

Ute SPROESSER, Ludwigsburg, Markus VOGEL, Heidelberg,  
Tobias DÖRFLER, Heidelberg & Andreas EICHLER, Kassel

## **Gendereffekte bei elementaren Funktionen – eine DIF-Analyse**

### **Einleitung**

Die vorliegende Studie ist in einem Projekt verortet, in dem Unterstützungsmaßnahmen für Lehrkräfte und Lernende erstellt und erprobt werden sollen. Der inhaltliche Fokus liegt auf empirischen und linearen Funktionen (zusammengefasst als „elementare Funktionen“), die typischerweise in Klasse 7 bzw. 8 als erste Formalisierung des Inhaltsbereichs Funktionen thematisiert werden und deshalb für die weitere Auseinandersetzung mit Funktionen von besonderer Bedeutung sind. Um Unterstützungsmaßnahmen zielgerichtet entwickeln zu können, soll zunächst in den Blick genommen werden, ob bestimmte Aufgabentypen besonders einfach oder schwierig für Lernende sind und demnach hierbei ein besonderer Unterstützungsbedarf besteht. Dabei soll in dieser Studie insbesondere auf diesbezügliche Geschlechterunterschiede eingegangen werden.

### **Theoretischer Hintergrund**

Funktionen stellen einen zentralen mathematischen Inhaltsbereich dar (Selden & Selden, 1992), sind aber auch in weiteren Schulfächern und im Alltag relevant (Vollrath, 1989). Im Sinne der Begriffsbildung und dem flexiblen und adaptivem Problemlösen spielen Funktionsdarstellungen und insbesondere der Wechsel zwischen diesen eine bedeutende Rolle (Niss, 2014). Ab Klasse 7 bzw. 8 sehen die curricularen Vorgaben in der Regel die Thematisierung von Funktionen auf einer formalisierten Ebene vor (KMK, 2004; Land Baden-Württemberg, 2016). Hierbei sollen Schülerinnen und Schüler unter anderem lernen, Tabelle, Graph, Gleichung und situative Darstellung zu nutzen, zu vergleichen und zu wechseln, sowie dadurch (realitätsnahe) Probleme mit Hilfe von Funktionen zu lösen (ibid.).

Der Umgang mit bestimmten Darstellungen bzw. konkrete Darstellungswechsel erfordern spezifische (mentale) Aktivitäten, weswegen entsprechende empirische Aufgabenschwierigkeiten unterschiedlich ausfallen können (Bossé, Adu-Gyamfi & Cheetham, 2011). Es stellt sich die Frage, wie die Lösungshäufigkeiten für bestimmte Darstellungswechsel konkret ausfallen, und inwieweit bestimmte Lernendenmerkmale die (erfolgreiche) Bearbeitung entsprechender Aufgaben beeinflussen. Diese Studie nimmt in den Blick, ob das Merkmal Geschlecht einen Einfluss darauf hat, wie erfolgreich Lernende mit bestimmten Darstellungen von elementaren Funktionen umgehen bzw. entsprechende Darstellungswechsel realisieren können. Diese Fragestellung ergibt sich vor dem Hintergrund, dass Geschlechterunterschiede sowohl bezogen auf Mathematik im Allgemeinen als auch bezogen auf den Inhaltsbereich Funktionen gut dokumentiert sind (z.B. Hyde, Fennema & Lamon, 1990; Klinger, online first). Diese fallen zumeist mit kleinen Effektstärken zugunsten des männlichen Geschlechts aus, wobei Jungen

insbesondere Vorteile bei komplexen Modellierungs- und Problemlöseaufgaben haben, während Mädchen eher bei kalkülorientierten, innermathematischen bzw. verbal dargestellten Aufgaben besser abschneiden (ibid.). Da die Nivellierung von Geschlechterunterschieden ein erklärtes Ziel der Mathematikdidaktik darstellt (Leder & Forgasz, 2008), sollten diese möglichst differenziert erfasst werden, um auf dieser Grundlage spezifische Fördermaßnahmen entwickeln und evaluieren zu können. Entsprechend lauten die Forschungsfragen dieser Studie:

- Wie fallen die Leistungen in der Gesamtstichprobe aus? Gibt es besonders einfache bzw. schwierige Darstellungswechsel?
- Gibt es Geschlechterunterschiede in Bezug auf diese Fragestellungen?

## **Methode**

Dieser Studie liegen Daten von 856 Lernenden (394 weibl., 462 männl.) zwischen 11 und 17 Jahren ( $M = 13.21$ ;  $SD = 0.94$ ) zu Grunde. Die große Spannweite des Alters ist darauf zurückzuführen, dass Schülerinnen und Schüler aus Gymnasien, Realschulen, Gemeinschaftsschulen und Werkrealschulen einbezogen wurden, die elementare Funktionen in unterschiedlichen Klassenstufen behandeln. In allen Klassen erfolgte die Testung direkt nach der entsprechenden Unterrichtseinheit.

Das Erhebungsinstrument stellt eine Adaption von Nitsch (2015) dar und umfasst 22 Items, von denen zwölf ein offenes Format aufweisen. Die Aufgaben fokussieren auf den graphisch-algebraischen, den graphisch-situativen und den algebraisch-situativen Darstellungswechsel sowie auf basales Begriffswissen zu den Parametern (z.B. Steigung und y-Achsenabschnitt aus einem Graph ablesen).

Das Datenmaterial wurde von drei unabhängigen Ratern codiert, wobei etwa 25% der Daten doppelt codiert wurden. Die Interraterreliabilität liegt mit  $\kappa \geq .82$  im zufriedenstellenden Bereich. Für die Analysen wurde ein vier-dimensionales Rasch-Modell mit Conquest 2.0 spezifiziert, dessen vier Dimensionen den oben genannten Darstellungswechseln entsprechen. Die EAP-PV-Reliabilität ist mit Werten zwischen .69 und .83 zufriedenstellend. Geschlechterunterschiede wurden mittels DIF-Analysen mit dem PV-Schätzer untersucht, wobei Werte ab 0.5 logits berichtet werden (Bond & Fox, 2015).

## **Ergebnisse und Diskussion**

In der Gesamtstichprobe wurden im Durchschnitt  $M = 9.54$  Punkte ( $SD = 5.23$ ) von 22 Punkten erreicht. Insbesondere vor dem Hintergrund, dass alle Klassen direkt im Anschluss an die entsprechende Unterrichtseinheit getestet wurden, erscheint dieser Wert niedrig. Dies bestätigt Ergebnisse, dass der Inhaltsbereich Funktionen für viele Lernende mit Schwierigkeiten verbunden ist (Nitsch, 2015; Sproesser, Vogel & Dörfler, online first) und legt den Schluss nahe, dass Unterstützungsbedarf für Lehrkräfte und Lernende besteht.

Die Lösungshäufigkeiten der 22 Items rangieren zwischen 12.4% und 68.2%, insofern waren die Aufgaben grundsätzlich angemessen für die Probanden. Tabelle 1 zeigt einen Überblick über die Lösungshäufigkeiten.

Itembeschreibung/ Darstellungswechsel	Lösungshäufigkeit	Itembeschreibung/ Darstellungswechsel	Lösungshäufigkeit
Graph → Situation	19.7% - 68.2%	Situation → Graph	12.4% - 46.0%
Situation → Gleichung	31.3% - 63.6%	/	/
Gleichung → Graph	46.4% - 56.5%	Graph → Gleichung	20.1% - 48.9%
Basales Begriffswissen zu den Parametern	24.1% - 65.4%	/	/

**Tabelle 1:** Übersicht Lösungshäufigkeiten

Die abgebildeten Lösungshäufigkeiten zeigen keine klare Evidenz für pauschal schwierige oder einfache Darstellungswechsel. Insgesamt konnte eine große Heterogenität festgestellt werden, insbesondere bei Aufgaben mit situativer Darstellung. Die geringere Heterogenität bei Aufgaben zum graphisch-algebraischen Darstellungswechsel mag mit deren struktureller Ähnlichkeit begründet werden sowie mit der Annahme, dass der Mathematikunterricht stark auf diese Darstellungswechsel fokussiert (ibid.). Dass Aufgaben zum basalen Begriffswissen tendenziell schwieriger für die Lernenden waren als algebraisch-graphische Darstellungswechsel, legt den Schluss nahe, dass die Darstellungswechsel nicht mithilfe von Begriffswissen umgesetzt, sondern nach einem auswendig gelernten „Rezept“ realisiert wurden (vgl. Sproesser, Vogel, Dörfler & Eichler, 2018). Zudem zeigt sich, dass situative Kontexte nicht notwendigerweise mit einer hohen Aufgabenschwierigkeit einhergehen, vermutlich weil hier Raum für intuitive Lösungen gegeben ist. Dies nährt die These, dass (ergänzende) situative Kontexte innermathematische Aufgaben stützen könnten, da hier eher verständnisorientiert vorgegangen wird und somit auch ein algorithmisches Vorgehen überwunden werden kann (vgl. Zindel, 2019).

In Bezug auf Geschlechterunterschiede konnte festgestellt werden, dass Mädchen im Durchschnitt 9.22 Punkte (SD = 5.03) erreichten, während Jungen bei 9.82 Punkten (SD = 5.38) lagen. Dieser Unterschied ist signifikant, weist aber nur eine geringe Effektstärke auf ( $\chi^2(1) = 24.0$ ,  $p < .001$ ,  $d = 0.12$ ). Die DIF-Analyse ergab drei innermathematische Items mit deutlichen Vorteilen für die Mädchen (0.574 logits; 0.582 logits; 0.738 logits) und eine komplexe, realitätsbezogene Aufgabe zugunsten der Jungen (0.824 logits). Somit bestätigt diese Studie frühere Ergebnisse zu geringfügig höheren Leistungen unter Jungen sowie zu lokalen Vorteilen von Mädchen bei innermathematischen Aufgaben, während Jungen bei komplexen Aufgaben mit situativem Kontext besser abschneiden. Vor dem Hintergrund des Bestrebens, Geschlechterunterschiede auszugleichen (Leder &

Forgasz, 2008), erscheint es wichtig, dass Lehrkräfte über deren Größenordnung und Spezifika Bescheid wissen, diese mit ihrer eigenen Einschätzung abgleichen und ihr Handeln dementsprechend reflektieren. Um Geschlechterunterschiede zu nivellieren, kann es ein erster Schritt sein, auffällige Aufgaben zu identifizieren und dadurch Geschlechterunterschiede möglichst spezifisch zu charakterisieren. Darauf aufbauend können zielgenaue Förderansätze entwickelt werden. Um diese wiederum evaluieren zu können, ist ein für Geschlechterunterschiede sensitives Instrument notwendig. Hierbei erscheinen insbesondere geschlechterbezogene DIF-Items interessant. Aus diesem Grund sollten diese nicht zugunsten einer höheren Testfairness pauschal entfernt, sondern bei entsprechender Forschungsintention beibehalten und spezifisch berücksichtigt werden.

## Literatur

- Bond, T.G. & Fox, C.M. (2015). *Applying the Rasch model. Fundamental measurement in the human sciences*. New York: Routledge.
- Bossé, M., Adu-Gyamfi, K. & Cheetham, M. (2011). Assessing the difficulty of mathematical translations: Synthesizing the literature and novel findings. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 6(3), 113–133.
- Hyde, J. S., Fennema, E. & Lamon, S. J. (1990). Gender differences in mathematics performance: a meta-analysis. *Psychological Bulletin*, 107, 139–155.
- Klinger, M. (online first). Funktionales Denken und die Rolle des Geschlechts: Explorative Analyse quantitativer Testdaten. *mathematica didactica* 43(2020). [http://www.mathematica-didactica.com/Pub/md\\_2020/2020/ges/md\\_2020\\_Klinger.pdf](http://www.mathematica-didactica.com/Pub/md_2020/2020/ges/md_2020_Klinger.pdf) [19.03.2021]
- KMK (2004). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss*. München: Wolters Kluwer.
- Land Baden-Württemberg (2016). *Gemeinsamer Bildungsplan der Sekundarstufe I*. Stuttgart: Neckar-Verlag.
- Leder, G. & Forgasz, H. (2008). Mathematics education: new perspectives on gender. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 40(4), 601–616.
- Niss, M. A. (2014). Functions Learning and Teaching. In S. Lerman (Hrsg.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (S. 238–241). Dordrecht: Springer.
- Nitsch, R. (2015). *Diagnose von Lernschwierigkeiten im Bereich funktionaler Zusammenhänge*. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Selden, A., & Selden, J. (1992). Research perspectives on conceptions of function: Summary and overview. *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy*, 25, 1–16.
- Sproesser, U., Vogel, M. & Dörfler, T. (online first). Typische Lernschwierigkeiten mit Darstellungswechseln bei elementaren Funktionen – Welche Schwierigkeiten kennen Lehrkräfte und wie schätzen sie Aufgabenbearbeitungen ihrer Klassen ein? *Mathematica didactica*, 43(2020)
- Sproesser U., Vogel M., Dörfler T. & Eichler A. (2018). Begriffswissen zu linearen Funktionen und algebraisch-graphischer Darstellungswechsel: Schülerfehler vs. Lehrereinschätzung. In Fachgruppe Didaktik der Mathematik der Universität Paderborn (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2018* (S. 1723–1726). Münster: WTM-Verlag.
- Vollrath, H.-J. (1989). Funktionales Denken. *Journal für Mathematikdidaktik* 10, 3–37.
- Zindel, C. (2019). *Den Kern des Funktionsbegriffs verstehen*. Wiesbaden: Springer.