeren Auswirkung der nichtlinearen Signaldegradation führt und in niedrigeren rOSNRs resultiert. Anstatt den rOSNR zu bestimmen, wird im Folgenden der quadratische Q-Faktor analysiert. Dies erlaubt es einen OSNR zu wählen, bei dem die aufgeprägte Störung weniger stark durch das additive Rauschen verursacht wird und damit primär durch die nichtlinearen Effekte verursacht wird. In Abbildung 5.8 ist die Differenz der quadratischen Q-Faktoren für 4 stark gekoppelte Modengruppen und der quadratischen Q-Faktoren für 6 stark gekoppelte LP-Gruppen dargestellt. Betrachtet wird die Übertragung über die T-GI-Faser bei einer mittleren Eingangsleistung von 0 dBm. Der OSNR am Empfänger beträgt 27 dB.

Für 6 stark gekoppelte Modengruppen wird für alle hier analysierte Moden ein höherer  $Q^2$ -Faktor erzielt als für 4 LP-Gruppen. Die in Abbildung 5.8 dargestellten Differenzen  $\Delta Q^2 = Q^2_{\text{Modengruppen}} - Q^2_{\text{LP-Gruppen}}$  sind daher stets positiv. Obwohl sich der intra-Gruppen Koppelfaktor des Grundmodus nicht unterscheidet, ist die  $\Delta Q^2$  für den Grundmodus maxi-

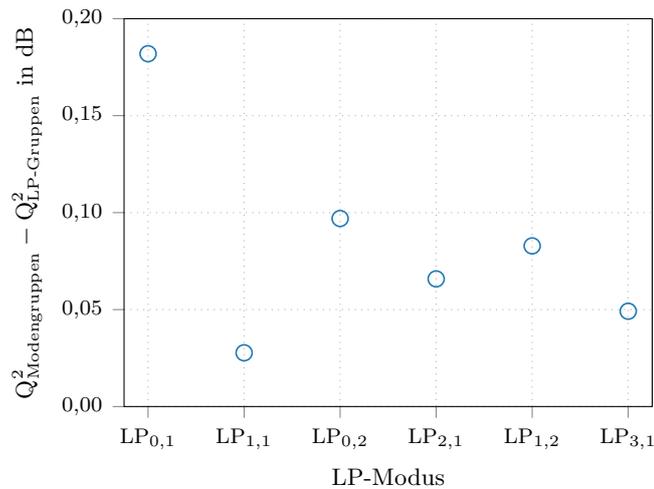


Abbildung 5.8: Differenz der  $Q^2$ -Faktoren für vier stark gekoppelten Modengruppen und der  $Q^2$ -Faktoren für sechs stark gekoppelten LP-Gruppen. Exemplarisch betrachtet wird die Übertragung über die T-GI-Faser bei einer mittleren Eingangsleistung von 0 dBm je Modus und je Polarisation bei einem OSNR von 27 dB.

mal. Ursache ist, dass eine insgesamt stärkere lineare Kopplung zu niedrigeren inter-Gruppen Koppelfaktoren führt. Die Auswertung der  $Q^2$ -Faktoren bestätigt dabei die diesbezüglich bei der Analyse der rOSNR getroffenen Feststellungen. Eine weitere Diskussion der verschiedenen Koppelszenarien findet sich in Kapitel 6.

Wird in der zur Übertragung verwendeten FMF die höchste Modengruppe nicht zur Signalübertragung eingesetzt, wie in [70] diskutiert, so ist zu erwarten, dass die zusätzliche Brechzahlabenkung im Mantel keine Beeinträchtigung durch veränderte Koppelfaktoren hervorruft. Es wird dementsprechend gefolgert, dass die Vorteile der Brechzahlabenkung überwiegen und die Brechzahlabenkung zur Optimierung der linearen Fasereigenschaften genutzt werden kann. Aufgrund des geringen Einflusses erscheint es nicht notwendig, die Auswirkungen auf die Koppelfaktoren  $\kappa$  bei der Optimierung von Position und Tiefe der Brechzahlabenkung zu berücksichtigen. Da die Abweichung der Koppelfaktoren im Vergleich zu den absoluten Werten gering ist, kann die Brechzahlabenkung im Mantel genutzt werden, um Makrobiegeverluste zu reduzieren, selbst bei Nutzung aller Moden zur Signalübertragung. Ferner ist es möglich die linearen Eigenschaften der Faser zu optimieren, ohne einen signifikanten Einfluss auf die Überlappung der Modenfelder und somit die Koppelfaktoren  $\kappa$  zu nehmen.

## 6 Einfluss der nichtlinearen Effekte auf die Signalübertragung in FMFs

Experimentell wurde in den letzten Jahren gezeigt, dass MDM-Übertragungen erfolgreich mit WDM-Betrieb kombiniert werden können. Dabei stieg die Zahl der genutzten Moden und WDM-Kanäle kontinuierlich an. Einen exemplarischen Überblick über bisherige Experimente gibt Tabelle 6.1. Zwischenzeitlich wurden vor allem die Anzahl der WDM-Kanäle pro Modus sowie die Übertragungsdistanzen gesteigert. Weiter war es möglich, die spektrale Effizienz durch den Einsatz von höherstufigen Modulationsformaten und verbesserten DSP-Algorithmen weiter zu erhöhen.

Tabelle 6.1: Überblick über WDM-MDM-Übertragungsexperimente.

	Anzahl räuml. Moden	Anzahl WDM-Kanäle	Kanalabstand in GHz	Distanz in km	Faser Typ	
[143]	3	60	33,33	305	MMF	ECOC 2014
[144]	3	40	100	860	FMF	ECOC 2015
[144]	3	120	33,3	430	FMF	ECOC 2015
[145]	3	33	33,3	3500	FMF	ECOC 2017
[146]	3	12	33	2400	FMF	OFC 2018
[147]	3	381	25	3500	FMF	OFC 2018
[148]	6	32	25	177	FMF	OFC 2013
[149]	6	32	100	17	MMF	OFC 2014
[144]	6	40	100	358	FMF	ECOC 2015
[144]	6	120	33,3	358	FMF	ECOC 2015
[150]	10	120	33,3	87	FMF	ECOC 2015
[150]	10	12	33,3	125	FMF	ECOC 2015
[151]	10	1	-	40	MMF	OFC 2016
[152]	10	30	33,3	87	FMF	OFC 2016
[153]	15	12	33	23,8	FMF	OFC 2015
[154]	36	5	50	2	MMF	ECOC 2018
[155]	45	10	50	26,5	MMF	ECOC 2018

In den bisherigen Experimenten wurden bei Nutzung vieler räumlicher Moden jedoch nur wenige WDM-Kanäle zur Übertragung genutzt, so z.B. 15 räumliche Moden und 12 WDM-Kanäle pro räumlichem Modus in [153]. Dies resultiert in einer vergleichsweise geringen genutzten Bandbreite. Auch waren die bisher erreichten Übertragungsdistanzen bei Nutzung vieler räumlicher Moden als Übertragungskanäle eher gering. Wie in dem im Jahr 2015 publizierten Beitrag [144] beschrieben, konnte bei Übertragung mit 3 Moden durch Nutzung von 40 WDM-Kanälen mit 100 GHz bzw. 120 WDM-Kanälen mit 33,3 GHz Kanalabstand erstmals das komplette C-Band belegt werden. Mittlerweile konnten bei Übertragung mit 3 Moden sogar das komplette C- und L-Band belegt werden [147]. Für mehr als 3 Moden sinkt die Übertragungsdistanz in den experimentellen Untersuchungen dramatisch. Die maximale Übertragungsdistanz liegt bei Übertragung von 6 räumlichen Moden bei 358 km [144]. Die Reichweite ist laut der Publikati-

on durch die DMGDs limitiert. Bei Übertragung von noch mehr Moden (10 oder 15) wurden nochmals deutlich kürzere Übertragungsstrecken und auch deutlich weniger WDM-Kanäle betrachtet. Dennoch konnten kürzlich sogar alle 36 nutzbaren Moden [154] und darüber hinaus sogar die ersten 45 ausbreitungsfähigen Moden [155] einer 50  $\mu\text{m}$  MMF in Experimenten erfolgreich zur Übertragung genutzt werden. Auch wenn die Übertragungsdistanz mit bis zu 26,5 km noch eher gering ist, zeigt dies das Potenzial des MDM-Ansatzes. Bzgl. des Potenzials von MDM-Übertragungssystemen stellt sich die Frage, wie sich die nichtlinearen Effekte in solchen Systemen bei längeren Übertragungsdistanzen und Nutzung von mehr WDM-Kanälen auswirken.

Um einen vollständigen Überblick zu bieten, sind in Tabelle 6.1 auch Übertragungsexperimente aufgeführt, in denen keine FMFs, sondern MMFs eingesetzt wurden. Der Einfluss der nichtlinearen Effekte auf die Signalübertragung in MMFs wird in Kapitel 7 untersucht. Eine Besonderheit der in Tabelle 6.1 aufgelisteten Experimente stellen die experimentellen Untersuchungen dar, in denen MMFs verwendet wurden, jedoch nicht alle nutzbaren räumlichen Moden zur Übertragung genutzt wurden. Grundsätzlich erlauben die in den Experimenten verwendeten MMFs die Ausbreitung einer deutlich höheren als der in diesen Experimenten genutzten Modenzahl. Damit lässt sich tendenziell ein System entwerfen, bei dem, ähnlich wie bei WDM-Systemen, Moden hinzugeschaltet werden, um die genutzte Kapazität einer einzelnen Faser bei Bedarf zu erhöhen. Dieses Potenzial wird in Abschnitt 7.1 gesondert analysiert.

Zunächst folgt in diesem Kapitel aber die Betrachtung von FMFs, wobei der Einfluss der nichtlinearen Effekte in Abhängigkeit der verwendeten Signalkanäle ausgewertet wird. Die Fasern sind so ausgelegt, dass nur eine bestimmte Anzahl von Moden ausbreitungsfähig ist. Die Anzahl der nutzbaren Moden kann dabei durch Modifikation des Brechzahlprofils der Faser angepasst werden. Neben der Anzahl an räumlichen Kanälen wird auch die Anzahl an genutzten Wellenlängenkanälen betrachtet. Weiter werden die verschiedenen Koppelszenarien verglichen.

### 6.1 Konstante effektive Modenfeldflächen

Von primärem Interesse ist die Frage, wie die durch die Kerr-Nichtlinearität induzierten Signalverzerrungen mit der Anzahl der zur Signalübertragung genutzten Moden skalieren. Dies wird zunächst, wie in [K3] publiziert, anhand dieser ersten Untersuchung bewertet. Im Speziellen stellt sich die Frage, ob die Signaldegradation überproportional mit der Anzahl der Moden zunimmt. Wie eingangs erwähnt, kann die Anzahl ausbreitungsfähiger Moden durch Anpassung des Brechzahlprofils beeinflusst werden. Für diesen ersten Vergleich werden Fasern betrachtet, bei denen die Anzahl der ausbreitungsfähigen Moden erhöht wird. Um die verschiedenen Fasern miteinander vergleichen zu können, werden die Fasern dahingehend optimiert, eine nahezu gleiche effektive Modenfeldfläche des Grundmodus aufzuweisen. Dazu wird der Kernradius vergrößert und der Brechzahlprung angepasst. Aus den sehr ähnlichen  $A_{\text{eff},LP_{0,1}}$  folgt ein nahezu konstanter mit der Nichtlinearität assoziierter Parameter  $\gamma$ . Dadurch unterscheiden sich die betrachteten Fasern im Wesentlichen nur durch die Anzahl ausbreitungsfähiger und zur Signalübertragung genutzter Moden.

### 6.1.1 Fasercharakteristika

Der Kernradius der Gradientenfasern wird zwischen 11 und 15  $\mu\text{m}$  gewählt, der Brechzahlssprung zwischen Kern- und Mantelmaterial zwischen  $6,4 \cdot 10^{-3}$  und  $11,9 \cdot 10^{-3}$ . Zusätzlich wird eine konstante Brechzahlabenkung des Mantelbereichs von  $-5 \cdot 10^{-3}$  mit einer Breite von 4  $\mu\text{m}$  im Abstand von 1  $\mu\text{m}$  zum Kern angenommen. Als Profilexponent wird für alle 1,94 gewählt. Mit diesen Parametern lassen sich Fasern designen, in denen bis zu 15 räumliche Moden ausbreitungsfähig sind. Bei entsprechender Wahl von Brechzahlssprung und Kernradius ergibt sich damit die effektive Modenfeldfläche des Grundmodus  $A_{\text{eff,LP}_{0,1}} \approx 124 \mu\text{m}^2$ , ähnlich wie bei der in [65] beschriebenen 6 LP-Moden- bzw. 10-Modenfaser. Die Brechzahlprofile der resultierenden Gradientenfasern, sowie einer als Referenz betrachteten SMF, sind in Abbildung 6.1 dargestellt. Mit  $\sim 124 \mu\text{m}^2$  sind die effektiven Modenfeldflächen  $A_{\text{eff,LP}_{0,1}}$  in den Gradientenfasern um einen

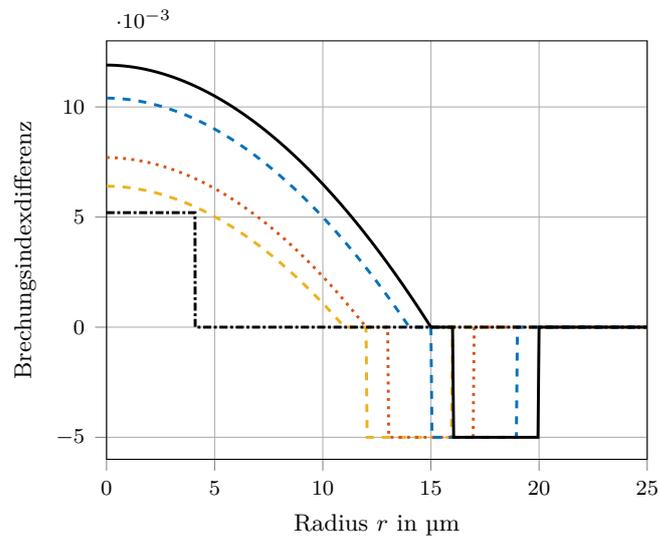


Abbildung 6.1: Brechzahlprofile der verschiedenen Gradientenfasern mit nahezu konstantem  $A_{\text{eff,LP}_{0,1}}$  und Stufenprofil der SMF.

Faktor von ca. 1,57 größer als die effektive Modenfeldfläche des Grundmodus in der SMF. In letzterer beträgt die effektive Modenfeldfläche des Grundmodus  $\sim 78 \mu\text{m}^2$ . Mit einer nichtlinearen Brechzahl von  $n_2 = 2,6 \cdot 10^{-20} \text{m}^2 \text{W}^{-1}$  folgt mit Formel (3.6) für die Gradientenfasern ein deutlich kleinerer Parameter  $\gamma$ . Für die Gradientenfasern liegt dieser bei  $\sim 0,86 \text{W}^{-1} \text{km}^{-1}$ , für die SMF bei  $\sim 1,34 \text{W}^{-1} \text{km}^{-1}$ .

Die Wellenlängenabhängigkeit des  $\text{GeO}_2$ -dotierten Faserkerns sowie die Wellenlängenabhängigkeit des reinen  $\text{SiO}_2$  wird mittels der Sellmeier-Gleichung und den in [26] bzw. Tabelle 2.2 angegebenen Koeffizienten modelliert. Dies erlaubt eine numerische Berechnung der Dispersionsparameter  $D$  der einzelnen Moden. Die Dispersionsparameter, sowie die effektiven Modenfeldflächen aller Moden, sind in Tabelle 6.2 angegeben. Ebenso sind die Kernradien  $r_{co}$  und die Differenzen zwischen den Kernbrechzahlen und der Mantelbrechzahl in Tabelle 6.2 spezifiziert. Der Dämpfungskoeffizient wird für alle Moden mit 0,2 dB/km angenommen. Grundsätzlich kann für die verschiedenen Fasern, aufgrund der unterschiedlich starken Dotierung der Faserkerne, eine unterschiedlich starke Dämpfung erwartet werden. Weiter kann die Dämpfung auch eine modale Abhängigkeit aufweisen. Für eine 10-Modenfaser ist eine Differenz zwischen minimaler und maximaler modenabhängiger Dämpfung von  $<0,01 \text{dB/km}$  [156] und für eine 15-

Modenfaser von  $<0,02$  dB/km [157] erreichbar. Wie bereits in Abschnitt 2.2.1 erläutert, wird MDL in dieser Arbeit nicht betrachtet. Die Beschränkung auf einen konstanten, modenunabhängigen Dämpfungskoeffizienten erlaubt es den Schwerpunkt der Untersuchung auf den Einfluss der Nichtlinearität zu legen, wobei zunächst die Anzahl der zur Signalübertragung genutzten Moden im Vordergrund steht.

 Tabelle 6.2: Fasereigenschaften für  $\lambda = 1550$  nm.

	LP <sub>0,1</sub>	LP <sub>1,1</sub>	LP <sub>0,2</sub>	LP <sub>2,1</sub>	LP <sub>1,2</sub>	LP <sub>3,1</sub>	LP <sub>0,3</sub>	LP <sub>2,2</sub>	LP <sub>4,1</sub>		
$A_{\text{eff}}$ in $\mu\text{m}^2$	78,48									$r_{co}$ in $\mu\text{m}$	4,1
	123,88	164,99									11,0
	123,12	165,03	246,10	219,24							12,0
	123,18	165,59	250,41	221,65	262,07	266,19					14,0
	123,15	165,58	250,74	221,81	263,78	266,86	365,17	333,75	305,30		15,0
$D$ in ps/(nm·km)	15,14									$n_{co}-n_{cl}$	$5,2 \cdot 10^{-3}$
	20,90	21,69									$6,4 \cdot 10^{-3}$
	20,53	21,20	21,78	21,85							$7,7 \cdot 10^{-3}$
	19,82	20,36	21,01	20,96	21,67	21,62					$10,4 \cdot 10^{-3}$
	19,45	19,95	20,51	20,51	21,19	21,11	21,12	21,36	21,64		$11,9 \cdot 10^{-3}$

An dieser Stelle erfolgt zunächst die Betrachtung eines einfachen Systems. Da kein WDM-System betrachtet wird, spielt FWM eine untergeordnete Rolle. So kann die PMC für verschiedene Moden zwar auch bei derselben Wellenlänge erfüllt werden, hängt dann aber von den DMGDs der verschiedenen Moden ab. In [77] wird angenommen, dass sich die DMGDs zu 0 mitteln. Für das betrachtete Szenario mit nur einem Wellenlängenkanal pro Modus, führt dies zu einer Maximierung der nichtlinearen Interaktion. Die Analyse erfasst dementsprechend Signalverzerrungen durch SPM und XPM.

Betrachtet werden an dieser Stelle stark gekoppelte Gruppen, wobei jede Gruppe die beiden Polarisationen des LP<sub>*m,l*</sub>-Modus mit  $m = 0$  umfassen bzw. die je zwei Polarisationen des zweifach entarteten Modus für  $m > 0$ . Jeder LP-Modus bildet also eine eigene stark gekoppelte Gruppe. Das Koppelszenario entspricht damit der in Abschnitt 5.2.1 beschriebenen LP-Gruppen Konfiguration, wie in Abbildung 5.3a dargestellt. Liegt zusätzlich starke Kopplung zwischen LP<sub>*n,h*</sub>- und LP<sub>*j,k*</sub>-Moden mit  $n \neq j$  und  $h \neq k$  vor, reduziert diese Kopplung den Einfluss nichtlinearer Effekte, wie in [41] beschrieben und auch bereits in Kapitel 5.2 festgestellt. Für eine erste Einschätzung des maximalen Einflusses der Nichtlinearitäten bei Skalierung der Modenanzahl werden daher stark gekoppelte LP-Moden betrachtet. Die Möglichkeit, dass mehrere LP-Moden gemeinsame stark gekoppelte Gruppen bilden, wird u.a. im nachfolgenden Kapitel 6.2 diskutiert.

### 6.1.2 Konfiguration des Übertragungssystems

Simuliert wird die Übertragung von QPSK-modulierten Signalen mit einer Symbolrate von 28 GBaud. Jedes Symbol wird dabei durch  $N_{\text{sps}} = 64$  Abtastwerte dargestellt. Die Signale werden über zehn Streckenabschnitte von je 100 km Länge übertragen, sodass sich eine Gesamtübertragungsdistanz von 1000 km ergibt. Dabei wird die Übertragung von  $2^{15}$  Symbolen pro räumlichem Modus und pro Polarisation simuliert. Die mittlere Eingangsleistung pro QPSK Signal wird zwischen  $-4$  und  $3,5$  dBm variiert. Am Empfänger wird die Anzahl fehlerhaft übertragener Bits gezählt, um den BER zu ermitteln. Neben der Auswertung des BER bzw. des rOSNR wird auch der  $Q^2$ -Faktor analysiert, der in Näherung proportional mit dem OSNR ska-

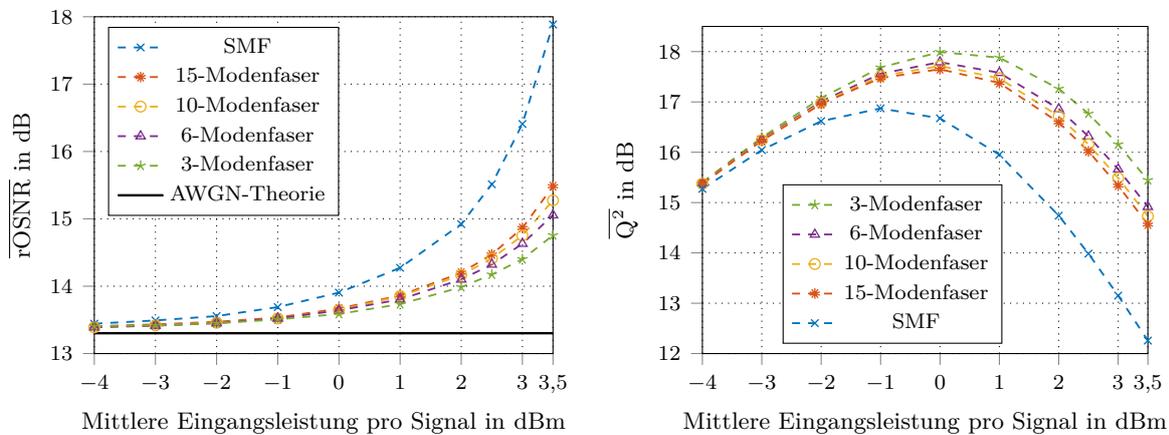
liert. Dazu wird für die mit Gleichung (3.30) berechneten System-OSNRs die EVM [158] (im Englischen „Error Vector Magnitude“) bestimmt. Aus dieser wird im Anschluss der  $Q^2$ -Faktor mittels  $Q^2 = 20 \cdot \log_{10}(1/\text{EVM})$  berechnet.

Weiter wurde auch eine mittlere Leistung von 4 dBm betrachtet. Für diese sehr hohe mittlere Eingangsleistung konnte für den  $\text{LP}_{0,1}$ -Modus bei Übertragung über die 15-Modenfaser jedoch kein BER kleiner  $10^{-3}$  erreicht werden. Die sehr hohe mittlere Eingangsleistung von 4 dBm wurde jedoch zur Wahl der Schrittlänge  $h$  verwendet. So wurden vor Durchführung der eigentlichen Simulationen die Simulationsergebnisse bei Simulation mit einer Schrittlänge von 10 m und 100 m für die Ausbreitung von 15 räumlichen Moden bei einer mittleren Eingangsleistung von 4 dBm pro QPSK Signal miteinander verglichen. Da sich die Signale nur geringfügig unterscheiden, hier resultierend in einem RMSE kleiner  $1,2 \cdot 10^{-8}$ , wurden für die weiteren Simulationen eine Schrittlänge von 100 m gewählt.

Zur Simulation wird eine GPU-beschleunigte Implementierung der SSFM-Agrawal verwendet.

### 6.1.3 Simulationsergebnisse

Um den Einfluss der durch die nichtlinearen Effekte hervorgerufenen Signaldegradation bewerten zu können, wird der minimale OSNR identifiziert, der benötigt wird, um einen BER von  $10^{-3}$  erreichen zu können. Der über die Moden gemittelte rOSNR ist in Abbildung 6.2a dargestellt, eine Betrachtung der einzelnen Moden erfolgt an späterer Stelle in dieser Arbeit. Für mittlere Eingangsleistungen von  $\leq 0$  dBm ist ein OSNR unter 14 dB ausreichend, um den



(a) Mittlerer rOSNR vs. mittlerer Eingangsleistung pro QPSK-Signal für verschiedene Fasern. (b) Mittlerer  $Q^2$ -Faktor vs. mittlerer Eingangsleistung pro QPSK-Signal für verschiedene Fasern.

Abbildung 6.2: Auswirkungen der intra- und intermodalen nichtlinearen Effekte auf den rOSNR und  $Q^2$ -Faktor bei verschiedenen Eingangsleistungen.

gewünschten BER zu erzielen. Weiter werden für alle betrachteten Fasern recht ähnliche rOSNR Werte erreicht. Wird die mittlere Eingangsleistung weiter erhöht, führen die nichtlinearen Effekte zu zusätzlichen Signalverzerrungen. Dies resultiert in höheren OSNRs, um den Ziel-BER erreichen zu können. Anhand des mittleren rOSNR bewertet, wird die SMF am stärksten durch die nichtlinearen Effekte beeinträchtigt. Obwohl die mittlere Eingangsleistung in den FMFs bis

zu 15-mal höher ist als in der SMF, ist ein niedrigerer mittlerer rOSNR ausreichend. Die Ursache hierfür ist der Unterschied zwischen den mit der Nichtlinearität assoziierten Parametern  $\gamma$ . Wie zuvor beschrieben, ist  $\gamma$  für die SMF ca. 1,57-fach größer. Weiter ist Abbildung 6.2a zu entnehmen, dass speziell bei mittleren Eingangsleistungen  $\geq 2$  dBm eine Steigerung der Anzahl räumlicher Moden durchaus auch mit einer Erhöhung des mittleren rOSNR assoziiert ist, hervorgerufen durch die mit der steigenden Modenanzahl zunehmende intermodale nichtlineare Interaktion.

Neben den rOSNRs für verschiedene mittlere Eingangsleistungen ist die optimale mittlere Eingangsleistung je Faser von Interesse. Die bei den verschiedenen mittleren Eingangsleistungen und dem jeweiligen System-OSNRs bestimmten mittleren  $Q^2$ -Faktoren sind für die verschiedenen Fasern in Abbildung 6.2b dargestellt. In der SMF wird der maximale  $Q^2$ -Faktor für eine mittlere Eingangsleistung von  $-1$  dBm erreicht. Für diese mittlere Eingangsleistung liegt der rOSNR der SMF bei 13,69 dB. Die optimale mittlere Eingangsleistung in den FMFs liegt mit 0 dBm pro Modus und Polarisation um 1 dB höher, obwohl eine höhere Gesamtleistung verwendet wird. Der rOSNR liegt zwischen 13,59 und 13,67 dB. Vergleicht man die 3- und 15-Modenfaser, resultiert die Erhöhung von 3 auf 15 Moden in einer Verfünfachung der mittleren Gesamteingangsleistung von 11,28 dBm auf 18,27 dBm. Dennoch äußert sich dies in einer Erhöhung des mittleren rOSNR um nur 0,08 dB.

Diese Ergebnisse legen bereits nahe, dass die durch die Nichtlinearität hervorgerufene Signaldegradation im Bereich der betrachteten Leistungen unterproportional mit der Anzahl der zur Übertragung genutzten Moden skaliert. Trotz höherer optimaler mittlerer Eingangsleistung liegt der mittlere rOSNR im selben Bereich wie der rOSNR der SMF. Der mit der Anzahl der Moden skalierende Einfluss der Nichtlinearität scheint bei nicht übermäßig hohen und üblicherweise in Übertragungssystemen verwendeten Eingangsleistungen die Kapazität der FMFs nicht grundlegend zu limitieren. Der Einfluss der Anzahl der Signalkanäle in verschiedenen Fasern wird daher im Weiteren genauer untersucht.

## 6.2 WDM-Kanalanzahl in WDM-MDM-Systemen

Gerade für eine hohe Modenanzahl, eine große Anzahl von WDM-Kanälen und lange Übertragungsdistanzen ist von Interesse, inwiefern intermodale FWM [42, 43] und XPM ko-propagierender Nachbarkanäle die Übertragung beeinflussen und so möglicherweise die Systemkapazität limitieren. Für die Verwendung von Einmodenfasern wurde in [159] und später ausführlicher in [160] gezeigt, dass die in einer Simulation verwendete Kanalanzahl durchaus Einfluss auf die rOSNR Abschätzung hat. So muss eine ausreichend große Anzahl an WDM-Kanälen betrachtet werden, um verlässliche Abschätzungen zu erhalten. Insbesondere aufgrund der in Einmodenfasern nicht auftretenden intermodalen FWM ist diese Fragestellung von besonderer Relevanz. Wie bereits im Grundlagenkapitel beschrieben, kann die PMC aufgrund der unterschiedlichen Ausbreitungskonstanten der verschiedenen ausbreitungsfähigen Moden auch bei nah beieinanderliegenden WDM-Kanälen bzw. für einen großen spektralen Bereich erfüllt sein, ohne dass die Dispersionsnullstelle in der Nähe liegt. Es stellt sich daher die Frage, wie viele WDM-Kanäle in MDM-Systemen für verlässliche Prognosen betrachtet werden müssen. Noch grundlegender wird untersucht, ob die Übertragung vieler WDM-Kanäle über viele räumliche Moden trotz der durch die nichtlinearen Effekte hervorgerufenen Signaldegradation überhaupt durchführbar ist.

Wie in Tabelle 6.1 dargestellt, wurden speziell bei der experimentellen Übertragung von vielen Moden nur sehr wenige WDM-Kanäle über die genutzten Moden übertragen; zum Zeitpunkt der Veröffentlichung [K6] lediglich 12 WDM-Kanäle bei Nutzung von 15 räumlichen Moden.

In [K6], sowie im Folgenden, wird die zuvor formulierte Fragestellung behandelt. So wird bei Nutzung von 15 räumlichen Moden untersucht, wie groß der Einfluss der Anzahl simulierter WDM-Kanäle auf den rOSNR ist. Um dieser Fragestellung nachzugehen werden Fasern betrachtet, die den in Patent [123] spezifizierten und charakterisierten Fasern ähnlich sind.

### 6.2.1 Charakteristika der 15-Modenfasern

Hier wird die Ausbreitung von 9 LP-Moden bzw. 15 räumlichen Moden betrachtet. Dazu werden zwei verschiedene FMFs betrachtet, die die genannte Modenanzahl führen und deren Spezifikationen den beiden in [123] beschriebenen Fasern ähneln. Die in diesem Abschnitt als Typ I bezeichnete Faser weist einen Faserkern mit  $r_{co} = 15 \mu\text{m}$  auf. Der Profilexponent  $\alpha$  ist 1,945. Bei einer Wellenlänge von 1550 nm beträgt die Brechzahldifferenz zwischen Kern- und Mantelmaterial  $12,5 \cdot 10^{-3}$ . Dies entspricht einer numerischen Apertur von 0,19. Im Abstand von  $1,1 \mu\text{m}$  zum Faserkern befindet sich ein  $6,45 \mu\text{m}$  breiter Bereich mit einer Brechzahlablenkung um  $4,81 \cdot 10^{-3}$ . Die Faser Typ II weist mit  $r_{co} = 14 \mu\text{m}$  einen geringfügig kleineren Faserkern auf. Zusammen mit einer größeren Brechzahldifferenz zwischen Kern- und Mantelmaterial von  $14,4 \cdot 10^{-3}$  bei  $\lambda = 1550 \text{ nm}$ , ergibt sich die numerische Apertur der Faser zu 0,20. Der Profilexponent liegt bei 1,944. Im Mantelbereich erfolgt eine Brechzahlablenkung um  $5,78 \cdot 10^{-3}$ . Der Abstand zwischen Kern und Brechzahlablenkung beträgt  $1,05 \mu\text{m}$ ; die Breite des Bereichs mit abgesenkter Brechzahl beträgt  $4,5 \mu\text{m}$ . Die Wellenlängenabhängigkeit der Brechzahlen wird mittels der in [27] bzw. Tabelle 2.2 spezifizierten Sellmeier-Koeffizienten modelliert. Für Faser Typ I ergibt sich ein Faserparameter von  $V = 10,8$ ; für Faser Typ II liegt  $V$  bei 11,6.

Wie zuvor gezeigt, wirkt sich eine geringfügige Anpassung des Brechzahlprofils nur unwesentlich auf die nichtlinearen Kopplungsfaktoren aus. Bereits geringfügige Veränderungen des Brechzahlprofils haben jedoch, wie in [65] beschrieben, einen starken Einfluss auf die DMGDs. Daher werden die in [123] gegebenen und optimierten DMGD-Werte angenommen. Betrachtet werden hier beide in Kapitel 5.2.1 beschriebene Gruppenkonfigurationen. Im ersten Fall bilden die 9 LP-Moden eigene stark gekoppelte Gruppen und breiten sich mit unterschiedlichen Ausbreitungsgeschwindigkeiten aus. Im zweiten Fall bilden die 15 räumlichen bzw. 9 LP-Moden insgesamt 5 Gruppen in denen starke Kopplung vorliegt, wobei für diesen Fall ein gemeinsamer mittlerer DMGD je Gruppe angenommen wird. Der Mittelwert wird entsprechend der Anzahl räumlicher Moden pro Gruppe gebildet. Die Fasercharakteristika sind in Tabelle 6.3 angegeben.

Mit einer nichtlinearen Brechzahl  $n_2 = 2,6 \cdot 10^{-20} \text{ m}^2 \text{ W}^{-1}$ , sowie einer effektiven Modenfeldfläche des Grundmodus von 119 bzw.  $104 \mu\text{m}^2$ , ergibt sich der Parameter  $\gamma$  für Faser I zu  $0,88 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$  bzw. zu  $1,01 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$  für Faser II. Für alle Moden wird der Parameter  $S$ , der die Steigung der chromatischen Dispersion beschreibt, wie in [43] mit  $0,055 \text{ ps}/(\text{nm}^2 \cdot \text{km})$  angenommen. Aus der Kombination der beiden Fasertypen sowie den beiden Möglichkeiten der Gruppenbildung ergeben sich die in Tabelle 6.4 angegebenen Konfigurationen für die Simulationen. In allen Simulationen werden modenspezifische Dispersionsparameter  $D$  angenommen.

Tabelle 6.3: In den Fasern auftretende DMGDs, gemäß [123], sowie gemittelte DMGDs in ps/km, modenspezifische Dispersionsparameter  $D$  in ps/(nm·km) und  $A_{\text{eff}}$  der LP-Moden in  $\mu\text{m}^2$ .

		LP <sub>0,1</sub>	LP <sub>1,1</sub>	LP <sub>0,2</sub>	LP <sub>2,1</sub>	LP <sub>1,2</sub>	LP <sub>3,1</sub>	LP <sub>0,3</sub>	LP <sub>2,2</sub>	LP <sub>4,1</sub>
Faser Typ I <i>ähnlich zu</i> [123, Ex. 5]	DMGD	/	-18,5	-16,6	-21,2	-21,1	-15,4	-15,6	-17,1	-3,3
	mttl. DMGD	/	-18,5	-19,7		-18,25		-11,28		
	$D$	19,6	19,9	20,2	20,2	20,4	20,4	20,6	20,6	20,7
	$A_{\text{eff}}$	119	161	243	215	260	260	357	326	298
Faser Typ II <i>ähnlich zu</i> [123, Ex. 4]	DMGD	/	-22,5	-20,1	-25,1	-24,3	-16,7	-16,1	-17,8	0,3
	mttl. DMGD	/	-22,5	-23,4		-20,5		-10,46		
	$D$	19,3	19,6	19,9	20,0	20,9	20,3	20,4	20,5	20,6
	$A_{\text{eff}}$	104	140	212	188	227	226	311	284	260

Tabelle 6.4: Konfigurationen der Simulationen.

Set-Up	1	2	3	4
Faser	Typ I	Typ I	Typ II	Typ II
Gekoppelte Gruppen	9 LP-Moden	5 Gruppen	9 LP-Moden	5 Gruppen
DMGD	individuell	gemittelt	individuell	gemittelt

## 6.2.2 Konfiguration des Übertragungssystems

Jede der 15 räumlichen Moden wird zur Übertragung von bis zu 80 WDM-Kanälen genutzt. In jedem WDM-Kanal wird dabei ein 32 GBaud DP-QPSK moduliertes Signal übertragen. Die WDM-Kanäle werden in einem 50 GHz Raster angeordnet. In der Konfiguration mit 80 WDM-Kanälen ist 191,95 THz die niedrigste und 195,9 THz die höchste Kanalmitenfrequenz. Somit ist das 4 THz umfassende C-Band vollständig belegt. Um eine entsprechend große spektrale Bandbreite zu simulieren, wird jedes Symbol durch 256 Abtastwerte dargestellt. In Kombination mit der Symbolrate wird damit eine spektrale Bandbreite von 8,192 THz simuliert. In den Konfigurationen mit weniger WDM-Kanälen sind die Kanäle gleichmäßig um den Kanal mit der Kanalmitenfrequenz von 193,4 THz, entsprechend einer Wellenlänge von 1550,11 nm, angeordnet. Auch hier wird jedes Symbol durch 256 Abtastwerte dargestellt, sodass stets eine spektrale Bandbreite von 8,192 THz simuliert wird.

Die Übertragungsstrecke besteht aus zehn Streckenabschnitten von je 80 km Länge, resultierend in einer Gesamtübertragungsdistanz von 800 km. Die mittlere Leistung, mit der ein Signal in die Faser eingekoppelt wird, beträgt  $-1$  dBm pro DP-QPSK Kanal bzw.  $-4$  dBm pro räumlichem Modus, Wellenlänge und Polarisation. Bei Nutzung von 80 Wellenlängenkanälen liegt die mittlere Leistung pro räumlichem Modus somit bei  $\sim 18$  dBm, die gesamte mittlere Eingangsleistung aller 15 Moden bei  $\sim 29,79$  dBm. Die Faserverluste von 16 dB werden nach jedem Streckenabschnitt durch einen rauschfreien Verstärker kompensiert. Nach Propagation der Signale über die Strecke werden die Signale wie in Kapitel 3.4 beschrieben prozessiert. Der Bitfehlerquotient wird durch Zählen der fehlerhaft empfangenen Bits ermittelt. Dazu werden je DP-QPSK Signal  $2^{15}$  Symbole je WDM-Kanal und pro Modus simuliert. Anhand der Anzahl an Bitfehlern für verschiedene OSNR wird der rOSNR ermittelt.

Die Simulation der nichtlinearen Signalpropagation wird mit einer GPU-beschleunigten Implementierung der in Kapitel 3.3.1 beschriebenen SSFM-Agrawal durchgeführt.

### 6.2.3 Simulationsergebnisse

In Abbildung 6.3 sind minimaler und maximaler rOSNR für die verschiedenen Set-Ups bei unterschiedlicher WDM-Kanalanzahl dargestellt. Identifiziert wird also der rOSNR des besten und des schlechtesten WDM-Kanals. Zunächst wird die Differenz  $\Delta$  zwischen minimalem und

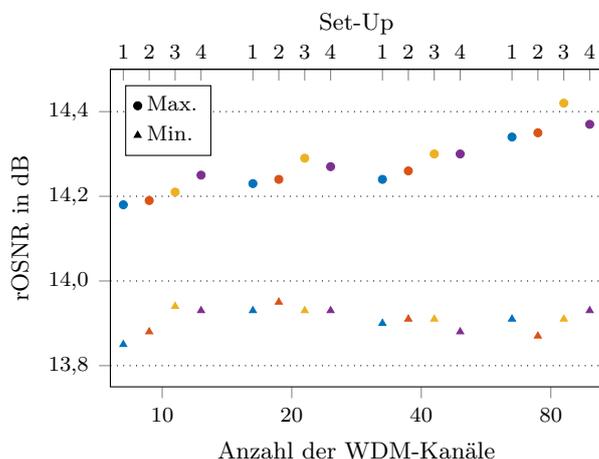
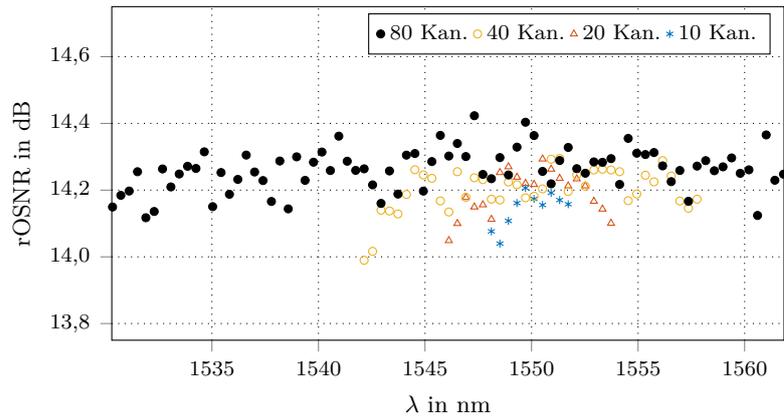


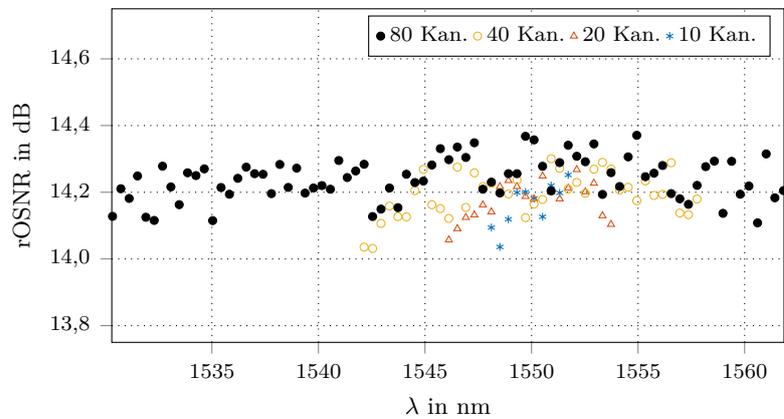
Abbildung 6.3: Minimaler und maximaler rOSNR für die verschiedenen Set-Ups bei unterschiedlicher Anzahl an WDM-Kanälen.

maximalem rOSNR einer Konfiguration betrachtet. Bei der Nutzung von 10 WDM-Kanälen liegt  $\Delta$  für alle vier betrachteten Konfigurationen unter 0,34 dB. Mit steigender Kanalanzahl werden zunehmend höhere OSNRs benötigt, um einen BER  $< 10^{-3}$  erreichen zu können. Die minimalen rOSNR Werte ändern sich nur geringfügig. Teilweise sind sie sogar geringer, wobei keine eindeutige Tendenz identifizierbar ist. Dass der maximale rOSNR mit steigender Kanalanzahl zunimmt, der minimale rOSNR sich jedoch nur geringfügig ändert, resultiert in einer Vergrößerung von  $\Delta$ ; für Set-Up 3 steigt  $\Delta$  bei Nutzung von 80 WDM-Kanälen auf 0,51 dB an. Wichtig ist an dieser Stelle anzumerken, dass die minimalen bzw. maximalen rOSNR Werte nicht zwangsläufig zu demselben WDM-Kanal bzw. Modus gehören. Eine größere Anzahl an WDM-Kanälen resultiert auch in erhöhten Anforderungen an den OSNR.

Betrachtet man die verschiedenen Set-Ups bei konstanter Kanalanzahl, sind nur geringfügige Unterschiede festzustellen. Für 80 Kanäle unterscheiden sich die vier maximalen rOSNR Werte um  $< 0,09$  dB; die minimalen rOSNR Werte unterscheiden sich sogar nur um 0,06 dB. In allen betrachteten Konfigurationen unterliegen die über den LP<sub>0,1</sub>-Modus übertragenen Signale den stärksten Degradationseffekten. Für Faser II, die den größeren mit der Kerr-Nichtlinearität assoziierten Parameter  $\gamma$  aufweist, sind in Abbildung 6.4 die rOSNR Werte aller WDM-Kanäle dargestellt, wobei in Ergänzung zu [K6] neben Set-Up 3 auch Set-Up 4 detailliert analysiert wird. Wie bereits anhand von Abbildung 6.3 identifiziert, weist Set-Up 3 bei 80 WDM-Kanälen ein größeres  $\Delta$  als Set-Up 4 auf. Bei Vergleich der in Abbildung 6.4a und 6.4b dargestellten rOSNR Werte zeigt sich kein wesentlicher Unterschied bzgl. der Wellenlängenabhängigkeit zwischen beiden Set-Ups, trotz der unterschiedlichen Gruppenkonfigurationen und den damit verbundenen unterschiedlichen DMGDs. Für den Fall von 9 Gruppen (Set-Up 3) liegen die minimalen rOSNR, je nach gewählter Anzahl von WDM-Kanälen, niedriger als für 5 Gruppen (Set-Up 4). Allerdings sind bei Set-Up 3 für einige WDM-Kanäle auch geringfügig höhere rOSNR Werte erforderlich als bei Set-Up 4. Einige Kanäle zeigen hingegen bei schwacher Kopplung zwischen den



(a) Set-Up 3.



(b) Set-Up 4.

Abbildung 6.4: rOSNR der WDM-Kanäle des  $LP_{0,1}$ -Modus für (a) Set-Up 3 und (b) Set-Up 4.

verschiedenen LP-Moden eine bessere Performance. Für die Gesamtpformance des Systems sind jedoch vor allem die höchsten rOSNR Werte von Interesse. Diese sind bei Set-Up 4 geringfügig niedriger. Hier treten aufgrund des höheren Anteils starker Kopplung höchstwahrscheinlich Mittelungseffekte auf, die dazu führen, dass minimaler und maximaler rOSNR näher beieinanderliegen. Dies ist in Anbetracht der Tatsache, dass auch ein niedriger maximaler rOSNR erforderlich ist, wünschenswert.

Betrachtet man nochmals die Wellenlängenabhängigkeit der rOSNRs, so ist auffällig, dass die im Außenbereich des genutzten Spektrums liegenden Kanäle niedrigere rOSNRs erfordern als die in der Mitte des genutzten Spektrums. Besonders deutlich ist dies bei Simulation von 20 WDM-Kanälen. Die Differenzen liegen jedoch für alle hier dargestellten Konfigurationen unter 0,32 dB. Beginnend mit Übertragungen von 40 WDM-Kanälen und noch deutlicher bei Nutzung von 80 WDM-Kanälen verschwindet dieser Trend. Auch dies kann bei der entsprechend langen Übertragungstrecke potenziell auf Mittelungseffekte zurückgeführt werden.

Weitergehend wird der Einfluss der intermodalen nichtlinearen Effekte nochmals gesondert analysiert. Dazu werden die minimalen und maximalen rOSNR Werte der über den  $LP_{0,1}$ -Modus übertragenen Signale analysiert. Im Gegensatz zu den vorangegangenen Analysen werden in

diesem Abschnitt die Fälle verglichen, in denen nur der Grundmodus zur Übertragung genutzt wird bzw. in denen (wie auch zuvor) alle 15 räumlichen Moden zur Übertragung genutzt werden. Betrachtet werden wieder Faser I und Faser II. Bei alleiniger Propagation des Grundmodus ist es hierbei unerheblich ob 5 oder 9 stark gekoppelte Gruppen betrachtet werden, da der Grundmodus in beiden Fällen eine eigene stark gekoppelte Gruppe bildet. Bei Nutzung aller 15 räumlichen Moden zur Datenübertragung wurde gezeigt, dass bei Betrachtung von 9 stark gekoppelten Gruppen höhere rOSNR Werte erforderlich werden. Um eine Abschätzung des ungünstigsten Falls bzw. der maximalen Beeinträchtigung durch die intermodalen nichtlinearen Effekte zu erzielen, wird daher mit Set-Up 1 bzw. 3 verglichen, bei denen eben gerade die Ausbreitung von 9 Gruppen betrachtet wird. Die Ergebnisse sind in Abbildung 6.5 dargestellt. Bei Erhöhung der WDM-Kanalanzahl von 10 auf 80 wird ein um 0,07 dB größerer maximaler

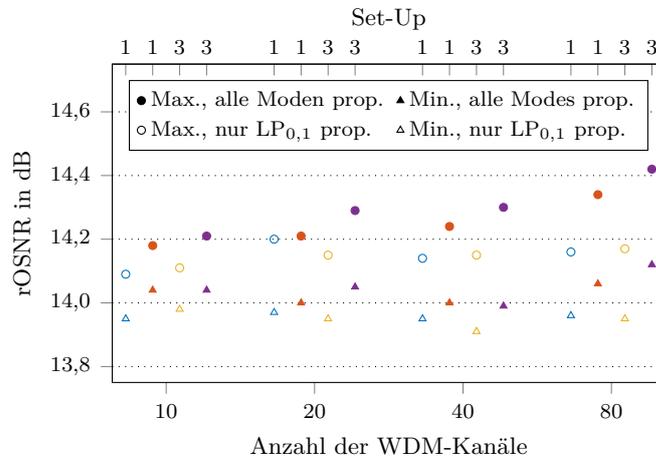


Abbildung 6.5: Minimaler und maximaler rOSNR des LP<sub>0,1</sub>-Modus für verschiedene Set-Ups und WDM-Kanäle. Weiter wurde der Fall betrachtet, dass nur der LP<sub>0,1</sub>-Modus propagiert und dass alle 15 räumlichen Moden propagieren.

rOSNR benötigt, sofern nur der Grundmodus propagiert. Werden alle 15 räumlichen Moden zur Datenübertragung genutzt, wird ein um 0,18 dB größerer rONSR<sub>max</sub> Wert für Faser I bzw. für Faser II ein um 0,25 dB höherer Wert notwendig, wenn die Anzahl der WDM-Kanäle von 10 auf 80 gesteigert wird. Bedenkt man, dass die Kapazität jedoch um einen Faktor 15 höher liegt, so ist dies nur eine unerhebliche Anhebung des rONSR<sub>max</sub>.

Abschließend lässt sich feststellen, dass die Wahl der Kanalanzahl einen größeren Einfluss auf den rOSNR hat als die verschiedenen Parameter der Fasern bzw. Gruppenkonfigurationen. Als Konsequenz sollten im Idealfall 80 WDM-Kanäle pro Modus simuliert werden, um verlässliche Abschätzungen zu erhalten, die auch den Einfluss intermodaler FWM bzw. XPM ko-propagierender Nachbarkanäle erfassen. Die Repräsentation jedes Symbols durch 256 Abtastwerte und die resultierende Simulation einer spektralen Bandbreite von 8,192 THz ist jedoch sehr aufwendig. Da die erzielten rOSNR Werte bei Übertragung von 40 bzw. 80 WDM-Kanälen pro räumlichem Modus bereits keine großen Differenzen aufweisen, kann als Kompromiss jedes Symbol durch 128 Abtastwerte dargestellt werden, sodass immer noch eine spektrale Bandbreite von 4,096 THz simuliert wird. Dies ist ausreichend um 60 WDM-Kanäle zu simulieren, wobei gleichzeitig genug freies Spektrum am Rand des Simulationsbandes verbleibt, um Simulationsartefakte zu vermeiden.

### 6.3 Vergrößerte effektive Modenfeldflächen

Die Anzahl der ausbereitungsfähigen Moden in einer Faser lässt sich durch Anpassung der numerischen Apertur und des Kernradius beeinflussen. Wie in Abschnitt 6.1 gezeigt, können dadurch Fasern mit unterschiedlicher Modenanzahl entworfen werden, bei denen die effektiven Modenfeldflächen nahezu konstant bleiben. Im Gegensatz zu dieser einführenden Betrachtung wird im Folgenden ausschließlich der Kernradius vergrößert. Der Brechzahlsprung wird konstant gehalten. Dieser Ansatz wird in [70] beschrieben und erlaubt es für die Fertigung der so entworfenen Fasern, auf Standardfertigungsprozesse für 50  $\mu\text{m}$  MMFs zurückzugreifen.

Durch Vergrößerung des Kernradius steigt auch die effektive Modenfeldfläche des Grundmodus. Damit nimmt der mit der Nichtlinearität assoziierte Parameter  $\gamma$  ab. Zeitgleich erhöht sich jedoch die Anzahl der an intermodaler nichtlinearer Kopplung beteiligten Moden. Im Rahmen dieses Abschnitts, wie auch den Publikationen [K9] und [K12], wird der Fragestellung nachgegangen, welcher Einfluss dominiert.

Bei konstanter effektiver Modenfeldfläche, wie in Abschnitt 6.1 betrachtet, nehmen die durch die Fasernichtlinearität induzierten Degradationseffekte mit steigender Modenanzahl zu, wenn auch nicht in einem überproportionalen Maße. Bei dem in diesem Abschnitt betrachteten Szenario muss dies nicht der Fall sein, da bei steigender Modenanzahl der Parameter  $\gamma$  abnimmt. Bilden alle Moden eine gemeinsame stark gekoppelte Gruppe, kann anhand analytischer Betrachtung gezeigt werden, dass jeder Modus die identische nichtlineare Phasendrehung proportional zu  $1/M$  der optischen Gesamtleistung erfährt [41, 87]. Wie bereits in Abschnitt 2.3.2 und 5.2.1 diskutiert, bilden aber nicht zwangsläufig alle Moden eine gemeinsame Gruppe, in der starke Kopplung vorliegt. Stattdessen ist davon auszugehen, dass sich mehrere Modengruppen bilden, die innerhalb der Gruppe starke Kopplung aufweisen, aber zwischen den verschiedenen Gruppen lediglich schwache Kopplung vorliegt. Dieses Szenario bildet hier den Schwerpunkt der Betrachtung. Abschließend wird zur Vervollständigung des Gesamtbildes vergleichend auch das Szenario betrachtet, das sich ergibt, wenn zwischen allen Moden starke Kopplung vorliegt, sich also nur eine Gruppe bildet.

#### 6.3.1 Reskalierte Gradientenfasern

Den Kernradius anzupassen und dabei die numerische Apertur unverändert bei 0,2 zu belassen, ist speziell deswegen interessant, weil sich damit, wie eingangs erwähnt, die Standardprozesse zur Fertigung von 50  $\mu\text{m}$  Fasern nutzen lassen [70]. Aufgrund gut beherrschter Prozesse treten geringe Schwankungen in der Produktion auf, was in deutlich geringeren Schwankungen der erzielten DMGDs resultiert. Wird zusätzlich darauf verzichtet die letzte, grundsätzlich ausbereitungsfähige Modengruppe zur Datenübertragung zu nutzen, können nochmals deutlich kleinere DMGDs erzielt werden. Die nach dem in [70] beschriebenen Ansatz designten Fasern erreichen dann deutlich niedrigere DMGDs, im Vergleich zu Fasern, bei denen auch die numerische Apertur angepasst wurde. Auch die modenabhängige Dämpfung ist laut [70] deutlich geringer.

Die Brechzahlprofile sind in Abbildung 6.6 dargestellt. Der Kernradius wird von 25  $\mu\text{m}$  auf bis zu 11,25  $\mu\text{m}$  reduziert. Als Exponent des Brechzahlprofils wird 1,94 gewählt, um bei einer Wellenlänge von 1550 nm minimale DMGDs zu erzielen. Weiter befindet sich bei jeder der Fasern im Abstand von 1,25  $\mu\text{m}$  zum Kern eine 3,5  $\mu\text{m}$  breite Brechzahlablenkung im Mantelbereich

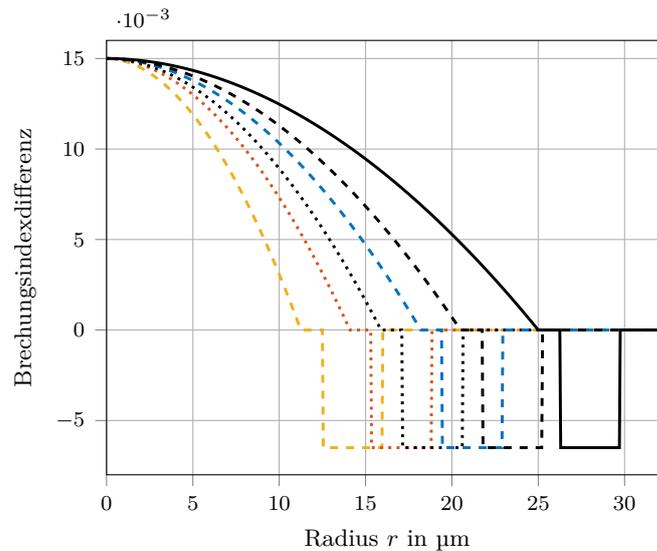


Abbildung 6.6: Brechzahlprofile der verschiedenen Fasern mit konstantem Brechzahlprung.

mit einem Brechzahlprung  $n_{tr} - n_{cl} = -6,5 \cdot 10^{-3}$ . Mit den hier dargestellten und in [70] beschriebenen Anpassungen des Kernradius lassen sich Fasern realisieren, in denen 3 bis 7 Modengruppen bzw. 6 bis 28 räumliche Moden zur Datenübertragung genutzt werden können. Wird der Kernradius nicht angepasst sind 10 Modengruppen ausbreitungsfähig, von denen aufgrund von Biegeverlusten und zu hohen DMGD-Werten nur die ersten 8 Modengruppen und somit 36 räumliche Moden genutzt werden können [22]. Die wesentlichen Fasereigenschaften, wie Kernradius und Anzahl der damit in der jeweiligen Faser ausbreitungsfähigen und nutzbaren Modengruppen, sowie die nutzbare Anzahl an räumlichen Moden sind in Tabelle 6.5 aufgeführt. Obwohl die Faser mit einem Kernradius von 25  $\mu\text{m}$  bzw. einem Kerndurchmesser von 50  $\mu\text{m}$  nicht

Tabelle 6.5: Anzahl der (nutzbaren) Modengruppen (MG) und räumlichen Moden  $M$ , sowie der Faserparameter  $V$  für Fasern mit unterschiedlichen Kernradien  $r_{co}$ .

Faser	I	II	III	IV	V	VI
Anzahl MG	4	5	6	7	8	10
Nutzbare MG	3	4	5	6	7	8
Nutzbare Moden $M$	6	10	15	21	28	36
Faserparameter $V$	9,5	11,9	13,4	15,4	17,3	21,1
$r_{co}$ in $\mu\text{m}$	11,25	14,1	15,9	18,2	20,5	25,0
Referenz			[70]			[22]

zu den FMFs zählt, sondern bereits eine MMF darstellt, wird diese der Vollständigkeit halber in den Vergleich miteinbezogen. Die effektiven Modenfeldflächen aller nutzbaren Moden der jeweiligen Fasern sind in Tabelle 6.6 gegeben. Die effektiven Modenfeldflächen liegen für Faser I zwischen 84 und 169  $\mu\text{m}^2$  und zwischen 183 und 732  $\mu\text{m}^2$  für Faser VI. Mit einer nichtlinearen Brechzahl von  $n_2 = 2,6 \cdot 10^{-20} \text{ m}^2 \text{ W}^{-1}$  und den verschiedenen effektiven Modenfeldflächen des Grundmodus ergibt sich der mit der Nichtlinearität assoziierter Parameter  $\gamma$  zwischen 0,58 und 1,25. Die den jeweiligen Fasern zugeordneten Parameter  $\gamma$  sind in Tabelle 6.7 gegeben.

Tabelle 6.6: Effektive Modenfeldflächen der LP-Moden in  $\mu\text{m}^2$  für die verschiedenen Fasern.

Faser	LP <sub>0,1</sub>	LP <sub>1,1</sub>	LP <sub>0,2</sub>	LP <sub>2,1</sub>	LP <sub>1,2</sub>	LP <sub>3,1</sub>	LP <sub>0,3</sub>	LP <sub>2,2</sub>	LP <sub>4,1</sub>	LP <sub>1,3</sub>
I	84,0	112,1	168,6	151,6						
II	104,6	139,8	209,6	188,5	225,9	225,7				
III	117,7	157,3	235,9	211,9	253,7	253,7	343,0	319,8		
IV	134,3	134,3	179,5	269,4	241,9	289,6	289,6	391,6	364,8	333,3
V	150,8	201,8	302,9	271,7	325,6	325,5	440,5	409,9	374,6	435,6
VI	183,1	245,1	368,3	330,0	395,6	395,5	536,0	497,9	455,0	530,0
Faser	LP <sub>3,2</sub>	LP <sub>5,1</sub>	LP <sub>0,4</sub>	LP <sub>2,3</sub>	LP <sub>4,2</sub>	LP <sub>6,1</sub>	LP <sub>1,4</sub>	LP <sub>3,3</sub>	LP <sub>5,2</sub>	LP <sub>7,1</sub>
IV	387,0	423,5	369,6							
V	476,2	415,4	567,5	527,4	536,5	455,5				
VI	578,9	505,0	693,3	642,6	652,8	553,7	653,5	731,8	715,5	595,4

 Tabelle 6.7: Aus der effektiven Modenfeldfläche des Grundmodus resultierender mit der Nichtlinearität assoziierte Parameter  $\gamma$  in  $\text{W}^{-1}\text{km}^{-1}$  für die verschiedenen Fasern.

Faser	I	II	III	IV	V	VI
$A_{\text{eff,LP}_{0,1}}$	84,0	104,6	117,7	134,3	150,8	183,1
$\gamma$	1,25	1,01	0,90	0,78	0,70	0,58

Die Ausbreitungskonstanten wurden mit JCMSuite berechnet, um die modenspezifische chromatische Dispersion zu ermitteln. Die Wellenlängenabhängigkeit der Brechzahlen wird durch die Sellmeier-Gleichung und die in [27] bzw. Tabelle 2.2 gegebenen Koeffizienten modelliert. Die Dispersionsparameter  $D$  aller Moden liegen zwischen 20,1 und 22,6 ps/(nm · km). Die Dispersionsparameter der jeweiligen Moden weisen beim Vergleich der verschiedenen Fasern nur sehr geringe Differenzen auf. Die Differenzen der einem Modus zugeordneten Dispersionsparameter liegen dabei sogar unterhalb der in ITU-G.652 [161] angegebenen herstellereinspezifischen Streuung des Dispersionsparameters des Grundmodus einer SMF. Aufgrund dessen und da starke Kopplung innerhalb der Gruppen angenommen wird, werden gemittelte und den jeweiligen Modengruppen zugeordnete Dispersionsparameter  $D$  angenommen, die für alle Fasern identisch sind. Diese sind in Tabelle 6.8 angegeben. Die identischen Dispersionsparameter  $D$  erlauben

 Tabelle 6.8: Mittlerer Dispersionsparameter  $D$  in ps/(nm·km) und DMGD in ps/km je Modengruppe.

Modengruppe	1	2	3	4	5	6	7	8
$D$	20,2	20,5	20,7	20,9	21,1	21,4	21,7	21,8
DMGD	\	-8,2	-8,28	-8,37	-8,46	-8,57	-8,7	-8,75

auch die Berechnung identischer DMGD-Werte, die die PMC gemäß Gleichung (2.13) erfüllen. Die DMGDs werden dabei so gewählt, dass die PMC für den LP<sub>0,1</sub>-Modus erfüllt ist. Die Beeinträchtigung des Grundmodus ist damit potenziell maximal. Die mittels Gleichung (2.13) berechneten DMGDs sind in Tabelle 6.8 gegeben. Die Faserverluste werden, wie in [70] angegeben, mit 0,22 dB/km angenommen.

### 6.3.2 Konfiguration des Übertragungssystems

Wie bereits in [K9], wird hier sowie für alle folgenden Simulationen, die in Kapitel 3.3.2 vorgestellte RK4IP Methode verwendet. Die Übertragungsstrecke besteht aus 15 Streckenabschnitten von je 80 km Länge, resultierend in einer Übertragungsdistanz von 1200 km. Es werden 60 WDM-Kanäle pro räumlichem Modus betrachtet, wobei die WDM-Kanäle wieder in einem 50 GHz Kanalaraster um den Kanal mit der Mittenfrequenz von 193,4 THz angeordnet sind. Hierbei wird eine spektrale Bandbreite von 4,096 THz simuliert, sodass es ausreichend ist jedes Symbol durch 128 Abtastwerte darzustellen. Jeder WDM-Kanal wird genutzt, um ein 32 GBaud DP-QPSK Signal zu übertragen, das eine mittlere Eingangsleistung von  $-1$  dBm aufweist.

### 6.3.3 Simulationsergebnisse

Da der  $LP_{0,1}$ -Modus den stärksten Degradationseffekten unterliegt, wie in Kapitel 5.2.2 bereits erläutert und in Kapitel 7.1 noch detaillierter dargestellt, wird die Analyse auf diesen Modus beschränkt. In Abbildung 6.7 ist der mittlere quadratische  $Q^2$ -Faktor des  $LP_{0,1}$ -Modus für die verschiedenen Fasern dargestellt. Der  $Q^2$ -Faktor wird bei einem System-OSNR von 19,64 dB ausgewertet. Betrachtet werden die Fälle, in dem nur der Grundmodus propagiert bzw. in dem alle nutzbaren Moden propagieren. Dem ersten Fall äquivalent ist die Vernachlässigung der zwischen den Gruppen auftretenden nichtlinearen Effekte. Als Referenz in Abbildung 6.7a wird zunächst Faser I unter Vernachlässigung der inter-Gruppen Effekte gewählt, um so die verschiedenen FMFs miteinander vergleichen zu können. Mit steigendem Kernradius nimmt die effektive Modenfeldfläche des Grundmodus zu, sodass  $\gamma$  abnimmt. Sofern nur der Grundmodus propagiert, steigt der  $Q^2$ -Faktor dementsprechend an. Selbiges ist auch der Fall, wenn alle nutzbaren Moden zur Datenübertragung verwendet werden. Trotz der Tatsache, dass in den Fasern mehr Moden an der nichtlinearen Kopplung beteiligt sind, steigt der  $Q^2$ -Faktor. Dennoch kommt es durch die zusätzlich propagierenden Moden zu einer stärkeren Signaldegradation. Für Faser I kommt es durch die Propagation der zusätzlichen Moden zu einer Absenkung des  $Q^2$ -Faktors um  $\sim 1$  dB. Mit Zunahme der genutzten Modenanzahl, bei gleichzeitiger Abnahme von  $\gamma$ , nimmt die durch die zusätzlich propagierenden Moden verursachte Signaldegradation jedoch ab. Für Faser VI ergibt sich so nur noch eine Verschlechterung des  $Q^2$ -Faktors um  $< 0,53$  dB. Weiter ist festzustellen, dass für Faser V und VI, trotz der zusätzlich propagierenden Moden, der identische bzw. sogar ein höherer  $Q^2$ -Faktor erzielt werden kann als für den Fall, in dem in Faser I nur der Grundmodus propagiert. Demzufolge bieten Fasern mit mehr nutzbaren Moden nicht nur eine höhere räumliche Kapazität, sondern in diesen wird die Signalübertragung auch weniger stark durch die Fasernichtlinearität beeinträchtigt.

Abseits des direkten Vergleichs der FMFs untereinander, wie in [K9], ist auch der Vergleich mit einer einmodigen Faser von Interesse. Die Ergebnisse mit einer SMF als Referenz sind in Abbildung 6.7b dargestellt. Für die Simulation der Signalausbreitung in der SMF wurde  $\gamma = 1,36 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$  und  $D = 17 \text{ ps}/(\text{nm} \cdot \text{km})$  angenommen, die weiteren Parameter des Übertragungssystems ausgenommen der Modenanzahl bleiben unverändert. Der in der SMF propagierende Grundmodus weist den niedrigsten  $Q^2$ -Faktor auf, verglichen mit den FMFs, wenn in diesen nur der Grundmodus propagiert. Werden alle nutzbaren Moden zur Signalübertragung genutzt, resultiert auch dies zunächst wieder in einer Verschlechterung des  $Q^2$ -Faktors. Für die Fasern I-III liegt der  $Q^2$ -Faktor unter dem der SMF. Aufgrund der geänderten Referenz weist

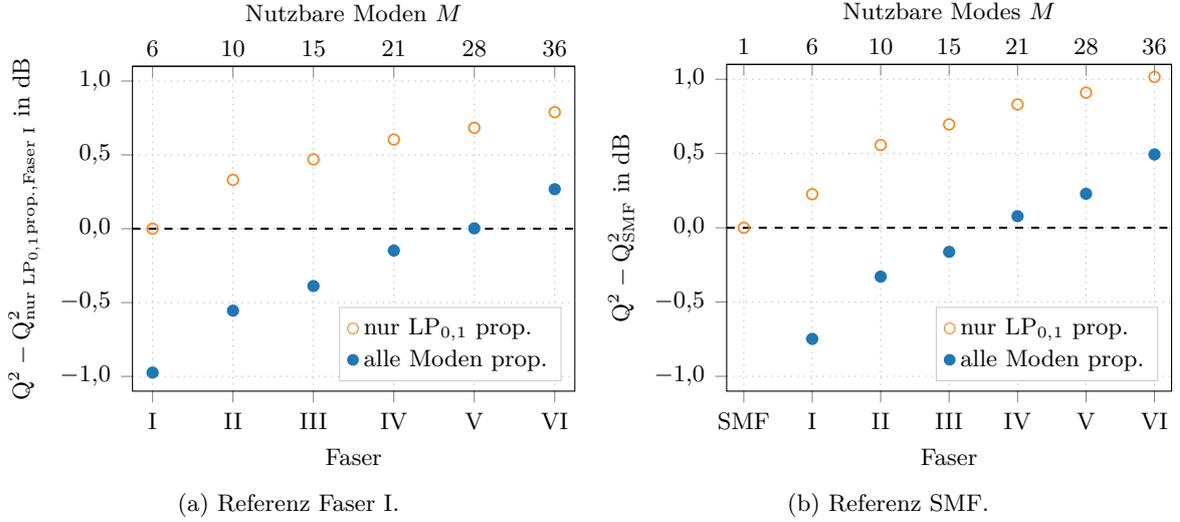
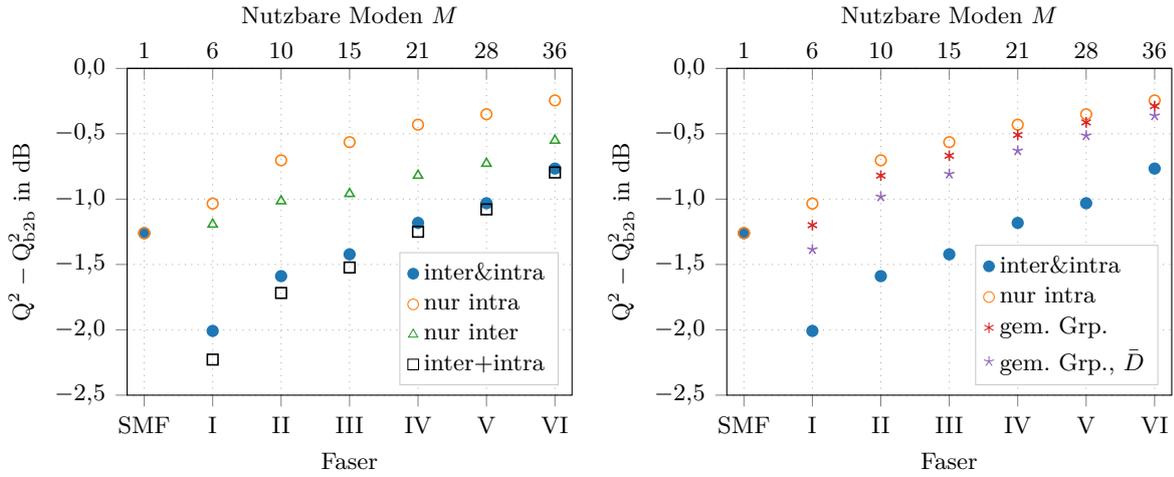


Abbildung 6.7: Mittlerer  $Q^2$ -Faktor des  $LP_{0,1}$ -Modus bei einem OSNR von 19,64 dB relativ (a) zum  $Q^2$ -Faktor von Faser I in der nur der  $LP_{0,1}$ -Modus propagiert und (b) zum  $Q^2$ -Faktor bei Verwendung einer SMF.

jedoch bereits Faser IV bei Propagation aller nutzbaren Moden einen höheren  $Q^2$ -Faktor auf. Die intramodalen als auch intermodalen Effekte führen trotz der höheren Modenanzahl zu einer geringeren Beeinträchtigung, sodass die Reduktion von  $\gamma$  dominiert.

Speziell die in Faser I beobachtete höhere, durch intermodale Effekte verursachte Signaldegradation bedarf an dieser Stelle nochmals einer genaueren Betrachtung. In Faser I propagieren 5 zusätzliche Moden, die effektive Modenfeldfläche des jeweiligen Grundmodus von SMF und Faser I ist allerdings nahezu gleich groß. Dementsprechend unterscheiden sich auch die Parameter  $\gamma$  nur geringfügig. Die Anzahl der zusätzlichen Moden in der FMF hat hier daher einen nachteiligen Einfluss auf die Übertragungsqualität des Grundmodus. Den Kernradius weiter zu reduzieren, um so z.B. eine Faser zu designen, in der nur noch 3 Moden genutzt werden können, ist dementsprechend nicht sinnvoll. Aufgrund der konstanten numerischen Apertur würden Fasern mit weniger als 6 nutzbaren Moden einen sehr kleinen Kernradius und infolgedessen auch geringere effektive Modenfeldflächen aufweisen. Neben den damit einhergehenden Einkoppelproblemen, würde in diesem Fall auch der mit der Nichtlinearität assoziierte Parameter  $\gamma$  deutlich über dem einer SMF liegen. Sinnvoll ist es in Konsequenz keine Faser mit nur einigen bzw. wenigen zusätzlichen räumlichen Übertragungskanälen zu verwenden. Anstatt dessen sollte die Anzahl der Moden direkt weiter gesteigert werden. Diese Fasern stellen dann nicht nur eine höhere Übertragungskapazität zur Verfügung, sondern erlauben zeitgleich eine höhere Übertragungsqualität.

Im Folgenden wird der Einfluss von inter- und intramodalen nichtlinearen Effekten getrennt abgeschätzt und diskutiert, wie schon in [K12] kurz dargestellt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 6.8a dargestellt. Für die Auswertung sind die Ergebnisse relativ zu dem bei einer Back-to-Back (b2b) Übertragung, also einer Übertragung ohne Faser, erreichten mittleren  $Q^2$ -Faktor dargestellt. Der Fall *nur intra* entspricht dabei dem zuvor betrachteten Fall, dass nur der Grundmodus propagiert; der Fall *nur inter* entspricht dem Fall, dass nur die intermodalen Effekte zu einer Signaldegradation führen. Hierfür werden in der Simulation die intramodalen Effekte durch die Wahl von  $\kappa_{aa} = 0$  eliminiert. Zusätzlich wird die Summe der durch die separaten Si-



(a) Starke Kopplung innerhalb der MG und schwache Kopplung zwischen den MGs. (b) Mehrere gekoppelte Gruppen *vs.* einer gemeinsamen stark gekoppelten MG.

Abbildung 6.8: Mittlerer  $Q^2$ -Faktor des  $LP_{0,1}$ -Modus bei einem OSNR von 19,64 dB relativ zum  $Q^2$ -Faktor bei Back-to-Back (b2b) Übertragung für verschiedene Koppelszenarien.

mulationen abgeschätzten intra- und intermodalen nichtlinearen Signaldegradation betrachtet. Die Ergebnisse sind als *inter+intra* in Abbildung 6.8a dargestellt. Bei letzteren wirken intra- und intermodale Effekte also nicht zeitgleich. Das zeitgleiche Wirken von intra- und intermodalen Effekten wird in *inter&intra* erfasst. Dieser Fall ist mit dem zuvor betrachteten Fall, in dem alle nutzbaren Moden propagieren, identisch.

Ebenso wie der Einfluss der intramodalen nichtlinearen Effekte, sinkt auch der Einfluss der intermodalen nichtlinearen Effekte bei Abnahme von  $\gamma$  bzw. steigender Modenzahl. Die durch intramodale nichtlineare Effekte verursachte Verschlechterung des  $Q^2$ -Faktors fällt niedriger aus als die von den intermodalen nichtlinearen Effekten herrührende Signaldegradation. Die Differenz  $\Delta Q^2 = Q^2_{\text{inter}} - Q^2_{\text{intra}}$  beträgt für Faser I  $\sim 0,16$  dB, steigt für Faser III auf  $\sim 0,86$  dB und sinkt für Faser VI wieder auf  $\sim 0,31$  dB. Für die analysierten Fälle wird die Signaldegradation der über den Grundmodus übertragenen Signale also primär durch die intermodale nichtlineare Interaktion mit den Moden der anderen Gruppen hervorgerufen.

Im Vergleich mit der SMF fallen die Beeinträchtigungen gering aus. So wird der  $Q^2$ -Faktor bei Nutzung der SMF bereits um 1,26 dB reduziert; beim Einsatz der MMFs um maximal 2 dB. Nach wie vor fällt die Beeinträchtigung *inter&intra* für Faser IV-VI geringer aus als in der SMF.

Weiter ist festzuhalten, dass die Gesamtauswirkung bei getrennter Simulation (*inter+intra*) überschätzt wird. So kann anhand dieser Betrachtungen abgeschätzt werden, ob die intramodalen Effekte oder die inter-Gruppen Effekte stärkere Auswirkungen haben. In Bezug auf ein Systemdesign ist eine getrennte Simulation allerdings nicht sinnvoll. Diese Ergebnisse unterstreichen demnach die Notwendigkeit, die durch zusätzlich propagierende Moden verursachten nichtlinearen Beeinträchtigungen beim Design von MDM-Übertragungssystemen zu berücksichtigen, wie auch in [162] geschlussfolgert.

Abschließend wird die Auswirkung der nichtlinearen Effekte diskutiert, wenn zwischen allen räumlichen Moden starke Kopplung vorliegt. In Kapitel 6.1 wurde zunächst der Fall analysiert, in dem nur zwischen den Polarisierungen und den räumlichen Entartungen eines LP-Modus star-

ke Kopplung vorliegt, wobei diese Konfiguration als stark gekoppelte LP-Gruppen bezeichnet wurde. Weiter wurde das Szenario betrachtet, in dem Moden mit ähnlichen Ausbreitungskonstanten Modengruppen bilden und innerhalb dieser stark koppeln. Der Extremfall starker Kopplung liegt vor, wenn zwischen allen Moden starke Kopplung besteht. In diesem Fall bildet sich nur noch eine stark gekoppelte Modengruppe aus, wie auch in [K12] betrachtet. Die Ergebnisse sind in Abbildung 6.8b dargestellt und werden mit *gemeinsame Gruppe* bzw. *gemeinsame Gruppe*,  $\bar{D}$  bezeichnet. Für *gemeinsame Gruppe* werden in den Simulation die in Tabelle 6.8 spezifizierten gruppenspezifischen Dispersionsparameter verwendet, in *gemeinsame Gruppe*,  $\bar{D}$  wird ein mittlerer Dispersionsparameter von 21,1 ps/(nm · km) angenommen. Weiter wird für den Fall *gemeinsame Gruppe*,  $\bar{D}$  angenommen, dass sich die DMGDs zu 0 mitteln. Breiten sich alle Moden der gemeinsamen stark gekoppelten Gruppe aus, kann weder zwischen intra- und intermodalen noch zwischen intra- und inter-Gruppen nichtlinearen Effekten differenziert werden, da die nichtlinearen Effekte mittels eines gemeinsamen Koppelfaktors  $\kappa$  gewichtet werden. Mit zunehmender Modenanzahl  $M$  nimmt die Einbuße ab. Die starke Kopplung reduziert die nichtlineare Signaldegradation und die Einbuße liegt näher an der für *nur intra* ermittelten Einbuße. Da sich eine gemeinsame stark gekoppelte Gruppe bildet, liegt nur noch ein gemeinsamer Kopplungsfaktor  $\kappa$  vor. Unter Beteiligung vieler räumlicher Moden an der starken Kopplung reduziert dies  $\kappa$  soweit, dass die Auswirkungen der intra- und intramodalen nichtlinearen Effekte in der Größenordnung der intramodalen Effekte liegen, die auftreten, wenn sich nur der Grundmodus ausbreitet. So liegt die Differenz der Einbuße in Faser VI, unter Annahme gruppenspezifischer Dispersionsparameter  $D$ , bei  $< 0,05$  dB, obwohl sich in einem Fall nur der Grundmodus und im anderen Fall 36 räumliche Moden ausbreiten. Wird ein gemittelter Dispersionsparameter  $D$  angenommen, so vergrößert dies die Einbuße. Ursache ist der Dispersionsparameter und nicht der DMGD, was durch weitere Simulationen bestätigt wurde. So breiten sich jeweils  $M$  WDM-Kanäle bei der identischen Wellenlänge aus, wobei sich bei  $\bar{D}$  die Dispersionsparameter nicht unterscheiden, was hingegen im Szenario gruppenspezifischer Dispersionsparameter der Fall ist. Da die Dispersion auf alle Moden gleich wirkt und die DMGDs zu Null gesetzt wurden, ist anzunehmen, dass die Signaldegradation für den Fall *gemeinsame Gruppe*,  $\bar{D}$  auf XPM zurückzuführen ist. Diese wirkt sich offensichtlich stärker aus als XPM bzw. FWM im Szenario *gemeinsame Gruppe*. Auch reicht die starke Kopplung in diesem Szenario nicht aus, um in Faser I eine niedrigere Beeinträchtigung als in der SMF zu erreichen, auch wenn  $\gamma_{\text{Faser I}} < \gamma_{\text{SMF}}$ . Nimmt man gruppenspezifische Dispersionsparameter an, so lässt sich bereits für Faser I ein geringfügig höherer  $Q^2$ -Faktor erzielen als in der SMF.

Eine deutlich größere Signaldegradation tritt bei Ausbreitung aller verwendbaren räumlichen Moden und schwacher Kopplung zwischen den Modengruppen auf, wie bereits ausführlich beschrieben. Eine noch höhere Einbuße würde sich für den zuvor betrachteten Fall der LP-Gruppen ergeben. Insgesamt ist festzustellen, dass bei starker Kopplung zwischen allen genutzten Moden die nichtlineare Signaldegradation des Grundmodus geringer ausfällt als in den anderen Szenarien und dass die durch nichtlineare Effekte verursachte Einbuße weiterhin mit steigender Anzahl an Moden abnimmt.

Unabhängig vom betrachteten Kopplungsregime dominiert die Abnahme von  $\gamma$ , obwohl die Anzahl räumlicher Moden mit vergrößertem Kernradius zunimmt. Angemerkt werden muss hierbei jedoch nochmals, dass, wie in von Sillard *et al.* in [70] vorgeschlagen, nicht alle grundsätzlich ausbreitungsfähigen Moden für die Signalübertragung verwendet wurden. D.h., dass die räumliche Dichte nicht voll ausgenutzt wurde, orientiert sich damit aber an realisierbaren Übertragungsszenarien.

## 7 Einfluss der nichtlinearen Effekte auf die Signalübertragung in MMFs

Um eine noch größere Steigerung der Übertragungskapazität realisieren zu können sind Fasern von Interesse, die eine deutlich höhere Anzahl räumlicher Kanäle bereitstellen. Im Kontext von MDM-Systemen sind dies die MMFs. Vor allem für kurzen Übertragungstrecken werden MMFs mit einem Kerndurchmesser von 50 oder 62,5  $\mu\text{m}$  eingesetzt. Diese Fasern wurden bisher in Systemen verwendet, in denen alle räumlichen Moden als gemeinsamer Träger für die zu übertragende Information verwendet werden. Die nach OM-Klassifizierung spezifizierten MMFs sind für die Nutzung bei einer Wellenlänge von 850 nm bzw. 1300 nm vorgesehen. Um MMFs nun für MDM-Übertragungen zu nutzen, ist es primär notwendig den Profilexponenten  $\alpha$  bzgl. der gewünschten Wellenlänge anzupassen. Eine erste solche Faser, die für die Übertragung bei 1550 nm vorgesehen ist, wurde auf der ECOC 2015 von der Prysmian Group vorgestellt [68]. Diese für MDM-Übertragungen optimierte Faser ist noch ausführlicher in [22] beschrieben.

Auch bzgl. der nichtlinearen Effekte ist es sinnvoll Fasern einzusetzen, in denen die Anzahl zur Übertragung nutzbarer räumlicher Moden groß ist, siehe Kapitel 6.3. Primär sind aber nicht Fasern mit einer hohen Anzahl räumlicher Moden interessant, sondern Fasern, die eine hohe räumliche Dichte bieten. Die normierte räumliche Dichte (NSD) (im Englischen „Normalized Spatial Density“) kann, wie z.B. in [22] oder [163] angegeben, als

$$\text{NSD} = \left[ \sum_{c=1}^C \sum_{m=1}^M (A_{\text{eff},c,m}) / \left( \frac{\pi}{4} d_{cl}^2 \right) \right] / \text{SD}_{\text{SMF}} \quad (7.1)$$

definiert werden. Hierbei spezifiziert  $d_{cl}$  den Durchmesser des Mantels der Faser,  $C$  gibt die Anzahl der Faserkerne an und

$$\text{SD}_{\text{SMF}} = A_{\text{eff}} / \left( \frac{\pi}{4} d_{cl}^2 \right) = 80 \mu\text{m}^2 / \left( \frac{\pi}{4} (125 \mu\text{m})^2 \right) \quad (7.2)$$

ist die räumliche Dichte einer Einmodenfaser. Damit erfasst die Definition der normierten räumlichen Dichte neben Mehrmodenfasern auch (mehrmodige) Mehrkernfasern. Die in [164] beschriebene Mehrkernfaser besitzt zwar 19 Faserkerne, die je 6 räumliche Moden führen und damit 114 räumliche Kanäle, jedoch beträgt der Manteldurchmesser der Faser 246  $\mu\text{m}$ . Die NSD liegt damit trotz der hohen räumlichen Kanalanzahl nur bei  $\sim 60$ . Eine deutlich höhere NSD bieten Mehrmodenfasern. Bereits für eine MMF mit einem Kerndurchmesser von 50  $\mu\text{m}$  und einem Manteldurchmesser von 125  $\mu\text{m}$ , in der die ersten 36 räumlichen Moden als Übertragungskanäle genutzt werden, liegt die NSD bei ca. 220 [22]. Erhöht man den Kerndurchmesser bei gleichbleibender numerischer Apertur und konstantem Manteldurchmesser auf 62,5  $\mu\text{m}$ , sind potenziell 78 räumliche Moden für die Signalübertragung nutzbar. Für eine solche Faser liegt die

NSD im Bereich von 848. Wird neben dem Kerndurchmesser zusätzlich der Brechzahlprung bzw. die numerische Apertur vergrößert, kann die normierte räumliche Dichte weiter erhöht werden. In einer OM1-ähnlichen Faser mit einem Kerndurchmesser von  $62,5\ \mu\text{m}$  und einer numerischen Apertur von 0,275 können bis zu 15 Modengruppen für das Multiplexing genutzt werden [62]. Mit 120 nutzbaren räumlichen Moden liegt die NSD damit bei 1180,9.

Neben der höheren räumlichen Dichte, die MMFs bei einem Manteldurchmesser von  $125\ \mu\text{m}$  bieten, entsprechen diese Fasern bzgl. des Manteldurchmessers auch den Fasern, die in den ITU-T Empfehlungen G.65x beschrieben sind. Dies erlaubt es grundsätzlich bereits verfügbare Faserstecker zu verwenden, wobei höhere Anforderungen an den Stecker bzgl. Kernversatz und Winkeltoleranz bestehen können. Für MCFs hingegen sind neue Steckertypen erforderlich, da eine korrekte Ausrichtung der Faserkerne zueinander zwingend notwendig ist. Weiterhin können für Mehrmodenfasern auch etablierte Standardspleißverfahren verwendet werden [165].

Ein Problem ist die gezielte Anregung bzw. Detektion der Moden in MMFs. Hier ist in den letzten Jahren allerdings ein enormer Fortschritt zu beobachten. Basierend auf MPL-Technologie (im Englischen „Multiplane Light Conversion“) war 2015 zunächst das Multiplexing von 4 LP-Moden bzw. 6 räumlichen Moden möglich [166]. Bereits 2016 konnten 6 LP-Moden bzw. 10 räumliche Moden gezielt angeregt und empfangen werden [167], und schon im Jahre 2017 konnten 9 LP-Moden bzw. 15 räumliche Moden gemultiplext werden [167]. Vergangenes Jahr wurde erstmals die Anregung und Detektion von 45 Hermite-Gauß-Moden mittels MPL-basierter Multiplexer vorgestellt [168, 169]. Tendenziell lassen sich sogar noch viel mehr Moden gezielt anregen. Wie in [170] berichtet, können 210 Hermite-Gauß-Moden mittels eines SLMs (im Englischen „Spatial Light Modulators“) gezielt angeregt werden. Eine Alternative zu MPL-basierten Multiplexern stellen photonische Laternen (im Englischen „Photonic Lantern“) dar. Einen ausführlichen Überblick gibt [171]. Bisher konnten mit SLMs bzw. MPL-basierten Multiplexern eine deutlich höhere Anzahl an Moden angeregt werden.

Dass die Übertragung bei Nutzung sehr vieler räumlicher Moden einer Mehrmodenfaser möglich ist, zeigen die im September 2018 vorgestellten Experimente der Bell Labs [154] und [155]. In [154] wurden erstmals alle 36 räumlichen Moden der ersten 8 Modengruppen in einem MDM-Übertragungsexperiment genutzt. Für den Postdeadline-Beitrag [155] konnten darüber hinaus auch die Moden der 9. Modengruppe genutzt werden. Weiter wurde die Übertragungsdistanz von 2 km in [154] auf nunmehr 26,5 km in [155] gesteigert. In der für die Experimente verwendeten  $50\ \mu\text{m}$  Faser eignen sich laut [22] allerdings nur die ersten 8 Modengruppen für die Übertragung über lange Distanzen. Die höchsten Modengruppen weisen hohe Verluste auf, was sich auch in den Ergebnissen in [155] widerspiegelt. Die über die 9. Modengruppe übertragenen Signalkanäle weisen sowohl bei Übertragung von QPSK Signalen, als auch bei Übertragung von 16-QAM Signalen deutlich niedrigere quadratische Q-Faktoren auf.

MMFs sind daher eine hochattraktive und vielversprechende Option zur Steigerung der Kapazität pro Faser. Die grundsätzliche Nutzbarkeit von bis zu 45 räumlichen Moden wurde bereits demonstriert, nicht untersucht sind bisher die Auswirkungen der nichtlinearen Effekte bei längeren Übertragungsdistanzen. Trotz der bereits im letzten Kapitel zu erkennenden Tendenz stellt sich die Frage, ob Fasern mit noch mehr Moden wirklich für lange Übertragungstrecken genutzt werden können. In diesem Kapitel werden daher die Auswirkungen der nichtlinearen Effekte bei Nutzung von MMFs als Übertragungsmedium genauer analysiert.

## 7.1 50 $\mu\text{m}$ MMF

Experimentell wurde u.a. in [143, 149, 151] gezeigt, dass 50  $\mu\text{m}$  MMFs grundsätzlich auch für Übertragungsszenarien geeignet sind, in denen nicht alle nutzbaren Moden zur Datenübertragung verwendet werden. Dies ist insofern von besonderem Interesse, da eine solche Faser verlegt werden könnte, aber im ersten Schritt nur ein Teil der verfügbaren Kapazität genutzt wird. Bei steigendem Kapazitätsbedarf könnten dann, ähnlich wie die einzelnen Wellenlängenkanäle in einem WDM-System, bisher noch nicht genutzte Moden als weitere Übertragungskanäle verwendet werden. Die genutzte Übertragungskapazität wird erst bei Bedarf erhöht. Diese Möglichkeit wird, wie auch in [J2] publiziert, in diesem Abschnitt untersucht.

Eine der ersten Veröffentlichungen, in der mehrere Modengruppen zur Übertragung verwendet wurden, ohne die volle Übertragungskapazität der Faser zu nutzen, stellt [143] dar. In dem beschriebenen Experiment wurden die ersten 3 räumlichen Moden einer OM3-Faser für die Übertragung über eine Distanz von 310 km genutzt. Ebenso konnten 6 räumliche Moden für die Datenübertragung in der identischen Faser über eine Strecke von 17 km genutzt werden [149]. Die Übertragungsdistanzen wurden in den Experimenten durch die relativ großen DMGDs limitiert, die in den Laborexperimenten nicht kompensiert werden konnten [172]. Dabei ist anzumerken, dass Standardmultimodefasern, wie auch die verwendete OM3-Faser, nicht für die Signalübertragung bei 1550 nm optimiert sind. Mit einer für die Übertragung bei 1550 nm optimierten Faser [22] konnte eine MDM-Übertragung mit 10 der 36 räumlichen Moden über 40 km realisiert werden [151].

Neben den in [143, 149, 151] beschriebenen Experimenten mit 50  $\mu\text{m}$  Fasern, wurde auch bei Einsatz von FMFs gezeigt, dass es möglich ist nur einen Teil der ausbreitungsfähigen Moden zu nutzen. So wurde in [150] ein Übertragungssystem analysiert, in dem ein Faserabschnitt aus einer 10-Modenfaser und ein weiterer Faserabschnitt aus einer 15-Modenfaser besteht. Letztlich wurde auch hier die Kapazität der 15-Modenfaser nicht voll ausgenutzt. Hierbei wurde keine signifikante Verschlechterung durch Übersprechen in den höheren Modengruppen festgestellt, die dann wiederum in der 10-Modenfaser nicht ausbreitungsfähig sind. Höhere Modengruppen können auch durch sogenannte *Modestripper* entfernt werden, wie in [172] beschrieben. Dazu werden sehr kurze Faserabschnitte eingefügt, in denen nur die gewünschte bzw. tatsächliche genutzte Modenanzahl ausbreitungsfähig ist. Moden höherer Ordnung, die zwar ausbreitungsfähig sind, aber nicht zur Übertragung genutzt werden, werden durch diese kurzen Faserabschnitte herausgefiltert.

Grundsätzlich ist es sogar möglich nur eine einzelne der höheren Modengruppen zur Signalübertragung zu verwenden, wie in [173] demonstriert. Hier wurde nur die 6. Modengruppe verwendet, um QPSK modulierte Signale in einer 50  $\mu\text{m}$  MMF bis zu 90 km weit zu übertragen. Weitergehend wurde im März 2019 berichtet [174], dass grundsätzlich jede Modengruppe einer MMF individuell zur Signalübertragung genutzt werden kann.

Ein weiteres Problem sind hohe DMGDs, wie in [149] beschrieben; mit der Optimierung der Übertragungsfaser für 1550 nm können diese deutlich reduziert werden [22]. Ein weiterer zukunftssträchtiger Ansatz sind sogenannte DMGD-kompensierte Übertragungsabschnitte. Wie in [72] gezeigt, lassen sich für MDM-Übertragungen optimierte Fasern mit inversen DMGDs realisieren. Durch Kaskadieren entsprechender Fasersegmente lassen sich damit Streckenabschnitte designen, die nochmals deutlich reduzierte DMGDs aufweisen. Somit bieten 50  $\mu\text{m}$  Fasern eine attraktive Option zur Steigerung der Übertragungskapazität einer einzelnen Faser.

In dem hier betrachteten Szenario liegen konstante effektive Modenfeldflächen vor, sodass die Betrachtung den in Abschnitt 6.1 bzw. [K3] vorgestellten Untersuchungen ähnelt. In Abgrenzung zu den Vorbetrachtungen wird eine deutlich höhere Modenanzahl untersucht, wobei hier stark gekoppelte Modengruppen anstelle von stark gekoppelten LP-Gruppen angenommen werden. Weiter wird an dieser Stelle ein WDM-System betrachtet, bei dem FWM zwischen der großen Anzahl an Moden tendenziell der limitierende Faktor für die Übertragungskapazität sein könnte.

### 7.1.1 Fasercharakteristika und DMGD-Konfigurationen

Die Parameter der hier betrachteten MMF ähneln der in [22] beschriebenen Faser. Der Faserkern hat ein Gradientenindexprofil mit einem Profilexponenten von 1,94 und weist einen Radius von  $25\ \mu\text{m}$  bzw. einen Durchmesser von  $50\ \mu\text{m}$  auf. Die numerische Apertur liegt für eine Wellenlänge von  $1550\ \text{nm}$  bei 0,2; die Differenz zwischen Kern- und Mantelbrechzahl beträgt  $15 \cdot 10^{-3}$ . Der Faserparameter  $V$  liegt damit bei 21,1. Im Abstand von  $1,25\ \mu\text{m}$  zum Kern ist eine Brechzahlabsenkung von  $6,5 \cdot 10^{-3}$  mit einer Breite von  $3,5\ \mu\text{m}$  eingebracht. Da die Differenz der modenspezifischen Dämpfungskoeffizienten für alle 36 räumlichen Moden unter  $0,02\ \text{dB}$  liegt [70], wird ein für alle Moden identischer Dämpfungskoeffizient von  $0,21\ \text{dB/km}$  angenommen. In einer solchen Faser sind bei einer Wellenlänge von  $1550\ \text{nm}$  10 Modengruppen ausbreitungsfähig. Die 9. und 10. Modengruppe weisen jedoch hohe Biegeverluste auf [22]. Für die Datenübertragung über lange Distanzen lassen sich in einer solchen Faser somit nur die ersten 8 Modengruppen mit 20 LP-Moden bzw. 36 räumliche Moden nutzen. Die Modengruppen sind in Tabelle 7.1 gegeben. Weiter sind in der Tabelle die effektiven Modenfeldflächen der einzelnen Moden sowie die mittleren Dispersionsparameter je Modengruppe spezifiziert.

Tabelle 7.1: Modengruppen,  $A_{\text{eff}}$  in  $\mu\text{m}^2$ , Anz. räumlicher Moden, und  $D$  in  $\text{ps}/(\text{nm}\cdot\text{km})$ .

MG	Moden in Gruppe	$A_{\text{eff}}$				Anz. räumlicher Moden bis zu dieser MG	$D$
1	LP <sub>0,1</sub>	180,8				1	20,1
2	LP <sub>1,1</sub>	243,5				3	20,3
3	LP <sub>0,2</sub> LP <sub>2,1</sub>	369,5	326,6			6	20,5
4	LP <sub>1,2</sub> LP <sub>3,1</sub>	394,4	393,7			10	20,6
5	LP <sub>0,3</sub> LP <sub>2,2</sub> LP <sub>4,1</sub>	542,5	494,5	451,4		15	20,8
6	LP <sub>1,3</sub> LP <sub>3,2</sub> LP <sub>5,1</sub>	529,2	576,7	503,0		21	21,0
7	LP <sub>0,4</sub> LP <sub>2,3</sub> LP <sub>4,2</sub> LP <sub>6,1</sub>	706,1	639,9	648,6	550,0	28	21,2
8	LP <sub>1,4</sub> LP <sub>3,3</sub> LP <sub>5,2</sub> LP <sub>7,1</sub>	653,2	729,7	713,1	593,4	36	21,6

Mit  $n_2 = 2,6 \cdot 10^{-20}\ \text{m}^2\ \text{W}^{-1}$  und  $A_{\text{eff,LP}_{0,1}} = 180,8\ \mu\text{m}^2$  ergibt sich der mit der Nichtlinearität assoziierte Parameter  $\gamma$  zu  $0,58\ \text{W}^{-1}\ \text{km}^{-1}$ . Für die DMGDs werden die in Tabelle 7.2, ähnlich den in [22] gegebenen minimierten DMGDs, angenommen. Neben den in [22] gegebenen Daten, lagen zum Zeitpunkt der Untersuchung keine Spezifikationen für weitere  $50\ \mu\text{m}$  Fasersamples vor, wie dies z.B. für die in Abschnitt 6.2 untersuchten 15-Modenfasern der Fall war. Um

Tabelle 7.2: DMGDs der Modengruppen in  $\text{ps}/\text{km}$ , ähnlich zu [22].

Modengruppe	1	2	3	4	5	6	7	8
DMGD vs. LP <sub>0,1</sub>	\	-47,4	-83,0	-93,9	-104,4	-119,0	-139,5	-159,1

dennoch mehr als eine einzelne DMGD-Konfiguration zu untersuchen, wurden DMGDs mittels Gleichung (2.13) berechnet, bei denen die PMC für maximale XGXPM bzw. XGFWM erfüllt ist. Da im betrachteten Szenario stets minimal der Grundmodus zur Übertragung genutzt wird und die anderen Moden nur sukzessiv als zusätzliche Übertragungskanäle genutzt werden, werden die DMGDs dahingehend optimiert, die maximale Beeinträchtigung mit dem  $\text{LP}_{0,1}$ -Modus zu erzielen. Die mit Gleichung (2.13) berechneten DMGDs sind in Tabelle 7.3 gegeben.

Tabelle 7.3: Berechnete DMGDs der MGs für maximale XGXPM und XGFWM in ps/km.

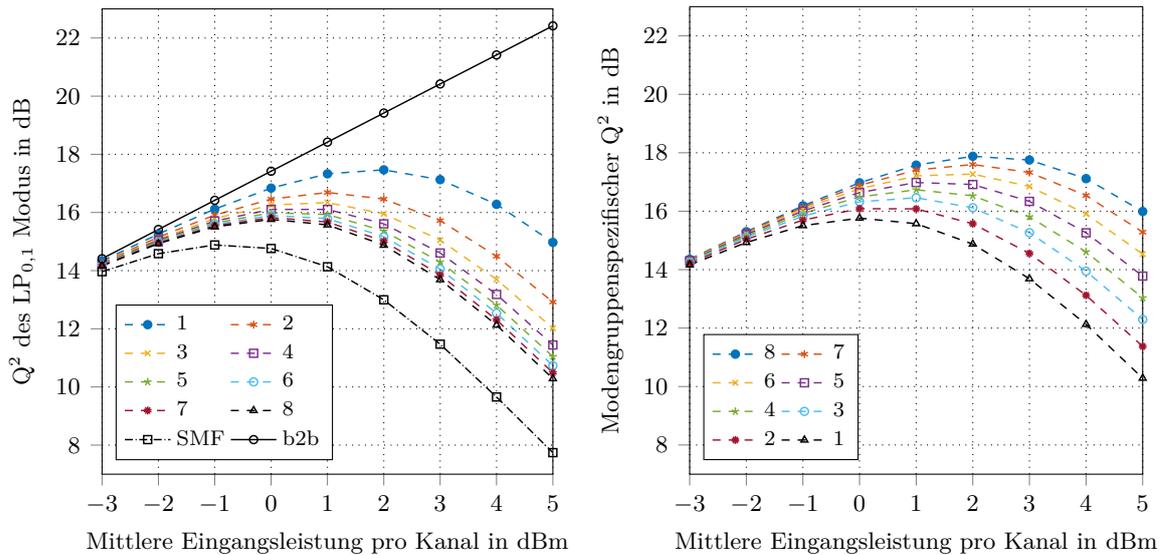
Modengruppe	1	2	3	4	5	6	7	8
DMGD, XGXPM	\	-8,14	-8,2	-8,27	-8,34	-8,42	-8,5	-8,64
DMGD, XGFWM	\	-8,07	-8,07	-8,07	-8,07	-8,07	-8,07	-8,07

### 7.1.2 Konfiguration des Übertragungssystems

Das Übertragungssystem ist im Wesentlichen mit dem in Abschnitt 6.3 betrachteten Übertragungssystem identisch. Auch hier werden 60 WDM-Kanäle pro räumlichem Modus betrachtet, die über 15 Faserabschnitte mit einer Länge von 80 km übertragen werden. Als mittlere Eingangsleistung pro DP-QPSK Kanal wird jedoch nicht ausschließlich die Konfiguration mit  $-1$  dBm betrachtet, sondern die mittlere Eingangsleistung pro Kanal wird zwischen  $-3$  dBm und 5 dBm variiert. Dementsprechend werden, in Abhängigkeit von der mittleren Eingangsleistung, auch verschiedene OSNRs analysiert. Die Berechnung der System-OSNRs erfolgt mit Gleichung (3.30). Weiter wird das Übertragungssystem auch bei einem OSNR von 14 dB analysiert. Zum Vergleich wird eine SMF mit  $D = 17$  ps/(nm · km) und  $\gamma = 1,36$  W $^{-1}$  km $^{-1}$  betrachtet, die sonstigen Simulationsparameter sind identisch.

### 7.1.3 Simulationsergebnisse

Zunächst wird die optimale mittlere Eingangsleistung pro DP-QPSK Signal bei den in Tabelle 7.2 gegebenen DMGDs analysiert. Abbildung 7.1a zeigt den mittleren  $Q^2$ -Faktor über alle Wellenlängenkanäle, wobei die Anzahl der zur Übertragung genutzten Modengruppen in der MMF von einer auf 8 erhöht wurden. Zur Einordnung der Simulationsergebnisse sind des Weiteren die erreichbaren  $Q^2$ -Faktoren bei Back-to-Back-Übertragung dargestellt. Wird nur die erste Modengruppe, also nur der Grundmodus, zur Signalübertragung genutzt, liegt die optimale mittlere Eingangsleistung bei 2 dBm pro DP-QPSK Signal. Werden weitere Modengruppen zur Signalübertragung verwendet sinkt die optimale mittlere Eingangsleistung des  $\text{LP}_{0,1}$ -Modus. Bereits durch Nutzung der 2. ausbereitungsfähigen Modengruppe sinkt die optimale mittlere Eingangsleistung auf 1 dBm. Ab Nutzung einschließlich der 4. Modengruppe beträgt die optimale mittlere Eingangsleistung nur noch 0 dBm und nimmt auch bei Nutzung aller 8 Modengruppen bzw. 36 räumlichen Moden nicht weiter ab. Die als optimal identifizierte Eingangsleistung liegt damit bei Nutzung aller 8 Modengruppen bei 0 dBm. Der maximale mittlere  $Q^2$ -Faktor sinkt bei Nutzung von einer bzw. 8 Modengruppen um 1,7 dB. Die Nutzung weiterer Modengruppen in der MMF führt aufgrund der nichtlinearen Effekte zu einer Beeinträchtigung des Grundmodus. Dennoch liegt die optimale Eingangsleistung, auch bei Nutzung aller Modengruppen, über der als optimal identifizierten mittleren Eingangsleistung der als Referenz betrachteten SMF. Für die SMF



(a) Verschiedene Anzahl von MGs werden für die Signalübertragung genutzt. (b) Alle MGs werden für die Signalübertragung genutzt.

Abbildung 7.1: Mittlerer  $Q^2$ -Faktor vs. mittlerer Eingangsleistung.

liegt diese bei der betrachteten Systemkonfiguration bei  $-1$  dBm. Vergleicht man die MMF bei Nutzung aller Moden und die SMF bei identischer mittlerer Eingangsleistung von  $-1$  dBm, liegt der  $Q^2$ -Faktor des Grundmodus in der MMF um  $0,62$  dB höher als in der SMF. Bei der optimalen mittleren Eingangsleistung von  $0$  dBm und Nutzung aller Moden liegt der  $Q^2$ -Faktor des Grundmodus in der MMF sogar um  $0,88$  dB höher als der maximale  $Q^2$ -Faktor der SMF. Die primäre Ursache ist der deutlich größere mit der Nichtlinearität assoziierte Parameter  $\gamma$  der SMF. Die MMF bietet damit nicht nur eine höhere räumliche Effizienz, sondern liefert auch eine höhere Übertragungsqualität.

Neben der Analyse der Auswirkungen auf den Grundmodus wird anhand von Abbildung 7.1b die optimale mittlere Eingangsleistung pro DP-QPSK Signal für jede Modengruppe bestimmt. Dargestellt ist der mittlere  $Q^2$ -Faktor über alle Wellenlängenkanäle und Moden einer Modengruppe. Innerhalb einer Modengruppe konnte kein signifikanter Unterschied zwischen den einzelnen Moden festgestellt werden. Die über den Grundmodus übertragenen Signalkanäle unterliegen auch hier den stärksten Degradationseffekten und weisen dementsprechend den niedrigsten  $Q^2$ -Faktor auf. Die Signale der Moden höherer Ordnung hingegen unterliegen niedrigeren Degradationseffekten, wie aufgrund der niedrigeren inter- und intra-Gruppen Koppelfaktoren  $\kappa$  zu erwarten. Der maximale  $Q^2$ -Faktor der achten Modengruppe liegt  $\sim 0,4$  dB über dem maximalen  $Q^2$ -Faktor, den der Grundmodus erreichen kann, wenn nur dieser zur Signalübertragung verwendet wird. Für die 5. bis einschließlich 8. Modengruppe liegt die optimale mittlere Eingangsleistung bei  $2$  dBm, für die 2. bis 4. Modengruppe bei  $1$  dBm und für die erste Modengruppe, wie zuvor bereits festgestellt, bei  $0$  dBm pro DP-QPSK Signal.

Ausführlicher werden die modenspezifischen  $Q^2$ -Faktoren daher für die mittlere Eingangsleistung von  $0$  dBm betrachtet. Zusätzlich werden die modenspezifischen  $Q^2$ -Faktoren auch bei einer mittleren Eingangsleistung von  $-1$  dBm ausgewertet, was der optimalen mittleren Eingangsleistung der SMF entspricht. Neben den in Tabelle 7.2 gegebenen DMGDs wird die Ausbreitung

der Moden bei den in Tabelle 7.3 spezifizierten DMGDs analysiert. Die modenspezifischen  $Q^2$ -Faktoren bei einer mittleren Eingangsleistung von 0 dBm je DP-QPSK Kanal sind in Abbildung 7.2a dargestellt, die bei einer mittleren Eingangsleistung von  $-1$  dBm in Abbildung 7.2b. Analysiert werden die  $Q^2$ -Faktoren für den System-OSNR von 21,44 dB bzw. 20,44 dB, wobei

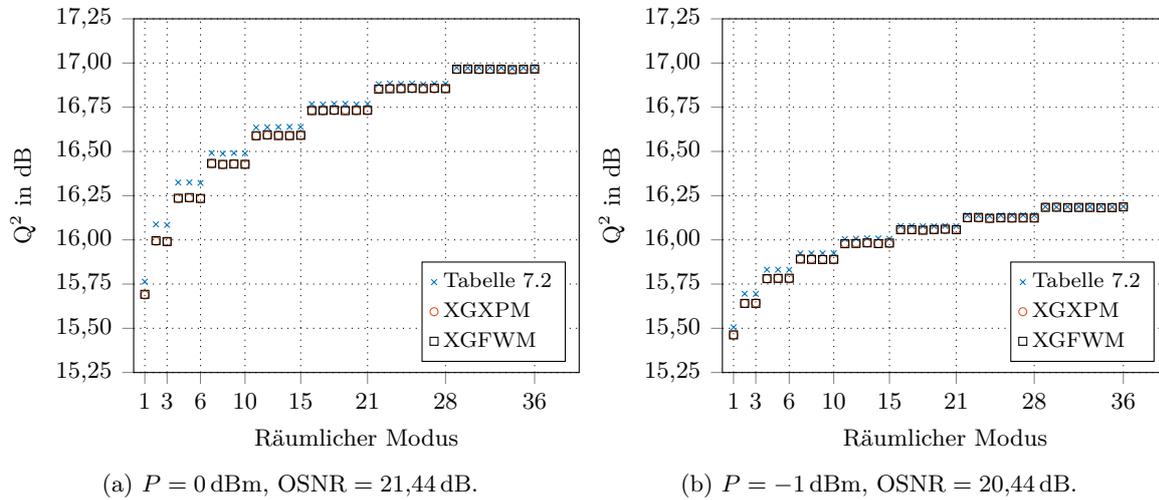


Abbildung 7.2: Modenspezifischer mittlerer  $Q^2$ -Faktor bei (a) einem System-OSNR von 21,44 dB und einer mittleren Eingangsleistung von 0 dBm pro DP-QPSK Kanal und (b) einem System-OSNR von 20,44 dB und einer mittleren Eingangsleistung von  $-1$  dBm pro DP-QPSK Kanal.

der Mittelwert über alle einem räumlichen Modus zugehörigen Wellenlängen betrachtet wird. In der Faser werden alle 36 Moden zur Signalübertragung genutzt. Wie zuvor festgestellt, unterliegen die über den Grundmodus übertragenen Signale den stärksten Degradationseffekten. Weiter können die Modengruppen anhand verschiedener  $Q^2$ -Faktoren eindeutig unterschieden werden.

Die maximalen  $Q^2$ -Faktoren werden für eine mittlere Eingangsleistung von 0 dBm je DP-QPSK Kanal erzielt. Bei dieser Eingangsleistung kann durch Signalübertragung in den Moden höherer Ordnung ein um bis zu  $\sim 1,21$  dB größerer mittlerer  $Q^2$ -Faktor als bei Nutzung des Grundmodus erreicht werden. Trotz der Tatsache, dass die Anzahl der Moden einer Modengruppe ihrer Ordnung entspricht, also immer mehr Moden in einer höheren Modengruppe propagieren, sinkt der mittlere  $Q^2$ -Faktor nicht. Sowohl die innerhalb der Gruppe auftretende, als auch die von anderen Modengruppen induzierte, nichtlineare Signaldegradation beeinträchtigen die Signalübertragung nur geringfügig. Zwar steigen mit der Ordnung einer Modengruppe die Anzahl der Moden innerhalb der Modengruppe, allerdings weisen diese größere effektive Modenfeldflächen auf. Dies resultiert in kleineren Koppelfaktoren  $\kappa$  und entsprechend geringerer Beeinträchtigung durch die Nichtlinearität.

Soll die Differenz zwischen den mittleren  $Q^2$ -Faktoren reduziert werden kann eine geringere mittlere Eingangsleistung gewählt werden, wie in Abbildung 7.2b dargestellt. Die Differenz zwischen minimalen und maximalen mittleren  $Q^2$ -Faktor sinkt bei einer mittleren Eingangsleistung von  $-1$  dBm auf 0,68 dB. Neben der geringeren Differenz sinken jedoch auch die absoluten mittleren  $Q^2$ -Faktoren. Der mittlere  $Q^2$ -Faktor des  $LP_{0,1}$ -Modus sinkt jedoch lediglich um weniger als 0,26 dB. Werden die Moden niedrigerer Ordnung stärker durch die nichtlinearen Effekte beeinflusst, können diese räumlichen Kanäle auch genutzt werden, um Daten mit niedrigeren

Symbolraten zu übertragen [K2]. Eine detailliertere Diskussion dieses Ansatzes und weiterer Möglichkeiten findet sich in Kapitel 7.2.6.

In Bezug auf die hier durchgeführte Analyse ist des Weiteren festzustellen, dass das Erfüllen der PMC nur zu einer sehr geringen Beeinflussung der mittleren  $Q^2$ -Faktoren führt. Auch besteht kein wesentlicher Unterschied, ob die PMC für maximale XGXPM oder XGFWM erfüllt wird. Die Verschlechterung des mittleren  $Q^2$ -Faktors des Grundmodus bei Phasenanpassung beträgt  $0,07 \sim 0,08$  dB bei einer mittleren Eingangsleistung von 0 dBm und lediglich 0,04 dB bei einer mittleren Eingangsleistung von  $-1$  dBm. Bezogen auf die Länge der Übertragungsstrecke ist diese zusätzliche Einbuße vernachlässigbar.

Um das Upgrade-Potenzial einer solchen Faser zu bewerten, wird die Auswirkung auf den Grundmodus im Detail analysiert. Abbildung 7.3a zeigt die Auswirkungen der nichtlinearen Signaldegradation bei dem jeweiligen System-OSNR und einer mittleren Eingangsleistung von 0 bzw.  $-1$  dBm. Die Auswirkungen bei einem OSNR von 14 dB und einer mittleren Eingangsleistung von 0 bzw.  $-1$  dBm sind in Abbildung 7.3b dargestellt. Für eine mittlere Eingangsleistung

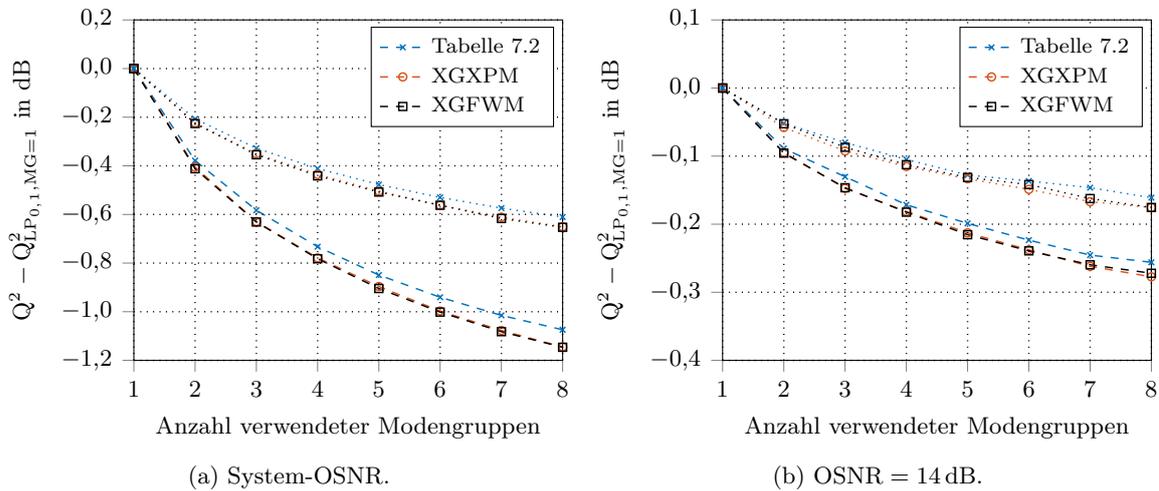


Abbildung 7.3: Relativer mittlerer  $Q^2$ -Faktor des  $LP_{0,1}$ -Modus für eine mittlere Eingangsleistung von 0 dBm (gestrichelt) und  $-1$  dBm (gepunktet) bei (a) dem System-OSNR (b) und einem OSNR von 14 dB.

von 0 dBm und einem OSNR von 21,44 dB führt die Nutzung aller 8 Modengruppen zu einer Verschlechterung des mittleren  $Q^2$ -Faktors des  $LP_{0,1}$ -Modus um nahezu 1,2 dB. Bei einer geringeren Eingangsleistung von  $-1$  dBm, und damit auch einem niedrigeren System-OSNR von 20,44 dB, resultiert die Nutzung aller 8 Modengruppen nur noch in einer Abnahme des mittleren  $Q^2$ -Faktors des  $LP_{0,1}$ -Modus von bis zu 0,66 dB. Auch hier führen die die PMC erfüllenden DMGDs nur zu einer geringen zusätzlichen Abnahme des  $Q^2$ -Faktors.

Da bisher recht hohe OSNRs angenommen wurden, hat die Signaldegradation ihre Ursache in den nichtlinearen Effekten. Wird ein niedriger OSNR wie in Abbildung 7.3b betrachtet, resultiert der höhere Rauschpegel in einer stärkeren Störung der Signale und überlagert sich mit der durch die Nichtlinearität verursachten Signaldegradation. In Relation wirkt sich die Verschlechterung des  $Q^2$ -Faktors, die durch Nutzung aller Modengruppen zur Signalübertragung zusätzlich auftritt, weniger stark aus. Die entstehenden Einbußen des  $Q^2$ -Faktors des  $LP_{0,1}$ -Modus liegen unter 0,3 dB.

Je nach Rauschpegel bzw. OSNR treten also nur sehr geringfügige Beeinträchtigungen des Grundmodus auf. So liegen die  $Q^2$ -Faktoren stets über denen der bei Nutzung der SMF erzielten  $Q^2$ -Faktoren. Die durch die Kerr-Nichtlinearität induzierte Signalverzerrung erlaubt es durchaus eine 50  $\mu\text{m}$  Faser in einem MDM-Übertragungssystem zu nutzen. Es können zunächst nur einzelne Modengruppen der Faser genutzt werden, wobei die genutzte Kapazität durch Nutzung weiterer Modengruppen gesteigert werden kann. Die in niedrigeren Modengruppen, und hier im Speziellen über den Grundmodus, übertragenen Signale unterliegen keinen allzu großen Degradationseffekten. Gerade bei niedrigen OSNR dominiert das Rauschen und die durch Nutzung weiterer Modengruppen hervorgerufene Signalverzerrung liegt bei einem OSNR von 14 dB unter 0,3 dB.

## 7.2 62,5 $\mu\text{m}$ MMF

Um eine noch höhere normierte räumliche Dichte zu erzielen, kann bei gleichbleibendem Radius des Mantels eine Faser mit noch größerem Kernradius verwendet werden. Der Einsatz solcher Fasern im Kontext von MDM-Übertragungssystemen wird hier untersucht.

Wie in [70] vorgeschlagen und bereits in Kapitel 6.3 diskutiert, können FMFs auf Basis einer Standard-GI-Vorform für eine 50  $\mu\text{m}$  Faser realisiert werden. Dabei wird der Kernradius verkleinert, um die gewünschte Modenanzahl zu erhalten. Dieser Ansatz wird aufgegriffen, jedoch wird der Radius diesmal vergrößert, um eine höhere Modenanzahl zu erzielen. Gewählt wird ein Kerndurchmesser von 62,5  $\mu\text{m}$ . Basierend auf der Annahme der Verwendung einer Vorform für eine 50  $\mu\text{m}$  Faser, wird der Brechzahlssprung zwischen Kern- und Mantelmaterial so gewählt, dass die numerische Apertur weiterhin bei 0,2 liegt. Bei einer nach OM1-Spezifikation ausgelegten Faser würde die numerische Apertur hingegen bei 0,275 liegen. Daraus folgt eine noch höhere Modenanzahl, jedoch ergeben sich auch kleinere effektive Modenfeldflächen. Da die Überlappung zwischen den Modenfeldern hiervon nicht beeinflusst wird, hat dies keinen wesentlichen Einfluss auf die Koppelfaktoren  $\kappa$ . Allerdings äußert sich eine kleinere effektive Modenfeldfläche des Grundmodus in einem größeren, mit der Nichtlinearität assoziierten Parameter  $\gamma$ .

Neben einem größeren  $\gamma$ , ist in einer solchen Faser auch mit einer höheren Dämpfung zu rechnen. Wird der größere Brechzahlssprung durch höhere Dotierung des Kerns realisiert, und nicht durch Senkung der Brechzahl des Mantelmaterials durch beispielsweise Dotierung mit Fluor, erhöht dies auch die Dämpfung. Die geringere Dämpfung ist u.a. Motivation des in [70] vorgeschlagenen Vorgehens, FMFs mit einer numerischen Apertur von 0,2 zu realisieren. FMFs können ansonsten auch dadurch realisiert werden, dass nicht nur der Kernradius, sondern auch der Brechzahlssprung des Faserkerns adaptiert wird [123].

Zur Minimierung der Kopplung zwischen der letzten zur Übertragung genutzten Modengruppe und der ersten nicht mehr zur Übertragung genutzten Modengruppe, sollte die minimale Differenz zwischen den effektiven Brechzahlen der Moden beider Gruppen,  $\min |\Delta n_{\text{eff}}|$ , im Idealfall größer  $1,4 \cdot 10^{-3}$  sein [62]. Für die Faser mit  $NA = 0,2$  liegt  $\min |\Delta n_{\text{eff}}|$  mit  $\sim 1,1 \cdot 10^{-3}$  unter den gewünschten  $1,4 \cdot 10^{-3}$ , damit aber immer noch über der für Stufenfasern geforderten Differenz von  $1 \cdot 10^{-3}$ , vgl. Kapitel 2.3.1. Weiter legt das in [155] beschriebene Übertragungsexperiment, in dem auch die 9. Modengruppe in einer 50  $\mu\text{m}$  Faser zur Signalübertragung genutzt wurde, nahe, dass diese Bedingung nicht zwangsläufig eingehalten werden muss. Bei einer numerischen Apertur von 0,275 und der entsprechend höheren Differenz zwischen Kern- und Mantelbrechzahl von  $25,9 \cdot 10^{-3}$  wird wieder ein höherer Wert für  $\min |\Delta n_{\text{eff}}|$  erzielt.

Betrachtet werden daher sowohl Fasern mit einer numerischen Apertur von 0,2 bzw. 0,275 bei einem Kerndurchmesser von 62,5  $\mu\text{m}$ .

### 7.2.1 Fasercharakteristika bei NA=0,2

Zunächst wird wie in [K10] eine T-GI-Faser mit  $NA = 0,2$  betrachtet. In der T-GI-Faser befindet sich ein 6,5  $\mu\text{m}$  breiter Bereich mit einer Brechzahlablenkung von  $-6 \cdot 10^{-3}$  im Abstand von 1  $\mu\text{m}$  zum Faserkern. Der Profilexponent  $\alpha$  wird als 1,94 angenommen. Die Wellenlängenabhängigkeit der Brechzahlen wird für die Berechnung der Ausbreitungskonstanten mit den in [27] bzw. Tabelle 2.2 spezifizierten Sellmeier-Koeffizienten modelliert. Die effektiven Modenfeldflächen der LP-Moden, die 12 Modengruppen bilden, sowie die mittleren Dispersionsparameter der Modengruppen sind in Tabelle 7.4 gegeben. Die effektive Modenfeldfläche des Grundmodus von

Tabelle 7.4: Modengruppen,  $A_{\text{eff}}$  in  $\mu\text{m}^2$ , Anz. räumlicher Moden, und  $D$  in  $\text{ps}/(\text{nm}\cdot\text{km})$ .

MG	Moden in Gruppe	$A_{\text{eff}}$		Anz. räumlicher Moden bis zu dieser MG					$D$
1	LP <sub>0,1</sub>	225						1	20,1
2	LP <sub>1,1</sub>	303						3	20,2
3	LP <sub>0,2</sub> LP <sub>2,1</sub>	460	407					6	20,4
4	LP <sub>1,2</sub> LP <sub>3,1</sub>	491	491					10	20,5
5	LP <sub>0,3</sub> LP <sub>2,2</sub> LP <sub>4,1</sub>	676	616	563				15	20,6
6	LP <sub>1,3</sub> LP <sub>3,2</sub> LP <sub>5,1</sub>	660	719	627				21	20,8
7	LP <sub>0,4</sub> LP <sub>2,3</sub> LP <sub>4,2</sub> LP <sub>6,1</sub>	880	798	808	685			28	20,9
8	LP <sub>1,4</sub> LP <sub>3,3</sub> LP <sub>5,2</sub> LP <sub>7,1</sub>	817	911	889	740			36	21,1
9	LP <sub>0,5</sub> LP <sub>2,4</sub> LP <sub>4,3</sub> LP <sub>6,2</sub> LP <sub>8,1</sub>	1076	966	1010	964	790		45	21,4
10	LP <sub>1,5</sub> LP <sub>3,4</sub> LP <sub>5,3</sub> LP <sub>7,2</sub> LP <sub>9,1</sub>	962	1085	1099	1032	838		55	22,0
11	LP <sub>0,6</sub> LP <sub>2,5</sub> LP <sub>4,4</sub> LP <sub>6,3</sub> LP <sub>8,2</sub> LP <sub>10,1</sub>	1252	1117	1186	1180	1096	883	66	23,2
12	LP <sub>1,6</sub> LP <sub>3,5</sub> LP <sub>5,4</sub> LP <sub>7,3</sub> LP <sub>9,2</sub> LP <sub>11,1</sub>	1064	1226	1271	1250	1154	926	78	25,6

225  $\mu\text{m}^2$  resultiert in einem mit der Nichtlinearität assoziierten Parameter  $\gamma$  von  $0,47 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ . Damit weist diese Faser den geringsten in dieser Arbeit betrachteten Parameter  $\gamma$  auf. Die mit Gleichung (2.13) berechneten DMGDs sind in Tabelle 7.5 gegeben. Hierbei werden

Tabelle 7.5: Beträge der DMGDs der Modengruppen in  $\text{ps}/\text{km}$ .

Modengruppe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
DMGD , XGXPM	\	8,11	8,16	8,22	8,27	8,33	8,39	8,46	8,57	8,80	9,30	10,26
DMGD , XGFWM	\						8,06					

die DMGDs betrachtet, die sich mit Gleichung (2.13) für die Koeffizienten  $m = l = 1$  und  $m = l = -1$  als auch für die Koeffizienten  $m = 1, l = -1$  und  $m = -1, l = 1$  ergeben. Damit wird sowohl das Szenario „maximaler XGXPM“ als auch das Szenario „maximaler XGFWM“ erfasst, wobei die PMC wieder für Interaktion mit dem LP<sub>0,1</sub>-Modus erfüllt ist. Weiter ändern sich durch die anderen Vorzeichen bei der Wahl der Koeffizienten auch die Vorzeichen der DMGDs, wie dies für den Fall DMGD-kompensierter Übertragungen von Interesse ist.

## 7.2.2 Konfiguration des Übertragungssystems bei Nutzung der 78-Moden Faser

Der Einsatz von 2 Tesla K40c erlaubt es mit der GPU-beschleunigten Implementierung der RK4IP Methode bei einer Symbolrate von 32 GBaud eine spektrale Bandbreite von 2,048 THz zu simulieren. Dementsprechend werden 32 WDM-Kanäle pro räumlichem Modus betrachtet, resultierend in einer absoluten Anzahl von 2496 DP-QPSK Signalen. Auch wenn hier nicht das vollständige C-Band genutzt wird, liegt die Kanalanzahl nicht deutlich unter der in Kapitel 6.2 geforderten Anzahl von minimal 40 WDM-Kanälen. Damit kann im Vergleich mit dem vorigen Kapitel eine erste Abschätzung für eine mehr als doppelt so hohe Anzahl räumlicher Moden vorgenommen werden. Auch die Gesamtzahl an DP-QPSK Signalen ist höher als in der vorherigen Betrachtung. Die mittlere Eingangsleistung pro DP-QPSK Signal liegt bei  $-1$  dBm. Untersucht wird die Signalübertragung über 15 Streckenabschnitte von je 80 km. Die Übertragungsdistanz liegt damit bei 1200 km.

## 7.2.3 Simulationsergebnisse

Analysiert werden im Folgenden die quadratischen Q-Faktoren bei einem OSNR von 14 dB. Die bei einem OSNR von 14 dB erreichten  $Q^2$ -Faktoren liegen in einem Bereich, in dem ein  $\text{BER} < 10^{-3}$  möglich ist. Fehlerfreie Übertragungen sind auch bei noch niedrigeren OSNRs möglich, erfordern aber eine hoch entwickelte FEC. Dargestellt sind in Abbildung 7.4 minimaler, mittlerer und maximaler  $Q^2$ -Faktor, entsprechend [K10]. Minimaler und maximaler  $Q^2$ -Faktor der verschiedenen Moden sind nicht zwangsläufig mit den gleichen Wellenlängen assoziiert. Die

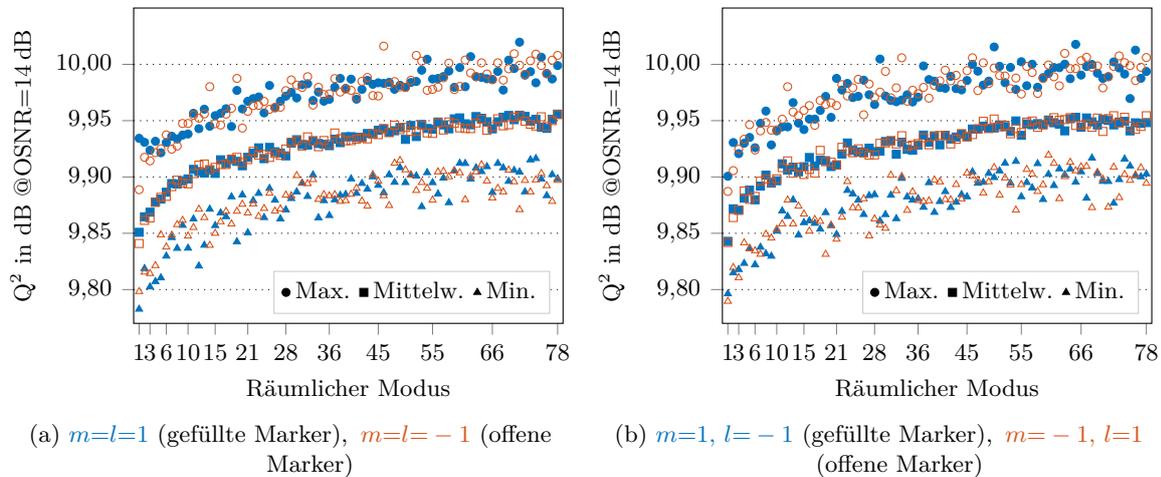


Abbildung 7.4:  $Q^2$  der räumlichen Moden bei einem OSNR von 14 dB. Die DMGDs der jeweiligen Moden erfüllen die PMC in [48, Gl. (33)] bzw. Gleichung (2.13) bei gegebenem  $m$  und  $l$  für den  $\text{LP}_{0,1}$ -Modus.

Modengruppen können hier anhand der  $Q^2$ -Faktoren nicht klar identifiziert werden, wie dies bei den in Kapitel 7.1.3 vorgestellten Ergebnissen möglich war. Ursache dafür ist der vergleichsweise niedrige OSNR, bei dem das additive Rauschen dominiert. Die nichtlinearen Effekte wirken sich in Relation schwächer auf die jeweiligen  $Q^2$ -Faktoren aus. Die kleinsten  $Q^2_{\text{min}}$ -Faktoren ergeben sich für den Grundmodus. Dies gilt allerdings nicht zwangsläufig für den kleinsten  $Q^2_{\text{max}}$ -Faktor. Für den Fall  $m = l = 1$  liegt  $Q^2_{\text{max}}$  des  $\text{LP}_{0,1}$ -Modus um 0,01 dB höher als der des  $\text{LP}_{1,1}$ -Modus.

Eine eindeutige Tendenz ist bei Betrachtung des mittleren  $Q^2$ -Faktors erkennbar. Die über den Grundmodus übertragenen Signale unterliegen der stärksten Signaldegradation, was sich für alle vier Konfigurationen im jeweils niedrigsten, dem Grundmodus zugeordneten, mittleren  $Q^2$ -Faktor äußert.

Wie im vorherigen Kapitel ist kein wesentlicher Unterschied zwischen dem Einfluss von XGXPM und XGFWM festzustellen. In Ergänzung zeigt sich aber, dass auch das Vorzeichen der DMGDs keinen wesentlichen Einfluss auf die Signaldegradation hat. Zwar sind hier Mischprodukte zwischen anderen Wellenlängenkanälen zu erwarten, insbesondere die Unterschiede zwischen den mittleren  $Q^2$ -Faktoren sind jedoch vernachlässigbar. Die Differenz zwischen  $\min(Q_{\text{mean}}^2)$  und  $\max(Q_{\text{mean}}^2)$  liegt für alle vier Fälle bei  $\leq 0,11$  dB.

Größere Differenzen als zwischen den verschiedenen Moden können zwischen den Wellenlängenkanälen eines Modus  $j$  auftreten. Die Differenz  $Q_{\text{max},j}^2 - Q_{\text{min},j}^2$  liegt, je nach betrachteter Konfiguration, bei bis zu 0,14 dB. Die Unterschiede der Übertragungsqualität innerhalb der WDM-Kanäle eines Modus, also innerhalb eines räumlichen Übertragungskanals, können größer sein als die Unterschiede zwischen den mittleren  $Q^2$ -Faktoren der räumlichen Übertragungskanäle.

Die Beeinträchtigung durch nichtlineare Effekte ist auch beim Einsatz von 78 räumlichen Moden gering. Im Folgenden wird die Anzahl räumlicher Moden daher noch weiter gesteigert, wobei die betrachtete Faser ein höheres  $\gamma$  aufweist und zusätzlich darüber hinaus mehr Wellenlängenkanäle verwendet werden.

### 7.2.4 Fasercharakteristika bei NA=0,275

Eine noch höhere Anzahl räumlicher Moden bietet eine Faser mit Kerndurchmesser von  $62,5 \mu\text{m}$  und einer numerischen Apertur  $NA = 0,275$ . Diese wird auch im Rahmen des in [J3] beschriebenen Anwendungsbeispiels betrachtet. Die OM1-ähnliche Faser weist wie die zuvor betrachtete  $50 \mu\text{m}$  Faser im Abstand von  $1,25 \mu\text{m}$  zum Faserkern einen Bereich mit Brechzahlablenkung von  $6,5 \cdot 10^{-3}$  auf. Der Bereich der Brechzahlablenkung ist  $3,5 \mu\text{m}$  breit. Die aufgrund des größeren Brechzahlsprungs zwischen Kern und Mantel höhere Dämpfung wird durch einen mit  $0,23$  dB/km abgeschätzten Dämpfungskoeffizienten berücksichtigt. Als Profilexponent  $\alpha$  wird wie zuvor  $1,94$  gewählt. In einer solchen Faser sind  $64$  LP-Moden bzw.  $120$  räumliche Moden nutzbar [62]. Diese bilden, wie in Tabelle 7.6 angegeben,  $15$  Modengruppen. Die  $16.$  und  $17.$  Modengruppe werden nicht zur Übertragung genutzt. Weiter sind in Tabelle 7.6 die berechneten effektiven Modenfeldflächen angegeben. Mit einer effektiven Modenfeldfläche des Grundmodus  $A_{\text{eff},\text{LP}_{0,1}}$  von  $172 \mu\text{m}^2$  folgt  $\gamma = 0,61 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ .

Mittels der in [27] bzw. Tabelle 2.2 spezifizierten Koeffizienten der Sellmeier-Gleichung wird die Wellenlängenabhängigkeit der Brechzahl berücksichtigt. Für die numerische Berechnung der Ausbreitungskonstanten und der Feldverteilungen der Moden wird JCMsuite verwendet. Die ermittelten mittleren Dispersionsparameter pro Modengruppe und die berechneten DMGDs für maximale XGXPM mit dem Grundmodus sind in Tabelle 7.7 spezifiziert.

Tabelle 7.6: Modengruppen,  $A_{\text{eff}}$  in  $\mu\text{m}^2$  und Anz. räumlicher Moden.

MG	Moden in Gruppe														$A_{\text{eff}}$	Anz. räumlicher Moden bis zu dieser MG								
1	LP <sub>0,1</sub>															172					1			
2	LP <sub>1,1</sub>															231					3			
3	LP <sub>0,2</sub>	LP <sub>2,1</sub>														347	311				6			
4	LP <sub>1,2</sub>	LP <sub>3,1</sub>														373	372				10			
5	LP <sub>0,3</sub>	LP <sub>2,2</sub>	LP <sub>4,1</sub>													504	469	428			15			
6	LP <sub>1,3</sub>	LP <sub>3,2</sub>	LP <sub>5,1</sub>													499	545	475			21			
7	LP <sub>0,4</sub>	LP <sub>2,3</sub>	LP <sub>4,2</sub>	LP <sub>6,1</sub>												653	605	615	521		28			
8	LP <sub>1,4</sub>	LP <sub>3,3</sub>	LP <sub>5,2</sub>	LP <sub>7,1</sub>												618	690	674	561		36			
9	LP <sub>0,5</sub>	LP <sub>2,4</sub>	LP <sub>4,3</sub>	LP <sub>6,2</sub>	LP <sub>8,1</sub>											795	732	768	733	601	45			
10	LP <sub>1,5</sub>	LP <sub>3,4</sub>	LP <sub>5,3</sub>	LP <sub>7,2</sub>	LP <sub>9,1</sub>											731	824	835	783	635	55			
11	LP <sub>0,6</sub>	LP <sub>2,5</sub>	LP <sub>4,4</sub>	LP <sub>6,3</sub>	LP <sub>8,2</sub>	LP <sub>10,1</sub>										932	853	907	900	834	671	66		
12	LP <sub>1,6</sub>	LP <sub>3,5</sub>	LP <sub>5,4</sub>	LP <sub>7,3</sub>	LP <sub>9,2</sub>	LP <sub>11,1</sub>										841	951	979	957	879	702	78		
13	LP <sub>0,7</sub>	LP <sub>2,6</sub>	LP <sub>4,5</sub>	LP <sub>6,4</sub>	LP <sub>8,3</sub>	LP <sub>10,2</sub>	LP <sub>12,1</sub>									1066	969	1038	1050	1015	926	735	91	
14	LP <sub>1,7</sub>	LP <sub>3,6</sub>	LP <sub>5,5</sub>	LP <sub>7,4</sub>	LP <sub>9,3</sub>	LP <sub>11,2</sub>	LP <sub>13,1</sub>									946	1072	1124	1112	1066	966	764	105	
15	LP <sub>0,8</sub>	LP <sub>2,7</sub>	LP <sub>4,6</sub>	LP <sub>6,5</sub>	LP <sub>8,4</sub>	LP <sub>10,3</sub>	LP <sub>12,2</sub>	LP <sub>14,1</sub>								1195	1081	1162	1188	1174	1119	1009	795	120

Tabelle 7.7: DMGDs in ps/km und Dispersionsparameter  $D$  in ps/(nm·km) der verschiedenen Modengruppen (MG).

MG	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$D$	18,1	18,3	18,4	18,7	18,8	19,0	19,2	19,4	19,6	19,8	20,1	20,3	20,5	20,9	21,5
DMDG	\	-7,32	-7,38	-7,48	-7,54	-7,60	-7,70	-7,79	-7,85	-7,95	-8,04	-8,18	-8,23	-8,39	-8,61

### 7.2.5 Konfiguration des Übertragungssystems bei Nutzung der 120-Moden Faser

Mit der in Kapitel 4.4 beschriebenen, optimierten Multi-GPU Implementierung der RK4IP Methode ist es bei Verwendung von vier Tesla K80 Beschleunigern, die je zwei GK210 GPUs aufweisen, möglich das C-Band aller 120 Moden fast vollständig mit WDM-Kanälen zu belegen. Bei der Simulation von DP-QPSK Signalen mit einer Symbolrate von 32 GBaud kann eine spektrale Bandbreite von 4096 GHz simuliert werden, sodass die Anzahl der WDM-Kanäle pro räumlichem Modus wieder auf 60 gesteigert werden kann. Betrachtet werden in der Simulation damit insgesamt 7200 DP-QPSK Signale. Die mittlere Eingangsleistung pro DP-QPSK Signal wird wie zuvor auf  $-1$  dBm gesetzt.

In Anbetracht der nicht unerheblichen Simulationszeit wird hier die Signalübertragung über bis zu 5 Streckenabschnitte von je 80 km untersucht. In dem in [J3] beschriebenen Anwendungsbeispiel wurden hingegen nur 2 Streckenabschnitte simuliert. Die Systemsimulation ist ansonsten identisch.

### 7.2.6 Simulationsergebnisse

In Abbildung 7.5 sind minimaler, mittlerer und maximaler  $Q^2$ -Faktor für alle 120 räumlichen Moden dargestellt. Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind die Skalenstriche für die Moden 3, 6 und 28 nicht auf der x-Achse aufgetragen. Die Auswertungen finden zunächst nach einem Streckenabschnitt, also nach Übertragung über 80 km statt. Weiter wird die Übertragung über insgesamt fünf Streckenabschnitte betrachtet. Die maximale Übertragungsdistanz beträgt damit 400 km. U.a. findet die Analyse wie zuvor bei einem OSNR von 14 dB statt. Primär aufgrund der Übertragungsdistanz, aber auch aufgrund weiterer Eigenschaften der Fasern und unterschiedlicher Anzahl von Wellenlängenkanälen können die Ergebnisse für 78 und 120 Moden nicht direkt miteinander verglichen werden. So führt die hier betrachtete Faser nicht nur mehr Moden, sondern weist auch einen höheren mit der Nichtlinearität assoziierten Parameter  $\gamma$  auf.

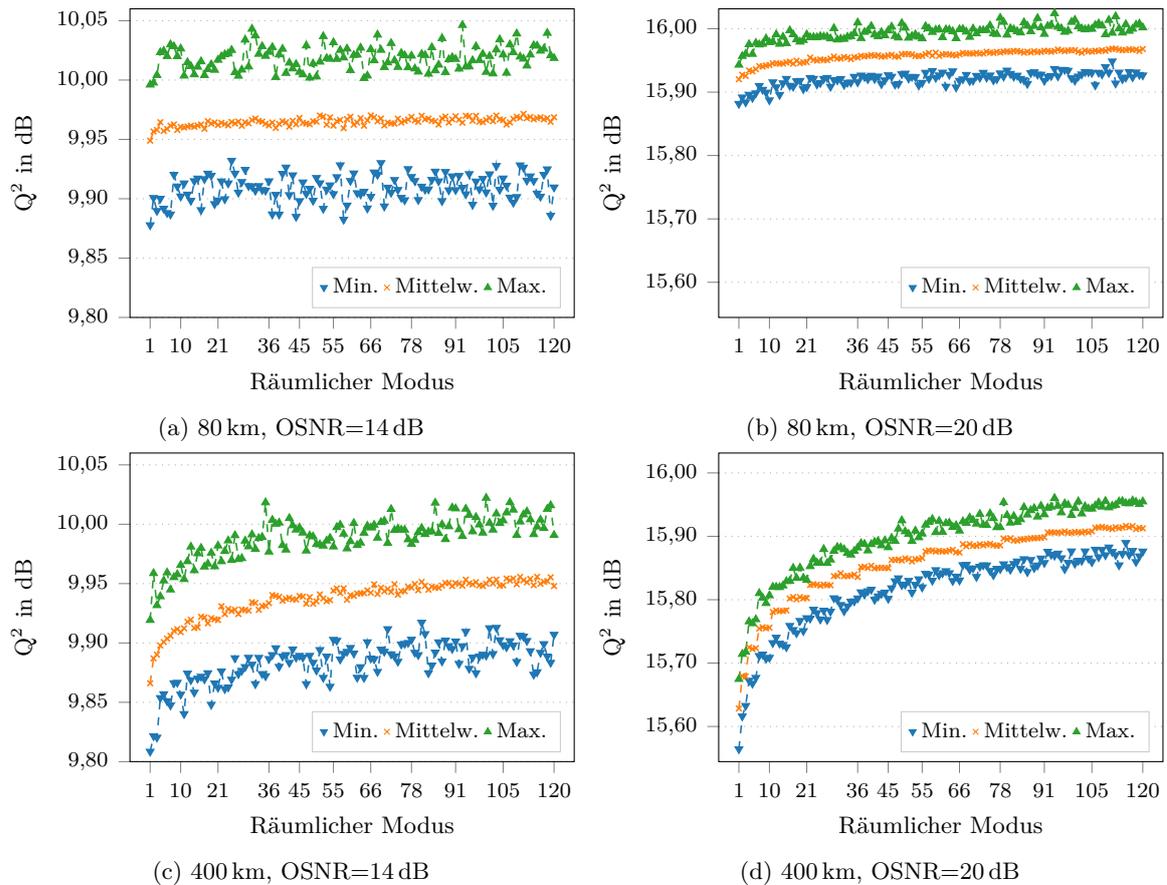


Abbildung 7.5: Maximaler, mittlerer und minimaler  $Q^2$ -Faktor der räumlichen Moden für verschiedene Übertragungsdistanzen und verschiedene OSNR.

Neben unterschiedlichen Dämpfungskoeffizienten, führt die veränderte Brechzahldifferenz auch zu kleineren modenspezifischen Dispersionsparametern, resultierend in geringeren DMGDs. Zusätzlich wird die Auswertung auch bei einem OSNR von 20 dB vorgenommen, wobei hier die nichtlinearen Effekte dominieren.

Die mittleren  $Q^2$ -Faktoren unterscheiden sich bei Übertragung über 80 km und einem OSNR von 14 dB nur unwesentlich, dargestellt in Abbildung 7.5a. Auch minimaler bzw. maximaler  $Q^2$ -Faktor können nicht explizit einem Modus zugeordnet werden. Die Fluktuationen werden nicht durch die nichtlinearen Effekte, sondern durch das Rauschen verursacht. Dies wird deutlich, wenn für die gleiche Übertragungsdistanz ein OSNR von 20 dB angenommen wird. Sowohl die mittleren, als auch die minimalen und maximalen  $Q^2$ -Faktoren liegen in Abbildung 7.5d deutlich näher beieinander. Allerdings zeichnet sich trotz der deutlich höheren  $Q^2$ -Faktoren ab, dass der Grundmodus die stärksten Degradationseffekte erfährt. Dies bestätigt sich bei Steigerung der Übertragungsdistanz auf 400 km, dargestellt in Abbildung 7.5c und Abbildung 7.5d. Der mittlere  $Q^2$ -Faktor des Grundmodus sinkt bei einem OSNR von 14 dB von  $\sim 9,95$  dB nach dem ersten 80 km langen Faserabschnitt auf  $\sim 9,87$  dB nach insgesamt 400 km Übertragungstrecke. Bei einem OSNR von 20 dB sinkt der mittlere  $Q^2$ -Faktor des Grundmodus von vormals  $\sim 15,92$  dB auf  $\sim 15,62$  dB, womit die Einbuße durch die längere Übertragungsdistanz bei einem

OSNR von 20 dB größer ausfällt. Bei einem OSNR von 14 dB hingegen dominiert das additive Rauschen, wie auch in Kapitel 7.1.3 bei Variation der genutzten Modengruppen gezeigt. Weiter sind bei einem OSNR von 20 dB und einer Übertragungsdistanz von 400 km die Modengruppen klar identifizierbar; bei einem OSNR von 14 dB ist dies nicht möglich. Für eine Bewertung der nichtlinearen Signaldegradation ist daher stets der betrachtete OSNR von Relevanz. In diesem Zusammenhang kann der Schluss gezogen werden, dass die Bewertung der Systemperformance bei höheren OSNRs sinnvoll ist, auch wenn das System später bei einem niedrigeren OSNR betrieben wird. So werden die durch nichtlineare Effekte verursachten Beeinträchtigungen der Signale tendenziell über- statt unterschätzt, was für eine Abschätzung der maximalen Signaldegradation sinnvoll ist.

Abschließend werden die Auswirkungen der nichtlinearen Effekte in Abhängigkeit von der Übertragungsdistanz betrachtet. In Abbildung 7.6 sind die mittleren  $Q^2$ -Faktoren in Abhängigkeit von von der Übertragungsdistanz dargestellt. Hierzu werden die ermittelten  $Q^2$ -Faktoren auf die bei einer Back-to-Back-Übertragung erzielten mittleren  $Q^2$ -Faktoren bezogen. Die modenspezifischen Einbußen werden bei einem OSNR von 20 dB ermittelt. Die durch nichtlineare Effekte

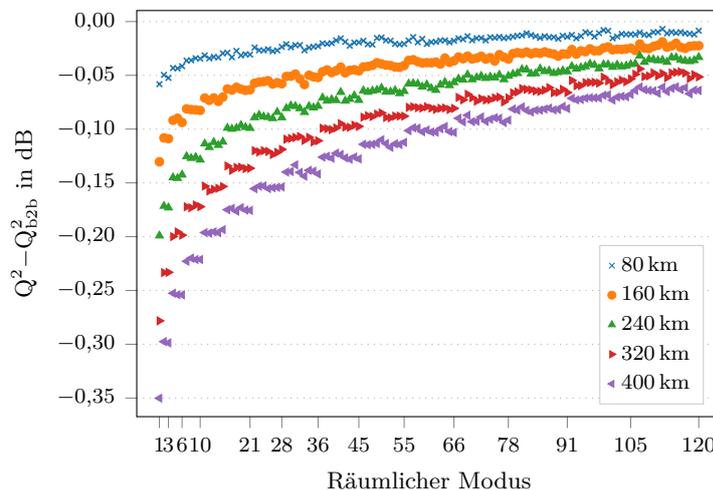


Abbildung 7.6: Mittlerer  $Q^2$ -Faktor der räumlichen Moden für verschiedene Übertragungsdistanzen relativ für den bei Back-to-Back (b2b) Übertragung erreichten mittleren  $Q^2$ -Faktor.

verursachte Signaldegradation nach 80 km äußert sich in einer Abnahme der  $Q^2$ -Faktoren von nur  $< 0,06$  dB; die Einbuße nimmt mit steigender Übertragungsdistanz aber zu. So steigt die Beeinträchtigung der über den Grundmodus übertragenen Signale um etwa  $0,06 \sim 0,08$  dB pro Streckenabschnitt. Auch der Unterschied zwischen den Modengruppen wird größer. Die Beeinträchtigung des Grundmodus ist nach wie vor am höchsten. Nach Übertragung über 400 km sinkt der mittlere  $Q^2$ -Faktor des Grundmodus um  $-0,35$  dB. Die minimale Beeinträchtigung nach einer Übertragung über 400 km liegt hingegen nur bei  $0,06$  dB. In Abhängigkeit von der Übertragungsdistanz, wie diskutiert aber auch in Abhängigkeit des OSNRs, steigen die Beeinträchtigungen primär bzgl. der Moden niedriger Ordnung.

Wie exemplarisch in [K2] untersucht, können beispielsweise  $LP_{0,1}$ - und  $LP_{1,1}$ -Modus genutzt werden, um QPSK Signale mit 28 GBaud zu übertragen. Die Moden höherer Ordnung wiederum werden genutzt, um 32 GBaud QPSK Signale zu übertragen. Dadurch, dass die 28 GBaud Signale geringere Anforderungen an den OSNR haben als die mit 32 GBaud übertragenen Signale,

kann die Differenz zwischen den rOSNRs reduziert werden. Neben adaptiven Symbolraten ist es auch möglich adaptive Modulationsformate einzusetzen [175]. Wie in [176] beschrieben, wird dies in einmodigen Übertragungssystemen bevorzugt, da die Verwendung von nur einer Symbolrate kostengünstigere Transponder erlaubt. Auch ratenvariable FECs [175] könnten eingesetzt werden, um den FEC-Overhead für jeden räumlichen Kanal bzw. die Moden einer Modengruppe anzupassen. Durch individuelle Anpassung der Leistung der räumlichen Moden hingegen konnte keine [177] bzw. nur eine geringe [178] Verbesserung der Systemperformance erzielt werden.

Ab der 11. Modengruppe und damit für die 65 höchsten Moden liegt die Beeinträchtigung des mittleren  $Q^2$ -Faktors bei einem OSNR von 20 dB bei unter 0,1 dB. Aber auch bei einer Beeinträchtigung von bis zu 0,35 dB ist eine Nutzung der Moden niedriger Ordnung zur Datenübertragung weiterhin möglich. Folglich ist selbst die Nutzung einer 120-Modenfaser im Kontext von MDM-Übertragungssystemen denkbar. Die nichtlinearen Effekte beeinflussen die Übertragung nicht so stark, dass eine Datenübertragung nicht mehr realisierbar wäre. Der Modenmultiplexbetrieb scheint dementsprechend trotz der Kerr-Nichtlinearität eine hoch skalierbare Option, mit der die Übertragungskapazität einer einzelnen Faser signifikant gesteigert werden kann.

## 8 Fazit und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde das Potenzial des Modenmultiplexbetriebs zur Steigerung der Übertragungskapazität optischer Datenübertragungssysteme analysiert. Fasern, in denen mehrere Moden ausbreitungsfähig sind und in denen die räumliche Diversität genutzt wird, um über die einzelnen Moden unabhängige Datenströme zu übertragen, bieten das Potenzial die Übertragungskapazität entsprechend der Anzahl genutzter räumlicher Übertragungskanäle zu steigern. Bei Glasfasern handelt es sich um ein nichtlineares Medium; daher war zu Beginn dieser Arbeit nicht klar, ob die Kapazität tatsächlich um den Faktor genutzter Moden erhöht werden kann. Erste experimentelle Untersuchungen ließen darauf schließen, dass der Modenmultiplexbetrieb ein vielversprechender Ansatz sein könnte. Beantwortet wurde die Frage wie die nichtlinearen Effekte mit der Modenanzahl skalieren aber erst in der vorliegenden Arbeit.

Zur Beantwortung dieser Fragestellung wurden numerische Methoden verwendet, mit denen die nichtlineare Signalpropagation in Glasfasern simuliert werden kann. Dies erfordert hochperformante Algorithmen, da die notwendigen Simulationen sonst nicht in einer akzeptablen Zeit durchgeführt werden können. Die Verwendung von GPU-Beschleunigern ist hier die präferierte Option. Wie in dieser Arbeit und den zugehörigen Veröffentlichungen gezeigt, ermöglichen GPU-beschleunigte Implementierungen Simulationen, bei denen die Laufzeit linear mit der Anzahl räumlicher Moden skaliert. Beim Einsatz von CPUs ist dies nicht möglich. Die Architektur von GPUs ist für hochparallele Algorithmen optimiert, demgegenüber ist der Grafikkartenspeicher aber limitiert. Speziell bei der Simulation einer hohen Anzahl von Moden und Wellenlängkanälen ist eine effiziente Nutzung des Speichers in einer GPU-beschleunigten Implementierung essenziell. Möglichkeiten den Speicherbedarf gering zu halten und den Grafikkartenspeicher effektiv zu nutzen sind ausführlich in Kapitel 4 betrachtet worden. Reicht der Speicher einer einzelnen Grafikkarte für das zu betrachtende Übertragungssystem dennoch nicht aus, ist die Nutzung mehrerer GPUs eine Option. Kapitel 4 behandelt daher auch Multi-GPU Implementierungen, auf denen die später durchgeführten Simulationen basieren. Neben Arbeiten an hochperformanten Implementierungen wurden auch grundsätzliche Konzepte zur Simulation der nichtlinearen Signalausbreitung behandelt.

Über die etablierte Split-Step Fourier Methode (SSFM) hinaus wurden andere Verfahren, wie das Runge-Kutta-Verfahren vierter Ordnung im Wechselwirkungsbild (RK4IP), hinsichtlich ihrer Eignung im Kontext der Simulation nichtlinearer Signalausbreitung in Mehrmodenfasern betrachtet. Detailliert wurden sowohl die SSFM als auch die RK4IP Methode in Kapitel 3.3 beschrieben und bzgl. numerischer Eigenschaften analysiert. Verglichen wurden auch die numerischen Fehler beider Methoden. Die RK4IP Methode stellte sich dabei als deutlich leistungsfähiger heraus und wurde in dieser Arbeit erstmals für die Simulation der nichtlinearen Signalpropagation in Mehrmodenfasern verwendet.

Die in dieser Arbeit entwickelten und implementierten Verfahren ermöglichen erstmals die Betrachtung vieler räumlicher Moden bei gleichzeitiger Simulation einer großen spektralen Bandbreite und somit vieler Wellenlängkanäle. Noch vor den Simulationen, in denen die nicht-

linearen Effekte in Abhängigkeit von der Anzahl verwendeter räumlicher Moden untersucht wurden, wurde in Kapitel 5 analysiert, wie sich eine Anpassung des Brechzahlprofils einer Faser auf die Koppelfaktoren auswirkt, mit denen die nichtlineare Interaktion gewichtet wird. Hierbei wurde gezeigt, dass sich eine Veränderung des Brechzahlprofils nur in einer moderaten Änderung der Koppelfaktoren äußert. Das Brechzahlprofil von Gradientenfasern, und hier vor allem die zusätzliche Brechzahlabenkung im Mantelbereich, kann daher genutzt werden, um die linearen Eigenschaften der Faser zu optimieren. Der Einfluss auf die Koppelfaktoren kann dabei vernachlässigt werden.

Bei der Betrachtung der Modenmultiplexsysteme wird anhand des Kernradius der Fasern zwischen FMFs und MMFs unterschieden. In FMFs wurde bei Steigerung der Anzahl genutzter räumlicher Moden zwischen zwei verschiedenen Szenarien differenziert. Im ersten Szenario wurde die Anzahl ausbreitungsfähiger räumlicher Moden erhöht, wobei der mit der Nichtlinearität assoziierte Parameter  $\gamma$  konstant ist, während  $\gamma$  im zweiten Szenario bei steigender Modenanzahl abnimmt. Lassen die initialen Untersuchungen darauf schließen, dass die nichtlinearen Effekte trotz Erhöhung der Anzahl der Moden nicht zu einer überproportionalen Beeinträchtigung der Signale führen, zeigt die Analyse des zweiten Szenarios, dass die nichtlinearen Effekte trotz steigender Modenanzahl geringer ausfallen. Damit wird festgestellt, dass die Abnahme von  $\gamma$  dominiert und Fasern mit einer hohen räumlichen Dichte sogar Vorteile bzgl. der nichtlinearen Effekte aufweisen. Neben der Anzahl an ausbreitungsfähigen Moden wurde auch die Anzahl der Wellenlängenkanäle variiert. Werden in Experimenten mit einer hohen Anzahl räumlicher Moden nur wenige Wellenlängenkanäle genutzt, kann bei Nutzung vieler Wellenlängenkanäle die auftretende intermodale Vierwellenmischung einer der grundsätzlich limitierenden Effekte sein. Gezeigt wurde, dass die Anzahl der betrachteten Wellenlängenkanäle einen größeren Einfluss auf die Signalqualität haben kann als das zugrundeliegende Koppelszenario. Weiter wurde nachgewiesen, dass die Kombination vieler Moden und Wellenlängenkanäle möglich ist und keine übermäßige nichtlineare Signaldegradation auftritt.

Untersucht wurde auch die Anzahl räumlicher Moden in MMFs. Betrachtet wurde eine 50  $\mu\text{m}$  MMF, in der die Anzahl der zur Datenübertragung genutzten Modengruppen sukzessive erhöht wurde. Die Übertragungskapazität kann mit diesem Ansatz ähnlich wie in einem Wellenlängenmultiplexsystem schrittweise gesteigert werden. Da die durch nichtlineare Effekte induzierte Signaldegradation klein ausfällt, ist dies ein Ansatz mit dem es möglich ist neue Fasern zu installieren, ohne dass die Übertragungskapazität zum Zeitpunkt der Installation voll genutzt werden muss. Die Einbußen liegen sogar unter der durch nichtlineare Effekte in einer SMF hervorgerufenen Beeinträchtigung.

Ebenso wurden die Auswirkungen verschiedener DMGDs, die wiederum in Phasenanpassung zwischen anderen Signalkanälen resultieren, auf die Signalübertragung untersucht. Neben der 50  $\mu\text{m}$  MMF wurde dies für eine 78-Modenfaser mit Kerndurchmesser von 62,5  $\mu\text{m}$  betrachtet. Trotz der hohen Anzahl von bis zu 2496 DP-QPSK Signalen, treten in allen analysierten Fällen keine Einbußen auf, die gegen den Einsatz von Modenmultiplexsystemen sprechen würden.

Abschließend wurde gezeigt, dass sogar 120-Modenfasern eine Option im Kontext von MDM-Übertragungssystemen sind. Insbesondere für die Simulation solcher Szenarien, bei denen 60 Wellenlängenkanäle pro räumlichem Modus und damit insgesamt 7200 DP-QPSK Signale simuliert worden sind, sind Multi-GPU Implementierungen zwingend erforderlich.

---

In dieser Arbeit wurden im Schwerpunkt die Auswirkungen der nichtlinearen Effekte in Abhängigkeit von der Anzahl der zur Signalübertragung nutzbaren Moden untersucht. Selbst bei Nutzung von Fasern, die bei gleicher mittlerer Eingangsleistung potenziell die bis zu 120-fache Übertragungskapazität einer Einmodenfaser bieten, führen nichtlineare Effekte nicht zu übermäßiger Beeinträchtigung der Signalqualität. Im Gegenteil können in Mehrmodenfasern oft sogar höhere Leistungen als in Einmodenfasern genutzt werden, was wiederum längere Übertragungsabschnitte ermöglichen könnte oder potenziell auch für höherstufige Modulationsformate vorteilhaft ist. Eine wesentliche Aussage dieser Arbeit ist, dass der Modenmultiplexbetrieb eine hoch skalierbare Option zur Steigerung der Übertragungskapazität einer einzelnen Faser darstellt. Die hier beschriebene Methodik der numerischen Simulation bietet wesentliche Erkenntnisse für zukünftige Untersuchungen der nichtlinearen Signalpropagation in Fasern mit hoher räumlicher Dichte.



# Publikationen

## Journalpublikationen

- [J1] Marius Brehler, Malte Schirwon, Dominik GÖddeke und Peter M. Krummrich. „A GPU-Accelerated Fourth-Order Runge-Kutta in the Interaction Picture Method for the Simulation of Nonlinear Signal Propagation in Multimode Fibers“. In: *Journal of Lightwave Technology* 35 (17) (Sep. 2017), S. 3622–3628.
- [J2] Marius Brehler und Peter M. Krummrich. „Nonlinear impairment scaling with the number of mode groups in mode-multiplexed transmission over a 50  $\mu\text{m}$  multimode fiber“. In: *Optics Express* 26 (13) (Juni 2018), S. 16393–16401.
- [J3] Marius Brehler, Malte Schirwon, Peter M. Krummrich und Dominik GÖddeke. „Simulation of nonlinear signal propagation in multimode fibers on multi-GPU systems“. In: *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* 84 (Mai 2020), S. 105150. arXiv: 1901.01895 [physics.comp-ph]. URL: <http://arxiv.org/abs/1901.01895>.

## Konferenzpublikationen

- [K1] Marius Brehler, Manuel Patchou und Peter M. Krummrich. „Impact of the refractive index profile on nonlinear effects in multimode fibers“. In: *Proceedings of Photonic Networks; 16. ITG Symposium*. Leipzig, 2015, S. 117–121.
- [K2] Marius Brehler und Peter M. Krummrich. „Reducing the Mode Dependent OSNR Requirements in SDM Systems due to Nonlinear Effects by Using Adaptive Symbol Rates“. In: *Proceedings of Photonic Networks; 17. ITG Symposium*. Leipzig, 2016, S. 152–157.
- [K3] Marius Brehler, David Ronnenberg und Peter M. Krummrich. „Scaling of Nonlinear Effects in Multimode Fibers with the Number of Propagating Modes“. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*. Paper W4I.3. Anaheim, CA, USA, 2016.
- [K4] Marius Brehler und Peter M. Krummrich. „Comparison of Nonlinear Impairments in Graded-Index and Trench-Assisted Graded-Index Fibers for SDM Transmissions“. In: *Proceedings of Photonic Networks; 18. ITG Symposium*. Leipzig, 2017, S. 77–79.
- [K5] Marius Brehler und Peter M. Krummrich. „GPU-Accelerated Mixed-Precision Simulation of the Nonlinear Signal Propagation in Multimode Fibers“. In: *Conference on Lasers and Electro-Optics/Europe and the European Quantum Electronics Conference (CLEO/Europe-EQEC)*. Paper EJ-P.6. München, 2017.

- 
- [K6] Marius Brehler und Peter M. Krummrich. „Impact of WDM Channel Count on Nonlinear Effects in MDM Transmission Systems“. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*. Paper Th2A.63. Los Angeles, CA, USA, 2017.
- [K7] David Ronnenberg, Marius Brehler und Peter M. Krummrich. „Influence of Double Rayleigh Backscattering on Raman Amplified Higher Order Modulation Transmission“. In: *Conference on Lasers and Electro-Optics/Europe and the European Quantum Electronics Conference (CLEO/Europe-EQEC)*. Paper CI-2.3. München, 2017.
- [K8] David Ronnenberg, Marius Brehler und Peter M. Krummrich. „Numerical Simulation of Bit-Pattern Dependent Stimulated Raman Scattering“. In: *Conference on Lasers and Electro-Optics/Europe and the European Quantum Electronics Conference (CLEO/Europe-EQEC)*. Paper CI-P.14. München, 2017.
- [K9] Marius Brehler und Peter M. Krummrich. „Influence of the Kerr-Nonlinearity in MDM Transmission Systems Scaling with the Number of Modes in Dependence of the Core Radius“. In: *Proceedings of Photonic Networks; 19. ITG Symposium*. Leipzig, 2018, S. 70–72.
- [K10] Marius Brehler und Peter M. Krummrich. „Numerical Estimation of Nonlinear Impairments in a 62.5  $\mu\text{m}$  MMF for MDM Transmission“. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*. Paper W2A.57. San Diego, CA, USA, 2018.
- [K11] Marius Brehler, Malte Schirwon, Dominik Göttsche und Peter M. Krummrich. „Modeling the Kerr-Nonlinearity in Mode-Division Multiplexing Fiber Transmission Systems on GPUs“. In: *Advanced Photonics Congress, Nonlinear Photonics (NP)*. Paper JTU5A.27. Zürich, Schweiz, 2018.
- [K12] Marius Brehler und Peter M. Krummrich. „Impact of Nonlinear Impairments in MDM Transmissions Using Rescaled Multimode Fibers“. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*. Paper Th2A.47. San Diego, CA, USA, 2019.
- [K13] Marius Brehler, Christoph Mahnke, Shrinivas Chimmalgi und Sander Wahls. „NFDM-Lab: Simulating Nonlinear Frequency Division Multiplexing in Python“. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*. Paper M3Z.13. San Diego, CA, USA, 2019.

# Literaturverzeichnis

- [1] Cisco. *Cisco Visual Networking Index: Forecast and Methodology, 2016–2021*. Whitepaper. Sep. 2017. URL: <https://www.cisco.com/c/en/us/solutions/collateral/service-provider/visual-networking-index-vni/complete-white-paper-c11-481360.pdf> (besucht am 06.10.2018).
- [2] Peter J. Winzer und David T. Neilson. „From Scaling Disparities to Integrated Parallelism: A Decathlon for a Decade“. In: *Journal of Lightwave Technology* 35 (5) (März 2017), S. 1099–1115.
- [3] Peter J. Winzer. „Scaling Optical Networking Technologies for Next Generation SDM“. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*. Paper Th1F.4. San Diego, CA, USA, 2018.
- [4] Peter J. Winzer, David T. Neilson und Andrew R. Chraplyvy. „Fiber-optic transmission and networking: the previous 20 and the next 20 years [Invited]“. In: *Optics Express* 26 (18) (Sep. 2018), S. 24190–24239.
- [5] Andrew R. Chraplyvy. „Plenary paper: The coming capacity crunch“. In: *35th European Conference on Optical Communication (ECOC)*. Paper 1.0.2. Wien, Österreich, 2009.
- [6] Johannes K. Fischer et al. „Maximizing the Capacity of Installed Optical Fiber Infrastructure Via Wideband Transmission“. In: *International Conference on Transparent Optical Networks (ICTON)*. Paper Tu.B3.3. Bukarest, Rumänien, 2018.
- [7] René-Jean Essiambre et al. „Capacity Limits of Optical Fiber Networks“. In: *Journal of Lightwave Technology* 28 (4) (Feb. 2010), S. 662–701.
- [8] The Climate Group. *SMART 2020: Enabling the low carbon economy in the information age*. Bericht. 2008. URL: <https://www.theclimategroup.org/sites/default/files/archive/files/Smart2020Report.pdf> (besucht am 16.01.2019).
- [9] Sofie Lambert et al. „Worldwide electricity consumption of communication networks“. In: *Optics Express* 20 (26) (Dez. 2012), B513–B524.
- [10] Rodney S. Tucker. „Green Optical Communications—Part I: Energy Limitations in Transport“. In: *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics* 17 (2) (März–April 2011), S. 245–260.
- [11] Rodney S. Tucker. „Green Optical Communications—Part II: Energy Limitations in Networks“. In: *IEEE Journal on Selected Topics in Quantum Electronics* 17 (2) (März–April 2011), S. 261–274.
- [12] Toshio Morioka. „New Generation Optical Infrastructure Technologies: “EXAT Initiative” Towards 2020 and Beyond“. In: *14th OptoElectronics and Communications Conference (OECC)*. Paper FT4. Wien, Österreich, 2009.

- [13] Peter J. Winzer. „Optical networking beyond WDM“. In: *IEEE Photonics Journal* 4 (2) (Apr. 2012), S. 647–651.
- [14] Cen Xia et al. „Supermodes for optical transmission“. In: *Optics Express* 19 (17) (Aug. 2011), S. 16653–16664.
- [15] Howard R. Stuart. „Dispersive Multiplexing in Multimode Optical Fiber“. In: *Science* 289 (5477) (Juli 2000), S. 281–283.
- [16] Toshio Morioka et al. „Enhancing optical communications with brand new fibers“. In: *IEEE Communications Magazine* 50 (2) (Feb. 2012), S31–S42.
- [17] Peter M. Krummrich. „Optical amplification and optical filter based signal processing for cost and energy efficient spatial multiplexing“. In: *Optics Express* 19 (17) (Aug. 2011), S. 16636–16652.
- [18] Pierre Sillard und Denis Molin. „A Review of Few-Mode Fibers for Space-Division Multiplexed Transmissions“. In: *39th European Conference and Exhibition on Optical Communication (ECOC)*. Paper Mo.3.A.1. London, England, 2013.
- [19] Detlef Gloge. „Weakly Guiding Fibers“. In: *Applied Optics* 10 (10) (Okt. 1971), S. 2252–2258.
- [20] Katsunari Okamoto. *Fundamentals of Optical Waveguides*. 2. Aufl. Academic Press, 2006, S. 584. ISBN: 978-0-12-525096-2.
- [21] Rainer Engelbrecht. *Nichtlineare Faseroptik – Grundlagen und Anwendungsbeispiele*. 1. Aufl. Springer Vieweg, 2014. ISBN: 978-3-642-40968-4.
- [22] Pierre Sillard et al. „50  $\mu\text{m}$  Multimode Fibers for Mode Division Multiplexing“. In: *Journal of Lightwave Technology* 34 (8) (Apr. 2016), S. 1672–1677.
- [23] Sercan O. Arik, Joseph M. Kahn und Keang-Po Ho. „MIMO Signal Processing for Mode-Division Multiplexing: An overview of channel models and signal processing architectures“. In: *IEEE Signal Processing Magazine* 31 (2) (März 2014), S. 25–34.
- [24] Zhen Wang et al. „Rayleigh scattering in few-mode optical fibers“. In: *Scientific Reports* 6 (1) (Dez. 2016). Artikel Nummer 35844.
- [25] Sergejs Makovejs et al. „Record-Low (0.1460 dB/km) Attenuation Ultra-Large  $A_{\text{eff}}$  Optical Fiber for Submarine Applications“. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*. Post Deadline Paper Th5A.2. Los Angeles, CA, USA, 2015.
- [26] James W. Fleming. „Dispersion in  $\text{GeO}_2$ – $\text{SiO}_2$  glasses“. In: *Applied Optics* 23 (24) (Dez. 1984), S. 4486–4493.
- [27] Wilhelm Hermann und Detlef U. Wiechert. „Refractive index of doped and undoped PCVD bulk silica“. In: *Materials Research Bulletin* 24 (9) (Sep. 1989), S. 1083–1097.
- [28] Luca Palmieri. „Coupling mechanism in multimode fibers“. In: *Proc. SPIE 9009, Next-Generation Optical Communication: Components, Sub-Systems, and Systems III*. San Francisco, CA, USA, 2013, 90090G.
- [29] Cristian Antonelli, Antonio Mecozzi, Mark Shtaif und Peter J. Winzer. „Random coupling between groups of degenerate fiber modes in mode multiplexed transmission“. In: *Optics Express* 21 (8) (Apr. 2013), S. 9484–9490.

- 
- [30] Adrian A. Juarez et al. „Modeling of Mode Coupling in Multimode Fibers With Respect to Bandwidth and Loss“. In: *Journal of Lightwave Technology* 32 (8) (Apr. 2014), S. 1549–1558.
- [31] Luca Palmieri und Andrea Galtarossa. „Intramodal Dispersion Properties of Step-Index Few-Mode Spun Fibers“. In: *Journal of Lightwave Technology* 34 (2) (Jan. 2016), S. 303–313.
- [32] Filipe Marques Ferreira, Christian S. Costa, Stylianos Sygletos und Andrew D. Ellis. „Semi-Analytical Modelling of Linear Mode Coupling in Few-Mode Fibers“. In: *Journal of Lightwave Technology* 35 (18) (Sep. 2017), S. 4011–4022.
- [33] Gianluca Guerra, Andrea Galtarossa und Luca Palmieri. „Numerical Analysis of Power Coupling in Few-Mode Step Index Fibers“. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*. Paper Th2A.25. San Diego, CA, USA, 2018.
- [34] Simone Piccirilli, Luca Palmieri, Marco Santagiustina und Andrea Galtarossa. „Experimental analysis of twist-induced mode coupling in few mode fibers“. In: *Optical Fiber Communication Conference*. Paper Th1J.3. Anaheim, CA, USA, 2016.
- [35] Giovanni Milione et al. „Mode crosstalk matrix measurement of a 1 km elliptical core few-mode optical fiber“. In: *Optics Letters* 41 (12) (Juni 2016), S. 2755–2758.
- [36] Ezra Ip und Joseph M. Kahn. „Compensation of Dispersion and Nonlinear Impairments Using Digital Backpropagation“. In: *Journal of Lightwave Technology* 26 (20) (Okt. 2008), S. 3416–3425.
- [37] René-Jean Essiambre und Robert W. Tkach. „Capacity Trends and Limits of Optical Communication Networks“. In: *Proceedings of the IEEE* 100 (5) (Mai 2012), S. 1035–1055.
- [38] Antonio Mecozzi und René-jean Essiambre. „Nonlinear Shannon Limit in Pseudolinear Coherent Systems“. In: *Journal of Lightwave Technology* 30 (12) (Juni 2012), S. 2011–2024.
- [39] Marco Secondini und Enrico Forestieri. „Scope and Limitations of the Nonlinear Shannon Limit“. In: *Journal of Lightwave Technology* 35 (4) (Feb. 2017), S. 893–902.
- [40] Govind P. Agrawal. *Nonlinear Fiber Optics*. 5. Aufl. Academic Press, 2012, S. 648. ISBN: 978-0-12-397023-7.
- [41] Cristian Antonelli, Mark Shtaif und Antonio Mecozzi. „Modeling of Nonlinear Propagation in Space-Division Multiplexed Fiber-Optic Transmission“. In: *Journal of Lightwave Technology* 34 (1) (Jan. 2016), S. 36–54.
- [42] Rene-Jean Essiambre et al. „Experimental Investigation of Inter-Modal Four-Wave Mixing in Few-Mode Fibers“. In: *IEEE Photonics Technology Letters* 25 (6) (März 2013), S. 539–542.
- [43] Yuzhe Xiao et al. „Theory of intermodal four-wave mixing with random linear mode coupling in few-mode fibers“. In: *Optics Express* 22 (26) (Dez. 2014), S. 32039–32059.
- [44] Mina Esmaelpour et al. „Power Fluctuations of Intermodal Four-Wave Mixing in Few-Mode Fibers“. In: *Journal of Lightwave Technology* 35 (12) (Juni 2017), S. 2429–2435.
- [45] Francesca Parmigiani et al. „Study of Inter-Modal Four Wave Mixing in Two Few-Mode Fibres with Different Phase Matching Properties“. In: *42nd European Conference and Exhibition on Optical Communication (ECOC)*. Paper Tu.2.D.4. Düsseldorf, 2016.

- [46] Søren M. M. Friis et al. „Inter-modal four-wave mixing study in a two-mode fiber“. In: *Optics Express* 24 (26) (Dez. 2016), S. 30338–30349.
- [47] Georg Rademacher et al. „Investigation of Intermodal Four-Wave Mixing for Nonlinear Signal Processing in Few-Mode Fibers“. In: *IEEE Photonics Technology Letters* 30 (17) (Sep. 2018), S. 1527–1530.
- [48] Cristian Antonelli, Ori Golani, Mark Shtaif und Antonio Mecozzi. „Nonlinear interference noise in space-division multiplexed transmission through optical fibers“. In: *Optics Express* 25 (12) (Juni 2017), S. 13055–13078.
- [49] Georg Rademacher und Klaus Petermann. „Nonlinear Gaussian Noise Model for Multimode Fibers With Space-Division Multiplexing“. In: *Journal of Lightwave Technology* 34 (9) (Mai 2016), S. 2280–2287.
- [50] Cristian Antonelli, Antonio Mecozzi und Mark Shtaif. „Raman amplification in multimode fibers with random mode coupling“. In: *Optics Letters* 38 (8) (Apr. 2013), S. 1188–1190.
- [51] Jiaxiong Li et al. „Second-order few-mode Raman amplifier for mode-division multiplexed optical communication systems“. In: *Optics Express* 25 (2) (Jan. 2017), S. 810–820. ISSN: 1094-4087.
- [52] Kwang Yong Song, Yong Hyun Kim und Byoung Yoon Kim. „Intermodal stimulated Brillouin scattering in two-mode fibers.“ In: *Optics Letters* 38 (11) (Juni 2013), S. 1805–1807.
- [53] Kwang Yong Song und Yong Hyun Kim. „Measurement of Intramodal and Intermodal Brillouin Gain Spectra in a Few-mode Fiber“. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*. Paper W3D.6. San Francisco, CA, USA, 2014.
- [54] Joseph M. Kahn, Guifang Li, Xiaoying Li und Ningbo Zhao. „Capacity Limits for Free-Space Channels“. In: *Optical Fiber Communication Conference*. Paper W1B.3. Los Angeles, CA, USA, 2017.
- [55] Shi Chen und Jian Wang. „Theoretical analyses on orbital angular momentum modes in conventional graded-index multimode fibre“. In: *Scientific Reports* 7 (1) (Dez. 2017). Artikel Nummer 3990.
- [56] Marianne Bigot-Astruc, David Boivin und Pierre Sillard. „Design and Fabrication of Weakly-Coupled Few-Modes Fibers“. In: *IEEE Photonics Society Summer Topical Meeting Series (SUM)*. Paper TuC1.1. Seattle, WA, USA, 2012, S. 189–190.
- [57] Pierre Sillard et al. „Few-mode fiber for uncoupled mode-division multiplexing transmissions“. In: *37th European Conference and Exhibition on Optical Communication (ECOC)*. Paper Tu.5.LeCervin.7. Genf, Schweiz, 2011.
- [58] David Boivin, Marianne Bigot-Astruc, Martino Travagnin und Pierre Sillard. „Weakly-coupled Few-mode Fibers for Single-mode and Mode-division-multiplexed Transmissions“. In: *Optical Fiber Communication Conference/National Fiber Optic Engineers Conference (OFC/NFOEC)*. Paper OTh3K.6. Anaheim, CA, USA, 2013.
- [59] Yuta Wakayama et al. „Experimental Characterization of Step-Index Few-Mode Fiber for Weakly-Coupled 10-Mode-Multiplexed Transmission“. In: *22nd Opto-Electronics and Communications Conference (OECC) and Photonics Global Conference (PGC)*. Dmd. Paper 3-1K-4. Singapur, Singapur, 2017, S. 1–3.

- 
- [60] Clemens Koebele et al. „40km Transmission of Five Mode Division Multiplexed Data Streams at 100Gb/s with low MIMO-DSP Complexity“. In: *37th European Conference and Exposition on Optical Communications*. Paper Th.13.C.3. Genf, Schweiz, 2011.
- [61] Daiki Soma et al. „257-Tbit/s Weakly Coupled 10-Mode C + L-Band WDM Transmission“. In: *Journal of Lightwave Technology* 36 (6) (März 2018), S. 1375–1381.
- [62] Pierre Sillard. „Few-Mode Fibers for Space Division Multiplexing“. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*. Paper Th1J.1. Anaheim, CA, USA, 2016.
- [63] Lars Grüner-Nielsen et al. „Few Mode Transmission Fiber with low DGD, low Mode Coupling and low Loss“. In: *Optical Fiber Communication Conference/National Fiber Optic Engineers Conference (OFC/NFOEC)*. Paper PDP5A.1. Los Angeles, CA, USA, 2012.
- [64] Ming-Jun Li et al. „Low Delay and Large Effective Area Few-Mode Fibers for Mode-Division Multiplexing“. In: *17th Opto-Electronics and Communications Conference (OECC)*. Busan, Südkorea, 2012, S. 495–496.
- [65] Pierre Sillard et al. „Low-DMGD 6-LP-Mode Fiber“. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*. Paper M3F.2. San Francisco, CA, USA, 2014.
- [66] Pierre Sillard et al. „Low-Differential-Mode-Group-Delay 9-LP-Mode Fiber“. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*. Paper M2C.2. Los Angeles, CA, USA, 2015.
- [67] Rasmus Vincentz Jensen et al. „Demonstration of a 9 LP-Mode Transmission Fiber with Low DMD and Loss“. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*. Paper W2A.34. Los Angeles, CA, USA, 2015.
- [68] Pierre Sillard et al. „50  $\mu\text{m}$  Multimode Fibers for Mode Division Multiplexing“. In: *41st European Conference and Exhibition on Optical Communication (ECOC)*. Paper Mo.4.1.2. Valencia, Spanien, 2015.
- [69] Pierre Sillard et al. „Fibers with High Numbers of Modes and Low DMGDs“. In: *42nd European Conference and Exhibition on Optical Communication (ECOC)*. Paper W.3.B.4. Düsseldorf, 2016.
- [70] Pierre Sillard et al. „Rescaled Multimode Fibers for Mode Division Multiplexing“. In: *Journal of Lightwave Technology* 35 (8) (Apr. 2017), S. 1444–1449.
- [71] Katsumi Morishita, Hiroshi Ikeda und Nobuaki Kumagai. „Compensation of Intermodal Dispersion by Splicing Two Graded-Index Multimode Fibers“. In: *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 30 (5) (Mai 1982), S. 694–700.
- [72] Pierre Sillard et al. „DMGD-Compensated Links“. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*. Paper Tu2J.4. Los Angeles, CA, USA, 2017.
- [73] Georg Rademacher, Stefan Warm und Klaus Petermann. „Nonlinear interaction in differential mode delay managed mode-division multiplexed transmission systems“. In: *Optics Express* 23 (1) (Jan. 2015), S. 55–60.
- [74] Keang-Po Ho und Joseph M. Kahn. „Mode-dependent loss and gain: statistics and effect on mode-division multiplexing“. In: *Optics Express* 19 (17) (Aug. 2011), S. 16612–16635.
- [75] Cristian Antonelli, Antonio Mecozzi, Mark Shtaif und Peter J Winzer. „Modeling and performance metrics of MIMO-SDM systems with different amplification schemes in the presence of mode-dependent loss“. In: *Optics Express* 23 (3) (Feb. 2015), S. 2203–2219.

- [76] Francesco Poletti und Peter Horak. „Description of ultrashort pulse propagation in multimode optical fibers“. In: *Journal of the Optical Society of America B* 25 (10) (Sep. 2008), S. 1645–1654.
- [77] Sami Mumtaz, René-Jean Essiambre und Govind P. Agrawal. „Nonlinear Propagation in Multimode and Multicore Fibers: Generalization of the Manakov Equations“. In: *Journal of Lightwave Technology* 31 (3) (Feb. 2013), S. 398–406.
- [78] Miroslav Kolesik und Jerome V. Moloney. „Nonlinear optical pulse propagation simulation: From Maxwell’s to unidirectional equations“. In: *Physical Review E* 70 (3) (Sep. 2004), S. 036604.
- [79] Sergei V. Manakov. „On the theory of two-dimensional stationary self-focusing of electromagnetic waves“. In: *Sov. Phys.-JETP* 38 (2) (Feb. 1974), S. 248–253.
- [80] Ping-Kong Alexander Wai, Curtis R. Menyuk und Hsing Hen Chen. „Stability of solitons in randomly varying birefringent fibers“. In: *Optics Letters* 16 (16) (Aug. 1991), S. 1231.
- [81] Vladimir G. Makhankov und Oktay K. Pashaev. „Nonlinear Schrödinger equation with noncompact isogroup“. In: *Theor. Math. Phys.* 53 (Okt. 1982), S. 979–987.
- [82] Antonio Mecozzi, Cristian Antonelli und Mark Shtaif. „Nonlinear propagation in multimode fibers in the strong coupling regime“. In: *Optics Express* 20 (11) (Mai 2012), S. 11673–11678.
- [83] Antonio Mecozzi, Cristian Antonelli und Mark Shtaif. „Coupled Manakov equations in multimode fibers with strongly coupled groups of modes“. In: *Optics Express* 20 (21) (Sep. 2012), S. 23436–23441.
- [84] Shaival Buch et al. „Nonlinear propagation equations for arbitrary levels of random linear coupling between modes“. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*. Paper Th3D.3. San Diego, CA, USA, 2018.
- [85] Shaival Buch et al. „Averaged nonlinear equations for multimode fibers valid in all regimes of random linear coupling“. In: *Optical Fiber Technology* 48 (März 2019), S. 123–127.
- [86] Filipe Marques Ferreira, Christian S. Costa, Stylianos Sygletos und Andrew D. Ellis. „Nonlinear Performance of Few-Mode Fiber Links With Intermediate Coupling“. In: *Journal of Lightwave Technology* 37 (3) (Feb. 2019), S. 989–999.
- [87] Cristian Antonelli, Antonio Mecozzi und Mark Shatif. „Scaling of inter-channel nonlinear interference noise and capacity with the number of strongly coupled modes in SDM systems“. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*. Paper W4I.2. Anaheim, CA, USA, 2016.
- [88] Georg Rademacher et al. „Investigation of Intermodal Nonlinear Signal Distortions in Few-Mode Fiber Transmission“. In: *Journal of Lightwave Technology* 37 (4) (Feb. 2019), S. 1273–1279.
- [89] Amnon Willinger und Gadi Eisenstein. „Split Step Fourier Transform: A Comparison Between Single and Multiple Envelope Formalisms“. In: *Journal of Lightwave Technology* 30 (18) (Sep. 2012), S. 2988–2994.
- [90] George H. Weiss und Alexei A. Maradudin. „The Baker-Hausdorff Formula and a Problem in Crystal Physics“. In: *Journal of Mathematical Physics* 3 (4) (Juli 1962), S. 771–777.

- 
- [91] Thorsten Hohage und Frank Schmidt. *On the Numerical Solution of Nonlinear Schrödinger type equations in fiber optics*. ZIB-Report 02-04. Berlin: Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin, Jan. 2002, S. 25. URL: <http://opus4.kobv.de/opus4-zib/frontdoor/index/index/docId/671> (besucht am 29.07.2017).
- [92] Johan Hult. „A Fourth-Order Runge-Kutta in the Interaction Picture Method for Simulating Supercontinuum Generation in Optical Fibers“. In: *Journal of Lightwave Technology* 25 (12) (Dez. 2007), S. 3770–3775.
- [93] Jun John Sakurai. *Modern Quantum Mechanics*. Rev. Ed. Addison-Wesley, 1994. ISBN: 978-0-201-53929-5.
- [94] Benjamin Michael Caradoc-Davies. „Vortex dynamics in Bose-Einstein condensates“. Diss. Dunedin, Neuseeland: University of Otago, Dept. Physics, 2000.
- [95] Zhongxi Zhang, Liang Chen und Xiaoyi Bao. „A fourth-order Runge-Kutta in the interaction picture method for numerically solving the coupled nonlinear Schrodinger equation.“ In: *Optics Express* 18 (8) (Apr. 2010), S. 8261–76.
- [96] Peter Horak und Francesco Poletti. „Multimode Nonlinear Fibre Optics: Theory and Applications“. In: *Recent Progress in Optical Fiber Research*. InTech, Jan. 2012. ISBN: 978-953-307-823-6.
- [97] Oleg V. Sinkin, Ronald Holzlohner, John Zweck und Curtis R. Menyuk. „Optimization of the Split-Step Fourier Method in Modeling Optical-Fiber Communications Systems“. In: *Journal of Lightwave Technology* 21 (1) (Jan. 2003), S. 61–68.
- [98] Alexander M. Heidt. „Efficient Adaptive Step Size Method for the Simulation of Supercontinuum Generation in Optical Fibers“. In: *Journal of Lightwave Technology* 27 (18) (Sep. 2009), S. 3984–3991.
- [99] Stéphane Balac und Fabrice Mahé. „Embedded Runge-Kutta scheme for step-size control in the interaction picture method“. In: *Computer Physics Communications* 184 (4) (Apr. 2013), S. 1211–1219.
- [100] Stéphane Balac et al. „The Interaction Picture method for solving the generalized nonlinear Schrödinger equation in optics“. In: *ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis* 50 (4) (Juli 2016), S. 945–964.
- [101] Sören Bartels. *Numerik 3x9: Drei Themengebiete in jeweils neun kurzen Kapiteln*. 1. Aufl. Springer Spektrum, 2016. ISBN: 978-3-662-48203-2.
- [102] ITU-T. *G.694.1: Spectral grids for WDM applications: DWDM frequency grid*. Recommendation. Feb. 2012. URL: <https://www.itu.int/rec/T-REC-G.694.1-201202-I/en>.
- [103] René Schmogrow et al. „Real-time Nyquist pulse generation beyond 100 Gbit/s and its relation to OFDM“. In: *Optics Express* 20 (1) (Jan. 2012), S. 317–337.
- [104] Satoshi Tsukamoto, Kazuhiro Katoh und Kazuro Kikuchi. „Coherent Demodulation of Optical Multilevel Phase-Shift-Keying Signals Using Homodyne Detection and Digital Signal Processing“. In: *IEEE Photonics Technology Letters* 18 (10) (Mai 2006), S. 1131–1133.
- [105] Casimer DeCusatis und Ivan Kaminow, Hrsg. *The Optical Communications Reference*. 1. Aufl. Academic Press, 2009. ISBN: 978-0-12-375163-8.

- [106] Stephan Hellerbrand und Norbert Hanik. „Fast Implementation of the Split-Step Fourier Method Using a Graphics Processing Unit“. In: *Optical Fiber Communication Conference/National Fiber Optic Engineers Conference (OFC/NFOEC)*. Paper OTuD7. San Diego, CA, USA, 2010.
- [107] Stephan Pachnicke, Adam Chachaj, Marius Helf und Peter M. Krummrich. „Fast parallel simulation of fiber optical communication systems accelerated by a graphics processing unit“. In: *International Conference on Transparent Optical Networks (ICTON)*. Paper Th.B1.5. München, 2010.
- [108] José M. Alcaraz-Pelegri und Pedro Rodríguez-García. „Simulations of pulse propagation in optical fibers using graphics processor units“. In: *Computer Physics Communications* 182 (7) (Juli 2011), S. 1414–1420.
- [109] David B. Kirk und Wen-mei W. Hwu. *Programming Massively Parallel Processors - A Hands-on Approach*. 2. Aufl. Morgan Kaufmann, 2012. ISBN: 978-0-123-91418-7.
- [110] NVIDIA. *CUDA C Programming Guide*. Design Guide. PG-02829-001\_v9.2. Juli 2018. URL: [https://docs.nvidia.com/cuda/pdf/CUDA\\_C\\_Programming\\_Guide.pdf](https://docs.nvidia.com/cuda/pdf/CUDA_C_Programming_Guide.pdf) (besucht am 01.08.2018).
- [111] NVIDIA. *Tesla K40 Active Accelerator - Board Specification*. BD-06949-001\_v03. Nov. 2013. URL: [https://www.nvidia.com/content/PDF/kepler/Tesla-K40-Active-Board-Spec-BD-06949-001\\_v03.pdf](https://www.nvidia.com/content/PDF/kepler/Tesla-K40-Active-Board-Spec-BD-06949-001_v03.pdf) (besucht am 24.07.2018).
- [112] NVIDIA. *NVIDIA Launches World’s Fastest Accelerator for Supercomputing and Big Data Analytics*. Pressemitteilung. Nov. 2013. URL: <https://nvidianews.nvidia.com/news/nvidia-launches-world-s-fastest-accelerator-for-supercomputing-and-big-data-analytics> (besucht am 24.07.2018).
- [113] NVIDIA. *NVIDIA Tesla GPU Accelerators - Datasheet*. Datenblatt. Nvidia Tesla K-Series. Okt. 2013. URL: <https://www.nvidia.com/content/tesla/pdf/NVIDIA-Tesla-Kepler-Family-Datasheet.pdf> (besucht am 24.07.2018).
- [114] JEDEC. *JEDEC Announces Publication of DDR4 Standard*. Pressemitteilung. Sep. 2012. URL: <https://www.jedec.org/news/pressreleases/jedec-announces-publication-ddr4-standard> (besucht am 24.07.2018).
- [115] *Intel Xeon Processor E5-2620 v3 Produktspezifikation*. URL: [https://ark.intel.com/de/products/83352/Intel-Xeon-Processor-E5-2620-v3-15M-Cache-2\\_40-GHz](https://ark.intel.com/de/products/83352/Intel-Xeon-Processor-E5-2620-v3-15M-Cache-2_40-GHz) (besucht am 24.07.2018).
- [116] NVIDIA. *NVIDIA Boosts World’s Leading Deep Learning Computing Platform, Bringing 10x Performance Gain in Six Months*. Pressemitteilung. März 2018. URL: <https://nvidianews.nvidia.com/news/nvidia-boosts-worlds-leading-deep-learning-computing-platform-bringing-10x-performance-gain-in-six-months> (besucht am 24.07.2018).
- [117] NVIDIA. *CUDA C Best Practices Guide*. Design Guide. DG-05603-001\_v9.2. Aug. 2018. URL: [https://docs.nvidia.com/cuda/pdf/CUDA\\_C\\_Best\\_Practices\\_Guide.pdf](https://docs.nvidia.com/cuda/pdf/CUDA_C_Best_Practices_Guide.pdf) (besucht am 21.08.2018).
- [118] Matteo Frigo und Steven G. Johnson. „The Design and Implementation of FFTW3“. In: *Proc. IEEE* 93 (2) (Feb. 2005), S. 216–231.

- 
- [119] OpenMP Architecture Review Board. *OpenMP Application Program Interface Version 4.0*. Juli 2013. URL: <http://www.openmp.org/mp-documents/OpenMP4.0.0.pdf> (besucht am 12.05.2018).
- [120] Stéphane Balac und Arnaud Fernandez. „SPIP: A computer program implementing the Interaction Picture method for simulation of light-wave propagation in optical fibre“. In: *Computer Physics Communications* 199 (Feb. 2016), S. 139–152.
- [121] Logan G. Wright et al. „Multimode Nonlinear Fiber Optics: Massively Parallel Numerical Solver, Tutorial, and Outlook“. In: *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics* 24 (3) (Mai 2018), S. 1–16.
- [122] Stephan Pachnicke, Adam Chachaj, Christian Remmersmann und Peter Krummrich. „Fast Parallelized Simulation of 112 Gb/s CP-QPSK Transmission Systems using Stratified Monte-Carlo Sampling“. In: *Optical Fiber Communication Conference/National Fiber Optic Engineers Conference (OFC/NFOEC)*. Paper OWO2. Los Angeles, CA, USA, 2011.
- [123] Pierre Sillard, Denis Molin und Marianne Bigot-Astruc. „Few Mode Optical Fibers for Space Division Multiplexing“. Pat. WO 2015/040446 A1. März 2015.
- [124] Message Passing Interface Forum. *MPI: A Message-Passing Interface Standard, Version 3.1*. High Performance Computing Center Stuttgart (HLRS), Juni 2015.
- [125] *NVIDIA Collective Communications Library (NCCL)*. Webseite. 2018. URL: <https://developer.nvidia.com/nccl> (besucht am 02.12.2018).
- [126] *NVIDIA Collective Communications Library (NCCL)*. Github. 2018. URL: <https://github.com/NVIDIA/nccl> (besucht am 02.12.2018).
- [127] Scott Zoldi, Victor Ruban, Alexandre Zenchuk und Sergey Burtsev. „Parallel Implementations of the Split-step Fourier Method For Solving Nonlinear Schrödinger Systems“. In: *SIAM News* 32 (1) (1997).
- [128] Thiab R. Taha und Xiangming Xu. „Parallel Split-Step Fourier Methods for the Coupled Nonlinear Schrödinger Type Equations“. In: *The Journal of Supercomputing* 32 (1) (Apr. 2005), S. 5–23.
- [129] Alexander Uvarov et al. „GPU-assisted simulations of SDM systems“. In: *International Conference on Transparent Optical Networks (ICTON)*. Paper We.D1.6. Girona, Spain, 2017.
- [130] Akshay Venkatesh et al. „MPI-GDS: High Performance MPI Designs with GPUDirect-aSync for CPU-GPU Control Flow Decoupling“. In: *2017 46th International Conference on Parallel Processing (ICPP)*. Bristol, UK, 2017, S. 151–160.
- [131] Ammar Ahmad Awan, Khaled Hamidouche, Akshay Venkatesh und Dhabaleswar K. Panda. „Efficient Large Message Broadcast using NCCL and CUDA-Aware MPI for Deep Learning“. In: *Proceedings of the 23rd European MPI Users’ Group Meeting on - EuroMPI 2016*. Edinburgh, Scotland, 2016, S. 15–22.
- [132] Ammar Ahmad Awan, Ching-Hsiang Chu, Hari Subramoni und Dhabaleswar K. Panda. „Optimized Broadcast for Deep Learning Workloads on Dense-GPU InfiniBand Clusters“. In: *Proceedings of the 25th European MPI Users’ Group Meeting on - EuroMPI’18*. Artikel Nr.: 2. Barcelona, Spain, Juli 2018, S. 1–9.

- [133] Denis Molin, Marianne Bigot-Astruc, Koen de Jongh und Pierre Sillard. „Trench-assisted bend-resistant OM4 multi-mode fibers“. In: *36th European Conference and Exhibition on Optical Communication*. Paper P1.12. Turin, Italien, 2010.
- [134] Arman B. Fallahkhair, Kai S. Li und Thomas E. Murphy. „Vector Finite Difference Modesolver for Anisotropic Dielectric Waveguides“. In: *Journal of Lightwave Technology* 26 (11) (Juni 2008), S. 1423–1431.
- [135] Lorenzo Bolla. „Numerical Methods for Integrated Optics“. Diss. Udine, Italien: Universit  a degli Studi di Udine, 2006.
- [136] Jan Pomplun, Sven Burger, Lin Zschiedrich und Frank Schmidt. „Adaptive finite element method for simulation of optical nano structures“. In: *physica status solidi (b)* 244 (10) (Okt. 2007), S. 3419–3434.
- [137] Friederike Schmidt und Klaus Petermann. „Investigation of LP- and Vector-Modes for the Analysis of Space-Division Multiplexed Systems in the Nonlinear Regime“. In: *Journal of Lightwave Technology* 35 (22) (Nov. 2017), S. 4859–4864.
- [138] Cristian Antonelli, Antonio Mecozzi, Mark Shtaif und Peter J. Winzer. „Nonlinear propagation equations in fibers with multiple modes—Transitions between representation bases“. In: *APL Photonics* 4 (2) (Jan. 2019), S. 022806-1–022806-7.
- [139] Ming-Jun Li et al. „Designs of Bend-Insensitive Multimode fibers“. In: *Optical Fiber Communication Conference/National Fiber Optic Engineers Conference (OFC/NFOEC)*. Paper JThA3. Los Angeles, CA, USA, 2011.
- [140] Takayoshi Mori et al. „Few-Mode Fibers Supporting More Than Two LP Modes For Mode-Division-Multiplexed Transmission With MIMO DSP“. In: *Journal of Lightwave Technology* 32 (14) (Juli 2014), S. 2468–2479.
- [141] Dana Craig Bookbinder, Ming-Jun Li und Daniel Aloysius Nolan. „Bend resistant multimode optical fiber“. Pat. US 7,787,731 B2. Aug. 2010.
- [142] Scott Robertson Bickham. „Few-moded optical fibers“. Pat. US 8,705,922 B2. Apr. 2014.
- [143] Roland Ryf et al. „305-km combined wavelength and mode-multiplexed transmission over conventional graded-index multimode fibre“. In: *40th European Conference and Exhibition on Optical Communication (ECOC)*. Paper PD.3.5. Cannes, Frankreich, 2014.
- [144] Roland Ryf et al. „72-Tb/s transmission over 179-km all-fiber 6-mode span with two cladding pumped in-line amplifiers“. In: *41st European Conference and Exhibition on Optical Communication (ECOC)*. Paper Tu.3.2.2. Valencia, Spanien, 2015.
- [145] Georg Rademacher et al. „3500-km mode-multiplexed transmission through a three-mode graded-index few-mode fiber link“. In: *43rd European Conference and Exhibition on Optical Communication (ECOC)*. Paper M.2.E.4. Göteborg, Sweden, 2017.
- [146] John van Weerdenburg et al. „Mode-Multiplexed 16-QAM Transmission over 2400-km Large-Effective-Area Depressed-Cladding 3-Mode Fiber“. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*. Paper W4C.2. San Diego, CA, USA, 2018.
- [147] Georg Rademacher et al. „93.34 Tbit/s/mode (280 Tbit/s) Transmission in a 3-Mode Graded-Index Few-Mode Fiber“. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*. Paper W4C.3. San Diego, CA, USA, 2018.

- 
- [148] Roland Ryf et al. „32-bit/s/Hz Spectral Efficiency WDM Transmission over 177-km Few-Mode Fiber“. In: *Optical Fiber Communication Conference/National Fiber Optic Engineers Conference (OFC/NFOEC)*. Paper PDP5A.1. Anaheim, CA, USA, 2013.
- [149] Roland Ryf et al. „23 Tbit/s Transmission over 17-km Conventional 50  $\mu\text{m}$  Graded-Index Multimode Fiber“. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*. Paper PD Th5B.1. San Francisco, CA, USA, 2014.
- [150] Roland Ryf et al. „10-Mode mode-multiplexed transmission over 125-km single-span multimode fiber“. In: *41st European Conference and Exhibition on Optical Communication (ECOC)*. Paper PDP.3.3. Valencia, Spanien, 2015.
- [151] John van Weerdenburg et al. „10 Spatial Mode Transmission over 40km 50 $\mu\text{m}$  Core Diameter Multimode Fiber“. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*. Paper Th4C.3. Anaheim, CA, USA, 2016.
- [152] Haoshuo Chen et al. „High Spectral Efficiency Mode-Multiplexed Transmission over 87-km 10-Mode Fiber“. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*. Paper Th4C.2. Anaheim, CA, USA, 2016.
- [153] Nicolas K. Fontaine et al. „30 $\times$ 30 MIMO Transmission over 15 Spatial Modes“. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*. Paper PD Th5C.1. Los Angeles, CA, USA, 2015.
- [154] Roland Ryf et al. „Mode-Multiplexed Transmission over 36 Spatial Modes of a Graded-Index Multimode Fiber“. In: *44th European Conference and Exhibition on Optical Communication (ECOC)*. Paper Tu1G.2. Rom, Italien, 2018.
- [155] Roland Ryf et al. „High-Spectral-Efficiency Mode-Multiplexed Transmission over Graded-Index Multimode Fiber“. In: *44th European Conference and Exhibition on Optical Communication (ECOC)*. Paper Th3B.1. Rom, Italien, 2018.
- [156] Pierre Sillard, Marianne Bigot-Astruc und Denis Molin. „Few-Mode Fibers for Mode-Division-Multiplexed Systems“. In: *Journal of Lightwave Technology* 32 (16) (Aug. 2014), S. 2824–2829.
- [157] Pierre Sillard et al. „Low-Differential-Mode-Group-Delay 9-LP-Mode Fiber“. In: *Journal of Lightwave Technology* 34 (2) (Jan. 2016), S. 425–430.
- [158] René Schmogrow et al. „Error Vector Magnitude as a Performance Measure for Advanced Modulation Formats“. In: *IEEE Photonics Technology Letters* 24 (1) (Jan. 2012), S. 61–63.
- [159] Chunmin Xia und Dirk van den Borne. „Impact of the Channel Count on the Nonlinear Tolerance in Coherently-detected POLMUX-QPSK modulation“. In: *Optical Fiber Communication Conference/National Fiber Optic Engineers Conference (OFC/NFOEC)*. Paper OWO1. Los Angeles, CA, USA, 2011.
- [160] Chunmin Xia et al. „Impact of Channel Count and PMD on Polarization-Multiplexed QPSK Transmission“. In: *Journal of Lightwave Technology* 29 (21) (Nov. 2011), S. 3223–3229.
- [161] ITU-T. *G.652 : Characteristics of a single-mode optical fibre and cable*. Recommendation. Nov. 2016. URL: <https://www.itu.int/rec/T-REC-G.652-201611-I/en>.

- [162] Georg Rademacher et al. „Experimental Investigation of Intermodal Nonlinear Signal Degradation in a Few-Mode Fiber Transmission System“. In: *44th European Conference and Exhibition on Optical Communication (ECOC)*. Paper Tu1G.1. Rom, Italien, 2018.
- [163] Kunimasa Saitoh. „Multicore Fiber Technology“. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*. Paper Th4C.1. Los Angeles, CA, USA, 2015.
- [164] Taiji Sakamoto et al. „Low-loss and Low-DMD Few-mode Multi-core Fiber with Highest Core Multiplicity Factor“. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*. Post Deadline Paper Th5A.2. Anaheim, CA, USA, 2016.
- [165] Lars Grüner-Nielsen et al. „Splicing of Few Mode Fibers“. In: *40th European Conference and Exhibition on Optical Communication (ECOC)*. Paper P.1.15. Cannes, Frankreich, 2014.
- [166] Philippe Genevaux et al. „6-mode Spatial Multiplexer with Low Loss and High Selectivity for Transmission over Few Mode Fiber“. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*. Paper W1A.5. Los Angeles, CA, USA, 2015.
- [167] Guillaume Labroille et al. „Mode Selective 10-Mode Multiplexer based on Multi-Plane Light Conversion“. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*. Paper Th3E.5. Anaheim, CA, USA, 2016.
- [168] Satyanarayana Bade et al. „Fabrication and Characterization of a Mode-selective 45-Mode Spatial Multiplexer based on Multi-Plane Light Conversion“. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*. Post Deadline Paper Th4B.3. San Diego, CA, USA, 2018.
- [169] Nicolas K. Fontaine et al. „Packaged 45-Mode Multiplexers for a 50- $\mu\text{m}$  Graded Index Fiber“. In: *44th European Conference and Exhibition on Optical Communication (ECOC)*. Paper Mo4E.1. Rom, Italien, 2018.
- [170] Nicolas K. Fontaine et al. „Scalable mode sorter supporting 210 Hermite-Gaussian modes“. In: *Optical Fiber Communication Conference*. Post Deadline Paper Th4B.4. San Diego, CA, USA, 2018.
- [171] Tim A. Birks et al. „The photonic lantern“. In: *Advances in Optics and Photonics* 7 (2) (Juni 2015), S. 107–167.
- [172] Roland Ryf et al. „Mode-multiplexed transmission over conventional graded-index multimode fibers“. In: *Optics Express* 23 (1) (Jan. 2015), S. 235–246.
- [173] Steffen Wittek et al. „6<sup>th</sup> Mode-Group Multiplexer for Intra-Mode Transmission Over 50- $\mu\text{m}$  GI-Multimode Fiber“. In: *IEEE Photonics Society Summer Topical Meeting Series (SUM)*. Paper MF2.3. Waikoloa Village, HI, USA, 2018, S. 25–26.
- [174] Steffen Wittek et al. „Mode-Multiplexed Transmission Within and Across Mode Groups of a Multimode-Fiber“. In: *Optical Fiber Communication Conference (OFC)*. Paper M2I.2. San Diego, CA, USA, 2019.
- [175] Gwang-Hyun Gho, Lauren Klak und Joseph M. Kahn. „Rate-Adaptive Coding for Optical Fiber Transmission Systems“. In: *Journal of Lightwave Technology* 29 (2) (Jan. 2011), S. 222–233.
- [176] Xiang Zhou, Lynn E Nelson und Peter Magill. „Rate-adaptable optics for next generation long-haul transport networks“. In: *IEEE Communications Magazine* 51 (3) (März 2013), S. 41–49.

- [177] Danish Rafique, Stylianos Sygletos und Andrew D. Ellis. „Impact of power allocation strategies in long-haul few-mode fiber transmission systems“. In: *Optics Express* 21 (9) (Apr. 2013), S. 10801–10809.
- [178] Georg Rademacher, Friederike Schmidt und Klaus Petermann. „Optimum Capacity Utilization in Space- Division Multiplexed Transmission Systems with Few-Mode Fibers“. In: *42nd European Conference and Exhibition on Optical Communication (ECOC)*. Paper Th.2.P2.SC5.62. Düsseldorf, 2016.



# Abkürzungsverzeichnis

**b2b** Back-to-Back

**BER** Bitfehlerquotient (Bit Error Ratio)

**BPM** Beam Propagation Methode

**CAGR** durchschnittliche jährliche Wachstumsrate (Compound Annual Growth Rate)

**CNLSE** gekoppelte nichtlineare Schrödingergleichung (Coupled NLSE)

**cuFFT** *CUDA Fast Fourier Transform*

**DMGD** Differential Mode Group Delay

**DP-QPSK** Dual Polarization-QPSK

**DSP** digitale Signalverarbeitung (Digital Signal Processing)

**EOC** experimentelle Konvergenzordnung (Experimental Order of Convergence)

**EVM** Error Vector Magnitude

**FEC** Vorwärtsfehlerkorrektur (Forward Error Correction)

**FFT** schnelle Fourier-Transformation (Fast Fourier Transform)

**FFTW** *Fastest Fourier Transform in the West*

**FMF** Few-Mode Fiber

**FWM** Vierwellenmischung (Four-Wave Mixing)

**GIF, GI-Faser** Gradientenfaser (Graded-Index Fiber)

**GNLIN** Gaussian Nonlinear Noise

**LP** linear polarisiert

**MC-MMF** Mehrkern-Mehrmodenfaser (Multi-Core-Multi-Mode Fiber)

**MCF** Mehrkernfaser (Multi-Core Fiber)

**MDL** modenspezifische Verluste (Mode Dependent Loss)

**MDM** Modenmultiplex (Mode-Division Multiplexing)

**MG** Modengruppe

**MIMO** Multiple-Input Multiple-Output

- MMF** Mehrmodenfaser (Multi-Mode Fiber)
- MPI** *Message Passing Interface*
- MPL** Multiplane Light Conversion
- NCCL** *NVIDIA Collective Communications Library*
- NLSE** nichtlineare Schrödingergleichung (Nonlinear Schrödinger Equation)
- NSD** normierte räumliche Dichte (Normalized Spatial Density)
- OSNR** optischer Signal-zu-Rausch-Abstand (Optical Signal-to-Noise-Ratio)
- PDM, PoIMUX** Polarisationsmultiplex (Polarization-Division Multiplexing)
- PMC** Phasenanpassungsbedingung (Phase Matching Condition)
- QPSK** Quadrature Phase-Shift Keying
- RMSE** Wurzel des mittleren quadratischen Fehlers (Root Mean Square Error)
- rOSNR** benötigter OSNR (required OSNR)
- RP4IP** Runge-Kutta-Verfahren vierter Ordnung im Wechselwirkungsbild (Fourth-Order Runge-Kutta in the Interaction Picture)
- Rx** Empfänger (Receiver)
- SBS** Stimulierte Brillouin-Streuung
- SDM** Space-Division Multiplexing
- SIF, SI-Faser** Stufenindexfaser (Step-Index Fiber)
- SLM** Spatial Light Modulator
- SM** Streaming Multiprocessor
- SMF** Einmodenfaser (Single-Mode Fiber)
- SNR** Signal-zu-Rausch-Abstand (Signal-to-Noise-Ratio)
- SPM** Selbstphasenmodulation (Self-Phase Modulation)
- SSFM** Split-Step Fourier Methode
- T-GIF, T-GI-Faser** Trench-Assisted Graded-Index Faser
- Tx** Sender (Transmitter)
- WDM** Wellenlängenmultiplex (Wavelength-Division Multiplexing)
- XGFWM** Kreuz-Gruppen FWM (Cross Group Four-Wave Mixing)
- XGXPM** Kreuz-Gruppen XPM (Cross Group Cross Phase Modulation)
- XPM** Kreuzphasenmodulation (Cross-Phase Modulation)