

Katharina ZENTGRAF, Dortmund

„Ist doch logisch!“ – Zusammenspiel konzeptueller und sprachlicher Elemente bei individuellem Erklären der Richtung funktionaler Abhängigkeiten

1. Theoretischer Rahmen

Funktionsverständnis lässt sich nach Zindel (2019) in die drei notwendigen Facetten *Beteiligte Größen*, *Variable Größen* sowie *Richtung der Abhängigkeit* auf falten. Diese lassen sich wiederum in den drei Funktionsaspekten nach Vollrath (1989) mit unterschiedlichen Sprachmitteln beschreiben. Beispielsweise wird die Facette der Richtung der Abhängigkeit im *Zuordnungsaspekt* mithilfe des Verbs ‚brauchen‘ ausgedrückt: „Ein Maler **braucht** 10 Stunden zum Streichen.“ Im *Kovariationsaspekt* wird die Facette etwa adressiert durch das Sprachmittel „**Je** mehr Maler, **desto** weniger Stunden.“ Betrachtet man die *Funktion als Ganze*, wird die Richtung der Abhängigkeit z.B. in der konkreten, aber sehr verdichteten Formulierung „Die Dauer hängt **von** der Maleranzahl ab.“ artikuliert, ohne einzelne Werte zuzuordnen.

Drollinger-Vetter (2011) und Prediger (2018) arbeiten die Notwendigkeit heraus, solch stark verdichtete Formulierungen im Lernprozess aufzufalten. Gemeint ist damit das Zerlegen mathematisch hoch verdichteter Konzepte (wie beispielsweise die Richtung der Abhängigkeit) in einzelne Verstehensfacetten (hier etwa die beteiligten Größen und deren eindeutige Zuordnung). Die Bedeutung des Auffaltens für Verstehensprozesse bei funktionaler Abhängigkeit ist bereits empirisch gut dokumentiert (Zindel 2019), wenig untersucht ist allerdings, welche Verstehensfacetten und individuellen Deutungen Jugendliche in diesen Auffaltungsprozessen adressieren.

Die Definition einer funktionalen Abhängigkeit ist mathematisch auf die Deutung der eindeutigen Zuordnung zweier Größen reduziert. Dies ermöglicht eine breite Beschreibung auch abstrakter Zusammenhänge, gleichzeitig gehen aber auch viele Phänomene und individuelle Deutungen mit dieser „verarmten“ (Vollrath 1989) Definition verloren. Beispiele hierfür sind etwa ein fehlendes Bewusstsein für eine notwendige eindeutige Zuordnung, die Vorstellung einer Ursache-Wirkung-Beziehung im Sinne einer zugrundeliegenden Kausalität, die Idee der Bestimmbarkeit der abhängigen aus der unabhängigen Größe, ähnlich der Vorstellung einer Vorhersagbarkeit der zweiten Größe durch die bekannten Informationen des Zusammenhangs (Vollrath 1989, Lengnink 2005).

Im Beitrag werden die Auffaltprozesse von Jugendlichen am Berufskolleg untersucht, während sie die Richtung der Abhängigkeit für unterschiedliche Situationen erklären. Aus den Erklärungen der Lernenden wird qualitativ rekonstruiert, welche individuellen Deutungen des funktionalen Zusammenhangs im Sinne

Vollraths (1989) und Lengninks (2005) adressiert werden, um daraus Konsequenzen für die Überarbeitung des Lehr-Lern-Arrangements zu ziehen.

Da inhaltliches und sprachliches Auffalten häufig miteinander einhergehen (Prediger 2018), wird zudem der grammatische Auffaltungsgrad bzgl. Beziehungen zwischen Größen betrachtet. Bildungssprachlich drücken dabei z.B. Präpositionen Beziehungen kompakt, also stark verdichtet und damit auch syntaktisch einfach aus: ‚Die Streichdauer hängt **von** der Maleranzahl ab.‘ (Schleppegrell 2004). Für die mündliche, aufgefaltete Kommunikation werden eher Konjunktionen genutzt: ‚**Wenn** die Maleranzahl verändert wird, **dann** verändert sich auch die Streichdauer.‘

2. Methodischer Rahmen

Die hier untersuchten Lernprozesse wurden beobachtet in einem Design-Research-Projekt für sprachlich schwache Lernende am Berufskolleg. Dieses verbindet die Erstellung eines fach- und sprachintegrierten Lehr-Lern-Arrangements mit der empirischen Untersuchung individueller Lernwege der Jugendlichen (Prediger 2018). Die Daten stammen aus Designexperimenten von zwei Sitzungen à 35-45 Minuten mit je ein bis zwei Jugendlichen einer Berufsfachschule. Die Lernenden Sinem und Nils sind beide 17 Jahre alt, Nils ist einsprachig-deutsch aufgewachsen, Sinem hat einen DaZ-Hintergrund. Alle Lernprozesse wurden videografiert (über 340 Minuten Videomaterial) und größtenteils transkribiert. Die Erklärungen zur *Richtung der Abhängigkeit* wurden in Sinnabschnitten qualitativ analysiert bezüglich (1) der adressierten Grundvorstellung sowie der Facette im Fokus (Zuordnung: *zuo*; Kovariation: *kov*; Funktion als Ganze: *gan*; beteiligte Größen: *Gr*; Variable Größen: *Var*, Richtung der Abhängigkeit: *RA*), (2) bezüglich des für den Zusammenhang genutzten grammatischen Sprachmittels (z.B. Präposition, Konjunktion, Verb) sowie (3) bezüglich möglicher individueller Deutungen (z.B. Kausalität, Temporal, Bestimmbarkeit).

3. Erste Analyseergebnisse

Die Lernenden haben zu Beginn des Lehr-Lern-Arrangements die unterschiedlichen Facetten in deren Umsetzung in den unterschiedlichen Grundvorstellungen bereits kennen gelernt und zueinander in Bezug gesetzt, sodass sie hierauf in der folgenden Aufgabenstellung zurückgreifen können. Die Lernenden sollen dabei die Richtung der Abhängigkeit benennen und erklären bzw. Stellung zu einer vorgegebenen Richtung der Abhängigkeit nehmen. Die hier ausgewählte Teilaufgabe hat den berufsbezogenen Kontext des Streichens zum Inhalt.

Sinem und Nils diskutieren zunächst über grundsätzlich mögliche beteiligte Größen in der Situation, wie etwa die Streichdauer und den Farbverbrauch. Als sich Nils schließlich für die beiden Größen Farbverbrauch und zu streichende Fläche entscheidet (T. 67), fordert die Lehrerin ihn auf, die Richtung der Abhängigkeit zu benennen und diese zu begründen.

60	Sinem	Ehm .. die Farbe hängt von gar kein ab. Also eigentlich von der Person.	Gr; Kausalität Präposition
61	Nils	Und von der Fläche halt.	
62	Sinem	Und von der Fläche!	
67	Nils	Ja, ich würde als zwei Größen Fläche und Farbverbrauch nehmen.	
68	Lehrerin	[...] Und was hängt dann wovon ab?	
69	Nils	Ehm die Fläche- der Fläche ab. [...]	RA; (Kausalität) Präposition
71	Nils	Umso mehr ich streiche, desto mehr Farbe brauche ich.	RA; (Kausalität) Konjunktion

Die Analyse zeigt zwei typische Phänomene. Zunächst können sich beide Lernenden unterschiedliche erste Größen für die abhängige Größe ‚Farbverbrauch‘ vorstellen (T. 60–62), welche sie sprachlich sehr kompakt mithilfe der gleichbleibenden Präposition **von** präsentieren. Auf diese Weise können sie sich einfach und syntaktisch unkompliziert inhaltlich austauschen. Dieser inhaltliche Austausch erfolgt dabei zunächst ausschließlich bezüglich der beteiligten Größen. Dabei wird deutlich, dass die Lernenden wie in Lengninks Erhebung (2005) nur kausale Relationen in Betracht ziehen, deswegen nutzen sie die Person und Fläche, schließen aber die Zeit (Streichdauer) aus.

Das zweite Phänomen zeigt sich bei Nils‘ Erklärung zu seinem (kausal) gewählten Zusammenhang zwischen Fläche und Farbverbrauch. Er faltet hier seine sprachlich verdichtete Äußerung zur Richtung der Abhängigkeit (T. 69) in eine umgangssprachliche Abwandlung der Konjunktion „**je – desto**“ auf: „**Umso** mehr ich streiche, **desto** mehr Farbe brauche ich.“ (T. 71). Diese ist zwar syntaktisch komplexer, dafür ist die Informationsdichte aber etwas geringer und entsprechend einfacher zugänglich als bei der grammatisch verdichteten Aussage „Der Farbverbrauch hängt **von** der Fläche ab.“ (T. 69; vgl. Schleppegrell 2004).

Konzeptuell fokussiert der Schüler in beiden Turns 69 und 71 die Facette der Richtung der Abhängigkeit. Zunächst bleibt er im Aspekt der *Funktion als Ganze* (T. 69), da er die beiden Größen einander unabhängig von konkreten Wertepaaren zuordnet und zudem die Richtung der Abhängigkeit expliziert. In seiner sprachlichen Auffaltung (T. 71) wechselt Nils zudem in den *Kovariationsaspekt*, in dem er die Veränderung der zweiten Größen (Farbverbrauch) in Abhängigkeit von der Veränderung der ersten Größe (Fläche) beschreibt.

Zum konzeptuellen Auffalten der Facette der Richtung der Abhängigkeit wäre aber zusätzlich die Fokussierung der beteiligten Größen sowie deren eindeutige Zuordnung zueinander nötig. Nils‘ Auffaltprozess während der Erklärung spielt sich hier also vornehmlich auf einer sprachlichen Ebene ab, wobei eine Rekon-

struktion zugrundeliegender individueller Deutungen in dieser funktional normierten Adressierung (**je – desto**) nur schwer erfolgen kann. Die Deutung der Kausalität in diesem speziellen Transkriptausschnitt (in Klammern) ist durch die vorangegangene Diskussion der beiden Lernenden und die Wahl einer kausalen ersten Größe begründet.

Neben der oben vorgestellten funktional normierten sprachlichen Auffaltung der Abhängigkeitsfacette sowie der individuellen Deutung der Kausalität zeigen die fünf bisher analysierten Lernenden vier weitere individuelle Deutungen des Zusammenhangs, nämlich (1) temporale Formulierungen, in denen der Ablauf einer Situation beschrieben wird; (2) die Wahl einer neuen ersten Größe zur besseren Durchführbarkeit einer Situation/Experiments; (3) erste Ideen, die Aspekte einer eindeutigen Zuordnung erahnen lassen sowie (4) die bei Lengnink (2005) bereits beschriebene Bestimmbarkeit der zweiten aus der ersten Größe.

4. Fazit und Ausblick

Die beispielhaft skizzierten Analysen machen eine von bisher fünf beobachteten individuellen Deutungen bei den Lernenden sichtbar, nämlich die der Kausalität, die sich in ganz ähnlicher Weise bereits bei den Untersuchungen Lengninks (2005) gezeigt hat. Diese Deutungen sind aus der Definition von funktionalen Zusammenhängen eigentlich ausgeschlossen worden, daher nur eingeschränkt tragfähig. Zudem falten die Lernenden beim Erklären der *Richtung der Abhängigkeit* besonders häufig die verdichtete Präposition ‚(abhängen) **von**‘ in die funktional normierte Konjunktion ‚**je – desto**‘ auf (ebenfalls bereits aufgetreten bei Lengnink 2005). In diesen Fällen falten die Lernenden aber insbesondere sprachlich auf, während sie auf konzeptueller Ebene in der verdichteten Facette der Richtung der Abhängigkeit verbleiben.

In diesen ersten Analysen wird also die Notwendigkeit sichtbar, das Lehr-Lern-Arrangement in den folgenden Zyklen adaptiver auf die individuellen Deutungen auszurichten und die bisherigen Sprachmittelangebote durch konzeptuelle Möglichkeiten zum Auffalten zu ergänzen.

Literatur

- Drollinger-Vetter, B. (2011). *Verstehenselemente und strukturelle Klarheit*. Münster: Waxmann.
- Lengnink, K. (2005). „Abhängigkeiten von Größen“ – Zwischen Mathematikunterricht und Lebenswelt. *Praxis der Mathematik*, 47(2), 13–19.
- Prediger, S. (2018). Design-Research als fachdidaktisches Forschungsformat: Am Beispiel Auffalten und Verdichten mathematischer Strukturen. In Fachgruppe Paderborn (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht* (S. 33–40). Münster: WTM.
- Schleppegrell, M. J. (2004). *The Language of Schooling. A Functional Linguistics Perspective*. London: Lawrence Erlbaum Associates.
- Vollrath, H.-J. (1989). Funktionales Denken. *Journal für Math.-Didaktik*, 10(1), 3–37.
- Zindel, C. (2019). *Den Kern des Funktionsbegriffs verstehen – Eine Entwicklungsforschungsstudie zur fach- und sprachintegrierten Förderung*. Wiesbaden: Springer.