

FORTSCHRITT-
BERICHTE **VDI**

Dipl.-Ing. Hans-Detlev Kühl, Dortmund

**Verallgemeinerte
thermodynamische
Beschreibung regenerativer
Gaskreisprozesse**

Reihe **19**: Wärmetechnik/
Kältetechnik

Nr. **42**

VDI VERLAG

Dipl.-Ing. Hans-Detlev Kühl, Dortmund

**Verallgemeinerte
thermodynamische
Beschreibung regenerativer
Gaskreisprozesse**

Reihe **19**: Wärmetechnik/
Kältetechnik

Nr. **42**



Kühl, Hans-Detlev

Verallgemeinerte thermodynamische Beschreibung regenerativer Gaskreisprozesse

Fortsschr.-Ber. VDI Reihe 19 Nr. 42. Düsseldorf: VDI-Verlag 1990.
176 Seiten, 54 Bilder, 13 Tabellen.

Für die Dokumentation: Gaskreisprozeß — Stirling-Prozeß — Vuilleumier-Prozeß — Regenerator — Energieumwandlung — Wärmepumpe — Wärmetransformation — Wärme-Kraft-Kopplung — Mathematisches Modell — Versuchsanlage

Der Stirlingmotor und seine Umkehrung, die Philips-Gaskältemaschine, zählen zur Gruppe der regenerativen Gaskreisprozesse, die eine theoretisch unbegrenzte Zahl von weiteren, zwischen drei und mehr Temperaturniveaus arbeitenden Prozessen umfaßt. Sie eignen sich für Wärmepumpen, Kältemaschinen, die Wärmetransformation und die Wärme-Kraft-Kopplung. Diese Arbeit beschreibt — ausgehend von einfachen qualitativen Überlegungen und Abschätzungen — den Aufbau eines allgemeinen mathematischen Modells für regenerative Gaskreisprozesse. Es wurde versucht, alle bekannten Verlustmechanismen durch physikalisch begründete Ansätze zu erfassen. Da die Ergebnisse gut mit eigenen Meßwerten vom Versuchsbetrieb einer Vuilleumier-Wärmepumpe und mit Literaturdaten von Stirlingmotoren übereinstimmen, eignet sich das entwickelte Verfahren somit auch für die theoretische Untersuchung hypothetischer Prozesse.

Die Reihen der FORTSCHRITT-BERICHTE VDI:

- | | | | |
|----|--|----|--|
| 1 | Konstruktionstechnik/Maschinenelemente | 12 | Verkehrstechnik/Fahrzeugtechnik |
| 2 | Fertigungstechnik | 13 | Fördertechnik |
| 3 | Verfahrenstechnik | 14 | Landtechnik/Lebensmitteltechnik |
| 4 | Bauingenieurwesen | 15 | Umwelttechnik |
| 5 | Grund- und Werkstoffe | 16 | Technik und Wirtschaft |
| 6 | Energieerzeugung | 17 | Biotechnik |
| 7 | Stromungstechnik | 18 | Mechanik/Bruchmechanik |
| 8 | Meß-, Steuerungs- und Regelungstechnik | 19 | Wärmetechnik/Kältetechnik |
| 9 | Elektronik | 20 | Rechnerunterstützte Verfahren
(CAD, CAM, CAE, CAP, CAQ, CIM, ...) |
| 10 | Informatik/Kommunikationstechnik | 21 | Elektrotechnik |
| 11 | Schwingungstechnik | | |

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Thermodynamik des Fachbereiches Chemietechnik der Universität Dortmund.

Herrn Prof. Dr. -Ing. S. Schulz, dem Inhaber des Lehrstuhls für Thermodynamik, gilt mein besonderer Dank für die Anregung zu dieser Arbeit, die stets wohlwollende Betreuung und die großzügig gewährte wissenschaftliche Betätigungsfreiheit.

Ebenso danke ich Herrn Prof. Dr. -Ing. J. Hapke für die freundliche Durchsicht der Arbeit.

Weiterhin danke ich auch allen derzeitigen und ehemaligen Lehrstuhlangehörigen, den Studien- und Diplomarbeitern sowie den studentischen Hilfskräften, die durch unmittelbare Mitarbeit, durch wertvolle Anregungen und Diskussionen und durch ihre Hilfe bei der Abfassung des Manuskriptes zum Gelingen dieser Arbeit beitrugen oder sie durch ihre eigene Vorarbeit in dieser Form erst ermöglicht haben.

Die experimentellen Untersuchungen wurden an einer Vuilleumier - Wärmepumpe durchgeführt, die im Rahmen eines vom Minister für Wissenschaft und Forschung des Landes Nordrhein - Westfalen geförderten Forschungsprojektes entwickelt wurde. Für die finanzielle Unterstützung sei gedankt.

Dortmund, im Juni 1990

Hans - Detlev Kühl

© VDI-Verlag GmbH • Düsseldorf 1990

Alle Rechte, auch das auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe (Photokopie, Mikrokopie), der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und das der Übersetzung, vorbehalten.

Als Manuskript gedruckt. Printed in Germany.

ISSN 0178-9465

ISBN 3-18-144219-4

**VERALLGEMEINERTE THERMODYNAMISCHE BESCHREIBUNG
REGENERATIVER GASKREISPROZESSE**

Zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktor – Ingenieurs
von dem Fachbereich Chemietechnik
der Universität Dortmund
genehmigte Dissertation

von
Diplom – Ingenieur
Hans – Detlev Kühl
aus
Hemer

Tag der mündlichen Prüfung: 22.6.1990
1. Gutachter: Prof. Dr. – Ing. S. Schulz
2. Gutachter: Prof. Dr. – Ing. J. Hapke

Dortmund 1990

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Thermodynamik des Fachbereiches Chemietechnik der Universität Dortmund.

Herrn Prof. Dr.-Ing. S. Schulz, dem Inhaber des Lehrstuhls für Thermodynamik, gilt mein besonderer Dank für die Anregung zu dieser Arbeit, die stets wohlwollende Betreuung und die großzügig gewährte wissenschaftliche Betätigungsfreiheit.

Ebenso danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. J. Hapke für die freundliche Durchsicht der Arbeit.

Weiterhin danke ich auch allen derzeitigen und ehemaligen Lehrstuhlangehörigen, den Studien- und Diplomarbeitern sowie den studentischen Hilfskräften, die durch unmittelbare Mitarbeit, durch wertvolle Anregungen und Diskussionen und durch ihre Hilfe bei der Abfassung des Manuskriptes zum Gelingen dieser Arbeit beitrugen oder sie durch ihre eigene Vorarbeit in dieser Form erst ermöglicht haben.

Die experimentellen Untersuchungen wurden an einer Vuilleumier – Wärmepumpe durchgeführt, die im Rahmen eines vom Minister für Wissenschaft und Forschung des Landes Nordrhein – Westfalen geförderten Forschungsprojektes entwickelt wurde. Für die finanzielle Unterstützung sei gedankt.

Dortmund, im Juni 1990

Hans-Detlev Kühl

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Systematische Beschreibung von Gaskreisprozessen	3
2.1	Gliederung nach Funktionsgruppen	3
2.2	Einfache Überlegungen zur Wahl von Phasenwinkeln und Hubraumverhältnissen	10
2.3	Gliederung nach Bauteilen	14
3	Einfache Berechnungsmethoden	18
3.1	Allgemeine isotherme Berechnung	18
3.2	Allgemeine polytrope Berechnung	22
3.3	Beschreibung des nicht – isothermen Prozesses mit Polytropenexponenten	25
3.4	Der Einfluß des Wärmeübergangs im Zylinder	31
4	Differentielles Berechnungsverfahren für Gaskreisprozesse	38
4.1	Modelle 3. Ordnung für Stirling – und Vuilleumier – Maschinen	38
4.2	Kinetische Beziehungen	41
4.3	Berechnung der Gasmassenströme	45
4.4	Simulation der Zylinderräume	51
4.5	Simulation der Wärmeaustauscher	57
4.6	Simulation der Regeneratoren	61
4.6.1	Grundlagen	61
4.6.2	Ansätze zur Schätzung der Stromtemperaturen	64
4.6.3	Der Einfluß der Verweilzeitverteilung	70
4.6.4	Konvergenzbeschleunigung	74
4.7	Numerische Methoden	77
4.7.1	Steuerung der Konvergenzbeschleunigung	77
4.7.2	Integrationsverfahren	79
5	Experimentelle Untersuchungen an einer Vuilleumier – Wärmepumpe	83
5.1	Beschreibung des Versuchsstandes	83
5.2	Versuchsdurchführung	88
5.3	Aufbereitung der Meßdaten	90
5.4	Fehlerbetrachtung	96

6	Experimentelle Ergebnisse im Vergleich zur Simulationsrechnung	99
6.1	Vergleich für die Vuilleumier – Wärmepumpe	99
6.1.1	Bemerkungen zu den Berechnungsvorgaben	99
6.1.2	Berechnung der Regeneratoren	105
6.1.3	Darstellung des Prozeßverhaltens	109
6.1.4	Diskussion möglicher Verbesserungen	118
6.2	Vergleich für den GPU–3–Stirlingmotor	121
6.3	Vergleich für den Ford–Philips–4–215–Stirlingmotor	123
7	Zusammenfassung	127
8	Formelzeichen	128
9	Literatur	131
	Anhang	137

1 Einleitung

In der englischsprachigen Literatur wird der Begriff "regenerative thermal machines" zusammenfassend für eine Gruppe von Maschinen verwendet, deren bekannteste Vertreter der Stirlingmotor und seine Umkehrung, die Philips – Gaskältemaschine, sind. Die zwischen drei Temperaturniveaus arbeitenden Vuilleumier – Maschinen sind ebenso hierzu zu rechnen wie die ventilgesteuerten Kältemaschinen nach Gifford und McMahon sowie Systeme, die nach offenen regenerativen Prozessen arbeiten.

Schließt man die letzteren von der weiteren Betrachtung aus, so ist das gemeinsame Merkmal dieser Maschinen, daß das gasförmige Arbeitsmedium¹ in einem – zumindest teilweise – periodischen, geschlossenen Prozeßzyklus Druck- und Temperaturänderungen unterworfen wird, die im Hinblick auf den Wirkungsgrad möglichst reversibel verlaufen sollten.

Thermodynamisch exakter formuliert kommt es dabei zu Änderungen der spezifischen inneren Energie u des Gases, die nach der Gibbs'schen Fundamentalgleichung,

$$du = T ds - p dv \quad (1-1),$$

durch Änderungen ihrer natürlichen Variablen Entropie s und Volumen v erfolgen können. Beide Möglichkeiten werden in diesen Maschinen genutzt. Die Variable v wird bei Kompressions- und Expansionseffekten verändert, wobei es zunächst unerheblich ist, ob die entsprechende Druckänderung auf mechanischem oder thermischem Wege hervorgerufen wird. Eine reversible Änderung der Variablen s – zuvor etwas ungenau als "Temperaturänderung" bezeichnet – ist dagegen nur durch Wärmeaustausch bei verschwindend kleiner Temperaturdifferenz möglich und wird hier in guter Näherung durch den Einsatz von Regeneratoren realisiert, die vom Gas periodisch durchströmt werden. Ebenso werden für den Wärmeaustausch mit der Umgebung möglichst geringe Grädigkeiten angestrebt.

Durch eine geeignete Kombination solcher Zustandsänderungen kommt es in den Maschinen zu einem Austausch von Netto-Wärmeströmen auf verschiedenen Temperaturniveaus sowie – im allgemeinen Fall – von mechanischer Leistung mit der Umgebung. Anwendungsgebiete der "regenerative thermal machines" sind daher die Bereitstellung mechanischer Energie und die Transformation von Wärmeströmen. Der Oberbegriff "regenerativer Gaskreisprozeß" soll zur Bezeichnung der in solchen Maschinen ablaufenden realen wie auch der idealisierten thermodynamischen Prozesse dienen.

¹Walker (1980) berichtet von – überwiegend theoretischen – Untersuchungen über den Einsatz von kondensierbaren, chemisch reagierenden oder flüssigen Arbeitsmedien. Trotz einiger erfolgversprechender Ergebnisse ist der Einsatz solcher Stoffe offenbar mit erheblichen Schwierigkeiten verbunden, so daß sie bislang keine praktische Bedeutung erlangt haben. Sie werden daher in dieser Arbeit nicht weiter berücksichtigt.

Nach WALKER (1980) bietet sich hier eine weitere Unterteilung an in Prozesse mit und ohne Ventilsteuerung. Diese Arbeit wird sich im folgenden auf die zweite Gruppe beschränken. Zielsetzung ist es dabei, die bislang hauptsächlich für den Stirling – Prozeß entwickelten theoretischen Simulationsmodelle auf den allgemeinen Fall eines Prozesses mit beliebig vielen unterschiedlich kombinierbaren Komponenten und Temperaturniveaus zu erweitern. Auf diese Weise lassen sich der Stirling – und der Vuilleumier – Prozeß sowie einige weitere, in den folgenden Abschnitten näher beschriebene Prozesse als Sonderfälle mit bestimmten Randbedingungen darstellen. Damit bietet sich die Möglichkeit, systematisch neue Prozeßvarianten zu entwickeln und einzuordnen, die unter bestimmten, mehr oder weniger speziellen Randbedingungen (wie z.B. der Anzahl und Größe der auf bestimmten Temperaturniveaus anfallenden oder benötigten Wärmeströme) eine thermodynamisch günstige Energieausnutzung und –umwandlung ermöglichen.

Angesichts der aus ökologischen und ökonomischen Gründen stark wachsenden Anforderungen an den Gütegrad der Primärenergieausnutzung eröffnen sich hier für entsprechend konfigurierte Gaskreisprozesse im Bereich der Wärmetransformation Anwendungsgebiete, die nicht nur auf dem bisher hauptsächlich diskutierten Gebiet der Beheizung und Klimatisierung von Wohngebäuden durch Wärmepumpen liegen, sondern möglicherweise auch im industriellen Bereich. Da hinsichtlich der Temperaturniveaus kaum Beschränkungen bestehen, könnten Gaskreisprozesse hier z.B. unter Ausnutzung von Abwärmeströmen sowohl Prozeßwärme bei hohen Temperaturen wie auch Kälteleistung bei tiefen Temperaturen liefern.

Um die praktisch erreichbaren Wirkungsgrade und damit die Erfolgsaussichten sowohl für prinzipiell bekannte wie auch für noch nicht realisierte hypothetische Prozesse beurteilen zu können, wird in dieser Arbeit ein computergestütztes, differentielles Berechnungsverfahren erstellt, das – innerhalb der genannten Grenzen – allein aufgrund entsprechender Eingabedateien, also ohne Eingriffe in den Programmquelltext, jeden theoretisch denkbaren Gaskreisprozeß rechnerisch simulieren kann. Dazu werden bekannte Methoden aus dem Bereich der Simulation des Stirling – Prozesses eingesetzt sowie ggf. erweitert und verbessert.

Für die experimentelle Verifikation des Verfahrens dienen neben Meßwerten aus der Literatur Daten von einer im Rahmen dieser Arbeit in Betrieb genommenen und vermessenen Vuilleumier – Wärmepumpe.

Für eine grobe Vorabauslegung von Prozessen sowie für die Untersuchung grundlegender Abhängigkeiten werden auch die bekannten, stark idealisierten isothermen bzw. adiabaten Prozeßmodelle nach SCHMIDT (1871) und FINKELSTEIN (1960) für den allgemeinen Fall eines beliebigen Gaskreisprozesses abgeleitet werden.

2 Systematische Beschreibung von Gaskreisprozessen

2.1 Gliederung nach Funktionsgruppen

Um Berechnungsverfahren in allgemeiner Form entwickeln zu können, muß man zunächst eine systematische Methode zur Beschreibung der Konfiguration festlegen. Dabei kann man sowohl von den konstruktiven Bauteilen als auch von thermodynamischen Funktionsgruppen ausgehen. Beide Wege haben Vor- und Nachteile und führen zu unterschiedlichen Darstellungen.

Geht man nach Funktionsgruppen vor, so kann man als Grundelemente aller Gaskreisprozesse den mechanischen und den thermischen Verdichter definieren (Bild 2.1-1). Der mechanische Verdichter besteht lediglich aus Zylinder und Kolben, der thermische dagegen aus der Zusammenschaltung eines Verdrängerkolbens mit einem Regenerator, der die beiden Räume oberhalb und unterhalb des Kolbens verbindet. Zusätzlich werden diese Räume durch Kontakt zu zwei Wärmereservoirs auf verschiedenen Temperaturen gehalten.

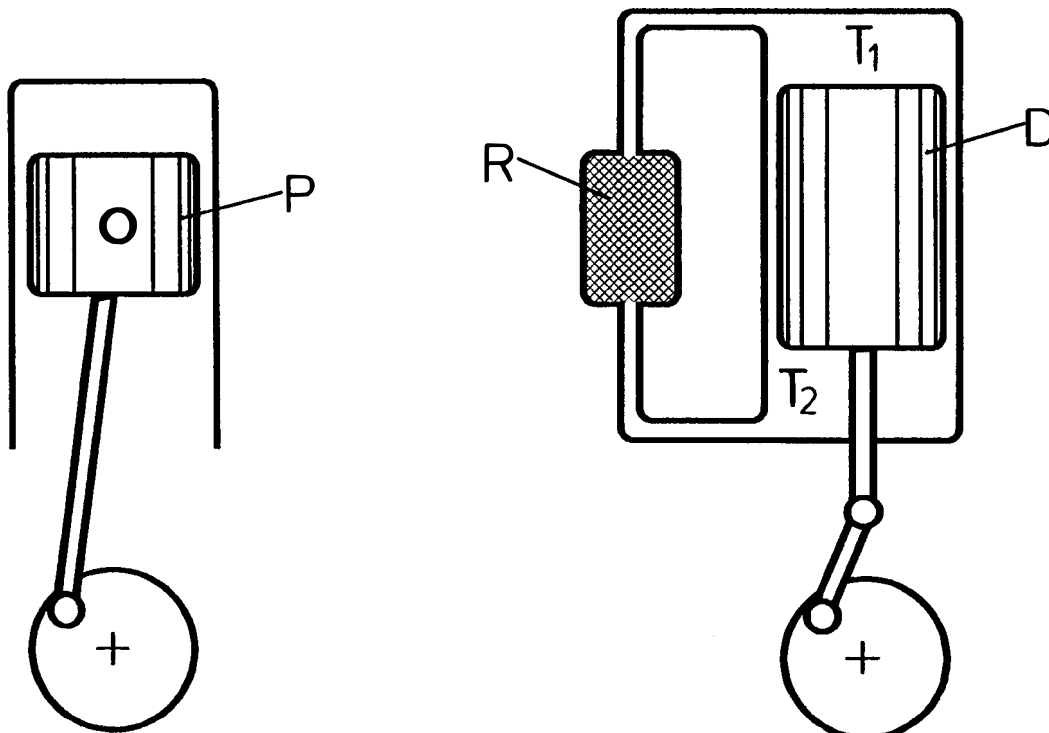


Bild 2.1-1: Mechanischer und thermischer Verdichter als Grundelemente von Gaskreisprozessen

- | | |
|----------------------|--------------------------------|
| P - Verdichterkolben | R - Regenerator |
| D - Verdrängerkolben | T_1, T_2 - Temperaturniveaus |

Während der mechanische Verdichter über seinen Kolben Arbeit mit der Umgebung austauscht, kann der thermische im Idealfall ohne Kraftaufwand betätigt werden. Er tauscht stattdessen Wärme periodisch mit dem Regenerator aus. Analog dazu kann die bei periodischem Betrieb des mechanischen Kompressors zu- und abzuführende Verdichtungsarbeit über ein Schwungrad gespeichert werden.

Mit beiden Grundelementen kann – bei idealisierter Betrachtung – eine reversible Druckänderung des in ihnen enthaltenen Arbeitsgases hervorgerufen werden. Kombiniert man je einen mechanischen und thermischen Verdichter und betätigt man beide mit etwa 90° Phasenverschiebung, so erhält man den Stirling – Prozeß (Bild 2.1–2). Er verbraucht oder produziert – je nach Laufrichtung – mechanische Arbeit, weil jeweils zwischen den Kompressions- und Expansionshüben des mechanischen Verdichters das Druckniveau durch den thermischen Verdichter verschoben wird, so daß Entspannungs- und Verdichtungsarbeit verschieden sind.

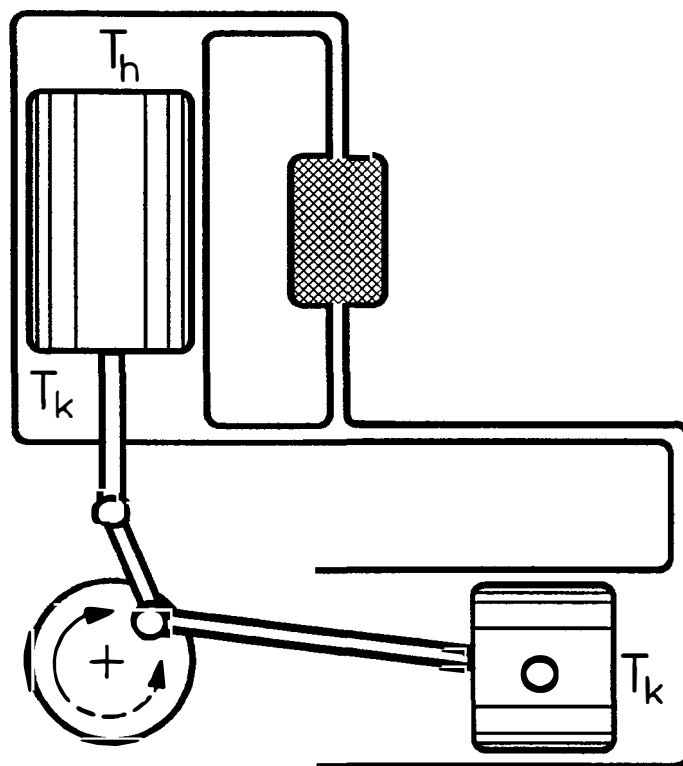


Bild 2.1–2:

Stirling – Prozeß

Kombiniert man dagegen in gleicher Weise zwei thermische Verdichter, so entsteht der Vuilleumier – Prozeß (Bild 2.1–3). Während hier jeweils ein Verdichter gerade eine Druckänderung bewirkt, befindet sich der Kolben des anderen in der Nähe eines Totpunktes, so daß ein großer Anteil der Gasfüllung auf einen Zylinderraum entfällt und hier komprimiert oder entspannt wird. Bei richtiger Einstellung des Phasenwinkels erfolgen die Expansionen genau dann, wenn der heiße und der kalte Zylinderraum ihr Maximum erreichen, während die Ver-

dichtung des Gases und damit die Wärmeabgabe in den beiden warmen Zylinderräumen stattfindet. Damit ist die Wirkung dieses Prozesses als thermisch betriebene Wärmepumpe bereits erklärt. Da das Gesamtvolumen konstant ist, wird mechanische Arbeit dabei weder verbraucht noch produziert, wenn man von den Querschnitten der Kolbenstangen und den Reibungsverlusten absieht.

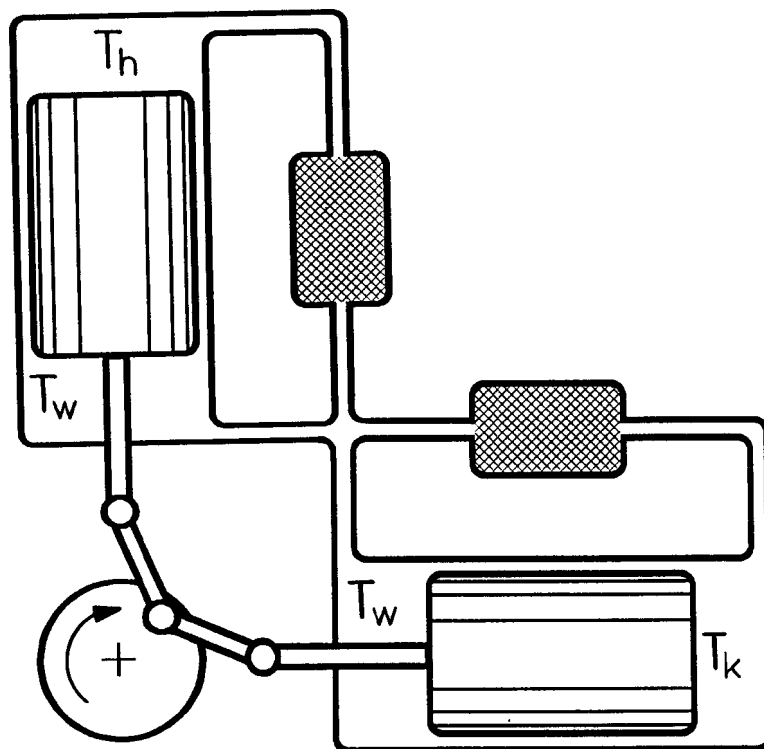


Bild 2.1-3:

Vuilleumier – Prozeß

Auf eine detaillierte Erläuterung der Prozeßabläufe wird hier verzichtet. Der Stirling-Prozeß wurde z.B. von WALKER (1973,1980), READER und HOOPER (1983) und URIELI und BERCHOWITZ (1984) ausführlich beschrieben, der Vuilleumier – Prozeß z.B. von EDER (1981), HIISMAKI und NYKYRI (1981), WALKER (1983), KÜHL, RICHTER und SCHULZ (1986, 1986a, 1988) und RICHTER (1988).

Da ein thermischer Verdichter wegen des begrenzten Temperaturverhältnisses und des stets erheblichen Totvolumens des Regenerators nicht das gleiche Kompressionsverhältnis wie ein mechanischer erreichen kann, ist die Leistungsdichte des Vuilleumier – Prozesses prinzipiell gering. Hier liegt ein Ansatzpunkt für Überlegungen zur Verbesserung dieses Prozesses oder für die Suche nach Alternativen im Bereich der zwischen drei Temperaturniveaus arbeitenden Gaskreisprozesse.

BUDLIGER (1986) berichtet über ein Forschungsprojekt des Batelle – Institutes Genf, wo eine Vuilleumier – Wärmepumpe mit einem Resonanzrohr kombiniert wurde. Die im Betrieb ent-

stehende Schwingung der eingeschlossenen Gassäule steigert die Druckschwankung und damit die Leistungsdichte deutlich.

Ein Nachteil dieses Systems liegt in der Tatsache, daß die Drehzahl wegen der zu erzeugenden Resonanzschwingung nahezu festliegt. Da die restliche Maschine zwangsgeführte Kolben hat, fehlt auch der bei vollständig freischwingenden Systemen vorhandene Freiheitsgrad durch die variablen Kolbenamplituden. Das System ist somit nur über den Druck und die Temperaturen zu regeln.

Der zugrundeliegende Gedanke läßt sich jedoch weiterführen. Die schwingende Gassäule könnte hinsichtlich ihrer Wirkung auf den Prozeß auch durch einen freischwingenden Kolben ersetzt werden, wenn dieser durch eine Gasfeder oder ein anderes elastisches Bauelement unterstützt wird. Der nächste Schritt wäre der Austausch des freischwingenden Kolbens gegen einen vom Getriebe gesteuerten Verdichterkolben, der genau gegenphasig zum Druck arbeitet (Bild 2.1–4). Obwohl das Gesamtvolumen jetzt nicht mehr konstant ist, bleibt die mechanische Leistungsbilanz theoretisch ausgeglichen, da die Fläche im p, V – Indikatordiagramm des Gesamtprozesses verschwindet, und die Amplitude der Druckschwankung läßt sich im Prinzip nahezu beliebig steigern. Allerdings gibt es hier Grenzen, die zum einen im konstruktiven Bereich liegen, zum anderen aber auch in zunehmenden Irreversibilitäten durch die immer größer werdenden Temperaturschwankungen. Die in der begrenzten volumenspezifischen Wärmekapazität der Regeneratoren begründeten Schranken betreffen dagegen mehr den mittleren Prozeßdruck als die Druckamplitude, da die zu regenerierenden Gasmassen von letzterer nur wenig abhängen.

Mit dem zusätzlichen Kolben bietet sich auch die Möglichkeit, die Vuilleumier – Wärmepumpe zwecks Überwindung der Reibungs- und Strömungsdruckverluste mechanisch anzutreiben, indem die Bewegung des Kolbens gegenüber der gegenphasigen Lage zum Druck zeitlich etwas verschoben wird. Da die Phase der Druckschwankung von den Prozeßtemperaturen abhängt, wird dazu jedoch ein Getriebe mit variablem Phasenwinkel benötigt, was einen zusätzlichen konstruktiven Aufwand bedeutet.

Wenn man durch Einführung eines mechanischen Verdichterkolbens den Vorteil des ausschließlichen Verdrängerkolbeneinsatzes im Vuilleumier – Prozeß, der sich u.a. in einer sehr geringen Belastung des Getriebes äußert, aufgibt, um stattdessen die Druckamplitude zu steigern, so liegt der Gedanke nahe, auf den thermischen Kompressionseffekt ganz zu verzichten, wobei sich für die Optimierung der Phasenwinkel neue Möglichkeiten eröffnen. Das Ergebnis ist der in Bild 2.1–5 dargestellte Prozeß, bei dem die Verdrängerkolben genau gegenphasig arbeiten (und deshalb konstruktiv zu einem bewegten Teil zusammengefaßt werden können)

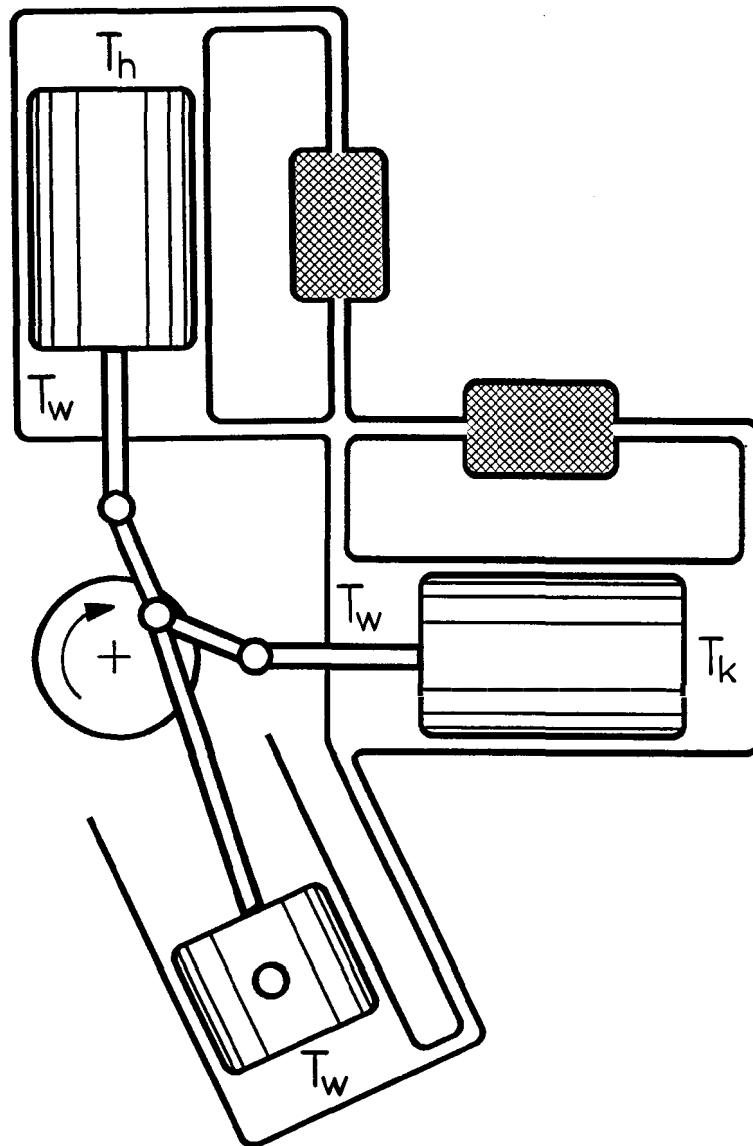


Bild 2.1-4:

**Vuilleumier – Prozeß mit
zusätzlichem Kolben**

und sich der Verdichterkolben mit 90° Phasenverschiebung zu ihnen bewegt. Man kann ihn – ebenso wie die zuvor beschriebene Weiterentwicklung des Vuilleumier – Prozesses – als Kombination zweier thermischer und eines mechanischen Verdichters auffassen. Er wurde von COOKE-YARBOROUGH (1976) in einer freischwingenden Bauweise vorgeschlagen. WURM et al.¹ beschreiben ihn unter der treffenden Bezeichnung Duplex – Ericson – Prozeß. Wählt man nämlich das Hubvolumenverhältnis der Verdränger entsprechend

$$\frac{V_h}{V_k} = \frac{T_w - T_k}{T_h - T_w} \cdot \frac{T_h}{T_k} \quad (2.1-1),$$

¹Wurm, J., Kinast, J. A., Roose, T. R. und Staats, W. R.: Stirling and Vuilleumier Heat pumps. In Vorbereitung.

so führt die Verdrängerbewegung für sich allein zu keiner Druckänderung mehr. Der Verdichterkolben expandiert das Arbeitsgas also im heißen und im kalten Raum und komprimiert es im warmen, wobei theoretisch die mechanische Leistungsbilanz ausgeglichen ist. Der Nachteil dieses Systems ist, daß Gl. 2.1-1 nur für bestimmte Temperaturen erfüllt ist.

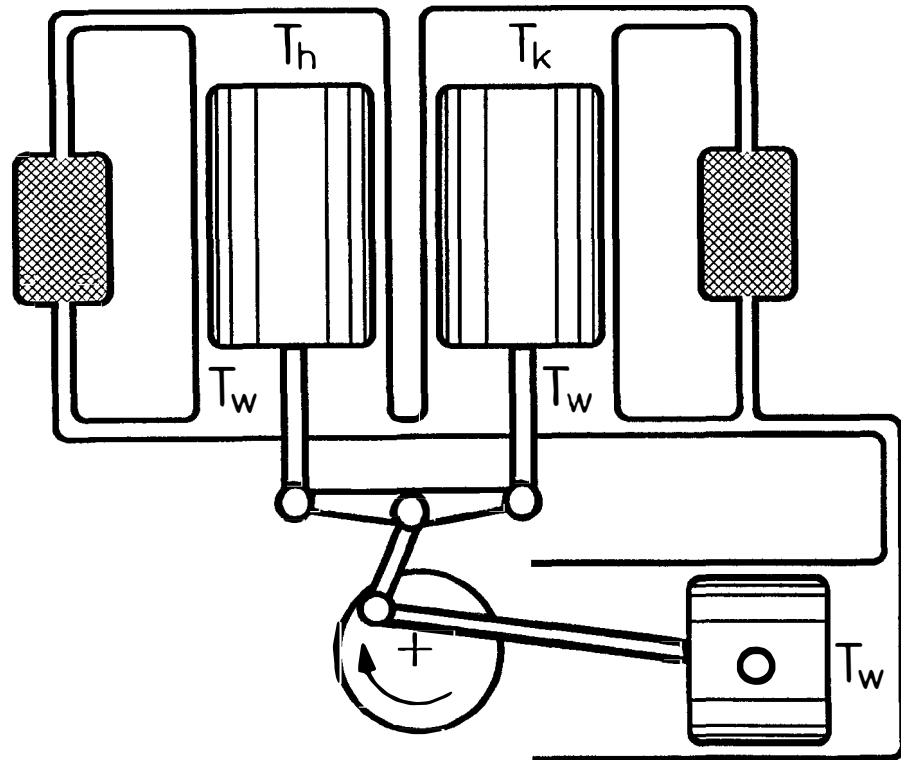


Bild 2.1-5:

Duplex – Ericson – Prozeß

Für den Wärmepumpenbetrieb bedeutet dies, daß bei tiefen Außentemperaturen T_k und einer entsprechend angehobenen Heizungsvorlauftemperatur T_w eine sehr hohe heiße Antriebstemperatur T_h benötigt wird, während diese unter gemäßigten Bedingungen erheblich niedriger sein müßte. Bedenkt man jedoch andererseits, daß für die Wärmeübertragung im heißen Teil ein Wärmeaustauscher aus hochwarmfestem Material benötigt wird und daß dieser in der Regel nach der Zeitstandfestigkeit zu dimensionieren ist, so erscheint es aus konstruktiver Sicht durchaus vorteilhaft, wenn die höchsten, bei Zugrundelegen einer Kurzzeit – Dehngrenze noch gerade zulässigen Temperaturen nur während eines geringen Teils der Betriebszeit erreicht werden.

Im übrigen läßt sich eine solche Wärmepumpe auch dann betreiben, wenn Gl. 2.1-1 nicht erfüllt ist. Ist die Antriebstemperatur zu hoch, so gibt der Prozeß mechanische Leistung ab, ist sie zu niedrig, verbraucht er Leistung, die dann z.B. über einen zum Anlassen ohnehin erforderlichen Elektromotor zugeführt werden könnte. Die Wärmeströme im idealisierten Prozeß verändern sich in diesen Fällen nur geringfügig, d.h. die gewünschte Heizleistung wird bei

entsprechender Drehzahl praktisch unabhängig von den Temperaturen stets zur Verfügung gestellt. Die mechanische Leistung bleibt relativ gering und dient aus formal thermodynamischer Sicht nur dazu, die bei Nichtbeachtung von Gl. 2.1-1 nicht erfüllte Entropiebilanz des Prozesses auszugleichen. Gleichzeitig bietet sich die Möglichkeit, die durch Reibung und Druckverluste dissipierte Leistung durch ein gegenüber Gl. 2.1-1 etwas vergrößertes heißes Volumen zu kompensieren.

THOMAS, KUHL und SCHULZ (1989) zeigten anhand vereinfachter mathematischer Prozeßmodelle, daß bei Erfüllung von Gl. 2.1-1 das Hubvolumen des Verdichterkolbens unabhängig von den Temperaturen gleich der Summe der Hubräume der Verdrängerkolben sein sollte, wenn eine maximale Leistungsdichte gefordert ist.

Die Grenzen dieser Beschreibung von Gaskreisprozessen durch Funktionsgruppen werden an dem Prozeß nach Bild 2.1-6 deutlich. Er geht einerseits aus dem Vuilleumier - Prozeß nach Bild 2.1-3 durch Abtrennen des Raumes links vom kalten Verdränger hervor, wobei letzterer zu einem Verdichterkolben wird. Andererseits erhält man diesen Prozeß auch durch Einfügen eines zweiten Regenerators in den Stirling - Prozeß nach Bild 2.1-2. Die so entstandene Kombination aus Verdichter und Regenerator kann durch keines der beiden bislang definierten Grundelemente beschrieben werden, denn es liegt eine Kombination aus mechanischer und thermischer Verdichtung vor.

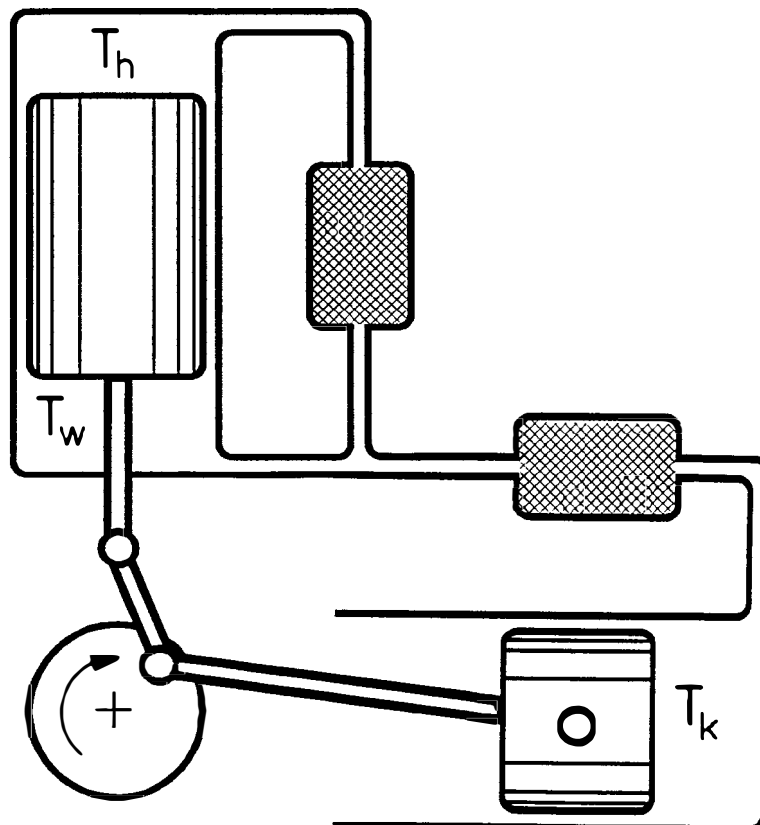


Bild 2.1-6:

Hypothetischer Prozeß für
die Kraft - Wärme - Kopplung

Der Prozeß ist hinsichtlich seiner Funktion zwischen dem Stirling – und dem Vuilleumier – Prozeß einzuordnen. Bei einer isothermen Berechnung, wie sie in Abschnitt 3.1 behandelt wird, zeigt sich, daß der von diesem Prozeß im kalten Zylindervolumen aufgenommene Wärmestrom \dot{Q}_k gleich der abgegebenen mechanischen Leistung $-P$ ist, denn es gilt

$$\dot{Q}_k = -n \cdot \oint V_k dp = n \cdot \oint p dV_{ges} = -P \quad (2.1-2)$$

mit n als Drehzahl der Maschine und p als Druck des Arbeitsgases. Aus Gründen der Energieerhaltung folgt dann unmittelbar, daß der zugeführte heiße Antriebswärmestrom gleich dem bei T_w abgegebenen Wärmestrom sein muß, d.h. $\dot{Q}_h = -\dot{Q}_w$.

Der Prozeß liefert also mehr Heizwärme als der Stirlingmotor, wo $-\dot{Q}_w = \dot{Q}_h - |P|$ ist, jedoch weniger als der Vuilleumier – Prozeß mit $-\dot{Q}_w = \dot{Q}_h + \dot{Q}_k$. Andererseits ist die abgegebene mechanische Leistung geringer als bei einem zwischen T_h und T_k arbeitenden Stirlingmotor, während der ideale Vuilleumier – Prozeß keine Leistung mit der Umgebung austauscht.

Durch Vergleich von Bild 2.1–2, 3 und 6 erkennt man, daß diese drei Prozesse theoretisch mit einigen Ventilen ineinander umgewandelt werden können. Dies könnte im Bereich der Kraft – Wärme – Kopplung von Bedeutung sein, da eine Anpassung an wechselnden Strom-, Wärme- und evtl. Kältebedarf in drei Stufen möglich ist. Der Vorteil gegenüber einem zwischen zwei Grenzfällen stufenlos variablen Prozeß, wie er von EDER (1983) vorgeschlagen wurde, ist in der geringeren Dissipation zu sehen, da hier keine teilweise geöffneten und daher als Drossel wirkenden Regelventile erforderlich sind.

2.2 Einfache Überlegungen zur Wahl von Phasenwinkeln und Hubraumverhältnissen

Ein Problem bei der Auslegung von Gaskreisprozessen ist die Tatsache, daß eine Reihe von grundlegenden Daten, wie z.B. der Prozeßdruck, das Hubvolumenverhältnis oder der Phasenwinkel, schon in einem sehr frühen Stadium der Maschinenentwicklung festgelegt werden müssen. Da die genauen Abmessungen der Komponenten, die sich auf die Verluste durch Strömungsdruckverlust, unvollständigen Wärmeübergang und andere Ursachen auswirken, zu diesem Zeitpunkt noch nicht feststehen bzw. eine Optimierung noch nicht stattgefunden hat, ist eine Bewertung der Auslegung nach einer Leistungszahl oder einem Wirkungsgrad, der unter Berücksichtigung aller Verluste berechnet wurde, weder möglich noch sinnvoll.

Um umfangreiche numerische Parametervariationen und Optimierungen (die ohnehin meist eher dazu geeignet sind, die Schwächen des verwendeten Berechnungsverfahrens aufzudecken,

als einen optimalen Prozeß zu liefern) zu vermeiden, muß daher eine Vorentscheidung hinsichtlich der oben erwähnten grundlegenden Größen nach anderen Kriterien getroffen werden. Hier bieten sich überschlägige Rechnungen oder analytische Ableitungen auf der Grundlage der von SCHMIDT (1871) für den Stirling – Prozeß durchgeführten isothermen Rechnung an. Von WALKER (1980) werden einige durch Parametervariationen auf dieser Grundlage gewonnene Diagramme vorgestellt, aus denen sich die günstigsten Kombinationen von Temperatur-, Totvolumen- und Hubraumverhältnis sowie dem Phasenwinkel ergeben. Da der Wirkungsgrad nach der isothermen Rechnung stets gleich dem Carnot – Wert ist, dient als Optimierungskriterium die Leistungsdichte

$$P^* = \frac{W}{p_{\max} \cdot V_T} \quad (2.2-1)$$

mit W als geleisteter Arbeit pro Zyklus, p_{\max} als maximalem Prozeßdruck und V_T als Gesamt-Hubvolumen. Die Definition entspricht nahezu der zur Bewertung von Stirlingmotoren häufig verwendeten Beale-Zahl

$$Be = \frac{P}{n \bar{p} V_0} \quad (2.2-2),$$

in die die Motorleistung P , die Drehzahl n , der Mitteldruck \bar{p} und das Hubvolumen V_0 des mechanischen Verdichterkolbens eingehen.

Die Diagramme sind für die Auslegung von Stirlingmotoren hilfreich, allerdings ist die theoretische Deutung der festgestellten Optima schwierig und damit auch die Übertragung der Ergebnisse auf andere Prozesse. Es soll daher nun versucht werden, ohne Einsatz von Berechnungsverfahren einfache Anhaltspunkte und heuristische Regeln zu formulieren, nach denen zumindest eine grobe Vor-Optimierung von Prozessen und eine Vorauswahl erfolgversprechender Varianten erfolgen kann.

Hierbei stellt sich zunächst die Frage nach einem geeigneten Bewertungskriterium. Je nach Anwendungsfall spielt neben dem Wirkungsgrad z.B. auch die Baugröße oder das Gewicht eine bedeutende Rolle. Da letzteres jedoch in direktem Zusammenhang mit der Leistung pro Zyklus steht (es kann in etwa als proportional zum Druck und zum Volumen angesehen werden), läßt sich das Problem auf die Optimierung von Leistungsdichte und Wirkungsgrad reduzieren. READER und HOOPER (1983) weisen darauf hin, daß periodisch vom Prozeß mit den Wärmeübertragungsflächen (weniger den Regeneratoren) ausgetauschte Wärmemengen zu nennenswerten Verminderungen des Wirkungsgrades führen können. Einerseits belasten sie zusätzlich die Austauschflächen und verursachen wegen der Grädigkeiten bei realem Wärmeübergang

Exergieverluste, andererseits kommt es – besonders bei nahezu adiabaten Zylinderräumen, einem sehr häufigen Fall – wegen der auftretenden Temperaturunterschiede zu Irreversibilitäten durch Vermischungseffekte. Indirekt führen alle derartigen Wärmeübergänge zu einer zeitlichen Vorverlagerung der Druckschwankung und somit zu einem Verbrauch mechanischer Leistung bzw. (im Vuilleumier – Prozeß mit konstantem Volumen) zu einer verringerten Kälte- und einer erhöhten Heizleistung.

Sie treten insbesondere bei thermischen Kompressoren auf, in geringerem Maße aber auch bei mechanischen Verdichtern, wenn die Hubfunktionen der Kolben und deren Phasenwinkel nicht genau dem theoretisch geforderten Prozeßablauf entsprechen. Um sie zu minimieren, muß als Regel zur Erzielung eines hohen Wirkungsgrades gefordert werden:

- Die Kompression bzw. Expansion des Arbeitsgases sollte nur in den Teilräumen des Prozesses erfolgen, in denen ein Netto-Wärmestrom abgegeben bzw. aufgenommen werden soll.

Diese Forderung kann für thermische Verdichter nie ganz erfüllt werden, denn der durch die Druckänderung verursachte Wärmestrom fließt in einem der beiden beteiligten Zylinderräume stets in die "falsche" Richtung. Bei mechanischen Verdichtern müssen idealisierte, diskontinuierliche Kolbenbewegungen angenommen werden. Für den Stirlingmotor ergibt sich danach eine Prozeßkonfiguration entsprechend Bild 2.2–1 a . Danach erfolgt die Kompression (Phase 1) ausschließlich in V_k und die Expansion (Phase 3) ausschließlich in V_h , wenn man zusätzlich $V_k : V_h = T_k : T_h$ wählt. Die Verdrängungsphasen 2 und 4 verlaufen dann isobar, so daß keine " Pendelwärmeströme " auftreten.

Man erkennt, daß man an dieser Stelle den idealen Ericson – Prozeß als einen Grenzfall des in realen Stirlingmaschinen ablaufenden Prozesses erreicht hat. So schreibt auch WALKER (1980) bei der Definition des Stirlingmotors, daß dieser "ein Motor ist, der *nicht* nach dem Stirling – Prozeß arbeitet" .

Für den Vuilleumier – Prozeß läßt sich der analoge Übergang zu isobaren Verdrängungsphasen nicht durchführen, da die nur thermisch erzeugte Druckschwankung dann verschwinden würde. Er hat – so gesehen – den Nachteil, daß stets Pendelwärmeströme auftreten. Wenn auch wegen der niedrigen Leistungsdichte die von ihnen verursachten Irreversibilitäten relativ gering bleiben, zeigt dies doch bereits, daß zur Erzielung hoher Wirkungsgrade hier besonderer Wert auf gute Wärmeübergangsbedingungen gelegt werden muß.

Mit Rücksicht auf die im realen Prozeß auftretenden Strömungsdruckverluste und die Realisierbarkeit der Kolbenbewegung wurde Phase 4 verlängert dargestellt. Damit ergibt sich für

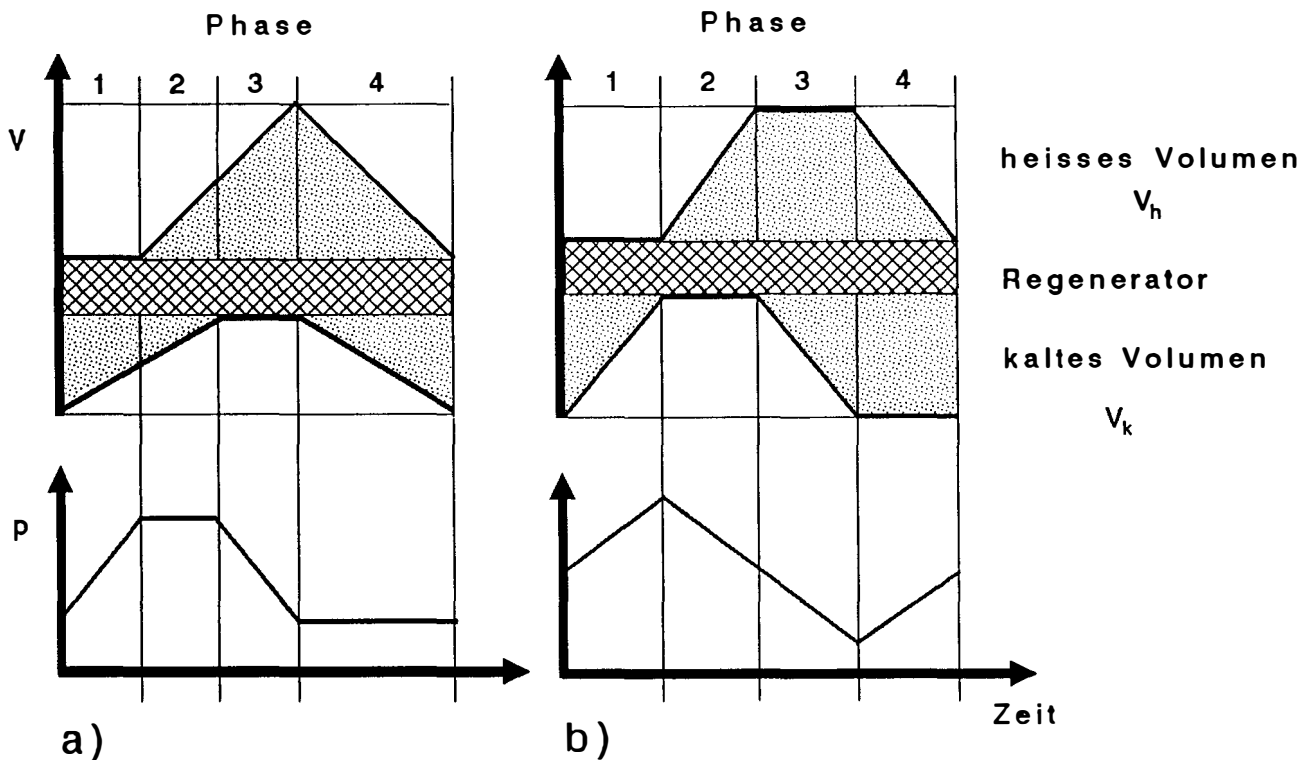


Bild 2.2-1: Stirling-Prozeß mit
 a) minimalen Pendelwärmeströmen
 b) maximaler Leistungsdichte

den Phasenwinkel zwischen V_h und V_k etwa 144° . Dieser Wert stimmt gut mit den Kurvenverläufen überein, die von WALKER (1980) als Ergebnis detaillierterer Simulationsrechnungen von FEURER angegeben werden.

Strebt man dagegen eine hohe Leistungsdichte an, so läßt sich als plausible Regel formulieren:

- Die Amplitude der Druckschwankung sollte möglichst hoch sein. Daher sollten möglichst große Anteile des Prozeßzyklus zur Erzeugung von Druckänderungen genutzt werden, auch wenn dabei Pendelwärmeströme auftreten.

Ein nach dieser Regel entworfener Stirling-Prozeß ist in Bild 2.1-1 b dargestellt. Man erkennt, daß sich die Verdrängungs- und die Druckänderungsphasen überlappen und auch in V_h Kompression (Phase 4) sowie in V_k Expansion (Phase 3) auftritt. Als Phasenwinkel erhält man unter diesen Umständen etwa 90° , einen Wert, der ebenfalls annähernd mit entsprechenden Parametervariationen nach Walker übereinstimmt.

Es scheint somit bereits mit verhältnismäßig einfachen Überlegungen möglich zu sein, zumindest den Bereich günstiger Prozeßauslegungen einzuengen und Ergebnisse von Parametervariationen annähernd vorherzusagen bzw. zu begründen. Die hier am Beispiel des Stirling – Prozesses dargestellten Überlegungen lassen sich auch auf andere Prozesse übertragen, was hier jedoch nicht weiter ausgeführt werden soll.

Durch Optimierung nach dem Wirkungsgrad oder nach der Leistungsdichte erhält man in der Regel unterschiedliche Phasenverschiebungen und Hubvolumenverhältnisse. Sie begrenzen den Bereich sinnvoller Konfigurationen. Je nach den Randbedingungen für den vorliegenden Anwendungsfall wird man sich bei der Auslegung mehr an dem einen oder dem anderen Kriterium orientieren. Bedenkt man, daß die Maxima in der Regel sehr flach verlaufen, so kann man bei Festlegung von Mittelwerten für die genannten Einflußgrößen in den meisten Fällen mit zufriedenstellenden Ergebnissen rechnen.

Offen blieb bei den bisherigen Überlegungen, welches Hubvolumenverhältnis für eine hohe Leistungsdichte am günstigsten ist. Diese Frage wurde von THOMAS, KÜHL und SCHULZ (1989) für verschiedene Prozesse mit dem in Abschnitt 3.1 beschriebenen verallgemeinerten isothermen Berechnungsverfahren untersucht. Für den Stirling – und den Vuilleumier – Prozeß ergab sich als Optimum ein gegenüber dem kalten leicht (abhängig von den Prozeßtemperaturen) vergrößertes heißes Zylindervolumen.

2.3 Gliederung nach Bauteilen

Die an Funktionsgruppen orientierte Beschreibung regenerativer Gaskreisprozesse ist gut zur Verdeutlichung der Funktionsprinzipien und zur Entwicklung neuer Prozeßvarianten geeignet, weniger dagegen zur Erstellung eines allgemeinen Berechnungsverfahrens. Zwar kann man in jedem Prozeß die elementaren Teilschritte der thermischen und ggf. mechanischen Kompression beobachten, die Funktionsgruppen "mechanischer" bzw. "thermischer Verdichter" lassen sich jedoch nicht immer so eindeutig identifizieren und voneinander trennen wie z.B. in Bild 2.1–2 oder Bild 2.1–3. So läßt sich der Stirling – Prozeß ebensogut (im Hinblick auf das Totvolumen sogar vorteilhafter) mit zwei mechanisch verdichtenden Kolben realisieren, die den heißen und den kalten Prozeßraum unabhängig voneinander verändern – eine Bauweise, die als α – Konfiguration bezeichnet wird. Trotzdem lassen sich auch hier die Phasen mechanischer und thermischer Kompression unterscheiden.

Es ist daher für Berechnungen vorteilhafter, einen Prozeß durch die Zusammenschaltung seiner einzelnen konstruktiven Komponenten – im folgenden Gasräume genannt – zu beschreiben, auch wenn dabei die Information über deren Zusammenwirken als mechanischer

oder thermischer Verdichter verlorengelassen. Hier sind zunächst die Zylinderräume, deren Größe durch einen oder mehrere (oft zwei) Kolben verändert werden kann, zu nennen, außerdem Wärmeaustauscher, die in praktisch allen realisierten Prozessen für die Zu- und Abfuhr der Wärmeströme als eigenständige Baueinheiten benötigt werden, sowie die schon erwähnten Regeneratoren und schließlich weitere, z.B. konstruktiv bedingte Toträume.

Für vereinfachte Berechnungen, wie die isotherme Analyse nach SCHMIDT (1871), können die Unterschiede zwischen diesen Raumtypen weitgehend vernachlässigt werden. Da es bei einer allgemeinen Beschreibung von Gaskreisprozessen auch nicht sinnvoll ist, eventuell bestehende Symmetrien für die Bezeichnung zu nutzen – ein Versuch, der schon beim Vuilleumier – Prozeß zu unübersichtlichen oder inkonsequenten Nomenklaturen führt –, werden die Gasräume zunächst in der Reihenfolge ihrer Verknüpfung von 0 bis n durchnummeriert. Der Raum 0 nimmt eine Sonderstellung ein, denn er bildet die "Wurzel" eines – u.U. verzweigten – "Baumes" von aneinandergereihten Gasräumen. Falls sich keine andere Wahl anbietet, sei dies aus Gründen der Vereinheitlichung der Zylinderräume mit der tiefsten Temperatur.

Die Verknüpfungsstellen zwischen den Räumen werden von 1 bis n nummeriert, so daß die Verknüpfung j von Raum 0 aus vor dem Raum $i=j$ liegt. Ihnen ist jeweils ein Massen- und Volumenstrom zugeordnet, der von Raum 0 weg positiv gezählt wird. Bei Verzweigungen soll zunächst zur tieferen Temperatur hin weiter nummeriert werden, so daß Raum n der (Zylinder-) Raum mit der höchsten Temperatur ist.

Die Massenstromverknüpfung ist bereits eindeutig festgelegt, wenn für alle n Ströme die Nummer des stromaufwärts liegenden Gasraums bekannt ist. Für die Rechnungen hat sich jedoch die Darstellung in Form einer Matrix als praktisch erwiesen, deren Elemente a_{ij} wie folgt definiert werden:

$$\begin{aligned} a_{ij} &= 1, & \text{wenn der Massenstrom } j \text{ in das Volumen } i \text{ gerichtet ist,} \\ a_{ij} &= -1, & \text{wenn der Massenstrom } j \text{ das Volumen } i \text{ verläßt,} \\ a_{ij} &= 0, & \text{wenn der Massenstrom } j \text{ das Volumen } i \text{ nicht betrifft.} \end{aligned} \quad (2.3-1)$$

Wegen der Massenerhaltung genügt die Angabe der a_{ij} für $i > 0$. Die dann vorliegende quadratische Matrix ist regulär, wenn jeder Raum i von Raum 0 aus auf genau einem Weg zu erreichen ist. Für die Elemente der inversen Matrix, b_{ji} gilt dann

$$\begin{aligned} b_{ji} &= 1 & \text{für alle Räume } i, \text{ die von Raum } 0 \text{ aus hinter der Schnittstelle } j \text{ liegen,} \\ b_{ji} &= 0 & \text{sonst, insbesondere auch sinngemäß für } i = 0. \end{aligned} \quad (2.3-2)$$

Sie werden für massenstromabhängige Rechnungen benötigt.

In Bild 2.3-1 ist die formale Darstellung von Prozessen mit zwei Zylinderräumen (Stirling - Prozeß) und mit drei Zylinderräumen und Temperaturniveaus (Vuilleumier - Prozeß und Weiterentwicklungen) zu sehen. Die zugehörigen Nebenbedingungen, wie z.B.

- ein konstantes Gesamtvolumen für den Vuilleumier - Prozeß nach Bild 2.1-3
- eine gegenphasig zum Druck verlaufende Gesamtvolumenänderung bei ca. 90° Phasenverschiebung zwischen heißem und kaltem Volumen für den weiterentwickelten Prozeß nach Bild 2.1-4 oder
- phasengleiche Veränderungen von heißem und kaltem Volumen bei um ca. 90° dazu versetzter Gesamtvolumenänderung für den Duplex - Ericson - Prozeß nach Bild 2.1-5,

können durch entsprechende Wahl der Hubräume und Phasenwinkel für die einzelnen Zylinderräume bei entsprechender Gasraumanordnung stets wiedergegeben werden. Bild 2.3-2

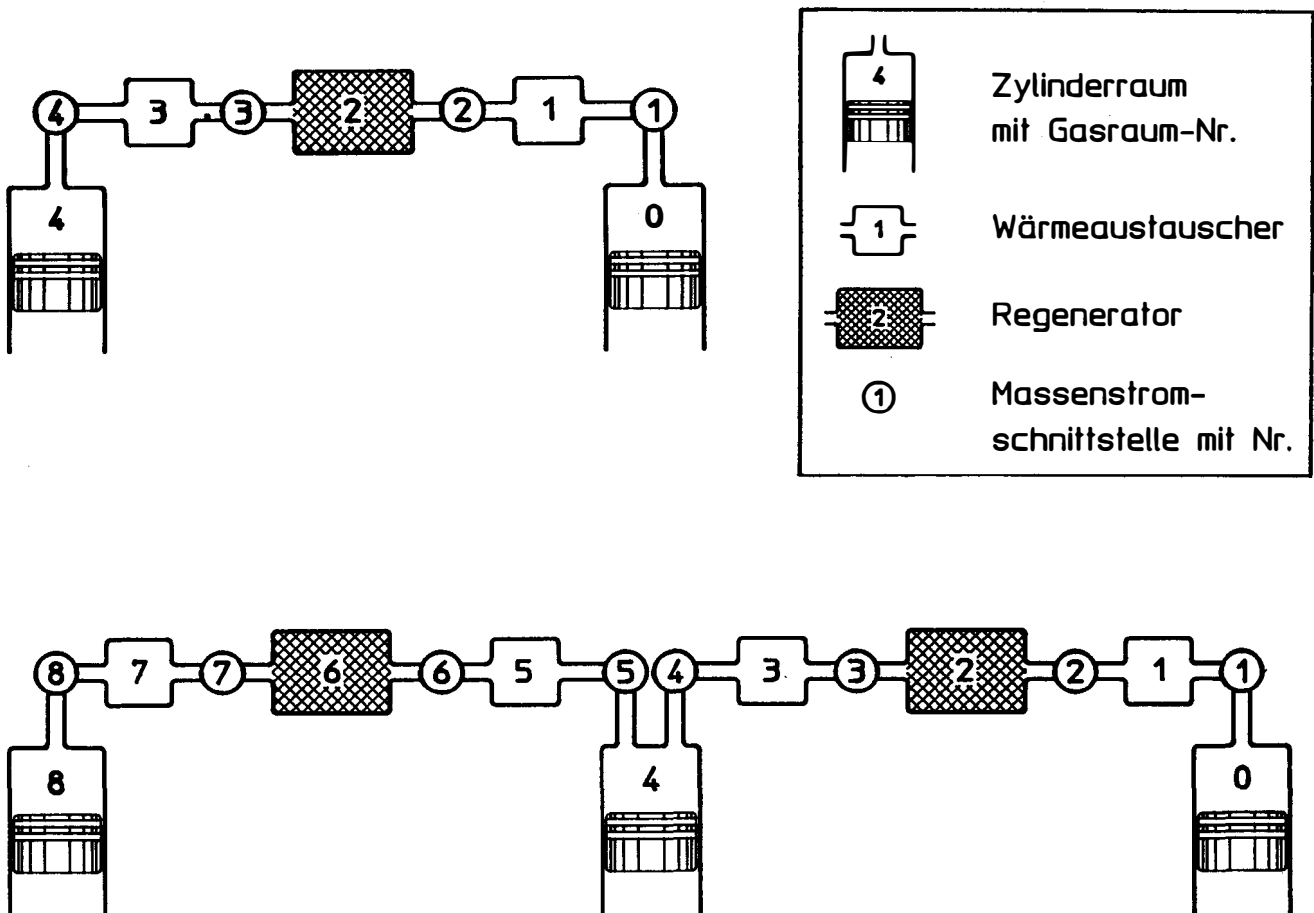


Bild 2.3-1: Allgemeine Darstellung von Gaskreisprozessen mit zwei und drei Zylinderräumen

zeigt am Beispiel des Vuilleumier - Prozesses zwei denkbare Varianten der Gasraumanordnung, und zwar einen Fall mit einer Verzweigung und den der üblichen konstruktiven Realisierung mittels zweier Verdrängerkolben nachempfundenen Fall mit vier Zylinderräumen.

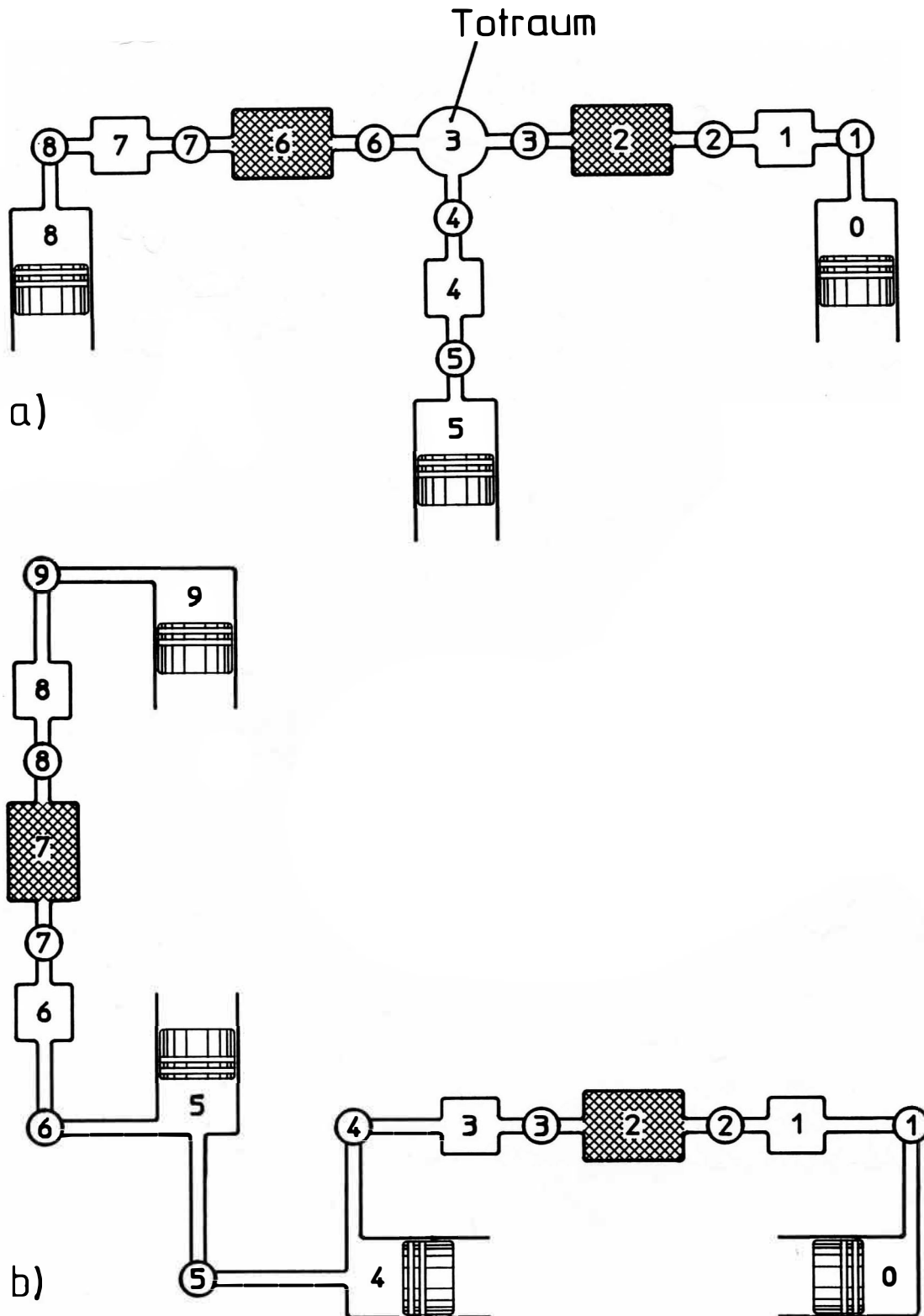


Bild 2.3-2: Varianten des Vuilleumier - Prozesses

3 Einfache Berechnungsmethoden

3.1 Allgemeine isotherme Berechnung

Die isotherme Berechnung regenerativer Gaskreisprozesse geht zurück auf SCHMIDT (1871), der sie erstmals für den Stirlingmotor durchführte. Sie ist in dieser Form in vielen Standardwerken über den Stirling – Prozeß, (z.B. WALKER 1973, 1980, READER und HOOPER 1983, URIELI und BERCHOWITZ 1984) enthalten. Auch für den Vuilleumier – Prozeß existiert eine analoge Veröffentlichung von RULE und QVALE (1969). Im folgenden sollen nun die wesentlichen Berechnungsgleichungen für den allgemeinen Fall von $n+1$ Gasräumen V_i ($i = 0, \dots, n$) angegeben werden.¹ Dabei werden folgende Annahmen zugrundegelegt:

- Das Arbeitsmedium ist ein ideales Gas
- keine Leckverluste, d.h. konstante Gasmenge
- keine Druckverluste durch Gasströmung, d.h. es herrscht zu jedem Zeitpunkt nur ein Druck im System
- keine Reibungs- und Wärmeleitungsverluste
- sinusförmige Volumenänderungen
- isotherme Zustandsänderungen in allen Gasräumen außer den Regeneratoren
- ideal durchmischte Zylinderräume
- ideale Regeneration
- konstante Drehzahl
- stationärer Betriebszustand.

Jedes V_i kann in der Größe konstant oder variabel sein und wird allgemein als

$$V_i = V_{mi} + V_{ai} \cos(\omega t + \theta_i) \quad (3.1-1)$$

beschrieben, wobei V_{ai} die Amplitude einer evtl. vorhandenen sinusförmigen Schwankung des Volumens um den Mittelwert V_{mi} mit dem Phasenwinkel θ_i ist, die auch null sein kann. Die Temperatur des Gases sei konstant gleich T_i , wobei für die Regeneratoren

$$T_i = \frac{T_{\max} - T_{\min}}{\ln(T_{\max}/T_{\min})} \quad (3.1-2)$$

mit T_{\max} und T_{\min} als den Gastemperaturen der angrenzenden Räume gesetzt werden kann. In jedem Fall wird angenommen, daß das Gas beim Übertritt zwischen zwei Räumen verschiedener Temperatur ideal regeneriert wird.

¹Die Herleitungen dieser Beziehungen sind im Anhang A1 zusammengefaßt.

Nach dem idealen Gasgesetz ergibt sich mit diesen Festlegungen die Druckfunktion

$$p(\omega t) = \frac{m R}{B - D \cos(\omega t + \theta_p)}$$

mit

$$B = \sum_{i=0}^n V_{mi}/T_i ,$$

$$D = \sqrt{\left[\sum_{i=0}^n \frac{V_{ai}}{T_i} \cos \theta_i \right]^2 + \left[\sum_{i=0}^n \frac{V_{ai}}{T_i} \sin \theta_i \right]^2}$$

und

$$\theta_p = \arctan \frac{- \sum_{i=0}^n \frac{V_{ai}}{T_i} \sin \theta_i}{- \sum_{i=0}^n \frac{V_{ai}}{T_i} \cos \theta_i} \quad (3.1-3).$$

Dabei ist m die im System enthaltene Gasmasse und R die Gaskonstante. Für Maximum, Minimum und zeitlichem Mittelwert des Druckes erhält man

$$p_{\max} = \frac{m R}{B - D} , \quad p_{\min} = \frac{m R}{B + D} ,$$

$$\bar{p} = \frac{m R}{\sqrt{B^2 - D^2}} = \sqrt{p_{\max} \cdot p_{\min}} \quad (3.1-4).$$

Bei Kenntnis der Druckfunktion lassen sich Wärmeströme und mechanische Leistung eines Prozesses durch Auswertung des 1. Hauptsatzes berechnen. Es gilt für jedes V_i

$$\begin{aligned} dU_i &= dQ_i - p dV_i + \sum_j a_{ij} h_j dm_j \\ \Rightarrow \\ c_v T_i dm_i &= dQ_i - p dV_i + \sum_j a_{ij} c_p T_j dm_j \end{aligned} \quad (3.1.-5).$$

Dabei bedeuten Q_i , U_i und m_i die ausgetauschte Wärme, die innere Energie und die Gasmasse des Volumens V_i . Mit $a_{ij} \cdot dm_j$ werden die mit den angrenzenden Gasräumen ausgetauschten Gasmassen bezeichnet, mit h_j deren spezifische Enthalpien. Ihre Temperaturen T_j können im Falle eines Regenerators von T_i abweichen. Mit $dm_i = \sum_j a_{ij} \cdot dm_j$ und dem idealen Gasgesetz folgt weiter aus Gl. 3.1-5

$$dQ_i = -V_i dp - \sum_j a_{ij} c_p (T_j - T_i) dm_j \quad (3.1-6).$$

Man erkennt, daß jedes Volumen V_i im Verlaufe eines Prozeßzyklus Wärme mit seiner Umgebung austauschen kann, und zwar einerseits aufgrund von Druckänderungen gemäß dem ersten Term in Gl. 3.1-6 und andererseits aufgrund von Regenerationseffekten gemäß dem zweiten Term.

Betrachtet man die pro Zyklus ausgetauschte Netto-Wärme

$$Q_{i,net} = \oint dQ_i = -\oint V_i dp - \sum_j \oint c_p (T_j - T_i) dm_j \quad (3.1-7),$$

so erkennt man, daß nur der erste Term einen Beitrag liefern kann, und dies auch nur, falls V_i variabel ist, d.h. $V_{ai} \neq 0$. Interessiert dagegen der Verlauf von Q_i über ωt – z.B. zur Bestimmung der regenerierten Wärmen –, so muß Gl. 3.1-6 in allgemeiner Form integriert werden. Die Amplitude von Q_i ist nicht nur bei Regeneratoren von Bedeutung, sondern auch für die Zylinderräume und sogar für Toträume, da die bereits in Abschnitt 2.2 erwähnten Pendelwärmeströme im realen Prozeß zu zusätzlicher Entropieproduktion führen.

Die Wärme $Q_i(\omega t)$ läßt sich also in einen durch Druckänderung bedingten Anteil Q_{ip} und einen regenerativen Anteil Q_{ir} zerlegen:

$$Q_i(\omega t) = Q_{ip}(\omega t) + Q_{ir}(\omega t) \quad (3.1-8).$$

Während Q_{ir} bei Kenntnis der später berechneten Massenströme unmittelbar bestimmt werden kann, ergibt sich für $Q_{ip}(\omega t)$ ein sehr komplexer Ausdruck (s. Anhang A1). Sein Integral über eine volle Umdrehung liefert die ausgetauschte Nettowärme

$$Q_{i,net} = -2\pi \cdot \bar{p} \cdot V_{ai} \sin(\theta_i - \theta_p) \cdot \frac{D/B}{1 + \sqrt{1 - (D/B)^2}} \quad (3.1-9).$$

Die Funktion $Q_i(\omega t)$ erreicht ihr Minimum stets am Druckmaximum, also bei $\omega t = -\theta_p$. Subtrahiert man von $Q_i(-\theta_p)$ die Hälfte von $Q_{i,net}$, so erhält man eine gute Abschätzung für die nur periodisch hin- und herpendelnde Wärme $Q_{i,osz}$ (ohne regenerierte Wärme, d.h. für jeden Gasraum).

Das Verhältnis von Netto- zu Pendelwärme sollte in den Zylinderräumen möglichst groß sein. Man erhält für relativ niedrige Druckamplituden, d.h. für $D/B \ll 1$ in guter Näherung (s. Anhang A1):

$$\frac{Q_{i,net}}{Q_{i,osz}} \approx \frac{\pi}{2} \frac{V_{ai}}{V_{mi}} \sin(\theta_i - \theta_p) \quad (3.1-10).$$

Man wird für Zylinderräume $V_{ai} = V_{mi}$ anstreben, um den stets schädlichen Totraum gering zu halten. Daneben erkennt man, daß $|\theta_i - \theta_p| \approx 90^\circ$ gewählt werden sollte. Dieses Ergebnis deckt sich mit den in Abschnitt 2.2 angestellten Überlegungen. In Bild 2-6 ergibt sich im Fall a) zwischen Druck und den Volumina ca. $\pm 72^\circ$ Phasenverschiebung, im Fall b) dagegen nur ca. $\pm 45^\circ$.

Das Integral für die mechanische Arbeit läßt sich weitgehend analog zu den Wärmeströmen auswerten. Man erhält

$$W_{net} = 2 \pi \cdot \bar{p} \cdot V_{a,ges} \cdot \sin(\theta_{ges} - \theta_p) \frac{D/B}{1 + \sqrt{1 - (D/B)^2}} \quad (3.1-11)$$

mit $V_{a,ges}$ und θ_{ges} als Amplitude und Phasenwinkel der Gesamtvolumenänderung. Es läßt sich auch ein Ausdruck für die "Pendelarbeit" ableiten, wobei zusätzlich der Gegendruck auf der Rückseite der Verdichterkolben – meist der Druck im Getrieberaum – eingeht.

Die Berechnung von Gasmassenströmen erfordert die Kenntnis der Gasraumverknüpfung in Form der Matrixelemente b_{ji} (vgl. Abschnitt 2.3). Man erhält einen geschlossenen Ausdruck, der jedoch kaum noch grundsätzliche Abhängigkeiten erkennen läßt. Er ist im Anhang angegeben.

Die Auswertung der Massenströme und Gasmassenverteilung des isothermen Modells liefert Ergebnisse, die – im Gegensatz zu den energetischen Größen – gut mit denen eines aufwendigeren, differentiellen Prozeßmodells, z.B. dem in Abschnitt 4 beschriebenen, übereinstimmen. Dies wird in Bild 3.1-1 für einen typischen Betriebszustand der in Abschnitt 5 näher beschriebenen Vuilleumier – Wärmepumpe gezeigt. Die auftretenden Abweichungen sind, wie man an der gestrichelt eingetragenen Vergleichsrechnung sieht, fast ausschließlich auf die von der Sinusform abweichenden Kolbenbewegungen des Kurbelgetriebes sowie auf Schwankungen der Winkelgeschwindigkeit zurückzuführen. Für eine anfängliche Analyse der Gasströmungen und der von ihnen abhängigen Größen – z.B. der regenerierten Wärmemengen – ist die isotherme Berechnung daher gut geeignet.

Ein weiterer Vorzug ist in der analytischen Lösbarkeit der meisten Gleichungen zu sehen, so daß fundamentale Abhängigkeiten leichter zu erkennen sind als bei aufwendigeren Berechnungsmethoden, die nur numerisch durchzuführen sind. Außerdem kann die isotherme Rechnung zur Schätzung von Iterationsstartwerten für solche Verfahren dienen.

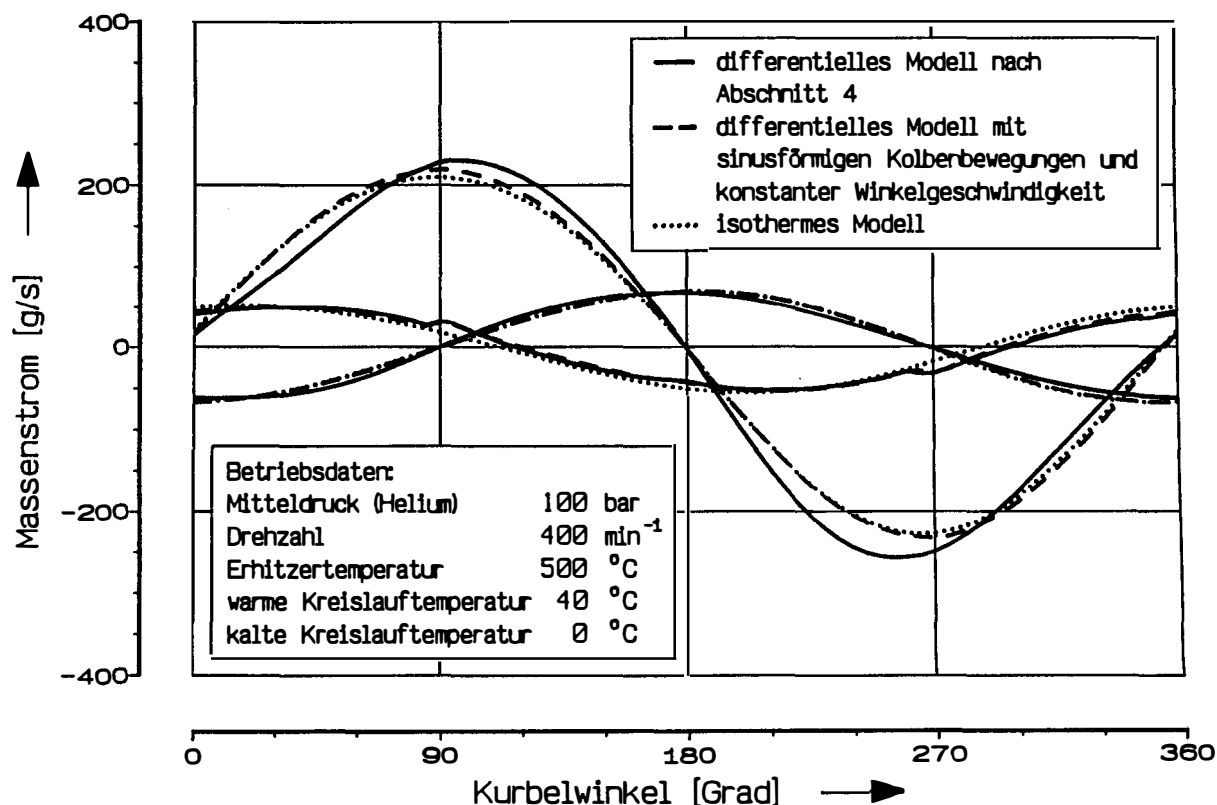


Bild 3.1-1: Gasmassenströme im Vuilleumier – Prozeß nach verschiedenen Berechnungsmodellen

3.2 Allgemeine polytrophe Berechnung

Die polytrophe Rechnung stellt den nächsten Schritt in Richtung auf eine realistische Prozeßsimulation dar. Sie wurde von FINKELSTEIN (1960) unter der Bezeichnung "adiabatic analysis" für den Stirlingmotor durchgeführt und wird hier ebenfalls für Gaskreisprozesse im allgemeinen hergeleitet. Gegenüber der isothermen Rechnung wird die Annahme isothermer Zustandsänderungen für die Zylinderräume fallengelassen, ebenso die Forderung nach sinusförmigen Kolbenbewegungen und einer konstanten Drehzahl. Die übrigen Annahmen aus Abschnitt 3.1 werden beibehalten und ergänzt durch die folgenden:

- Der Wärmeübergang, d.h. das Produkt $\alpha \cdot A$, hat für jeden Zylinderraum einen zeitlich konstanten Wert zwischen 0 (adiabater Grenzfall) und ∞ (isothermer Grenzfall)².
- Die Kolbenbewegungen werden über kinematische Beziehungen und/oder Differentialgleichungen beschrieben, so daß spezielle Getriebetypen und auch freischwingende Kolben berücksichtigt werden können. Die Wellendrehzahl kann während einer Rotation schwanken.

²Auch bei Finkelstein stellt der adiabate Zylinderraum lediglich einen Grenzfall dar. Daher wurde hier die Bezeichnung "polytrophe Berechnung" gewählt.

Bereits bei Annahme nicht isothermer Zustandsänderungen in den Zylinderräumen ist eine analytische Lösung der Differentialgleichungen nicht mehr möglich. Daher kann auch die Beschränkung auf sinusförmige Kolbenbewegungen zugunsten einer realistischeren Getriebesimulation fallengelassen werden.

Der erste Hauptsatz läßt sich für jeden Zylinderraum k dann wie folgt formulieren:

$$dU_k = dQ_k + dW_k + \sum_j a_{kj} c_p T_j dm_j, \quad (3.2-1)$$

$$j = 1, \dots, n; \quad k = 1, \dots, m$$

mit a_{kj} wie in Abschnitt 2.3 angegeben.³ Dabei ist m die Anzahl der im Prozeß vorhandenen Zylinderräume und T_j die Temperatur des Gasstroms j . Diese Temperaturen bereiten bei der Integration Schwierigkeiten, da sie je nach Vorzeichen von dm_j entweder gleich T_k oder gleich der Gastemperatur des angrenzenden Gasraums zu setzen sind. Dieser Raum kann entweder ebenfalls ein Zylinderraum (vgl. Bild 2.3-2), ein Totraum oder ein Wärmeaustauscher sein. Unmittelbar an Zylinderräume angrenzende Regeneratoren bereiten Schwierigkeiten, da ihre Gasaustrittstemperaturen nur iterativ über eine Energiebilanz zu bestimmen sind. Solche Anordnungen sind ohnehin generell ungünstig, da der Regenerator dann einer stark schwankenden Gaseintrittstemperatur ausgesetzt ist, was seinen Wirkungsgrad deutlich verschlechtert. Daher wurde dieser Fall hier nicht berücksichtigt.

Wegen der wechselnden Werte der T_j ist es weiter erforderlich, die Massenströme einzeln zu berechnen. Sie hängen von der Ableitung des Prozeßdruckes

$$\frac{dp}{d\varphi} = \frac{p}{\sum_i V_i / T_i} \cdot \left[- \sum_k \frac{1}{T_k} \frac{dV_k}{d\varphi} + \sum_k \frac{V_k}{T_k^2} \frac{dT_k}{d\varphi} \right] \quad (3.2-2)$$

ab, in die wiederum sämtliche Temperaturableitungen der Zylinderräume eingehen. Dabei ist φ der Kurbelwinkel, der als unabhängige Integrationsvariable gewählt wird.

Die Weiterentwicklung von Gl. 3.2-1 führt zu

³In den Ableitungen dieses Abschnitts läuft der Index i jeweils über alle Gasräume von 0 bis n , j über alle Massenstromschnittstellen von 1 bis n und k über alle Zylinderräume von 1 bis m , für die somit eine zusätzliche Numerierung eingeführt wird. Ihre Reihenfolge soll sich nach der der Gasräume richten. Vereinfachend stehen im folgenden a_{kj} und b_{jk} für a_{ij} bzw. b_{ji} mit i als Gasraumnummer des Zylinderraumes k .

$$\begin{aligned} \frac{dT_k}{d\varphi} = & \frac{(\alpha A)_k R T_k}{\omega c_p p V_k(\varphi)} (T_{Wk} - T_k) + \frac{R T_k}{c_p p} \frac{dp}{d\varphi} + \\ & + \frac{1}{m_k} \sum_j a_{kj} c_p (T_j - T_k) \frac{dm_j}{d\varphi} \end{aligned} \quad (3.2-3)$$

für alle k von 1 bis m und mit

$$\frac{dm_j}{d\varphi} = \frac{p}{R} \sum_k b_{jk} \frac{1}{T_k} \frac{dV_k}{d\varphi} - \frac{p}{R} \sum_k b_{jk} \frac{V_k}{T_k} \frac{dT_k}{d\varphi} + \frac{1}{R} \left(\sum_i b_{ji} \frac{V_i}{T_i} \right) \frac{dp}{d\varphi} \quad (3.2-4)$$

und $\frac{dp}{d\varphi}$ nach Gl. 3.2-2.

Dabei bezeichnet $(\alpha A)_k$ den Wärmeübergang und T_{Wk} die Wandtemperatur im Zylinder-
raum k . Man erhält also ein lineares Gleichungssystem für die Ableitungen der Zylinder-
temperaturen, deren Verlauf dann durch numerische Integration bestimmt werden muß.

Für die Auswertung von Gl. 3.2-3 müssen zunächst die Vorzeichen der beteiligten Massen-
ströme geschätzt werden, damit die T_j richtig zugewiesen werden können. Dabei orientiert
man sich an den Strömungsrichtungen nach dem letzten Integrations-schritt. Nach Lösung des
linearen Gleichungssystems sind über Gl. 3.2-4 auch die neuen Massenströme bestimmbar, so
daß die Vorzeichenschätzungen überprüft und ggf. korrigiert werden können. Im letzteren Fall
muß das Gleichungssystem neu gelöst werden. Da Vorzeichenwechsel von Massenströmen
jedoch bei normalen Integrations-schrittweiten nur selten auftreten, führt dies zu keiner
nennenswerten Steigerung der Rechenzeit. Ein ständiges Hin- und Herpendeln zwischen zwei
Vorzeichenschätzungen kann aufgrund physikalischer Überlegungen ausgeschlossen werden. Es
kann, wenn es auftreten sollte, nur auf numerische Ungenauigkeiten zurückzuführen sein und
läßt sich durch entsprechende Programmierung leicht abfangen. Die weiteren Umformungen
von Gln. 3.2-2 bis 3.2.-4, die für die numerische Auswertung erforderlich oder zweckmäßig
sind, finden sich im Anhang A 2.

Das Differentialgleichungssystem erweitert sich noch um eine oder (speziell bei freischwingen-
den Kolben) mehrere kinetische Gleichungen zur Beschreibung der Kolbenbewegungen. Es
besteht die Möglichkeit, die kinematischen Beziehungen für verschiedene Getriebetypen als
Unterprogramm einzubinden, z.B. für das Schubkurbelgetriebe, das von MEIJER (1958) bei
Philips erfundene und bei Einzylinder-Stirlingmotoren weit verbreitete rhombische Getriebe
oder das von ROSS (1985) entwickelte "inverted yoke". Darüber hinaus besteht die Möglich-
keit, sog. übersteuerte Freikolben, die z.B. in Ringbom-Stirlingmotoren eingesetzt werden
(WALKER und SENFT 1985), mit einzubeziehen.

Das beschriebene Berechnungsverfahren geht nicht nur hinsichtlich der Verallgemeinerung und Erweiterung auf beliebige Prozesse mit n Gasräumen, sondern auch wegen der zuletzt genannten Möglichkeit einer flexiblen Getriebesimulation, die eine schwankende Winkelgeschwindigkeit und auch die Erfassung von Lagerreibung und Schwerkrafteinflüssen zuläßt, über das von Finkelstein entwickelte Verfahren hinaus. Es eignet sich besonders für kinematische Untersuchungen, zumal auch der dafür benötigte Prozeßdruckverlauf genauer berechnet wird als im isothermen Modell.

3.3 Beschreibung des nicht – isothermen Prozesses mit Polytropenexponenten

Betrachtet man die Verläufe der Zylinderraumtemperaturen nach der polytropen Berechnung, so zeigt sich bei Erhöhung der Wärmeübergangskoeffizienten neben der zu erwartenden Abnahme der Amplitude eine Verschiebung der Phasenlage relativ zur Druckschwankung nach vorn. Beginnend bei etwa 0° im adiabaten Grenzfall erreicht sie bei gleichzeitig verschwindender Amplitude etwa 90° im isothermen Fall. Obwohl durch die vielfältigen Wechselwirkungen zwischen den einzelnen Gasräumen untereinander und mit der Umgebung stellenweise deutliche Abweichungen der berechneten Temperaturverläufe von einer sinusförmigen Kurve auftreten, soll nun dennoch versucht werden, sie zumindest hinsichtlich Amplitude und Phasenlage durch eine solche Funktion anzunähern und auf dieser Grundlage weitere Abschätzungen durchzuführen.

Die Integration des 1. Hauptsatzes für einen Zylinderraum i ,

$$dU_i = dQ_i - p dV_i + \sum_j h_j dm_j \quad (3.3-1),$$

über einen Zyklus ergibt

$$0 = \frac{\alpha A}{\omega} \oint (T_{Wi} - T_i) d\varphi - \oint p dV_i + \sum_j \Delta H_j \quad (3.3-2)$$

mit ΔH_j als der insgesamt durch die Schnittstelle j in den Raum i transportierten Enthalpie. Setzt man nun $\oint p dV_i = - \oint V_i dp = Q_{ind,i}$, der indizierten Wärmemenge für den Zylinderraum i (die sich über die isotherme Rechnung abschätzen läßt), und nimmt man einen Temperaturverlauf der Form

$$T_i = T_{mi} + T_{ai} \cos(\omega t + \theta_{Ti}) \quad (3.3-3)$$

an, so folgt

$$0 = \frac{2\pi \alpha A}{\omega} (T_{Wi} - T_{mi}) - Q_{ind,i} + \sum_j \Delta H_j \quad (3.3-4).$$

Geht man von annähernd sinusförmigen Massenströmen aus sowie von einer während der Einströmphase in den Zylinderraum konstanten Gastemperatur \bar{T} (was für angrenzende Wärmeaustauscher nach den Annahmen von Abschnitt 3.2 zutrifft), so erhält man für die Enthalpien ΔH_j

$$\Delta H_j = \Delta m_j \cdot c_p \left(\bar{T} - T_{mi} + \frac{\pi}{4} T_{ai} \cos \theta_j \right) \quad (3.3-5)$$

mit Δm_j als über die Schnittstelle j ausgetauschter Gasmasse und θ_j als der Phasenverschiebung zwischen den Maxima der Gastemperatur T_i und des (in Raum i hinein positiv gezählten) Massenstroms j .

Zur Bestimmung der Amplitude und Phasenlage von T_i wird nun eine Gasmasse m betrachtet, die einem periodisch schwankenden Druck $p = p_0 / (1 - K \cos \omega t)$ ausgesetzt ist (vgl. Gl. 3.1-3) und mit einer Wand der Temperatur T_W Wärme gemäß $dQ = \alpha A (T_W - T) dt$ austauscht. Dabei kann K als auf den Mitteldruck bezogene Druckamplitude aufgefaßt werden, die sich nach der isothermen Berechnung durch den Quotienten B/D entsprechend Gl. 3.1-3 abschätzen läßt. Aus dem ersten Hauptsatz folgt dann mit dem idealen Gasgesetz

$$mc_v dT = \alpha A (T_W - T) dt - p dV$$

$$dT = \frac{\alpha A}{\omega m c_p} (T_W - T) d\varphi + \frac{RT}{c_p \cdot p} dp$$

und schließlich

$$\frac{d\theta}{d\varphi} = NTU (1 - \theta) - \frac{Y \theta \sin \varphi}{1 - K \cos \varphi} \quad (3.3-6)$$

mit $\varphi = \omega t$, $\theta = T/T_W$, $NTU = \alpha A / \omega m c_p$ und $Y = K \cdot R / c_p$. Die Lösung dieser Gleichung für den stationären Fall lautet

$$\theta = NTU (1 - K \cos \varphi)^{-Y/K} \exp(-NTU \varphi) \int (1 - K \cos \varphi)^{Y/K} \exp(NTU \varphi) d\varphi \quad (3.3-7).$$

Mit der für kleine K zulässigen Linearisierung $(1 - K \cos \varphi)^{Y/K} \approx 1 - Y \cos \varphi$ erhält man schließlich die Näherungslösung

$$\theta \approx 1 + \frac{Y}{NTU^2 + 1} \cos \varphi - \frac{NTU \cdot Y}{NTU^2 + 1} \sin \varphi \quad (3.3-8),$$

die das zu Beginn dieses Abschnitts beschriebene Verhalten des Temperaturverlaufes in Zylinderräumen in Abhängigkeit von α (bzw. von der Anzahl der Austauschereinheiten NTU) prinzipiell richtig wiedergibt.

Die so gewonnene Temperaturfunktion wird daher hinsichtlich Amplitude und Phase trotz der anderen Randbedingungen auf einen Zylinderraum übertragen. Gute Abschätzungen für die mittlere Gasmasse m sowie die Amplituden und Phasenwinkel der Massenströme können aus der isothermen Rechnung gewonnen werden. Damit sind T_{ai} , Δm_j und θ_j in Gl. 3.3-5 berechenbar, und Gl. 3.3-4 kann nach T_{mi} aufgelöst werden, so daß der Temperaturverlauf nach Gl. 3.3-3 vollständig bekannt ist. Es ist damit bereits auf der Grundlage der isothermen Rechnung möglich, die real zu erwartenden Temperaturschwankungen in den Zylinderräumen annähernd vorherzusagen. Ein praktischer Anwendungsfall ist hier z.B. die Schätzung von Startwerten für differentielle Berechnungsverfahren, die den stationären Zustand i.a. nur asymptotisch erreichen. Damit kann Rechenzeit gespart werden.

Darüber hinaus ist es von theoretischem Interesse, anhand des Temperaturverlaufs die Wärmeübergangsverhältnisse in diesen Räumen zwischen dem adiabaten und dem isothermen Grenzfall quantitativ in dimensionsloser Form einzuordnen. Betrachtet man dazu nochmals eine Gasmasse m unter den oben beschriebenen Bedingungen, so läßt sich aus dem ersten Hauptsatz ableiten:

$$\begin{aligned} \frac{c_v}{R} (p dV + V dp) &= \alpha A (T_W - T) dt - p dV \\ \frac{dV}{V} &= -\frac{c_v}{c_p} \frac{dp}{p} + \frac{\alpha A}{\omega m c_p} \left[\frac{T_W}{T} - 1 \right] d\varphi \\ &= - \left[\frac{c_v}{c_p} + \frac{R}{c_p} \frac{NTU (1 - K \cos \varphi)}{Y \sin \varphi} \left[\frac{1}{\theta} - 1 \right] \right] \frac{dp}{p} \end{aligned} \quad (3.3-9).$$

Im Vergleich mit der für eine polytrophe Kompression gültigen Beziehung

$$\frac{dV}{V} = -\frac{1}{n} \frac{dp}{p} \quad (3.3-10)$$

mit n als dem Polytropenexponenten zeigt sich, daß eine isotherme Kompression vorläge, wenn der Ausdruck

$$a' = \frac{NTU (1 - K \cos \varphi)}{Y \sin \varphi} \left[\frac{1}{\theta} - 1 \right] \quad (3.3-11)$$

konstant gleich 1 wäre, während der adiabate Fall bei $a' \equiv 0$ einträte. Da a' jedoch eine Funktion von φ ist, sind pauschale Vergleiche nur nach einer Mittelwertbildung über den Prozeßzyklus möglich:

$$a = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{NTU (1 - K \cos \varphi)}{Y \sin \varphi} \left[\frac{1}{\theta} - 1 \right] d\varphi$$

$$\approx \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{NTU (1 - K \cos \varphi)}{Y \sin \varphi} (1 - \theta) (2 - \theta) d\varphi = \frac{NTU^2}{NTU^2 + 1} \quad (3.3-12)$$

mit θ nach Gl. 3.3-8. Es läßt sich somit ein "effektiver Polytropenexponent"

$$n = \frac{c_p}{c_v + a \cdot R} \quad (3.3-13)$$

definieren. Wie hier nicht im einzelnen ausgeführt werden soll, kann man ein Kompressionsgesetz nach Gl. 3.3-10 mit n nach Gl. 3.3-13 für ein Gasvolumen herleiten, das zu einem Anteil a isotherm und ansonsten adiabat ist. Somit läßt sich a für einen aus isothermen und adiabaten Teilen zusammengesetzten Gasraum anschaulich als der isotherme Volumenanteil deuten.

Es liegt nahe, diese Betrachtungsweise auf den gesamten Gaskreisprozeß auszudehnen. Anhand von Gl. 3.1-3 ist zu erkennen, daß der Einfluß eines Volumens auf den Druckverlauf durch den Quotienten V_{mi}/T_i ausgedrückt wird. Die Definition einer Kenngröße a für den Gesamtprozeß sollte daher mit diesem Gewichtungsfaktor erfolgen:

$$a = \frac{\sum_i a_i \cdot V_{mi}/T_i}{\sum_i V_{mi}/T_i} \quad (3.3-14).$$

Dabei können die Größen a_i für Zylinderräume nach Gl. 3.3-12 berechnet und für Regeneratoren sowie - zum Vergleich mit der polytropen Berechnung - auch für Wärmeaustauscher und Toträume gleich 1 gesetzt werden. Nach Bestimmung von n gemäß Gl. 3.3-13 kann nun das Druckverhältnis auf der Grundlage des isothermen Modells vorhergesagt werden:

$$\frac{p_{\max}}{p_{\min}} = \left[\frac{p_{\max}}{p_{\min}} \right]_{\text{iso}}^n \quad (3.3-15).$$

Tabelle 3.3-1 zeigt die nach Gl. 3.3-15 aufgrund von Daten aus der isothermen Rechnung abgeschätzten Druckverhältnisse im Vergleich zu den durch die polytrope Rechnung tatsächlich ermittelten Werten. Dabei wurden als Beispiele Betriebszustände der in Abschnitt 5 näher beschriebenen Vuilleumier- Wärmepumpe und des von TEW, THIEME und MIAO (1979) detailliert beschriebenen GPU-3-Stirlingmotors von General Motors ausgewählt. Die Wärmeübergangskoeffizienten wurden dabei zwischen null und unrealistisch hohen Werten bewußt willkürlich variiert, um die Gültigkeit der abgeleiteten Näherung auch für diese extremen Fälle unter Beweis zu stellen. Insbesondere die Fälle mit teils adiabaten, teils nahezu

Tabelle 3.3-1: Isotherm und polytrop berechnete Druckverhältnisse im Vergleich zu den nach Gl. 3.3-15 abgeschätzten Werten

Maschine	$\frac{\alpha}{\text{kW/m}^2 \text{ K}}$				$\left[\frac{P_{\max}}{P_{\min}} \right]_{\text{iso}}$	n_{Pr}	$\frac{P_{\max}}{P_{\min}}$	$\left[\frac{P_{\max}}{P_{\min}} \right]_{\text{iso}}^{n_{\text{Pr}}}$	rel. Fehler %
	Gasraum	0	4	5					
VMWP	0	0	0	0	1.093	1.225	1.117	1.115	-2.0
	0	0	0	20	1.093	1.205	1.116	1.113	-2.6
	0	0	20	20	1.093	1.150	1.111	1.108	-2.7
	20	20	0	0	1.093	1.104	1.104	1.103	-0.4
	0	20	20	20	1.093	1.095	1.105	1.102	-2.0
	20	20	20	20	1.093	1.042	1.098	1.097	-0.1
GPU-3	0	0	-	-	1.826	1.214	2.011	2.077	3.3
	0	1000	-	-	1.826	1.153	1.957	2.002	2.3
	1000	0	-	-	1.826	1.047	1.872	1.878	0.3
	1000	1000	-	-	1.826	1.001	1.827	1.827	0.0
Betriebsdaten VMWP:					Betriebsdaten GPU-3:				
$\bar{p} = 50 \text{ bar, Helium}$					$\bar{p} = 41,3 \text{ bar, Wasserstoff}$				
$n = 200 \text{ min}^{-1}$					$n = 2500 \text{ min}^{-1}$				
$T_{\text{k}} = 0 \text{ }^{\circ}\text{C}$					$T_{\text{k}} = 15 \text{ }^{\circ}\text{C}$				
$T_{\text{w}} = 40 \text{ }^{\circ}\text{C}$					$T_{\text{h}} = 704 \text{ }^{\circ}\text{C}$				
$T_{\text{h}} = 500 \text{ }^{\circ}\text{C}$									

isothermen Zylinderräumen in einem Prozeß zeigen, daß die Mittelung von a gemäß Gl. 3.3–14 sinnvoll ist, da die Abweichungen zwischen dem polytrop berechneten und dem nach Gl. 3.3–15 vorhergesagten Druckverhältnis auch hier gering sind. Der Fehler der Abschätzung wächst mit dem Druckverhältnis und erreicht für den "adiabaten" GPU–3–Motor bei dem sehr hohen Druckverhältnis von ca. 2,0 etwa 3 %. Die Verbesserung der Vorhersage gegenüber dem ansonsten verfügbaren, unveränderten isothermen Druckverhältnis, das nur 1,826 beträgt, ist jedoch auch hier beträchtlich.

Am Vorzeichen der Abweichungen ist ein gewisser Einfluß des Prozeßtyps zu erkennen. Dies ist angesichts der Vereinfachungen bei der Herleitung der obigen Gleichungen, in die die Prozeßkonfiguration nicht konkret eingeht, verständlich. An dieser Stelle sollte darauf hingewiesen werden, daß der Temperaturverlauf nach Gl. 3.3–8 zwar bei der Herleitung von Gl. 3.3–12 benötigt wird, nicht jedoch für ihre Auswertung und die der darauf folgenden Gleichungen 3.3–14 und 3.3–15. Hierzu muß nur die dimensionslose Größe NTU bestimmt werden, so daß neben den bereits für die isotherme Rechnung benötigten Werten für ω , V_{mi} und T_i lediglich Abschätzungen für die Wärmeübergangskoeffizienten α und für die leicht bestimmbaren mittleren Gasmassen in den Zylinderräumen erforderlich sind.

Das gegenüber der isothermen Rechnung vergrößerte Druckverhältnis des polytropen Modells führt wegen der kaum veränderten Phasenlage auch zu entsprechend höheren indizierten Wärmemengen $Q_{ind,i}$. Zur Verbesserung der Vorhersage des Temperaturverlaufes im Zylinder gemäß Gl. 3.3–3 bietet es sich daher an, nach Kenntnis der Steigerung des Druckverhältnisses gemäß Gl. 3.3–15 die isothermen Abschätzungen für $Q_{ind,i}$ in Gl. 3.3–4 im gleichen Verhältnis zu erhöhen. Es sei nochmals betont, daß hierzu keine Iteration erforderlich ist, da Gl. 3.3–3 zur Auswertung von Gl. 3.3–15 nicht benötigt wird. In Bild 3.3–1 ist für den kalten Zylinderraum der Vuilleumier–Wärmepumpe gemäß Abschnitt 5 der nach dem polytropen Modell berechnete Temperaturverlauf bei verschiedenen Werten der Wärmeübergangskoeffizienten in den Zylindern den entsprechenden sinusförmigen Näherungen gegenübergestellt. Die Mittelwerte und Amplituden stimmen offensichtlich gut überein. Der zeitliche Verlauf zeigt im Bereich des Temperaturmaximums jedoch merkliche Abweichungen von der Sinusform, die von den Näherungslösungen zwangsläufig nicht wiedergegeben werden können. Sie werden durch das am Volumenminimum (bei 180° KW) gegenüber dem Mittelwert extrem veränderte Verhältnis von Austauschfläche zu Volumen sowie durch den ein- bzw. austretenden Gasmassenstrom verursacht. Trotz dieser Abweichungen liefert die sinusförmige Näherung (z.B. zur Schätzung von Iterationsstartwerten für aufwendigere Berechnungen) deutlich bessere Werte als sie sonst mit vergleichbarem Rechenaufwand erzielt werden können.

Die Größe a nach Gl. 3.3–14 bietet außerdem die Möglichkeit, Gaskreisprozesse hinsichtlich des Kompressionsverhaltens ihres Gasvolumens quantitativ einzustufen.

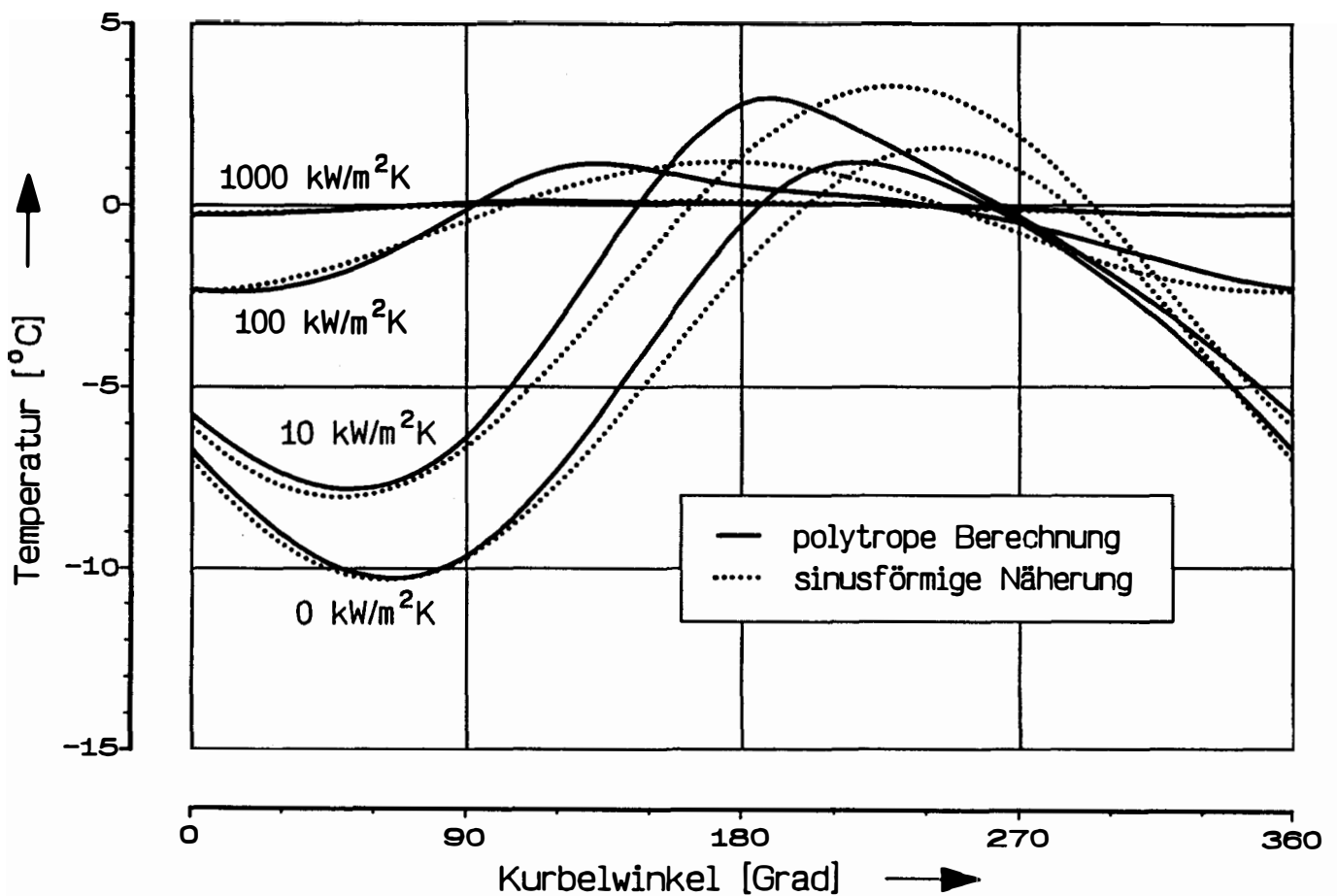


Bild 3.3-1: Temperaturverläufe im kalten Zylinderraum einer Vuilleumier – Wärmepumpe nach der polytropen Rechnung und sinusförmige Näherungen für verschiedene Wärmeübergangskoeffizienten.

3.4 Der Einfluß des Wärmeübergangs im Zylinder

Das polytrope Prozeßmodell bietet die Möglichkeit, diejenigen Verlustmechanismen näher zu untersuchen, die im Zusammenhang mit dem Wärmeübergang in den Zylinderräumen stehen. Zu ihrer Bewertung eignet sich die durch sie verursachte Entropieproduktion am besten, da dieses Kriterium unabhängig von einem unterschiedlich definierbaren, anwendungsabhängigen Wirkungsgrad ist.

Durch den Wärmeübergang im Zylinder kommt es zu einer Entropieproduktion gemäß

$$S_{irr,\alpha} = \left[\frac{1}{T} - \frac{1}{T_W} \right] \cdot \dot{Q} = \alpha \cdot A \frac{\left[\frac{T_W}{T} - 1 \right]^2}{T_W / T} \quad (3.4-1).$$

Sie verschwindet offensichtlich im adiabaten Grenzfall. Daß dann trotzdem nicht der Carnot-Wirkungsgrad erreicht wird, obwohl die übergehenden Wärmeströme in den als isotherm

angenommenen Wärmeaustauschern keine Entropieproduktion verursachen, hat seinen Grund in der irreversiblen Vermischung von Gasströmen unterschiedlicher Temperatur.

Einerseits kann Gas aus einem Wärmeaustauscher mit der konstanten Stromtemperatur T_j in einen Zylinderraum i einströmen, dessen Gastemperatur T_i sich i.a. von T_j unterscheidet (vergl. Bild 3.3–1). Andererseits kann Gas aus dem Zylinderraum in den Wärmetauscher strömen. Während die Stromtemperatur T_j jetzt gleich der aktuellen Zylinderraumtemperatur ist, wird jedes überströmende Massenelement wegen der isothermen Bedingungen abrupt auf die konstante Gas- und Wandtemperatur T_i des Wärmeaustauschers gebracht. In beiden Fällen kommt es zu einer Entropieproduktion gemäß

$$\dot{S}_{\text{irr},M} = \dot{m}_j c_p \left[\frac{T_j}{T_i} - \ln \frac{T_j}{T_i} - 1 \right] \quad (3.4-2).$$

Sie wird im adiabaten Grenzfall maximal, da die Amplituden der Zylinderraumtemperaturen und damit ihre Abweichungen von den Wandtemperaturen der angrenzenden Wärmeaustauscher dann am größten sind.

Erhöht man nun – ausgehend vom adiabaten Fall – die Wärmeübergangskoeffizienten im polytropen Modell, so kommt es wegen der zunehmenden Entropieproduktion gemäß Gl. 3.4–1 zunächst zu einer Verschlechterung des Wirkungsgrades, da die Vermischungsverluste nach Gl. 3.4–2 anfangs nur wenig zurückgehen. Erst nach Durchlaufen eines Minimums kommt es wegen der immer geringer werdenden Temperaturdifferenzen schließlich zu einem Anstieg des Wirkungsgrades, bis dieser asymptotisch den Carnot-Wert erreicht. Es soll nun im folgenden versucht werden, diese qualitativ bekannte Tatsache mit Hilfe der zuvor eingeführten Prozeßkenngröße a (Gl. 3.3–14) quantitativ in allgemeiner Form zu beschreiben.

Da a im adiabaten Fall bereits von den Volumen- und Temperaturverhältnissen im Prozeß abhängt (vgl. Gl. 3.3–14), ist es erforderlich, den möglichen Bereich bis zum isothermen Fall, d.h. $a = 1$, durch die Definition

$$x = \frac{a - a_{\text{ad}}}{1 - a_{\text{ad}}} \quad (3.4-3)$$

zu normieren. Dabei ist a_{ad} der Wert von a , der sich nach Gl. 3.3–14 ergibt, wenn a_i für alle Zylinderräume gleich null und für alle anderen Räume (wie sonst auch) gleich eins gesetzt wird. Der adiabate und der isotherme Grenzfall werden nun durch $x = 0$ bzw. $x = 1$ wiedergegeben.

Die beschriebenen Verlustmechanismen sind, wie sich mit der polytropen Berechnung bei gleichzeitiger (numerischer) Integration von Gl. 3.4–1 und Gl. 3.4–2 für alle relevanten Massenstromschnittstellen leicht durch eine Entropiebilanz zeigen läßt, die einzigen Entropieproduktionsmechanismen in diesem Modell, wenn man Reibungsverluste im Bereich der Getriebesimulation außer acht läßt. Um sie in prozeßunabhängiger Weise zu erfassen, bietet es sich an, sie auf den insgesamt vom Prozeß abgegebenen Entropiestrom \dot{S}_{ab} zu beziehen und eine Größe

$$s^* = \dot{S}_{irr}/\dot{S}_{ab} \quad (3.4-4)$$

zu definieren. Die Größe s^* kann Werte zwischen null (reversibler Fall) und eins (\dot{S}_{ab} entsteht ausschließlich durch Produktion, d.h. völlig irreversibler Fall,) annehmen. Sie wird, wie an Gl. 3.4–1 und Gl. 3.4–2 zu erkennen ist, von der Amplitude der Temperaturschwankungen in den Zylinderräumen abhängen. Dort gilt für den adiabaten Fall in guter Näherung

$$\left[\frac{T_{min}}{T_{max}} \right]_{ad} = \left[\frac{P_{min}}{P_{max}} \right]_{ad}^{R/c_p} \quad (3.4-5),$$

so daß eine Abhängigkeit der bezogenen Entropieproduktion s^* von dieser Größe zu erwarten ist. Bild 3.4–1 zeigt eine entsprechende Auftragung, bei der neben Betriebszuständen der bereits bei Bild 3.3–1 zugrundegelegten Maschinen auch zwei hypothetische Prozesse berechnet wurden. Variiert wurden insbesondere das Arbeitsgas (H_2 oder He) und die Betriebstemperaturen. Drehzahl und Druck haben im adiabaten Fall keinen Einfluß auf die dargestellten Größen. Es zeigt sich ein angesichts der sehr unterschiedlichen Prozeßkonfigurationen bemerkenswert einfacher Zusammenhang, der sich gut durch die Beziehung

$$s^*_{ad} = 0,8 \left[1 - \left[\frac{P_{min}}{P_{max}} \right]_{ad}^{R/c_p} \right] \quad (3.4-6)$$

wiedergeben läßt. Das Druckverhältnis des adiabaten Prozesses kann dabei ggf. unter Verwendung von a_{ad} über Gl. 3.3–15 bestimmt werden.

Insbesondere die Tatsache, daß sogar der Wechsel des Arbeitsgases lediglich eine Verschiebung der Punkte entlang der eingezeichneten Ausgleichsgeraden bewirkt, muß näher begründet werden. Man sieht an Gl. 3.4–2, daß $\dot{S}_{irr} \sim c_p$ ist, während \dot{S}_{ab} als proportional zur Summe der abgegebenen Wärmeströme ist und somit – zumindest nach der isothermen Rechnung, vgl. Gl. 3.1–9 und Gl. 3.1–4 – als proportional zu R anzunehmen ist.

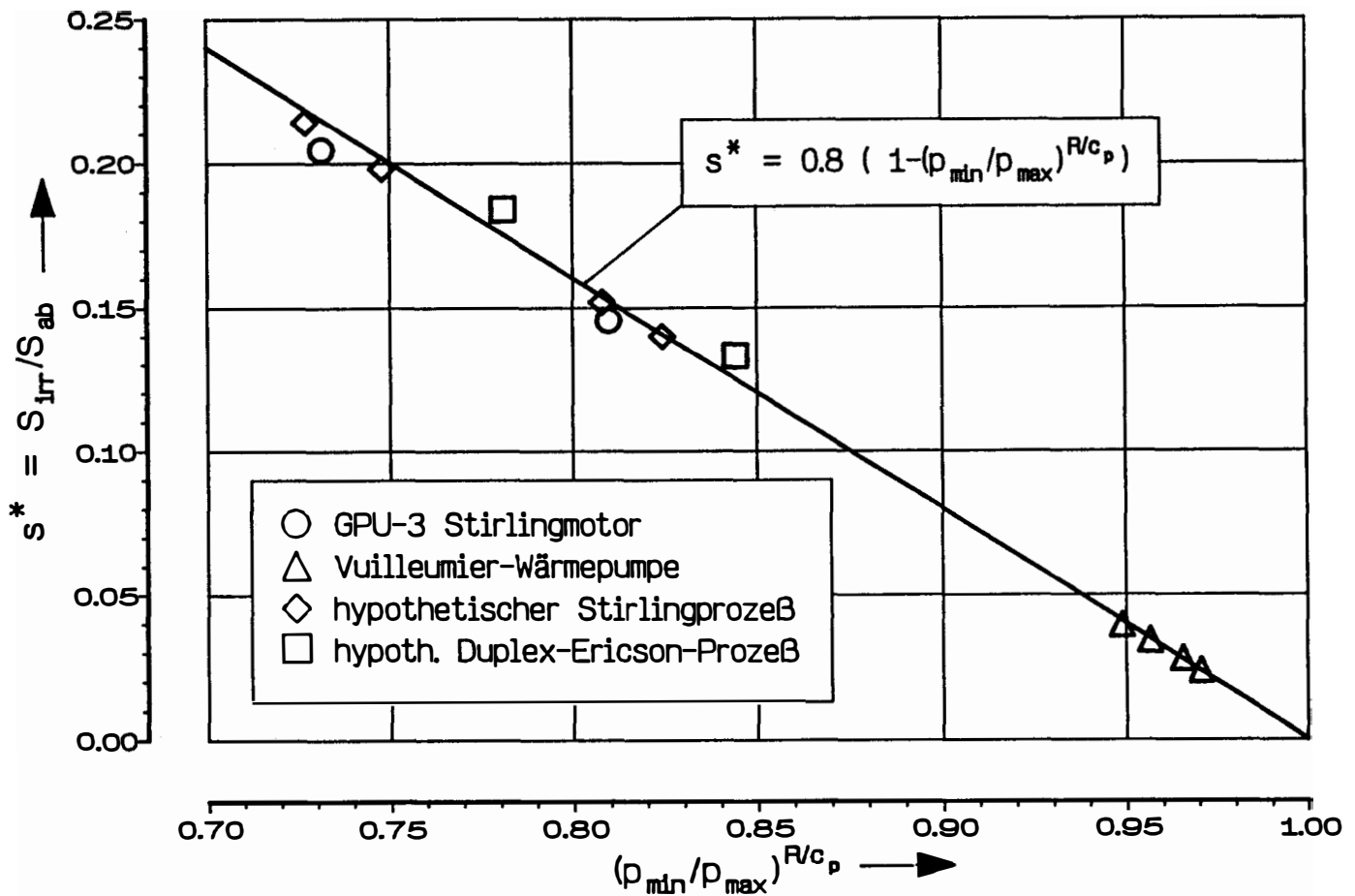


Bild 3.4-1: Dimensionslose Entropieproduktion s^* in Abhängigkeit vom Druckverhältnis für verschiedene Prozesse und Betriebszustände

Die gesamte Entropieproduktion könnte im adiabaten Fall durch Integration der Gleichung 3.4-2 für alle Schnittstellen bestimmt werden. Diese läßt sich mit der bereits im Anhang A1 benutzten Näherung $\ln x \approx \frac{1}{2} (x - \frac{1}{x})$ umformen zu

$$\dot{S}_{irr,M} \approx \dot{m} c_p \left[\frac{1}{2} \frac{T_j}{T_i} + \frac{1}{2} \frac{T_i}{T_j} - 1 \right] \quad (3.4-7).$$

Wegen der Symmetrie dieser Gleichung bezüglich T_i und T_j kann der Temperaturquotient ohne Berücksichtigung der Massenstromrichtung über den Prozeßdruck ausgedrückt werden, und man erhält

$$\dot{S}_{irr,M} \approx \dot{m} c_p \left[\frac{1}{2} \left[\frac{p}{p_1} \right]^{R/c_p} + \frac{1}{2} \left[\frac{p_1}{p} \right]^{R/c_p} - 1 \right] \quad (3.4-8)$$

und nach Linearisierung der Potenzausdrücke schließlich

$$\dot{S}_{\text{irr},M} \approx \frac{1}{2} \dot{m} R \left[\frac{p}{p_1} + \frac{p_1}{p} \right] \quad (3.4-9).$$

Dabei sei p_1 der Druck, bei dem $T_j \approx T_i$ ist. Man erkennt an dieser Abschätzung, daß zumindest für kleine Druckamplituden kein zusätzlicher Einfluß des Arbeitsgases über den Quotienten R/c_p zu erwarten ist.

Bezieht man nun schließlich die Größe s^* im nicht adiabaten Fall auf s_{ad}^* , so ergibt sich bei Auftragung über der Größe x nach Gl. 3.4-3 das in Bild 3.4-2 dargestellte Ergebnis. Hier wurden für verschiedene Betriebszustände der bereits erwähnten Maschinen die Wärmeübergangskoeffizienten zwischen null und sehr großen Werten variiert. Dabei zeigt sich mit geringfügigen Abweichungen stets der gleiche Verlauf, der sich durch die empirische Funktion

$$s^*/s_{\text{ad}}^* = (1 - x^3)^{0.39} \cdot (1 + 0.29 x^{0.26}) \quad (3.4-10)$$

wiedergegeben läßt. Da sich s_{ad}^* über Gl. 3.4-6 ermitteln läßt, besteht damit eine Möglichkeit, nach Bestimmung von a und a_{ad} nach Gl. 3.3-14 und der Größe x nach Gl. 3.4-3 die

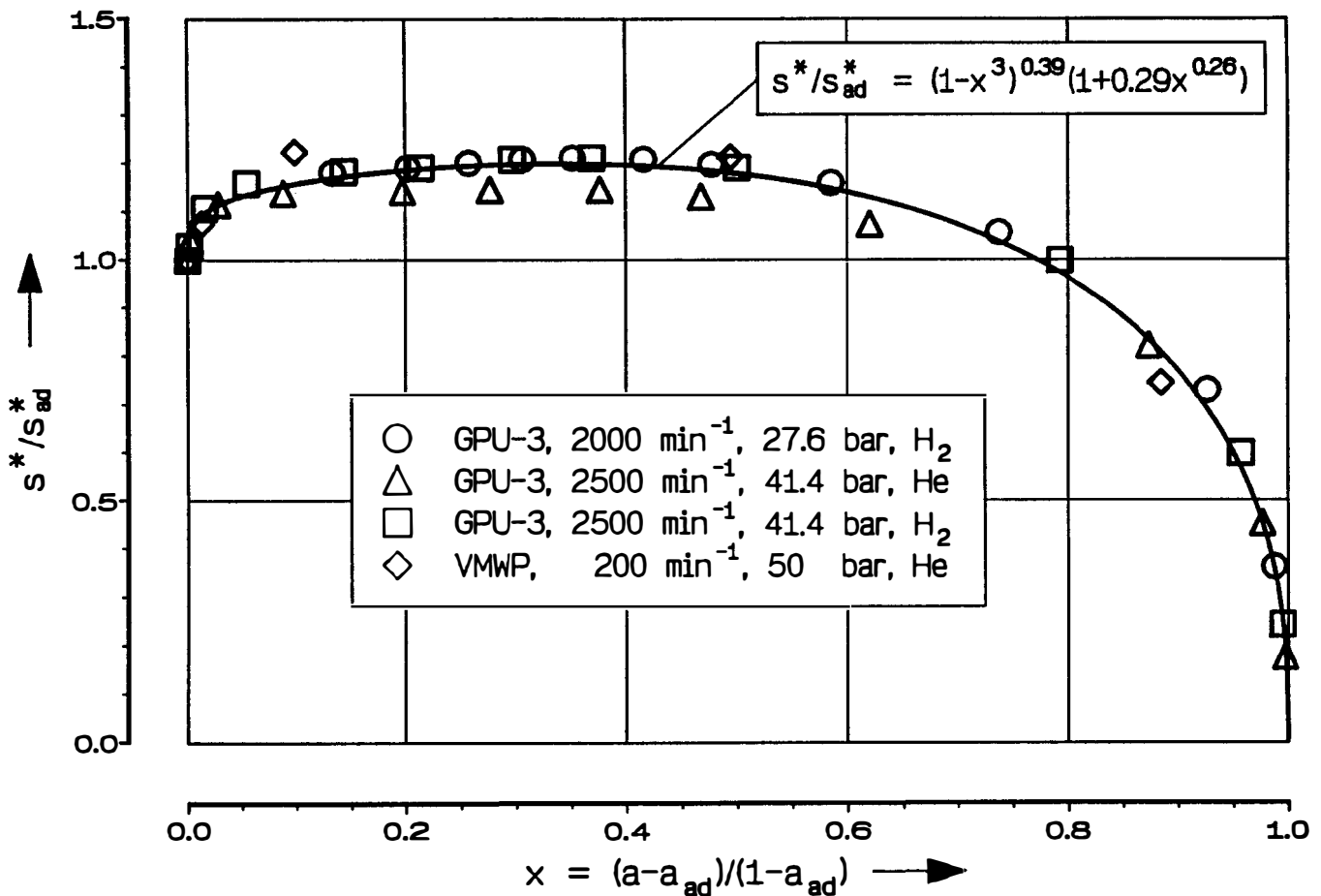


Bild 3.4-2: Dimensionslose, auf den adiabaten Grenzfall bezogene Entropieproduktion in Abhängigkeit von der Prozeßkenngröße x

Entropieproduktion durch die Verlustmechanismen des polytropen Modells auf der Grundlage der isothermen Rechnung quantitativ abzuschätzen.

Sie läßt sich in die Beziehungen für den Prozeßwirkungsgrad integrieren, so daß man z.B. für den Stirlingmotor

$$\eta = 1 - \frac{1}{1 - s^*} \frac{T_k}{T_h} \quad (3.4-11)$$

erhält. Da sich außerdem die Änderung der Leistungsdichte gegenüber dem isothermen Modell anhand der Steigerung des Druckverhältnisses (Gl. 3.3–15) abschätzen läßt, kann man somit die wesentlichen Ergebnisgrößen der polytropen Rechnung mit relativ geringem Rechenaufwand annähernd vorhersagen.

Diese Möglichkeit könnte insbesondere für die sogenannten Berechnungsverfahren "zweiter Ordnung" von Bedeutung sein. Hierzu zählt man neben dem polytropen Modell diejenigen Verfahren, die auf der Grundlage des isothermen Modells durch zusätzliche, weitgehend separate Berücksichtigung der verschiedenen Verlustmechanismen versuchen, das Betriebsverhalten realer regenerativer Maschinen zu simulieren.

Die in diesem Abschnitt behandelten und durch Gl. 3.4–10 wiedergegebenen Wärmeübergangs- und Vermischungsverluste stellen nur zwei von einer größeren Zahl bekannter Verlustmechanismen dar, zu denen insbesondere auch Reibungs- und Strömungsdruckverluste, thermische Regeneratorverluste, Wärmeleitungs- und Kolbenspaltverluste oder Wärmeübergangswiderstände in den bislang als isotherm angenommenen Wärmeaustauschern zu rechnen sind. Aus diesem Grunde liefert das polytrope Berechnungsverfahren auch noch keine realistischen Werte für die ausgetauschten Energieströme und die davon abhängenden thermischen Wirkungsgrade. Neben den in Abschnitt 3.2 erwähnten Einsatzgebieten eignet es sich zur gezielten Untersuchung der hier behandelten Verluste. Ebenso besteht die Möglichkeit, durch zusätzliche Berücksichtigung weiterer Verluste – ähnlich wie bei den auf dem isothermen Modell aufbauenden Verfahren zweiter Ordnung – die Wiedergabe des realen Prozeßverhaltens zu verbessern.

Dieser Weg soll hier nicht weiter besprochen werden. Stattdessen wird im folgenden ein Verfahren "dritter Ordnung" ebenfalls in allgemeiner Form für einen beliebigen, aus n Gasräumen aufgebauten Prozeß entwickelt. Man versucht dabei, den real ablaufenden Gaskreisprozeß einschließlich der auftretenden Verlustmechanismen möglichst detailliert durch Differentialgleichungen zu beschreiben und diese dann (numerisch) zu lösen.

Zu Bild 3.4–2 sei noch angemerkt, daß der Bereich des steilen Abfalls der Entropieproduktion bei Annäherung an den isothermen Grenzfall in der Praxis nur in Ausnahmefällen⁴ erreicht werden kann. Bei auf höheren Druckniveaus arbeitenden Maschinen mit entsprechender Leistungsdichte sind die Wärmeübergangsverhältnisse in den Zylinderräumen in Relation zu den auszutauschenden Wärmeströmen sehr schlecht, d.h. die Anzahl der Austauschereinheiten NTU in Gl. 3.3–6 wird sehr klein. Damit liegen die Prozeßkenngröße a und das daraus bestimmte x in der Nähe des adiabaten Falles. Es ist daher in der Regel sinnvoller, diesen Grenzfall durch gezielte Wärmeisolation der Zylinderwände anzustreben, denn andernfalls müßte nach Bild 3.4–2 mindestens $x \approx 0,8$ erreicht werden. Dazu sind bei normalen Zylinderoberflächen Wärmeübergangskoeffizienten in Größenordnung von $\alpha \approx 10^5 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ erforderlich, während praktisch nur Werte von einigen $10^3 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ erzielt werden können. In der Literatur wurden verschiedene Konstruktionen vorgeschlagen, bei denen durch Vergrößerung der Wärmeaustauschfläche und gleichzeitige Beeinflussung der Gasströmung zwecks Steigerung der α –Werte annähernd isotherme Zylinderräume realisiert werden sollen (z.B. EDER 1984). Diese in der englischsprachigen Literatur allgemein als "isothermalizer" bezeichneten Einbauten werden allerdings bislang nur wenig eingesetzt. Soweit dies nicht auf konstruktive oder fertigungstechnische Schwierigkeiten zurückzuführen ist, ist daher zu vermuten, daß es auch auf diese Weise schwierig ist, den Bereich $x > 0,8$ in Bild 3.4–2 zu erreichen.

⁴Solche Fälle werden z.B. bei sehr kleinen Stirlingmotoren im Modellmaßstab erreicht, besonders, wenn bei Luft als Arbeitsgas und atmosphärischem Mitteldruck die Leistungsdichte niedrig ist und das ohnehin schon günstige Oberflächen–Volumen–Verhältnis der Zylinder durch ein extrem niedriges Hub–Durchmesser–Verhältnis weiter gesteigert wird. Hier ist insbesondere auf entsprechende Konstruktionen von Senft (1984) und Kolin (1984, 1985) hinzuweisen.

4. Differentielles Berechnungsverfahren für Gaskreisprozesse

4.1 Modelle 3. Ordnung für Stirling– und Vuilleumier–Maschinen

Modelle 3. Ordnung sind i.a. dadurch gekennzeichnet, daß der Prozeß ohne Zuhilfenahme von Näherungen der bisher behandelten Art durch partielle Differentialgleichungen, die sich aus den Erhaltungssätzen für Masse, Energie und (teilweise mit Einschränkungen) Impuls ergeben, beschrieben wird. Bislang hat man sich dabei hinsichtlich der Ortskoordinaten stets auf den eindimensionalen Fall beschränkt. In dieser Richtung wird eine Einteilung in finite Elemente vorgenommen, und die Gleichungen werden in die entsprechende integrale Form gebracht. Das verbleibende gewöhnliche Differentialgleichungssystem in der Zeit ist dann – ggf. nach weiteren Vereinfachungen – numerisch zu integrieren.

Eine gute Übersicht über diese differentiellen Berechnungsverfahren für Stirlingmaschinen bis 1983 gibt URIELI (1979, 1983). Danach bietet sich eine weitere Unterteilung an in Verfahren, die neben Massen– und Energiebilanz auch die Impulsbilanz uneingeschränkt beachten, und solche, die lediglich den stationären Fall des Impulssatzes, d.h. keine Trägheits– und Beschleunigungseffekte, berücksichtigen.

Zur ersten Gruppe sind die von URIELI, RALLIS und BERCHOWITZ (1977), SCHOCK (1978) und GEDEON (1978) entwickelten Verfahren zu rechnen, zur zweiten Gruppe die nach FINKELSTEIN (1975), TEW, JEFFERIES und MIAO (1978), AZETSU, NAKAJIMA und HIRATA (1982), DE CICCIO (1983) und HADJ OBID (1985), sowie speziell für Vuilleumier – Maschinen eine Berechnungsmethode nach SHERMAN (1971) mit verhältnismäßig starken Vereinfachungen bei der Druckverlust– und Wärmeaustauscherberechnung, ein teilweise auf Methoden 2. Ordnung aufbauendes Verfahren von KUHLE, RICHTER und SCHULZ (1986a) sowie ein Verfahren von CARLSEN und ANDERSEN (1989), das ebenso wie das zuvor genannte ein Regeneratormodell mit linearem Temperaturprofil beinhaltet.

Abgesehen von dem letztgenannten Verfahren ist allen diesen mathematischen Prozeßmodellen gemeinsam, daß sie bei der Einteilung des Systems in finite Elemente ortsfeste (Eulersche) Koordinaten verwenden. Diese Methode bietet den Vorteil großer Übersichtlichkeit und erleichtert einen strukturierten, modularen Aufbau des Programms, was gerade hier bei der Erstellung eines verallgemeinerten Berechnungsverfahrens für unterschiedliche Prozeßkonfigurationen von besonderer Bedeutung ist. Allerdings ist das Differentialgleichungssystem in Euler–Koordinaten sehr steif und erfordert daher bei Verwendung üblicher Integrationsverfahren kurze Schrittweiten. Größere Schrittweiten erlauben u.U. einige implizite Verfahren, wie z.B. das von GEDEON (1978), jedoch steigt der Rechenaufwand pro Schritt wegen der dort erforderlichen Matrixinversion.

Die Einteilung in finite Elemente, insbesondere nach Eulerschen, aber auch nach Lagrange-schen Koordinaten wurde außerdem kritisiert, weil die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Infor-mationen – z.B. über Druck- oder Temperaturänderungen – durch $\Delta x/\Delta t$ gegeben ist mit Δx als der Breite des finiten Elementes und Δt als der Zeitschrittweite der Integration (ORGAN 1982). Tatsächlich erfolgt die Ausbreitung jedoch bei Druckänderungen mit Schallge-schwindigkeit, bei Temperaturänderungen aufgrund konvektiven Energietransportes dagegen (annähernd) mit der Gasströmungsgeschwindigkeit.

Im letztgenannten Fall kann durch Verwendung bewegter (Lagrangescher) Koordinaten der Fehler vermieden werden. Das Problem der falschen Ausbreitungsgeschwindigkeit von Druck-wellen läßt sich dagegen auch hier nicht lösen. Dies leistet die Methode der Charakteristiken, die sich allerdings mit der hier angestrebten modularen Programmierung praktisch kaum ver-einbaren läßt. Vereinfacht ausgedrückt werden hier bei der Auswertung einer Differentialglei-chung an der Stelle x die Zustände an den Punkten $x \pm s$ herangezogen mit $s = v \cdot \Delta t$ und v als der Ausbreitungsgeschwindigkeit der jeweiligen physikalischen Größe. Besonders, wenn in komplexen Prozessen bei Zugriff auf die Punkte $x \pm s$ nicht nur Gasraumgrenzen, sondern auch Gasstromverzweigungspunkte überschritten werden, ist mit erheblichen Schwie-rigkeiten zu rechnen. Für Stirlingmotoren wurden Modelle nach dieser Methode von LARSON (1982) und TAYLOR (1984) entwickelt. Lagrange-Koordinaten werden von MARTINI (1986) sowie teilweise (für die Wärmeaustauscher) von CARLSEN und ANDERSEN (1989) verwendet.

Finite Elemente werden generell als ideal durchmischt angenommen, d.h. alle intensiven Zustandsgrößen sind ortsunabhängig. Neben diesen Größen werden zur Auswertung der Diffe-rentialgleichungen jedoch auch die entsprechenden Werte an den Grenzen benachbarter Elemente benötigt. Da die (naheliegende) Verwendung arithmetischer Mittelwerte in vielen Fällen zu Instabilitäten führt, wurde mehrfach, z.B. von SCHOCK (1978) oder URIELI (1983), empfohlen, jeweils die Werte des "stromaufwärts" liegenden Elementes zu verwenden (sog. "upstream differencing"). URIELI (1980) weist jedoch auch darauf hin, daß diese Vorgehens-weise zu Fehlern – insbesondere bei der Simulation von Regeneratoren – führt, die nur durch eine hinreichend große Zahl finiter Elemente gering gehalten werden können.

Bei den zitierten differentiellen Verfahren fällt auf, daß besonders in letzter Zeit eine vereinfachte Impulsbilanz verwendet wurde. Der Grund ist neben der Vereinfachung des Gleichungs-systems vor allem eine erhebliche Verkürzung der Rechenzeit, denn die Gleichungen der exak-ten Impulsbilanz sind wegen der durchweg im Verhältnis zu den Absolutdrücken geringen Strömungsdruckverluste besonders steif und erfordern daher sehr kurze Integrationsschrittwei-ten. Auch in dem hier erstellten Verfahren werden daher solche Vereinfachungen benutzt, jedoch werden Beschleunigungseffekte trotzdem näherungsweise berücksichtigt.

Ein weiteres Problem, für das allerdings nur wenige Autoren ihr Lösungsverfahren nachvollziehbar beschreiben, ist das der langsamen, asymptotischen Einstellung des stationären Betriebszustandes. Ohne konvergenzbeschleunigende Maßnahmen müssen hierzu meist mehrere hundert Umdrehungen berechnet werden, was zu inakzeptablen Rechenzeiten führt. Die hier gefundene Lösung wird ebenfalls an späterer Stelle näher beschrieben. In diesem Zusammenhang sind jedoch noch Versuche erwähnenswert, das Problem völlig zu umgehen und sofort die stationäre, periodische Lösung zu finden. Zum einen ist dies die Darstellung aller zeitlichen Verläufe der Zustandsgrößen durch abgebrochene Fourierreihen (CHEN, GRIFFIN und WEST 1985), zum anderen der vollständige Ersatz der Differentialgleichungen durch integrierte Differenzgleichungen nach Wahl einer festen Zeitschrittweite. Damit ergeben sich die relevanten Zustandsgrößen für alle Punkte des so festgelegten Gitters in der x,t -Ebene als Lösung eines sehr komplexen, nichtlinearen Gleichungssystems, die numerisch gefunden werden muß (GEDEON 1986).

Um Vorgriffe auf Einzelheiten der Berechnung, die im folgenden beschrieben werden, zu vermeiden, werden die zitierten Veröffentlichungen hier nicht eingehender behandelt. Stattdessen wird an entsprechender Stelle nochmals auf die in diesem Abschnitt zusammenfassend dargestellte Literatur verwiesen.

Nach der Einteilung in finite Elemente, die in den einzelnen Gasräumen unterschiedlich dicht sein kann, ist der Zustand des betrachteten Systems zu einem Zeitpunkt t durch Angabe einer gewissen Anzahl physikalischer Größen je Element eindeutig festgelegt. Nach der Gibbschen Phasenregel sind dies zwei für den Zustand des Arbeitsgases (z.B. Masse und Temperatur), unter bestimmten vereinfachenden Annahmen genügt auch bereits eine. Hinzu kommt in fast allen Gasräumen die Temperatur der an Wärmeaustauschprozessen beteiligten Oberflächen, z.B. die der Regeneratormatrix oder der Innenwände der Wärmeaustauscher und Zylinderräume. Falls der Impulserhaltungssatz uneingeschränkt berücksichtigt werden soll, sind noch die Gasmassenströme als systembeschreibende Größen zu nennen, und schließlich sind auch noch eine oder mehrere kinematische Variable zur Beschreibung der aktuellen Kolbenpositionen und -geschwindigkeiten erforderlich. Alle diese Systemgrößen können als ein Vektor y aufgefaßt werden, und die Aufgabe besteht nun darin, die Ableitung

$$\frac{d y}{d t} = f(y, t)$$

zu ermitteln und das Differentialgleichungssystem mit einem geeigneten numerischen Verfahren zu integrieren. Dies wird im folgenden dargestellt, wobei die Besonderheiten des hier entwickelten Verfahrens im Vordergrund stehen werden¹.

¹Die Realisierung des Berechnungsverfahrens in Form eines FORTRAN-Programms wird hier nicht behandelt. Sie ist im Anhang A3 dokumentiert.

4.2 Kinetische Beziehungen

Entgegen den bisherigen Darstellungen hat sich statt der Zeit t der Kurbelwellenwinkel φ als geeignete unabhängige Integrationsvariable erwiesen. Soweit bekannt, gehen die in Abschnitt 4.1 zitierten Verfahren von einer konstanten Winkelgeschwindigkeit ω aus, so daß φ und t proportional sind und so der Unterschied fast bedeutungslos wird. Aus persönlichen Mitteilungen und eigenen Erfahrungen ist jedoch bekannt, daß in einer Reihe von Fällen – speziell bei Stirlingmotoren – das erforderliche Trägheitsmoment des Schwungrades unterschätzt wurde und dieses nachträglich vergrößert werden mußte. Die durch die oft erheblichen Kompressions- und Expansionskräfte bedingten Unrundheiten im Lauf sind also keineswegs vernachlässigbar. Aus diesem Grunde wurde die Winkelgeschwindigkeit ω als zusätzliche Systemvariable in das Differentialgleichungssystem aufgenommen. Ihre Ableitung nach φ lautet

$$\frac{d\omega}{d\varphi} = \frac{-\frac{1}{\omega} P_{\text{ind}} + M - \omega^2 \sum m_i \left[\frac{ds_i}{d\varphi} \right] \left[\frac{d^2s_i}{d\varphi^2} \right] - \sum m_i g_i \frac{ds_i}{d\varphi}}{\omega \left[I + \sum m_i \left[\frac{ds_i}{d\varphi} \right]^2 \right]} \quad (4.2-1).$$

Dabei ist P_{ind} die vom Prozeß aufgenommene bzw. abgegebene ($P_{\text{ind}} < 0$) indizierte Leistung, die sich bei Kenntnis der Drücke p_k in den Zylinderräumen V_k gemäß

$$\frac{1}{\omega} P_{\text{ind}} = - \sum_k p_k \frac{dV_k}{d\varphi} \quad (4.2-2)$$

berechnen läßt. Mit M wird das auf die Welle wirkende äußere Drehmoment bezeichnet. Ist die Maschine z.B. an einen Drehstromasynchronmotor gekoppelt, der ggf. auch generatorisch arbeiten kann, so gilt

$$M = -k (\omega - \omega_D) \quad (4.2-3)$$

mit k als der Kennliniensteilheit des Motors und ω_D als der Kreisfrequenz des Drehfeldes. Die Größe I in Gl. 4.2-1 bezeichnet das Trägheitsmoment der rotierenden Getriebeteile, m_i die Massen der Kolben und der gemeinsam mit ihnen translatorisch bewegten Teile, s_i die Position der Kolben und g_i die in Richtung des Kolbens i wirkende Komponente der Erdbeschleunigung.

Gl. 4.2-1 gilt unabhängig von der Bauart des zur Kolbenführung verwendeten Getriebes. Dessen kinematische Eigenschaften gehen lediglich in die Ableitungen $ds_i/d\varphi$ und $d^2s_i/d\varphi^2$ ein und sind für jeden Getriebetyp allein über geometrische Beziehungen herzuleiten. Damit bietet sich die Möglichkeit, unterschiedliche Getriebetypen auf einfache Weise modular in das

Die Beziehung für die Ortskurven der Punkte A und B lassen sich verhältnismäßig einfach unter Verwendung komplexer Zahlen darstellen. Bei Definition des Nullpunktes und der Maße wie in Bild 4.2-1 erhält man

$$z(\varphi) = r \cdot e^{i\varphi} - a_j \cdot e^{i(\alpha_j + \gamma)} \cdot \frac{h(g + re^{i\psi})}{g^2 + r^2 - 2gr \cos \psi} \cdot \left[\frac{s}{h} - E + C \cos \psi + i \sqrt{1 - (E - C \cos \psi)^2} \right] \quad (4.2-4)$$

mit

$$g = \sqrt{x^2 + y^2} \quad ,$$

$$E = (s^2 + h^2 - g^2 - r^2) / 2sh \quad ,$$

$$C = gr/sh \quad ,$$

$$\gamma = \arctan y/x$$

und

$$\psi = \varphi - \gamma \quad (j = 1, 2) .$$

Man erkennt an dieser Beziehung, daß die Phasenverschiebung der annähernd sinusförmigen Hubfunktionen durch die Betragssumme der Jochwinkel α_1 und α_2 gegeben ist. In Bild 4.2-2 und Bild 4.2-3 sind die Ortskurven der Punkte A und B in starker seitlicher Spreizung für zwei Fälle dargestellt, die das Ergebnis mathematischer Optimierungen² mit der Nebenbedingung $|\alpha_1| + \alpha_2 = 90^\circ$ sind. Aus Gründen der Reproduzierbarkeit wurden die zugehörigen Abmessungen genauer angegeben, als es aus fertigungstechnischer Sicht sinnvoll wäre. Es stellte sich heraus, daß besonders günstige Fälle bei $\alpha_1 \approx \pm 45^\circ$ sowie bei $\alpha_1 \approx -60^\circ$ und $\alpha_2 \approx 30^\circ$ vorliegen. Die Punkte A, S und B liegen stets nahezu auf einer Geraden, und die Größe E in Gl. 4.2-4 ist annähernd null. Man sieht in Bild 4.2-2 und 3, daß die Seitenauslenkung des Lagerpunktes B mit ca. 0,5 mm bzw. 45 μm so gering ist, daß auf ein bewegliches Lager des Pleuels im Kolben sogar dann verzichtet werden kann, wenn es sich um einen Verdränger handelt, der aus Gründen der Wärmeisolation relativ zum Hub lang gebaut ist. Selbst im Fall des Punktes A wird eine entsprechende Kippbewegung des Kolbens oft zugelassen (z.B. ROSS 1985).

²Es handelt sich um rein kinematische Optimierungen der seitlichen Auslenkung ohne Berücksichtigung von Lagerkräften, wie sie von Doige und Walker (1986) für einen speziellen Fall untersucht wurden.

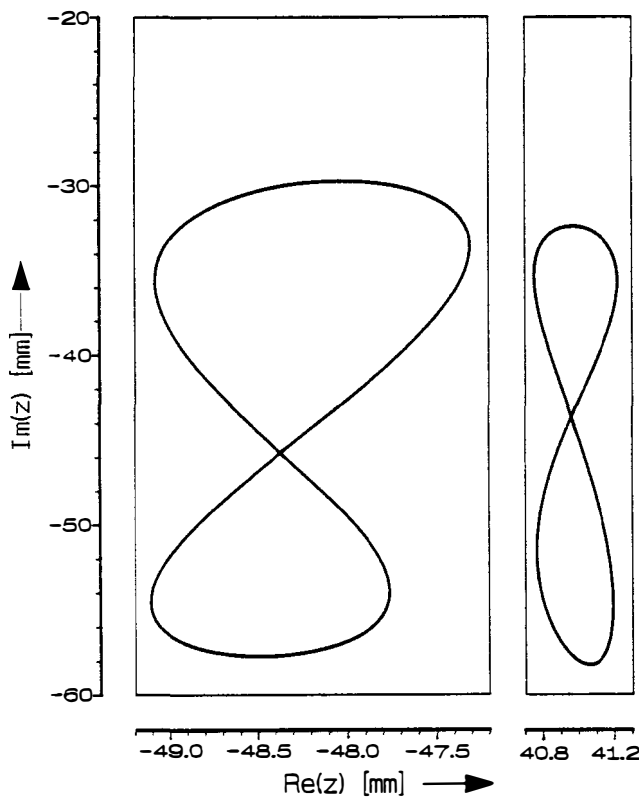


Bild 4.2-2:

Ortskurven der Lagerpunkte A und B für

- $r = 9,525 \text{ mm}$ $a_1 = 65,90 \text{ mm}$
- $x = 91,46 \text{ mm}$ $a_2 = 61,73 \text{ mm}$
- $y = 45,46 \text{ mm}$ $\alpha_1 = -46,62^\circ$
- $h = 90,75 \text{ mm}$ $\alpha_2 = 43,38^\circ$
- $s = 45,60 \text{ mm}$

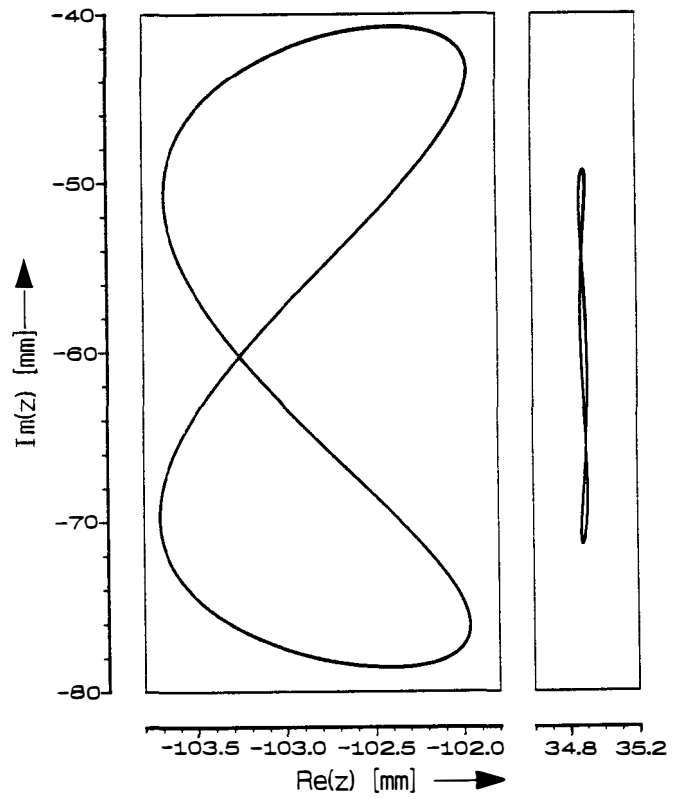


Bild 4.2-3:

Ortskurven der Lagerpunkte A und B für

- $r = 9,525 \text{ mm}$ $a_1 = 119,64 \text{ mm}$
- $x = 102,72 \text{ mm}$ $a_2 = 69,95 \text{ mm}$
- $y = 60,27 \text{ mm}$ $\alpha_1 = -59,97^\circ$
- $h = 103,04 \text{ mm}$ $\alpha_2 = 30,03^\circ$
- $s = 60,43 \text{ mm}$

Auch für diesen relativ komplizierten Fall lassen sich Ausdrücke für die in Gl. 4.2-1 benötigten Ableitungen $ds/d\varphi$ und $d^2s/d\varphi^2$ herleiten, wenn auch ihre Auswertung rechnerisch aufwendig wird. Damit ist auch hier die mathematische Simulation von Drehzahlschwankungen möglich. Einschränkend muß hinzugefügt werden, daß in Gl. 4.2-1 keine Reibungskräfte berücksichtigt sind, und nur die Trägheit der mit den Kolben bewegten Massen und von mit der Welle rotierenden Teilen eingeht. Letzteres ist vertretbar, solange die Massen der übrigen Getriebeteile im Verhältnis zu diesen klein sind. Die Erfassung von Reibungskräften (z.B. an den Kolbendichtungen) wäre mathematisch leicht möglich, scheitert jedoch daran, daß sie meist nicht zuverlässig zu berechnen sind.

Diese schwer bestimmbareren Kräfte haben besonders bei der Simulation freischwingender Kolben große Bedeutung, da hier nicht nur die mechanische Energiebilanz, sondern auch der

Bewegungsablauf betroffen ist. Die realistische Berechnung von Freikolbenmaschinen erfordert daher viel praktische Erfahrung. Hier ist insbesondere auf WALKER und SENFT (1985) und BERCHOWITZ (1986) zu verweisen.

Grundsätzlich können freischwingende Kolben sehr einfach in die Berechnung eingebunden werden, da die übrigen Abschnitte des Verfahrens nur Informationen über die aktuellen Kolbenpositionen s_k und ihre ersten Ableitungen $ds_k/d\varphi$ benötigen, um daraus die Größe der Zylinderräume sowie deren Ableitung zu bestimmen. Ob diese Größen über kinematische Gleichungen unmittelbar aus dem Kurbelwinkel φ oder durch Integration der die Kolbenbewegung beschreibenden Differentialgleichung gewonnen wurden, ist dabei ohne Bedeutung. Diese Differentialgleichung geht aus einer Kräftebilanz hervor und ist formal auswertbar, da die Gasraumdrücke für jeden Winkel φ ohnehin stets bestimmt werden. Die Berechnung von Freikolben ist somit einfach durch Anwählen eines anderen Unterprogramms möglich.

4.3 Berechnung der Gasmassenströme

Die Massenströme an den Grenzen eines jeden finiten Elementes müssen zur Auswertung der Massen- und Energiebilanz bekannt sein. Die Kenntnis des Massenstroms innerhalb eines Elementes ist dagegen von geringerer Bedeutung. Außerdem ist für die Elementgrenzen der Druckgradient leicht aus der Differenz der Drücke in beiden Elementen zu bestimmen. Daher schlägt u.a. URIELI (1979) die Verwendung von zur Hälfte überlappten Elementen für Energie- und Massenbilanz einerseits und Impulsbilanz, d.h. Massenstromberechnung, andererseits vor. Bei uneingeschränkter Einbeziehung des Impulssatzes sind die Massenströme an den Grenzen in den Systemgrößenvektor \mathcal{Y} aufzunehmen. Ihre Ableitung nach der Zeit bzw. nach dem Winkel, $d\dot{m}/d\varphi = \omega^{-1} \cdot d\dot{m}/dt$, ergibt sich aus der Impulsbilanz. Da die Druckunterschiede zwischen benachbarten Elementen im Verhältnis zum Absolutdruck sehr gering sind, kommt es hier bei der Differenzbildung zu einer extremen Fehlerfortpflanzung, die letztlich zu den schon beschriebenen Instabilitäten führt.

Es wurde daher ein innerhalb eines Gasraumes örtlich konstanter Druck angenommen. Diese Modellvorstellung ist in Bild 4.3-1 dargestellt. Die Gasströmung zwischen den Mitten der Gasräume $i-1$ und i wird durch die instationäre Bernoulli - Gleichung

$$p_{i-1} + \frac{\rho_{i-1}}{2} u_{i-1}^2 = p_i + \frac{\rho_i}{2} u_i^2 + \frac{d\dot{m}_i}{dt} \sum_k \frac{l_k}{A_k} + \Delta p_V \quad (4.3-1)$$

beschrieben. p , ρ und u seien dabei Druck, Dichte und Geschwindigkeit des Gases in der Mitte des Gasraumes, A_k die auf den Weglängen l_k jeweils konstanten Strömungsquerschnittsflächen zwischen den Gasraummitten und \dot{m}_i der Massenstrom an der Schnittstelle i ,

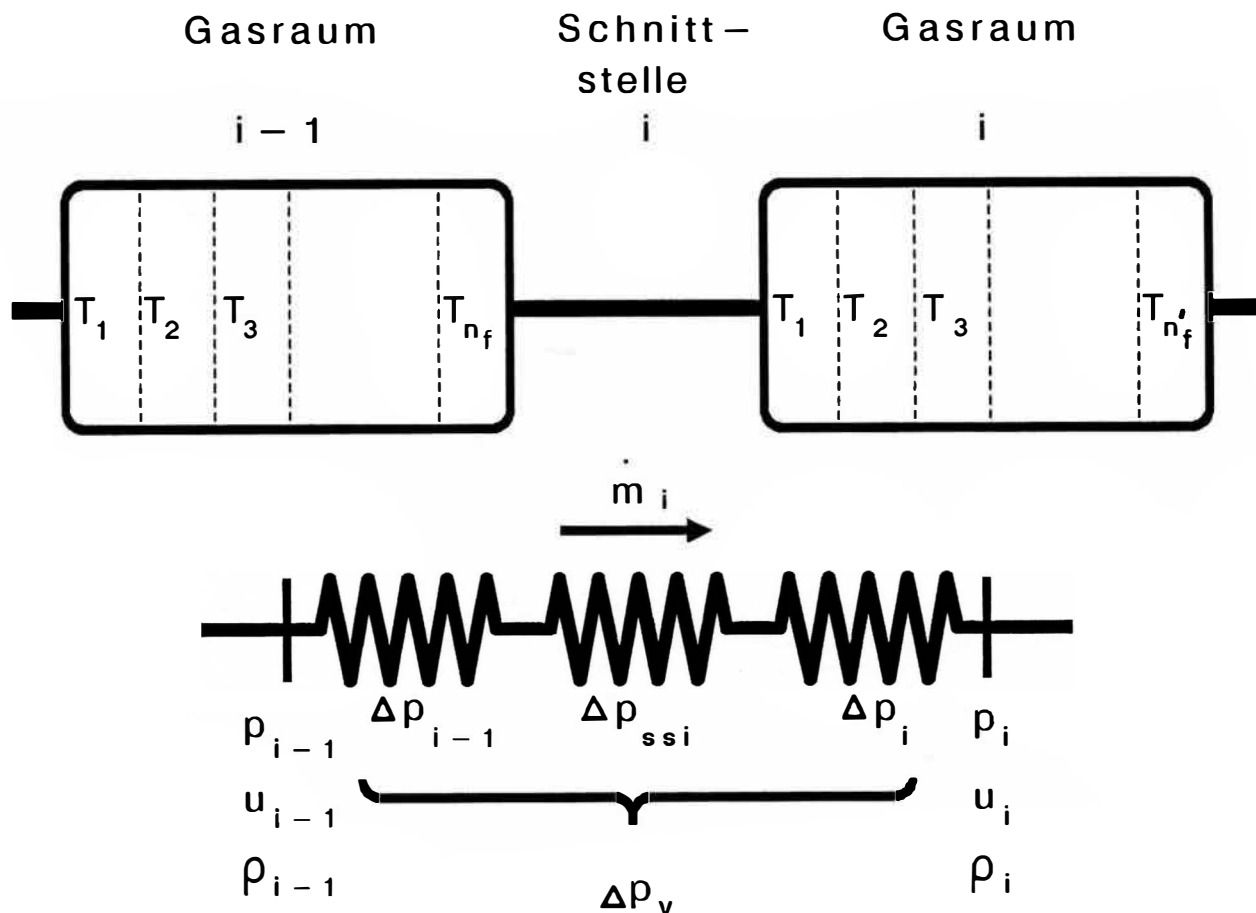


Bild 4.3-1: Modell zur Massenstromberechnung

der vereinfachend auch zur Auswertung der Korrelationen für die Strömungsdruckverluste Δp_{i-1} und Δp_i der Apparatehälften verwendet wird. Zusätzliche Druckverluste Δp_{ssi} im Bereich der Schnittstelle – z.B. durch unstetige Erweiterungen oder Verengungen – werden durch entsprechende Beiwerte ξ beschrieben, d.h. $\Delta p_{ssi} = \frac{1}{2} \rho u^2 \cdot \sum \xi$. In diesem Modell brauchen nur die Massenströme an den Schnittstellen als Systemvariable geführt werden, ihre Ableitungen ergeben sich dann aus Gl. 4.3-1. Allerdings ist auch dieses Gleichungssystem noch sehr steif, und es wurde daher ein anderer Lösungsweg gewählt:

Innerhalb des gesamten Berechnungsverfahrens wird zwecks Schätzung von Startwerten vor dem differentiellen Verfahren zunächst eine isotherme und dann eine polytrope Rechnung nach Abschnitt 3 durchgeführt. Da letztere bereits mit der in Abschnitt 4.2 beschriebenen Getriebesimulation arbeitet, ist die Übereinstimmung der Massenströme mit denen des differentiellen Modells noch besser als schon bei der isothermen Rechnung.

Massenströme entstehen einerseits durch Verschiebung des Gases aufgrund von Kolbenbewegungen, andererseits aber auch durch Druckänderungen des Gases in den einzelnen Räumen, deren Größe ggf. von den Kolbenpositionen abhängt. Es ist also ein Zusammenhang der Form

$$\frac{1}{\omega} \dot{m}_i = a_0 + \sum_{i=1}^m a_i \frac{ds_i}{d\varphi} + \frac{dp}{d\varphi} \left[b_0 + \sum_{i=1}^m b_i \cdot s_i \right] \quad (4.3-2)$$

zu erwarten. Für den Druck p kann in Anlehnung an Gl. 3.1–3

$$p = \frac{1}{c_0 + \sum_i c_i s_i} \quad (4.3-3)$$

angenommen werden und somit

$$\frac{dp}{d\varphi} = \frac{-\sum c_i ds_i/d\varphi}{(c_0 + \sum c_i s_i)^2} \quad (4.3-4).$$

Dabei bedeuten m die Anzahl der Kolben und a_i , b_i und c_i Konstanten, die mit Hilfe einer multiplen Regression zunächst für Gl. 4.3–3, dann mit Gl. 4.3–4 für Gl. 4.3–2 an die polytrop berechneten Verläufe angepaßt werden. Diese Vorgehensweise hat gegenüber einer Korrelation über φ eine bessere theoretische Grundlage und liefert sogar bei übersteuerten und harmonisch schwingenden Freikolben, deren differentiell berechnete Hubbewegungen i.a. von denen des polytropen Modells abweichen, noch gute Ergebnisse.

Zu Beginn der Auswertung des Differentialgleichungssystems können mit den nach Gl. 4.3–2 bestimmten Massenströmen die meist nichtlinearen Korrelationen zur Berechnung der Druckverlustbeiwerte ausgewertet werden. Die Ableitung $\dot{m}/d\varphi$ in Gl. 4.3–1 kann näherungsweise durch einen Differenzenquotienten unter Verwendung des Ergebnisses des letzten Integrations-schrittes oder auch durch die erste Ableitung von Gl. 4.3–2 ersetzt werden. Da \dot{m} ansonsten nur noch in die Staudruckterme $\frac{1}{2} \rho u^2$ eingeht, läßt sich Gl. 4.3–1 als quadratische Gleichung nach dem Massenstrom auflösen, der damit keine Systemvariable mehr ist, sondern aus φ und \mathcal{Y} bestimmt werden kann. Wird die Abweichung zwischen dem nach Gl. 4.3–2 abgeschätzten und dem tatsächlichen Massenstrom zusätzlich gespeichert und bei der nächsten Auswertung des Gleichungssystems zur Korrektur der anfänglichen Schätzung verwendet, so erhöht sich die Stabilität der Integration deutlich. Probleme treten jedoch nach wie vor bei sehr kleinen Gasräumen, also z.B. auch bei Zylinderräumen in der Nähe des Minimums auf, ferner bei Rechnungen mit übersteuerten Freikolben zum Zeitpunkt des Kolbenanschlages an den Endpositionen, wo es zu starken numerischen Schwingungen kommt. Qualitativ kann man hier einen Vergleich zu den dann entstehenden Druckwellen ziehen, allerdings ist deren Ausbreitung aus den weiter oben diskutierten Gründen nicht realistisch wiederzugeben.

Die Annahme eines örtlich konstanten Druckes in einem Gasraum i erleichtert die Auswertung der Bilanzen für das einzelne finite Element. Neben dem Druck p_i oder der ihm äquivalenten inneren Energie

$$U_i = \frac{c_v}{R} p_i V_i \quad (4.3-5)$$

genügt die Angabe einer weiteren Größe für jedes finite Element k , also z.B. der Temperatur T_k oder der Gasmasse m_k , um den Zustand des Gases zu beschreiben. Die Zahl hierzu erforderlicher Systemgrößen reduziert sich also von $2 \cdot n_f$ auf $n_f + 1$ pro Gasraum mit n_f als Anzahl finiter Elemente.

Nach Bestimmung der Massenströme an den Gasraumgrenzen über Gl. 4.3-2 sind diese für die Grenzen zwischen den Elementen sukzessiv über Energiebilanzen zu bestimmen. Definiert man die positive Richtung vom ersten zum n_f -ten Element, so gilt für das Element j

$$\dot{m}_{k+} \cdot c_p \cdot T_{s,k+} = \dot{m}_{k-} \cdot c_p \cdot T_{s,k-} + \dot{Q}_k - \frac{dU_k}{dt} \quad (4.3-6).$$

Beginnt man mit dem ersten Element, so ist der Massenstrom \dot{m}_{k-} an der unteren Grenze jeweils bekannt. Der mit festen Oberflächen ausgetauschte Wärmestrom \dot{Q}_k ergibt sich unter Verwendung entsprechender Korrelationen für den Wärmeübergang aus der jeweiligen Temperaturdifferenz, wobei zur Berechnung einer Reynoldszahl o.ä. näherungsweise ein zwischen den Gasraumgrenzen linear interpolierter Massenstrom verwendet wird. Für alle Gasräume außer den Zylinderräumen, die als ideal durchmischte angenommen und daher nicht in finite Elemente unterteilt werden, gilt $V_i = \text{const.}$, so daß man bei Differentiation von Gl. 4.3-5 erkennt, daß die Ableitung der inneren Energie volumenproportional ist und somit

$$dU_k = \frac{1}{n_f} \cdot dU_i \quad (4.3-7)$$

gilt. dU_i ergibt sich wiederum aus der Gesamtbilanz für den Gasraum i ,

$$\frac{dU_i}{dt} = \sum_{k=1}^{n_f} \dot{Q}_k + \dot{m}_{i-1} c_p T_{s,i-1} - \dot{m}_i \cdot c_p T_{s,i} \quad (4.3-8).$$

Gl. 4.3-6 ist somit nach dem unbekanntem Massenstrom \dot{m}_{j+} an der Grenze "stromabwärts" aufzulösen, wenn die Stromtemperaturen an den Elementgrenzen, $T_{s,k-}$ und $T_{s,k+}$, sowie an den Apparategrenzen, $T_{s,i-1}$ und $T_{s,i}$, bekannt sind. Ihre Bestimmung stellt das eigentliche Problem dar, da es u.U. zu den schon in Abschnitt 4.1 erwähnten Instabilitäten kommen kann. Sie wird im Zusammenhang mit den einzelnen Gasraumtypen in den folgenden Abschnitten behandelt.

Die Bilanz für das n_f -te Element liefert wegen der linearen Abhängigkeit der Gleichungen 4.3–6 und 4.3–8 zwangsläufig den Massenstrom \dot{m}_i und kann daher entfallen. Die Ableitung der Gastemperaturen T_k läßt sich nach Bestimmung von \dot{m}_{j+} leicht aus

$$\frac{dT_k}{dt} = \frac{T_k}{U_k} \left[\frac{dU_k}{dt} - c_v T_j (\dot{m}_{k-} - \dot{m}_{k+}) \right] \quad (4.3-9)$$

berechnen, so daß die Differentiale der den Gaszustand beschreibenden Systemgrößen U_i und T_k ($k=1, \dots, n_f$) für den Gasraum i bekannt sind.

Wegen der zuvor erwähnten, in bestimmten Fällen auftretenden Probleme bei der Bestimmung der Massenströme über Gl. 4.3–1 wurde die hier für einen Gasraum dargestellte Vereinfachung teilweise auf den Gesamtprozeß erweitert, indem zur Berechnung der Massenströme zu einem Zeitpunkt t näherungsweise eine ortsunabhängige Ableitung dp_m/dt angenommen wurde, ähnlich wie von URIELI und BERCHOWITZ (1984). Die Drücke p_i in den Gasräumen sind dabei jedoch nicht gleichgesetzt, da sonst große Fehler bei der Berechnung der Volumenänderungsarbeit aufträten. Trotzdem wird als Bezugsgröße ein örtlich gemittelter Druck

$$p_m = \frac{R m_{ges}}{\sum V_k / T_k} \quad (4.3-10)$$

definiert, wobei die Summe über alle diskreten Volumenelemente des Prozesses zu bilden ist und m_{ges} die gesamte Gasmasse in allen Räumen bedeutet. Das veränderte Verfahren läuft damit wie folgt ab:

Die Wärmeströme \dot{Q}_k und damit $\dot{Q}_i = \sum \dot{Q}_k$ werden für alle Gasräume – ggf. unter Verwendung von Massenströmen nach Gl. 4.3–2 – ermittelt. Die Drücke in den Gasräumen werden zunächst in sehr guter Näherung gemäß

$$p_i = p_m + \Delta p_i \quad (4.3-11)$$

mit Δp_i als der im vorhergehenden Rechenschritt ermittelten Differenz $p_i - p_m$ berechnet. Die Gesamtenergiebilanz des Prozesses ergibt dann

$$\begin{aligned} dU_{ges} &= \sum_i \left[dQ_i - p_i dV_i \right] = \frac{c_v}{R} \sum_i (p_i dV_i + V_i dp_i) \\ &\approx \frac{c_v}{R} \left[\sum_i p_i dV_i + V_{ges} dp_m \right] \end{aligned} \quad (4.3-12)$$

und somit

$$dp_m = \frac{R}{c_v} \cdot \frac{1}{V_{ges}} \left[\sum_i dQ_i - \frac{c_p}{R} \sum_i p_i dV_i \right] \quad (4.3-13).$$

Für einen einzelnen Gasraum i gilt analog

$$dU_i = \frac{c_v}{R} (p_i dV_i + V_i dp_m) = dQ_i - p_i dV_i + \sum_j a_{ij} dH_j \quad (4.3-14)$$

mit dH_j als der Enthalpie des in der Zeit dt über Schnittstelle j strömenden Gases. Es folgt mit Gl. 4.3-13

$$\sum a_{ij} dH_j = - \left[dQ_i - \frac{c_p}{R} p_i dV_i \right] + \frac{V_i}{V_{ges}} \sum_k \left[dQ_k - \frac{c_p}{R} p_k dV_k \right] \quad (4.3-15)$$

für $i=1, \dots, n$ und $j=1, \dots, n$. Dieses lineare Gleichungssystem für die Enthalpieströme ist leicht zu lösen, zumal die Matrix der a_{ij} bereits invertiert in Form der b_{ji} (vgl. Abschnitt 2.3) vorliegt. Die Massenströme ergeben sich dann bei Kenntnis der Stromtemperaturen unmittelbar. Damit können die Druckdifferenzen zwischen den Räumen mit der entsprechend umgestellten Gl. 4.3-1 neu bestimmt werden, und unter Berücksichtigung der Massenerhaltung ergibt sich die endgültige Druckverteilung im Prozeß, die i.a. nur unwesentlich von der Schätzung gemäß Gl. 4.3-11 abweicht. Die Berechnungen innerhalb der Gasräume unterscheiden sich gegenüber dem zuvor beschriebenen Verfahren nicht, und die Anzahl der Systemvariablen pro Gasraum verringert sich nochmals, da die innere Energie U_i aus p_i berechnet werden kann.

Die numerische Stabilität des Gleichungssystems ist bei der zuletzt beschriebenen Methode weiter verbessert. Die die Schrittweite begrenzenden, steifen Gleichungen liegen nunmehr im Bereich der Energiebilanzen, insbesondere in den Regeneratoren, wo sehr gute Wärmeübergangsbedingungen herrschen. Die Massenstromberechnung ist jedoch lediglich eine Näherung und physikalisch nicht korrekt, da tatsächlich eine Strömung die Folge eines Druckgradienten ist und nicht umgekehrt der Druckgradient Folge eines aus energetischen Gründen "erforderlichen" Enthalpie- und damit Massenstroms. Dennoch weichen die nach beiden Verfahren berechneten Massenströme bei üblicher Auftragung nur innerhalb der Linienstärke voneinander ab, so daß auf eine graphische Darstellung verzichtet wird. Nennenswerte Unterschiede sind nur bei größeren Druckdifferenzen zu erwarten. Da jedoch die mit Strömungsdruckverlusten verbundene Dissipation den Wirkungsgrad von Gaskreisprozessen gravierend verschlechtert, wird man sie bei der Auslegung praktischer sinnvoller Prozesse stets möglichst gering halten, so daß dieser Fall kaum auftreten wird.

4.4 Simulation der Zylinderräume

Zylinderräume werden durch einen Kolben periodisch in ihrer Größe verändert, in bestimmten Fällen, z.B. in Stirlingmaschinen der β -Bauart, auch durch zwei Kolben, deren Hubwege sich dann meist so weit überlappen, daß ihr geringster Abstand nahezu null wird. Auf diese Weise wird das schädliche Totvolumen minimiert. Die bislang in der Literatur beschriebenen Berechnungsverfahren beziehen – soweit bekannt – die die Kolbenbewegung beschreibenden Gleichungen unmittelbar in die Simulation der Zylinderräume mit ein. Um den modularen Aufbau des Programms zu erleichtern, wurde hier stattdessen der Bereich des Getriebes gesondert modelliert (s. Abschnitt 4.2), was auch die räumliche Trennung dieser Baugruppe von den Zylinderräumen widerspiegelt. Die Verknüpfung erfolgt nun – analog zu einer Kolbenstange – durch Zuordnung der von den Getriebeunterprogrammen berechneten Hubfunktionen zu dem bzw. den Kolben eines Zylinderraumes. Dessen mathematische Beschreibung umfaßt nun den Zustand des Gases in Wechselwirkung mit den Wänden und Kolben, den Wärmetransport in diesen sowie den Spalt zwischen Kolben und Zylinderwand bis zur Dichtung mit den hier auftretenden Verlusten. Es sind dies der sog. "Shuttle" – Verlust und der häufig als "Pumpverlust" bezeichnete Mechanismus, der hier in Anlehnung an URIELI und BERCHOWITZ (1984) treffender "Enthalpiestromverlust" genannt werden soll.

Für die Simulation des Zylinderraumes ist es formal ohne Bedeutung, ob es sich bei den Kolben um Verdränger oder Verdichter handelt, wie schon an den analogen Darstellungen in Bild 2.1–3 und Bild 2.3–1 b zu erkennen war. Der Unterschied ist – gleiche Hubfunktionen vorausgesetzt – nur von konstruktiver Bedeutung, da die mechanische Belastung des Getriebes bei Verdrängern wegen der weitgehend ausgeglichenen Kräftebilanz erheblich geringer ist. Im Rahmen der Berechnung wären jedoch lediglich die unterschiedlichen Leckmassenströme über die Kolbendichtungen relevant, die sich mathematisch oft nur sehr ungenau vorhersagen lassen. Bei Verdrängern sind sie wegen der niedrigen Druckdifferenz durchweg gering. Da der Kolbenspalt dann als guter Regenerator wirkt, ist ihre Auswirkung auf den Prozeß vernachlässigbar. Bei Verdichterkolben können Leckströme zu angrenzenden Puffer- oder Getrieberäumen jedoch zu einer Verminderung der Druckamplitude führen und als dissipativer Verlust mechanische Leistung verbrauchen. Es ist daher im Programm die Berücksichtigung einer – meist experimentell zu bestimmenden – pauschalen Leckrate zum Getrieberaum innerhalb der im vorigen Abschnitt beschriebenen Massenstrom- und Druckberechnung vorgesehen. Auf die Darstellung von Einzelheiten wird aus Gründen der Übersichtlichkeit verzichtet.

Ein Problem bei der Beschreibung des Gaszustandes ist die undefinierte, mit vertretbarem Rechenaufwand nicht detailliert wiederzugebende Strömung. Alle bekannten Berechnungsverfahren behandeln daher Zylinderräume als ideal durchmischt. Diese Annahme erscheint berechtigt, denn die stets als gebündelte Strahlen eintretenden Gasströme sorgen für eine intensive Verwirbelung, die auch während der Ausströmungsphasen kaum abklingen kann.

Wärmeübergangskoeffizienten sind unter diesen Bedingungen kaum zuverlässig zu bestimmen. Es wird hierzu eine empirische Korrelation für die Zylinder in Dieselmotoren (WOSCHNI 1970) verwendet, wobei die den Einfluß von Verbrennung und Dralleffekten beschreibenden Terme unberücksichtigt bleiben. Es gilt dann

$$Nu = 0,15 \cdot Re^{0,8} \quad (4.4-1)$$

mit $Re = w \cdot d/\nu$, $Nu = \alpha \cdot d/\lambda$ sowie d als Kolbendurchmesser, w als mittlerer Kolbengeschwindigkeit, ν und λ als kinematischer Viskosität und Wärmeleitfähigkeit des Gases sowie α als Wärmeübergangskoeffizient.

Der Gaszustand kann bei einer Massenstromberechnung nach dem zuletzt beschriebenen Verfahren durch eine Differentialgleichung für die Gastemperatur T_i beschrieben werden:

$$dT_i = \frac{1}{m_i c_v} \cdot \left[dQ_i - p_i dV_i + \sum_j a_{ij} dH_j \right] - \frac{T_i}{m_i} dm_i \quad (4.4-2).$$

Sie ist im Anschluß an die Massenstrom- und Druckberechnung auswertbar. Die Gasmasse m_i ergibt sich aus der Zustandsgleichung, ihre Änderung dm_i aus der Massenbilanz.

Wie schon in Abschnitt 3.4 erwähnt wurde, sind die über die Zylinderwände ausgetauschten Netto-Wärmeströme im Verhältnis zu jenen in den Wärmeaustauschern meist gering. Allerdings führen auch periodisch mit den Innenwänden ausgetauschte Wärmemengen zu einer Entropieproduktion. Sie werden nicht nur durch den Wärmeübergangskoeffizienten α beeinflußt, sondern auch durch die Ausbreitung und Eindringtiefe der periodischen Temperaturschwankung in der Wand. Auch wenn deren Amplitude meist gering ist und unter 1 K liegt, werden hier doch nennenswerte Wärmeströme übertragen, denn die Wärmekapazität der Wand liegt erheblich über der des Gases.

Alle bisher veröffentlichten Verfahren gehen von konstanten Innenwandtemperaturen aus. Hier wird nun eine Schwankung zugelassen, da ihre Simulation in sehr guter Näherung durch ein einfaches Modell möglich ist. Bei dessen Herleitung geht man von einer ebenen Wand unendlicher Dicke aus, die an ihrer Oberfläche, bei $x = 0$, einer periodisch mit der Amplitude T_a um den Mittelwert T_m schwankenden Gastemperatur

$$T_g(t) = T_m + T_a \sin \omega t = T_m (1 + k \sin \omega t) \quad (4.4-3)$$

ausgesetzt ist. Der Wärmeübergang wird dabei durch einen konstanten Wärmeübergangskoeffizienten α beschrieben. Für den Temperaturverlauf $T(x,t)$ in der Wand für $x > 0$ gilt

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (4.4-4)$$

bzw. in dimensionsloser Form

$$\frac{\partial \theta}{\partial \varphi} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} \quad (4.4-5)$$

mit den Definitionen

$$a = \lambda / \rho c \quad , \quad \varphi = \omega t \quad , \quad \xi = x / \sqrt{2a/\omega} \quad , \quad \theta = T / T_m$$

und λ , ρ und c als Wärmeleitfähigkeit, Dichte und Wärmekapazität der Wand.

Ein Netto-Wärmestrom wird hier nicht berücksichtigt, da er lediglich zu einem konstanten Temperaturgradienten führt, der sich dem berechneten Verlauf additiv überlagert. Die Randbedingungen für Gl. 4.4-5 lauten dann für den stationären, periodischen Fall

$$\lim_{x \rightarrow \infty} T(x, t) = T_m \quad (4.4-6),$$

$$-\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = \alpha \left[T_g(t) - T(x=0, t) \right] \quad (4.4-7),$$

$$T(x, t+2\pi/\omega) = T(x, t) \quad (4.4-8),$$

und man erhält die Lösung

$$\theta(\xi, \varphi) = 1 + \frac{T_a}{T_m} \cdot \frac{Bi \, e^{-\xi}}{Bi^2 + 2 \, Bi + 2} \left[(Bi + 1) \sin(\varphi - \xi) - \cos(\varphi - \xi) \right] \quad (4.4-9)$$

mit der Biot-Zahl $Bi = \alpha \sqrt{2a/\omega} / \lambda$. T(x) ist in Bild 4.4-1 für einen willkürlichen Wert von φ qualitativ dargestellt. Die Größe $\sqrt{2a/\omega}$ kann als Maß für die Eindringtiefe der Temperaturwelle gedeutet werden.

Für die Simulation des Gaskreisprozesses ist nur der Temperaturverlauf an der Oberfläche der Wand, also für $\xi = 0$, von Bedeutung. Wird er richtig wiedergegeben, so gilt dies auch für die Wärmestromdichte $q = \alpha (T_g(t) - t(x=0, t))$ und für die in der Wand produzierte Entropie, die über den Wärmestrom abgeführt werden muß. Dies leistet bereits ein gegenüber Bild 4.4-1 erheblich vereinfachtes Modell, das sich durch eine gewöhnliche Differentialgleichung beschreiben läßt. Es ist in Bild 4.4-2 dargestellt. Die Wand wird darin in drei Schichten eingeteilt. In der ersten Schicht der Dicke $\xi = 0,5$ wird eine örtlich konstante Temperatur $T'(t)$

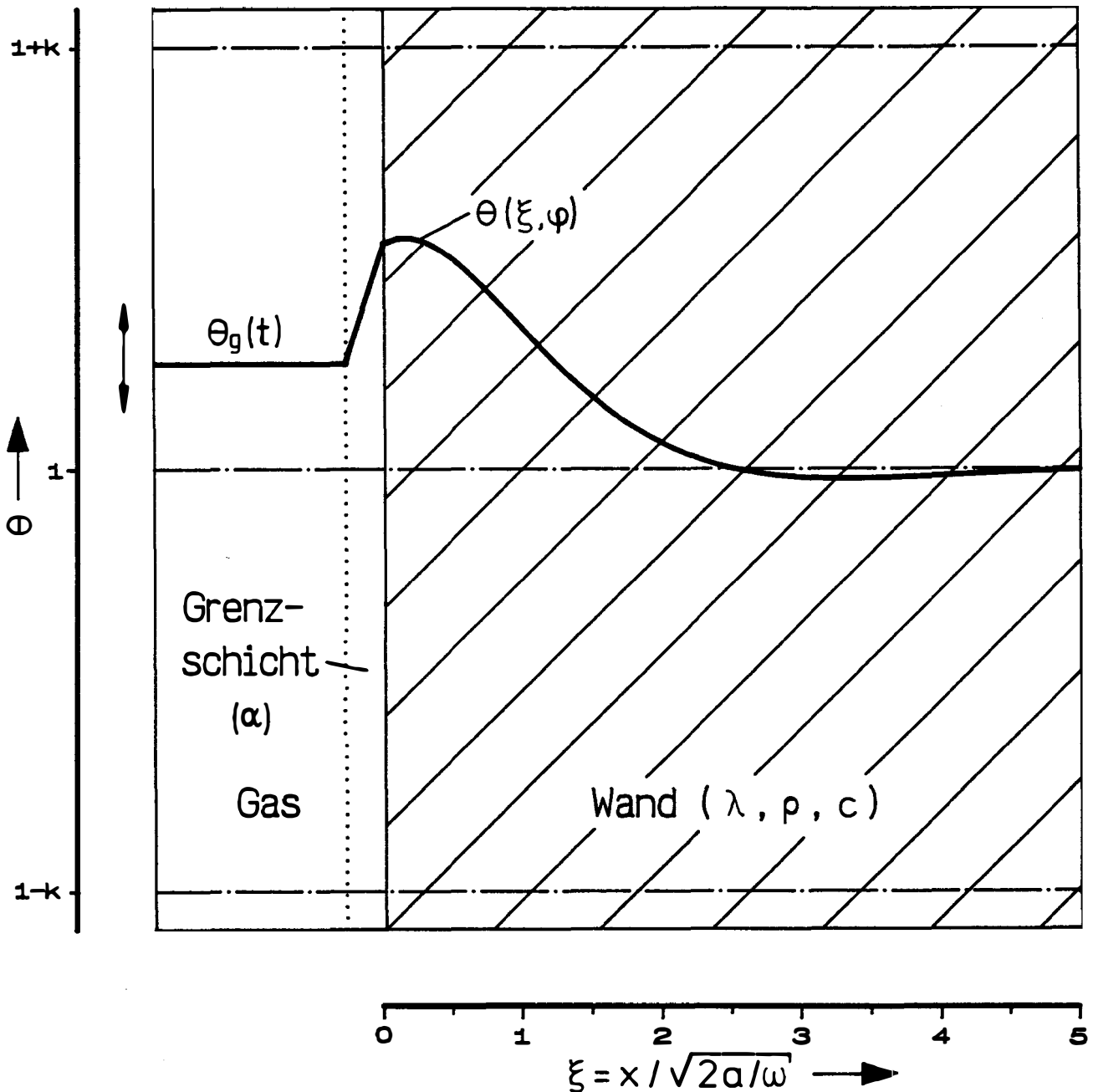


Bild 4.4-1: Temperaturverlauf in der Zylinderwand

angenommen, d.h. es gilt $\lambda = \infty$ bei unverändertem c . In der darauffolgenden Schicht der Dicke $\xi = 1$ wird $c = 0$ bei realistischem, konstantem λ angenommen, so daß hier ein linearer Temperaturverlauf vorliegt. Der sich anschließende Anteil der Wand wird durch $c = \infty$ charakterisiert, so daß hier $T \equiv T_m$ gilt. Für den zeitlichen Verlauf von T' erhält man für $\theta' = T'/T_m$ in dimensionsloser Form die Differentialgleichung

$$\frac{d\theta'}{d\varphi} = -\text{Bi} \left[\theta' - \theta_g(\varphi) \right] + 1 - \theta' \quad (4.4-10).$$

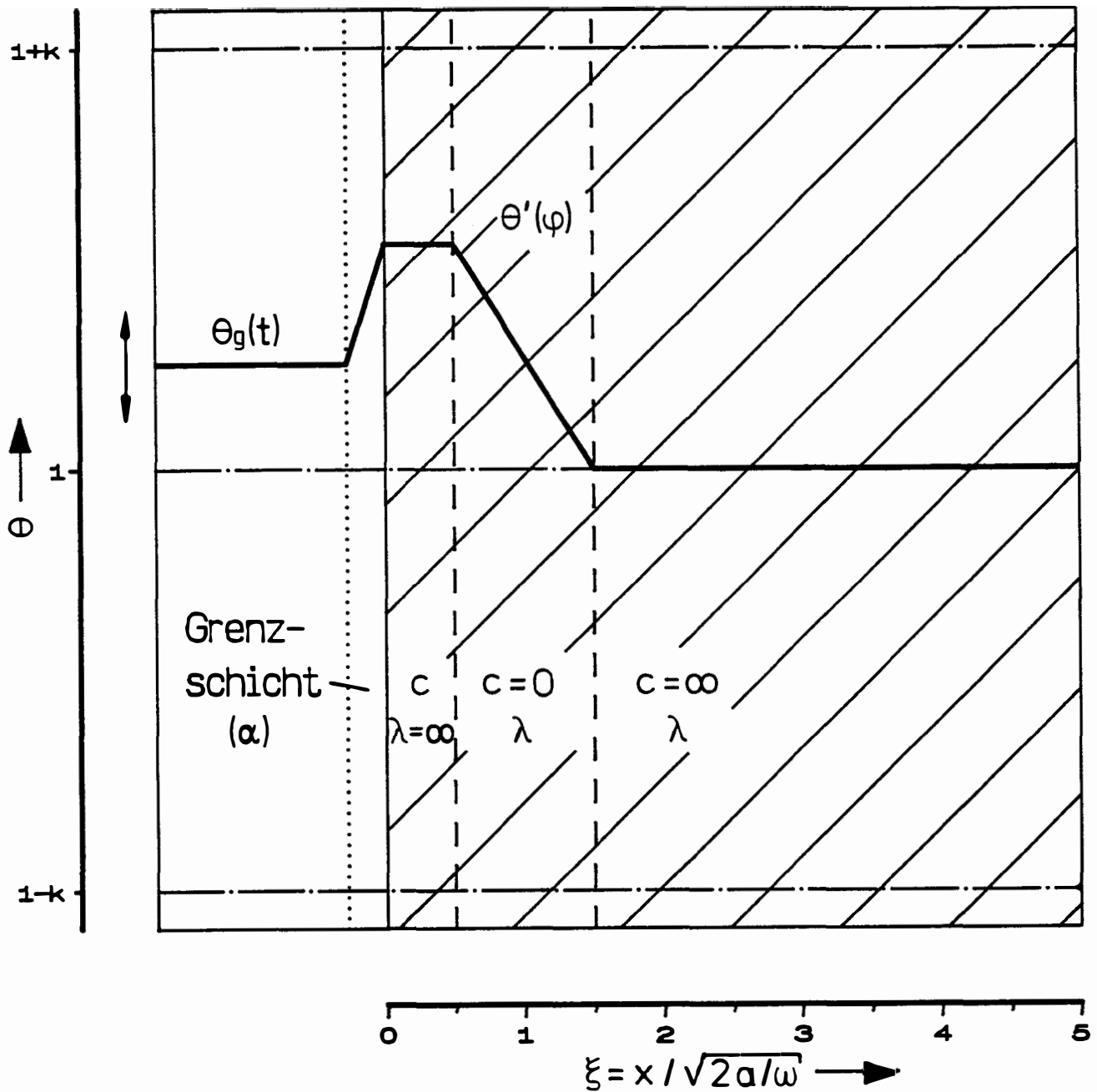


Bild 4.4-2: Ersatzmodell für die Wandtemperatur

Mit $\theta_g(\varphi) = 1 + k \sin \varphi$ ist ihre Lösung für den stationären Fall,

$$\theta'(\varphi) = 1 + \frac{T_a}{T_m} \frac{Bi}{Bi^2 + 2 Bi + 2} \left[(Bi + 1) \sin \varphi - \cos \varphi \right] \quad (4.4-11),$$

offensichtlich mit Gl. 4.4-9 für $\xi = 0$ identisch. Für eine sinusförmige Gastemperaturschwankung liefert Gl. 4.4-10 also den Temperaturverlauf an der Wandoberfläche exakt. Man kann daher auch bei den leicht von der Sinusform abweichenden Temperaturverläufen in den

Zylindern (vgl. Bild 3.3–1) eine sehr gute Näherung für die Oberflächentemperatur der Innenwand erwarten, wenn Gl. 4.4–10 in das Differentialgleichungssystem aufgenommen wird. Der zusätzliche Rechenaufwand für eine weitere, leicht zu programmierende Gleichung pro Zylinderraum ist angesichts der großen Zahl weiterer Systemvariablen zur Beschreibung der finiten Elemente in Wärmeaustauschern und Regeneratoren gering. Die Temperatur an der Grenze zwischen der zweiten und dritten Schicht wird von Umdrehung zu Umdrehung anhand der vorzugebenden Außentemperatur, Wärmeleitfähigkeit und Stärke der Wand sowie des zuvor integrierten Netto-Wärmestroms und – speziell bei Verdrängerkolben – unter Berücksichtigung der Wärmeleitungsverluste durch Zylinder- und Kolbenwand korrigiert. Sie konvergiert so rasch, daß dies nicht geschwindigkeitsbestimmend für die Berechnung insgesamt ist.

Die Abweichungen in den übergehenden Wärmeströmen liegen gegenüber einem Modell mit konstanter Innenwandtemperatur bei metallischen Werkstoffen zwar nur bei wenigen Prozent, andererseits bietet sich hier die Möglichkeit, die z.B. von Carlsen³ zur Verbesserung von Leistungsdichte und Wirkungsgrad vorgeschlagene und versuchsweise durchgeführte Isolation der Zylinderräume durch Kunststoffe theoretisch zu simulieren. Darüber hinaus ist die dargestellte Modellvorstellung auch für die folgenden Abschnitte von Bedeutung.

Zur Abschätzung der Verluste im Kolbenspalt wurden zwei von BERCHOWITZ (1986) angegebene Gleichungen verwendet. Danach ergibt sich der Shuttle-Verlust gemäß

$$\dot{Q}_{Sh} = - \pi \frac{d}{8} \lambda_g \frac{\Delta s^2}{b} \cdot \frac{\Delta T}{l} \quad (4.4-12)$$

mit d als Kolbendurchmesser, λ_g als Wärmeleitfähigkeit des Gases, Δs als Kolbenhub, b und l als Breite und Länge des Kolbenspalts sowie ΔT als über l auftretender Temperaturdifferenz. Der Shuttle-Verlust entsteht durch die Bewegung des Kolbens in Richtung eines Temperaturgradienten. Er nimmt dabei in der heißen Zone vorübergehend Wärme auf und gibt sie in kälteren Bereichen wieder an die Zylinderwand ab. Dabei wirkt das Gas im Kolbenspalt als isolierende Schicht, so daß der Einfluß der einzelnen Größen in Gl. 4.4–12 qualitativ leicht erklärbar ist. Im übrigen wird auf das obige Literaturzitat verwiesen.

Der Enthalpiestromverlust ist schwieriger anschaulich zu deuten. Das im Kolbenspalt eingeschlossene Gas ändert – bedingt durch Druck- und Temperaturschwankungen – periodisch sein Volumen, so daß es am Eintritt zu einem oszillierenden Gasmassenstrom kommt. Da dessen Temperatur zeit- und richtungsabhängig ist, verschwindet das Kreisintegral des Enthalpiestroms an dieser Stelle i.a. nicht. BERCHOWITZ (1986) gibt für diesen Enthalpieverluststrom durch den Kolbenspalt die Näherungslösung

³H. Carlsen, Technische Universität Lyngby, Kopenhagen, persönliche Mitteilung

$$\hat{H} = -\frac{c_p}{R} \omega d \bar{p} b l r_T r \left[1 - \frac{\pi}{4} \cos \Phi_m \right] \quad (4.4-13)$$

an mit

$$r = \sqrt{(r_p \cos \Phi + r_T + r_x)^2 + (r_p \sin \Phi)^2} ,$$

$$r_T = \frac{\Delta s}{2l} \left[\frac{1}{2} - \frac{\lambda_g}{\lambda} \frac{\sqrt{2a/\omega}}{b} \right] \ln T_a/T_e ,$$

$$r_p = \hat{p} / \bar{p} ,$$

$$r_x = \Delta s / 2l ,$$

$$\Phi_m = \arctan \frac{r_p \cos \Phi + r_T + r_x}{r_p \sin \Phi}$$

sowie \hat{p} und \bar{p} als Amplitude und Mittelwert des Druckes, T_a und T_e als den Temperaturen am Anfang und Ende des Kolbenspalts, Φ als Phasenverschiebung zwischen Druckmaximum und OT sowie den zuvor angegebenen Definitionen. Sie wurde ebenfalls in die Berechnung aufgenommen.

4.5 Simulation der Wärmeaustauscher

Für Wärmeaustauscher existieren im Bereich der Gaskreisprozesse mehrere bewährte Bauformen. Neben dem wegen seiner Druckfestigkeit oft bevorzugten Rohrbündeltyp sind hier in erster Linie Rippenkonstruktionen sowie als einfachster, aber auch nur wenig leistungsfähiger Typ der meist um die Kolbenlaufhülse des Zylinders konzentrisch angeordnete Ringspalt zu nennen. In den beiden letzten Fällen kann mit Hilfe des hydraulischen Durchmessers eine weitgehende Analogie zu dem erstgenannten Typ hergestellt werden, so daß im folgenden stets die Rohrbündelbauform beispielhaft behandelt wird. Es ist allerdings zu beachten, daß für den Bereich der laminaren Strömung ggf. zusätzliche Korrekturen bei der Berechnung von Wärmeübergängen und Druckverlusten erforderlich sind.

Zur Darstellung des axialen Temperaturverlaufes werden Wärmeaustauscher in finite Elemente unterteilt, wobei sich die relativ geringe Zahl von fünf in den meisten Fällen als ausreichend erwiesen hat. Die Gastemperaturen in den Elementen ergeben sich als Systemvariable durch Integration von Gl. 4.3-9.

Die dazu erforderliche Bestimmung der Massenströme nach Gl. 4.3–6 bereitet hier keine Schwierigkeiten, da die Stromtemperaturen an den Grenzen der Elemente durch lineare Interpolation, d.h. Mittelwertbildung aus den Gastemperaturen der benachbarten Elemente berechnet werden können. Die schon erwähnten Instabilitäten treten hier wegen der Anbindung an eine letztlich von außen aufgeprägte Wandtemperatur nicht auf. Die Gasaustrittstemperaturen an den Apparategrenzen können auf analoge Weise durch Extrapolation bestimmt werden. Hier wurden stattdessen die Randlelemente halbiert und als Systemvariable die Gastemperaturen unmittelbar an den äußeren Grenzen dieser Elemente gewählt. Diese sind also bei einem austretenden Massenstrom mit dessen Temperatur identisch. Im Falle einer in den Wärmeaustauscher gerichteten Strömung ergibt sich deren Temperatur dagegen aus der Simulation des angrenzenden Gasraumes.

Schwankungen der Innenwandtemperaturen der Rohre werden ebenfalls zugelassen. Die Integration der Wärmeleitungsgleichung in Zylinderkoordinaten ist jedoch aufwendiger. TAUTZ (1971) empfiehlt für die Lösung solcher Gleichungen die Laplace-Transformation, die auch im Fall von Gl. 4.4–5 schnell zum Erfolg führt. Hier dagegen gelingt die Lösung der transformierten Gleichung nur mit Hilfe der nicht geschlossen darstellbaren Hankelschen Funktionen. Da deren Argument nur von der Ortskoordinate abhängt und somit eine einmalige Auswertung ausreicht, stellt dies noch kein schwerwiegendes Problem dar. Die Rücktransformation der Lösung bereitet jedoch wegen der speziellen mathematischen Struktur weitere Schwierigkeiten und ist nicht mit dem von Tautz angegebenen, einfachen Verfahren möglich, sondern nur mit aufwendigen funktionentheoretischen Methoden. Tautz gelangt dabei in einem sehr ähnlichen Fall zu einer Lösung in Form einer unendlichen Reihenentwicklung. Die exakte Lösung, die ohnehin wieder nur für sinusförmige Temperaturschwankungen gilt, ist also nicht mit angemessenem Rechenaufwand mit einzubeziehen. Da die Eindringtiefe der Temperaturwelle $\sqrt{2a/\omega}$ in den meisten Fällen nur Bruchteile eines Millimeters beträgt, wird daher die Krümmung der Innenwand vernachlässigt und die für ebene Wände gefundene Näherungslösung aus dem vorhergehenden Abschnitt übernommen.

Von besonderer Bedeutung ist hier wie auch in den nachfolgend behandelten Regeneratoren die Berechnung von Wärmeübergängen und Druckverlusten. Wegen des Vorliegens einer oszillierenden Strömung ist die Verwendung von den in der Literatur allgemein verfügbaren Korrelationen, die nur für den Fall einer stationären Strömung gelten, problematisch. Eine Kenngröße zur Beschreibung der hier zusätzlich auftretenden Abhängigkeiten ist die Strouhal-Zahl

$$\text{Str} = \frac{\omega \cdot d_h}{u} \quad (4.5-1)$$

mit ω als Kreisfrequenz, d_h als hydraulischem Durchmesser und u als charakteristischer – z.B. maximaler – Geschwindigkeit. Sie läßt sich anschaulich als Verhältnis von d_h zu der von einem Fluidelement während einer Periode durchlaufenen Weg deuten. Ist $Str \ll 1$, so kann man in guter Näherung stationäre Korrelationen verwenden. Dies ist in der Regel in den Regeneratoren der Fall, nicht jedoch in den Wärmeaustauschern. Dennoch werden in allen bekannten Berechnungsverfahren – offenbar mangels geeigneter praktisch anwendbarer Korrelationen – die Strömungen als stationär berechnet, wenn auch z.T. erhebliche Fehler, besonders bei den Druckverlusten, auftreten. So berichten TEW, THIEME und MIAO (1979), daß die Druckverluste um einen Faktor 4 erhöht werden mußten, um die Meßdaten vom Versuchsbetrieb des GPU-3-Stirlingmotors gut wiederzugeben.

Neben der Strouhal-Zahl wird oft auch eine dimensionslose Frequenz

$$Re_\omega = Str \cdot Re = \frac{\omega \cdot d_h^2}{\nu} \quad (4.5-2)$$

definiert mit ν als kinematischer Viskosität. SEUME und SIMON (1986) stellen über dieser Größe die Verlustleistung bei der oszillierenden laminaren Rohrströmung dar, geben jedoch keine Berechnungsgleichungen hierfür an. Ferner liegen keine entsprechenden Auftragungen für den turbulenten Bereich vor. BERCHOWITZ (1986) zitiert dagegen eine von TRIKHA (1975) analytisch abgeleitete Näherung für die laminare Strömung, die nach seinen Angaben auch für den turbulenten Bereich verwendbar ist. Danach erhöht sich der Druckverlustbeiwert λ um einen frequenzabhängigen Summanden gemäß

$$\lambda = \lambda_0 + \frac{32}{Re} \left[\frac{40}{1 + 64 \cdot 10^6 / \omega^2} + \frac{8 \cdot 1}{1 + 4 \cdot 10^4 / \omega^2} + \frac{1}{1 + 700 / \omega^2} \right] \quad (4.5-3)$$

mit ω in s^{-1} und λ_0 als dem für stationäre Strömungen gültigen Beiwert, der für den laminaren Bereich durch

$$\lambda_0 = 64 / Re \quad (4.5-4)$$

gegeben ist. Für den turbulenten Bereich wird die bekannte Gleichung von Colebrook und White mit einer angenommenen Wandrauhigkeit von 0,03 mm als Richtwert für gezogene Rohre verwendet (GIESEKUS 1971). Der Einsatz dieser im Vergleich zu den sonst angewandten Beziehungen komplizierten, impliziten Gleichung ist deshalb möglich, weil für jeden Wärmeaustauscher die speziell gültige Funktion $\lambda_0 = f(Re)$ zu Beginn der Rechnung einmalig durch eine empirische, einfachere Korrelation angenähert wird. Die verbreiteten, für hydraulisch glatte Rohre gültigen Beziehungen liefern bei den häufig auftretenden Rohrdurchmessern im

Bereich weniger Millimeter schon für Reynoldszahlen von 10^4 erheblich zu kleine Werte für λ_0 , da sich die Wandrauigkeit bereits auswirkt. Sie werden aus diesem Grunde nicht verwendet.

Wegen des bedeutenden Einflusses der Strömungsdruckverluste auf den Prozeßwirkungsgrad werden zusätzliche Beiwerte zur Erfassung von Ein- und Ausströmungseffekten detailliert berücksichtigt. Konstruktiv bedingte unetete Verengungen, Erweiterungen oder Umlenkungen u.ä. müssen dabei für den jeweiligen konkreten Fall sorgfältig abgeschätzt werden. Sie sollten keinesfalls vernachlässigt werden, denn ihr Einfluß, der stets auch zu einer ungleichförmigen Anströmung der Wärmeaustauscherkanäle führt, ist kaum zu unterschätzen⁴. Es ist zu bedenken, daß Korrelationen für stationäre Strömungen in aufwendigen Apparaturen ermittelt werden, wobei stets auf eine ausreichende Einlaufänge geachtet wird.

Während man bei Druckverlusten eindeutig von einer Zunahme gegenüber der stationären Strömung ausgehen kann, liegt im Bereich der Wärmeübergangsberechnung eine größere Streuung unterschiedlicher Ergebnisse vor. HAPKE (1973) zitiert eine Reihe von Autoren, die für oszillierende turbulente Rohrströmungen im Vergleich zum stationären Fall sowohl sinkende wie auch steigende oder gleichbleibende Nusseltzahlen ermittelten. Er selbst stellte aufgrund eigener experimenteller Untersuchungen einen deutlichen Anstieg im turbulenten Bereich fest. Einige neuere, von BERCHOWITZ (1986) zitierte Arbeiten bestätigen dies. Allerdings scheint noch keine endgültige Klarheit über die quantitativen Abhängigkeiten von den verschiedenen Einflußgrößen zu bestehen.

Nach Berchowitz ist der Einfluß eines (z.B. um den Faktor 2) verbesserten Wärmeübergangskoeffizienten auf die Entropieproduktion des Bauteils insgesamt sehr gering (in seinem Beispiel nur ca. 10 %). In eigenen Rechnungen wurde zudem festgestellt, daß die Wärmedurchgänge größtenteils von den Übergangsbedingungen auf der Außenseite (also z.B. im Mantelraum bei Rohrbündeln) abhängen. Sie werden wie die Wärmeleitung in der Wand ebenfalls in die Rechnung mit einbezogen, da – außer bei direkt beheizten Erhitzerrohren – meist nur die äußere Fluidtemperatur bekannt ist. Sie sind oft nur ungenau bestimmbar und anhand von vorliegenden veröffentlichten Daten für vermessene Stirlingmaschinen gar nicht zu reproduzieren. Daher wurde der Einfluß der oszillierenden Strömung auf den inneren Wärmeübergang zunächst nicht berücksichtigt und mit Korrelationen für stationäre Strömungen von HAUSEN (1943, 1959) gerechnet.

⁴H. Carlsen, Technische Universität Lyngby, Kopenhagen, persönliche Mitteilung

4.6 Simulation der Regeneratoren

4.6.1 Grundlagen

Regeneratoren werden – wie in allen bereits zitierten mit Eulerschen Koordinaten arbeitenden Verfahren – ebenso wie die Wärmeaustauscher in eine feste, im Vergleich zu jenen meist größere Zahl finiter Elemente unterteilt. Der Zustand des Gases kann ebenso wie dort durch Gl. 4.3–6 und 9 beschrieben werden, wobei an die Stelle der Wand die poröse Speichermatrix tritt, für die unterschiedliche Materialien verwendet werden.

Bei Stirlingmaschinen hoher Leistungsdichte werden überwiegend quer zur Strömungsrichtung geschichtete, gepreßte und oft zusätzlich gesinterte Packungen aus feinen Drahtgeweben eingesetzt. CARLSEN (1989) verwendet gepreßte Matten aus zuvor durch Zahnwalzen gewelltem Draht, RICHTER (1988) dagegen stark verdichtete Packungen aus Drahtgestrick mit einer niedrigen Porosität von nur ca. 0,5 . Außerdem sind Regeneratoren bekannt, in denen zwischen aufgewickelten, geprägten Blechstreifen dünne Spalten als Strömungskanäle wirken. Wesentlich ist in jedem Fall ein kleiner hydraulischer Durchmesser bzw. eine große volumenspezifische Wärmeaustauschfläche, denn ein hoher Regeneratorwirkungsgrad setzt sehr gute Wärmeübergangsbedingungen zwischen Gas und Matrix voraus.

Die Werte der Strouhal-Zahl und der dimensionslosen Frequenz Re_{ω} nach Gl. 4.5–2 sind unter dieser Bedingung sehr klein, so daß man in guter Näherung mit stationären Strömungswiderstands- und Wärmeübergangsgesetzen rechnen kann. Dies ist insofern von Vorteil, als speziell bei den Druckverlusten der Anteil der Regeneratoren erheblich über dem der Wärmeaustauscher liegt. Auch für den stationären Fall existieren jedoch nur wenige Veröffentlichungen, die für Drahtnetzpackungen gelten. (TONG und LONDON 1956, BLASS 1964, MIYABE, TAKAHASHI und HAMAGUCHI 1982). In diesem Berechnungsmodell wurde mit einer Wärmeübergangskorrelation von Tong und London sowie einem Druckverlustgesetz nach Blass gearbeitet . Unregelmäßig gepreßte Drahtpackungen, insbesondere die von RICHTER (1988) für die in Abschnitt 5 beschriebene Vuilleumier – Wärmepumpe ausgewählten Gestrick – Preßlinge, wurden – mangels geeigneter Korrelationen – unter Verwendung des hydraulischen Durchmessers ebenfalls mit diesen Gesetzen berechnet, während für den aus Blechstreifen gewickelten Typ die für durchströmte ebene Spalten gültigen Beziehungen angewandt wurden. Im folgenden wird beispielhaft nur der Regenerator mit Drahtnetzmatrix weiter beschrieben.

Damit die Wärmespeicherkapazität der Matrix voll genutzt wird, muß die charakteristische Partikelabmessung, im Fall von Netzen o.ä. also der Drahtdurchmesser, klein im Verhältnis zu der mittleren Eindringtiefe der Temperaturwellen $\sqrt{2a/\omega}$ sein. Diese Bedingung ist bei der Materialauswahl zu beachten und wird hier als erfüllt vorausgesetzt, so daß ein spezielles Modell für die Temperaturschwankungen in einer oberflächennahen Schicht, wie es für die

Innenwände der Zylinder und Wärmeaustauscher beschrieben wurde, entfallen kann. Die Matrix wird in gleicher Weise wie der Gasraum in finite Elemente unterteilt und jeweils durch eine mittlere Temperatur beschrieben, so daß auch hier pro Element eine weitere Systemvariable T_{Wk} benötigt wird. Ihre Zeitabhängigkeit beschreibt die Differentialgleichung

$$\frac{dT_{Wk}}{dt} = -\dot{Q}_k + \lambda_{\text{eff}} \left[T_{Wk-1} - 2 T_{Wk} + T_{Wk+1} \right] \quad (4.6.1-1)$$

mit \dot{Q}_k wie in Gl. 4.3–6 und λ_{eff} als effektiver Wärmeleitfähigkeit des Regenerators in Strömungsrichtung. Für die Randelemente gilt Gl. 4.6.1–1 in entsprechend abgewandelter Form, da Wärmeleitungsverluste über Gasraumgrenzen hinweg nicht berücksichtigt werden.

KOH und FORTINI (1973) geben für poröse Festkörper unterschiedlicher Struktur die Näherungsgleichung

$$\lambda_{\text{eff}} = \lambda \frac{1 - \epsilon}{1 + 11 \epsilon^2} \quad (4.6.1-2)$$

mit λ als Wärmeleitfähigkeit des Feststoffes und ϵ als Porosität an. Der so gewonnene Wert wird in diesem Verfahren noch anteilig um die Wärmeleitfähigkeit der Regeneratöraußenwand erhöht. Verluste durch Wärmeleitung spielen in Regeneratoren im Vergleich zu denen durch unvollständigen Wärmeübergang u.a. meist nur eine untergeordnete Rolle. So weisen auch viele realisierte Ausführungen eine bemerkenswert geringe Länge auf. Aus dem gleichen Grund wird T_{Wk} wesentlich stärker durch die Wechselwirkung mit der Gastemperatur, d.h. durch den Wärmestrom \dot{Q}_k in Gl. 4.6.1–1, beeinflußt als durch den zweiten Term.

Werden nun die Stromtemperaturen in Gl. 4.3–6 als arithmetische Mittel berechnet, so geht diese über in

$$\frac{dU_k}{dt} = \alpha A \left[T_{Wk} - T_k \right] + \frac{1}{2} \dot{m}_{k-} c_p \left[T_k + T_{k-1} \right] - \frac{1}{2} \dot{m}_{k+} c_p \left[T_k + T_{k+1} \right] \quad (4.6.1-3).$$

Bei örtlich konstantem Massenstrom liegt hier eine zentrale Differenzenbildung vor, wobei der Einfluß von T_k in Gl. 4.6.1–3 verschwindet. Treten nun z.B. numerisch bedingte Fehler bei der Berechnung von T_k auf, so kann praktisch nur über den Wärmestrom $\dot{Q}_k = \alpha A (T_{Wk} - T_k)$ eine Korrektur erfolgen. Da nun aber im Gegensatz zu den Verhältnissen bei Wärmeaustauschern der Wert von T_{Wk} nicht von außen aufgeprägt wird, sondern überwiegend durch Wechselwirkung mit dem Gas der Temperatur T_k entsteht, kommt es hier zu einem instabilen Verlauf der Integration, wobei sich T_{Wk} und T_k jeweils paarweise weit

vom mittleren Temperaturverlauf über der Regeneratorlänge entfernen. Typisch ist dabei eine abwechselnd positive und negative Abweichung bei aufeinanderfolgenden Elementen.

Dieses Phänomen wurde schon mehrfach beobachtet und beschrieben, so z.B. von SCHOCK (1978) und URIELI (1983). Beide Autoren empfehlen das schon erwähnte "upstream differencing" als Lösung des Problems. Dabei werden die Stromtemperaturen in Abhängigkeit von der Strömungsrichtung jeweils gleich der Temperatur desjenigen Elementes gesetzt, aus dem der Gasstrom kommt. URIELI (1980) weist jedoch auch auf einen Fehler hin, der mit dieser Methode verbunden ist:

Betrachtet man einen Regenerator mit unendlicher Wärmekapazität und Austauschfläche, so ist für Gas- und Matrixtemperatur ein zeitunabhängiger, treppenartiger Verlauf zu erwarten (Bild 4.6.1-1). Dabei erkennt man, daß die Gasaustrittstemperatur auch bei diesem ansonsten idealen Regenerator um eine "Stufenhöhe" von der Eintrittstemperatur abweicht. Definiert man einen dimensionslosen Regeneratorverlust als das Verhältnis der während eines Zyklus in Richtung des Temperaturgefälles transportierten Enthalpie zur ideal regenerierten gemäß

$$\chi_R = \frac{\Delta H_{\text{ein,h}} - \Delta H_{\text{aus,h}}}{\Delta H_{\text{ein,h}} - \Delta H_{\text{ein,k}}} = \frac{\Delta H_{\text{aus,k}} - \Delta H_{\text{ein,k}}}{\Delta H_{\text{ein,h}} - \Delta H_{\text{ein,k}}} \quad (4.6.1-4),$$

so ergibt sich für den hier betrachteten Fall bei örtlich konstantem Massenstrom

$$\chi_R = \frac{T_{\text{ein,h}} - T_{\text{aus,h}}}{T_{\text{ein,h}} - T_{\text{ein,k}}} = \frac{T_{\text{aus,k}} - T_{\text{ein,k}}}{T_{\text{ein,k}} - T_{\text{ein,k}}} = \frac{1}{n_f + 1} \quad (4.6.1-5).$$

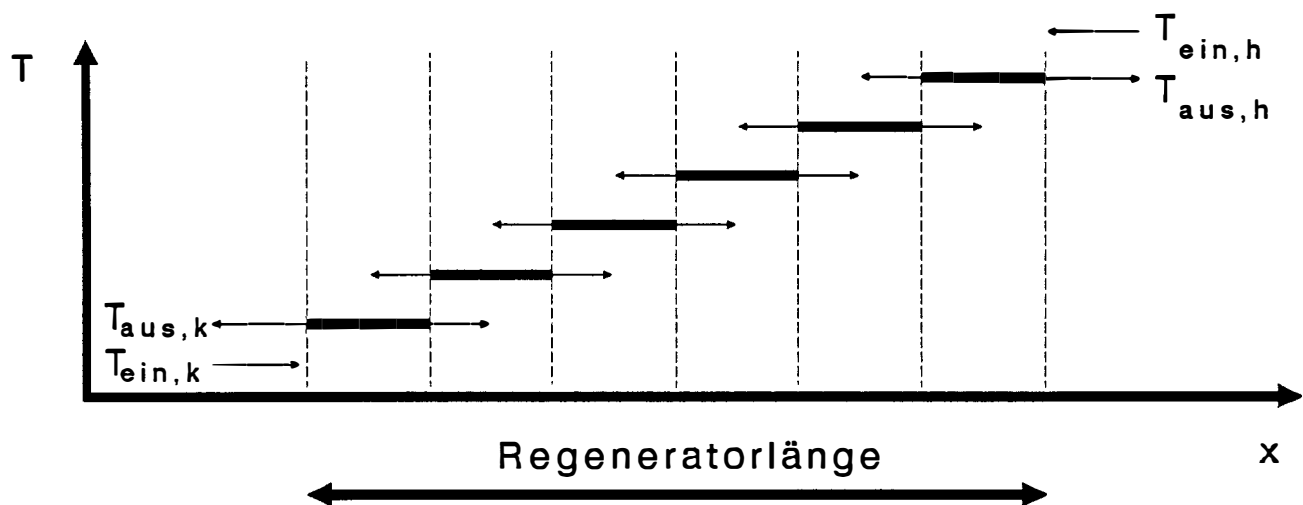


Bild 4.6.1-1: "upstream differencing" im Regeneratormodell

Dabei bezeichnen ΔH und T die Enthalpie und die Gastemperatur und die Indices ein, aus, h und k den Eintritts- und Austrittszustand sowie das heiße und kalte Ende des Regenerators. Offensichtlich liegt damit ein numerisch bedingter, zusätzlicher Regeneratorverlust vor, der nur durch ein sehr großes n_f bei entsprechendem Rechenaufwand verringert werden kann. Es wurde daher nach besseren Lösungen gesucht.

4.6.2 Ansätze zur Schätzung der Stromtemperaturen

Die beschriebene Instabilität kann möglicherweise physikalisch so gedeutet werden, daß hier die Ausbreitung der Temperaturinformation falsch wiedergegeben wird. Die Temperatur an der Grenze zwischen zwei Elementen wird tatsächlich nur durch den Zustand des "stromaufwärts" liegenden Teils des Systems bestimmt, während der des in Strömungsrichtung liegenden Elementes praktisch keinen Einfluß hat. Zwar ist bei einem annähernd linearen Temperaturprofil im Regenerator das arithmetische Mittel eine sehr gute Näherung für die Gasstromtemperatur, jedoch wird hier der Informationsfluß umgekehrt, indem sie zu 50 % von einer Größe abhängig gemacht wird, die tatsächlich eher ihre Folge als ihre Ursache ist.

Um dies zu vermeiden, bietet es sich an, statt der Interpolation eine Extrapolation unter Verwendung zweier entgegen der Strömungsrichtung liegender Elemente anzuwenden, d.h. es sei

$$T_{S,k+} = T_k + \frac{1}{2} \left[T_k - T_{k-1} \right] = \frac{3}{2} T_k - \frac{1}{2} T_{k-1} \quad (4.6.2-1)$$

für $\dot{m}_{k+} > 0$ und

$$T_{S,k+} = T_{k+1} + \frac{1}{2} \left[T_{k+1} - T_{k+2} \right] = \frac{3}{2} T_{k+1} - \frac{1}{2} T_{k+2} \quad (4.6.2-2)$$

für $\dot{m}_{k+} < 0$.

Um das Verhalten von Gleichungssystemen in Abhängigkeit von dem für die Elementgrenzen verwendeten Ansatz zu untersuchen, wurde das Problem in isolierter Form betrachtet:

Gegeben sei ein System aus n_f finiten Elementen, in denen eine dimensionslose Zustandsgröße S existiert. Deren Abhängigkeit von der dimensionslosen Zeit τ sei für das Element k gegeben durch

$$\frac{dS_k}{d\tau} = n_f \left[S_{k-} - S_{k+} \right] \quad (4.6.2-3).$$

Dabei seien S_{k-} und S_{k+} die Werte an den Grenzen des Elementes.

Dieser Ansatz beschreibt z.B. ein Volumen V , das von einem Volumenstrom \dot{V} durchströmt wird. Die Zeit wird in diesem Fall auf die Raumzeit $T = V/\dot{V}$ bezogen und $\tau = t/T$ definiert. S kann z.B. die normierte Konzentration einer Markierungssubstanz sein, aber auch eine Temperatur. Untersucht wurde die Sprungantwort dieses Systems, d.h. sein Verhalten bei einer plötzlichen Änderung von $S = 0$ auf $S = 1$ am Eintritt, ausgehend vom Beharrungszustand bei $S = 0$. Die Werte an den Grenzen der Elemente wurden gemäß

$$S_{k+} = f \left[\frac{1}{2} S_k + \frac{1}{2} S_{k+1} \right] + (1 - f) \left[\frac{3}{2} S_k - \frac{1}{2} S_{k-1} \right] \quad (4.6.2-4)$$

berechnet mit $0 \leq f \leq 1$. Für $f = 1$ liegt der Fall reiner Interpolation vor, für $f = 0$ ausschließlich Extrapolation gemäß Gl. (4.6.2-1). Für andere Werte von f erhält man einen entsprechend gewichteten Mittelwert aus diesen beiden Grenzfällen. Insbesondere läßt sich der Fall $f = 0,5$ so deuten, daß eine Steigung aus den Werten bei $k - 1$ und $k + 1$ gebildet wird, die dann zur Extrapolation vom Wert bei k bis zur Grenze $k +$ dient. $f = 0,75$ entspricht einer parabolischen Interpolation zwischen den Werten bei $k - 1$, k und $k + 1$. Diese vier Fälle sind in Bild 4.6.2-1 dargestellt.

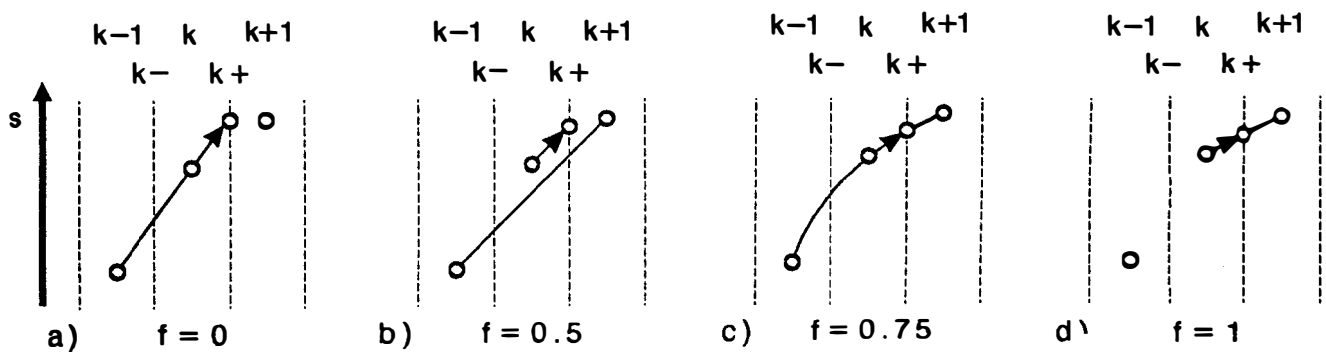


Bild 4.6.2-1: Bestimmung von S_{k+} für verschiedene Werte von f .

Die Sprungantworten zeigen für alle Werte von f ein mehr oder weniger ausgeprägtes Überschwingen sowohl zu Werten $S < 0$ als auch zu $S > 1$. Insbesondere beobachtet man für $f = 1$ ein instabiles Verhalten, genau wie es auch bei der Regeneratorsimulation auftritt. Anders als bei allen Werten $f < 1$ klingen die Abweichungen vom zu erwartenden Endwert $S = 1$ auch für große τ kaum ab. Der zeitliche Verlauf der berechneten Größe S in den einzelnen Elementen ist für $n_f = 10$ in Bild 4.6.2-2 dargestellt.

Der andere Grenzfall, $f = 0$, liefert die Kurvenverläufe in Bild 4.6.2-3. Während der Wert $S = 1$ nicht überschritten wird, erkennt man hier stattdessen ein deutliches Überschwingen in

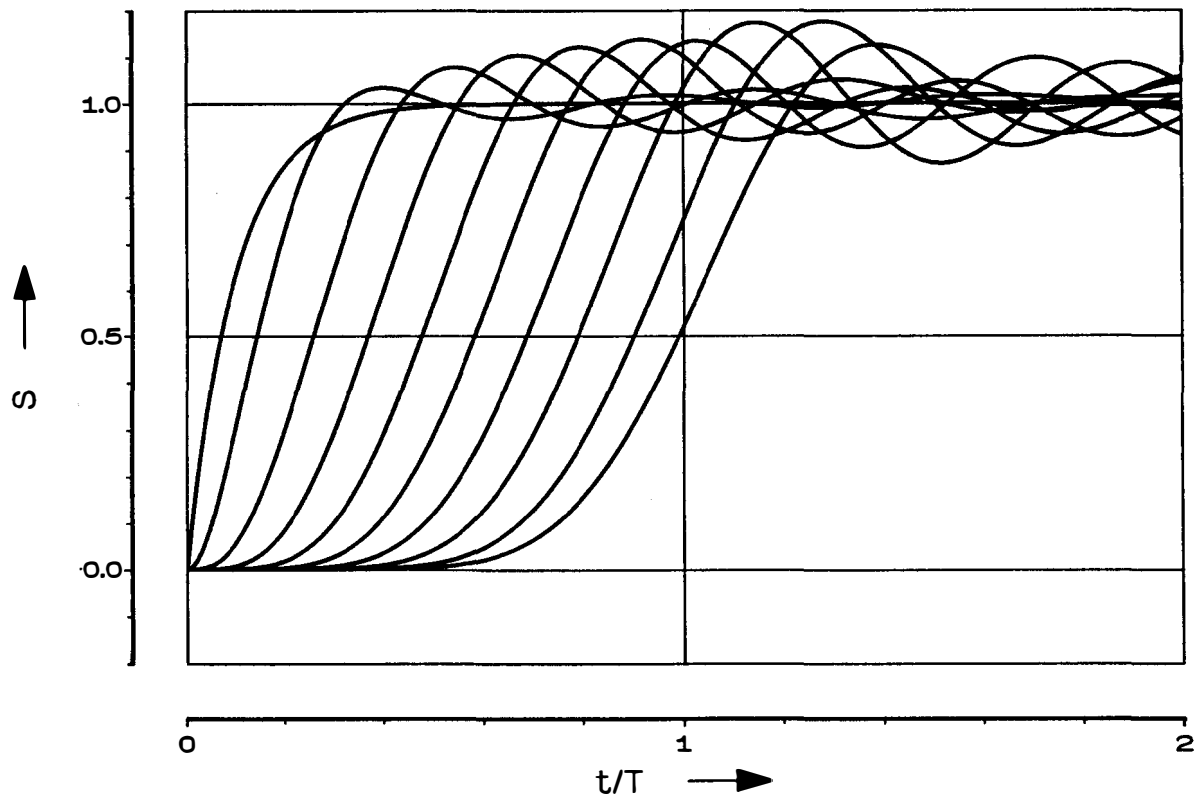


Bild 4.6.2-2: Sprungantwort eines durch finite Elemente beschriebenen Systems für $f = 1$

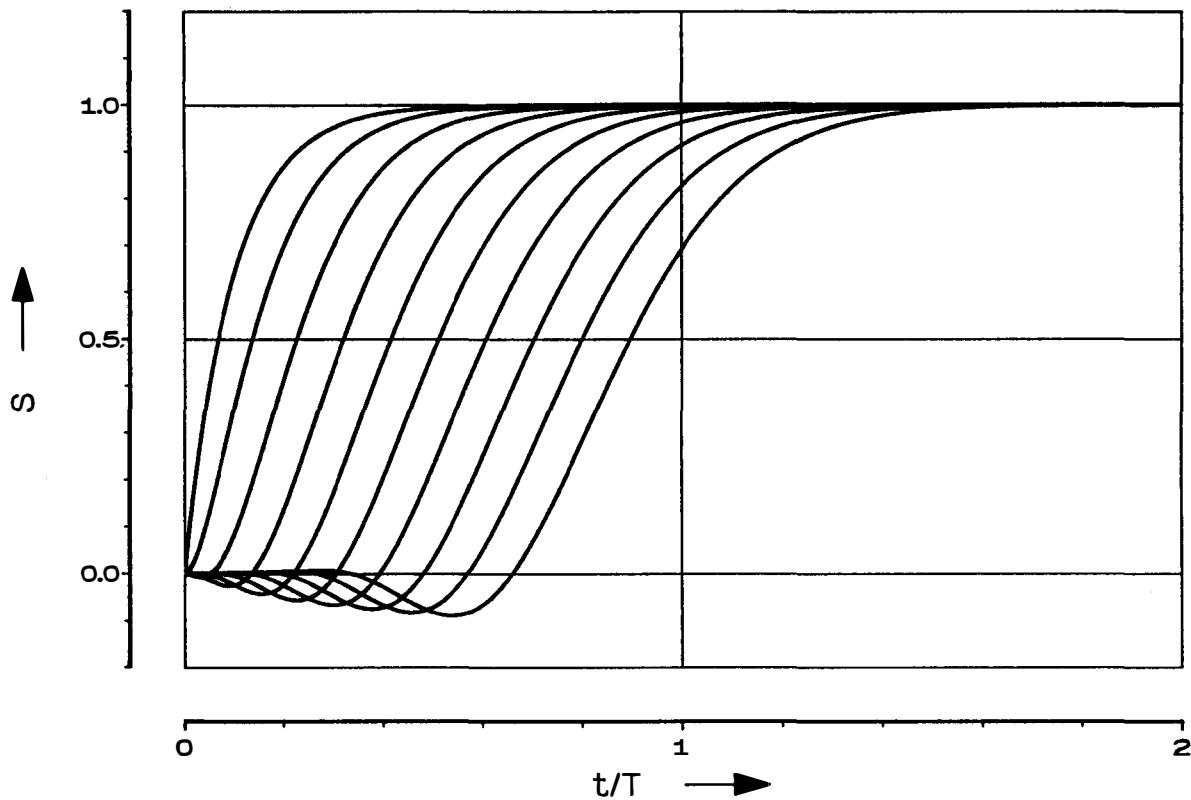


Bild 4.6.2-3: Sprungantwort eines durch finite Elemente beschriebenen Systems für $f = 0$

den Bereich $S < 1$. Verändert man nun f zwischen 0 und 1, so kommt es mit steigenden Werten zu einer Abnahme dieses – unrealistischen – Übergangs zu negativen Werten. Stattdessen wird jedoch $S = 1$ zunehmend überschritten, was ebensowenig mit der Realität übereinstimmt. Um eine möglichst gute Wiedergabe des praktisch beobachteten Verhaltens solcher Systeme zu erreichen, wird nun f so gewählt, daß das Überschwingen für $S < 0$ und $S > 1$ minimal ist. Dies ist für $f \approx 0,7$ der Fall. Wie man in Bild 4.6.2–4 erkennt, werden dabei die Grenzen $S = 0$ und $S = 1$ nur geringfügig überschritten.

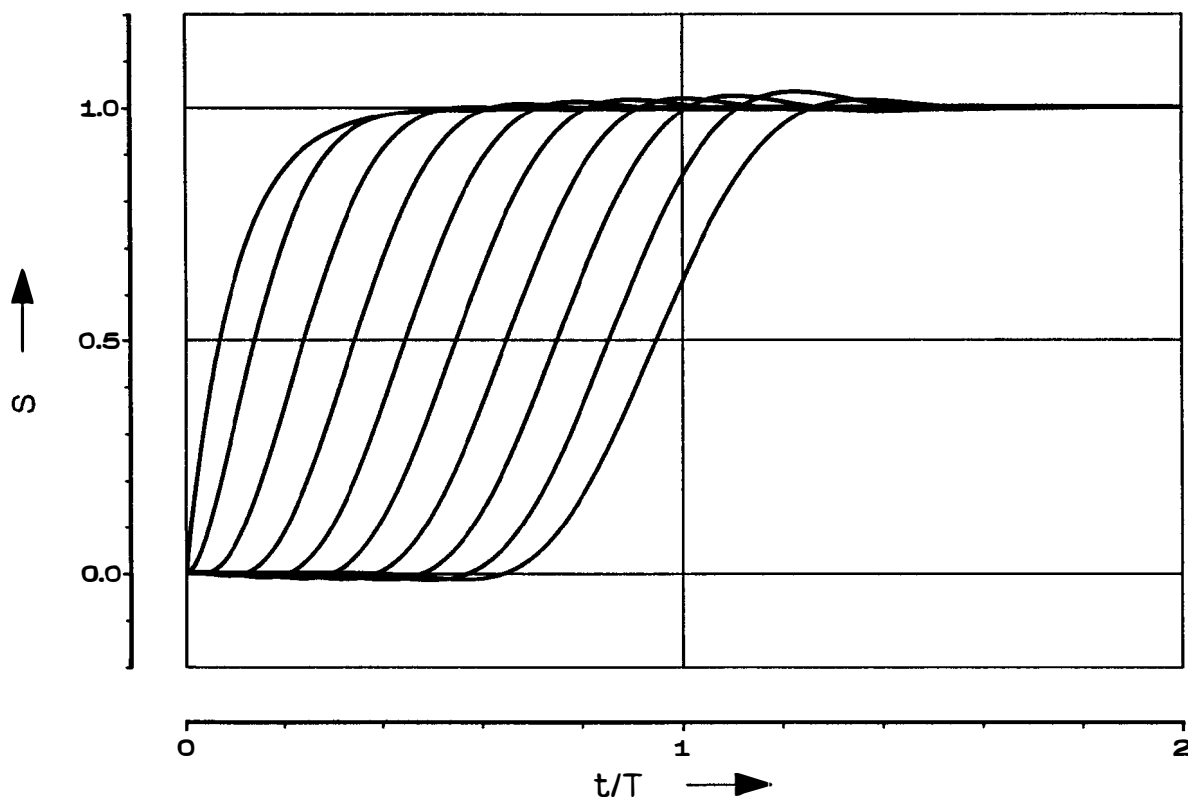


Bild 4.6.2–4: Sprungantwort eines durch finite Elemente beschriebenen Systems für $f = 0,7$

Für die Grenzen $k+$ des ersten und letzten Elementes muß jeweils eine Sonderregelung getroffen werden, da Gl. 4.6.2–4 dort nicht anwendbar ist. Es kann hier z.B. mit reiner Inter- bzw. Extrapolation gearbeitet werden, ohne daß deswegen bereits Instabilitäten auftreten. Wird ein Regenerator auf diese Weise mit $f = 0,7$ berechnet, so zeigt sich keine erkennbare Abhängigkeit des Wirkungsgrades von n_f mehr, sofern eine gewisse Mindestzahl $n_f \approx 5$ bis 10 nicht unterschritten wird. Damit ist das Ziel erreicht, den zusätzlichen Verlust nach Gl. 4.6.1–5 zu vermeiden. Daß bei sehr kleinen Werten von n_f noch ein Einfluß vorliegt, ist vermutlich auf die dann ungenaue Wiedergabe des in der Regel nichtlinearen Temperaturprofils zurückzuführen. Die bei Verwendung finiter Elemente stets auftretende numerische Dispersion, die sich in den zunehmend flacher verlaufenden Sprungantworten in Bild 4.6.2–2 bis 4 äußert, kann bei zu kleinen n_f ebenfalls einen merklichen Einfluß ausüben, wenn sie auch

- anders als die Methode des "upstream differencing" - offenbar keinen zusätzlichen Regeneratorverlust unmittelbar verursacht.

Das unter der extremen Bedingung einer unstetigen Sprungfunktion als Eingangssignal auftretende Überschwingen ist im Regeneratormodell kaum noch feststellbar. Trotzdem liegen Parallelen zu dieser Funktion vor, da die Gasstromtemperaturen bei Umkehr der Gasströmungsrichtung nahezu sprunghaft wechseln, wenn auch nur um wenige Kelvin. Die Verwendung der Sprungfunktion bei den dargestellten Untersuchungen erscheint daher gerechtfertigt. In Bild 4.6.2-5 sind als Beispiel die Verläufe der Gas- und Matrixtemperatur im kalten Regenerator der Vuilleumier - Wärmepumpe nach Abschnitt 5 für einen typischen Betriebszustand über dem Kurbelwinkel dargestellt. Man erkennt deutlich die Umkehrpunkte der Strömung als Knickstellen im Gastemperaturverlauf.

Bei den in Bild 4.6.2-2 bis 4 dargestellten Berechnungen wurde entgegen der oben beschriebenen Vorgehensweise die in Strömungsrichtung liegende Grenztemperatur des ersten Elementes

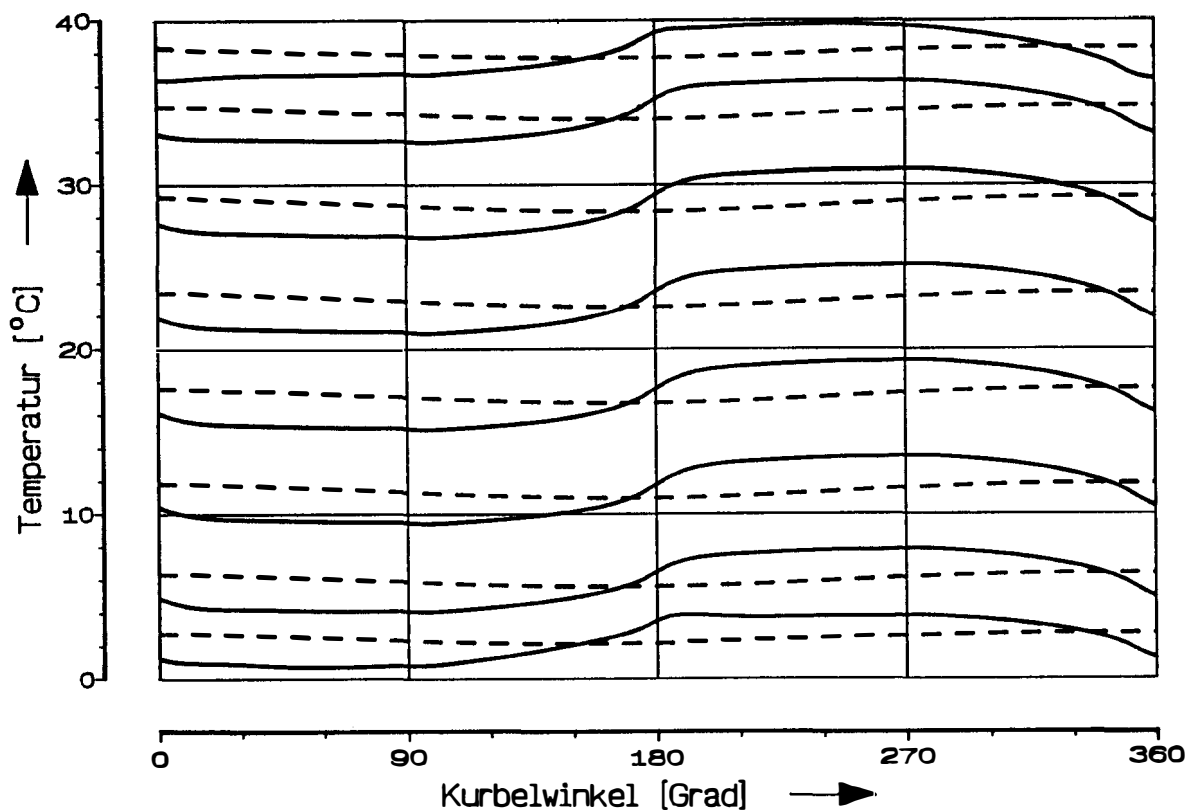


Bild 4.6.2-5: Berechnete Temperaturverläufe im kalten Regenerator einer Vuilleumier - Wärmepumpe
— Gastemperatur
--- Matrixtemperatur

nicht durch Interpolation ermittelt, sondern entsprechend dem ursprünglichen Modell gleich der mittleren Gastemperatur des Elementes gesetzt. Auf diese Weise wird im ersten Element eine vollständige Vermischung des Gases modelliert. Diese Veränderung gegenüber dem zunächst beschriebenen Ansatz dient dazu, einen von GEDEON (1989) untersuchten Verlustmechanismus näherungsweise zu berücksichtigen.

Er untersuchte die in den Regenerator eintretende Gasströmung numerisch mit einem zweidimensionalen Modell unter Berücksichtigung der praktisch immer ungleichmäßigen Anströmung aus den angrenzenden Wärmeaustauschern. Die dort austretenden, mehr oder weniger scharf gebündelten Gasstrahlen führen in den obersten Schichten der Regeneratormatrix zu einem sehr inhomogenen Strömungsfeld, in dem sogar größere Zonen mit zurückgerichteter Strömung auftreten. Gedeon weist darauf hin, daß in solchen Bereichen die Matrix demnach stets in derselben Richtung durchströmt wird und sich somit nicht regenerieren kann. Starke Inhomogenitäten im (räumlichen) Temperaturprofil der Matrix, die weit über die bei lediglich idealer Vermischung zu erwartenden hinausgehen, sind die zwangsläufige Folge.

Da das komplexe, zweidimensionale Strömungsfeld anhand der vorliegenden Veröffentlichung mit ihren überwiegend graphischen Darstellungen nicht quantitativ in dieser Hinsicht auszuwerten ist, wurde das beschriebene Phänomen näherungsweise dadurch berücksichtigt, daß die Zone idealer Vermischung im mathematischen Modell größer als lediglich der Bereich der Rückströmung angenommen wurde. Nach den Darstellungen von Gedeon treten auch im Anschluß daran noch deutliche Unterschiede in der Strömungsgeschwindigkeit auf, die nur asymptotisch abklingen. Gedeon gibt eine Näherung für die Strecke an, nach der die quer zur Regeneratorachse auftretenden Geschwindigkeitsunterschiede unter einen bestimmten Prozentsatz abgeklungen sind. Als Eindringtiefe eines Gasstrahls in die Matrix kann danach

$$s = 3 \epsilon^{0,6} d_h \ln \left[\frac{\sigma - 1}{q} \right] \quad (4.6.2-5)$$

definiert werden, mit ϵ als Porosität und d_h als hydraulischem Durchmesser der Matrix sowie σ als dem Verhältnis von Anströmquerschnitt (d.h. Gasstrahlquerschnitt) zum freien Regeneratorquerschnitt und q als zulässigem relativen Unterschied bei der Strömungsgeschwindigkeit. q wurde als 0,1 angesetzt und die Breite des durchmischten ersten – und damit auch der übrigen – Elemente mit $2s$ angenommen. Die Gesamtzahl der Elemente, die – wie zuvor erläutert – ansonsten keinen erkennbaren Einfluß auf den Regeneratorwirkungsgrad mehr hat, wird nun aus dem Verhältnis dieser Breite zur Gesamtlänge bestimmt, wobei unterschiedliche Bedingungen an den Enden durch Mittelwertbildung berücksichtigt werden. Die ideale Vermischung gilt für das jeweils erste Element nur während der Einströmphase. Andernfalls wird die fragliche Stromtemperatur nach Gl. 4.6.2-4 bestimmt.

Es bleibt offen, ob der Wert $2s$ die beste Schätzung für die Breite der Elemente darstellt, jedoch kann hier nur durch weitere Untersuchungen, die noch ausstehen, Klarheit geschaffen werden. Durch den beschriebenen Ansatz wird dieser Verlustmechanismus zumindest größenordnungsmäßig richtig und in Abhängigkeit von den relevanten Einflußgrößen in Gl. 4.6.2–5 wiedergegeben.

4.6.3 Der Einfluß der Verweilzeitverteilung

Neben den zuvor beschriebenen Einströmeffekten wurden bislang nur die Verluste durch Wärmeleitung, unvollständigen Wärmeübergang und begrenzte Speicherkapazität der Matrix durch das mathematische Modell erfaßt. Ebenso werden Strömungsdruckverluste – wie schon beschrieben – in die Berechnung mit einbezogen. Sie wirken sich allerdings nicht unmittelbar auf den Regeneratorwirkungsgrad nach Gl. 4.6.1–4 aus. Es zeigt sich nun im Vergleich mit experimentellen Daten, daß allein durch diese Verlustmechanismen das thermische Verhalten realer Regeneratoren nicht befriedigend wiedergegeben werden kann. Die berechneten Wirkungsgrade liegen im Vergleich zur Praxis allgemein zu hoch.

WOLFS, DIJKSTRA und DE JONGE (1986) untersuchten den Einfluß einer Verweilzeitverteilung bei der Durchströmung der Matrix, indem sie einen bestimmten Anteil des freien Volumens als nicht durchströmt annahmen. Das Gas in diesem Totraum stand im Wärmeaustausch mit der Matrix und unterlag den vom Prozeß aufgeprägten Druckschwankungen, nicht jedoch den konvektiven Einflüssen durch die Gasströmung. Dabei ergab sich ein mit steigendem Totraumanteil weiter absinkender Wirkungsgrad, der zusätzlich von der Phasenverschiebung zwischen Massenstrom und Druckverlauf abhing. Die Schwierigkeit bei der praktischen Anwendung dieses Modells ist in dem Fehlen experimenteller Daten über die Größe des Totraumanteils zu sehen.

Nach einer von Schwendig⁵ verwendeten Modellvorstellung kann man die bereits beschriebene Methode des "upstream differencing" theoretisch so deuten, daß in jedem Element eine vollständige Vermischung des Gases angenommen wird. Das Differentialgleichungssystem geht damit – abgesehen von der Wechselwirkung zwischen Gas und Matrix – in das mathematische Modell der aus der chemischen Reaktionstechnik bekannten Kaskade idealer Rührkessel über. Für hinreichend große n_f ($n_f \geq 10$) ist die Sprungantwort dieses Systems praktisch nicht mehr von der des Dispersionsmodells zu unterscheiden, wenn n_f in Abhängigkeit von der Dispersionskonstanten D bestimmt wird. Die Verweilzeitsummenfunktionen $S(\tau)$ beider Modelle (die formal mit den im vorigen Abschnitt untersuchten Sprungantworten identisch sind) werden in der Literatur vielfach, z.B. von FITZER und FRITZ (1982), angegeben.

⁵F. Schwendig, unveröffentlichter Forschungsbericht, Universität Dortmund (1989)

Wie u.a. von KRAMERS und WESTERTERP (1963) ausgeführt wird, sind sie dann als nahezu gleich anzusehen, wenn ihre Steigungen für $\tau = 1$ übereinstimmen. Unter dieser Bedingung folgt für die Bodensteinzahl Bo

$$Bo = \frac{\bar{u} \cdot l}{D} = 2 n_f \quad (4.6.3-1)$$

mit \bar{u} als mittlerer Strömungsgeschwindigkeit und l als der Gesamtlänge des Systems. Die Dispersionskonstante wurde für Schüttungen, wie sie in Festbettreaktoren Verwendung finden, experimentell bestimmt und meist als dimensionslose Péclet-Zahl

$$Pe = \frac{\bar{u} \cdot d}{D} \quad (4.6.3-2)$$

dargestellt. d sei dabei der Partikeldurchmesser. Damit folgt unmittelbar

$$n_f = \frac{1}{2} \frac{l}{d} \cdot Pe \quad (4.6.3-3).$$

Es besteht somit die Möglichkeit, von der Péclet-Zahl auf die zur Wiedergabe der Verweilzeitverteilung erforderliche Anzahl finiter Elemente zu schließen.

Experimentelle Werte für die Péclet-Zahl geben z.B. PADESTE, BAIKER und GABATHULER (1989) für wasserdurchströmte Kugelschüttungen und Schaumkeramiken an. Neben anderen Autoren führten u.a. auch CAIRNS und PRAUSNITZ (1960) solche Untersuchungen für Kugelschüttungen durch. Sie weisen darauf hin, daß dabei in der Regel kein Einfluß der Viskosität feststellbar ist und lehnen daher eine Darstellung in Abhängigkeit von der Reynoldszahl ab. Dennoch tragen WEN und FAN (1975) in einer umfangreichen Zusammenstellung die Ergebnisse verschiedener Autoren für die Strömung von Flüssigkeiten durch Festbetten über der Reynoldszahl auf. Sie führen zudem aus, daß die der Dispersion zugrundeliegenden Mechanismen für Flüssigkeiten und Gase verschieden sind, und stellen daher die verfügbaren Daten für gasdurchströmte Festbetten getrennt über dem Produkt aus Reynolds- und Schmidtzahl auf. Da hier die Viskosität nicht eingeht, werden Cairns und Prausnitz insoweit indirekt bestätigt. Die von Wen und Fan für gasdurchströmte Schüttungen angegebene Korrelation

$$\frac{1}{Pe} = \frac{0,3}{Re \cdot Sc} + \frac{0,5}{1 + 3,8 / (Re \cdot Sc)} \quad (4.6.3-4)$$

wurde in dieser Arbeit als Berechnungsgrundlage für n_f gewählt, um so den Einfluß der Verweilzeitverteilung wiederzugeben. Dabei sind $Re = u_0 \cdot d / \nu$ und $Sc = \nu / D_m$ definiert mit u_0 als Leerrohrgeschwindigkeit und D_m als molekularer Selbstdiffusionskonstante.

Zur Übertragung dieser Korrelation auf Drahtnetzpackungen wurde mit dem hydraulischen Durchmesser gearbeitet, da der Partikeldurchmesser d wegen der sehr unterschiedlichen Geometrien ungeeignet erschien. Die Wiedergabe experimenteller Daten für Gaskreisprozesse kann so erheblich verbessert werden. Gegen die Anwendung einer Korrelation für flüssige Medien bestehen theoretische Bedenken, denn es liegt Gasströmung vor, wenn auch unter hohem Druck. Zwar lassen sich in einigen Fällen, wie z.B. dem GPU-3 – Stirlingmotor, die experimentellen Daten andernfalls noch besser reproduzieren, in anderen Fällen, wie der schon mehrfach erwähnten Vuilleumier – Wärmepumpe, ergeben sich jedoch bei Verwendung der für flüssige Medien gültigen Korrelation bereits zu schlechte Regeneratorwirkungsgrade. Über die Druckabhängigkeit der verwendeten Beziehung liegen keine Angaben vor. Es ist jedoch zu vermuten, daß sie gering ist, da die relevanten Einflußgrößen, wie die dynamische Viskosität und die Schmidtzahl, für Gase in weiten Grenzen als druckunabhängig gelten.

Bei der praktischen Anwendung dieses Verfahrens treten zwei Probleme auf. Erstens liegt die so bestimmte Zahl n_f oft bei Werten zwischen 50 und 100, so daß ein erheblicher Rechenaufwand erforderlich ist, und zweitens wurde n_f bereits für die Beschreibung der Einströmverluste als Parameter verwendet. Dies war nur möglich, weil sich das zuvor beschriebene Regeneratormodell (ohne Verweilzeitverteilungseffekte) als weitgehend unabhängig von n_f erwies. Beide Schwierigkeiten können durch die folgende Überlegung umgangen werden:

In Bild 4.6.1–1 wurde beispielhaft ein Regenerator in sechs finite Elemente unterteilt. Dieses System kann ebenso als Ausschnitt aus einem längeren Regenerator betrachtet werden, für den n_f nach Gl. 4.6.3–3 und 4 ermittelt wurde. Würden die Stromtemperaturen hier durch Inter- und Extrapolation gemäß Gl. 4.6.2–4 bestimmt, so wäre jeweils $T_{\text{aus}} = T_{\text{ein}}$. Bei Annahme ideal durchmischter Elemente weichen dagegen die Austrittstemperaturen jeweils um $1/6$ der insgesamt durchlaufenen Differenz von den Eintrittswerten ab. Werden nun die dargestellten sechs Elemente vereinfachend durch ein einzelnes größeres ersetzt, so liegen vergleichbare Verhältnisse dann vor, wenn für dessen Austrittstemperatur

$$T_{s,k+} = \frac{1}{6} T_k + \frac{5}{6} T_{s,k+,id} \quad (4.6.3-5)$$

gilt. Dabei sei $T_{s,k+,id}$ die für einen im Hinblick auf Rückvermischungs- und damit Verweilzeiteffekte idealen Regenerator entsprechend Gl. 4.6.2–4 berechnete Stromtemperatur. Wird also im allgemeinen Fall die aufgrund der Verweilzeitverteilung ermittelte Zahl n_f auf einen Wert $n_f' < n_f$ reduziert, so sind die Stromtemperaturen unter Einbeziehung von Gl. 4.6.2–4 gemäß

$$T_{s,k+} = T_k + \left[1 - \frac{n_f'}{n_f} \right] \left[f \cdot \frac{1}{2} \left[T_{k+1} - T_k \right] + (1-f) \cdot \frac{1}{2} \left[T_k - T_{k-1} \right] \right] \quad (4.6.3-5)$$

zu berechnen. Tatsächlich zeigt sich – unter Ausschluß der Einströmeffekte – keine erkennbare Abhängigkeit des Regeneratorwirkungsgrades von n_f' bis hinab zu Werten $n_f' \approx 5$. Diese Zahl kann somit weiterhin entsprechend dem im vorigen Abschnitt dargestellten Ansatz gewählt werden, um die von Gedeon simulierten Einströmeffekte mit einzubeziehen. Dabei ergeben sich für n_f' in der Regel Werte etwa zwischen 8 und 20, so daß der Rechenaufwand vertretbar bleibt.

Der beschriebene Ansatz zur Berücksichtigung von Verweilzeitverteilungseffekten führt zu einer verbesserten Wiedergabe experimenteller Ergebnisse. Daß es sich hier um einen tatsächlich relevanten Verlustmechanismus handelt, geht schon aus der Arbeit von WOLFS, DIJKSTRA und DE JONGE (1986) hervor. Da weitere, praktisch anwendbare Modelle zu seiner Berücksichtigung nicht bekannt sind und im Rahmen dieser Arbeit auch nicht entwickelt werden konnten, wird das dargestellte Verfahren in dieser Form zur Simulation der Regeneratoren verwendet, wenn auch gewisse theoretische Vorbehalte hinsichtlich der Analogie zwischen einer Rührkesselkaskade und einem Regenerator bestehen.

Zum einen ist hier das Problem der Übertragung für den Stofftransport gültiger Korrelationen auf die Wärmetransportvorgänge im Regenerator zu nennen. I.a. werden solche Analogien durch Austausch der entsprechenden Transportgrößen hergestellt. Hier wäre demnach die molekulare Selbstdiffusionskonstante durch die Temperaturleitfähigkeit $a = \lambda / \rho c_p$ zu ersetzen. Für die in Frage kommenden Gase H_2 , He und N_2 liegen die Werte sowohl der Schmidt- als auch der Prandtlzahl dicht bei 0,7, so daß diese Analogie weitgehend als gegeben anzusehen ist.

Zum anderen stellt sich die Frage, inwieweit durch den intensiven Wärmeaustausch zwischen Gas und Matrix im Regenerator die Verhältnisse gegenüber einer Rührkesselkaskade verändert sind. Denkt man im letzteren Fall z.B. an die Konzentration einer Tracer-Substanz, die zum Zeitpunkt t_0 als Sprungfunktion auf den Eingang gegeben wird, so ist das Antwortsignal am Ausgang ausschließlich davon abhängig, wie lange sich die gerade austretenden Volumenelemente schon im Reaktor befanden, d.h. ob sie vor oder nach dem Zeitpunkt t_0 eingetreten sind. Für chemische Reaktionen, die durchweg zeitabhängig sind, ist diese Frage auch tatsächlich für den Umsatz entscheidend.

Im Regenerator ist dagegen die Temperatur als zur Konzentration analoge Größe wegen des Wärmeaustausches mit der Matrix fast ausschließlich eine Funktion des Ortes. Das bedeutet, daß Verweilzeitverteilungen, die lediglich durch über den Querschnitt unterschiedliche Strömungsgeschwindigkeiten entstehen, für den Regeneratorwirkungsgrad irrelevant sind, sofern sie in beiden Richtungen in der gleichen Weise auftreten und Matrixkapazität und Wärmeübergangsbedingungen hinreichend sind. Von Bedeutung sind sie dagegen, falls sie

– wie es durch die Rührkesselkaskade modelliert wird – durch Rückvermischungseffekte entstehen. Am Verlauf einer Sprungantwort ist jedoch i.a. nicht zu erkennen, welchen Anteil diese und andere Mechanismen an ihrem Zustandekommen haben.

WEN und FAN (1975) geben für flüssigkeitsdurchströmte Schüttungen für weite Bereiche der Reynoldszahl den Wert $Pe = 2$ an, so daß mit Gl. 4.6.3–3 $n_f = L/d$ folgt. Sie weisen ebenso wie FITZER und FRITZ (1982) darauf hin, daß dieser Wert theoretisch so gedeutet werden kann, daß n_f gleich der Anzahl von größeren Hohlräumen zwischen den Partikeln ist, die vom Fluid auf seinem Weg durch die Schüttung passiert werden. Werden diese als vollständig durchmischt angenommen, so ist die Analogie zu einer Kaskade also keineswegs nur formal. Man kann daher vermuten, daß die Verweilzeitverteilung auch bei gasdurchströmten Festbetten überwiegend durch Rückvermischung verursacht ist. Die Bedenken wegen der im Regenerator vorliegenden starken Ortsabhängigkeit der Gastemperatur bestehen jedoch nach wie vor. Hier sind weitere, über den Rahmen dieser Arbeit hinausgehende theoretische und experimentelle Untersuchungen erforderlich.

4.6.4 Konvergenzbeschleunigung

Zu Beginn der Integration über t bzw. φ müssen Anfangswerte für alle Systemvariablen geschätzt werden. Dies geschieht in den meisten Fällen auf der Grundlage des isothermen und des polytropen Modells. Dabei ist es praktisch unmöglich, die für den stationären Betriebszustand zutreffenden Werte so genau vorherzusagen, daß die Gesamtenergiebilanz des Prozesses bereits nach einer oder wenigen differentiell berechneten Umdrehungen in guter Näherung erfüllt ist. Stattdessen kommt es wegen der auftretenden Verschiebungen der Temperaturniveaus zu einer beträchtlichen Wärmeaufnahme oder –abgabe. Insbesondere in den Regeneratoren führen wegen der hohen Wärmekapazität der Matrix bereits geringfügige Änderungen des Temperaturprofils zu so großen Netto-Wärmeströmen, daß zuverlässige Aussagen über die thermischen Verluste und damit auch den Wirkungsgrad des Gesamtprozesses nicht möglich sind. Aus physikalischer Sicht wird dabei das Anlaufverhalten der betrachteten Maschine simuliert, ausgehend von dem durch die Anfangswerte festgelegten Zustand. Erfahrungsgemäß sind meist mehrere hundert berechnete Umdrehungen erforderlich, bis sich der stationäre Betriebszustand asymptotisch mit befriedigender Genauigkeit eingestellt hat. Dies jedoch führt zu inakzeptablen Rechenzeiten.

Grundsätzlich betrifft die Frage der Konvergenzbeschleunigung die gesamte Prozeßsimulation. Da jedoch die Regeneratoren wegen ihrer hohen Wärmekapazität geschwindigkeitsbestimmend sind, wird dieses Problem im Zusammenhang mit ihrer Berechnung behandelt, zumal auch die hierzu entwickelte Methode nicht formal mathematischer Art ist, sondern auf einer physikalischen Modellvorstellung aufbaut.

In Anlehnung an die Vorgehensweise von WOLFS, DIJKSTRA und DE JONGE (1986) wird als Bedingung für den stationären Zustand eines nach außen adiabaten Regenerators ein in Strömungsrichtung örtlich konstanter Netto-Wärmetransport während eines Zyklus gefordert, d.h. die Summe aus dem Kreisintegral des Enthalpiestroms und den Wärmeleitungsverlusten muß für jede Schnittebene, also auch für jede Grenze zwischen finiten Elementen, gleich dem thermischen Verlust H_V des Regenerators sein. Der Anteil der Wärmeleitung ist dabei i.a. gering. Er wird zwar im Programm berücksichtigt, in den folgenden Ausführungen sei er jedoch der Übersichtlichkeit halber vernachlässigt.

Das Kreisintegral der Enthalpie für eine beliebige Grenzfläche $k+$ zwischen den Elementen k und $k+1$ im Regenerator läßt sich als Summe von zwei Teilintegralen für beide Massenstromrichtungen, $\Delta H_{k+}^+ > 0$ und $\Delta H_{k+}^- < 0$ auffassen:

$$\oint dH_{k+} = \Delta H_{k+}^+ + \Delta H_{k+}^- = H_V \quad (4.6.4-1).$$

Diese Gleichung ist nur für den stationären Fall erfüllt. ΔH_{k+}^+ und ΔH_{k+}^- sind betragsmäßig fast gleich, denn der Verlust H_V ist i.a. klein im Verhältnis zu der periodisch über die Grenzfläche hin- und herströmenden Enthalpie des regenerierten Gases. Sie können daher näherungsweise gleich deren zweifacher Amplitude gesetzt werden:

$$\Delta H_{k+}^+ \approx -\Delta H_{k+}^- \approx 2 \hat{H}_{k+} \quad (4.6.4-2).$$

Man kann nun weiter annehmen, daß ΔH_{k+}^+ lediglich von der Temperaturverteilung im Bereich der Elemente 1 bis k abhängt und umgekehrt ΔH_{k+}^- nur von den Werten im Bereich von $k+1$ bis n_f . Die (mittlere) Matrixtemperatur im unmittelbar stromaufwärts liegenden Element k bzw. $k+1$ ist wegen des guten Wärmeaustausches von besonderer Bedeutung. Ist nun Gl. 4.6.4-1 für einen instationären Zustand des Regenerators an der Grenze $k+$ nicht erfüllt, so kann man dies so deuten, daß das zeitlich gemittelte Temperaturprofil im Vergleich zu dem später erreichten stationären Verlauf an dieser Stelle einen Sprung aufweist. Er kann dadurch beseitigt werden, daß man alle Temperaturen auf einer Seite der Grenze $k+$, also z.B. im Bereich von $k+1$ bis n_f , um den gleichen Betrag

$$\Delta T_{\text{korrr},k} = \frac{1}{2} \left[T_{Wk} + T_{Wk+1} \right] \cdot \frac{\oint dH_{k+} - H_V}{2 \hat{H}_{k+}} \quad (4.6.4-3)$$

korrigiert. Das zunächst noch unbekanntes H_V ergibt sich dabei aus den nachfolgenden Überlegungen. Soweit ΔH_{k+}^+ und ΔH_{k+}^- tatsächlich nur von den Temperaturen der unmittelbar

angrenzenden Elemente abhängen, bleibt die Erfüllung von Gl. 4.6.4–1 für die übrigen Grenzflächen unberührt, da lediglich eine Parallelverschiebung des gesamten Temperaturprofils auf der einen Seite der Grenze $k+$ erfolgt.

In Gl. 4.6.4–3 wurde als Schätzung für die mittlere Stromtemperatur an der betrachteten Grenze $k+$ das arithmetische Mittel der Matrixtemperaturen in den benachbarten Elementen eingesetzt. Dies ist ebenso wie die Verwendung der Enthalpieamplitude eine Näherung. Sogar ein Fehler von einigen Prozent bei $\Delta T_{\text{kor},k}$ ist jedoch fast ohne Bedeutung, da das hier beschriebene Korrekturverfahren wegen der Wechselwirkungen des Regenerators mit dem Gesamtprozeß ohnehin nicht bei einmaliger Anwendung zum Ziel führen kann. Selbst wenn nach jeweils einer Umdrehung nur 90 % der Abweichungen im Temperaturprofil korrigiert werden, wäre der stationäre Zustand dennoch – bei Wegfall anderer Einflüsse – schon nach sehr wenigen Umdrehungen praktisch erreicht.

Entscheidend ist in Gl. 4.6.4–3 dagegen eine exakte Auswertung der Differenz im Zähler, da $\Delta T_{\text{kor},k}$ genau dann verschwinden muß, wenn Gl. 4.6.4–1 erfüllt und somit für die betrachtete Grenze $k+$ der stationäre Zustand erreicht ist. Hier liegt ein numerisches Problem vor, denn das Kreisintegral der Enthalpie muß sehr genau bestimmt werden, da sein (im Vergleich zu den großen zwischenzeitlichen Werten) verhältnismäßig kleiner Wert nach einer vollen Umdrehung stark von Integrationsfehlern beeinflusst wird. Man kann es nicht wie die reinen Ausgabevariablen, z.B. die Wärmestromintegrale, mit größerer Schrittweite nach der Simpsonschen Näherung ermitteln, sondern muß hier $n_f + 1$ weitere Systemvariable in das Differentialgleichungssystem mit aufnehmen, um für alle Grenzflächen im Regenerator – einschließlich derer an den Enden – das Enthalpieintegral möglichst exakt zu bestimmen¹. Dieser zusätzliche Rechenaufwand ist jedoch durch die damit erreichte Konvergenzbeschleunigung gerechtfertigt.

Eine Korrektur des Temperaturprofils im Regenerator kann nun nach Gl. 4.6.4–3, beginnend bei $k = 0$, d.h. bei der Grenzfläche unmittelbar an der "unteren" Gasraumgrenze, sukzessiv für alle k erfolgen. Man erkennt, daß bereits bei $k = n_f - 1$ alle finiten Elemente auf diese Weise endgültig korrigiert sind. Die verbleibende Gleichung bietet somit die Möglichkeit, den bislang unbekanntem Verlust H_V zu bestimmen.

¹Bei der Bestimmung der Massenströme unter der Annahme einer örtlich konstanten Druckänderung nach Gl. 4.3–13 wurde schließlich die Druckverteilung anhand der Strömungsdruckverluste neu berechnet. Dabei kann zwar die Massenerhaltung, nicht jedoch zugleich die Energieerhaltung exakt gewährleistet werden. Die entstehenden Fehler sind so gering, daß sie in der Gesamtbilanz des Prozesses nicht erkennbar sind. Die Konvergenzbeschleunigung kann jedoch dadurch bereits gestört werden. Die Enthalpieintegrale müssen daher um einen offenbar volumenproportionalen und somit für alle Elemente gleichen Betrag korrigiert werden. Dieser ergibt sich über eine Quadratsummenminimierung aus der Forderung, daß die – leicht bestimmbare – Änderung der inneren Energie eines Elementes über einen Zyklus gleich der Differenz der Enthalpieintegrale an den Grenzen sein muß.

Man erhält

$$H_V = \frac{\sum_{k=0}^{n_f} \bar{T}_{S,k+} \oint d H_{k+} / 2 \hat{H}_{k+}}{\sum_{k=0}^{n_f} \bar{T}_{S,k+} / 2 \hat{H}_{k+}} \quad (4.6.4-4)$$

mit $\bar{T}_{S,k+}$ als zeitlich gemittelter Gasstromtemperatur, die genau wie in Gl. 4.6.4-3 durch Interpolation bzw. für die Gasraumgrenzen durch Extrapolation der Matrixtemperaturen ausreichend genau abgeschätzt werden kann.

Das beschriebene Verfahren führt in den meisten Fällen nach ca. 10 bis 15 berechneten Umdrehungen mit hoher Genauigkeit zum stationären Zustand. Als Kriterium für dessen Einstellung wird dabei gefordert, daß sich keine Variable des Systemgrößenvektors y für den gesamten Prozeß über eine berechnete Umdrehung um mehr als eine vorgegebene relative Fehlerschranke ändert. Hier ist in der Regel ein Wert von ca. $2 \cdot 10^{-4}$ für ein im Rahmen der Rechengenauigkeit zuverlässiges Ergebnis ausreichend.

4.7 Numerische Methoden

4.7.1 Steuerung der Konvergenzbeschleunigung

Die zuvor beschriebene Methode zur Konvergenzbeschleunigung basiert auf einigen physikalisch begründeten Annahmen, die oft nur näherungsweise erfüllt sind. Insbesondere die Vereinfachung, wonach die Differenz zwischen dem Enthalpieintegral für eine Grenzfläche im Regenerator und dessen Verlust H_V lediglich von den Temperaturen der unmittelbar angrenzenden Elemente bestimmt wird, ist bei großen Werten für n_f nicht uneingeschränkt zulässig. Die Folge ist in vielen Fällen eine schwingende Instabilität, wobei die Matrixtemperaturen von Umdrehung zu Umdrehung abwechselnd zu hohe und zu niedrige Werte annehmen. Ähnliche Phänomene treten – aus anderer Ursache – oft auch bei der Berechnung von freischwingenden Kolben auf, da hier die Korrektur des Temperaturprofils im Regenerator deren Bewegungsablauf beeinflusst und dies wiederum zu Fehlern bei der Berechnung der Enthalpieintegrale führt.

Da die Ursachen für diese Instabilität der Konvergenzbeschleunigung vielfältig und in manchen Fällen theoretisch kaum aufzuschlüsseln sind, wurde daher eine formale, mathematische Methode zu ihrer Kontrolle gewählt. Dabei werden neben den aktuellen Variablen des Systemgrößenvektors y zusätzlich deren Werte vor einer und vor zwei Umdrehungen verwendet. Für eine bestimmte Variable y_i seien diese mit y_{1i} und y_{2i} bezeichnet. Definiert man nun eine Kenngröße

$$z_i = \frac{y_i - y_{1i}}{y_{1i} - y_{2i}} \quad (4.7.1-1),$$

so gibt deren Wert das Konvergenzverhalten von y_i wieder. Anzustreben ist dabei der Fall

- $z_i \approx 0$: Die Änderung von y_i nimmt von Umdrehung zu Umdrehung stark ab. Andere Fälle sind
- $1 > z_i > 0$: y_i verändert sich in eine Richtung, eine Annäherung an einen Grenzwert ist erkennbar, da der Betrag der Änderung abnimmt,
- $z_i > 1$: es ist keine Annäherung an einen Grenzwert erkennbar, d.h. y_i ist noch weit von ihm entfernt,
- $0 > z_i > -1$: die Änderung wechselt das Vorzeichen, klingt jedoch noch ab. y_i pendelt bereits leicht um einen im Prinzip fast erreichten Endwert, d.h. beginnende Instabilität,
- $z_i < -1$: y_i pendelt mit wachsender Amplitude hin und her, d.h. deutliche Instabilität.

Gleichzeitig werden alle Korrekturterme für die Temperaturen in den Regeneratoren sowie auch für die Innenwandtemperaturen der Zylinderräume und Wärmeaustauscher zusätzlich mit einem Faktor $f > 0$ multipliziert, der sowohl größer als auch kleiner als eins sein kann. Für $f > 1$ werden die berechneten Korrekturen somit zusätzlich extrapoliert. $f \approx 1,5$ hat sich zu Beginn der Rechnung zur zusätzlichen Beschleunigung der Konvergenz bewährt. Umgekehrt kann mit $f < 1$ eine auftretende Instabilität gedämpft werden. f wird nun gemäß der empirischen Gleichung

$$f_{\text{neu}} = f_{\text{alt}} \cdot e^{\bar{z}/2} \quad (4.7.1-2)$$

jeweils nach zwei Zyklen korrigiert, wobei \bar{z} durch Mittelwertbildung aus den z_i nach Gl. 4.7.1-1 für diejenigen Variablen hervorgeht, die das in Abschnitt 4.6.4 angegebene Kriterium für den stationären Zustand noch nicht erfüllen. Zusätzlich wurde f auf $[0, 2]$ und der Änderungsfaktor auf $[0,5, 1,2]$ beschränkt. So kann in praktisch allen Fällen eine entstehende Instabilität unterdrückt und der stationäre Endzustand erreicht werden.

4.7.2 Integrationsverfahren

Zur Integration des Differentialgleichungssystems wurde ein Runge–Kutta–Verfahren 3. Ordnung mit einem Steuerungsalgorithmus zur Schrittweitenanpassung nach NIEDERDRENK (zitiert von ENGELN–MÜLLGES und REUTTER 1986) verwendet. Zusätzlich wurde in dieses Unterprogrammpaket eine weitere, optional anwählbare Integrationsvorschrift aufgenommen, die so ebenfalls der Schrittweitensteuerung unterliegt. Dieses Verfahren erwies sich bei sehr steifen Gleichungssystemen als stabiler und läßt sich wie folgt herleiten:

Das hier zu lösende Gleichungssystem (insbesondere diejenigen Gleichungen, die das steife Verhalten verursachen) beschreibt im wesentlichen Ausgleichsvorgänge für Temperaturen und Drücke. Die entsprechenden Funktionsverläufe sind dabei durch asymptotische Annäherung an eine Grenzkurve gekennzeichnet, die meist ihrerseits eine Funktion der Integrationsvariablen – z.B. der Zeit t – ist. Ein typischer Fall ist hier der Verlauf der Gastemperatur im Regenerator, der weitgehend durch den Wärmeaustausch mit der Matrix bestimmt wird. Deren Temperatur ist ihrerseits zeitabhängig, wenn auch nur geringfügig. Daher wird nun eine Funktion $y(t)$ betrachtet, die sich von einem Anfangswert $y_0 = y(t_0 = 0)$ exponentiell einer linearen Grenzkurve annähert und somit durch die Gleichung

$$y(t) = a + bt + ce^{-\lambda t} \quad (4.7.2-1)$$

gegeben ist. Ihr prinzipieller Verlauf für gegebene Werte der Konstanten a, b, c und λ ist in Bild 4.7.2-1 dargestellt. Die zugehörige Differentialgleichung lautet

$$y'(y, t) = \frac{dy}{dt} = -\lambda (y - a - bt) + b \quad (4.7.2-2).$$

Die Integrationsvorschrift für das Runge–Kutta–Verfahren 3. Ordnung lautet:

$$y^*(t_0 + \Delta t) = y_0 + \frac{1}{6} (k_0 + k_1 + 4k_2) \cdot \Delta t \quad (4.7.2-3)$$

mit

$$k_0 = y'(y_0, t_0),$$

$$k_1 = y'(y_0 + k_0 \Delta t, t_0 + \Delta t),$$

$$k_2 = y'(y_0 + \frac{1}{2} (k_0 + k_1) \cdot \frac{1}{2} \Delta t, t_0 + \frac{1}{2} \Delta t)$$

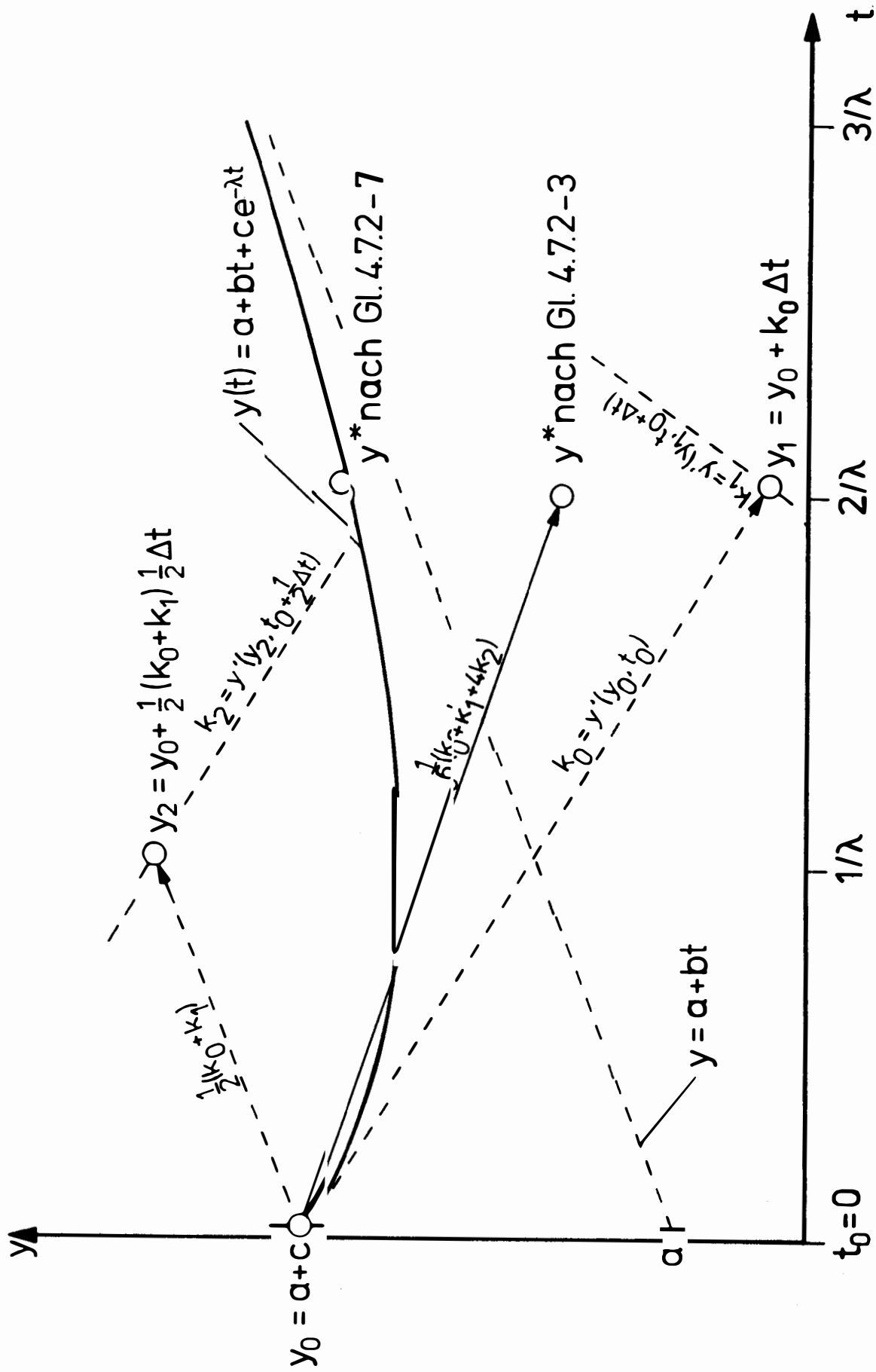


Bild 4.7.2-1: Graphische Darstellung eines numerischen Integrationschrittes

und Δt als Integrationsschrittweite. Für den speziellen Fall $\Delta t = 2/\lambda$ ist der Ablauf dieses Algorithmus in Bild 4.7.2-1 eingezeichnet. Man erhält für $t_0 = 0$

$$k_0 = -\lambda c + b \quad ,$$

$$k_1 = \lambda c + b \quad ,$$

$$k_2 = -\lambda c + b = k_0$$

und damit

$$y^*(t_0 + \Delta t) = y_0 + b \cdot \Delta t - \frac{4}{3} c \quad (4.7.2-4).$$

Dieser Schätzwert für $y(t_0 + \Delta t)$ liegt bereits jenseits der Grenzkurve und ist somit physikalisch unsinnig. Das Runge-Kutta-Verfahren führt also in diesem Fall mit zunehmender Schrittweite zu einem instabilen, überschwingenden Verlauf der Integration.

Behält man nun die Rechenvorschrift für die Bestimmung von k_0 , k_1 und k_2 bei, so erhält man für ein beliebiges Δt

$$k_0 = -\lambda c + b \quad ,$$

$$k_1 = -\lambda c (1 - \lambda \Delta t) + b \quad ,$$

$$k_2 = -\lambda c \left[1 - \frac{1}{2} \lambda \Delta t + \frac{1}{4} (\lambda \Delta t)^2 \right] + b \quad (4.7.2-5).$$

Werden k_0 , k_1 und k_2 durch entsprechende Auswertung des zu integrierenden Differentialgleichungssystems bestimmt, so gelangt man zu einem Gleichungssystem für die Konstanten b , c und λ der "Ersatzgleichung" 4.7.2-1 und erhält eine verbesserte Schätzung

$$y^*(t_0 + \Delta t) = y_0 + \left[k_0 + (k_1 - k_0) \frac{1 - \frac{1 - e^{-\lambda \Delta t}}{\lambda \Delta t}}{\lambda \Delta t} \right] \Delta t$$

mit

$$\lambda \Delta t = -2 \frac{2 k_2 - k_1 - k_0}{k_1 - k_0} \quad (4.7.2-6).$$

Da diese Gleichung jedoch für $\lambda\Delta t \rightarrow 0$ numerisch instabil wird, empfiehlt sich für die Praxis die Anwendung der Näherung

$$y^* (t_0 + \Delta t) \approx y_0 + \left[k_0 + \frac{1}{6} [k_1 - k_0] \left[1 + 2 e^{-\frac{1}{2} \lambda \Delta t} \right] \right] \quad (4.7.2-7),$$

deren Taylor-Reihenentwicklung bis zum quadratischen Glied mit der von Gl. 4.7.2-6 übereinstimmt. Darüber hinaus kann man zeigen, daß Gl. 4.7.2-6 und 7 bei Abbruch der Reihe nach dem linearen Glied in die Runge-Kutta-Vorschrift nach Gl. 4.7.2-3 übergehen. Die angegebene Näherung kann daher als Korrektur des Runge-Kutta-Verfahrens für Gleichungen des Typs 4.7.2-1 aufgefaßt werden, die zu einer erhöhten Stabilität bei größeren Schrittweiten führt. In einigen Fällen konnte auf diese Weise die Rechengeschwindigkeit um einen Faktor 2 bis 3 gesteigert werden, ohne daß signifikante Abweichungen bei den Ergebnissen auftraten. Es können Schrittweiten realisiert werden, die bei Verwendung des ursprünglichen Runge-Kutta-Verfahrens zum unmittelbaren Absturz des Programms führen würden. Allerdings nimmt die Genauigkeit der Integration bei sehr großen Schrittweiten ab, was sich insbesondere bei der Konvergenzbeschleunigung bemerkbar macht.

5. Experimentelle Untersuchungen an einer Vuilleumier–Wärmepumpe

5.1 Beschreibung des Versuchsstandes

Die von RICHTER (1988) ausgelegte und konstruierte Vuilleumier – Wärmepumpe wurde im Rahmen dieser Arbeit in Betrieb genommen. Die Vermessung des Betriebsverhaltens dieser Versuchsanlage sollte experimentelle Daten zur Verifizierung des zuvor beschriebenen mathematischen Modells liefern. Daraufhin besteht eine gegenüber den ursprünglichen Auslegungsrechnungen (KÜHL, RICHTER und SCHULZ 1986a, 1988 und RICHTER 1988) verbesserte theoretische Grundlage für weitere Optimierungen der Wärmepumpe, deren Durchführung jedoch nicht mehr Gegenstand dieser Arbeit ist.

Da die Auslegung und konstruktive Realisierung der Versuchsmaschine von Richter ausführlich dokumentiert wurde, wird an dieser Stelle überwiegend die Peripherie und die meßtechnische Ausstattung der Anlage beschrieben. Die Wärmepumpe entspricht in ihrem prinzipiellen Aufbau und der räumlichen Anordnung der Komponenten weitgehend dem bereits in Bild 2.1–3 und 2.3–2 b dargestellten Schema. Soweit ihre konstruktiven Abmessungen in die mathematische Simulation eingehen, können sie dem im Anhang A4 wiedergegebenen Eingabedatenfile entnommen werden. Ansonsten sei hier auf die zitierte Arbeit von Richter verwiesen.

Die Wärmepumpe besteht aus einem senkrecht stehenden "heißen" und einem liegend angeordneten "kalten" Zylinder mit den zugehörigen Wärmeaustauschern und Regeneratoren. Die beiden Verdrängerkolben sind über nahezu druckdicht durchgeführte Kolbenstangen mit einem Kurbelgetriebe verbunden. Aufgrund geringer Leckströme stellt sich in dem druckfest ausgelegten Getrieberaum, der auch einen Drehstrommotor für Antrieb und Drehzahlsteuerung enthält, der mittlere Prozeßdruck ein.

Wegen der Querschnittsflächen der Kolbenstangen kommt es – abweichend vom idealen Vuilleumier – Prozeß mit konstantem Gesamtvolumen – zu einer leichten Volumenänderung mit dem Kurbelwinkel. Deren relative Phasenverschiebung zu der periodisch wechselnden Druckdifferenz zwischen Prozeßraum und Getriebe führt zur Produktion mechanischer Leistung, die der Überwindung von Reibungs- und Strömungsdruckverlusten dienen kann. Es treten daher sowohl Betriebszustände auf, in denen der Drehstrommotor zusätzliche Antriebsleistung liefern muß, als auch solche mit Leistungsüberschuß, wo der Motor im generatorischen Betrieb als Bremse wirkt. Dies wird durch Einsatz eines Frequenzumrichters ermöglicht.

Der heiße Wärmeaustauscher der Maschine, über den der Antriebswärmestrom zugeführt wird, ist als Kranz haarnadelförmig gebogener Rohre ausgeführt, in dessen Zentrum von oben die Flamme eines stetig regelbaren Gasgebläsebrenners gerichtet ist. Die übrigen Komponenten,

d.h. die Regeneratoren und die Wärmeaustauscher auf dem warmen und kalten Temperaturniveau, sind in jeweils acht parallelgeschalteten Baueinheiten symmetrisch um die zugehörigen Zylinder angeordnet. Zur Übertragung der warmen und kalten Wärmeströme werden temperaturgeregelte Kreisläufe eingesetzt, die mit Wasser bzw. einem Wasser-Ethylenglykol-Gemisch gefüllt sind. Bild 5.1–1 zeigt ein vereinfachtes Schema dieser Anlage. Ausgehend von einer Prinzipskizze der beschriebenen Maschine nach RICHTER (1988) wurden hier die wesentlichen Elemente der Anlagenperipherie und –instrumentierung in Anlehnung an die für RI–Fließbilder gültigen Normen dargestellt. Der Betriebszustand der Anlage wird durch fünf vorgegebene Sollwerte für

- die mittlere kalte Kreislauftemperatur,
- die mittlere warme Kreislauftemperatur,
- die mittlere Wandtemperatur der Erhitzerrohre,
- die Drehzahl und
- den mittleren Prozeßdruck

festgelegt. Für die vier ersten Größen existieren die in Bild 5.1–1 dargestellten Regelkreise.

Der Wasser–Ethylenglykol–Kreislauf wird durch eine Kreiselpumpe umgewälzt. Eine regelbare elektrische Heizung kompensiert den von der Wärmepumpe aufgenommenen Wärmestrom. Der Schwebekörperdurchflußmesser FI 23 überträgt zu Bilanzierungszwecken sein Signal über die zentrale Meßwerterfassungsanlage auf den zur Steuerung und Aufzeichnung der Versuche eingesetzten Rechner (FIR 24). Ebenso werden dort die Temperaturen am Ein– und Austritt des kalten Wärmeaustauschers aufgezeichnet (TIR 18 und 19). Als Meßfühler dienen hier wie auch an den anderen Meßpunkten im Bereich der Kreisläufe kalibrierte Pt–100–Widerstandsthermometer. Mit der Differenz dieser Temperaturen und dem Durchfluß ist bereits eine Bilanzierung möglich. Die dazu benötigten Stoffdaten für das Wasser–Ethylenglykol–Gemisch werden mit Korrelationen von BOHNE, FISCHER und OBERMEIER (1984) berechnet. Da deren Fehler mit bis zu $\pm 7\%$ angegeben sind und noch weitere Fehlerquellen hinzukommen, wird zusätzlich ein zweiter Bilanzierungsweg gewählt:

Es wird die Temperaturdifferenz unmittelbar zwischen Vor– und Rücklauf der (wärmeisolierten) elektrischen Heizung (TDIR 25) sowie deren Leistung (ER 26) gemessen. Daraus ergibt sich mit der Differenz zwischen TIR 18 und 19 unmittelbar der kalte Wärmestrom, ohne daß Stoffdaten für das Gemisch oder ein Durchflußmeßwert benötigt werden.

Die Heizleistung wird primär über einen im Schaltschrank der Anlage installierten PID–Störungsregler (TC 22) kontrolliert, dessen Regelgröße – zur Vermeidung einer Totzeit – die Temperatur unmittelbar am Austritt aus der elektrischen Heizung ist. Sein Sollwert ist

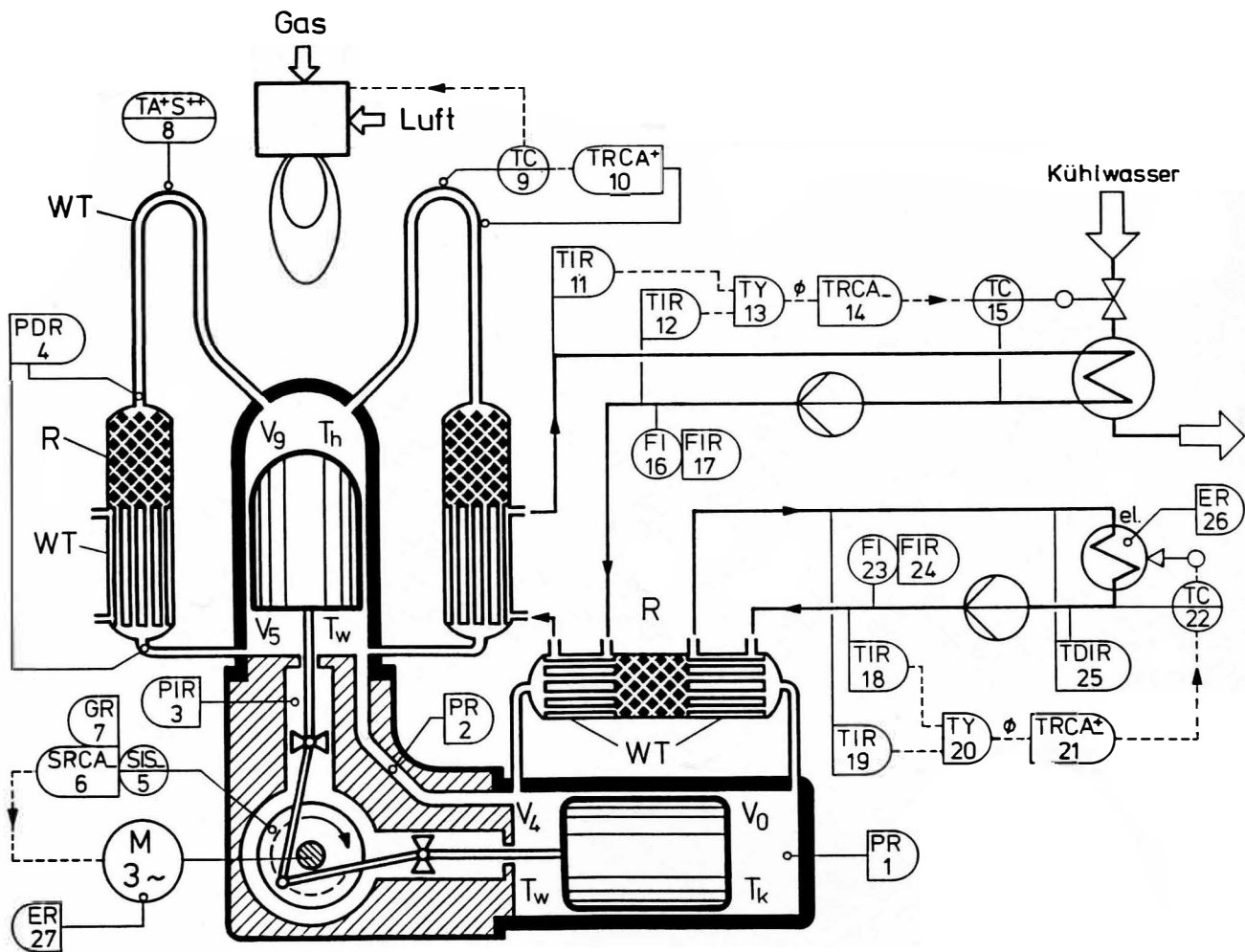


Bild 5.1-1: Vereinfachtes Schema der Versuchsanlage

entweder ein lokal fest eingestellter Wert oder – wahlweise umschaltbar – das Stellsignal eines in der Meßwerterfassungsanlage einprogrammierten PI-Führungsreglers (TRCA 21). Dessen Regelgröße ist das arithmetische Mittel aus den Vor- und Rücklauftemperaturen an der Wärmepumpe (TIR 18 und 19, TY 20). Damit kann im normalen Versuchsbetrieb die mittlere Fluidtemperatur im Mantelraum der kalten Wärmeaustauschereinheiten auf wenige 10^{-2} K konstant gehalten werden.

Zusätzlich ist für den kalten Kreislauf eine in Bild 5.1-1 nicht eingezeichnete Kühlung vorgesehen. Sie wird beim Anfahren der Anlage zugeschaltet sowie auch in Betriebszuständen mit zu geringer Kälteleistung der Wärmepumpe. Da die leicht überdimensionierte Umwälzpumpe eine Leistung von ca. 300 W dissipiert und der Kreislauf nur unvollständig isoliert ist, tritt dieser Fall bei tieferen Temperaturniveaus und niedrigen Drücken oder Drehzahlen häufig ein.

Der Wasserkreislauf auf dem warmen Temperaturniveau ist grundsätzlich ähnlich aufgebaut wie der zuvor beschriebene. Da hier jedoch Wärme abzuführen ist, tritt an die Stelle der

elektrischen Heizung ein mit Kühlwasser beaufschlagter Plattenwärmeaustauscher, der – wie in Bild 5.1–1 dargestellt – zunächst über den PID–Störungsregler TC 15 geregelt wird. Dessen Sollwert kann analog zum kalten Kreislauf ebenfalls lokal am Schaltschrank eingestellt oder von einem in der Meßwerterfassungsanlage programmierten Führungsregelalgorithmus geliefert werden. Im letzteren Fall ist wiederum die mittlere Fluidtemperatur in den Wärmeaustauschern der Vuilleumier-Maschine die Regelgröße.

Die Mittelwertbildung sowie auch die Bilanzierung erfolgt hier anhand der Temperaturmeßstellen TIR 11 und 12 im Vor- und Rücklauf der Anlage. Da bei Wasser keine Probleme wegen unsicherer Stoffdaten auftreten und auch die Durchflußmessung (FI 16/FIR 17) genauer ist, wurde hier keine zweite, zusätzliche Bilanzierungsmethode angewandt.

Der Wasserkreislauf wird zusätzlich zu Kühlzwecken durch einige Querbohrungen im Getriebeblock geführt, wobei die dort aufgenommene Wärme mit in die Gesamtbilanz eingeht. Dies ist in Bild 5.1–1 aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht eingezeichnet.

Die Außenwandtemperatur der Erhitzerrohre wird durch TC 9 und TCA 10 geregelt. Die Stellgröße wirkt dabei über einen Dreipunktausgang unmittelbar auf den Gasbrenner, dessen Leistung sich stufenlos steuern läßt. In Vorversuchen wurde festgestellt, daß die höchsten Temperaturen an den oberen Rohrbögen auftreten. Aus Sicherheitsgründen wurden die als Meßfühler eingesetzten Ni–CrNi–Thermoelemente daher vorzugsweise hier angelötet, um eine Überschreitung der Auslegungstemperatur von 550°C zu vermeiden. Es wurde dabei in Kauf genommen, daß die mittlere Wandtemperatur der Rohre um einige Grade unter dem Wert der Regelgröße liegt.

Der heiße Wärmeaustauscher eignet sich nicht für eine genaue Bilanzierung, da die Verluste durch die Brennraumwände und den Abgasstrom nur ungenau zu bestimmen sind und auch die Ermittlung des Heizwertes des eingesetzten Erdgases schwierig ist. Er kann zeitlichen Schwankungen unterworfen sein, und das Versorgungsunternehmen macht keine Angaben über den aktuellen Istwert, sondern nur über die einzuhaltenden Toleranzwerte.

In jedem Fall wäre ein experimentell bestimmter heißer Wärmestrom der ungenaueste der vier auftretenden Energieströme. Es wurde daher eine möglichst exakte Ermittlung des warmen und kalten Wärmestroms sowie der elektrischen Motorleistung angestrebt, indem u.a. durch Isolation die Verlustwärmeströme zwischen der Maschine und der Umgebung minimiert wurden. Der heiße Wärmestrom ergibt sich dann aus der Gesamtbilanz.

Die mittlere Drehzahl der Kurbelwelle wird über Impulsgeber ermittelt und am Schaltschrank angezeigt (SIS 5). Zusätzlich wird sie an die Meßwerterfassungsanlage übermittelt und von

dort durch einen PI-Algorithmus auf den vorgegebenen Sollwert eingeregelt (SRCA 6). Das Stellsignal wirkt dabei auf den Eingang eines Frequenzumrichters und verändert die Drehzahl des im Motor wirkenden Drehfeldes. Auf diese Weise ist auch eine Bremswirkung möglich, falls die Wärmepumpe einen Überschuß an mechanischer Leistung liefert.

Die elektrische Motorleistung (die wegen elektrischer Verluste auch in diesen Fällen noch positiv ist, d.h. der Anlage zugeführt wird) wird über einen speziellen Meßumformer (ER 27) ermittelt, der auch die stark von der Sinusform abweichenden Strom- und Spannungsverläufe zwischen Frequenzumrichter und Motor noch verarbeiten kann.

Der mittlere Prozeßdruck wird indirekt über den Druck im Getrieberaum, der nur geringen zeitlichen Schwankungen unterworfen ist, bestimmt. Dazu wird das Signal eines DMS-Druckaufnehmers über das Meßwerterfassungsgerät und den angeschlossenen Rechner angezeigt (PIR 3). Weicht es vom Sollwert ab, so kann der Druck von Hand über die Befüllungs- oder Entleerungsventile korrigiert werden. Eine ständige Regelung ist nicht erforderlich.

Neben den bislang behandelten, zur Bilanzierung oder Überwachung dienenden quasi-stationären Messungen besteht auch die Möglichkeit, mit hoher zeitlicher Auflösung den Prozeßzyklus in der Maschine meßtechnisch zu verfolgen. Die hierzu verfügbaren vier Kanäle wurden mit einem Anschluß des x,y-Potentiometers auf der Kurbelwelle (GR 7), zwei DMS-Druckaufnehmern im kalten Zylinderraum V_0 (PR 1) und zwischen den beiden warmen Zylinderräumen V_4 und V_5 (PR 2) sowie einem Differenzdruckaufnehmer zwischen V_5 und dem oberen Ende eines heißen Regenerators (PDR 4) belegt. Damit besteht die Möglichkeit, über p,V-Integrale die indizierten Wärmeströme und Leistungen zu bestimmen und zusätzlich Informationen über Strömungsdruckverluste zu gewinnen.

Nicht aufgenommen wurden in Bild 5.1-1 Armaturen, Ausgleichsbehälter und Hilfsheiz- und -kühleinrichtungen zum Anfahren der Anlage, Meßstellen zur Temperaturüberwachung im Bereich der Brennkammer, der heißen Maschinenteile und des Elektromotors, die prozeßgasseitigen Installationen zum Befüllen und Entleeren der Anlage mit den zugehörigen Sicherheitsventilen und Manometern sowie weitere, zum sicheren Betrieb der Anlage erforderliche Überwachungs- und Verriegelungsschaltungen. Ein vollständiges RI-Fließbild der Versuchsanlage wurde von König¹ angefertigt. In dieser Arbeit finden sich auch detailliertere Angaben zur Anlagenperipherie, insbesondere zu dem elektronischen Meßwerterfassungssystem vom Typ Hewlett Packard 3852 und dem zur Steuerung und Überwachung des Versuchsablaufes eingesetzten Rechner des Typs HP 9000/310 einschließlich der eingesetzten Programme. Ebenso sind dort die bei der Inbetriebnahme durchgeführten Kalibrierungsmessungen dokumentiert.

¹M. König: Meßtechnische Aufrüstung und Inbetriebnahme einer Vuilleumier-Wärmepumpen-Versuchsanlage. Studienarbeit, Lehrstuhl für Thermodynamik, Universität Dortmund (1989).

5. 2 Versuchsdurchführung

Die gesamte Versuchsanlage ist so konzipiert, daß die Vuilleumier – Maschine mit ihrer unmittelbaren Peripherie und den in einem Schaltschrank zusammengefaßten elektrischen Installationen bereits sicher betrieben werden kann. Es existieren dort Überwachungs- und Verriegelungsschaltungen für alle kritischen Größen, und es können Sollwerte für die Temperaturen und die Drehzahl lokal eingestellt werden.

Im normalen Versuchsbetrieb ist die soweit beschriebene Anlage mit dem elektronischen Meßwerterfassungssystem als nächsthöherer Ebene verbunden. Hier werden einerseits alle quasi-stationären Meßgrößen, die teils zur Bilanzierung, teils zur zusätzlichen Dokumentation und Überwachung des Betriebszustandes dienen, in festen Zeitabständen aufgenommen und zwischengespeichert und andererseits – bei entsprechender Schalterstellung – von den dort programmierten Führungsreglern (TRCA 21, 14 und 10 sowie SRCA 6) die Sollwertsignale an die Störungsregler im Schaltschrank bzw. den Frequenzumrichter übermittelt.

Das entsprechende Programm läuft auf dem Meßwerterfassungsgerät in einer Endlosschleife im Hintergrund und ist unabhängig von dem angeschlossenen Rechner als der höchsten Ebene zur Überwachung, Steuerung und Aufzeichnung der Versuche. Auch bei Absturz oder Unterbrechung des dort laufenden Programmes hält die Meßwerterfassungsanlage daher den Betriebszustand bei den zuletzt vorgegebenen Sollwerten und speichert die anfallenden Daten vorübergehend bis zu einem Zeitraum von mehr als zwei Stunden. Erst dann müssen sie (spätestens) vom Rechner abgerufen werden.

Eine Übersicht über das durchgeführte Versuchsprogramm gibt Tabelle 5.2-1. Als Ausgangspunkt der verschiedenen Variationen der Betriebsparameter kann der Auslegungspunkt bei $p = 100 \text{ bar}$, $n = 400 \text{ min}^{-1}$, $T_k = 0^\circ\text{C}$, $T_w = 40^\circ\text{C}$, $T_h = 500^\circ\text{C}$ angesehen werden. Wie schon in den vorhergehenden Abschnitten wird er vorrangig zur beispielhaften Darstellung des Prozeßverlaufs und grundsätzlicher Zusammenhänge gewählt. Die Variation des Prozeßdruckes erstreckt sich über den Bereich von 50 bis 100 bar mit Zwischenwerten bei 70 und 90 bar, während der Einfluß von T_w und T_h für $p = 100 \text{ bar}$ durch Messungen bei 50°C bzw. 400°C untersucht wurde. An den so festgelegten Ausgangspunkten wurde nun jeweils die kalte Temperatur zwischen $+10^\circ\text{C}$ und -10°C in Schritten von 5°C sowie die Drehzahl von 200 bis 400 min^{-1} in Schritten von 50 min^{-1} (teilweise auch 100 min^{-1}) variiert. Bei aufeinanderfolgenden Messungen wurde möglichst nur die Drehzahl verändert, da so die Wartezeiten bis zur Einstellung des stationären Zustandes am geringsten waren.

Die vorrangige Variation von Druck, Drehzahl und kalter Temperatur wurde deshalb durchgeführt, weil die beiden erstgenannten Größen bevorzugt für die Realisierung von Teillastbe-

Tabelle 5.2-1: Meßprogramm für die Mittelwerte der Betriebsparameter

p	-	Prozeßdruck	T_k	-	kalte Kreislauftemperatur
n	-	Drehzahl	T_w	-	warme Kreislauftemperatur
			T_h	-	heiße Rohrwandtemperatur

$\frac{p}{\text{bar}}$	$\frac{n}{\text{min}^{-1}}$	$\frac{T_k}{\text{°C}}$	$\frac{T_w}{\text{°C}}$	$\frac{T_h}{\text{°C}}$
100	200...400	-10...+10	40	500
100	200...400	-10...+10	40	400
100	200...400	-10...+10	50	500
90	200...400	-10...+10	40	500
70	200...400	-10...+10	40	500
50	200...400	-10...+10	40	500

triebszuständen geeignet sind. Hier sind im Vergleich zu einer Absenkung der heißen Temperatur die geringeren Einbußen bei der Leistungszahl zu erwarten. Eine Veränderung der kalten Temperatur gibt Aufschluß über das Verhalten einer Wärmepumpe bei wechselnden Umgebungstemperaturen. Gegenüber einer Variation von T_w , die in dieser Hinsicht ebenfalls von Bedeutung ist, ergibt sich unter experimentellen Gesichtspunkten der Vorteil, daß nur die Temperaturdifferenz im kalten Zylinder verändert wird. Die verschiedenen hiervon abhängigen Effekte, wie z.B. die Druckschwankung in ihrer Amplitude und Phasenlage oder Regenerator – und Wärmeleitungsverluste, sind hier leichter zu erkennen und voneinander zu trennen als bei einer Variation von T_w , wo sich zusätzliche Einflüsse überlagern würden.

Der Versuchsbetrieb ist sehr zeitaufwendig, da sich stationäre Betriebszustände wegen der aufgrund ihrer Masse thermisch trägen Bauteile nur langsam einstellen. So können während eines Arbeitstages in der Regel nur 3 – 4 Meßpunkte gewonnen werden. Zu Beginn erfordert das Aufheizen eine Wartezeit von ca. 2 h. Danach muß die temperierte Anlage kurzzeitig abgeschaltet werden, d.h. der Brennerbetrieb und die Kolbenbewegung müssen unterbrochen werden, um die Mittelwerte bzw. den Nullpunkt der Druckaufnehmer im Stillstand abzugleichen. Dies ist wegen der Temperaturabhängigkeit dieser Meßfühler, besonders des Differenzdruckaufnehmers, nicht im kalten Zustand der Anlage möglich. Das letztgenannte Gerät arbeitet nach einem induktiven Prinzip und kann nur mit einem Trägerfrequenzmeßverstärker betrieben werden. Trotz des beschriebenen Abgleichverfahrens treten im späteren Meßbetrieb besonders hier noch leichte Nullpunktverschiebungen auf. Die aufgezeichneten Druckverläufe müssen daher hinsichtlich des Mittelwertes noch korrigiert werden, was leicht möglich ist.

Nach diesen Abgleicharbeiten wird die Anlage möglichst schnell wieder in Betrieb genommen, und es ist nun die Einstellung des stationären Zustandes abzuwarten. Als Kriterium dient dabei die zeitliche Änderung der laufend angezeigten bilanzierten Wärmeströme. Ist sie unter ein durch die statistische Streuung zwischen den einzelnen Messungen gegebenes Maß abgesunken, so wird der erreichte Betriebszustand vollständig aufgezeichnet. Hierzu gehört einerseits die Speicherung aller quasi-stationären Meßdaten auf einem separaten File. Andererseits werden mit der hohen zeitlichen Auflösung von 12500 Meßpunkten pro Sekunde und Kanal die vier bereits genannten Größen (Kurbelwellenposition, Druck im kalten und warmen Raum sowie Differenzdruck zwischen V_5 und dem oberen Ende einer heißen Regeneratoreinheit) aufgezeichnet. Dabei fallen innerhalb der Meßzeit von 1,28 s 64000 Meßwerte an, die ebenfalls auf den Rechner übertragen und dort zunächst unverändert gespeichert werden.

Die im Verhältnis zur Drehzahl der Maschine ungewöhnlich hohe Abtastrate wurde gewählt, weil das eingesetzte Hochgeschwindigkeitsvoltmeter lediglich über eine Auflösung von $3\frac{1}{2}$ Dezimalstellen verfügt und außerdem höherfrequente Störungen kaum unterdrücken kann. Bei der graphischen Darstellung der unverarbeiteten Daten ist das zwar deutlich erkennbare Nutzsinal daher von einem Störungsrauschen überlagert, in dem auch Einflüsse der Netzfrequenz von 50 Hz enthalten sind. Im nächsten Abschnitt wird erläutert, wie diese Störgrößen durch die Auswertungsrechnung eliminiert werden können. Hierbei ist eine möglichst große Zahl von Einzelmessungen von Vorteil, da die Trennung von Nutz- und Störsignal dann zuverlässiger möglich ist. Vereinfacht ausgedrückt wird die geringe Genauigkeit der Einzelmessung, die allein wegen der begrenzten Stellenzahl schon auf ca. 0,3 % beschränkt ist, durch Mittelwertbildung aus einer großen Zahl von Meßwerten erhöht.

5.3 Aufbereitung der Meßdaten

Während die quasi-stationären Meßdaten nach ihrer Abspeicherung nicht weiter aufbereitet werden müssen, sind die Rohdaten der Hochgeschwindigkeitsmessung schon wegen ihres Umfangs nicht unmittelbar für eine darstellende Auswertung geeignet. Sie werden daher mit Hilfe eines der Fourieranalyse ähnliche Verfahrens durch Ausgleichskurven angenähert. Als unabhängige Variable eignet sich der Kurbelwinkel am besten, denn so können bei Kenntnis der Getriebegeometrie unmittelbar die indizierten Wärmeströme und die indizierte Leistung berechnet und die Meßwerte mit theoretisch berechneten Kurvenverläufen verglichen werden.

Da die Rohdaten jedoch mit konstanter Zeitschrittweite aufgenommen wurden, ist als erstes eine Umrechnung in Winkelwerte vorzunehmen. Hierzu läßt sich das Spannungssignal des x,y-Potentiometers auf der Kurbelwelle verwenden, dessen Verlauf gleich dem Sinus des Kurbelwinkels (zuzüglich einer durch Eichmessungen bestimmten Phasenverschiebung) ist.

Es gibt gleichzeitig Aufschluß über die während eines Zyklus auftretenden Schwankungen der Winkelgeschwindigkeit.

Der Kurbelwinkel läßt sich nicht durch unmittelbare Anwendung der inversen Sinusfunktion auf die Spannungswerte ermitteln, da die Fehlerfortpflanzung in der Nähe der Extremwerte sehr ungünstig ist. Die überlagerten Störungen sind hier relativ zum Nutzsignal zwar erheblich geringer als bei den Druckaufnehmern, können aber wegen des begrenzten Definitionsbereiches der inversen Sinusfunktion dennoch zu mathematischen Schwierigkeiten führen. Der Verlauf der Potentiometerspannung über der Zeit wird daher zunächst durch eine Ausgleichskurve angenähert. Wegen der Schwankungen der Winkelgeschwindigkeit ist er nicht durch eine reine Sinusfunktion wiederzugeben, jedoch mit hoher Genauigkeit durch eine Fourierreihe bis zur 6. Oberschwingung. Um diese Anpassung vornehmen zu können, muß vorab die Frequenz genau bekannt sein. Sie läßt sich nach der Methode der übergreifenden Differenzen ebenfalls aus der Potentiometerspannung bestimmen, da – drehzahlabhängig – zwischen 4 und 8 Wellenumdrehungen aufgezeichnet werden. Nach Festlegung eines Schwellenwertes wird nach Zeitpunkten gesucht, wo dieser in einer bestimmten Richtung überschritten wird. Um Fehler durch einzelne "Ausreißer" zu vermeiden, wird die Meßkurve an diesen Stellen lokal durch ein Ausgleichspolynom angenähert, bevor der genaue Zeitpunkt bestimmt wird.

Im nächsten Schritt wird die gesamte Meßkurve der Potentiometerspannung durch multiple Regression mit dem Ansatz

$$\hat{U}(t) = a_0 + \sum_{n=1}^6 \left[a_n \cos n \omega t + b_n \sin n \omega t \right] + \\ + a_N \cos \omega_N t + b_N \sin \omega_N t \quad (5.3-1)$$

korreliert, wobei ω die mittlere Winkelgeschwindigkeit der Welle, ω_N die Netzfrequenz von 50 Hz und a_0 , a_n , b_n ($n=1, \dots, 6$), a_N und b_N die anzupassenden Konstanten sind. Durch Hinzunahme der von ω_N abhängigen Glieder lassen sich Störspannungen dieser Frequenz eliminieren, wenn die Ausgleichsfunktion anschließend ohne diese Glieder verwendet wird.

Die übliche Fourieranalyse hat gegenüber dieser Methode den Nachteil, daß die Meßpunkte in einem Intervall $[0, 2\pi]$ äquidistant verteilt sein müßten und nur vollständig aufgezeichnete Umdrehungen verwertbar wären. Der Einfluß von Störungen mit Netzfrequenz könnte nicht separat erfaßt werden.

Die Matrix des linearen Gleichungssystems, das bei der multiplen Regression zu lösen ist, geht in die Einheitsmatrix über, falls in einem Sonderfall die oben genannten Bedingungen erfüllt

sind und die Netzfrequenzglieder unberücksichtigt bleiben, und der Algorithmus vereinfacht sich damit zu dem der Fourieranalyse. Andernfalls verschwinden die Elemente beiderseits der Diagonalen nicht, wenn sie auch stets deutlich kleiner als die Diagonalelemente bleiben. Die Lösung des Gleichungssystems ist also numerisch unproblematisch. Das beschriebene Regressionsverfahren kann somit als verallgemeinerte harmonische Analyse aufgefaßt werden.

Die Extremwerte der so gewonnenen periodischen Ausgleichsfunktion sind mathematisch exakt definiert. Die Umrechnung in den Kurbelwinkel über die inverse Sinusfunktion ist auf dieser Grundlage unproblematisch. Damit sind die gemessenen Druckwerte und die Zeit als Funktionen des Winkels bekannt. Sie werden im nächsten Schritt ebenfalls mit der beschriebenen Methode durch eine Ausgleichsfunktion entsprechend Gl. 5.3–1 angenähert. Dabei ist lediglich ωt durch den jetzt bekannten Kurbelwinkel φ zu ersetzen. Die angepaßten Koeffizienten werden in einem File gespeichert und stehen damit als Grundlage für weitere Auswertungen zur Verfügung. Die Originaldaten werden nicht mehr benötigt und können auf Magnetband ausgelagert werden.

Mit Hilfe der erhaltenen Ausgleichsfunktionen sind die p, V -Integrale für die Zylinderräume und den Gesamtprozeß numerisch leicht auswertbar. Um hierzu den Druck im heißen Zylinderraum näherungsweise zu bestimmen, wurde anhand von Rechnungen das Verhältnis des vom Differenzdruckaufnehmer erfaßten Strömungsdruckverlustes zur gesamten Druckdifferenz zwischen warmem und heißem Zylinderraum ermittelt. Die Meßwerte werden mit diesem Faktor, der wegen des relativ hohen Druckverlustes im Erhitzer ca. 2,0 beträgt, extrapoliert und zum Absolutdruck im warmen Raum addiert. Eine Druckmeßstelle unmittelbar im heißen Zylinder ist aus fertigungstechnischen Gründen nachträglich nicht mehr mit vertretbarem Aufwand zu realisieren.

Im Anhang A5 sind in Tabellenform die so berechneten indizierten Wärmeströme gemeinsam mit den entsprechenden bilanzierten Größen für alle durchgeführten Messungen aufgelistet (Tabelle A5–1). Die Sollwerte für Druck, Drehzahl und die Temperaturniveaus sind jeweils mit aufgeführt. Der bilanzierte heiße Wärmestrom ergibt sich aus der Gesamtbilanz unter Verwendung des warmen und kalten Wärmestroms sowie der elektrischen Motorleistung.

Bei den mit * gekennzeichneten Messungen stand der Meßumformer für die Leistung noch nicht zur Verfügung. Sie wurden in diesen Fällen nachträglich anhand der mechanischen Wellenleistung geschätzt, die sich aus der Differenz zwischen Drehfeldfrequenz n_D und Wellendrehzahl n mit der vom Hersteller mit $k = 5,88$ Nms angegebenen Kennliniensteilheit des Motors ergibt. Es gilt für das Drehmoment

$$M = k (n_D - n) \quad (5.3-2)$$

und somit für die mechanische Wellenleistung

$$P_{\text{mech}} = 2 \pi \cdot n \cdot k (n_D - n) \quad (5.3-3).$$

Da der Motor über einen Frequenzumrichter betrieben wird, ist sie nicht unmittelbar proportional zur elektrischen Leistung, denn der Wirkungsgrad des Motors ist bei niedrigeren Frequenzen schlechter. Nimmt man vereinfachend an, daß die zusätzlichen Verluste vom Kehrwert der Feldfrequenz abhängen, so ist ein Zusammenhang der Form

$$P_{\text{mech}} = k_1 \cdot P_{\text{el}} - k_2 \cdot \frac{1}{n_D} \quad (5.3-4)$$

mit k_1 und k_2 als empirisch zu bestimmenden Konstanten zu erwarten. Es besteht dann ein linearer Zusammenhang zwischen $P_{\text{el}} \cdot n_D$ und $P_{\text{mech}} \cdot n_D$. Bild 5.3-1 zeigt eine entsprechende Auftragung für alle Messungen nach Anschaffung des Meßumformers für die elektrische Leistung. Die Punkte lassen sich gut durch die eingezeichnete Ausgleichsgerade annähern, und man erhält

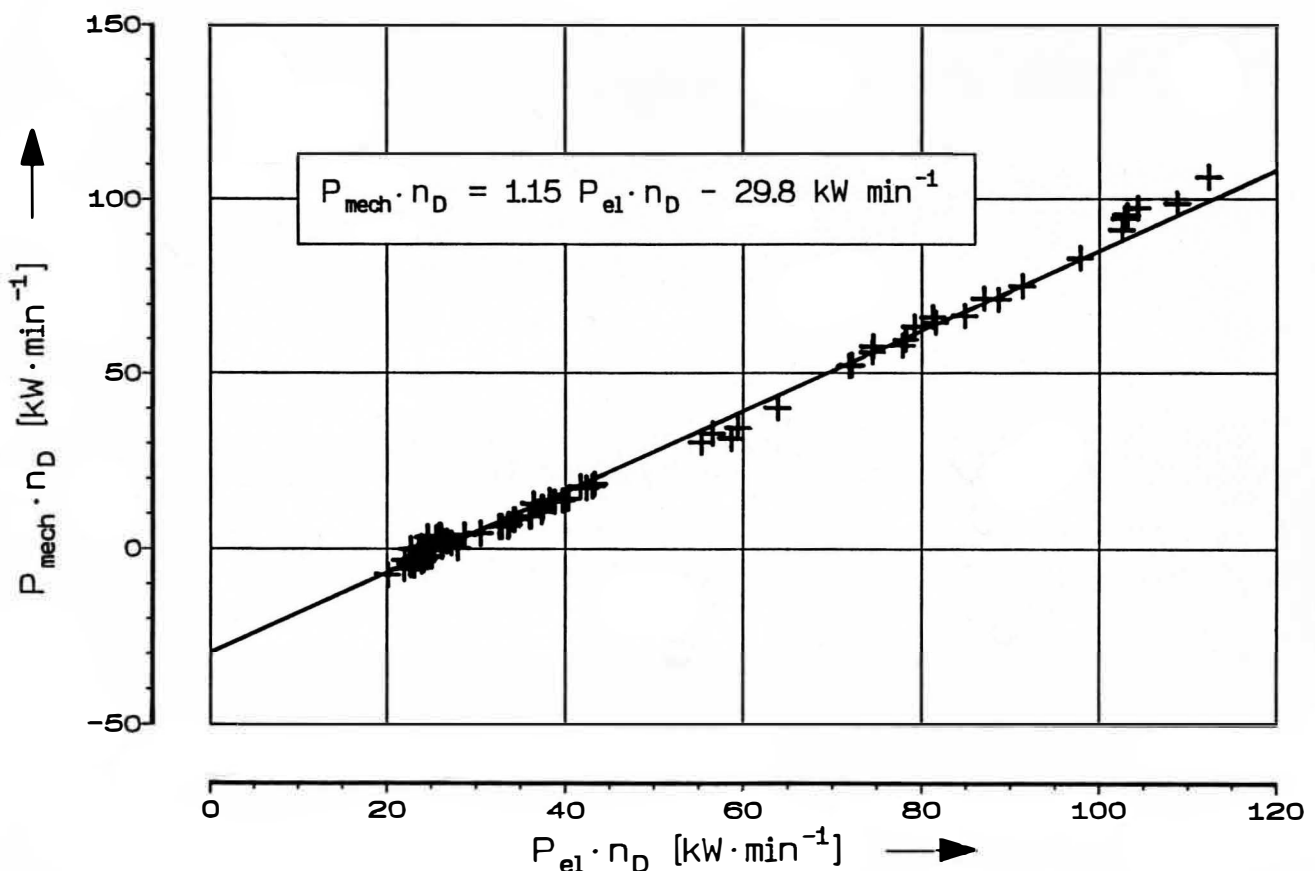


Bild 5.3-1: Zusammenhang zwischen elektrischer und mechanischer Leistung P_{el} und P_{mech} bei veränderlicher Drehfeldfrequenz n_D

$$P_{\text{mech}} = 1,15 \cdot P_{\text{el}} - \frac{29,8 \text{ kW min}^{-1}}{n_{\text{D}}} \quad (5.3-5).$$

Die Abschätzung des Drehmomentes über Gl. 5.3-2 ist wegen des Umrichterbetriebes problematisch, denn die Steilheit der Motorkennlinie wird hiervon vermutlich beeinflusst. Nichtsdestoweniger läßt sich die vom Motor aufgenommene elektrische Leistung gut als empirische Funktion von n und n_{D} darstellen, wenn Gl. 5.3-3 in Gl. 5.3-4 eingesetzt und diese nach P_{el} aufgelöst wird. Man erhält dann als Vorhersagegleichung für P_{el}

$$P_{\text{el}} \approx 0,87 \cdot 2 \pi n m (n_{\text{D}} - n) + \frac{25,9 \text{ kW min}^{-1}}{n_{\text{D}}} \quad (5.3-6).$$

Mit dieser Beziehung wurde P_{el} für die in Tabelle A5-1 mit * gekennzeichneten Messungen nachträglich berechnet. Der Fehler kann anhand von Bild 5.3-1 mit ca. $\pm 20 \text{ W}$ abgeschätzt werden (für $n_{\text{D}} \approx 200 \text{ min}^{-1}$).

Die Angaben für P_{mech} in Tabelle A5-1 sind demgegenüber als ungenauer einzustufen, da – wie schon erwähnt – die Auswirkungen des Frequenzumrichterbetriebes auf die Kennlinie des Motors unbekannt sind. Sie hat allerdings für die weiteren Auswertungen nur insofern Bedeutung, als sie mit der durch das Simulationsprogramm berechneten Bremsleistung verglichen werden kann. Diese Größe, die in erster Linie für die Berechnung von Stirlingmotoren vorgesehen ist, entsteht durch Integration des vom simulierten Drehstrommotor/ – generator auf die Getriebewelle wirkenden Momentes über den Kurbelwinkel und unterscheidet sich rechnerisch nur dann von der indizierten Leistung des Prozesses, wenn Reibungsverluste durch entsprechende Eingabedaten berücksichtigt werden. Dies ist bei zwangsgeführten Kolben lediglich über ein konstantes, vorzugebendes Reibmoment möglich, das auf die Getriebewelle wirkt. Um hier für die Vuilleumier – Wärmepumpe einen Anhaltswert zu gewinnen, wurde dieses Reibmoment aus der Differenz zwischen der indizierten Prozeßleistung P_{ind} und P_{mech} für alle Messungen berechnet.

Bei den Versuchen zeigte sich eine Abnahme der inneren Reibung mit zunehmender Betriebszeit, was vermutlich auf Einlaufeffekte zurückzuführen ist, wie sie auch vom Hersteller der verwendeten Dichtungen vorausgesagt wurden. In Bild 5.3-2 wurde das Reibmoment daher über der laufenden Nummer der Messung in chronologischer Folge aufgetragen. Trotz der erheblichen Streuung der Punkte² ist eine abfallende Tendenz zu erkennen, was auch durch die eingezeichnete Ausgleichsgerade bestätigt wird. Die großen Abweichungen sind auf die Differenzbildung zwischen den jeweils nur ungenau bestimmbaren Größen P_{mech} und P_{ind} zu-

²Eine Auftragung über anderen möglicherweise relevanten Größen, z.B. der Drehzahl oder dem Prozeßdruck; zeigte keine weiteren signifikanten Abhängigkeiten.

rückzuführen. Besonders bei P_{ind} liegt der Meßfehler nahezu in der Größenordnung des Betrages, denn dieser Wert ist gleich der Summe der p,V -Integrale der Zylinderräume und verschwindet wegen des fast konstanten Gesamtvolumens annähernd. Es liegt somit bereits hier eine hinsichtlich der Fehlerfortpflanzung sehr ungünstige Differenzenbildung aus den einzelnen p,V -Integralen vor, die, wie man an den indizierten Wärmeströmen in Tabelle A5-1 erkennen kann, erheblich größer als die indizierte Leistung sind. Es ist dabei besonders zu berücksichtigen, daß der Druckverlauf im heißen Zylinderraum nur indirekt bestimmt werden kann.

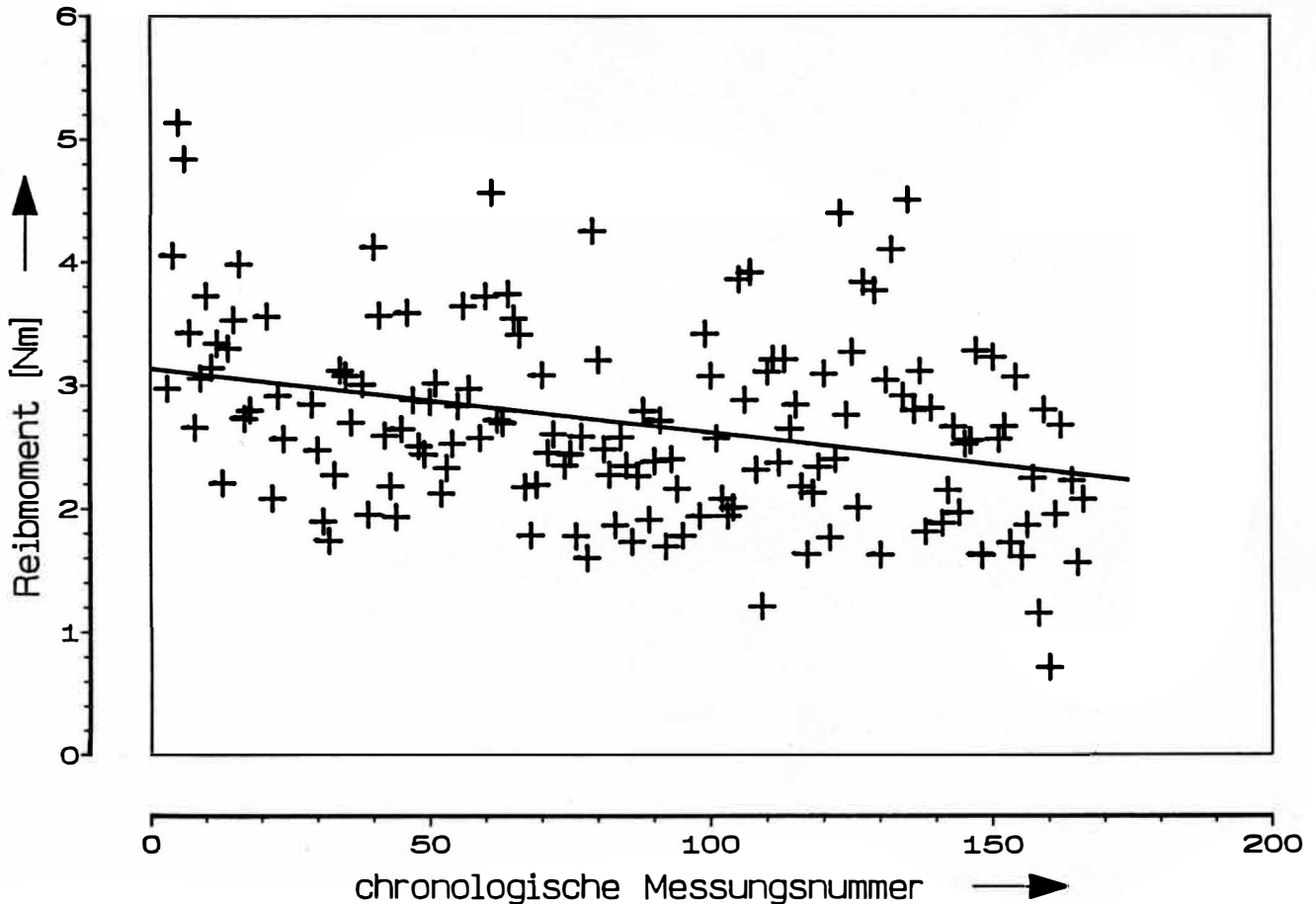


Bild 5.3-2: Experimentell ermittelte Reibmomente in Abhängigkeit von der Anlagenbetriebszeit

Die in Tabelle A5-1 aufgeführten Meßergebnisse werden in Abschnitt 6 mit den Resultaten der Simulationsrechnung verglichen und graphisch dargestellt.

Aus den bilanzierten Energieströmen wurden in Tabelle A5-1 zusätzlich die Leistungszahlen η und η_1 berechnet. η ist als reines Wärmeverhältnis definiert, während in der aussagefähigeren Größe η_1 die mechanische Leistung P_{mech} mit berücksichtigt wird. Ist $P_{\text{mech}} > 0$, so wird sie als aufzuwendender Energiestrom mit dem Faktor 3 gewichtet, um den Wirkungsgrad der Energieumwandlungen in Wärmekraftanlagen zu berücksichtigen. Ist dagegen

$P_{\text{mech}} < 0$, so wird sie dem nutzbaren Wärmestrom zugerechnet, da eine andere Verwendung bei ihrem stets geringen Betrag nicht wirtschaftlich wäre und die Erzeugung elektrischer Leistung nicht Aufgabe einer Wärmepumpe ist. Es gelten daher die Berechnungsgleichungen

$$\eta = \frac{-Q_w}{Q_h} \quad (5.3-7),$$

$$\eta_1 = \frac{-Q_w}{Q_h + 3 P} \quad (P > 0)$$

$$\eta_1 = \frac{-Q_w - P}{Q_h} \quad (P < 0) \quad (5.3-8).$$

5.4 Fehlerbetrachtung

Die Fehler der Leistungsdaten P_{el} , P_{mech} und P_{ind} wurden bereits diskutiert. Die Wärmeströme als für die Bewertung des Prozesses wesentliche Größen ergeben sich aus der Gleichung

$$Q = \dot{m} c [T_{\text{ein}} - T_{\text{aus}}] \quad (5.4-1),$$

die als Grundlage der Fehlerbetrachtung zu verwenden ist.

Bei der Berechnung des kalten Wärmestroms tritt zusätzlich das Problem der Stoffdatengenauigkeit für das Wasser – Ethylenglykolgemisch auf. Es wurden die bereits zitierten Korrelationen (BOHNE, FISCHER und OBERMEIER 1984) für die Dichte ρ , die dynamische Viskosität η und die Wärmekapazität c verwendet. Aufgrund der Angaben der Autoren beträgt der Fehler bei ρ ca. $\pm 0,25\%$, bei η ca. $\pm 5\%$ und bei c ca. $\pm 7\%$. Die Viskosität wird benötigt, um die Meßwerte des für Wasser geeichten Schwebekörperdurchflußmessers für das eingesetzte Stoffgemisch zu korrigieren. Es wurden Geräte der Firma Krohne (Typ H54 M4) mit Meßbereichen von 630 l/h und 1000 l/h im kalten bzw. warmen Kreislauf eingesetzt, die stets mit Durchflüssen von ca. 500 l/h bzw. 900 l/h betrieben wurden. Nach Herstellerangaben liegt die Meßgenauigkeit dann bei ca. 1% vom Meßwert. Wegen der Fernübertragung und Umwandlung wird daher insgesamt ein relativer Fehler von 1,5% angenommen. Die Umrechnung der Werte für den kalten Kreislauf erfolgt gemäß

$$\dot{m} = \dot{m}_w \cdot \frac{\alpha_w}{\alpha} \sqrt{\frac{(\rho_s - \rho) \rho}{(\rho_s - \rho_w) \rho_w}} \quad (5.4-2).$$

Dabei ist α der aus dem Kennlinienfeld des Durchflußmessers abzulesende Strömungsbeiwert und ρ_s die Dichte des Schwebekörpers. Der Index w kennzeichnet die für das Eichmedium Wasser gültigen Werte. Während der Fehler der Dichte vernachlässigbar klein ist, ergibt sich anhand des Kennlinienblattes für das von η abhängige α ein Fehler von ca. 1 %.

Der Fehler der Temperaturdifferenz in Gl. 5.4–1 ist sinnvoll nur in absoluter Form anzugeben. Da die eingesetzten Pt–100–Widerstandsthermometer einzeln kalibriert wurden, wird er mit ca. $\pm 0,1$ K abgeschätzt. Dem entspricht bei den angegebenen Durchflußwerten ein Fehler von ca. ± 50 W für den kalten und ca. ± 100 W für den warmen Wärmestrom. Bei Kontrollmessungen im Stillstand der Maschine wurde im kalten Kreislauf ein geringer Einfluß des Durchflusses auf die Temperaturdifferenz festgestellt. Er ist vermutlich auf die durch Druckverluste im Mantelraum dissipierte Energie zurückzuführen und ist bei einer Größe von ca. $3 \cdot 10^{-2}$ K gegenüber anderen Fehlern sehr klein. Trotzdem wurde eine Korrektur vorgenommen, da es sich um einen systematischen Fehler bekannter Größe handelt.

Der Gesamtfehler der Wärmeströme setzt sich aus Anteilen zusammen, die teils in ihrer absoluten, teils in ihrer relativen Größe bekannt sind bzw. abgeschätzt wurden. Er ist damit in jedem Fall von der Größe des Meßwertes abhängig. Für den kalten Wärmestrom wurden Werte zwischen ca. 100 W und 1,3 kW gemessen, wobei sich der Fehler aufgrund der bisherigen Betrachtungen zwischen ca. ± 60 W und ± 110 W bewegt. Für den warmen Wärmestrom erhält man Fehler zwischen ± 110 W und ± 150 W bei Meßwerten im Bereich von 1,9 kW bis 5,2 kW. Die relativen Fehler sind hier geringer, da die Stoffdatenungenauigkeit bei Wasser vernachlässigbar klein ist.

Der heiße Wärmestrom wird indirekt aus der Gesamtbilanz berechnet und ist somit der ungenaueste der bilanzierten Energieströme. Für ihn erhält man unter Berücksichtigung der Fehler des warmen und kalten Wärmestroms und der elektrischen Motorleistung Werte zwischen ± 130 W und ± 190 W bei Wärmeleistungen im Bereiche von 1,6 kW bis 3,9 kW. Unberücksichtigt bleiben hierbei die Isolationsverluste. Es wurde versucht, sie durch umfangreiche Verkleidungen unter Verwendung von Mineralfasermatten und Kunststoffschäumen gering zu halten. Für den Bereich der eigentlichen Maschine, d.h. unterhalb der Brennkammer des Erhitzers, ergeben sich nach groben Abschätzungen Werte von ca. 50 bis 100 W. Es ist daher zu vermuten, daß der dem Prozeß zugeführte heiße Wärmestrom tatsächlich etwas höher ist als aus den Meßwerten ermittelt wurde.

Die zweite Bilanzierungsmethode für den kalten Kreislauf über die elektrische Heizung hat sich trotz ihrer theoretischen Einfachheit in der Praxis nicht bewährt. Das Verfahren erwies sich als sehr empfindlich gegenüber Meßfehlern. Als Gründe sind hier die oft sehr geringe Temperaturdifferenz zwischen Vor- und Rücklauf der elektrischen Heizung, ungenügende Isolation, noch unvollständiger Temperatúrausgleich im Strömungsquerschnitt an der Meßstelle hinter der Heizung sowie Kondenswasser – bzw. Eisbildung zu nennen. Letztere führt zu undefinierten Wärmeströmen im Bereich des Bilanzraumes. Eine vollständige Dampfsperre ließ sich nicht mit vertretbarem Aufwand realisieren. Die nach dieser Methode gewonnenen Meßwerte zeigten eine deutlich größere Streuung als die nach Gl. 5.4–1 ermittelten und waren in vielen Fällen nicht zu reproduzieren. Sie wurden daher nicht in Tabelle A5–1 aufgenommen und werden auch bei den folgenden Darstellungen nicht berücksichtigt.

Abschließend sind noch die Fehler der vier mit hoher zeitlicher Auflösung aufgezeichneten Meßgrößen zu diskutieren. Die Kanäle des auf der Welle angebrachten x,y -Potentiometers wurden kalibriert, indem in geringen Winkelabständen die Kolbenpositionen und die Widerstände gemessen wurden. Die Meßpunkte entsprachen mit hoher Genauigkeit dem aufgrund der Getriebegeometrie zu erwartenden Verlauf. Vor jeder Messung wurde zusätzlich geprüft, ob die Signale des x - und y -Kanals bei vektorieller Addition einen rotierenden Vektor konstanten Betrages liefern. Da sich bei Wiederholungsmessungen keine signifikanten Abweichungen zeigten, ist die Winkelaufzeichnung daher als wenig fehlerbehaftet anzusehen, auch wenn anschließend aus Mangel an Aufzeichnungskanälen nur eine Komponente des Vektors gemessen wurde.

Die Absolutdruckaufnehmer sind mit Dehnungsmeßstreifen in Vollbrückenschaltung bestückt. Wegen der hohen Meßgeschwindigkeit und der begrenzten Möglichkeiten des Meßwerterfassungssystems konnten keine Trägerfrequenz-, sondern lediglich Gleichspannungsmessungen durchgeführt werden. Die Nullpunkte erwiesen sich daher aufgrund von Thermospannungen als temperaturabhängig. Obwohl im temperierten Zustand der Anlage die bereits beschriebenen Abgleichsmessungen durchgeführt wurden, ist daher mit Verschiebungen der Absolutwerte der Messungen zu rechnen. Da jedoch für die Auswertung lediglich die relativen Druckunterschiede von Bedeutung sind, kann dieser Fehler in Kauf genommen werden. Der Linearitätsfehler kann aufgrund von Eichmessungen als vernachlässigbar klein bezeichnet werden.

Der induktiv arbeitende Differenzdruckaufnehmer kann nur mit Hilfe eines Trägerfrequenzmeßverstärkers betrieben werden. Es zeigten sich hier sehr starke Temperaturabhängigkeiten, die zu Fehlern hinsichtlich der Lage des Nullpunktes führten. Auch Einflüsse auf den Verstärkungsfaktor können nicht ausgeschlossen werden, wenn sie auch bei Wiederholungsmessungen nicht erkennbar sind.

6 Experimentelle Ergebnisse im Vergleich zur Simulationsrechnung

6.1 Vergleich für die Vuilleumier – Wärmepumpe

6.1.1 Bemerkungen zu den Berechnungsvorgaben

Die Eingabedaten für die Simulation der Vuilleumier – Wärmepumpe sind in Tabelle A4–1 im Anhang A4 zusammengestellt. Sie ist identisch mit der vom Programm eingelesenen Datei. Die meisten der dort angegebenen Werte ergeben sich unmittelbar aus der Konstruktion bzw. den verwendeten Materialien. Auf eine umfassende Diskussion wird daher verzichtet.

Die Angaben zu den Toträumen basieren auf den in Tabelle A4–2 zusammengestellten Daten. Da die Größe des Totvolumens für die Leistungsdichte von erheblicher Bedeutung ist, sind auch geringe Toträume, wie sie z.B. in und um Schraubenköpfe u.ä. zu finden sind, in die Berechnung eingegangen. Wegen ihrer großen Zahl sind sie ebenso wie die Freiräume in den Dichtungsnuten nicht zu vernachlässigen. Nennenswerte Beiträge liefern auch die umfangreichen Leistungssysteme für den Anschluß von Meßfühlern, Füll –, Ablass –, Überström – und Sicherheitsventilen u.ä.. Das rechnerisch ermittelte Gesamtvolumen des Prozesses konnte experimentell nicht überprüft werden, da die volumetrische Bestimmung der Gasfüllmenge stets auch das nicht genau bestimmbare Getriebevolumen einschließt. Der ermittelte Wert von 12,14 l Gesamtvolumen verteilt sich nach der rechnerischen Totraumbestimmung zu 3,84 l auf die am Prozeß beteiligten Räume und zu 8,30 l auf den Raum im Bereich des Getriebes und des Elektromotors sowie das Innere der Verdrängerkolben. Wenn auch alle anhand der Konstruktionsunterlagen auffindbaren Toträume berücksichtigt wurden, ist damit zu rechnen, daß der tatsächliche Wert durch die Aufstellung in Tabelle A4–2 nicht völlig erreicht wird.

Das Berechnungsverfahren erlaubt es, zusätzliche, d.h. nicht durch andere Maßangaben bereits gegebene Toträume sowohl innerhalb der Zylinderräume als auch an den Schnittstellen zwischen benachbarten Gasräumen zu berücksichtigen. Im letzteren Fall wird das Volumen in der Berechnung zu gleichen Teilen den beiden angrenzenden Räumen zugeschlagen, was nur bei relativ kleinen Toträumen vertretbar ist. Größere Räume, die ohnehin stets in unmittelbarer Nähe eines Zylinders auftreten, wurden bevorzugt diesen zugerechnet, so daß das Totvolumen der Schnittstelle auf den Bereich des eigentlichen Verbindungskanals beschränkt bleiben konnte. Dies ist insofern bedeutsam, als die Angabe des Schnittstellenvolumens auch in die Simulation von Trägheitseffekten in der Gasströmung eingeht. Die genaue Zuordnung zu den Zylinderräumen und Schnittstellen ist in Tabelle A4–2 angegeben.

Es besteht weiterhin die Möglichkeit, für die Schnittstellen Druckverlustbeiwerte einzusetzen. Sie werden auf die kleinere der beiden ebenfalls anzugebenden Anschlußquerschnitte bezogen.

Auf diese Weise können z.B. konstruktiv bedingte Verluste durch Strömungsumlenkung u.ä., die sich aus den übrigen Maßangaben nicht unmittelbar ergeben, berücksichtigt werden. Die stets auftretenden Ein – und Ausströmverluste werden anhand der Anschlußquerschnitte und der freien Strömungsquerschnitte der angrenzenden Gasräume bereits programmintern berechnet, so daß in einigen Fällen der Beiwert 0 angegeben ist.

Wärmeleitungsverluste können in W/K sowohl für Zylinder – Verdrängerkolben – Kombinationen als auch für die Außenwände der Regeneratoren angegeben werden. Sie wurden anhand der Konstruktionsunterlagen errechnet. Zusätzliche Verluste in den Kolbenspalten werden – wie in Abschnitt 4.4 beschrieben – berücksichtigt.

Die Wärmeübergangskoeffizienten in den Mantelräumen der Wärmeaustauscher wurden für die verschiedenen Werte der warmen bzw. kalten Kreislauftemperatur nach den vom VEREIN DEUTSCHER INGENIEURE (1984) veröffentlichten Berechnungsmethoden ermittelt. Von der Möglichkeit, für die Randzonen abweichende Werte vorzugeben, wurde kein Gebrauch gemacht, da wegen des Einbaus von Umlenkblechen keine schlechter durchströmten Zonen anzunehmen sind.

Da am heißen Wärmeaustauscher unmittelbar die Außenwandtemperatur geregelt wurde, wäre –zumindest für den mittleren Längenabschnitt der Rohre – ein unendlich hoher Wärmeübergangskoeffizient einzusetzen. Die Werte wurden jedoch so gewählt, daß geringe Grädigkeiten im mittleren Rohrbereich (ca. 2 bis 5 K) und nahezu adiabate Verhältnisse an den kaum beheizten Rohrenden herrschen. Zusätzlich wurde die Temperatur im Außenraum des Wärmeaustauschers von 500°C auf 450°C für die Prozeßberechnungen herabgesetzt. Die Gründe hierfür werden im folgenden erläutert.

In Abschnitt 5.1 wurde bereits darauf hingewiesen, daß für die Überwachung des Temperatur-Sollwertes aus Sicherheitsgründen eine Meßstelle an der heißesten, in Vorversuchen ermittelten Zone der Erhitzerrohre gewählt wurde. Dazu wurde ein Thermoelement unmittelbar auf der Rohroberfläche angelötet. Zu einem späteren Zeitpunkt, nachdem aufgrund von Vergleichsrechnungen mit dem beschriebenen Verfahren Zweifel an der Richtigkeit der so gewonnenen Werte bestanden, wurden zusätzliche Meßstellen an den Rohren unter Verwendung von angelöteten Formteilen aus Kupfer angebracht, in denen eine Bohrung die Spitze der Thermoelemente aufnahm. Auf diese Weise konnte ein besserer thermischer Kontakt zur Rohrwand erreicht werden, während die ursprünglich angebrachten Meßfühler unmittelbar unter dem Einfluß der Wärmestrahlung in der Brennkammer standen. Da nicht der gesamte Erhitzer in gleicher Dichte mit Meßfühlern versehen werden konnte, wurde bei der Festlegung ihrer Positionen ein Schema gewählt, nach dem

- für ein ausgewähltes Rohr die Verteilung über der Länge,
- für eine Gruppe von vier in dasselbe Regeneratorgehäuse führenden Rohren die Temperaturunterschiede innerhalb dieser Gruppe sowie
- für vier gleichmäßig über den Umfang des Erhitzers verteilte Rohre gleicher Form und Lage die hier auftretenden Differenzen

bestimmt werden konnten. Unter der Annahme, daß die relative Temperaturverteilung über der Länge für alle Rohre sowie die Unterschiede zwischen den vier Rohren für alle Gruppen ähnlich sind, konnte so eine durchschnittliche Rohrwandtemperatur ermittelt werden. Sie liegt rechnerisch zwischen 5 und 20 K unter dem Sollwert, abhängig von dem übertragenen Wärmestrom.

Diese relativ geringen Abweichungen der durch arithmetische Mittelung gewonnenen Werte von der Solltemperatur sind im wesentlichen auf eine einzelne, mit Werten bis ca. 540°C deutlich über dem Mittelwert liegende Temperatur bedingt. Es liegt hier vermutlich eine durch ungleiche Durchlässigkeit der Regeneratoren bedingte schlechtere Durchströmung einer einzelnen Rohrgruppe vor. Alle anderen Meßpunkte liefern dagegen Werte zwischen ca. 470 und 490°C .

Da in schlecht durchströmten und daher heißeren Rohren auch weniger Wärme übertragen wird, erscheint eine arithmetische Mittelung der Werte unberechtigt. Stattdessen müßten die kälteren Rohre, wo der größte Teil des Wärmestroms übertragen wird, stärker gewichtet werden. Wie dies quantitativ zu geschehen hat, ist angesichts der unvollständigen Informationen über die Strömungsverhältnisse unklar. Wird die einzelne zu hohe Temperatur als "Ausreißer" betrachtet und bei der Mittelung nicht berücksichtigt, so erhält man rechnerische Rohrwandtemperaturen zwischen 480 und 475°C . Während die geringe Abhängigkeit vom Wärmestrom durch die Wärmeübergangskoeffizienten beschrieben werden kann, ist somit bereits eine Absenkung der rechnerischen Außenraumtemperatur um ca. 20 K erforderlich.

Weiterhin ist fraglich, ob durch die zusätzlichen Meßstellen die tatsächliche Rohrwandtemperatur richtig erfaßt wurde. Durch die Kupfer – Formteile wird im Bereich des Meßpunktes die Austauschfläche pro Rohrlängeneinheit auf ca. das Doppelte erhöht, was Auswirkungen auf den Wärmeübergang sowohl durch Konvektion als auch durch Strahlung hat. Es ist also zu vermuten, daß es auch auf diese Weise nicht möglich ist, die Wandtemperatur der Rohre zu messen, ohne durch den Meßfühler bereits den Meßwert zu verfälschen. Die Größe der so bedingten Fehler ist quantitativ nicht zuverlässig anzugeben.

Ein weiterer Grund für eine Absenkung des heißen Temperaturniveaus in der Rechnung ist die dort nicht berücksichtigte Abweichung des Zustandsverhaltens des Prozeßmediums vom idealen Gasgesetz. Zwar kommt das Edelgas Helium der Modellvorstellung des idealen Gases sehr nahe, doch liegen bei Drücken im Bereich zwischen 50 und 100 bar die Realgasfaktoren für die tiefen (d.h. die warmen und kalten) Temperaturniveaus um ca. 2 % über denen für das heiße Niveau. Bei der Berechnung von thermisch erzeugten Druckänderungen, die gerade im Vuilleumier – Prozeß für die Wärmeleistung entscheidend sind, kommt es somit zu einem Fehler, der die vom heißen Verdränger induzierte Druckschwankung um 2 % höher erscheinen läßt als real zu erwarten ist. Da der Realgasfaktor im Produkt mit der Temperatur in die Rechnung einzusetzen wäre, kann durch Verminderung von T_h um ca. 15 K diesem Effekt näherungsweise Rechnung getragen werden.

Das reale Gasverhalten wurde in der Rechnung bislang nicht erfaßt, da ggf. neben den Funktionen für die integralen Wärmekapazitäten und den Realgasfaktor auch deren Temperatur- und Druckableitungen in nahezu alle wesentlichen Berechnungsgleichungen einzusetzen wären. Andernfalls kommt es zwangsläufig zu Fehlern in der Energie- und Massenbilanz. Die Rechnungen werden dadurch erheblich aufwendiger, was sich entsprechend auf die Rechenzeit auswirkt. Es wurde daher – ähnlich wie es auch von bislang veröffentlichten Verfahren zur Berechnung von Stirlingmotoren bekannt ist – mit dem idealen Gasgesetz gearbeitet.

Der – gerundete – Wert von 450°C wurde zur Berechnung des Prozeßverhaltens gewählt, um die genannten Effekte näherungsweise pauschal zu berücksichtigen. Er wird durch die für alle Messungen gute Übereinstimmung berechneter und gemessener Prozeßdruckverläufe bestätigt. Der Wert wurde jedoch nicht durch numerische Anpassung an Meßdaten ermittelt, zumal eine Veränderung um einige Kelvin keinen erkennbaren Einfluß auf die rechnerische Wiedergabe der zyklischen Meßdaten hat. Ein Wert von 500°C oder 480°C liefert jedoch in Amplitude und Phasenlage deutlich von den Meßwerten differierende Druckverläufe, die zu großen Abweichungen bei den Wärmeströmen führen. Bild 6.1.1–1 und 2 zeigen dies für unterschiedliche Werte von Druck, Drehzahl und kalter Temperatur.

Die Unterschiede zwischen den berechneten Kurven für 500 und 450°C erscheinen in der Darstellung zwar gering im Verhältnis zur Amplitude, doch führen sie zu einer Veränderung der Wärmeströme um einige hundert Watt. Hier ist besonders zu berücksichtigen, daß die indizierte, d.h. durch das p,V–Integral gegebene Kälteleistung der Maschine durch die Regeneratorverluste und andere Verlustwärmeströme zu weit über 50 % zunichte gemacht wird. Damit wirken sich bereits Fehler von wenigen Prozent bei der indizierten Leistung deutlich auf die Netto – Kälteleistung aus. In Tabelle 6.1.1–1 sind die aus den Meßdaten gewonnenen Werte der indizierten und bilanzierten Kälteleistung sowie die zugehörigen, rechnerisch ermittelten Regeneratorverluste für einige wiederholt vermessene Betriebszustände

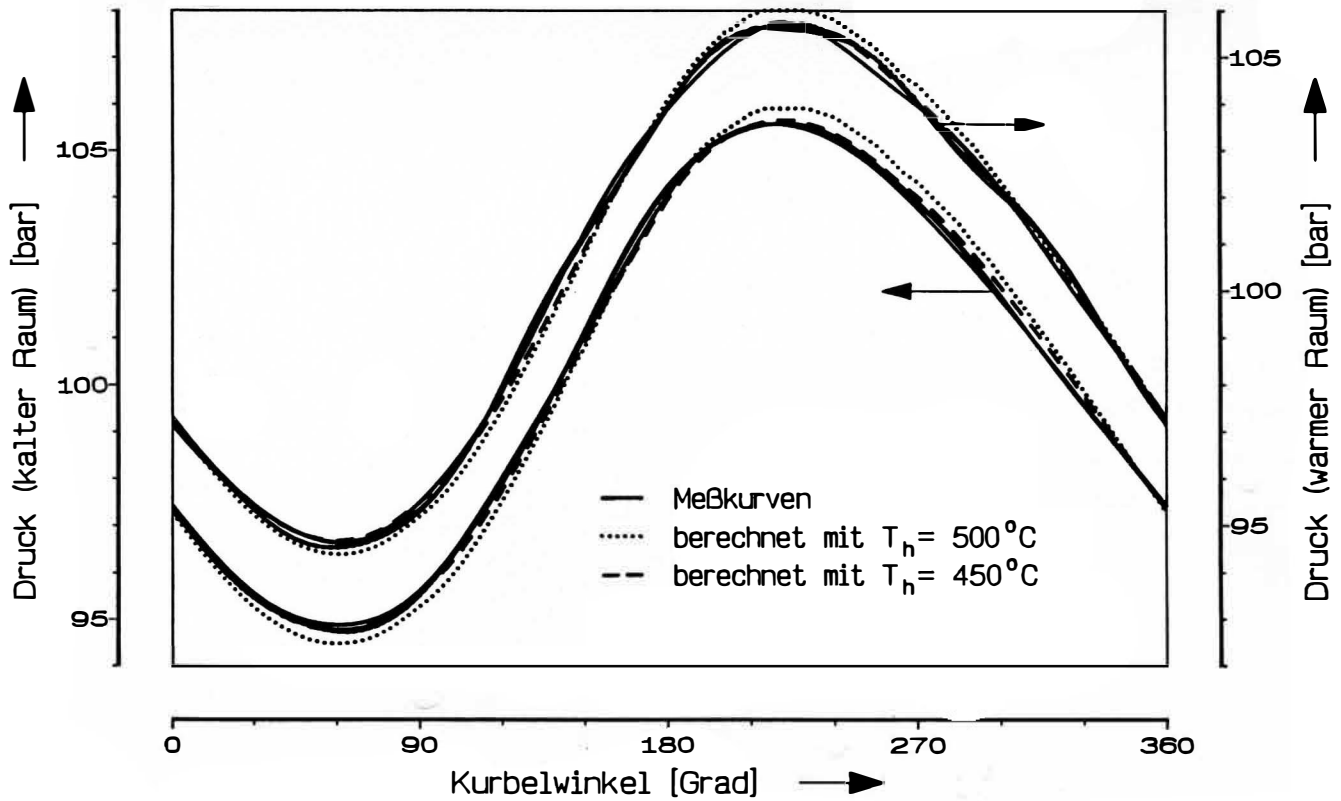


Bild 6.1.1-1: Gemessene und berechnete Druckverläufe über dem Kurbelwinkel für $p = 100 \text{ bar}$, $n = 200 \text{ min}^{-1}$, $T_k = -10^\circ\text{C}$, $T_w = 40^\circ\text{C}$, $T_h = 500^\circ\text{C}$

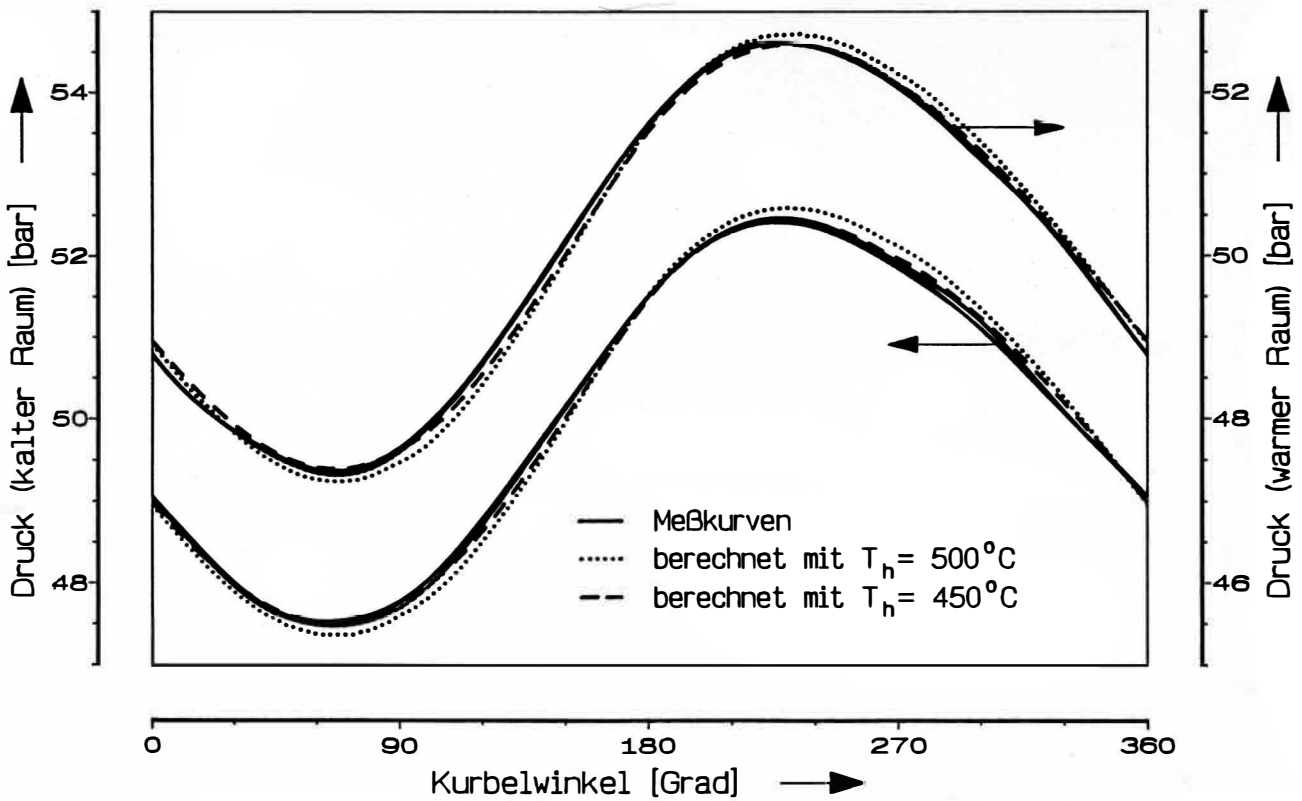


Bild 6.1.1-2: Gemessene und berechnete Druckverläufe über dem Kurbelwinkel für $p = 50 \text{ bar}$, $n = 400 \text{ min}^{-1}$, $T_k = +10^\circ\text{C}$, $T_w = 40^\circ\text{C}$, $T_h = 500^\circ\text{C}$

Tabelle 6.1.1-1: Experimentell ermittelte indizierte und bilanzierte Kälteleistung $\dot{Q}_{k,i}$ und \dot{Q}_k sowie berechnete Verluste im kalten Regenerator $\dot{H}_{V,k}$ für verschiedene Werte der Betriebsdaten p , n , T_k , sowie $T_w = 40^\circ\text{C}$ und $T_h = 500^\circ\text{C}$.

$\frac{p}{\text{bar}}$	$\frac{n}{\text{min}^{-1}}$	$\frac{T_k}{^\circ\text{C}}$	$\frac{\dot{Q}_{k,i}}{\text{kW}}$	$\frac{\dot{Q}_k}{\text{kW}}$	$\frac{\dot{H}_{V,k}}{\text{kW}}$
100	200	-10	1,31	0,20	0,913
			1,38	0,23	
			1,32	0,22	
			1,34	0,21	
100	400	-10	2,66	0,69	1,749
			2,69	0,64	
			2,59	0,65	
50	200	10	0,57	0,23	0,322
			0,65	0,23	
			0,67	0,24	
50	400	10	1,31	0,59	0,536
			1,36	0,61	
			1,32	0,60	

zusammengestellt. Es wird auch deutlich, daß im Auslegungszustand bei $p = 100$ bar und $n = 400 \text{ min}^{-1}$ die Kälteleistung und damit die Leistungszahl durch eine Optimierung der Regeneratoren beträchtlich zu steigern wäre. Die Maschine bietet somit ein erhebliches Potential für Verbesserungen. Dies wird in Abschnitt 6.1.4 näher untersucht werden.

Betrachtet man die Druckverläufe in Bild 6.1.1-1 und 2, so stellt sich die Frage, ob die Unterschiede zwischen den für $T_h = 500^\circ\text{C}$ berechneten und den gemessenen Druckverläufen auch auf andere Weise als durch Absenkung der Berechnungstemperatur zu erklären sind. Hierzu ist festzustellen, daß einerseits die Änderung dieser Berechnungsgröße aufgrund der oben dargelegten physikalischen Überlegungen nicht nur berechtigt, sondern erforderlich ist.

Andererseits zeigen sich die berechneten Druckverläufe sehr invariant gegenüber anderen in Frage kommenden Einflußgrößen. So erhält man bei einer Manipulation der Regeneratorwirkungsgrade selbst dann noch keine merklichen Änderungen der Druckkurven, wenn die

Wärmeströme bereits völlig falsch wiedergegeben werden. Ein vergrößertes Totvolumen verringert zwar die Amplitude der berechneten Prozeßdrücke, nicht jedoch ihre Phasenlage, und müßte zudem in einer nicht mehr vertretbaren Höhe von mehreren 100 cm³ erfolgen.

Veränderte Wärmeübergangs- oder Druckverlustkoeffizienten verbessern ebenfalls nicht die Wiedergabe der Druckverläufe, wenn man an einer heißen Berechnungstemperatur von 500°C festhält. Die einzige weitere theoretische Möglichkeit, den berechneten Druckverlauf sowohl in der Amplitude zu vermindern als auch in der Phase (zeitlich) nach vorn zu verlagern, ist die Annahme von Leckströmen zwischen Prozeß- und Getrieberaum. Sie wurden experimentell bestimmt, indem bei laufender – jedoch nicht beheizter – Maschine das Gas aus dem Prozeßraum langsam abgelassen wurde. Die zeitlichen Verläufe der jeweils über eine Umdrehung gemittelten Drücke in Prozeß- und Getrieberaum wurden dabei aufgezeichnet. Da der Druck im Getrieberaum unter diesen Bedingungen nur durch Leckströme zum Prozeß hin absinken kann, ergibt sich bei Kenntnis des Getrieberaumvolumens von ca. 8,3 l aus der beobachteten Druckdifferenz und dem zeitlichen Verlauf des Getriebedruckes die Größe der vorhandenen Undichtigkeiten. Sie läßt sich bei Annahme laminarer Strömung durch die Größe d^4/l für eine äquivalente Kapillare der Länge l und des Durchmessers d charakterisieren. Es wurde experimentell der Wert $6,1 \cdot 10^{-5} \text{ mm}^3$ für d^4/l gefunden und bei den Rechnungen eingesetzt. Erkennbare Auswirkungen auf den rechnerischen Prozeßdruckverlauf treten jedoch erst auf, wenn dieser Wert um mehr als einen Faktor 10 vergrößert wird. Darüber hinaus könnten die diskutierten Abweichungen in Bild 6.1.1–1 und 2 für 100 bzw. 50 bar Mitteldruck nicht durch denselben Wert für d^4/l erklärt werden.

6.1.2 Berechnung der Regeneratoren

Die von RICHTER (1988) als Regeneratormatrix ausgewählten Drahtgestrick – Preßlinge weisen eine im Vergleich zu Drahtnetzpackungen ungeordnetere Struktur auf, wie in Bild 6.1.2–1 zu erkennen ist. Ihre Berechnung mit den für letztere geltenden Korrelationen nach BLASS (1964) sowie TONG und LONDON (1956) ist daher problematisch. Zwar liegt wegen der axialen Pressung ebenfalls eine überwiegend horizontale Schichtung der Drähte vor, jedoch muß wegen der lokal unterschiedlichen Packungsdichte bei Verwendung des in Bild 6.1.2–1 gezeigten Matrixmaterials mit einer ungleichmäßigen Durchströmung gerechnet werden.

Wie in der Großaufnahme der Oberfläche zu erkennen ist, wechseln Zonen mit sehr dichter Packung und nebeneinander liegenden Drähten mit größeren Freiräumen und Vertiefungen, deren Ausdehnung ein Mehrfaches des Drahtdurchmessers beträgt und durch die der größte Teil des Gases strömen wird. Eine derart ungleichmäßige Struktur ist hinsichtlich ihres Druckverlustes nicht quantitativ durch die für regelmäßig aufgebaute Drahtnetzpackungen gültigen Korrelationen zu beschreiben. Es wurde daher lediglich angenommen, daß die Druckverluste in

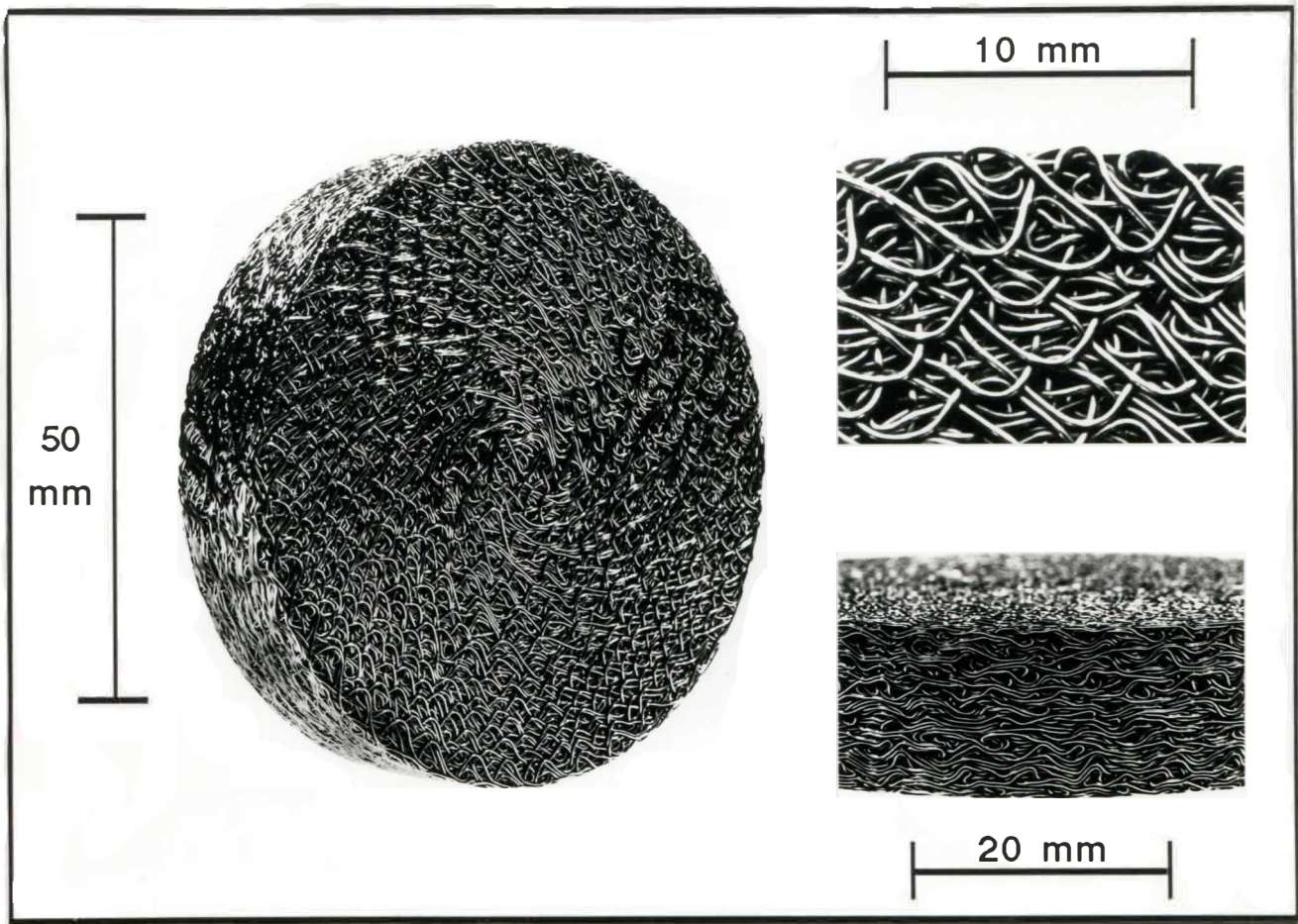


Bild 6.1.2-1: Drahtgestrick-Preßling des kalten Regenerators
Rechts oben: Detailaufnahme der Anströmfläche
Rechts unten: Detailaufnahme der Seitenkante

Abhängigkeit vom Gasmassenstrom qualitativ richtig wiedergegeben werden. Anhand der gewonnenen Meßkurven des Differenzdruckaufnehmers wurde nun unter der Annahme, daß die Druckverluste in den Wärmeaustauschern annähernd richtig berechnet werden, ein empirischer Korrekturfaktor von 2,0 für den Regeneratordruckverlust ermittelt. Durch diesen Wert lassen sich die Druckverluste wie auch – im Rahmen der hier sehr großen relativen Meßfehler – die mechanische Prozeßleistung mit guter Genauigkeit wiedergeben. Bild 6.1.2-2 und 3 zeigen die experimentellen und die mit und ohne diesen Korrekturfaktor berechneten Differenzdruckverläufe. In Bild 6.1.2-4 sind die entsprechenden mechanischen Leistungen für die gleichen Druck- und Temperaturniveaus über der Drehzahl aufgetragen.

Es bleibt hier die Frage offen, inwieweit der experimentell bestimmte Faktor tatsächlich auf die von Drahtnetzpackungen deutlich verschiedene Struktur zurückzuführen ist und ob nicht auch Einströmeffekte, wie sie aufgrund der von GEDEON (1989) durchgeführten Untersuchungen im thermischen Regeneratormodell berücksichtigt wurden (vgl. Abschnitt 4.6.2), von Bedeutung sind. Diese Frage wird im Zusammenhang mit den für Stirlingmotoren durchgeführten Rechnungen nochmals diskutiert werden.

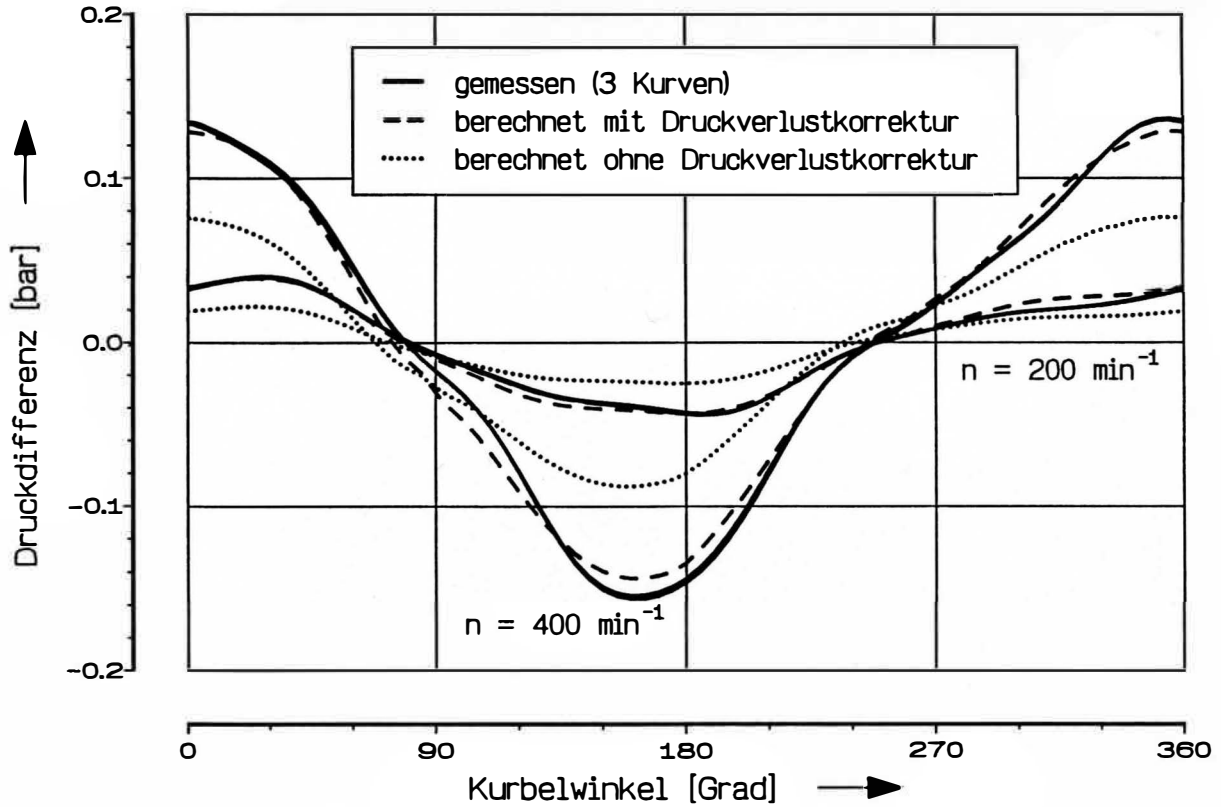


Bild 6.1.2-2:

Gemessene sowie mit und ohne Korrekturfaktor berechnete Differenzdruckverläufe für $p = 100 \text{ bar}$, $T_k = -10^\circ$, $T_w = 40^\circ\text{C}$, $T_h = 500^\circ\text{C}$

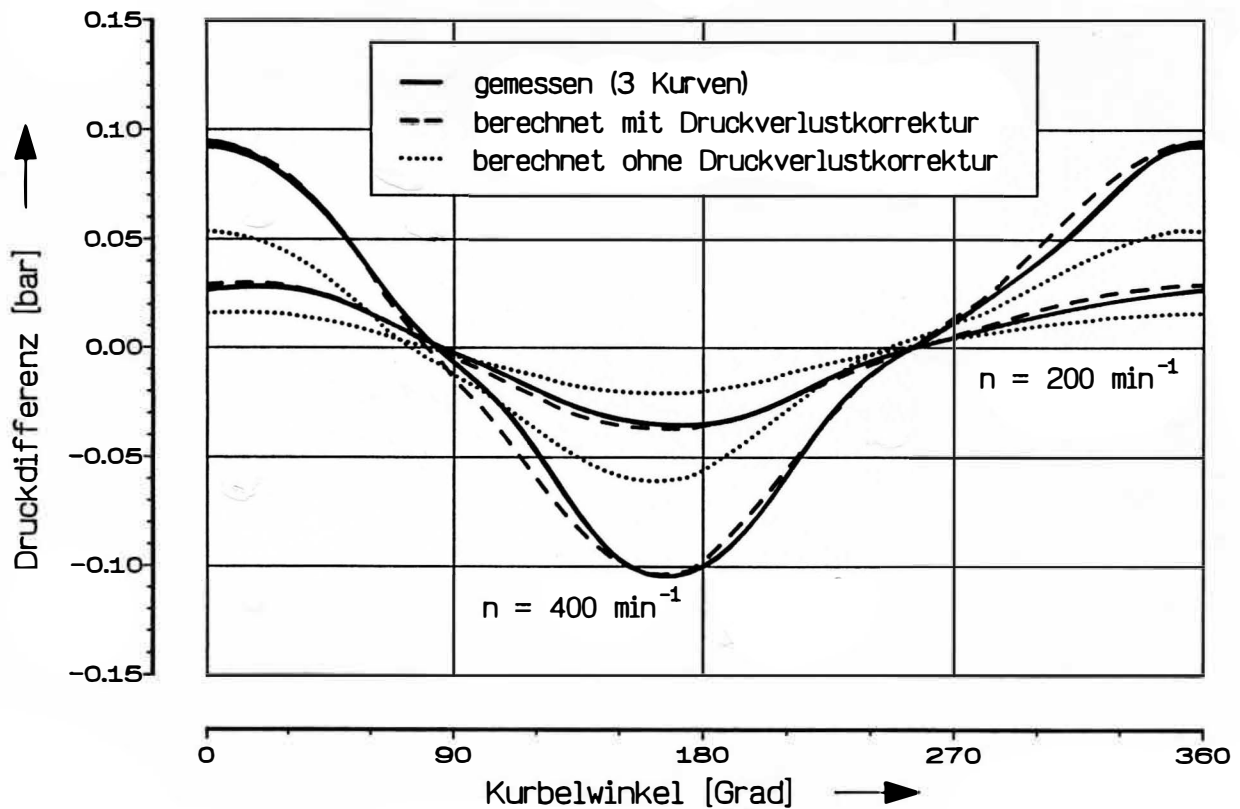


Bild 6.1.2-3:

Gemessene sowie mit und ohne Korrekturfaktor berechnete Differenzdruckverläufe für $p = 50 \text{ bar}$, $T_k = +10^\circ\text{C}$, $T_w = 40^\circ\text{C}$, $T_h = 500^\circ\text{C}$

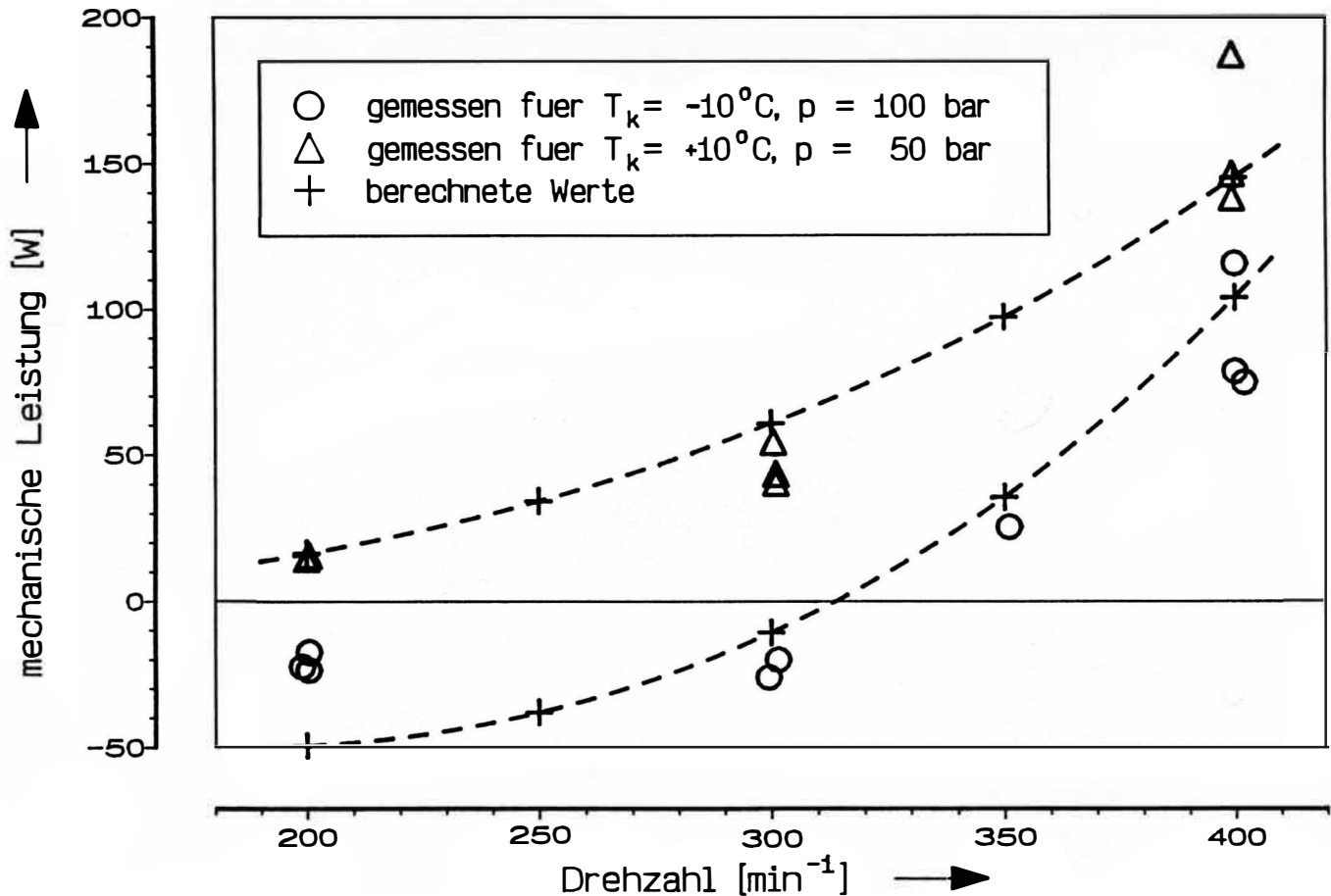


Bild 6.1.2-4: Gemessene und berechnete mechanische Leistung in Abhängigkeit von der Drehzahl für $p = 100$ bar, $T_k = -10^\circ\text{C}$ und für $p = 50$ bar, $T_k = +10^\circ\text{C}$ sowie für $T_w = 40^\circ\text{C}$ und $T_h = 500^\circ\text{C}$

Bei den Berechnungsvorgabedaten in Tabelle A4-1 wird der Aufbau der Regeneratormatrix durch den Drahtdurchmesser d die Porosität ϵ und die Maschenweite w charakterisiert. Während die beiden erstgenannten Größen leicht zu bestimmen sind, ist für die in Bild 6.1.2-1 dargestellte Matrix eine Maschenweite nicht unmittelbar anzugeben. Es wurde daher die Tatsache herangezogen, daß die drei genannten Größen für Drahtnetzpackungen normaler Pressung nicht voneinander unabhängig sind. Geht man von einem idealisierten, in beiden Hauptrichtungen gleich aufgebauten Geflecht der Dicke $2d$ aus, d.h. vernachlässigt man die unterschiedliche Verformung von Kett- und Schußdrähten, so läßt sich aus einfachen geometrischen Überlegungen der Zusammenhang

$$\epsilon = 1 - \frac{\pi d}{4 w} \sqrt{\left[\frac{d}{w}\right]^2 + 1} \quad (6.1.2-1)$$

herleiten, mit dessen Hilfe ein Wert von 0,5 mm für die Maschenweite ermittelt wurde. Da man sich wegen der sehr geringen Porosität von 0,493 bereits an der Grenze der Gültigkeit der Korrelationen wie auch von Gl. 6.1.2-1 bewegt (Drahtnetze mit diesen Daten wären

– wenn überhaupt – nur bei starker Verformung der Drähte herzustellen), ist dieser Wert als formale und zudem sehr unsichere Rechengröße anzusehen. Sie könnte ebenfalls empirisch angepaßt werden. Das thermische Verhalten der Regeneratoren wird mit $w = 0,5 \text{ mm}$ und der ebenfalls für Drahtnetze von TONG und LONDON (1956) angegebenen Korrelation für den Wärmeübergang jedoch bereits zufriedenstellend wiedergegeben. Da hier zudem auch die Verwendbarkeit des Berechnungsverfahrens für die Vorhersage des Betriebsverhaltens noch nicht realisierter Gaskreisprozesse dokumentiert werden soll, wurde auf weitere, theoretisch nicht quantitativ begründbare Anpassungen an Meßwerte verzichtet.

Die Vergrößerung des berechneten Regeneratordruckverlustes um einen Faktor 2,0 und die bereits diskutierte Verminderung der heißen Berechnungstemperatur auf 450°C sind somit die einzigen Berechnungsvorgaben, die von den ursprünglichen Modellvorstellungen abweichen. Beides ist durch die jeweils dargelegten theoretischen Überlegungen begründet.

6.1.3 Darstellung des Prozeßverhaltens

Ein unmittelbarer Vergleich des gemessenen und berechneten Prozeßverlaufes ist anhand von Darstellungen im p,V -Indikatordiagramm möglich. In Bild 6.1.3-1 und 2 wurden zum Vergleich die Kurven für $T_k = + 10^\circ\text{C}$ und $T_k = - 10^\circ\text{C}$ bei ansonsten gleichen Betriebsbedingungen von $p = 100 \text{ bar}$, $n = 400 \text{ min}^{-1}$, $T_w = 40^\circ\text{C}$ und $T_h = 500^\circ\text{C}$ einander gegenübergestellt. Für den heißen und kalten Zylinderraum handelt es sich um rechtsläufige, für den warmen um linksläufige Kurvenzüge, deren Flächeninhalt jeweils gleich der indizierten Wärmemenge pro Zyklus ist. Im Vergleich fällt auf, daß die Druckamplitude für $T_k = - 10^\circ\text{C}$ größer ist als für $T_k = + 10^\circ\text{C}$. Die Leistungsdichte der Wärmepumpe wird bei Absenkung der kalten Temperatur also gesteigert. Dieser Effekt allein würde lediglich eine proportionale Vergrößerung aller Flächeninhalte bewirken, so daß die Leistungszahl unverändert bliebe. Gleichzeitig beobachtet man jedoch eine Phasenverschiebung des zeitlichen Druckverlaufs, die zu einer zusätzlichen Formänderung der ellipsenähnlichen Kurven führt. Im einzelnen läßt sich beim Übergang von $T_k = + 10^\circ\text{C}$ zu $T_k = - 10^\circ\text{C}$ eine Aufweitung der heißen und eine Verengung der kalten "Ellipse" in Richtung ihrer kurzen Achse feststellen, während die Kurve für den warmen Prozeßraum ihre Form in schwer beschreibbarer Weise insgesamt leicht ändert und dabei – im wesentlichen bedingt durch die größere Druckamplitude – an Flächeninhalt zunimmt.

Für das Betriebsverhalten der Wärmepumpe bedeutet dies, daß, wenn auch die Leistungszahl aufgrund prinzipieller thermodynamischer Gesetzmäßigkeiten abnehmen muß, die Heizleistung bereits bei unveränderter Drehzahl zunehmen kann, wenn der Gewinn an indizierter Wärme in V_w nicht durch Regenerator- und Wärmeleitungsverluste, die wegen der erhöhten Temperaturdifferenz im kalten Zylinder anwachsen, zunichte gemacht wird. Ein solches Verhalten, das

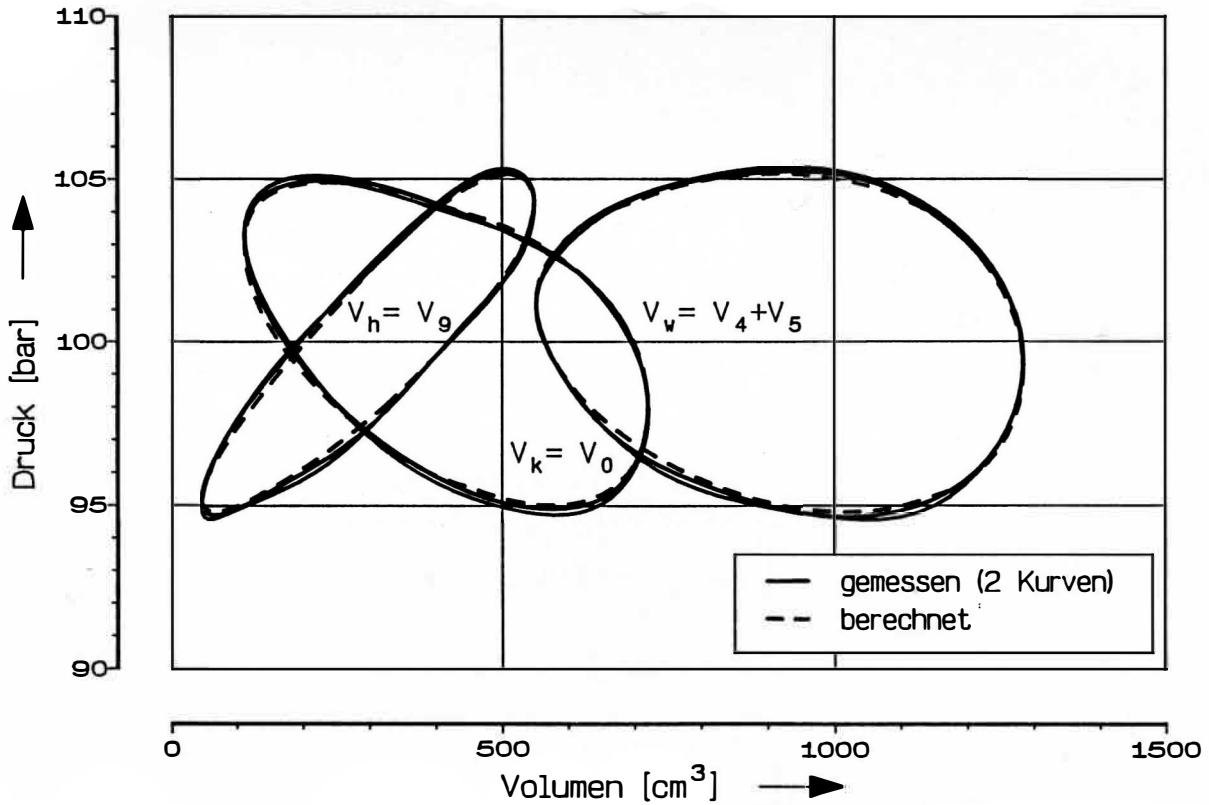


Bild 6.1.3-1: Gemessene und berechnete Prozeßdarstellung im p,V -Indikatordiagramm für $p = 100 \text{ bar}$, $n = 400 \text{ min}^{-1}$, $T_k = +10^\circ\text{C}$, $T_w = 40^\circ\text{C}$, $T_h = 500^\circ\text{C}$

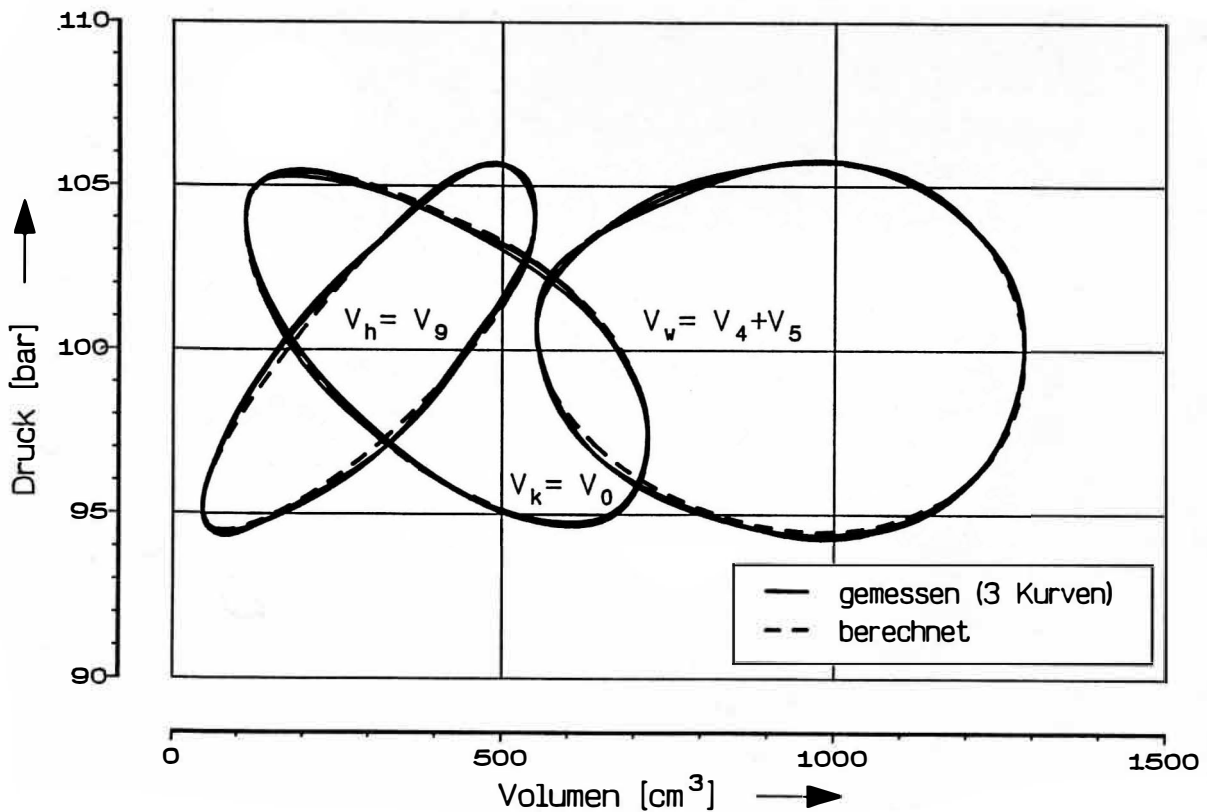


Bild 6.1.3-2: Gemessene und berechnete Prozeßdarstellung im p,V -Indikatordiagramm für $p = 100 \text{ bar}$, $n = 400 \text{ min}^{-1}$, $T_k = -10^\circ\text{C}$, $T_w = 40^\circ\text{C}$, $T_h = 500^\circ\text{C}$

kein konventioneller Wärmepumpenprozeß aufweist, käme dem Heizwärmebedarf sehr entgegen. Bei der hier vermessenen Versuchsanlage ist jedoch eine Abnahme des bilanzierten Heizwärmestroms mit sinkender kalter Temperatur zu verzeichnen, was im wesentlichen auf die bereits aus Tabelle 6.1.1-1 ersichtlichen hohen Regeneratorverluste zurückzuführen ist. Gelänge es, durch einen verbesserten Regenerator diese Verluste zu reduzieren (was angesichts ihrer Höhe möglich erscheint), so könnte das beschriebene wünschenswerte Verhalten erzielt werden. Tabelle 6.1.3-1 zeigt für die beiden in Bild 6.1.3-1 und 2 dargestellten Betriebszustände eine Aufstellung der gemessenen indizierten und bilanzierten sowie der berechneten Wärmeströme und Regeneratorverluste. Während der indizierte warme Wärmestrom um ca. 300 W zunimmt, sinkt der bilanzierte um etwa den gleichen Betrag. Dem entspricht fast genau der Anstieg des berechneten Regeneratorverlustes um ca. 600 W. Daß der bilanzierte Heizwärmestrom jeweils über dem indizierten liegt, ist durch die thermischen Verluste im heißen Zylinder zu erklären.

Tabelle 6.1.3-1: Gemessene indizierte und bilanzierte Wärmeströme im kalten und warmen Anlagenteil, $\dot{Q}_{k,i}$, \dot{Q}_k , $\dot{Q}_{w,i}$, \dot{Q}_w , berechnete Bilanzwärmeströme $\dot{Q}_{k,b}$, $\dot{Q}_{w,b}$ sowie kalte Regeneratorverluste $\dot{H}_{V,k}$ für $T_k = +10^\circ\text{C}$ und -10°C sowie $p = 100 \text{ bar}$, $n = 400 \text{ min}^{-1}$, $T_w = 40^\circ\text{C}$, $T_h = 500^\circ\text{C}$

$\frac{T_k}{^\circ\text{C}}$	$\frac{\dot{Q}_{k,i}}{\text{kW}}$	$\frac{\dot{Q}_k}{\text{kW}}$	$\frac{\dot{Q}_{k,b}}{\text{kW}}$	$\frac{\dot{Q}_{w,i}}{\text{kW}}$	$\frac{\dot{Q}_w}{\text{kW}}$	$\frac{\dot{Q}_{w,b}}{\text{kW}}$	$\frac{\dot{H}_{V,k}}{\text{kW}}$
+10	2,79	1,30	1,50	-4,08	-5,16	5,16	1,13
	2,72	1,29		-3,98	-5,12		
-10	2,66	0,69	0,80	-4,36	-4,81	4,83	1,75
	2,69	0,64		-4,35	-4,86		
	2,59	0,65		-4,31	-4,80		

Zusätzlich besteht die Möglichkeit, die Leistung der Maschine über die Drehzahl zu regeln. Da die Kurven im p,V-Diagramm von der Drehzahl nur geringfügig beeinflusst werden, ist eine nahezu lineare Abhängigkeit der Wärmeströme von diesem Betriebsparameter zu erwarten. Die Auftragung experimenteller und berechneter Werte in Bild 6.1.3-3 bestätigt dies.

Weiterhin erkennt man eine gute Übereinstimmung zwischen experimentellen und berechneten Kurven für den warmen Wärmestrom. Der heiße Antriebswärmestrom wird um ca. 100 W zu

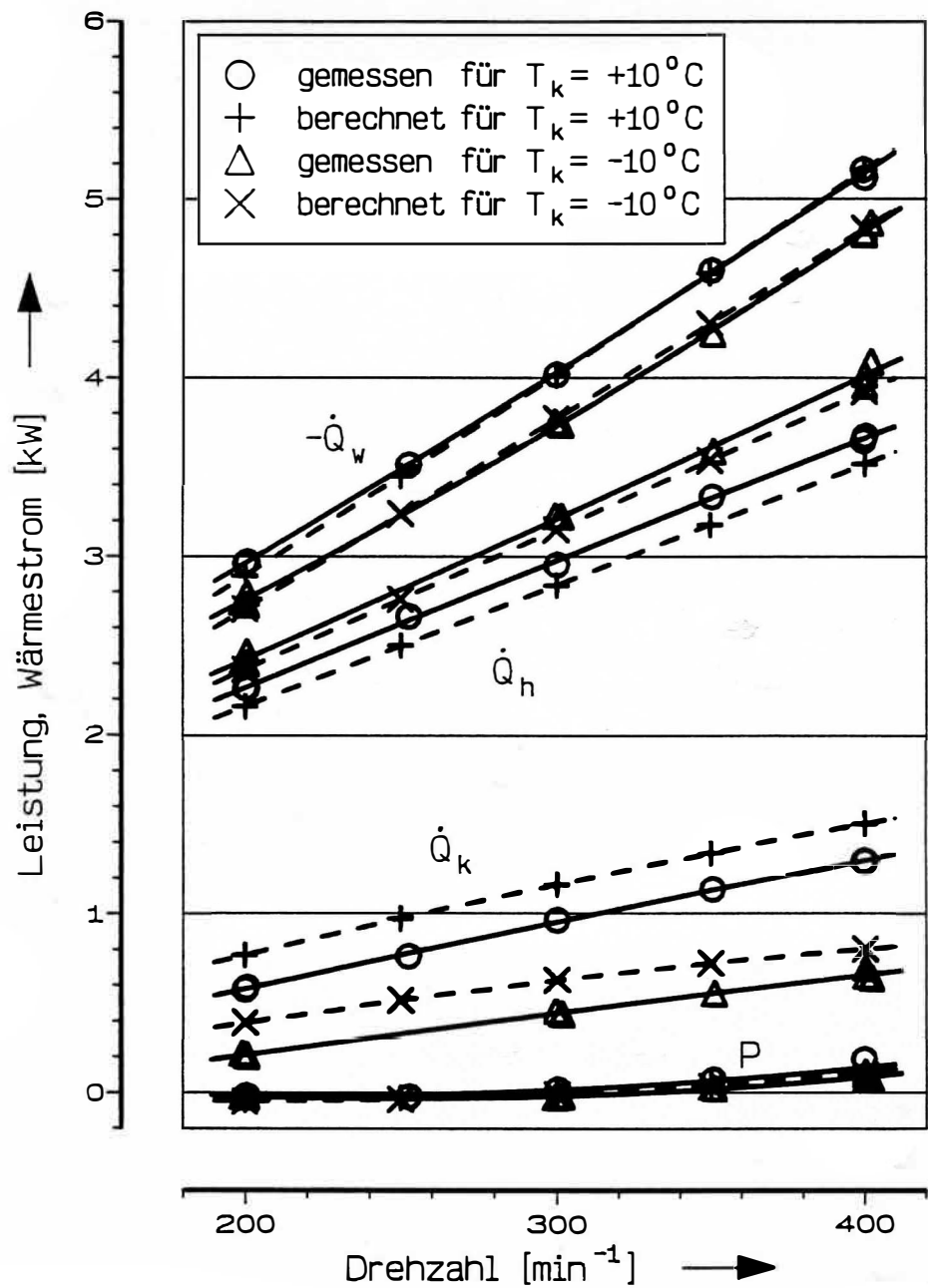


Bild 6.1.3-3:

Gemessene und berechnete kalte, warme und heiße Wärmeströme \dot{Q}_k , $-\dot{Q}_w$, \dot{Q}_h sowie mechanische Leistungen P über der Drehzahl für $T_k = +10^\circ\text{C}$ und $T_k = -10^\circ\text{C}$ sowie $p = 100 \text{ bar}$, $T_w = 40^\circ\text{C}$, $T_h = 500^\circ\text{C}$

niedrig und der kalte um ca. 100 bis 200 W zu hoch berechnet. Dies deutet einerseits darauf hin, daß die Verluste durch das Berechnungsverfahren nicht völlig exakt beschrieben werden. Durch leicht erhöhte Regeneratorverluste könnten diese Diskrepanzen reduziert werden, da sich dann sowohl der heiße wie auch der kalte Wärmestrom in Richtung auf die experimentellen Werte verändern. Man kann dies z.B. durch Variation der theoretisch sehr unsicheren Maschenweite der Regeneratoren erreichen.

Dieser Weg wird hier nicht gewählt, da nicht das Ziel verfolgt wird, durch theoretisch nicht gesicherte Manipulationen an den Eingabedaten lediglich eine empirische Anpassung an Meßdaten durchzuführen. Daß dies grundsätzlich möglich wäre, steht angesichts der großen Zahl von Eingabegrößen und der Komplexität des Verfahrens außer Frage.

Die beiden festgestellten Abweichungen bei den berechneten Wärmeströmen wirken sich im gleichen Sinne auf die Leistungszahlen nach Gl. 5.3.7 und 8 aus, so daß hier die Abweichungen noch deutlicher werden (Bild 6.1.3–4). Allerdings ist hier auch die starke Auflösung durch den Maßstab der y-Achse zu berücksichtigen. Man erkennt, daß sich das reine Wärmeverhältnis η zwar mit der Drehzahl steigern läßt, während die primärenergiebezogene Leistungszahl η_1 ein Maximum bei etwa 250 bis 300 min^{-1} durchläuft. Dies bedeutet, daß sowohl ein wirtschaftlicher Teillastbetrieb als auch eine höhere Spitzenheizleistung bei geringerer Leistungszahl η_1 und somit anteilig erhöhtem Primärenergieverbrauch realisierbar ist.

Die gegenläufigen Abhängigkeiten wurden bereits von RICHTER (1988) aufgrund von Auslegungsrechnungen mit dem von KÜHL, RICHTER und SCHULZ (1986a) beschriebenen Berechnungsverfahren vorhergesagt. Allerdings liegen die von Richter berechneten Werte für η_1 mit bis zu 1,75 bei ca. 300 min^{-1} , $p = 100 \text{ bar}$, $T_k = 0^\circ\text{C}$, $T_w = 55^\circ\text{C}$ und $T_h = 500^\circ\text{C}$ zu hoch. Im Vergleich zu diesen Ergebnissen konnte die Wiedergabe der experimentellen Daten deutlich verbessert werden.

Sehr genau hat Richter dagegen die Drehzahl vorhersagen können, bei der die mechanische Leistungsbilanz der Maschine ausgeglichen ist und der Elektromotor weder Energie zu- noch abführt. Er gab sie für $p = 100 \text{ bar}$ mit etwa 300 min^{-1} an, was – in Abhängigkeit von den Temperaturniveaus – auch etwa den experimentellen, durch Abschalten der Stromversorgung des Motors ermittelten Werten entspricht. Nach längerer Betriebszeit stieg diese Drehzahl aufgrund von Einlaufeffekten (vgl. Bild 5.3–2) in einigen Fällen bis auf ca. 350 min^{-1} . Sie ist theoretisch durch das Verschwinden der mechanischen Bremsleistung gegeben, die in Bild 6.1.3–5 für $n = 300 \text{ min}^{-1}$ über der kalten Temperatur aufgetragen wurde. Wenn auch die experimentellen Werte im Maßstab dieser Darstellung stark streuen, so ist doch eine erhöhte Leistungsproduktion bei tieferen Temperaturen zu erkennen, die auch durch die rechnerisch ermittelte Abhängigkeit bestätigt wird. Dieser Effekt würde im Freilaufbetrieb die Drehzahl der Maschine bei sinkender kalter Temperatur steigern und somit ebenfalls dem Heizwärmebedarf entgegenkommen. Er ist hier allerdings nur schwach ausgeprägt. Durch Vergrößern des Querschnitts der heißen Kolbenstange könnte er verstärkt werden. Dies ist sinnvoll, wenn ein permanenter Hilfsantrieb über den Elektromotor nicht möglich oder unerwünscht ist.

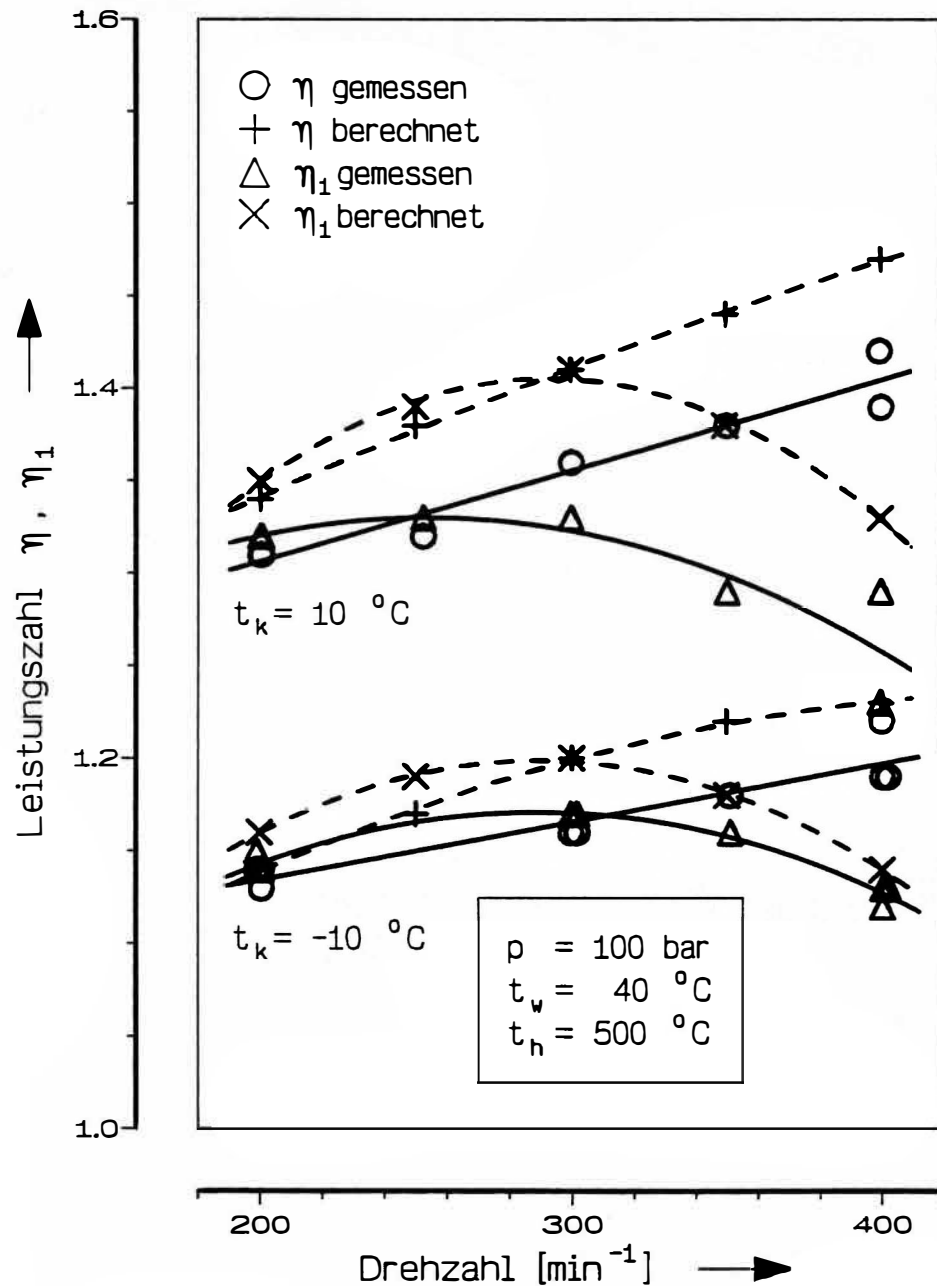


Bild 6.1.3-4:

Experimentell ermittelte und berechnete Leistungszahlen η und η_1 über der Drehzahl für $T_k = +10^\circ\text{C}$ und $T_k = -10^\circ\text{C}$ sowie für $p = 100 \text{ bar}$, $T_w = 40^\circ\text{C}$, $T_h = 500^\circ\text{C}$

Der Betrieb der Versuchsanlage bei tieferen Drehzahlen ist problematisch, da die Unrundheiten im Lauf wegen des geringen Trägheitsmomentes wachsen. Bild 6.1.3-6 zeigt die gemessenen und berechneten Drehzahlschwankungen für $p = 100 \text{ bar}$, $T_k = 0^\circ\text{C}$, $T_w = 40^\circ\text{C}$ und $T_h = 500^\circ\text{C}$. Die Abweichungen zwischen Berechnung und Experiment sind einerseits auf die nur ungenau bekannten Vorgabedaten, insbesondere die Unsicherheit bei der Kennliniensteilheit des Motors und beim Trägheitsmoment der Welle, zurückzuführen, andererseits aber auch

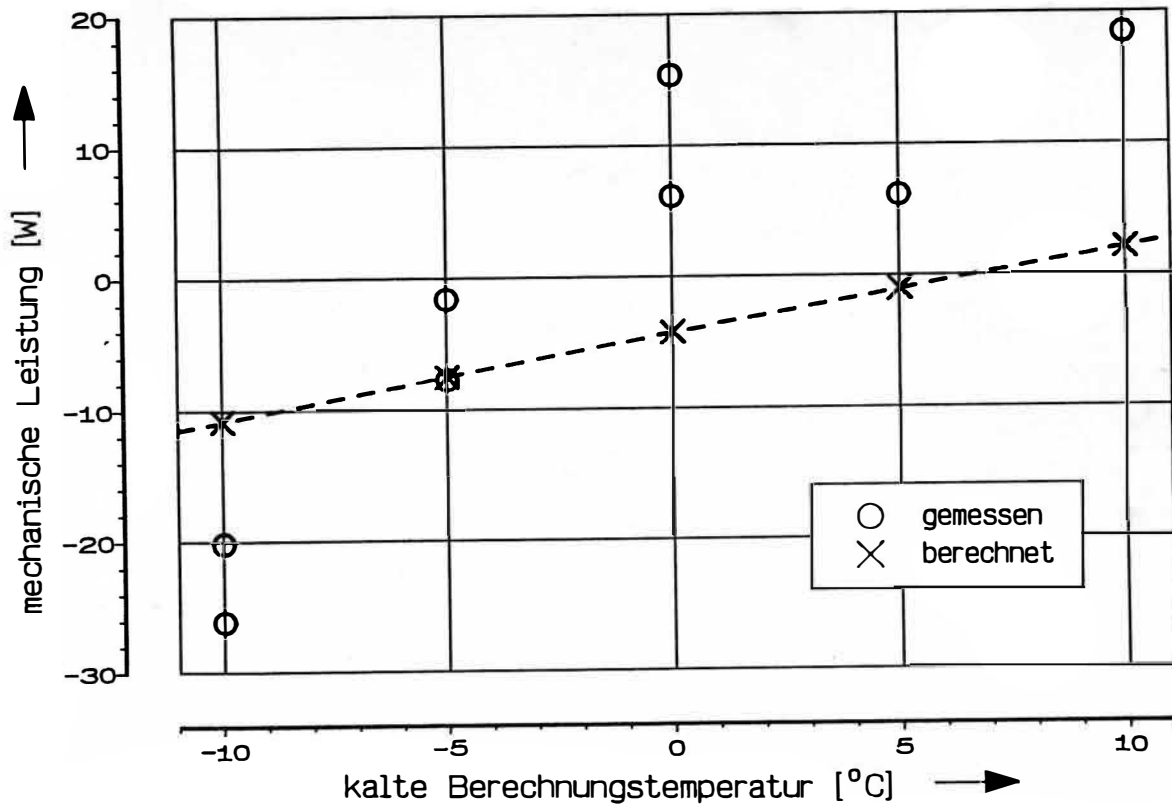


Bild 6.1.3-5: Mechanische Bremsleistung über der kalten Temperatur für $p = 100 \text{ bar}$, $n = 300 \text{ min}^{-1}$, $T_w = 40^\circ\text{C}$, $T_h = 500^\circ\text{C}$

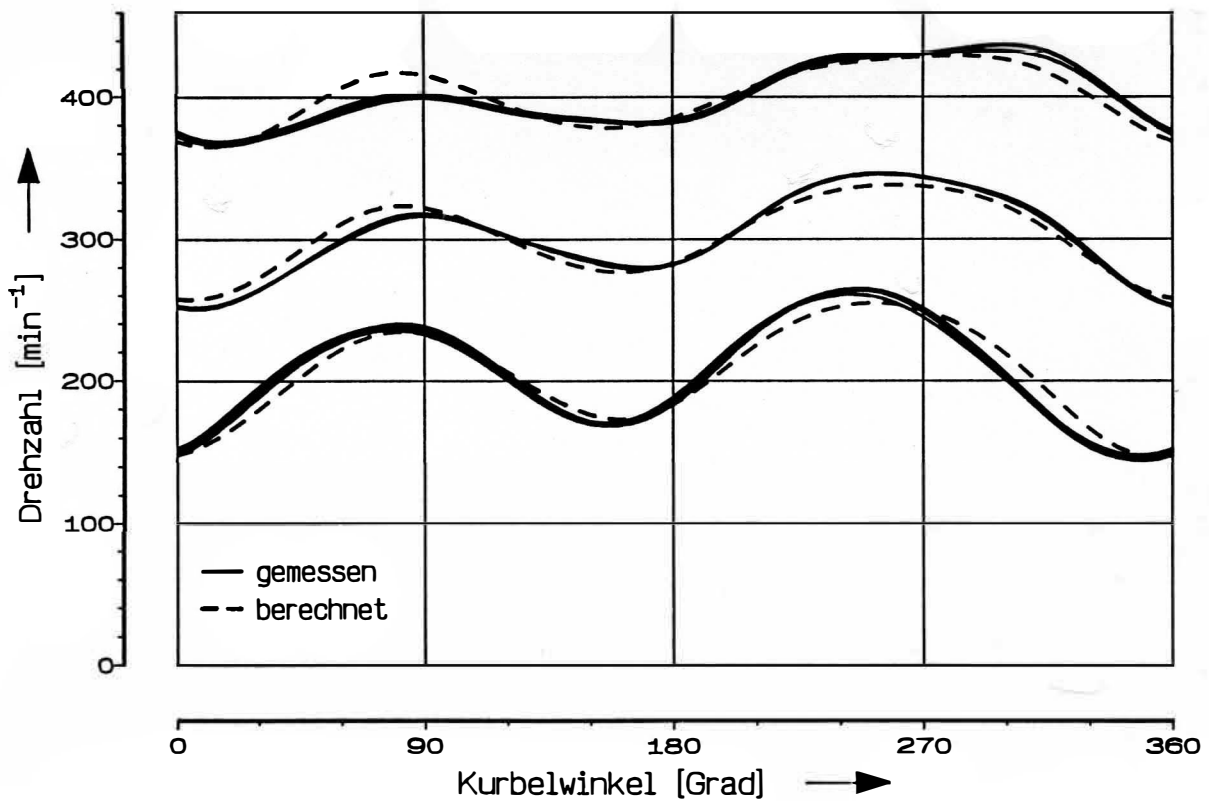


Bild 6.1.3-6: Schwankungen der momentanen Wellendrehzahl für $p = 100 \text{ bar}$, $T_k = 0^\circ\text{C}$, $T_w = 40^\circ\text{C}$, $T_h = 500^\circ\text{C}$, gemessene und berechnete Kurven

auf die Vereinfachungen im mathematischen Modell der Getriebekinetik. Hier wurden z.B. keine Reibungskräfte und auch keine weiteren bewegten Massen außer den Kolben und der Welle angenommen. Dennoch wird anhand von Bild 6.1.3-6 deutlich, daß die Drehzahl-schwankungen weitgehend realistisch wiedergegeben werden, während die bislang veröffentlichten Verfahren – soweit bekannt – von einer konstanten Winkelgeschwindigkeit ausgehen.

Eine weitere Möglichkeit, die Leistung der Wärmepumpe zu steuern, ist die Absenkung des Prozeßdruckes. Bild 6.1.3-7 zeigt den warmen Wärmestrom über der Drehzahl für die vier vermessenen Druckniveaus und $T_k = 0^\circ\text{C}$, $T_w = 40^\circ\text{C}$, $T_h = 500^\circ\text{C}$. Es fällt auf, daß sich die Wiedergabe der Meßwerte bei tiefen Drücken verschlechtert. Dies ist auch bei anderen Größen zu beobachten und deutet darauf hin, daß hier Verlustmechanismen auftreten oder deutlicher hervortreten, die durch das Berechnungsmodell noch nicht richtig erfaßt werden.

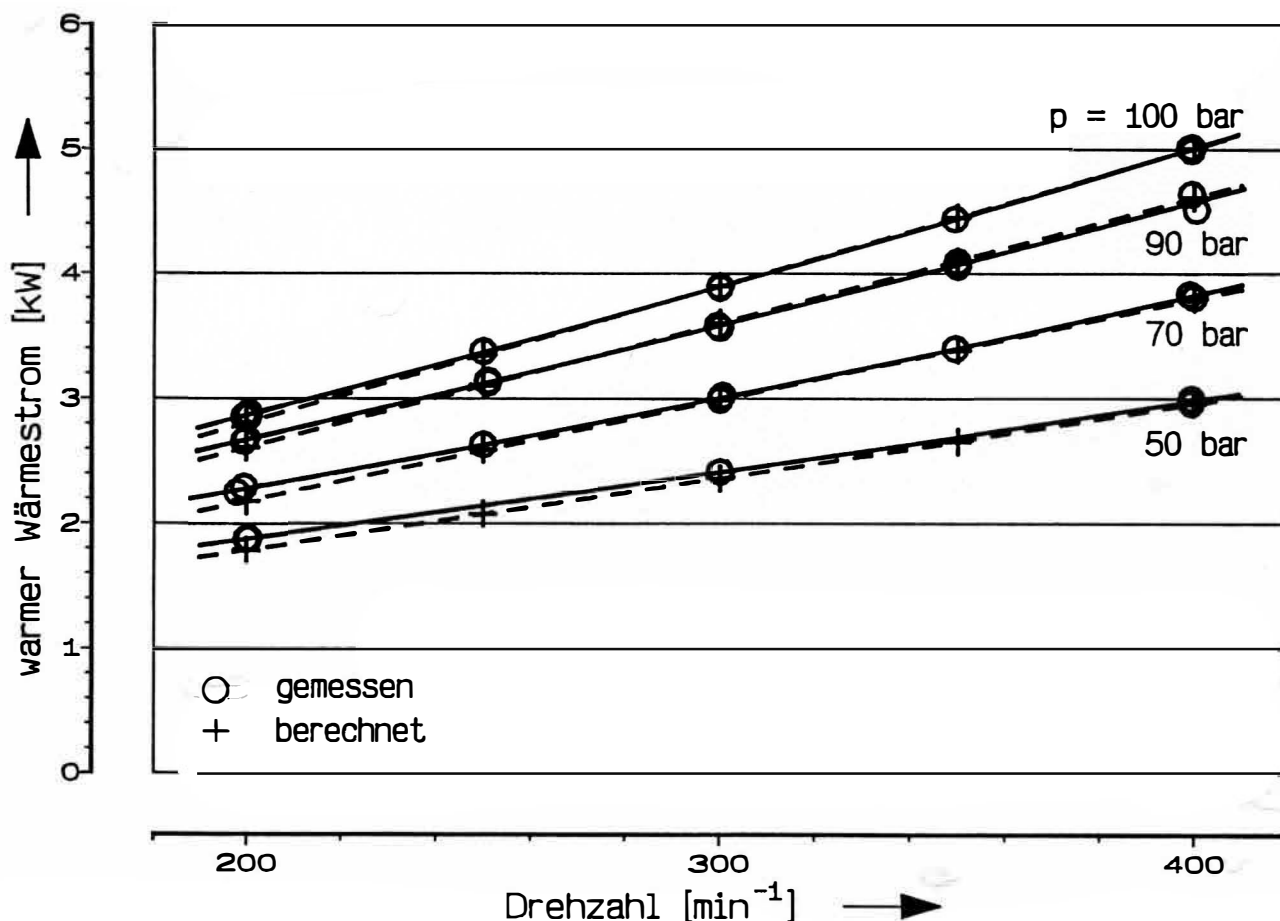


Bild 6.1.3-7: Gemessene und berechnete warme Wärmeströme über der Drehzahl für $p = 50, 70, 90$ und 100 bar sowie $T_k = 0^\circ\text{C}$, $T_w = 40^\circ\text{C}$, $T_h = 500^\circ\text{C}$

Die bei Variation von T_w und T_h auftretenden Abhängigkeiten sind für einen Betriebszustand in Tabelle 6.1.3-2 wiedergegeben. Die Erhöhung von T_w auf 50°C führt zu einem Rückgang der Leistungszahl bei nahezu unveränderter Leistungsdichte, während bei Absenkung der Erhitzertemperatur auf 400°C (wobei in der Rechnung entsprechend den

Tabelle 6.1.3-2: Einfluß der Temperaturen T_w und T_h auf die Wärmeströme, Leistungen und Leistungszahlen \dot{Q}_k , \dot{Q}_w , \dot{Q}_h , P , η , η_1 für $p = 100 \text{ bar}$, $n = 400 \text{ min}^{-1}$ und $T_k = 0^\circ\text{C}$

		$\frac{\dot{Q}_k}{\text{kW}}$	$\frac{\dot{Q}_w}{\text{kW}}$	$\frac{\dot{Q}_h}{\text{kW}}$	$\frac{P}{\text{W}}$	η	η_1
$T_w = 40^\circ\text{C}$, $T_h = 500^\circ\text{C}$	exp.	0,98	-5,01	3,80	195	1,32	1,14
		0,98	-5,00	3,88	82	1,29	1,21
	ber.	1,16	-5,00	3,72	110	1,34	1,24
$T_w = 50^\circ\text{C}$, $T_h = 500^\circ\text{C}$	exp.	0,78	-4,68	3,67	197	1,28	1,10
	ber.	0,79	-4,71	3,80	109	1,24	1,14
$T_w = 40^\circ\text{C}$, $T_h = 400^\circ\text{C}$	exp.	0,69	-4,19	3,27	215	1,28	1,07
	ber.	0,81	-4,25	3,26	161	1,30	1,14

Überlegungen aus Abschnitt 6.1.1 360°C eingesetzt wurden) hinsichtlich beider Kriterien eine Verschlechterung zu verzeichnen ist.

Zusammenfassend kann man sagen, daß die Versuchsmaschine in ihrer derzeitigen Auslegung für den praktischen Einsatz als Wärmepumpe noch nicht geeignet ist. Dies konnte jedoch auch nicht das Ziel dieses experimentellen Projektes sein. Berücksichtigt man, daß der Zustand der Anlage noch der ersten, von Richter aufgrund unsicherer theoretischer Berechnungen entworfenen Auslegung entspricht, so sind die Ergebnisse als zufriedenstellend zu bezeichnen.

Ein wesentliches Ziel dieser Arbeit war es, ein verbessertes Berechnungsverfahren zu entwickeln und anhand von Meßdaten zu verifizieren. Es kann hinsichtlich dieser Versuchsanlage als erreicht angesehen werden, da die Meßwerte generell mit guter Genauigkeit wiedergegeben werden können und auch die beobachteten Abhängigkeiten bei Variationen der Betriebsparameter rechnerisch nachzuvollziehen sind. Hinsichtlich der noch vorhandenen Abweichungen ist neben den sicherlich vorhandenen Schwachstellen des Verfahrens auch auf die Versuchsfehler hinzuweisen. Da z.B. in die Berechnung des kalten Wärmestroms größtenteils systematische Fehler wie ungenaue Stoffdaten oder Eichfehler der Widerstandsthermometer eingehen, ist die durchweg einseitige Abweichung der berechneten Werte von den gemessenen zumindest anteilig auch auf diesem Wege erklärbar. Die sehr gute Übereinstimmung bei den warmen und heißen Wärmeströmen muß unter diesen Gesichtspunkten bereits als teilweise zufällig angesehen werden.

6.1.4 Diskussion möglicher Verbesserungen

Im vorhergehenden Abschnitt wurde deutlich, daß die untersuchte Vuilleumier – Wärmepumpe grundsätzlich einige aufgrund theoretischer Überlegungen vorhersagbare vorteilhafte Eigenschaften im Vergleich zu anderen Wärmepumpenprozessen zeigt. So steigt der indizierte warme Wärmestrom bei fallender kalter Temperatur, und gleichzeitig wird vermehrt mechanische Leistung produziert, die zur Drehzahlsteigerung zu nutzen wäre. Berücksichtigt man weiter, daß für die Versuchsanlage wegen der geringen Abnahmemenge keine hochwarmfesten Materialien für den Erhitzer erhältlich waren und deshalb die Temperatur der Wärmezufuhr auf verhältnismäßig niedrige Werte begrenzt werden mußte, so ist es berechtigt, anzunehmen, daß die Leistungszahl des Vuilleumier – Prozesses noch erheblich gesteigert werden kann. CARLSEN (1989) berichtet von einer Maschine, die bei 700°C Erhitzertemperatur, $T_w = 55^{\circ}\text{C}$ und $T_k = 5^{\circ}\text{C}$ ohne mechanischen Antrieb Leistungszahlen von über 1.6 erreicht. Eine mögliche technische Verbesserung wäre demnach eine gleichmäßigere Beheizung der Erhitzerrohre und die Gewährleistung einer Rohrwandtemperatur, die tatsächlich über möglichst die gesamte Rohrlänge dem Sollwert entspricht.

Konstruktive Änderungen wesentlicher Auslegungsdaten der Versuchsmaschine, wie z.B. der Zylinderdurchmesser oder der grundsätzlichen Anordnung und Verbindung der einzelnen Gasräume, sind nur mit erheblichem Aufwand möglich. Es zeigte sich im vorhergehenden Abschnitt jedoch, daß ein weiterer Ansatzpunkt für Verbesserungen bei den Regeneratoren, insbesondere dem kalten, liegen muß. Deren Gesamtabmessungen sind im Fall des heißen Regenerators durch die mit dem Erhitzer durch Hochtemperaturlötung praktisch unlösbar verbundenen Gehäuse vorgegeben. Hier kommt lediglich eine Verkleinerung des Durchmessers der Matrix und eine entsprechend dickere Hülse zum Ausfüllen der Differenz in Frage. Ähnlich ist die Situation bei dem kalten Regenerator. Hier besteht jedoch die Möglichkeit einer Längenänderung, wenn sie auch konstruktive Änderungen anderer Bauteile nach sich zieht.

Um die mechanische Leistungsproduktion zu steigern und damit den Abfall der Leistungszahl η_1 bei der Auslegungsdrehzahl von 400 min^{-1} zu vermeiden, bietet sich weiterhin eine Vergrößerung des Kolbenstangendurchmessers im kalten Zylinder an. Als Beispiele für mögliche Verbesserungen werden die in Tabelle 6.1.4–1 und 2 zusammengestellten Änderungen diskutiert.

Tabelle 6.1.4–1 enthält veränderte Außendurchmesser und Matrixparameter für den heißen und den kalten Regenerator sowie eine von 30 auf 42 mm verstärkte kalte Kolbenstange. Es wurde wiederum ein Matrixmaterial von geringer Porosität ausgewählt, das als Drahtnetzpackung nur bei starker Pressung zu erhalten ist. Größere Porositäten erhöhen das Totvolumen und senken somit die Leistungsdichte. Eine weitere Verkleinerung der Matrixdurchmesser

Tabelle 6.1.4–1: Veränderte Auslegungsdaten für die Vuilleumier – Wärmepumpe
Verbesserung beider Regeneratoren

Durchmesser der kalten Regeneratoren	66,0 mm
Durchmesser der heißen Regeneratoren	43,0 mm
Drahtdurchmesser der Regeneratormatrix	0,14 mm
Maschenweite der Regeneratormatrix	0,25 mm
Porosität der Regeneratormatrix	0,496
Durchmesser der kalten Kolbenstange	42,0 mm

führt jedoch zu erhöhten Druckverlusten. Eine Längenänderung des kalten Regenerators ist in diesem Beispiel nicht vorgesehen. Wenn hier auch von Drahtnetzpackungen ausgegangen wird, wurden die Berechnungen mit den veränderten Daten nach Tabelle 6.1.4–1 und 2 dennoch mit einem um den Faktor 1,5 erhöhten Regeneratordruckverlust durchgeführt, da nicht sicher ist, ob die experimentell beobachteten, gegenüber den für Drahtnetze ursprünglich berechneten Werten erhöhten Druckverluste ausschließlich auf die andere Struktur des in Bild 6.1.2–1 gezeigten Materials zurückzuführen sind. Alle übrigen Berechnungsdaten blieben unverändert.

Die Ergebnisse für die Leistungszahlen η und η_1 sind in Bild 6.1.4–1 für konstante Berechnungstemperaturen im Vergleich zu den für die gegenwärtige Auslegung erhaltenen Werten über der Drehzahl aufgetragen. Unabhängig von den Differenzen zu den gemessenen Verläufen (vgl. Bild 6.1.3–4) kann danach eine Steigerung der Leistungszahlen um 0,2 bzw. 0,3 erwartet werden. Die Freilaufdrehzahl, erkennbar am Schnittpunkt der Kurven für η und η_1 , steigt zusätzlich von ca. 300 auf 400 min^{-1} .

In Tabelle 6.1.4–2 wird lediglich eine Verbesserung des kalten Regenerators bei ebenfalls verstärkter kalter Kolbenstange vorgeschlagen. Hier wird außerdem auch die Länge gekürzt. Aufgrund der vereinfachten Modellvorstellungen für den Regenerator, die dem von RICHTER (1988) benutzten Berechnungsverfahren zugrundeliegen, wurden bei der Auslegung die durch die begrenzte Wärmekapazität der Matrix bedingten sog. Temperaturschwingungsverluste (MARTINI 1978) überbewertet und andererseits die vom Wärmeübergangswiderstand verursachten Verluste unterschätzt. Die Wärmekapazität hängt von Volumen und Porosität ab, so daß der geringe Freiraumanteil des von Richter ausgewählten Materials offenbar primär hierdurch bedingt ist. Da eine erhöhte Porosität das Totvolumen vergrößert, muß nun gleichzeitig auch das Regeneratorvolumen reduziert werden. Geschieht dies nur über die Querschnittsfläche, so stößt man sehr bald an durch den Druckverlust bedingte Grenzen, so daß in Tabelle 6.1.4–1 nur geringfügige Verringerungen der Durchmesser möglich waren. Da hier nun auch

die Länge variabel ist, gelangt man zu einem insgesamt kompakteren Regenerator, dessen Wärmeübergangsverlust durch den wesentlich geringeren Drahtdurchmesser verringert ist. Der Druckverlust wird durch die im Verhältnis zur Drahtstärke größere Maschenweite in Grenzen gehalten. Zusätzlich ergibt sich der Vorteil, daß die in Tabelle 6.1.4-2 angegebenen Matrixdaten denen üblicher feiner Drahtnetze entsprechen.

Tabelle 6.1.4-2: Veränderte Auslegungsdaten für die Vuilleumier - Wärmepumpe
Verbesserung des kalten Regenerators mit Längenänderung

Durchmesser des kalten Regenerators	53,0 mm
Länge des kalten Regenerators	31,4 mm
Drahtdurchmesser der kalten Regeneratormatrix	52,0 μm
Maschenweite der kalten Regeneratormatrix	115,0 μm
Porosität der kalten Regeneratormatrix	0,610
Durchmesser der kalten Kolbenstange	42,0 mm

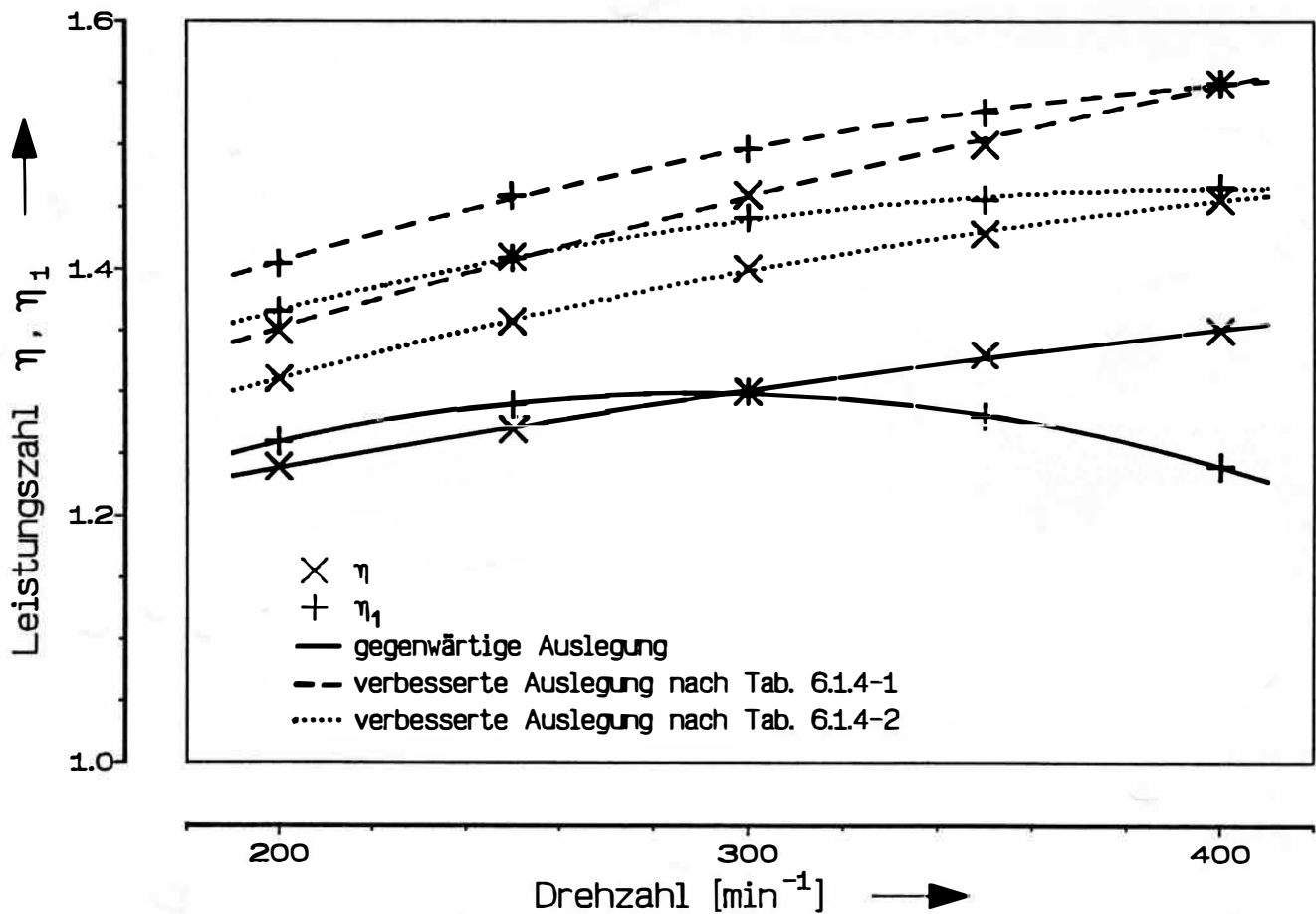


Bild 6.1.4-1: Berechnete Leistungszahlen η und η_1 für den gegenwärtigen Zustand und für die gemäß Tabelle 6.1.4-1 und 2 verbesserte Maschine

Die berechneten Leistungszahlen für die nach Tabelle 6.1.4–2 veränderten Eingabedaten sind ebenfalls in Bild 6.1.4–1 aufgenommen. Den erzielten Verbesserungen entspricht der Rückgang der berechneten Regeneratorverluste, der im Fall nach Tabelle 6.1.4–1 im kalten Regenerator ca. 51 % und für die Werte nach Tabelle 6.1.4–2 ca. 73 % bei $n = 400 \text{ min}^{-1}$ beträgt. Das Betriebsverhalten der Maschine kann auf diese Weise also erheblich verbessert werden.

6.2 Vergleich für den GPU–3–Stirlingmotor

Der von General Motors entwickelte Stirlingmotor mit der Bezeichnung GPU–3 ist – soweit bekannt – die einzige regenerative Maschine, die in der allgemein zugänglichen Literatur so detailliert dokumentiert ist (TEW, THIEME und MIAO 1979), daß die Eingabedaten für aufwendigere Berechnungsverfahren weitgehend mit zuverlässigen Werten gefüllt werden können. Allerdings sind auch hier in einigen z.T. wesentlichen Punkten Schätzungen erforderlich. Die Berechnungsdaten für das hier verwendete Verfahren finden sich im Anhang A4, Tabelle A4–3. Schätzungen waren hier bei den Wärmeleitungsverlusten durch Zylinder- und Regeneratorwände erforderlich, ferner bei den Druckverlustbeiwerten für die Schnittstellen und für den äußeren Wärmeübergangskoeffizienten im Kühler. Da die Strömungsgeschwindigkeit des Kühlwassers und die genaue Strömungsführung unbekannt sind, aus einer Querschnittszeichnung jedoch zu entnehmen ist, daß keine Umlenkleche vorhanden sind, sind verhältnismäßig geringe Werte zu vermuten. Es kommt hinzu, daß bei den Messungen offenbar über den Kühlwasserstrom bilanziert wurde. Wegen der hohen Wärmekapazität von Wasser sind zuverlässig meßbare Temperaturdifferenzen jedoch nur bei kleinen Durchflüssen zu erreichen. Es wurde daher ein Wert von $2000 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ abgeschätzt.

Die zusätzlichen Druckverlustbeiwerte wurden anhand der verfügbaren Schnittzeichnungen für die verschiedenen, meist scharfkantigen Umlenkungen geschätzt. Sie sind z.B. in der Verbindung vom kalten Zylinderraum zu den Kühlern, in den Krümmungen der Erhitzerrohre und besonders auch an den Einmündungen dieser Rohre in den Ringkanal am oberen Ende des Erhitzers zu vermuten. Zusätzliche Verluste treten sicherlich bei den Übergängen zwischen den Wärmeaustauschern und dem Regenerator auf. Sie sind mit den Carnotschen Ausströmverlusten nicht ausreichend beschrieben, da die Strömung in den schmalen Zwischenräumen zusätzlich stark umgelenkt wird. Die hohen Werte für Schnittstelle 1 in Tabelle A4–3 ergeben sich aus der Umrechnung der Bezugsquerschnittsflächen.

Das Trägheitsmoment der Welle wurde auf einen so hohen Wert gesetzt, daß Schwankungen der Winkelgeschwindigkeit nicht auftreten. Ob diese Annahme berechtigt ist, ist nicht bekannt.

Die angegebene Erhitzer-Rohrtemperatur von 704°C für die Versuchsreihen mit Wasserstoff und 649°C für die Messungen mit Helium wurden unverändert übernommen, da hier keine Aufzeichnungen der Prozeßdruckverläufe zur Verfügung stehen, mit denen eine Korrektur quantitativ zu rechtfertigen wäre. Allerdings wäre bei einer Absenkung der heißen Berechnungstemperatur insbesondere die Wiedergabe der Druckabhängigkeit der Meßwerte verbessert. Bild 6.2-1 und 2 zeigen für Wasserstoff als Arbeitsgas die experimentellen und berechneten indizierten Leistungen und heißen Wärmeströme. Während die letzteren insgesamt gut übereinstimmen, treten bei der Leistung besonders für $p = 13,8 \text{ bar}$ Abweichungen auf. Es ist zu vermuten, daß einerseits der Wärmeübergang im Kühler möglicherweise besser ist als angenommen. Dies würde die Abweichungen bei höheren Drücken in die gleichen Größenordnungen wie bei $p = 13,8 \text{ bar}$ verlagern. Die dann ähnlichen Differenzen könnten andererseits durch empirische Korrekturen der Druckverluste und durch Absenkung der heißen Berechnungstemperatur ausgeglichen werden. TEW, THIEME und MIAO (1979) erhöhten den Regeneratordruckverlust um einen Faktor 4, um mit ihrem Berechnungsmodell die Meßwerte befriedigend wiedergeben zu können. Die hier dargestellten Rechenergebnisse wurden dagegen ohne weitere empirische Korrekturen ermittelt.

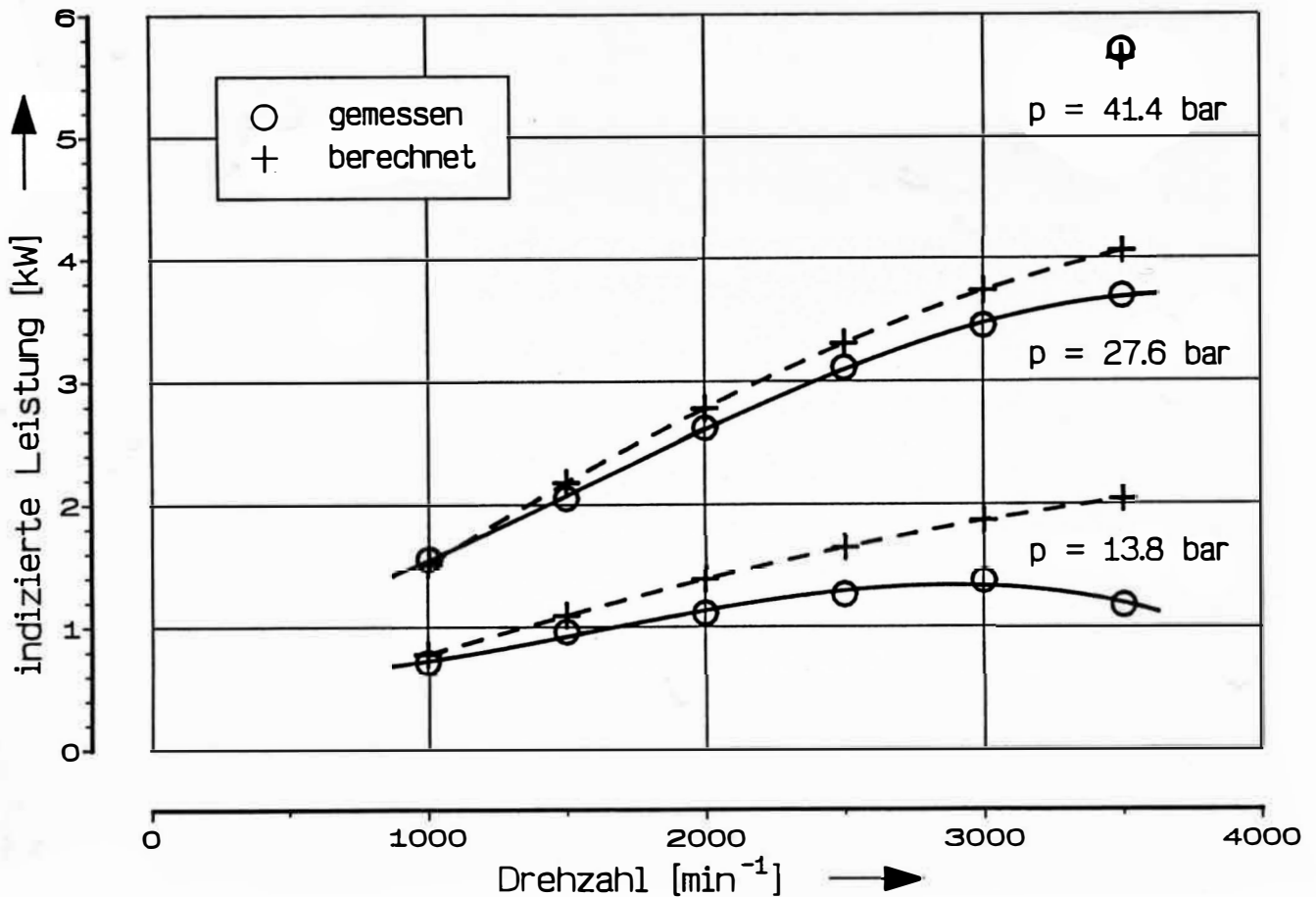


Bild 6.2-1: Experimentelle und berechnete Werte der indizierten Leistung für Wasserstoff als Prozeßmedium

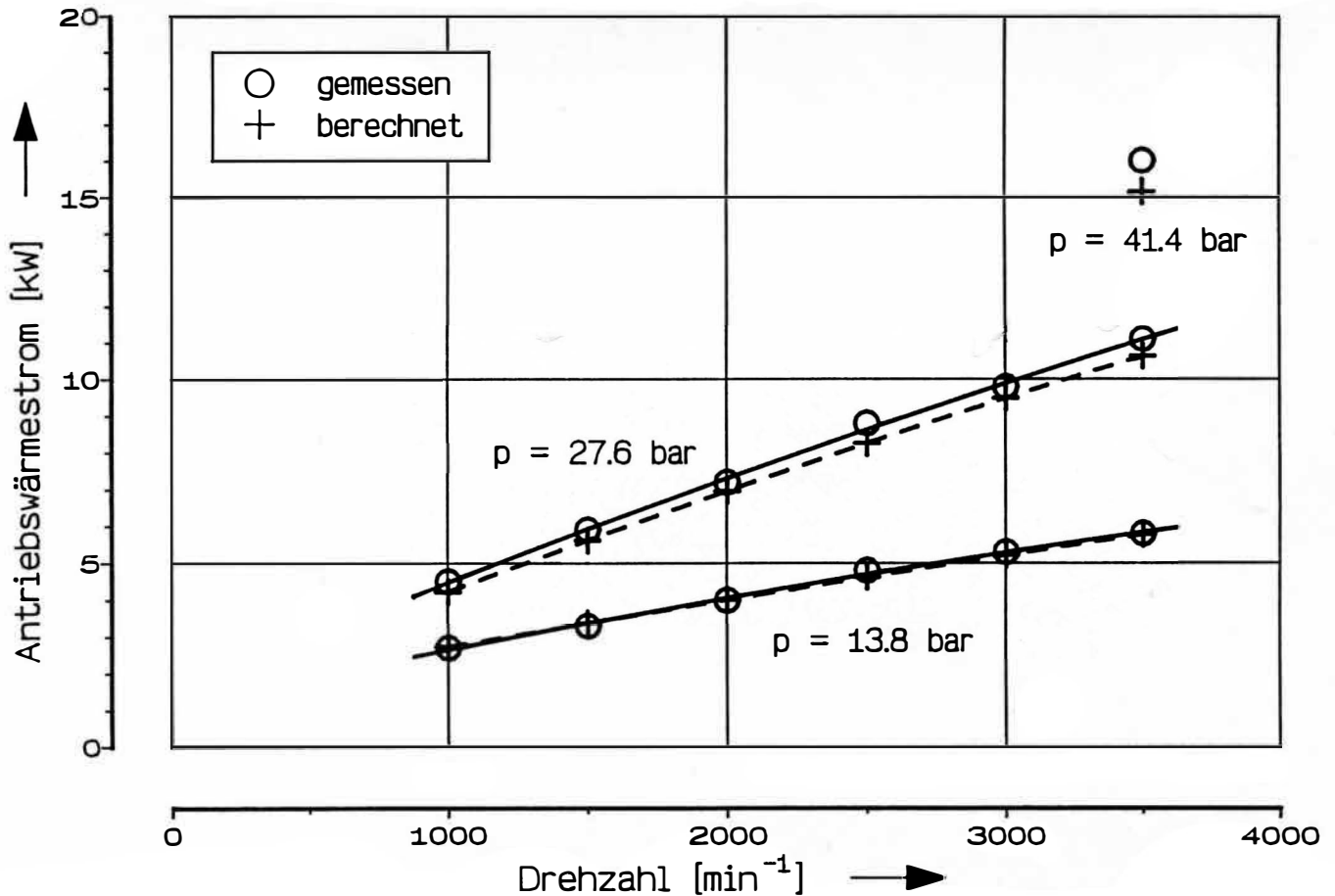


Bild 6.2–2: Experimentelle und berechnete Werte des heißen Wärmestroms für Wasserstoff

Bild 6.2–3 und 4 zeigen die entsprechenden Darstellungen für zwei über nahezu den gesamten Drehzahlbereich dokumentierte Meßkurven mit Helium als Arbeitsgas. Auch hier ist eine größere Abweichung bei der Leistung auf dem niedrigen Druckniveau zu verzeichnen. Die experimentellen Werte für die indizierten Leistungen wurden hier aus den Werten für die Bremsleistung und den angegebenen Reibungs- und Leckverlusten berechnet. Wegen der geringen Auflösung der Originaldiagramme ist mit Ablesefehlern im Bereich von 100 bis 200 W zu rechnen. Die Angaben für den heißen Wärmestrom über die Bilanzen für Erhitzer und Kühler differieren deutlich, insbesondere bei den Messungen für Wasserstoff und $p = 13,8 \text{ bar}$. Hier erreichen sie bei 3500 min^{-1} ca. 2 kW . In den Bildern 6.2–2 und 4 wurden jeweils Mittelwerte verwendet. Die gute Übereinstimmung mit den berechneten Werten gerade bei der ungenauesten Meßkurve muß angesichts dieses Fehlers als zufällig bezeichnet werden.

6.3 Vergleich für den Ford–Philips–4–215–Stirlingmotor

Neben dem zuvor berechneten Motor GPU–3 von General Motors wird von URIELI und BERCHOWITZ (1984) ein weiterer Stirlingmotor beschrieben, wenn auch nicht so detailliert. Es handelt sich um einen bei Ford und Philips entwickelten Motor mit vier doppelt wirkenden Zylindern und Taumelscheibengetriebe. Der aufgrund der vorliegenden Angaben zusammenge-

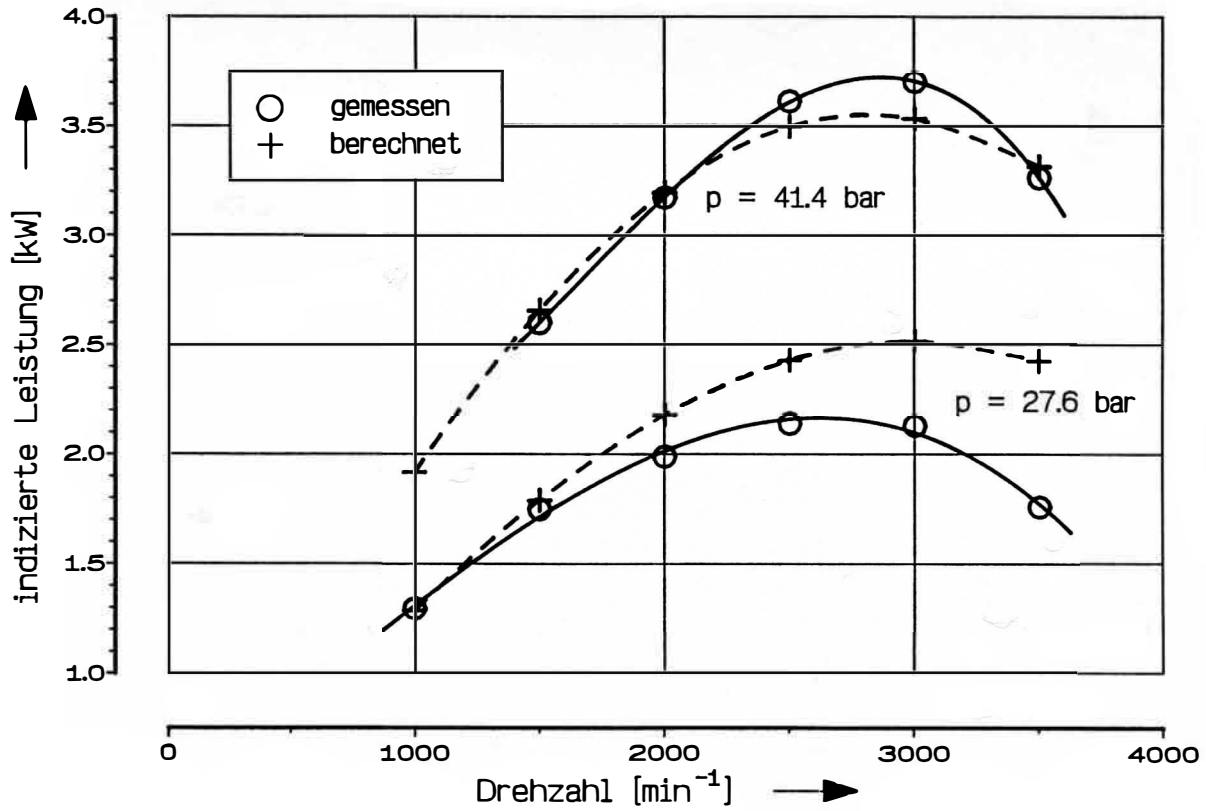


Bild 6.2-3: Experimentelle und berechnete Werte der indizierten Leistung für Helium

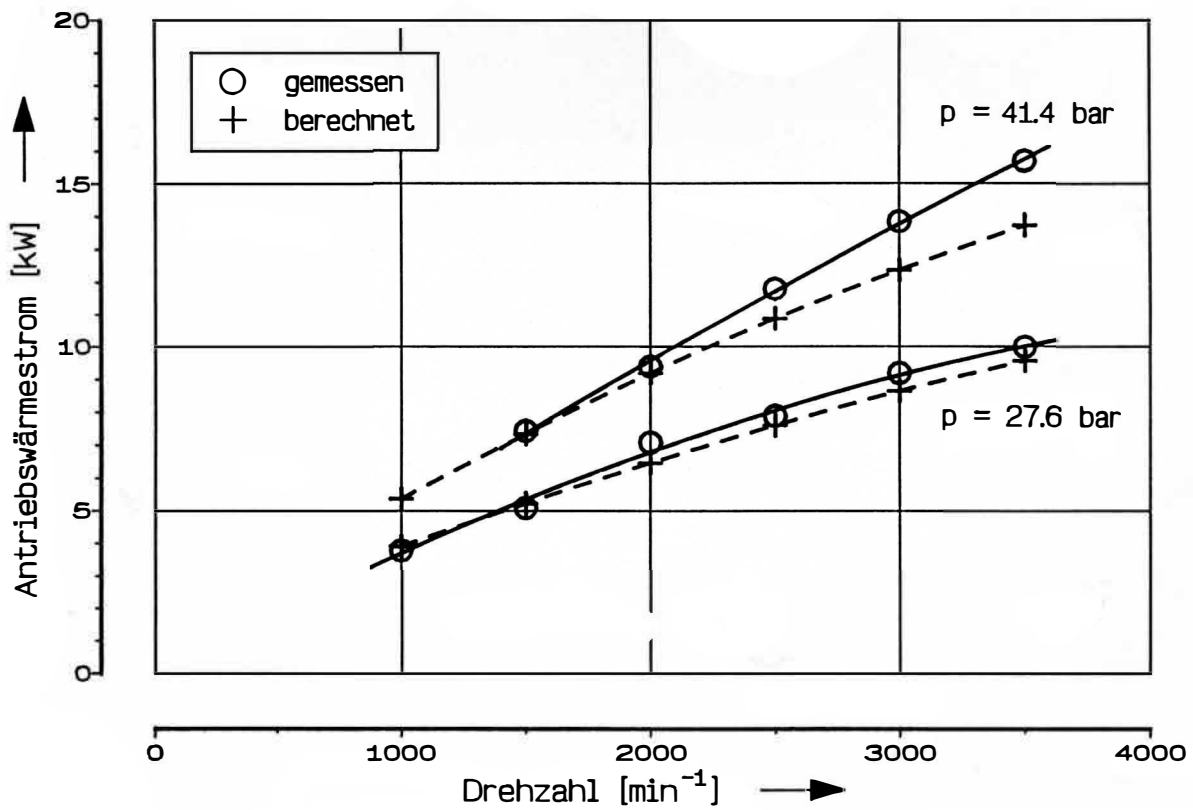


Bild 6.2-4: Experimentelle und berechnete Werte des heißen Wärmestroms für Helium

stellte Berechnungsdatensatz ist im Anhang A4, Tabelle A4-4, wiedergegeben. Wegen der unbekannt Details, z.B. im Bereich der kalten Wärmeaustauscher, ist eine Berechnung hier nur unter empirischer Anpassung einiger Daten möglich. Dies gilt insbesondere für Wärmeleitungsverluste und den mantelraumseitigen Wärmeübergang im Kühler, der wegen der hohen Wärmestromdichte einen merklichen Einfluß auf die Steigung der Leistungskurven hat. Ferner wurde das pauschal angegebene Totvolumen aufgrund der von Urieli und Berchowitz wiedergegebenen Schnittzeichnung überwiegend dem kalten Zylinderraum zugerechnet.

Wegen der im Vergleich zum GPU-3-Motor unsichereren Berechnungsgrundlage soll dieser Fall dazu verwendet werden, die Verbesserung der Wiedergabe durch Absenkung der heißen Temperatur zu untersuchen. Da die Erhitzerrohre in zwei Reihen hintereinander angeordnet sind, ist ohnehin unklar, was genau unter der von Urieli und Berchowitz entsprechend den dort zitierten Informationen von Kitzner angegebenen heißen Temperatur von 750°C zu verstehen ist. Unabhängig davon kann dieser Wert bei Wasserstoff als Arbeitsgas aufgrund der Überlegungen aus Abschnitt 6.1.1 noch eher als bei Helium für die Rechnung vermindert werden, da die Abweichungen vom idealen Gasgesetz größer sind. Ob allein hierdurch eine Absenkung der Berechnungstemperatur um 100°C zu rechtfertigen ist, erscheint fraglich. Die mit $T_h = 650^{\circ}\text{C}$ berechneten Kurven in Bild 6.3-1 zeigen jedoch eine deutlich bessere Übereinstimmung mit den experimentell ermittelten indizierten Leistungen, als die Ergebnisse für $T_h = 750^{\circ}\text{C}$, die aus Gründen der Übersichtlichkeit nur für den höchsten und den niedrigsten Druck eingezeichnet sind.

Es fällt weiterhin ein Abknicken der berechneten Kurven bei hohen Drücken und Drehzahlen auf, das auf einen rechnerisch möglicherweise zu hohen Druckverlust hindeutet. Hier ist die für Stirlingmaschinen sehr hohe Drehzahl von 4500 min^{-1} zu berücksichtigen. Da hier mit großen Druckdifferenzen zu rechnen ist, sind die in Abschnitt 4.1.3 getroffenen Annahmen im Zusammenhang mit der Massenstromberechnung nicht mehr so gut erfüllt wie in den zuvor untersuchten Prozessen. Eine weitere Erklärungsmöglichkeit ist in der Annahme der gleichen Wärmeübergangskoeffizienten im Mantelraum des Kühlers bei allen Rechnungen zu sehen. Bei einer Kühlwassertemperatur von 64°C ergab sich, daß bei hohen Leistungen die rechnerische Außenwandtemperatur der Kühlerrohre den Siedepunkt von Wasser überschreitet. Mit entsprechend angehobenen Wärmeübergangskoeffizienten wäre der Abfall der berechneten Kurven für 150 und 200 bar bei hohen Drehzahlen problemlos zu beseitigen.

Im übrigen sind die Abweichungen der für $T_h = 750^{\circ}\text{C}$ berechneten Punkte von den Meßwerten durch zu niedrig berechnete Druckverluste nicht zu erklären, da wegen deren nicht-linearer Frequenzabhängigkeit fast nur die Leistungen bei den hohen Drehzahlen beeinflußt werden.

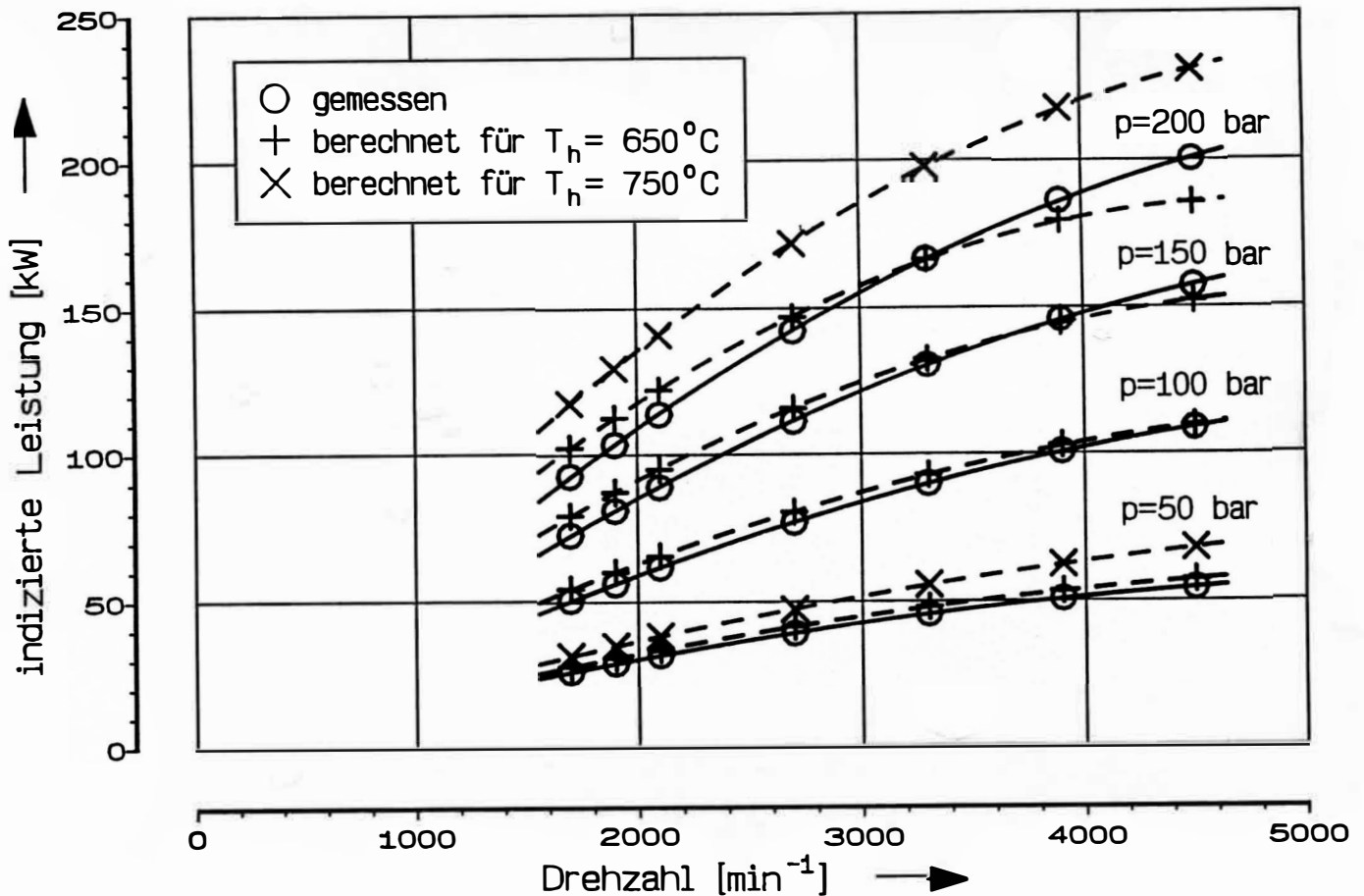


Bild 6.3-1: Indizierte Leistung über der Drehzahl, experimentelle Werte nach URIELI und BERCHOWITZ (1984), berechnete Werte für 750°C und 650°C Erhitzerrohrtemperatur

Ein wesentliches Problem sind insbesondere die Abweichungen bei niedrigen Drehzahlen und Drücken und dementsprechend kleinen Leistungsdichten, die auch schon bei der Vuilleumier-Wärmepumpe und dem GPU-3-Motor festzustellen waren. Da fast alle Verlustmechanismen außer der Wärmeleitung, die in entsprechender Größenordnung kaum anzunehmen ist, lastabhängig sind (Wärmeübergang, Druckverluste, Regeneratorverluste), ist die Annahme einer effektiv niedrigeren Erhitzerrohrtemperatur die einzige plausible Erklärung für die Abweichungen, die bei den für $T_h = 750^\circ\text{C}$ berechneten Werten zwar leicht, aber doch deutlich unterproportional mit der Leistung ansteigen.

Um diese Fragen detaillierter untersuchen zu können, fehlen in diesem Fall weitere Informationen, z.B. in Form von experimentell bestimmten Wärmeströmen oder zyklisch aufgezeichneten Prozeßdrücken. Ob solche Messungen durchgeführt wurden, ist nicht bekannt.

Abschließend kann festgestellt werden, daß eine insgesamt befriedigende Wiedergabe der Meßwerte möglich ist, zumal auch die bei $T_h = 750^\circ\text{C}$ erhaltenen Abweichungen bis ca. 30 kW (bei ca. 200 kW indizierter Leistung) noch als relativ gering zu bewerten sind.

7. Zusammenfassung

Zu den regenerativen Gaskreisprozessen ohne Ventilsteuerung ist neben dem relativ bekannten Stirling- und dem Vuilleumier – Prozeß noch eine im Prinzip unbegrenzte Zahl von weiteren, teilweise komplexeren Systemen zu rechnen, die sich nach Anzahl und Anordnung der einzelnen Gasräume ähnlich einer homologen Reihe systematisch einordnen lassen. Die ihnen zugrunde liegenden Mechanismen der thermischen und mechanischen Kompression und die sich daraus ergebenden Eigenschaften und Anwendungsmöglichkeiten werden für eine Reihe praktisch realisierter sowie theoretisch denkbarer Prozesse diskutiert. Es wird weiter gezeigt, wie anhand einfacher Überlegungen und heuristischer Regeln bereits eine grobe Vorab-Auslegung wesentlicher konstruktiver Größen möglich ist. Nach verallgemeinerter Herleitung der für den Stirling-Prozeß bekannten isothermen und quasi-adiabaten (polytropen) Berechnungsmethoden wird gezeigt, daß die Verluste durch Wärmeübergangs- und Vermischungseffekte bei unterschiedlichen Gaskreisprozessen den gleichen Gesetzmäßigkeiten unterliegen und in allgemeiner dimensionsloser Form quantitativ darstellbar sind.

Die von der differentiellen Berechnung des Stirling-Prozesses bekannten mathematischen Modelle für die verschiedenen Verlustmechanismen dienen als Grundlage für ein ebenfalls allgemein gehaltenes Simulationsverfahren für Gaskreisprozesse, das unterschiedliche Konfigurationen allein aufgrund entsprechender Eingabedateien verarbeiten kann. Es umfaßt detaillierte Modelle für die Kinetik der Kolbenbewegung – unter Berücksichtigung verschiedener Getriebetypen und auch freischwingender Kolben –, für die instationäre Wärmeleitung in den Wänden der Austauschflächen und den äußeren Wärmeübergang sowie für die Regeneratoren. Dort werden Einströmeffekte berücksichtigt, und die bei Verwendung finiter Elemente unvermeidliche numerische Dispersion wird genutzt, um unter Anwendung von Modellen für Festbettreaktoren die tatsächlich zu erwartenden Verweilzeitverteilungseffekte zu beschreiben. Das Verfahren geht in den genannten Punkten über die bislang vorliegenden Veröffentlichungen hinaus und erreicht bei Anwendung der ebenfalls entwickelten Methoden zur Konvergenzbeschleunigung und zur stabileren numerischen Integration des steifen Differentialgleichungssystems Rechenzeiten von wenigen Minuten auf einem HP9000/360-Workstation-Rechner.

Nach Vermessung des Betriebsverhaltens einer von RICHTER (1988) zu Versuchszwecken entwickelten Vuilleumier – Wärmepumpe steht umfangreiches Datenmaterial zur Verfügung, um das Simulationsmodell zu verifizieren. Die Übereinstimmung zwischen den experimentellen und berechneten Werten kann bei Berücksichtigung der diskutierten, teilweise versuchsbedingten Unsicherheiten bei den Vorgabedaten als gut bezeichnet werden. Dies gilt auch für den Vergleich mit Literaturdaten für zwei Stirlingmotoren. Das Simulationsverfahren eignet sich damit für Berechnungen zur Verbesserung der untersuchten Vuilleumier – Wärmepumpe und darüber hinaus für die Auslegung von Gaskreisprozessen für verschiedene denkbare Anwendungsgebiete, z.B. die zentrale und dezentrale Wärme-Kraft-Kopplung.

8. Formelzeichen

A	Fläche
a	Temperaturleitfähigkeit
a	dimensionslose Prozeßkenngröße nach Gl.3.3-14
a_{ij}	Matrixelement nach Gl. 2.3-1
B	Konstante nach Gl. 3.1-3
Be	Beale-Zahl
Bi	Biot-Zahl
Bo	Bodenstein-Zahl
b_{ji}	Matrixelement nach Gl. 2.3-2
C	Konstante nach Gl. 4.2-4
c	spezifische Wärmekapazität (Feststoff, Flüssigkeit)
c_p, c_v	spezifische isobare und isochore Wärmekapazität (Gas)
D	Konstante nach Gl. 3.1-3
D	Dispersionskonstante
D_m	molekulare Selbstdiffusionskonstante
d, d_h	Durchmesser, hydraulischer Durchmesser
E	Konstante nach Gl. 4.2-4
f	Faktor, $0 \leq f \leq 1$
g	Erdbeschleunigung
H	Enthalpie
H_V	Regeneratorverlust
h	spezifische Enthalpie
I	Massenträgheitsmoment
i	imaginäre Einheit
K	dimensionslose Konstante
k	Kennliniensteilheit eines Drehstromasynchronmotors
l	Länge
M	Drehmoment
m	Masse
m	Anzahl, insbesondere Anzahl von Zylinderräumen
Nu	Nusselt-Zahl
NTU	Anzahl der Übergangseinheiten
n	Drehzahl
n	Anzahl, insbesondere Anzahl von Gasräumen (ab 0)
P	Leistung
P^*	dimensionslose Leistungsdichte
Pr	Prandtl-Zahl

p	Druck
\bar{p}	zeitlich gemittelter Druck
Q	Wärmemenge
R	spezielle Gaskonstante des Prozeßmediums
Re	Reynolds-Zahl
Re_ω	dimensionslose Frequenz
r	Radius
S	Entropie
Sc	Schmidt-Zahl
Str	Strouhal-Zahl
s	spezifische Entropie
s	Kolbenposition, Weglänge
s^*	dimensionslose Entropieproduktion nach Gl. 3.4-4
T	Temperatur
t	Zeit
U	innere Energie
U	Spannung
u	spezifische innere Energie
u	Strömungsgeschwindigkeit
V	Volumen
v	spezifisches Volumen
W	Arbeit
w	Drahtnetz – Maschenweite
x	Ortskoordinate
x	Prozeßkenngröße nach Gl. 3.4-3
Y	dimensionslose Konstante

Griechische Buchstaben

α	Wärmeübergangskoeffizient
γ	Winkel
ϵ	Porosität
η	dynamische Viskosität
η	Leistungszahl, Wirkungsgrad
η_1	Leistungszahl nach Gl. 5.3-8
θ	Phasenwinkel
θ	dimensionslose Temperatur
λ	Wärmeleitfähigkeit
λ	Druckverlustkennzahl

ν	kinematische Viskosität
ξ	dimensionslose Länge
ξ	Druckverlustbeiwert
ρ	Dichte
φ	Kurbelwinkel
ω	Winkelgeschwindigkeit
ω_N	Netzfrequenz (50 Hz)

Indices

a	Amplitudenwert
D	Drehfeld
el	elektrisch
f	finites Element
g	Gas
ges	gesamt
h	heiß
i	Gasraumnummer, Kolbennummer
ind	indiziert
irr	irreversibel
j	Schnittstellen-, Massenstromnummer
k	Zylinderraum-Nummer
k	kalt
M	Vermischung
m	Mittelwert
mech	mechanisch
min,max	Minimum, Maximum
net	Netto
osz	oszillierend, Pendel-
p	Druck
r	regenerativ
s	Gasstrom
ss	Schnittstelle
V	Verlust
W	Wand
w	warm

9 Literatur

- Azetsu, A., Nakajima, N. und Hirata, M. (1982): Computer Simulation Model for Stirling Engines. I Mech F Conference Publications 1982–2, "Stirling Engines – Progress towards Reality". London, S. 57–63.
- Berchowitz, D.M. (1986): Stirling Cycle Engine Design and Optimization. Dissertation, University of the Witwatersrand, Johannesburg, Südafrika.
- Blass, Eckard (1964): Geometrische und strömungstechnische Untersuchungen an Drahtgeweben. Chem. Ing. Tech. 36, Nr. 7, S. 747–758.
- Bohne, D., Fischer, S. und Obermeier, F. (1984): Thermal Conductivity, Density, Viscosity and Prandtl–Numbers of Ethylene Glycol–Water Mixtures. Ber. Bunsenges. Phys. Chem. 88, S. 739–742.
- Budliger, J.P. (1986): New concept for a Stirling–Stirling heat pump system. Vortrag, 2nd International Stirling Engine Conference, Rom.
- Cairns, E.S. und Prausnitz, J.M. (1960): Longitudinal mixing in packed beds. Chem. Eng. Sci., 12, S. 20–34.
- Carlsen, H. (1989): Development of a Gas Fired Vuilleumier Heat Pump for Residential Heating. Proc. 24th IECEC, Washington, D.C., S. 2257–2263.
- Carlsen, H. und Andersen, N.E. (1989): Simulation Model for the Design of Vuilleumier–Machines. ASME Winter Annual Meeting, San Francisco.
- Chen, N.C.J., Griffin, F.P. und West, C.D.(1985): Simplified Analysis of Stirling Engines and Heat Pumps. Oak Ridge National Laboratory, ORNL–TM 9498.
- de Cicco, A. (1983): A New Mathematical Approach to the Stirling Engine Analysis. Proc. 18th IECEC, Orlando, S. 731–736.
- Cooke–Yarborough, E.H. (1976): An integrated Stirling engine and heat pump with only two moving assemblies. Electronics and Applied Physics Division, AERE Harwell, R 8468
- Doige, A.G. und Walker, G. (1986): Dynamics of the Ross–Stirling Engine. Proc. 3rd ISEC, Rom, Paper 23.

Eder, F.X. (1981): Thermisch betriebene Wärmepumpe.
Temperatur Technik 19, Nr. 3, S. 71–73.

Eder, F.X. (1983): Durch äußere Wärmezufuhr betriebene Wärme- und Kraftmaschine.
D.O.S. DE 3302553 A1.

Eder, F.X. (1984): Thermischer Kompressor. D.O.S. DE 3403481 A1.

Engeln–Müllges, G. und Reutter, F. (1986): Formelsammlung zur Numerischen Mathematik
mit Standard–FORTRAN 77–Programmen. 5. Auflage, Bibliographisches Institut
Mannheim/Wien/Zürich.

Finkelstein, T. (1960): Generalized Thermodynamic Analysis of Stirling Engines.
SAE Paper No. 118 b.

Finkelstein, T. (1975): Computer Analysis of Stirling Engines. Adv. Cryog. Eng. 20, S. 269 ff.

Fitzer, E. und Fritz, W. (1982): Technische Chemie. 2. Auflage, Springer Verlag Berlin/
Heidelberg/New York.

Gedeon, D.R.(1978): The Optimization of Stirling cycle Machines.
Proc. 13th IECEC, San Diego, S. 1784–1790.

Gedeon, D.R. (1986): A Globally–Implicit Stirling Cycle Simulation.
Proc. 21st IECEC, San Diego, S. 550–554.

Gedeon, D.R. (1989): Modelling 2–D Jets Impinging on Stirling Regenerators.
Proc. 24th IECEC, Washington, D.C., S. 2199–2203.

Giesekus, H. (1971): Strömungsmechanik. Vorlesungsskript, Universität Dortmund 1971.

Hapke, J. (1973): Beitrag zum Wärmeübergang bei pulsierender turbulenter Strömung mit
Richtungsumkehr im hydraulisch glatten Rohr. Dissertation, Universität Clausthal.

Hausen, H. (1943): VDI–Z., Beitrag Verfahrenstechnik Nr. 4, S. 91–98.

Hausen, H. (1959): Allg. Wärmetech. 9, S. 75–79.

- Hiismäki, P. und Nykyri, M. (1981): Evaluation of the Vuilleumier cycle heat pump for heating applications. Technical research centre of Finland. VTT Research Report 15.
- Koh, J.C.Y. und Fortini, A. (1973): Prediction of thermal conductivity and electrical resistivity of porous metallic materials. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 16, S. 2013–2022.
- Kolin, I. (1984): Low Temperature Difference Stirling Engine. *Proc. 19th IECEC*, San Francisco. S. 1807–1812.
- Kolin, I. (1985): Flat Plate and Discontinuous Motion Stirling Engine. Inter University Center, Dubrovnik.
- Kramers, H. und Westerterp, K.R. (1963): *Elements of Chemical Reactor Design and Operation*. Netherlands University Press, Amsterdam.
- Krauch, H. und Kuhn, P. (1984): Wärmepumpe nach dem Vuilleumier-Prinzip (Kreuzkolben). Patentanmeldung P 3416 600.9, 20.2.1984.
- Kühl, H.-D., Richter, N. und Schulz, S. (1986): Der Vuilleumier-Prozeß als Wärmepumpe. *gwf-Gas/Erdgas* 127, Nr. 5, S. 205–210.
- Kühl, H.-D., Richter, N. und Schulz, S. (1986a): Computer simulation of a Vuilleumier cycle heat pump for domestic use. *Proc. 21st IECEC*, San Diego, S.555–561
- Kühl, H.-D., Richter, N. und Schulz (1988): Berechnung des regenerativen Kreisprozesses einer Vuilleumier-Wärmepumpe. *Forsch. Ingenieurwes.* 54, Nr. 4, S. 107–112.
- Larson, V.L. (1982): Computation Techniques and Computer Programs to Analyze Stirling Cycle Engines using Characteristic Dynamic Energy equations. *Proc. 17th IECEC*, Los Angeles, S. 1710–1715.
- Martini, W. R. (1978): Stirling engine design manual. DOE/NASA/3152–78/1 NASA CR 135382, NTIS Report No. 78 N 23999
- Martini, W.R. (1986): A Stirling Engine Analysis Method based upon Moving Gas Nodes. *Proc. 21st IECEC*, San Diego, S. 569–574.
- Meijer, R.L. (1958): Der Philips-Heißgasmotor mit Rhombengetriebe. *Philips Techn. Rundsch.* 20, S. 293–336.

Miyabe, H., Takahashi, S. und Hamaguchi, K. (1982): An approach to the design of Stirling Engine regenerator matrix using packs of wire gauzes. Proc. 17th IECEC Los Angeles, S. 1839–1844.

Obid, G. Hadj (1985): Möglichkeiten zur direkten Nutzung der Sonnenenergie in Entwicklungsländern, gezeigt an den Beispielen:

- Auslegung und Optimierung eines Sonnen-Stirlingmotors und
- Untersuchung von thermoelektrischen Generatoren für Sonnenenergienutzung.

Fortschritt – Berichte VDI, Reihe 6, Nr. 166, VDI-Verlag, Düsseldorf.

Organ, A. (1982): Gas Dynamics of Stirling Cycle Machines. FMechE Conference Publications 1982–2, "Stirling Engines – Progress towards Reality", London, S. 131–140.

Padeste, L., Baiker, A. und Gabathuler, J.P. (1989): Verweilzeitverhalten von Flüssigkeiten in Schaumkeramik – Mischelementen. Chem. Ing. Tech. 61, 6, S. 482–484.

Reader, G.T. und Hooper, C. (1983): Stirling Engines. E. & F.N. Spon, London.

Richter, N. (1988): Theoretische Untersuchungen und konstruktive Vorschläge für die Realisierung einer Vuilleumier-Wärmepumpe. Dissertation, Universität Dortmund.

Ross, A. (1985): The inverted yoke drive Stirling engine. Proc. 20th IECEC, Miami, S. 3.224–3.230.

Rule, T.T. und Qvale, E.B. (1969): Steady state operation of the idealized Vuilleumier refrigerator. Advances in Cryogenic Engineering 14, S. 343 ff.

Senft, J.R. (1984): A Low Temperature Difference Ringbom Stirling Demonstration Engine. Proc. 19th IECEC, San Francisco, S. 1929–1934

Sherman, A. (1971): Mathematical analysis of a Vuilleumier refrigerator. ASME Winter Meeting, Los Angeles, Paper 71-WA/HT-33.

Seume, J. und Simon, T.W. (1986): Oscillating Flow in Stirling Engine Heat exchangers. Proc. 21st IECEC, San Diego, S. 533–538

Schmidt, G. (1871): Theorie der Lehmannschen kalorischen Maschine. VDI-Z., Nr. 1, S. 1–12, u. Nr. 2, S. 98–112.

- Schock, A. (1978): Stirling Engine Nodal Analysis Program.
Journal of Energy 2, Nr. 6 , S. 354–362
- Taylor, D.R. (1984): The Method of Characteristics Applied to Stirling Engines.
Proc. 19th IECEC, San Francisco, S. 2037–2042.
- Tautz, H. (1971): Wärmeleitung und Temperaturlausgleich. Verlag Chemie, Weinheim.
- Tew, R.C., Jefferies , K. und Miao, D. (1978): A Stirling Engine Computer Model for Performance Calculations. DOE/NASA/1011–78/24, NASA–TM 78884 (July 1972).
- Tew, R.C., Thieme, L.G. und Miao, D. (1979): Initial Comparison of Single Cylinder Stirling Engine Computer Model Predictions with Test Results. SAE Technical Paper Series 790327.
- Thomas, B., Kühl, H.–D. und Schulz, S. (1989): A Short–Cut Optimization of the Swept Volume Ratio for Regenerative Cycles. Proc. 24th IECEC, Washington, D.C., S. 2193–2198
- Tong, L.S. und London, A.L. (1956): Heat Transfer and Flow–Friction Characteristics of Woven–Screen and Crossed–Rod Matrixes. ASME Annual Meeting, New York , Paper No. 56–A–124 (Trans. ASME, Oct. 1956).
- Trikha, A.K. (1975): An efficient Method for Simulating frequency–dependent friction in transient liquid flow. J. of Fluids Eng. March 1975), S. 97–105.
- Urieli, I, Rallis, C.J. und Berchowitz, D.M. (1977): Computer Simulation of Stirling Cycle Machines. Proc. 12th IECEC, Washington, S. 1512–1521.
- Urieli, I. (1979): A Review of Stirling Cycle Machine analysis.
Proc. 14th IECEC, Boston, S. 1086–1090.
- Urieli, I. (1980): A General Purpose Program for Stirling Engine Simulation.
Proc. 15th IECEC, Seattle, S. 1701–1705.
- Urieli, I. (1983): A Current Review of Stirling Cycle Machine Analysis Methods.
Proc. 18th IECEC, Orlando, S. 702–707.

Urieli, I. und Berchowitz, D.M. (1984): Stirling Cycle Engine Analysis.
Adam Hilger Ltd., Bristol.

Verein Deutscher Ingenieure (Hrsg.): VDI–Wärmeatlas. Berechnungsblätter für den
Wärmeübergang. 4. Auflage, VDI–Verlag, Düsseldorf 1984.

Walker, G. (1973): Stirling cycle machines. Clarendon Press, Oxford.

Walker, G. (1980): Stirling engines. Oxford University Press, Oxford.

Walker, G. (1983): Cryocoolers. Band 1 u. 2, Plenum Publishing Corporation, New York.

Walker, G. und Senft, J.R. (1985): Free Piston Stirling Engines.
Springer Verlag Berlin/Heidelberg.

Wen, C.Y. und Fan, L.T. (1975): Models for Flow Systems and Chemical Reactors.
Marcel Dekker Inc., New York.

Wolfs, M.J.M., Dijkstra, K. und de Jonge, H. (1986): On the Determination of the
Regenerator Losses in Stirling Cycles. Proc. 8th Int. Heat Transfer Conf. San Francisco,
S. 3043 ff.

Woschni, G. (1970): Die Berechnung der Wandverluste und der thermischen Belastung der
Bauteile von Dieselmotoren. MTZ 31, 12, S. 491–499.

Anhang

A1 Verallgemeinerte Herleitung der Gleichungen der isothermen Rechnung

Die Druckfunktion (3.1-3) läßt sich leicht aus der Massenerhaltung mit Hilfe des idealen Gasgesetzes herleiten:

$$m = \sum_{i=0}^n m_i = \sum_{i=0}^n \frac{p V_i}{R T_i} = \text{const.} \quad (\text{A1-1})$$

$$\Rightarrow p = \frac{\sum_i \frac{m R}{V_i T_i}}{\sum_i \frac{V_{m_i}}{T_i} + \sum_i \frac{V_{a_i}}{T_i} \cos(\omega t + \theta_i)} \quad (\text{A1-2}).$$

Wird die zweite Summe in Gl. (A1-2) als Summe komplexer Exponentialfunktionen aufgefaßt, so gelangt man mit den dann gültigen Additionsregeln zu Gl. (3.1-3). Die negativen Vorzeichen im Argument der Arcustangensfunktion wurden dabei nicht gekürzt, da sich so der richtige Quadrant für θ_p als Phasenwinkel des Druckmaximums ablesen läßt.

Der zeitliche Mittelwert des Druckes ergibt sich durch Auswertung des Integrals

$$\bar{p} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi-\theta_p}^{\pi-\theta_p} p(\omega t) d\omega t = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{m R}{B-D \cos \gamma} d\gamma \quad (\text{A1-3}).$$

Den zeitlichen Verlauf der Wärmemenge $Q_{ip}(\omega t)$ erhält man durch Auswertung des Integrals

$$Q_{ip}(\omega t) = - \int_{\omega t_0}^{\omega t} V_i(\varphi) \cdot \frac{dp}{d\varphi} d\varphi \quad (\text{A1-4}),$$

wobei man für ωt_0 zweckmäßig den Winkel des Druckminimums, also $\omega t_0 = -\pi - \theta_p$, wählt:

$$Q_{ip}(\omega t) = - \int_{\omega t_0}^{\omega t} \left[V_{m_i} + V_{a_i} \cos(\omega t + \theta_i) \right] \frac{dp}{d\varphi} d\varphi$$

$$\begin{aligned}
 &= -V_{m_i} \cdot (p - p_{\min}) - \\
 &- V_{a_i} m R D \int_{-\pi}^{\omega t + \theta_p} \frac{\cos(\gamma + \theta_i - \theta_p) \sin \gamma}{(B - D \cos \gamma)^2} d\gamma \quad (A1-5).
 \end{aligned}$$

Das verbleibende Integral läßt sich mit Hilfe des Additionstheorems

$$\cos(\gamma + \theta_i - \theta_p) = \cos \gamma \cdot \cos(\theta_i - \theta_p) - \sin \gamma \cdot \sin(\theta_i - \theta_p)$$

aufspalten und man erhält nach Lösung der Teilintegrale

$$\begin{aligned}
 Q_{ip}(\omega t) &= -V_i(\omega t) \cdot p(\omega t) + V_i(-\theta - \pi) \cdot p_{\min} - \\
 &- V_{ai} m R \left[\frac{\cos(\theta_i - \theta_p)}{D} \ln \frac{B - D \cos \gamma}{B + D} + \frac{\sin(\theta_i - \theta_p)}{D} \cdot \right. \\
 &\cdot \left. \left[-\gamma - \pi + \frac{B}{\sqrt{B^2 - D^2}} \left[2 \arctan \frac{(B + D) \tan \gamma/2}{\sqrt{B^2 - D^2}} + \pi \right] \right] \right] \\
 \text{mit } \gamma &= \omega t + \theta_p \quad (A1-6).
 \end{aligned}$$

Wegen des Integrationsbeginns bei $\omega t_0 = -\pi - \theta_p$ erhält man die Netto-Wärmemenge einer Umdrehung (Gl. 3.1-9) durch Auswertung von Gl. (A1-6) für $\omega t = \pi - \theta_p$.

Definiert man die Pendelwärme als Abweichung der Funktion Q_{ip} nach Gl. (A1-6) von dem (sicherlich nie erreichbaren) Idealfall eines während einer Umdrehung konstanten Wärmestroms, so läßt sich deren Amplitude in guter Näherung durch Auswertung der Differenz $Q_{ip}(\omega t = -\theta_p) - \frac{1}{2} Q_{i,net}$ bestimmen. Dies folgt aus der Tatsache, daß die Extremwerte von Q_{ip} stets mit denen der Druckfunktion zusammenfallen, wie sich aus Gl. A1-4 unschwer ablesen läßt. Bei Integrationsbeginn am Druckminimum ist also die größte Abweichung zwischen Q_{ip} und der linearen Funktion, die nach einer Umdrehung den Wert $Q_{i,net}$ erreicht, annähernd bei $\omega t = -\theta_p$, also nach der Hälfte des Integrationsweges, erreicht. Die Auswertung dieser Differenz liefert für die Pendelwärme $Q_{i,osz}$

$$\begin{aligned}
 Q_{i,osz} &= -m R \left[\frac{2 V_{mi} D}{B^2 - D^2} + \frac{2 V_{ai} B}{B^2 - D^2} \cos(\theta_i - \theta_p) + \right. \\
 &\left. + \frac{V_{ai}}{D} \cos(\theta_i - \theta_p) \ln \frac{B - D}{B + D} \right] \quad (A1-7).
 \end{aligned}$$

Bei hinreichend kleinem Druckverhältnis $(B - D)/(B + D)$ läßt sich der Logarithmus in guter Näherung gemäß

$$\ln x \approx \frac{1}{2} \left[x - \frac{1}{x} \right] \quad (\text{A1-8})$$

ersetzen¹, und man erhält

$$Q_{i, \text{osz}} \approx \frac{-2 \text{ mR } V_{\text{mi}} D}{B^2 - D^2} = -2 \bar{p} V_{\text{mi}} \frac{D/B}{\sqrt{1 - (D/B)^2}} \quad (\text{A1-9}).$$

Für das Verhältnis von Nettowärme zu Pendelwärme ergibt sich damit

$$\begin{aligned} \frac{Q_{i, \text{net}}}{Q_{i, \text{osz}}} &\approx \pi \cdot \frac{V_{\text{ai}}}{V_{\text{mi}}} \sin(\theta_i - \theta_p) \frac{1}{1 / \sqrt{1 - (D/B)^2} + 1} \\ &\approx \frac{\pi}{2} \frac{V_{\text{ai}}}{V_{\text{mi}}} \sin(\theta_i - \theta_p) \end{aligned} \quad (\text{A1-10}).$$

Die Gasmasse in einem Volumen V_i ist gegeben durch

$$m_i = \frac{p V_i}{R T_i} = \frac{m \left[V_{\text{mi}} + V_{\text{ai}} \cos(\omega t + \theta_i) \right]}{T_i \left[B - D \cos(\omega t + \theta_p) \right]} \quad (\text{A1-11}).$$

Der Massenstrom an der Schnittstelle j ist nun gegeben durch die Summe der Ableitungen der Gasmassen in allen Räumen, die von Raum 0 aus hinter dieser Schnittstelle liegen. Es gilt also

¹Die angegebene Näherung ist erheblich genauer als der verbreitete Ansatz $\ln x \approx x - 1$. Sie gibt die Symmetrie der Logarithmusfunktion bezüglich des reziproken Argumentes richtig wieder, und der Fehler ist z.B. für $x = 0,8$ oder $x = 1,25$ kleiner als 1 %. Gl. A1-8 läßt sich durch Taylorreihenentwicklung der Funktion $x \cdot \ln x$ und Abbruch nach dem quadratischen Glied herleiten.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\omega} \dot{m}_j &= \sum_{i=1}^n b_{ji} \frac{dm_i}{d\omega t} \\ &= m \cdot \frac{d}{d\omega t} \frac{\sum_i \frac{b_{ji}}{T_i} \left[V_{mi} + V_{ai} \cos(\omega t + \theta_i) \right]}{B - D \cos(\omega t + \theta_p)} \\ &= m \frac{d}{d\omega t} \frac{X_j + Y_j \cos(\omega t + \psi_j)}{B - D \cos(\omega t + \theta_p)} \end{aligned}$$

mit

$$X_j = \sum_{i=1}^n \frac{b_{ji}}{T_i} V_{mi},$$

$$Y_j = \sqrt{\left[\sum_{i=1}^n \frac{b_{ji}}{T_i} V_{ai} \cos \theta_i \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^n \frac{b_{ji}}{T_i} V_{ai} \sin \theta_i \right]^2}$$

und

$$\psi_j = \arctan \frac{\sum_i \frac{b_{ji}}{T_i} V_{ai} \sin \theta_i}{\sum_i \frac{b_{ji}}{T_i} V_{ai} \cos \theta_i}$$

und schließlich

$$\dot{m}_j = m \cdot \omega \frac{-Y_j B \sin(\omega t + \psi_j) - X_j D \sin(\omega t + \theta_p) + Y_j D \sin(\psi_j - \theta_p)}{(B - D \cos(\omega t + \theta_p))^2} \quad (\text{A1-12}).$$

Die Nullstellen ωt_0 dieser Funktion sind gegeben durch

$$\sin(\omega t_0 + \beta_j) = \frac{D}{B} \sin(\beta_j - \theta_p)$$

mit

$$\beta_j = \arctan \frac{Y_j B \sin \psi_j + X_j D \sin \theta_p}{Y_j B \cos \psi_j + X_j D \cos \theta_p} \quad (\text{A1-13}).$$

Die Bestimmung der Extremwerte auf analytischem Wege bereitet Schwierigkeiten. Man sollte sie daher numerisch ermitteln.

A2 Umformungen für die polytrope Rechnung

Durch Einsetzen von Gl. 3.2–2 und Gl. 3.2–4 in Gl. 3.2–3 erhält man für jedes k eine Gleichung des linearen Gleichungssystems für die Ableitungen der Gastemperaturen in den Zylinderräumen, $d T_k/d\varphi$. Die aktuelle Winkelgeschwindigkeit ω , die Volumina der einzelnen Gasräume und deren Ableitungen (die nur bei Zylinderräumen nicht verschwinden) sind bei simultaner Integration einer oder – bei freischwingenden Kolben – mehrerer weiterer kinetischer Differentialgleichungen für den aktuellen Winkel φ bekannt. Da ansonsten nur die Zylinderraumtemperaturen T_k benötigt werden, liegt somit ein integrierbares Differentialgleichungssystem für diese Temperaturen und die kinetischen Systemgrößen (in der Regel die Winkelgeschwindigkeit der Welle ω sowie ggf. die Positionen und Geschwindigkeiten der Freikolben) vor. Für die Lösung des linearen Gleichungssystems der $d T_k/d\varphi$ sind einige Abkürzungen und Umformungen zweckmäßig:

$$F_{1k} = \frac{\alpha A R T_k}{\omega c_p p V_k} (T_{Wk} - T_k) \quad (\text{A2-1}),$$

$$F_{2k} = \frac{T_k}{V_k} \sum_{i=0}^n \left[\frac{1}{T_i} \frac{dV_i}{d\varphi} \cdot F_{3ki} \right] \quad (\text{A2-2}),$$

$$F_{3ki} = \sum_{j=1}^n b_{ji} \cdot a_{kj} (T_j - T_k) \quad (\text{A2-3}),$$

$$F_{4k} = \left[\frac{R T_k}{c_p} + \frac{T_k}{V_k} \sum_{i=0}^n \frac{V_i}{T_i} \cdot F_{3ki} \right] / K_1 \quad (\text{A2-4}),$$

$$K_1 = \sum_{i=0}^n \frac{V_i}{T_i} \quad (\text{A2-5}),$$

$$K_2 = \sum_{i=0}^n \frac{1}{T_i} \frac{dV_i}{d\varphi} \quad (\text{A2-6}).$$

Es gilt dann schließlich

$$\frac{dT_k}{d\varphi} + \sum_{i=0}^n \left[\frac{V_i}{T_i^2} \cdot \left[\frac{T_k}{V_k} \cdot F_{3ki} - F_{4k} \right] \frac{dT_i}{d\varphi} \right] = F_{1k} + F_{2k} - F_{4k} \cdot K_2 \quad (\text{A2-7}).$$

Da nur für Zylinderräume $d T_i / d \varphi \neq 0$ ist, stehen auf der linken Seite letztlich die Elemente einer Matrixzeile des Gleichungssystems, das sich mit der rechten Seite z.B. nach dem Gauß-Algorithmus lösen läßt. Abgesehen von dem kinetischen Teil, der in Abschnitt 4.2 näher behandelt wird, ist die Auswertung des Differentialgleichungssystems folgendermaßen möglich:

- Bestimmung von K_1 und K_2
- Schleife über alle Zylinderräume k :
 - Schleife über alle Gasräume i zur Bestimmung von F_{3ki} , F_{1k} , F_{2k} und F_{4k} ,
 - Berechnung der rechten Seite von Gl. A2–7 für k ,
 - Vorbesetzen des Matrixdiagonalelementes mit 1 und der übrigen Elemente mit 0,
 - Schleife über alle Zylinderräume zur Ergänzung der Matrixelemente gemäß dem Summenterm in Gl. A2–7.
- Lösung des linearen Gleichungssystems und Überprüfung der Annahmen für die Massenstromrichtungen, die für die Gastromtemperatur T_j in F_{3ki} benötigt werden; ggf. Wiederholung der Schleife über alle k mit den korrigierten Annahmen.

A3 Beschreibung des Simulationsprogramms

A3.1 Allgemeines

Bei der Entwicklung des Programms wurde versucht, einerseits auch dem mit den Einzelheiten des Verfahrens nicht vertrauten Anwender die Benutzung zu ermöglichen, andererseits aber auch durch eine flexible Gestaltung der Ein- und Ausgabe möglichst für alle im praktischen Einsatz auftretenden Fragestellungen eine einfache Lösung zu bieten.

Da für eine detaillierte Simulationsrechnung eine Vielzahl von Vorgabedaten erforderlich ist, wurde auf eine generelle interaktive Eingabe verzichtet. Die Daten für eine einzelne Prozeßsimulation werden stattdessen von zwei Files eingelesen, von denen der eine alle den Prozeß beschreibenden physikalischen Größen, der andere dagegen alle Steuerparameter für den Ablauf der Berechnung und für die Ergebnisausgabe enthält.

A3.2 Aufbau des Eingabedatenfiles

Der formale Aufbau des Files für die physikalischen Eingabedaten ist aus dem im Anhang A4 wiedergegebenen Beispielen ersichtlich. Jede dort angegebene physikalische Größe ist mit einem – im Prinzip beliebigen – Kommentartext versehen. Zusätzlich ist jeweils die Einheit der Größe anzugeben. Sie wird ebenso wie der Zahlenwert vom Programm eingelesen und interpretiert, wobei zusammengesetzte Einheiten in die Basiseinheiten zerlegt und letztlich auf die Grundeinheiten des MKSA –Systems zurückgeführt werden. Die sich dabei ergebende Dimension der Einheit wird auf ihre Richtigkeit hin überprüft und bei Unstimmigkeiten eine Fehlermeldung ausgegeben. Auf diese Weise ist es nahezu ausgeschlossen, daß es aufgrund von Schreibfehlern in der Einheit zu unsinnigen Ergebnissen kommt. Andererseits ist es mit Hilfe einer relativ umfangreichen Bibliothek verschiedener (auch nicht –metrischer) Basiseinheiten möglich, praktisch alle – z.B. aus Literaturangaben – vorliegenden Daten ohne zeitraubende Umrechnungen zu verwenden und andererseits auch die individuellen Gewohnheiten des Anwenders – z.B. hinsichtlich der Verwendung metrischer oder nicht –metrischer Einheiten – zu berücksichtigen. Darüber hinaus wird diese Möglichkeit der Einheiteninterpretation im Programm in bestimmten Fällen dazu genutzt, die wahlweise Vorgabe unterschiedlicher Größen zu ermöglichen, wobei das Programm an der Dimension der Einheit selbständig erkennt, um welche Größe es sich handelt. So kann z.B. sowohl die Prozeßgasmasse als auch der Druck vorgegeben werden, oder bei der Beschreibung von Zylinderräumen sowohl der Durchmesser als auch die Querschnittsfläche oder das Hubvolumen. Dies hat sich bei Parametervariationen als sehr zweckmäßig erwiesen, da z.B. bei Variation des Hubes sowohl der Kolbendurchmesser als auch das Hubvolumen als Nebenbedingung konstant gehalten werden kann.

Um derartige Parametervariationen durchführen zu können, ohne die entsprechende Anzahl der relativ umfangreichen Eingabedatenfiles vorbereiten zu müssen (die sich möglicherweise nur jeweils in einer Zeile unterscheiden), besteht die Möglichkeit, in einem dritten File die erforderlichen Änderungen in komprimierter Form anzugeben. In diesem Variationsfile sind jeweils zunächst die Namen der zugrundezulegenden Eingabe- und Steuerdatenfiles sowie im Anschluß daran – jeweils mit der lfd. Zeilennummer im Eingabedatenfile versehen – die dort abzuändernde(n) Zeile(n) mit den variierten Größen. Auf diese Weise können theoretisch beliebig viele Variationsrechnungen vorbereitet werden, die dann vom Programm nacheinander abgearbeitet werden.

Als Alternative hierzu besteht auch die Möglichkeit, das Programm für eine einzelne Rechnung interaktiv aufzurufen, wobei sämtliche physikalischen Eingabedaten über Menus verändert werden können.

Der Eingabedatenfile ist so aufgebaut, daß zu Beginn in einer Zeile Schlüsselzahlen für die eingesetzten mathematischen Gasraummodelle anzugeben sind. Dabei können innerhalb der Gruppen 0–9 , 10–19 , 20–29 , 30–39 jeweils bis zu 10 unterschiedliche Typen von Toträumen, Zylinderräumen, Wärmeaustauschern bzw. Regeneratoren unterschieden werden. Es bedeuten z.B.

- 0 – Totraum (bislang nur eine Version)
- 10 – Zylinderraum mit einem Kolben und vorgegebener Innenwandtemperatur
- 11 – Zylinderraum mit zwei Kolben und vorgegebener Innenwandtemperatur
- 12 – Zylinderraum mit einem Kolben und Simulation des instationären Wärmedurchgangs in der Wand
- 13 – Zylinderraum mit zwei Kolben und Simulation des instationären Wärmedurchgangs in der Wand
- 21 – Rohrbündelwärmeaustauscher mit vorgegebener Innenwandtemperatur
- 22 – Rohrbündelwärmeaustauscher mit Simulation des instationären Wärmedurchgangs
- 23 – Rippenwärmeaustauscher mit Simulation des instationären Wärmedurchgangs
- 32 – Regenerator mit Drahtnetzmatrix
- 33 – Spaltregenerator (gewickelte Blechstreifen o.ä.)

Nach den angegebenen Schlüsselzahlen richten sich Reihenfolge, Länge und Aufbau der im hinteren Teil des Files anzugebenden gasraumspezifischen Eingabedatensätze.

In ähnlicher Weise wird auch der verwendete Getriebetyp durch eine Schlüsselzahl gekennzeichnet. Es bedeuten z.B.

- 1 Sinusgetriebe (n Kolben)
- 2 Kurbelgetriebe (n Kolben)
- 3 rhombisches Getriebe (2 Kolben)

- 11 Sinusgetriebe (n Kolben) + übersteuerter Freikolben
- 12 Kurbelgetriebe (n Kolben) + übersteuerter Freikolben
- 13 rhombisches Getriebe (2 Kolben) + übersteuerter Freikolben

- 21 harmonische Freikolben (n Kolben)

Es folgt ein Datensatz, der den Betriebszustand kennzeichnet. Hier sind z.B. Drehzahl, Druckniveau und Berechnungstemperaturen anzugeben.

Die darauf folgenden Angaben zu den Schnittstellen umfassen neben Totvolumen, Anschlußquerschnitten und richtungsabhängigen Druckverlustfaktoren auch die Verknüpfung zu einem Gasraum in Richtung auf Raum 0 . Da jede Schnittstelle in der anderen Richtung gemäß den Festlegungen in Abschnitt 2.3. an den Gasraum gleicher Nummer grenzt, ist hiermit die Prozeßkonfiguration eindeutig festgelegt.

Es folgen Angaben zu den Wärmeleitungsverlusten über Zylinder und Kolben, die wahlweise in W/K oder in W/mK (oder in dimensionsgleichen Einheiten) erfolgen können. Im zweiten Fall ist die Wärmeleitung auf die Länge und den freien Innenquerschnitt des Zylinders bezogen, so daß bei Variationen dieser Größen die Verluste entsprechend angepaßt werden. Ausnahmsweise wird hier auch der Kommentartext (hinsichtlich der Gasraumnummern) ausgewertet.

A3.3 Steuerdatenfile und Ergebnisausgabe

Der Steuerdatenfile enthält Angaben über das zu verwendende Integrationsverfahren, zulässige Fehlerschranken für die Schrittweitensteuerung sowie die Überprüfung der Sollwerte und des stationären Zustandes, ferner Angaben zu den Namen und dem gewünschten Inhalt der Ergebnisdatenfiles. Die integralen Ergebnisgrößen werden getrennt nach isothermer,

polytroper und differentieller Rechnung nacheinander auf einen File ausgegeben. Ein Beispiel für einen solchen Ergebnisfile ist im Anhang A4, Tabelle A4-5, wiedergegeben. Auf einen weiteren File können zusätzlich die Verläufe der aktuellen physikalischen Größen im Prozeß über dem Winkel ausgegeben werden. Dabei kann im Steuerdatenfile aus einem umfangreichen Menu möglicher Größen gewählt und außerdem die jeweils gewünschte Ausgabeeinheit angegeben werden. Um diese Daten für graphische Darstellungen vorzubereiten, steht ein separates Programm zur Verfügung, das auch weitere Umrechnungen zuläßt.

A3.4 Beschreibung des Programmaufbaus anhand von Flußdiagrammen

Die folgende Darstellung des Programmaufbaus durch Flußdiagramme ist auf wesentliche Grundstrukturen beschränkt. Da das Programm aus weit über 100 Routinen aufgebaut ist, erscheint eine umfassende Dokumentation an dieser Stelle nicht sinnvoll, zumal es sich vielfach um Module mit universeller – z.B. mathematischer – Funktion handelt.

Bild A3-1 zeigt den Aufbau des den Rechnungsablauf steuernden Hauptprogramms. Da die Ein- und Ausgabefiles bereits behandelt wurden, erübrigen sich weitere Erläuterungen zu diesem Diagramm.

Der in Bild A3-2 dargestellte Ablauf der Prozeßberechnung gliedert sich in die drei Abschnitte der isothermen, polytrophen und differentiellen Simulation, die z.T. bei entsprechenden Eingaben im Steuerdatenfile auch ausgelassen bzw. übersprungen werden können.

Die isotherme Rechnung wurde bereits im Anhang A1 behandelt und wird aus diesem Grunde hier nicht weiter diskutiert. Nach Aufruf der entsprechenden Unterprogramme stehen Funktionen zur Verfügung, mit denen an beliebiger Stelle während der weiteren Rechnung auch zyklisch veränderliche Größen nach diesem Modell berechnet werden können.

Diese Möglichkeit wird bereits in der polytrophen Rechnung zur Startwertschätzung genutzt. Bild A3-3 zeigt den Aufbau des Steuerprogramms. Die Anfangswinkel der während der Konvergenzphase gerechneten Umdrehungen sind nicht gleich einem – im Prinzip willkürlichen – 0^0 -Winkel, sondern werden aufgrund des isothermen Prozeßdruckverlaufes so festgelegt, daß gute Startwertschätzungen und eine rasche Konvergenz auf den stationären Zustand erzielt werden.

Die Integration erfolgt durch das numerische Unterprogramm *awp*, das u.a. auch das in Abschnitt 4.7.2 behandelte Integrationsverfahren enthält. Es ruft seinerseits das Unterprogramm *polydgl* auf, wo für gegebene Werte des Winkels und der Systemvariablen das Differentialgleichungssystem ausgewertet wird. Der Ablauf dieser Rechnungen wurde schon im Anhang A2 beschrieben. Auf ein Flußdiagramm wird daher verzichtet.



Bild A3-1:
Flußdiagramm des
Hauptprogramms

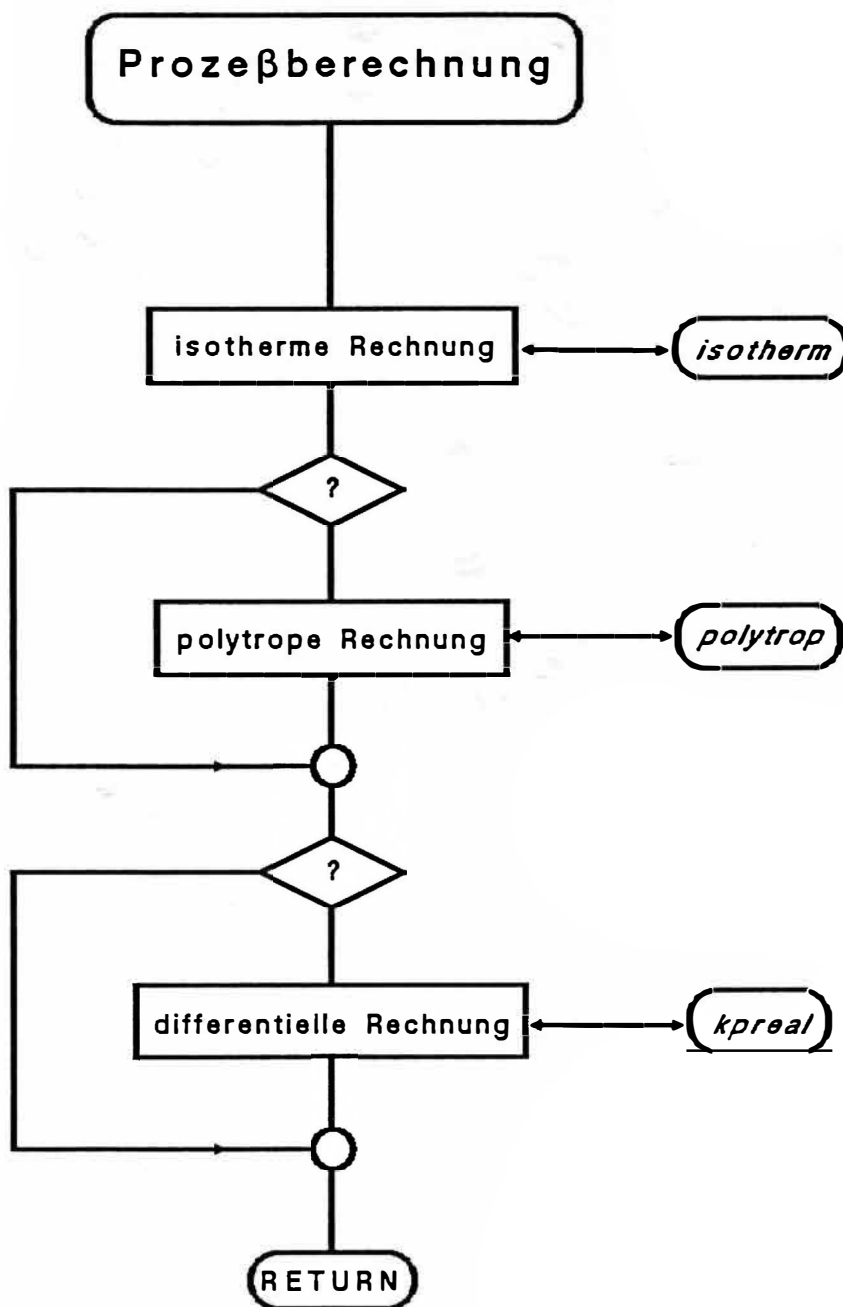


Bild A3-2: Schema der Prozeßberechnung

Das Steuerprogramm des differentiellen Verfahrens (Bild A3-4) ist prinzipiell ähnlich aufgebaut wie das der polytropen Rechnung. Zu Beginn der Integration sind allerdings erheblich umfangreichere Vorbereitungsrechnungen erforderlich, die größtenteils in gasraum-spezifischen Unterprogrammen erfolgen.

Bei der Abfrage, ob der stationäre Zustand erreicht ist, werden (wie auch bei der polytropen Rechnung) neben der Konstanz der Systemvariablen auch die Sollwerte für Druck, Drehzahl o.a. überprüft. Fällt sie positiv aus, so wird zunächst durch weitere Integration die Winkel-differenz bis zu dem im Steuerdatenfile festgelegten Anfangswinkel der zyklischen Ergebnisaus-

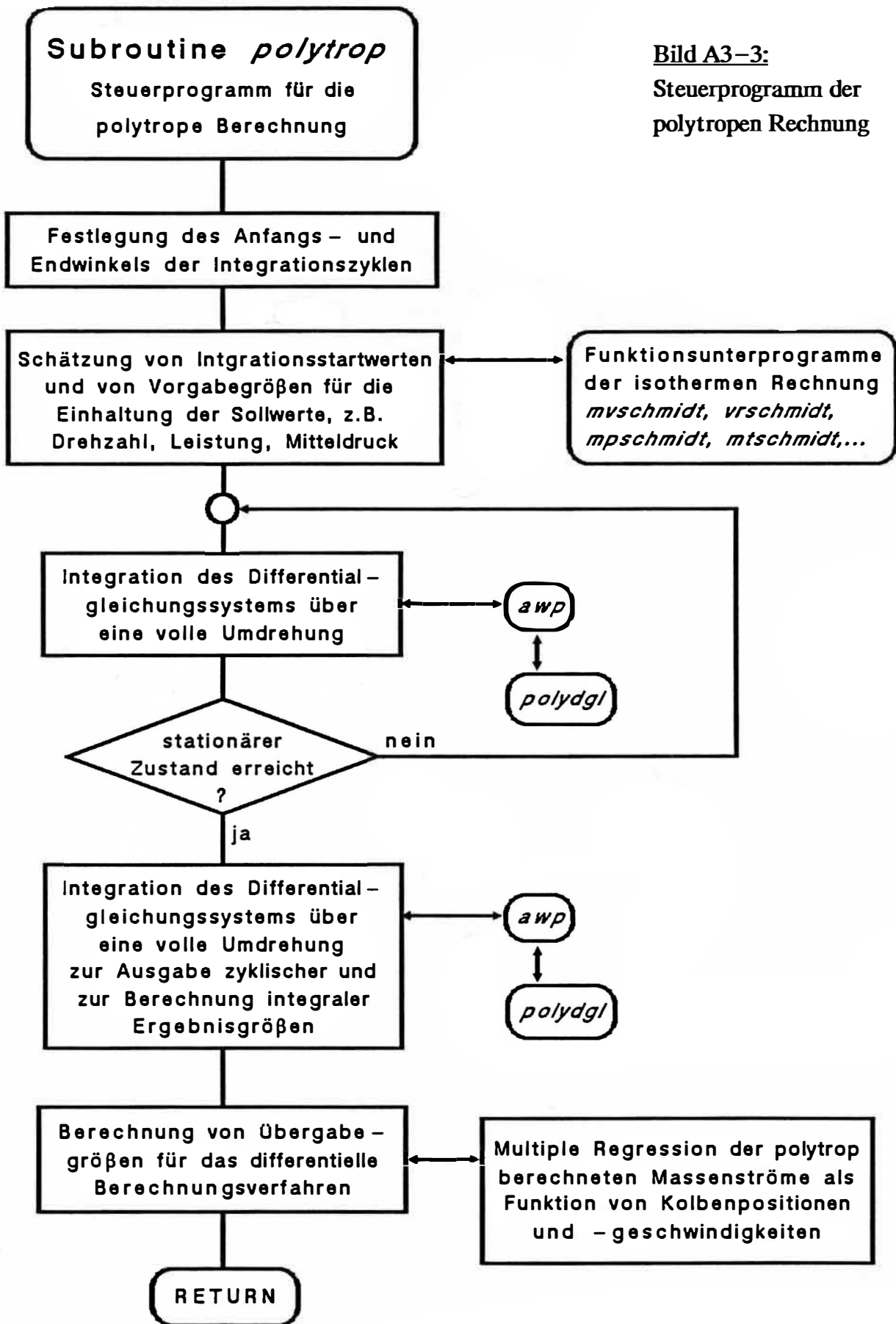
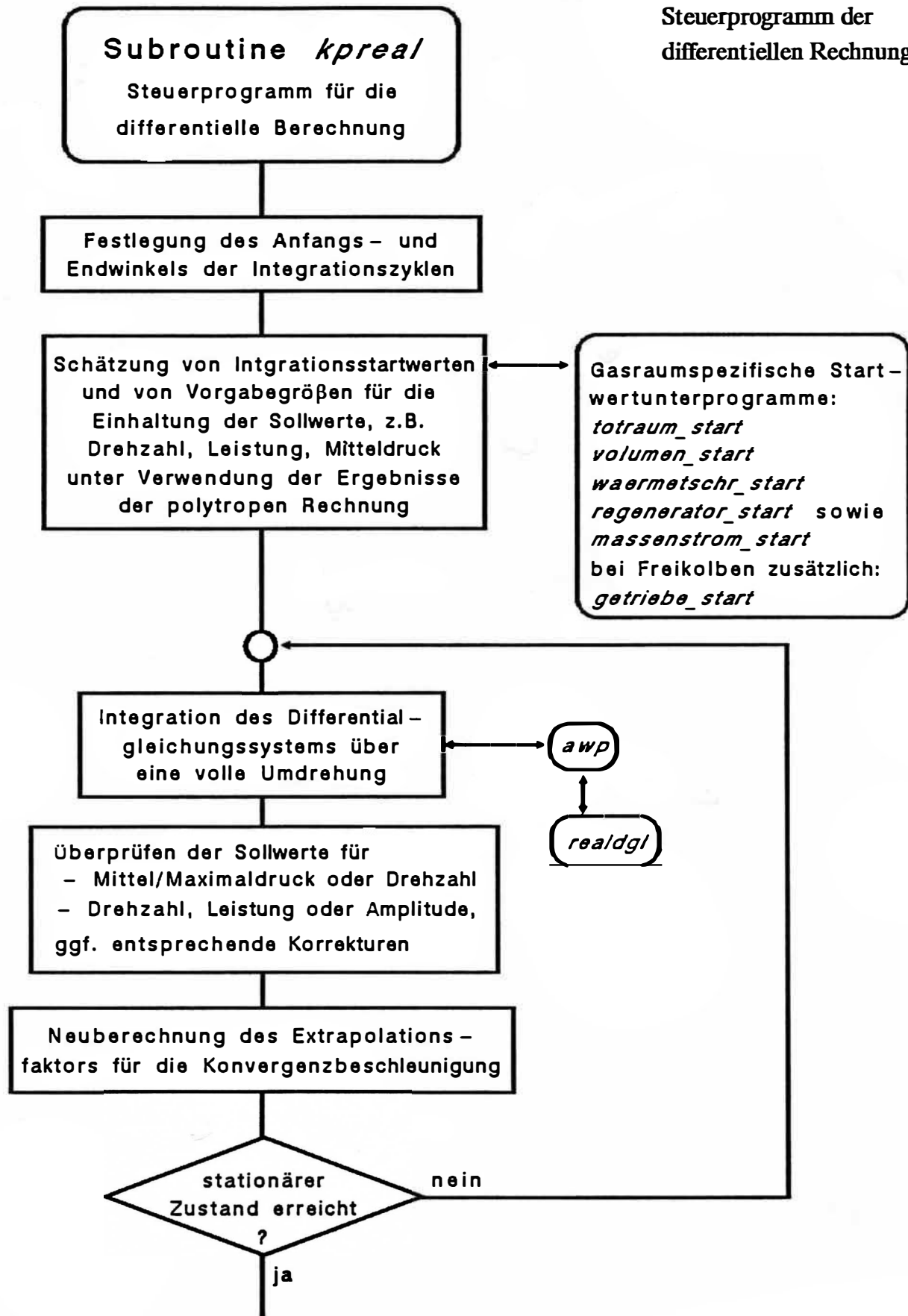
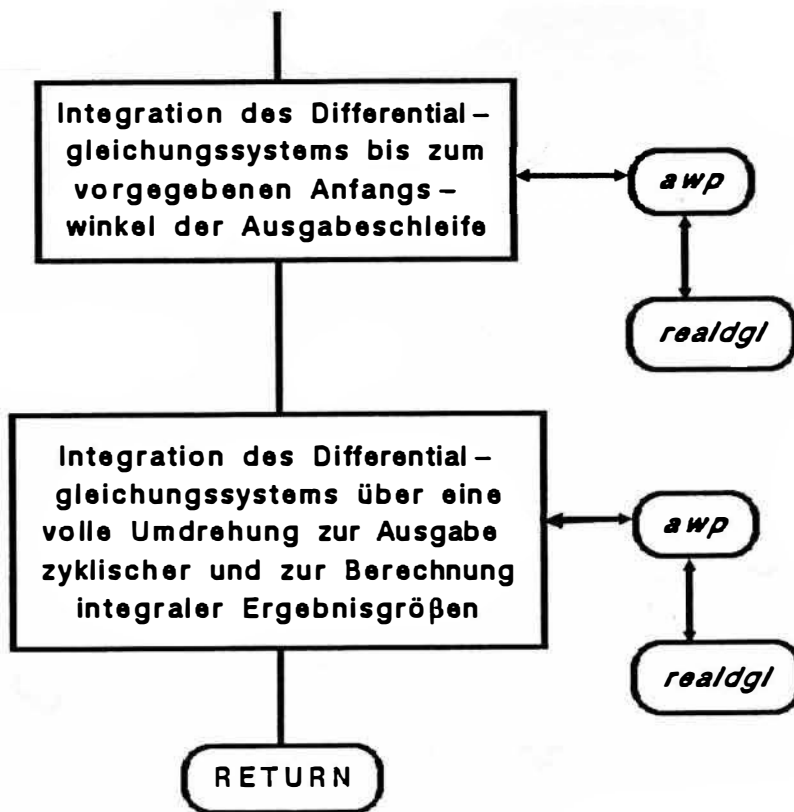


Bild A3-3:
Steuerprogramm der
polytropen Rechnung

Bild A3-4:
Steuerprogramm der
differentiellen Rechnung

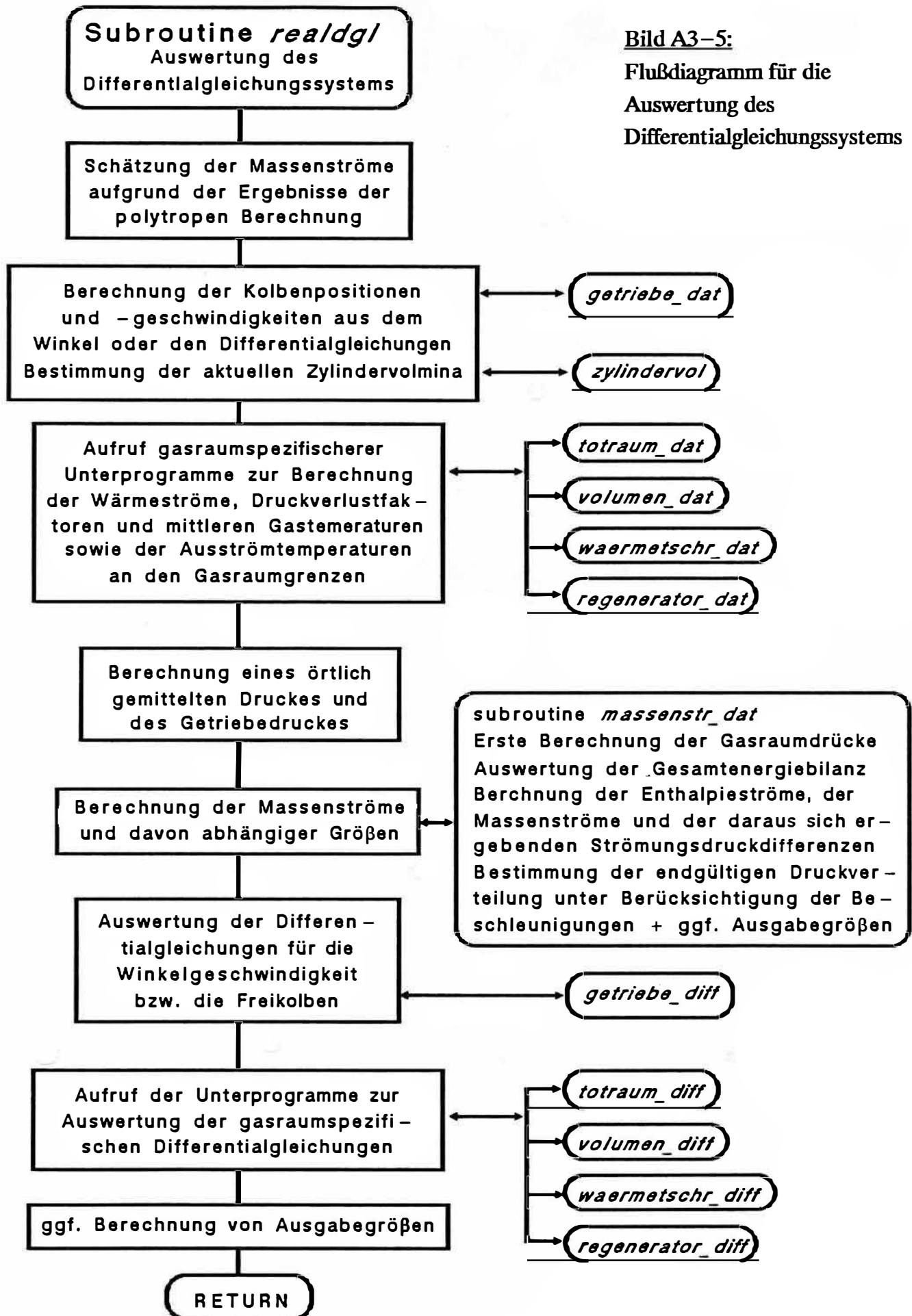




gabe überbrückt. Die dann berechnete Umdrehung dient neben dieser zyklischen Ausgabe auch der Integration weiterer Ergebnisgrößen, wie z.B. der Wärmeströme der produzierten Entropieströme.

Bild A3-5 zeigt den Ablauf der Auswertung des Differentialgleichungssystems. Er entspricht dem in Abschnitt 4 erläuterten Verfahren. Es müssen an zwei Stellen gasraumspezifische Unterprogramme aufgerufen werden. Die erste Gruppe, deren Namen auf *_dat* enden, dient zur Berechnung von Zustands- und Prozeßgrößen aus den gegebenen Werten der Systemvariablen. Es werden hier z.B. die Druckverlustfaktoren und die Wärmeströme berechnet, weiterhin eine mittlere Gastemperatur, die zur Bestimmung des örtlich gemittelten Prozeßdrucks sowie als Ausgabegröße benötigt wird, und die Gasstromtemperaturen an den Gasraumgrenzen aus "Sicht" des jeweiligen Unterprogramms. Welche dieser Temperaturen (jeweils zwei pro Schnittstelle) den Gasströmen endgültig zugewiesen wird, entscheidet sich in dem Unterprogramm *massenstr_dat* aufgrund der Vorzeichen der dort berechneten Enthalpieströme, aus denen sich nach dieser Festlegung auch die Massenströme, die Strömungsdruckverluste und schließlich die Druckverteilung im Prozeß ergeben.

Damit sind alle Größen bekannt, die zur Auswertung der Differentialgleichungen für die Systemvariablen benötigt werden. Hierzu werden die angegebenen Unterprogramme mit der Endung *_diff* aufgerufen.



Diese sind ebenso wie die Routinen mit den Endungen `_start` und `_dat` sowie die schon während des Einlesens der Datenfiles aufgerufenen Unterprogramme der Namensendung `_konst` lediglich Verzweigungspunkte, von denen aus die endgültig gasraumtypspezifischen Routinen aufgerufen werden. Dies ist beispielhaft für einen Rohrbündelwärmeaustauscher (Gasraumtyp 22) in Bild A3–6 dargestellt. Die dort beschriebenen vier Unterprogramme stellen einen vollständigen Satz dar, mit dem ein bestimmter Gasraumtyp innerhalb des Verfahrens mathematisch modelliert werden kann. Sie sind in einem Quelltextfile zusammengefaßt.

Durch Programmierung weiterer derartiger Module, die definierte Schnittstellen aufweisen, kann das Programmsystem jederzeit um weitere Gasraumvarianten erweitert werden, die sich sowohl hinsichtlich der physikalischen Vorgaben (Bauweise) als auch der mathematischen Modellbildung von den bislang verfügbaren unterscheiden können. Damit wird die laufende Weiterentwicklung des Verfahrens wesentlich erleichtert.

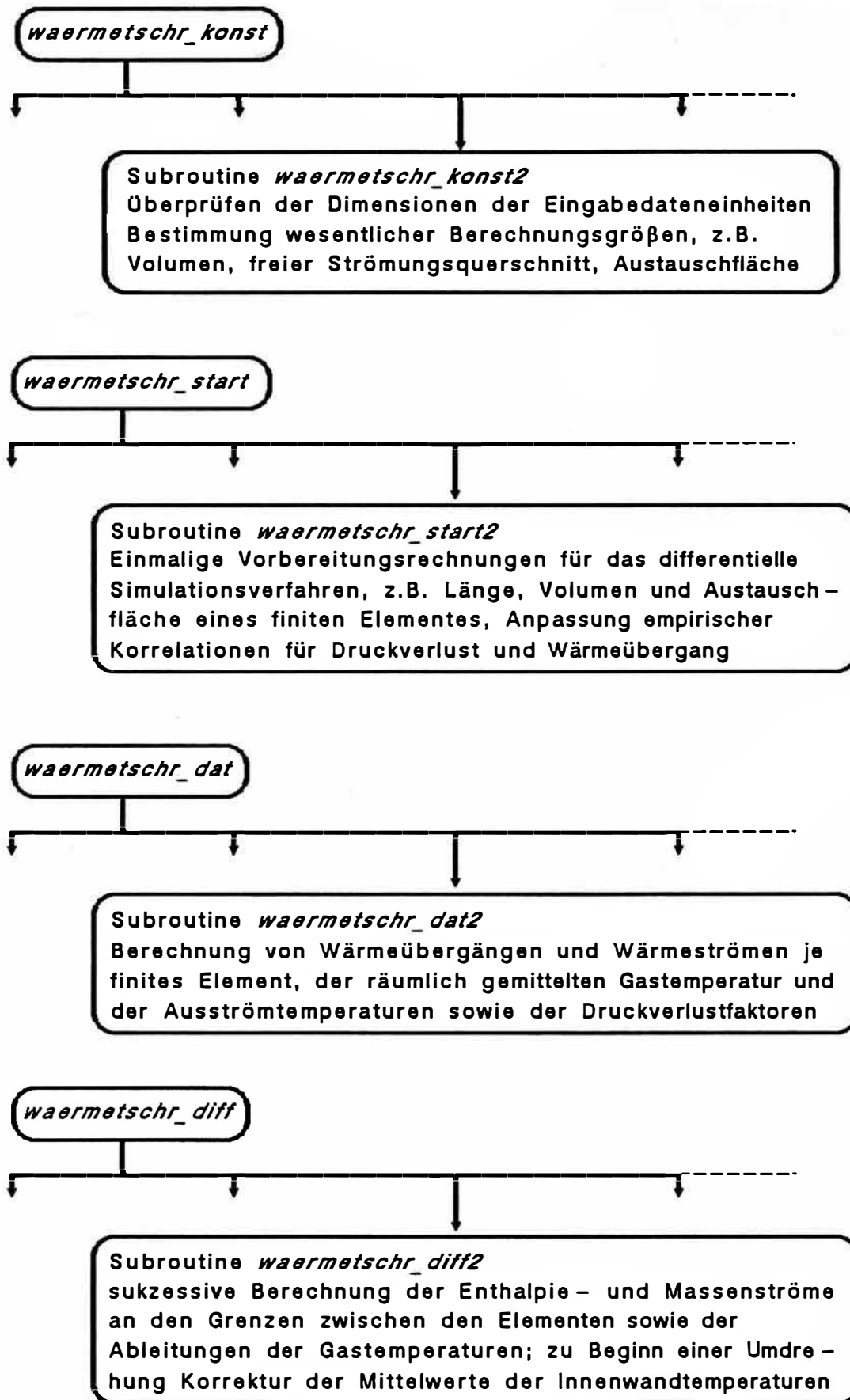


Bild A3-6: Beispiel für einen vollständigen Satz gasraumspezifischer Unterprogramme

A4 Berechnungsdaten für realisierte Gaskreisprozesse

Tabelle A4-1: Berechnungsdaten für die Vuilleumier - Wärmepumpe nach Abschnitt 5

Prozesskonfiguration (0-9=Totv., 10-19=Zyl., 20-29=WT, 30-39=Reg.)
 ----- Raum Nr. -----0-----1-----2-----3-----4-----5-----6-----7-----8-----9-
 Gasraumtyp 12 22 32 22 12 12 22 32 22 12
 Getriebetyp 2

Betriebsdaten

 1 400. rpm Soll-Drehzahl/mech. Soll-Leistung
 2 400. rpm Drehzahl (Startwert)
 3 5.88 Nm*s Steilheit der Motorkennlinie
 4 100. bar Gasmasse/Druck
 5 1 (-) bei Druckang.:1=Mitteldruck,2=Max.Druck,3=Fuelldruck 20`
 6 1 (-) Getriebedruck oder 1 (-) => pquer, 2 (-) => pmin
 7 52. `C mittl. Getriebetemperatur
 8 20. `C Umgebungstemperatur fuer Exergieberechnungen
 9 3. Nm konstantes Bremsmoment (Getriebereibung)
 10 2 (-) Prozessgas(1=H2,2=He,3=N2)
 11 6.1E-5 mm3 Leckrate zum Getriebe (d**4/l fuer Kapillare)

Aussentemp. [`C] 0. 0. , , 40. 40. 40. 40. , , 450. 450.

Daten zu den Massenstromschnittstellen

-----1-----2-----3-----4-----5-----6-----7-----8-----9-
 Totvolumen der Verb. [cm3] 0. 64.7 61.4 0. 32.0 0. 48.3 40.0 0.
 Querschnitt aufwaerts [cm2] 101. 282. 282. 6.91 1.13 113. 157. 133. 999.
 Querschnitt abwaerts [cm2] 6.91 282. 282. 101. 1.13 4.02 106. 133. 999.
 Druckv.beiw.aufwaerts [(-)] 0.5 0. 0. 0. 0.6 1.0 0.11 0. 0.
 Druckv.beiw.abwaerts [(-)] 0. 0. 0. 0.5 0.6 0.3 0. 0. 0.
 Verknuepfung zu Raum [(-)] 0 1 2 3 4 5 6 7 8

Waermeleitungsverluste Zylinder/Kolben:

 1 0.435 W/K von Raum 9 nach Raum 5
 2 0.701 W/K von Raum 4 nach Raum 0 (mit Schraubenbolzen)

Getriebedaten(Kurbel)

 1 0.02 kgm2 Traegheitsmoment der Welle
 2 8300. cm3 freies Volumen im Kurbelgehaeuse
 3 64. mm Hub Kolben 1
 4 130.5 mm Pleuellaenge 1
 5 0. deg mittl. Phasenwinkel 1
 6 6.7 kg Masse Kolben 1
 7 0. m/s2 Erdbeschl. Kolben 1
 8 64. mm Hub Kolben 2
 9 130.5 mm Pleuellaenge 2
 10 90. deg mittl. Phasenwinkel 2
 11 5.44 kg Masse Kolben 2
 12 9.81 m/s2 Erdbeschl. Kolben 2

0. Raum - Kalter Zylinderraum

1	110.	mm	Zylinderdurchmesser
2	110.	cm ³	Totvolumen
3	0.0	mm	Kolbenstangendurchmesser
4	-1	(-)	Hubfunktion-Nr. (abh. v. Getriebe-UP)
5	0.5	mm	Kolbenspalt-Weite
6	10.	mm	Kolbenspaltlaenge bis Dichtung
7	12.	mm	mittlere Wandstaerke der Zylinderwand
8	15.	W/mK	Waermeleitfaehigkeit der Zylinderwand
9	3.7	J/cm ³ K	volumenspez. Waermekapazitaet der Wand
10	2.73	(-)	Verh. Stirnflaechen zu $\pi \cdot d^2/4$ (fuer Waermeaustausch)

1. Raum - Kalter Waermetauscher(Rohrbuendel)

1	296	(-)	Rohrzahl
2	140.	mm	Rohr-laenge
3	2.0	mm	Innendurchmesser
4	4.0	mm	Aussendurchmesser
5	125.	W/mK	Waermeleitfaehigkeit der Rohrwand (Ms)
6	1559.	W/m ² K	Waermeuebergang aussen (Rohrmitte)
7	1559.	W/m ² K	Waermeuebergang aussen (Rohrenden)
8	3.28	J/cm ³ K	volumenspezifische Waermekapazitaet der Rohrwand (Ms)

2. Raum - Kalter Regenerator

1	68.0	mm	Durchmesser aussen
2	0.0	mm	Durchmesser innen
3	42.0	mm	Matrixlaenge
4	8	(-)	Anzahl Einheiten
5	0.28	mm	char. Materialdurchmesser
6	0.493	(-)	Matrixporositaet
7	0.5	mm	Maschenweite (Mitte-Mitte)
8	3.94	J/cm ³ K	Waermekapazitaet/Volumen
9	16.	W/mK	Waermeleitfaehigkeit des Matrixmaterials
10	0.00	(-)	nicht wirksamer Anteil der theor. Austauschflaechen
11	0.502	W/K	Waermeleitwert Wand pro Einheit

3. Raum - 1. Abgabewaermetauscher(Rohrbuendel)

1	296	(-)	Rohrzahl
2	140.	mm	Rohr-laenge
3	2.0	mm	Innendurchmesser
4	4.0	mm	Aussendurchmesser
5	125.	W/mK	Waermeleitfaehigkeit der Rohrwand (Ms)
6	4584.	W/m ² K	Waermeuebergang aussen (Rohrmitte)
7	4584.	W/m ² K	Waermeuebergang aussen (Rohrenden)
8	3.28	J/cm ³ K	volumenspezifische Waermekapazitaet der Rohrwand (Ms)

4. Raum - Warmer Zylinderraum, kalter Teil

1	110.0	mm	Zylinderdurchmesser
2	103.1	cm ³	Totvolumen
3	30.0	mm	Kolbenstangendurchmesser
4	1	(-)	Hubfunktion-Nr. (abh. v. Getriebe-UP)
5	0.5	mm	Kolbenspalt-Weite
6	227.0	mm	Kolbenspaltlaenge bis Dichtung
7	12.	mm	mittlere Wandstaerke der Zylinderwand
8	16.	W/mK	Waermeleitfaehigkeit der Zylinderwand
9	3.7	J/cm ³ K	volumenspez. Waermekapazitaet der Wand
10	2.87	(-)	Verh. Stirnflaechen zu $\pi \cdot d^2/4$

5. Raum - Warmer Zylinderraum, warmer Teil

1	100.0	mm	Zylinderdurchmesser
2	257.1	cm ³	Totvolumen
3	25.0	mm	Kolbenstangendurchmesser
4	2	(-)	Hubfunktion-Nr. (abh. v. Getriebe-UP)
5	0.5	mm	Kolbenspalt-Weite
6	7.0	mm	Kolbenspaltlaenge bis Dichtung
7	50.	mm	mittlere Wandstaerke der Zylinderwand (keine Kuehlung)
8	16.	W/mK	Waermeleitfaehigkeit der Zylinderwand
9	3.7	J/cm ³ K	volumenspez. Waermekapazitaet der Wand
10	1.0	(-)	Verh. Stirnflaeche zu $\pi \cdot d^2/4$

6. Raum - 2. Abgabewaermetauscher(Rohrbuendel)

1	248	(-)	Rohrzahl
2	186.	mm	Rohrlaenge
3	2.0	mm	Innendurchmesser
4	4.0	mm	Aussendurchmesser
5	125.	W/mK	Waermeleitfaehigkeit der Rohrwand (Ms)
6	4971.	W/m ² K	Waermeuebergang aussen (Rohrmitte)
7	4971.	W/m ² K	Waermeuebergang aussen (Rohrenden)
8	3.28	J/cm ³ K	volumenspezifische Waermekapazitaet der Rohrwand (Ms)

7. Raum - Heisser Regenerator

1	50.0	mm	Durchmesser aussen
2	0.0	mm	Durchmesser innen
3	100.0	mm	Matrixlaenge
4	8	(-)	Anzahl Einheiten
5	0.28	mm	char. Materialdurchmesser
6	0.493	(-)	Matrixporositaet
7	0.5	mm	Maschenweite (Mitte-Mitte)
8	3.94	J/cm ³ K	Waermekapazitaet/Volumen
9	19.	W/mK	Waermeleitfaehigkeit des Matrixmaterials
10	0.00	(-)	nicht wirksamer Anteil der theor. Austauschflaeche
11	0.181	W/K	Waermeleitwert Wand pro Einheit

8. Raum - Heisser Waermetauscher(Rohrbuendel)

1	32	(-)	Rohrzahl
2	500.	mm	Rohrlaenge
3	4.0	mm	Innendurchmesser
4	8.0	mm	Aussendurchmesser
5	21.	W/mK	Waermeleitfaehigkeit der Rohrwand (VA)
6	2000.	W/m ² K	Waermeuebergang aussen (Rohrmitte)
7	100.	W/m ² K	Waermeuebergang aussen (Rohrenden)
8	3.7	J/cm ³ K	volumenspezifische Waermekapazitaet der Rohrwand (VA)

9. Raum - Heisser Zylinderraum

1	100.0	mm	Zylinderdurchmesser
2	14.7	cm ³	Totvolumen
3	0.0	mm	Kolbenstangendurchmesser
4	-2	(-)	Hubfunktion-Nr. (abh. v. Getriebe-UP)
5	0.5	mm	Kolbenspalt-Weite
6	200.	mm	Kolbenspaltlaenge bis Dichtung
7	20.	mm	mittlere Wandstaerke der Zylinderwand
8	20.	W/mK	Waermeleitfaehigkeit der Zylinderwand
9	3.7	J/cm ³ K	volumenspez. Waermekapazitaet der Wand
10	2.0	(-)	Verh. Stirnflaeche zu $\pi \cdot d^2/4$

**Tabelle A4–2: Zusammenstellung der Toträume in der Vuilleumier – Wärmepumpe, soweit nicht durch andere Maßangaben bekannt
Angaben auf 0,1 cm³ gerundet**

Raum 0: kalter Zylinderraum (+ Schnittstelle 1)

Aussparungen im Zylinderdeckel für Überströmung zu den kalten Wärmeaustauschern	51,9 cm ³
Druckaufnehmer PR1 mit Anschlußbohrung	2,2 cm ³
Restvolumen im OT des Kolbens	19,0 cm ³
Freiraum in O–Ring–Nuten ca.	7,1 cm ³
div. Schraubenköpfe u.ä. insgesamt ca.	29,8 cm ³
	<hr/>
	110,0 cm ³

Schnittstelle 2: kalter Wärmeaustauscher – kalter Regenerator

Freiraum vor Regeneratormatrix	39,8 cm ³
Freiraum in O–Ringnut der Außendichtung	4,2 cm ³
Freiraum in den Rohrplattendichtungen	6,8 cm ³
Raum um Montageschrauben	13,9 cm ³
	<hr/>
	64,7 cm ³

Schnittstelle 3: kalter Regenerator – warmer Wärmeaustauscher

Freiraum vor Regeneratormatrix	39,8 cm ³
Äußere O–Ringnut	4,2 cm ³
Toträume im Bereich der Rohrplatte	17,4 cm ³
	<hr/>
	61,4 cm ³

Raum 4: warmer Zylinderraum (+ Schnittstellen 4 und – anteilig – 5)

Aussparungen für Überströmkanäle einschl. Restvolumen im UT des Kolbens	50,5 cm ³
O–Ring–Nuten insgesamt	10,2 cm ³
Schraubenköpfe u.ä. insgesamt	9,4 cm ³
Anteil von Schnittstelle 5:	33,0 cm ³
	<hr/>
	103,1 cm ³

Schnittstelle 5: Verbindung zwischen den warmen Zylinderräumen

Verbindungsbohrung	31,7 cm ³
Querbohrung für Druckaufnehmer – und Meßleitungsanschluß angeschlossene Leitungen und Armaturen insgesamt ca.	34,3 cm ³ 32,0 cm ³
	<hr/>
	98,0 cm ³
davon je 33 cm ³ zu Zylinderräumen gerechnet	– 66,0 cm ³
	<hr/>
	32,0 cm ³

Raum 5: warmer Zylinderraum (+ Schnittstelle 6 und – anteilig – 5)

Restvolumen im UT des Kolbens	11,0 cm ³
O–Ring–Nuten insgesamt	14,2 cm ³
Verbindungsbohrungen zu den Wärmeaustauschern	59,9 cm ³
Verteilungsräume vor den Rohrplatten	107,5 cm ³
Montageschrauben u.ä.	11,0 cm ³
Anschlußleitungen, Ventile u.ä.	20,5 cm ³
Anteil Schnittstelle 5	33,0 cm ³
	<hr/>
	257,1 cm ³

Schnittstelle 7: warmer Wärmeaustauscher – heißer Regenerator

Zwischenraum Rohrplatte – Regeneratormatrix mit Dichtungsnuten	48,3 cm ³
---	----------------------

Schnittstelle 8: heißer Regenerator – heißer Wärmeaustauscher

Freiraum vor Regeneratormatrix	40,0 cm ³
--------------------------------	----------------------

Raum 9: heißer Zylinderraum

Restvolumen im OT des Kolbens	11,8 cm ³
Freiraum zwischen Laufbuchse und Wand	2,9 cm ³
	<hr/>
	14,7 cm ³

Tabelle A4-3: Berechnungsdaten für den GPU-3-Stirlingmotor

Prozesskonfiguration (0-9=Totv., 10-19=Zyl., 20-29=WT, 30-39=Reg.)

----- Raum Nr. -----0-----1-----2-----3-----4-
 Gasraumtyp 13 22 32 21 12
 Getriebetyp 3

Betriebsdaten

 1 3500. rpm Soll-Drehzahl/mech. Soll-Leistung
 2 3500. rpm Drehzahl (Startwert)
 3 100. Nm*s Steilheit der Generator Kennlinie
 4 400. psi Gasmasse/Druck
 5 1 (-) bei Druckang.:1=Mitteldruck,2=Max.Druck,3=Fuelldruck 20`
 6 1 (-) Getriebedruck oder 1 (-) => pquer, 2 (-) => pmin
 7 30. `C mittl. Getriebetemperatur
 8 15. `C Umgebungstemperatur fuer Exergieberechnungen
 9 2.5 Nm konstantes Bremsmoment (Getriebereibung)
 10 1 (-) Prozessgas (1=H2,2=He,3=N2)

Aussentemp. [`C] 15. 15. , , 704. 704.

Daten zu den Massenstromschnittstellen

-----1-----2-----3-----4-
 Totvolumen der Verb. [cm3] 1.49 11.4 18.4 9.68
 Querschnitt aufwaerts [cm2] 32.1 32.1 2.87 2.87
 Querschnitt abwaerts [cm2] 2.24 32.1 32.1 2.87
 Druckv.beiw.aufwaerts [(-)] 1.2 37.8 2.2 1.9
 Druckv.beiw.abwaerts [(-)] 0.7 37.8 2.7 1.9
 Verknuepfung zu Raum [(-)] 0 1 2 3

Waermeleitungsverluste

 1 0.6 W/K von Raum 4 nach Raum 0

Getriebedaten (Rhombisches Getriebe)

 1 1.E9 kgm2 Traegheitsmoment der Welle
 2 460. cm3 freies Volumen im Kurbelgehaeuse
 3 13.8 mm Radius der Antriebsscheiben r
 4 46.0 mm Hebelarm zur Kolbenstange des Kolbens 1
 5 46.0 mm Hebelarm zur Kolbenstange des Kolbens 2
 6 20.8 mm Differenz (d-e)1
 7 20.8 mm Differenz (d-e)2
 8 1. kg Masse Kolben 1
 9 1. kg Masse Kolben 2
 10 9.81 m/s2 Erdbeschleunigung des Kolbens 1
 11 9.81 m/s2 Erdbeschleunigung des Kolbens 2

0. Raum - Kalter Zylinderraum

1	6.99	cm	Durchmesser Zylinderbohrung Kolben 1
2	6.99	cm	Durchmesser Zylinderbohrung Kolben 2
3	0.952	cm	Kolbenstangendurchmesser/Querschnitt/Q.-anteil
4	0.	mm	Kolbenmittenabstand (>0) / Kolbenmindestabstand (<=0)
5	21.08	cm ³	zusaeztliches Totvolumen ohne Kolbenspalt
6	-1	(-)	Hubfunktion-Nr. Kolben 1 (abh. v. Getriebe-UP)
7	2	(-)	Hubfunktion-Nr. Kolben 2 (abh. v. Getriebe-UP)
8	0.	mm	Kolbenspalt-Weite
9	0.2	mm	Kolbenspalt-Weite
10	0.	mm	Kolbenspaltlaenge bis Dichtung
11	0.	mm	Kolbenspaltlaenge bis Dichtung
12	10.	mm	mittlere Wandstaerke der Zylinderwand
13	15.	W/mK	Waermeleitfaehigkeit der Zylinderwand
14	3.7	J/cm ³ K	volumenspez. Waermekapazitaet der Wand

1. Raum - Kalter Waermetauscher(Rohrbuendel)

1	312	(-)	Rohrzahl
2	35.5	mm	Rohrlaenge
3	1.08	mm	Innendurchmesser
4	1.59	mm	Aussendurchmesser
5	125.	W/mK	Waermeleitfaehigkeit von Ms (angenommen)
6	2000.	W/m ² K	Waereuebergangskoeffizient aussen Mitte (Schaetzwert)
7	2000.	W/m ² K	Waereuebergangskoeffizient aussen Rand (Schaetzwert)
8	3.8	J/cm ³ K	volumenspez. Waermekapazitaet Ms (angenommen)

2. Raum - Regenerator

1	22.6	mm	Durchmesser aussen/Querschnittsflaechе
2	0.0	mm	Durchmesser innen
3	22.6	mm	Matrixlaenge
4	8	(-)	Anzahl Einheiten
5	40.	um	Drahtdurchmesser
6	0.697	(-)	Matrixporositaet
7	127.	um	Maschenweite (Mitte-Mitte) (Mesh size 200 ??)
8	3.69	J/cm ³ K	Waermekapazitaet/Volumen
9	21.	W/mK	Waermeleitfaehigkeit des reinen Matrixmaterials
10	0.0	(-)	nicht wirksamer Anteil der theor. Austauschflaechе
11	0.12	W/K	Waermeleitung Wand pro Einheit

3. Raum - heisser Waermetauscher (Rohrbuendel)

1	16.56	cm	Rohrlaenge (beheizt, Rest als Totvolumen gerechnet)
2	3.02	mm	Innendurchmesser
3	40	(-)	Rohrzahl

4. Raum - Heisser Zylinderraum

1	6.99	cm	Zylinderbohrungsdurchmesser
2	19.6	cm ³	Totvolumen (ohne Kolbenspalt, s.u.)
3	0.	mm	Kolbenstangendurchmesser
4	-2	(-)	Hubfunktion-Nr. (abh. v. Getriebe-UP)
5	0.2	mm	Kolbenspalt-Weite
6	75.	mm	Kolbenspaltlaenge bis Dichtung
7	10.	mm	mittlere Wandstaerke der Zylinderwand
8	21.	W/mK	Waermeleitfaehigkeit der Zylinderwand
9	3.7	J/cm ³ K	volumenspez. Waermekapazitaet der Wand
10	1.2	(-)	Verh. Stirnflaechе zu $\pi \cdot d^2/4$

Tabelle A4-4: Berechnungsdaten für den Ford-Philips-4-215 Motor

Prozesskonfiguration (0-9=Totv., 10-19=Zyl., 20-29=WT, 30-39=Reg.)

```

----- Raum Nr. -----0-----1-----2-----3-----4-
Gasraumtyp           12    22    32    22    12
Getriebetyp          1
  
```

Betriebsdaten

```

1  4500. rpm Soll-Drehzahl/mech. Soll-Leistung
2  4500. rpm Drehzahl (Startwert)
3  100. Nm*s Steilheit der Generator Kennlinie (hier ohne Bedeutung)
4  200. bar  Gasmasse/Druck
5   1 (-)   bei Druckang.: 1=Mitteldruck, 2=Max.Druck, 3=Fuelldruck 20`
6   1 (-)   Getriebedruck oder 1 (-) => pquer, 2 (-) => pmin
7  70. `C   mittl. Getriebe temperatur (nur bei Leckstroemen wichtig)
8  20. `C   Umgebungstemperatur fuer Exergieberechnungen
9   0. Nm   konstantes Bremsmoment (Getriebereibung)
10  1 (-)   Prozessgas (1=H2, 2=He, 3=N2)
11  0. mm3  Leckverlust (d**4/l fuer Kapillare)
  
```

Aussentemp. [`C] 64. 64. , , 750. 750.

Daten zu den Massenstromschnittstellen

```

-----1-----2-----3-----4-
Totvolumen der Verb. [cm3] 0. 0. 0. 0.
Querschnitt aufwaerts [cm2] 335. 335. 335. 12.
Querschnitt abwaerts [cm2] 60. 335. 335. 12.
Druckv.beiw.aufwaerts [(-)] 0. 0. 0. 0.
Druckv.beiw.abwaerts [(-)] 0. 0. 0. 0.
Verknuepfung zu Raum [(-)] 0 1 2 3
  
```

Waermeleitungsverluste

1 1.0 W/K Waermeleitwert von Raum 4 nach Raum 0

Getriebedaten (Sinus)

```

1 9999. kgm2 Traegheitsmoment der Welle
2 9999. cm3 freies Volumen im Kurbelgehaeuse
3 52. mm Hub Kolben 1
4 0. deg mittl. Phasenwinkel 1
5 5. kg Masse Kolben 1
6 0. m/s2 Erdbeschl. Kolben 1
7 52. mm Hub Kolben 2
8 90. deg mittl. Phasenwinkel 2
9 5. kg Masse Kolben 2
10 0. m/s2 Erdbeschl. Kolben 2
  
```

0. Raum - Kalter Zylinderraum

```

1 870.6 cm3 Kolbendurchm./Querschnitt/Hubvolumen (Stangend.0) (4Zyl.)
2 400.0 cm3 Resthub/Totvolumen (Totraumverteilung geschaezt)
3 15. mm Kolbenstangendurchmesser/Querschnitt/Q.-anteil (?)
4 -1 (-) Hubfunktion-Nr. (abh. v. Getriebe-UP)
  
```

5	0.5	mm	Kolbenspalt-Weite
6	10.	mm	Kolbenspaltlaenge bis Dichtung
7	10.	mm	Wandstaerke Zylinderwand
8	15.	W/mK	Waermeleitfaehigkeit Zylinderwand
9	3.7	J/cm ³ K	volumenspez. Waermekapazitaet VA (angenommen)
10	1.	(-)	Verh. Stirnflaechen zu $\pi \cdot d^2/4$

1. Raum - Kalter Waermetauscher(Rohrbuendel)

1	2968	(-)	Rohrzahl
2	87.	mm	Rohrlaenge
3	0.9	mm	Innendurchmesser
4	3.	mm	Aussendurchmesser (geschaetzt)
5	125.	W/mK	Waermeleitfaehigkeit von Ms (angenommen)
6	5000.	W/m ² K	Waereuebergangskoeffizient aussen Mitte (Schaetzwert)
7	5000.	W/m ² K	Waereuebergangskoeffizient aussen Rand (Schaetzwert)
8	3.8	J/cm ³ K	volumenspez. Waermekapazitaet Ms (angenommen)

2. Raum - Regenerator

1	73.	mm	Durchmesser aussen/Querschnittsflaechen
2	0.0	mm	Durchmesser innen
3	34.	mm	Matrixlaenge
4	8	(-)	Anzahl Einheiten
5	36.	um	Drahtdurchmesser
6	0.62	(-)	Matrixporositaet
7	127.	um	Maschenweite (Mitte-Mitte)
8	3.69	J/cm ³ K	Waermekapazitaet/Volumen
9	21.	W/mK	Waermeleitfaehigkeit des reinen Matrixmaterials
10	0.0	(-)	nicht wirksamer Anteil der theor. Austauschflaechen
11	1.1	W/K	Waermeleitung Wand pro Einheit

3. Raum - Heisser Waermetauscher(Rohrbuendel)

1	88	(-)	Rohrzahl
2	462.	mm	Rohrlaenge
3	4.0	mm	Innendurchmesser
4	8.0	mm	Aussendurchmesser (geschaetzt)
5	23.	W/mK	Waermeleitfaehigkeit von VA (angenommen)
6	1.0E6	W/m ² K	Waereuebergangskoeffizient aussen Mitte (Twand gegeben)
7	1.0E6	W/m ² K	Waereuebergangskoeffizient aussen Rand (Twand gegeben)
8	3.7	J/cm ³ K	volumenspez. Waermekapazitaet VA (angenommen)

4. Raum - Heisser Zylinderraum

1	870.6	cm ³	Kolbendurchm./Querschnitt/Hubvolumen(Stangend.0)
2	28.4	cm ³	Resthub/Totvolumen (Totraumverteilung geschaetzt)
3	0.	mm	Kolbenstangendurchmesser/Querschnitt/Q.-anteil
4	-2	(-)	Hubfunktion-Nr. (abh. v. Getriebe-UP)
5	0.5	mm	Kolbenspalt-Weite
6	120.	mm	Kolbenspaltlaenge bis Dichtung
7	20.	mm	Wandstaerke Zylinderwand
8	20.	W/mK	Waermeleitfaehigkeit Zylinderwand
9	3.7	J/cm ³ K	volumenspez. Waermekapazitaet VA (angenommen)
10	1.2	(-)	Verh. Stirnflaechen zu $\pi \cdot d^2/4$

Table A4-5: Berechnete integrale Ergebnisgrößen für die Vuilleumier – Wärmepumpe

($p = 100 \text{ bar}$, $n = 400 \text{ min}^{-1}$, $T_k = 0^\circ\text{C}$, $T_w = 40^\circ\text{C}$, $T_h = 500^\circ\text{C}$)

Berechnungsdaten Vuilleumier-Wärmepumpe

Variationsf.: kprop.d
 Datenfile: vindexp.d
 Steuerfile: vmstr.d
 Zykl.Datenf.iso.:
 Zykl.Datenf.pol.:
 Zykl.Datenf.real:

**** Ergebnisse der isothermen Rechnung ****

Netto- u. Pendelarbeit	[J]	-36.248	550.93
Druckmittel/-min./-max.	[bar]	100.00	95.867
117.91	deg		104.31
175.13	g		
55.077	cm3		
34.777	deg		
-241.65	W		
400.00	rpm		
		Gesamt volumenaenderung	
		Phasenwinkel Ges.volumen	
		Netto-Leistung	
		Soll-/Start-Drehzahl	

Gasraum Nr./Typ:	0/12	1/22	2/32	3/22	4/12	5/12	6/22	7/32	8/22	9/12
Temperaturen [°C]	0.	0.	19.54	40.00	40.00	40.00	40.00	216.7	450.0	450.0
Nettovolumen [cm3]	111.7	162.5	664.6	160.9	158.1	274.2	169.1	818.6	221.1	45.96
Nettoarbeiten [J]	356.3	0.	0.	0.	-329.8	-146.2	0.	0.	0.	156.0
Pendelarbeiten [J]	-347.7	-137.2	-561.2	-135.9	-374.4	-425.5	-142.8	-691.2	-186.7	-256.3
Masseminimum [g]	2.006	2.746	10.48	2.371	2.381	4.373	2.492	7.712	1.411	2947
Winkel Mas.min [deg]	179.2	62.09	62.09	62.09	1.163	271.4	62.09	62.09	62.09	89.80
Massemaximum [g]	12.45	2.988	11.40	2.580	11.32	11.05	2.711	8.391	1.535	3.792
Winkel Mas.max [deg]	354.8	242.1	242.1	242.1	185.3	93.89	242.1	242.1	242.1	267.6

Hubvolumen Nr. 0 4 5 9

Wärmestrom [kW]	2.375	-2.199	-0.9747	1.040
Netto-Pendel (-)	1.025	8810	3436	6085
Hubvolumen [cm3]	608.2	563.0	471.2	502.7
Phasenwinkel [deg]	.0000	-180.0	-90.00	90.00

Gasraum Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Massenstrom [g/s]	-227.4	-225.3	-218.3	-216.9	-52.45	-91.67	-87.38	-74.32	-71.98
bei Wellenwinkel [deg]	265.1	263.9	259.5	258.5	203.9	348.1	349.2	353.3	354.2
Massenstrommax. [g/s]	210.6	208.5	201.5	200.1	49.22	94.44	90.14	77.09	74.75
bei Wellenwinkel [deg]	89.21	87.90	82.62	81.39	17.58	177.2	178.1	182.0	182.8
Massenamplitude [g]	10.45	10.35	10.01	9.945	2.424	4.436	4.231	3.609	3.497
Regenerierte W. [J]	0.	1075.	1040.	0.	0.	0.	4504.	3842.	0.

**** Ergebnisse der polytropen Rechnung ****

Netto- und Pendelarbeit [J]	-44.828	8.3996							
Druckmittel/-min./-max. [bar]	100.00	94.790	105.27						
175.11	Gasmasse								
55.094	cm3								
-298.84	W								
-173.18	W								
399.98	rpm								
-4.1346	Nm								
.54370	(-)								

Gasraum Nr./Typ:	0/12	1/22	2/32	3/22	4/12	5/12	6/22	7/32	8/22	9/12
Netto-waermen [J]	40.49	371.8	-0.0008	-439.9	-41.26	-14.53	-106.9	-0.0006	205.7	10.56
Pendelwaermen [J]	19.23	368.2	696.5	532.9	20.05	15.41	278.8	857.8	224.4	18.01
Waermestrome [kW]	.2699	2.479	.0000	-2.932	-.2750	-.0969	-.7128	.0000	1.372	.0704
Entstr. Waerme [W/K]	.9882	9.074	.0000	-9.364	-.8782	-.3094	-2.276	.0000	1.897	.0974
Entprod. WUE. [W/K]	.0281	.1291	0.	.1315	.0240	.0126	.0263	0.	.0202	.0058
Entprod. Verm. [W/K]	.0076	0.	0.	0.	.0105	.0105	0.	0.	0.	.0074

**** Ergebnisse der differentiellen Rechnung ****

Druckmittel/-min./-max. [bar]	100.00	94.720	105.33
175.18	Gasmasse		
-14.731	indizierte Leistung		
110.27	Bremsleistung		
400.09	Drehzahl		
.16306	relative Drehzahlschwankung		
2.6320	Drehmoment		

Gasraum Nr./Typ:	0/12	1/22	2/32	3/22	4/12	5/12	6/22	7/32	8/22	9/12
Netto-waermen [J]	24.62	156.6	-3100	-261.6	-33.22	44.44	-443.2	.7401	489.4	4.187
Nettow. strome [kW]	.1642	1.044	-.0021	-1.744	-.2215	.2963	-2.956	.0049	3.263	.0279
mittl. Belastung [kW]	.2722	2.027	26.98	2.433	.3326	.3176	2.956	89.50	3.263	.2463
Exergiev. WUE. [W]	6.148	33.55	122.6	39.27	6.281	8.611	80.71	391.4	28.20	1.692
Exergiev. WL. [W]	.8967	6.478	30.10	5.668	1.509	4.342	11.02	294.2	16.40	3.104
Exergiev. DrV. [W]	11.52	49.19	34.33	48.14	17.25	10.15	10.14	28.71	27.36	1.690
Entstr. Waerme [W/K]	.6010	3.822	-.0071	-5.570	-.7073	.9462	-9.438	.0095	4.512	.0386
char. Alpha [kW/m2K]	1.818	4.536	3.698	4.455	1.660	1.692	2.504	3.598	3.644	.9818
Entprod. WUE. [W/K]	.0210	.1145	.4182	.1339	.0214	.0294	.2753	1.335	.0962	.0058
Entprod. WL. [W/K]	.0031	.0221	.1027	.0193	.0051	.0148	.0376	1.003	.0559	.0106
Entprod. DrV. [W/K]	.0393	.1678	.1171	.1642	.0588	.0346	.0346	.0979	.0933	.0058
mittl. Gastemp. [°C]	-4.485	-2.593	19.42	42.70	45.18	45.24	47.29	207.5	431.7	438.7
max. Gasm. temp. [°C]	1.353	1.515	21.00	47.68	51.91	52.44	51.09	211.9	437.8	453.1
min. Gasm. temp. [°C]	-10.22	-6.906	18.04	37.97	38.14	38.27	44.45	203.2	424.2	422.7
Gasm. temp. ampl [K]	11.57	8.422	2.963	9.706	13.77	14.17	6.644	8.664	13.56	30.38

Schnittstelle Nr.:	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Entropid.Mischung [W/K]	.0021	.0191	.0141	.0030	.0001	.0125	.0717	.0235	.0100
Energiev.Mischung [W]	.6066	5.601	4.144	.8772	.0437	3.658	21.02	6.902	2.936
Massenstrommin. [g/s]	-254.7	-252.0	-241.1	-239.6	-48.47	-91.97	-85.81	-70.00	-67.88
Massenstrommax. [g/s]	230.3	228.0	216.5	214.3	46.32	101.6	96.58	76.95	73.25

Regeneratordaten:

Verlustbaemestrom [kW]	-1.429	-1.964
Regeneratorverlust [(-)]	.1397	.0539

**** Wirkungsgrade ****

$$\begin{aligned} \text{eta1 (i)} &:: -\frac{(Q3+Q4+Q5+Q6)}{(3W+Q8+Q9)} \Big/ \frac{(3W+Q8+Q9)}{(3W+Q8+Q9)} = (+3173.3) \Big/ (-725.0+1039.7) = 10.082 \\ \text{eta1 (p)} &:: -\frac{(Q3+Q4+Q5+Q6)}{(3W+Q8+Q9)} \Big/ \frac{(3W+Q8+Q9)}{(3W+Q8+Q9)} = (+4017.1) \Big/ (-519.5+1442.0) = 4.355 \\ \text{eta1 (r)} &:: -\frac{(Q3+Q4+Q5+Q6)}{(3W+Q8+Q9)} \Big/ \frac{(3W+Q8+Q9)}{(3W+Q8+Q9)} = (+4625.1) \Big/ (+330.8+3291.0) = 1.277 \\ \text{eta2 (i)} &:: -\frac{(Q3+Q4+Q5+Q6)}{(W+Q8+Q9)} \Big/ \frac{(W+Q8+Q9)}{(W+Q8+Q9)} = (+3173.3) \Big/ (-241.7+1039.7) = 3.976 \\ \text{eta2 (p)} &:: -\frac{(Q3+Q4+Q5+Q6)}{(W+Q8+Q9)} \Big/ \frac{(W+Q8+Q9)}{(W+Q8+Q9)} = (+4017.1) \Big/ (-173.2+1442.0) = 3.166 \\ \text{eta2 (r)} &:: -\frac{(Q3+Q4+Q5+Q6)}{(W+Q8+Q9)} \Big/ \frac{(W+Q8+Q9)}{(W+Q8+Q9)} = (+4625.1) \Big/ (+110.3+3291.0) = 1.360 \end{aligned}$$

rel.Energiebilanzfehler (p): .0000 (r):-.0039

zus. Verluste:	Waermeleitung	Stuette-Verlust	Enthalpie-Verlust
von Raum 9 nach Raum 5	178.4 W	144.1 W	102.7 W
von Raum 4 nach Raum 0	28.0 W	9.2 W	11.5 W

Wirkungsgrade mit zus. Verlusten

$$\begin{aligned} \text{eta1 (p)} &:: -\frac{(Q3+Q4+Q5+Q6)}{(3W+Q8+Q9)} \Big/ \frac{(3W+Q8+Q9)}{(3W+Q8+Q9)} = (+4393.5) \Big/ (-519.5+1867.1) = 3.260 \\ \text{eta1 (r)} &:: -\frac{(Q3+Q4+Q5+Q6)}{(3W+Q8+Q9)} \Big/ \frac{(3W+Q8+Q9)}{(3W+Q8+Q9)} = (+5001.5) \Big/ (+330.8+3716.1) = 1.236 \\ \text{eta2 (p)} &:: -\frac{(Q3+Q4+Q5+Q6)}{(W+Q8+Q9)} \Big/ \frac{(W+Q8+Q9)}{(W+Q8+Q9)} = (+4393.5) \Big/ (-173.2+1867.1) = 2.594 \\ \text{eta2 (r)} &:: -\frac{(Q3+Q4+Q5+Q6)}{(W+Q8+Q9)} \Big/ \frac{(W+Q8+Q9)}{(W+Q8+Q9)} = (+5001.5) \Big/ (+110.3+3716.1) = 1.307 \end{aligned}$$

A5 Meßergebnisse für die Vuilleumier - Wärmepumpe

Tabelle A5-1:

Indizierte und bilanzierte Wärmeströme, \dot{Q}_{ki} , \dot{Q}_{kw} , \dot{Q}_{wi} , \dot{Q}_{wh} , \dot{Q}_{hi} , \dot{Q}_{hf} , indizierte Leistung P_i , Bremsleistung P_{mech} und elektrische Motorleistung P_{el} sowie Leistungszahlen η und η_1 für alle an der Vuilleumier - Wärmepumpe durchgeführten Messungen

In mit * gekennzeichneten Zeilen wurde P_{el} nach Gl. 5.3-6 nachträglich berechnet.

Aufgrund von Meßfehlern nicht verwertbare Daten wurden durch **** ersetzt.

p bar	n Upm	Tk °C	Tw °C	Th °C	Qki		Qk		Qwi		Qw		Qhi		Qh		Pi		Pmech		Pel		eta	etal
					W	°C	W	°C	W	°C	W	°C	W	°C	W	°C	W	°C	W	°C	W	°C		
----- Erhitzer temperatur 500. °C -----																								
----- Abgeber temperatur 40. °C -----																								
100.	400.	10.	40.	500.	2793.7	1296.7	-4075.6	-5163.8	1310.3	3646.5	-28.4	186.5	220.6	1.42	*									
100.	400.	10.	40.	500.	2718.7	1293.9	-3976.5	-5118.3	1270.7	3673.4	-12.9	94.4	250.9	1.38	*									
100.	350.	10.	40.	500.	2461.8	1133.2	-3545.8	-4600.1	1158.6	3332.9	-74.6	73.7	134.1	1.39	*									
100.	300.	10.	40.	500.	2069.4	961.8	-2971.7	-4016.4	977.2	2953.7	-74.9	18.5	100.8	1.36	*									
100.	250.	10.	40.	500.	1751.1	760.5	-2504.0	-3511.9	840.0	2664.2	-87.0	-22.0	87.1	1.32	*									
100.	200.	10.	40.	500.	1365.3	576.2	-1943.0	-2950.7	663.4	2264.8	-85.6	-18.5	119.7	1.31	*									
100.	200.	10.	40.	500.	1376.3	587.4	-1958.0	-2970.4	668.7	2262.3	-87.0	-19.5	120.7	1.31	*									
100.	400.	5.	40.	500.	2700.4	1151.1	-4101.4	-5062.8	1394.6	3718.3	6.4	154.1	193.3	1.36	*									
100.	350.	5.	40.	500.	2397.1	1019.6	-3552.7	-4572.2	1229.8	3440.5	-74.1	46.7	112.1	1.33	*									
100.	300.	5.	40.	500.	2059.3	858.5	-3030.1	-3969.8	1034.0	3020.0	-63.2	6.2	91.3	1.31	*									
100.	250.	5.	40.	500.	1664.4	655.7	-2441.2	-3414.9	861.6	2661.5	-84.8	-15.5	97.7	1.29	*									
100.	250.	5.	40.	500.	1760.3	687.4	-2565.4	-3427.0	906.8	2646.4	-101.6	-14.2	93.1	1.28	*									
100.	200.	5.	40.	500.	1351.7	510.0	-1988.3	-2922.0	714.8	2289.7	-78.2	-12.4	122.3	1.28	*									
100.	500.	0.	40.	500.	3240.3	1190.7	-5202.6	-6166.1	1784.1	4532.0	178.2	****	443.4	1.36	****									
100.	400.	0.	40.	500.	2672.0	980.1	-4185.9	-5009.6	1485.8	3802.0	28.1	194.7	227.5	1.32	*									
100.	400.	0.	40.	500.	2649.4	984.2	-4123.5	-5002.3	1460.1	3876.4	13.9	81.9	141.7	1.29	*									
100.	350.	0.	40.	500.	2336.8	865.1	-3609.0	-4434.1	1309.5	3443.7	-37.3	62.8	125.3	1.27	*									
100.	300.	0.	40.	500.	2011.3	719.4	-3089.2	-3877.0	1150.3	3059.1	-72.5	15.4	98.4	1.25	*									
100.	250.	0.	40.	500.	1697.7	568.8	-2544.9	-3372.1	950.3	2703.1	****	-5.1	100.1	1.25	*									
100.	200.	0.	40.	500.	1328.3	395.3	-1994.0	-2851.8	748.3	2334.4	-82.6	-15.4	122.1	1.22	*									
100.	200.	0.	40.	500.	1367.6	411.8	-2049.4	-2871.1	777.3	2335.0	-95.5	-9.3	124.3	1.23	*									
100.	200.	0.	40.	500.	1365.5	404.3	-2037.8	-2882.2	766.5	2357.1	-94.3	-25.7	120.7	1.22	*									
100.	400.	-5.	40.	500.	2681.1	849.0	-4254.3	-4873.0	1576.3	3860.0	-3.1	119.0	164.0	1.26	*									
100.	350.	-5.	40.	500.	2346.3	720.9	-3668.7	-4351.9	1369.6	3530.2	-47.1	25.1	100.8	1.23	*									
100.	300.	-5.	40.	500.	2031.5	592.6	-3689.0	-4345.8	1399.9	3512.8	-42.4	34.1	101.9	1.24	*									
100.	300.	-5.	40.	500.	2028.0	592.6	-3151.0	-3838.6	1210.0	3162.0	-87.0	-7.7	84.0	1.21	*									
100.	250.	-5.	40.	500.	2035.5	603.4	-3138.9	-3818.6	1216.5	3129.8	****	-1.5	85.4	1.22	*									
100.	200.	-5.	40.	500.	1688.5	460.1	-2620.5	-3339.8	1019.2	2784.3	-87.3	-20.5	95.3	1.20	*									
100.	250.	-5.	40.	500.	1654.3	444.6	-2579.9	-3297.8	1003.1	2759.9	-77.5	-15.4	93.3	1.19	*									
100.	200.	-5.	40.	500.	1333.2	311.2	-2070.5	-2773.1	823.0	2342.9	-85.7	-18.5	119.1	1.18	*									
100.	200.	-5.	40.	500.	1329.3	319.3	-2059.7	-2823.9	816.3	2381.4	-85.9	-11.3	123.2	1.19	*									

100.	400.	-10.	40.	500.	2658.5	693.1	-4357.6	-4807.1	1691.8	3953.4	7.4	114.9	160.6	1.22	1.12 *
100.	400.	-10.	40.	500.	2692.7	636.6	-4348.5	-4864.6	1675.7	4088.4	-19.8	74.3	139.6	1.19	1.13
100.	400.	-10.	40.	500.	2587.7	647.9	-4310.8	-4799.8	1675.0	4017.0	48.2	78.0	134.9	1.19	1.13
100.	350.	-10.	40.	500.	2291.3	553.7	-3713.0	-4242.4	1440.9	3587.7	-19.2	25.2	101.0	1.18	1.16
100.	300.	-10.	40.	500.	1974.3	455.3	-3182.9	-3749.9	1270.9	3225.6	-62.4	-26.1	69.0	1.16	1.17
100.	300.	-10.	40.	500.	1990.0	437.9	-3209.5	-3734.9	1301.0	3222.7	-81.5	-20.1	74.3	1.16	1.17
100.	200.	-10.	40.	500.	1308.4	202.2	-2083.3	-2729.6	857.6	2401.8	-82.6	-17.5	125.7	1.14	1.15
100.	200.	-10.	40.	500.	1317.0	218.1	-2100.6	-2742.3	864.6	2403.4	-81.1	-22.5	120.7	1.14	1.15
100.	200.	-10.	40.	500.	1339.2	209.4	-2126.8	-2795.0	867.3	2466.3	-79.7	-23.7	119.3	1.13	1.14
90.	400.	10.	40.	500.	2453.3	1162.1	-3641.0	-4777.6	1174.5	3370.6	13.2	215.8	245.0	1.42	1.19 *
90.	350.	10.	40.	500.	2151.7	1012.3	-3159.9	-4267.7	1036.6	3102.2	-28.4	97.0	153.2	1.38	1.26 *
90.	300.	10.	40.	500.	1855.1	860.3	-2687.7	-3751.4	888.4	2783.0	-55.8	27.7	108.1	1.35	1.31 *
90.	250.	10.	40.	500.	1547.1	692.4	-2222.2	-3272.1	747.4	2470.4	-72.3	7.7	109.2	1.31	1.31 *
90.	200.	10.	40.	500.	1242.6	527.2	-1773.2	-2820.1	604.4	2160.9	-73.8	4.1	132.0	1.31	1.30 *
90.	400.	5.	40.	500.	2417.3	1032.0	-3680.2	-4651.6	1249.4	3464.1	13.6	108.9	155.5	1.34	1.23 *
90.	350.	5.	40.	500.	2095.7	886.8	-3174.0	-4176.3	1100.4	3179.3	-22.1	37.7	110.2	1.31	1.27 *
90.	350.	5.	40.	500.	2082.1	891.5	-3163.2	-4124.0	1110.5	3130.9	-29.5	34.4	101.6	1.32	1.28 *
90.	300.	5.	40.	500.	1800.3	732.6	-2683.2	-3670.9	944.2	2844.0	-61.2	12.3	94.3	1.29	1.27 *
90.	300.	5.	40.	500.	1816.7	755.0	-2710.9	-3657.5	949.3	2812.3	-55.1	4.6	90.2	1.30	1.29 *
90.	250.	5.	40.	500.	1530.8	604.0	-2259.1	-3181.8	804.8	2482.4	-76.4	-11.6	95.4	1.28	1.29 *
90.	200.	5.	40.	500.	1211.4	444.5	-1783.4	-2694.0	642.0	2125.4	-69.9	-10.3	124.1	1.27	1.27 *
90.	400.	0.	40.	500.	2375.2	886.4	-3723.2	-4634.9	1326.2	3576.0	21.7	133.2	172.5	1.30	1.17 *
90.	400.	0.	40.	500.	2406.2	888.6	-3749.6	-4506.4	1340.5	3441.7	2.9	133.6	176.1	1.31	1.17 *
90.	350.	0.	40.	500.	2090.2	748.6	-3232.7	-4090.1	1170.1	3222.6	-27.7	50.3	118.9	1.27	1.21 *
90.	350.	0.	40.	500.	2123.5	759.3	-3246.8	-4047.6	1178.7	3167.5	-55.4	57.5	120.9	1.28	1.21 *
90.	300.	0.	40.	500.	1791.9	636.7	-2755.6	-3578.0	1018.4	2850.9	-54.6	4.6	90.4	1.26	1.25 *
90.	300.	0.	40.	500.	1788.2	622.4	-2734.0	-3558.8	1009.1	2833.4	-63.2	21.6	103.2	1.26	1.24 *
90.	250.	0.	40.	500.	1505.4	494.7	-2290.6	-3121.3	851.9	2526.9	-66.6	-10.3	99.7	1.24	1.24 *
90.	250.	0.	40.	500.	1501.6	490.8	-2284.6	-3135.0	853.0	2550.4	-70.0	-12.9	93.8	1.23	1.23 *
90.	200.	0.	40.	500.	1206.7	353.0	-1822.9	-2676.4	688.0	2201.9	-71.8	-12.3	121.5	1.22	1.22 *
90.	200.	0.	40.	500.	1166.7	341.9	-1771.6	-2652.2	671.0	2182.0	-66.1	-3.1	128.3	1.22	1.22 *
90.	400.	-5.	40.	500.	2349.0	744.5	-3790.1	-4504.5	1416.2	3573.8	24.9	145.5	186.3	1.26	1.12 *
90.	350.	-5.	40.	500.	2085.1	642.3	-3301.8	-4008.4	1254.6	3248.2	-38.0	53.9	117.9	1.23	1.18 *
90.	300.	-5.	40.	500.	1789.4	521.7	-2823.0	-3510.8	1085.8	2895.5	-52.2	9.2	93.6	1.21	1.20 *
90.	250.	-5.	40.	500.	1498.2	405.2	-2337.3	-3078.6	910.7	2575.1	-71.6	-7.7	98.3	1.20	1.20 *
90.	200.	-5.	40.	500.	1188.0	272.5	-1848.1	-2628.5	730.4	2231.9	-70.3	-10.3	124.1	1.18	1.18 *
90.	400.	-10.	40.	500.	2357.6	603.2	-3862.6	-4431.6	1510.5	3662.7	-5.5	120.9	165.7	1.21	1.10 *
90.	350.	-10.	40.	500.	2073.8	509.0	-3375.0	-3931.3	1341.3	3317.6	-40.1	37.8	104.7	1.18	1.15 *
90.	300.	-10.	40.	500.	1784.4	405.7	-2865.6	-3460.9	1151.4	2966.3	-70.2	3.1	88.9	1.17	1.16 *
90.	250.	-10.	40.	500.	1485.4	306.7	-2369.5	-3030.3	963.0	2628.5	-79.0	-12.8	95.2	1.15	1.16 *
90.	200.	-10.	40.	500.	1187.4	188.5	-1895.4	-2573.6	782.7	2264.2	-74.7	-15.4	121.0	1.14	1.14 *
70.	400.	10.	40.	500.	1879.7	875.4	-2805.1	-3928.3	899.7	2873.3	25.6	133.6	179.7	1.37	1.20
70.	300.	10.	40.	500.	1429.4	633.8	-2081.5	-3096.4	690.6	2353.9	-38.5	20.2	108.7	1.32	1.28
70.	200.	10.	40.	500.	931.1	374.6	-1344.7	-2357.8	460.4	1864.7	-46.7	1.0	118.5	1.26	1.26
70.	400.	5.	40.	500.	1845.1	785.7	-2841.7	-3909.7	965.6	2951.7	31.0	129.5	172.3	1.32	1.17
70.	300.	5.	40.	500.	1397.1	555.9	-2102.4	-3055.9	739.7	2393.9	-34.5	20.0	106.1	1.28	1.25
70.	200.	5.	40.	500.	924.1	313.1	-1370.3	-2303.7	494.8	1876.7	-48.5	-1.0	113.9	1.23	1.23

70.	400.	0.	40.	500.	1819.2	658.5	-2890.5	-3827.9	1036.8	2983.0	34.5	151.5	186.3	1.28	1.11
70.	400.	0.	40.	500.	1862.4	673.2	-2918.7	-3801.3	1042.2	2926.3	14.1	164.2	201.8	1.30	1.11
70.	350.	0.	40.	500.	1619.8	569.4	-2511.2	-3393.3	907.6	2684.0	-16.2	80.7	139.9	1.26	1.16
70.	300.	0.	40.	500.	1384.3	447.5	-2133.6	-3017.7	783.3	2459.1	-33.9	26.2	111.1	1.23	1.19
70.	300.	0.	40.	500.	1384.3	465.0	-2145.1	-2983.7	790.8	2408.2	-30.0	30.8	110.5	1.24	1.19
70.	250.	0.	40.	500.	1146.4	350.5	-1765.3	-2628.5	663.3	2165.2	-44.4	12.8	112.9	1.21	1.19
70.	200.	0.	40.	500.	916.0	232.3	-1396.3	-2289.2	529.3	1932.2	-49.0	1.0	124.7	1.18	1.18
70.	200.	0.	40.	500.	905.8	241.5	-1391.5	-2245.1	531.8	1868.1	-46.2	8.1	135.5	1.20	1.18
70.	400.	-5.	40.	500.	1817.5	539.2	-2960.3	-3756.0	1108.8	3029.8	34.1	147.8	187.0	1.24	1.08
70.	300.	-5.	40.	500.	1379.2	360.0	-2192.6	-2957.1	844.9	2488.0	-31.6	21.7	109.0	1.19	1.16
70.	200.	-5.	40.	500.	904.1	162.0	-1419.3	-2227.9	563.5	1946.1	-48.3	2.0	119.8	1.14	1.14
70.	400.	-10.	40.	500.	1804.4	425.5	-3010.8	-3679.3	1175.9	3086.1	30.6	121.2	167.7	1.19	1.07
70.	300.	-10.	40.	500.	1380.4	264.0	-2242.8	-2881.4	904.5	2517.5	-42.1	13.9	99.9	1.14	1.13
70.	200.	-10.	40.	500.	1319.6	88.6	-2115.0	-2174.9	877.9	1980.8	-82.5	*****	105.5	1.10	****
50.	400.	10.	40.	500.	1306.8	590.1	-1978.8	-3109.8	628.5	2300.0	43.5	186.5	219.8	1.35	1.09
50.	400.	10.	40.	500.	1355.6	606.7	-2003.8	-3024.0	631.0	2235.2	17.1	145.5	182.0	1.35	1.13
50.	400.	10.	40.	500.	1319.9	601.2	-1990.1	-3088.9	626.2	2307.2	44.0	137.3	180.6	1.34	1.14
50.	300.	10.	40.	500.	987.3	420.8	-1468.6	-2510.1	488.3	1956.0	-7.0	54.0	133.3	1.28	1.19
50.	300.	10.	40.	500.	989.9	422.8	-1464.4	-2460.0	481.9	1915.8	-7.4	43.2	121.4	1.28	1.20
50.	300.	10.	40.	500.	994.1	431.0	-1472.6	-2488.8	487.4	1941.8	-8.9	40.2	116.1	1.28	1.21
50.	200.	10.	40.	500.	565.7	233.3	-827.6	-1944.9	284.5	1599.7	-22.6	****	111.9	1.22	****
50.	200.	10.	40.	500.	646.2	228.2	-943.8	-1917.0	322.4	1565.4	-24.7	14.4	123.5	1.22	1.19
50.	200.	10.	40.	500.	665.1	242.6	-964.6	-1941.1	327.5	1580.4	-28.1	15.4	118.1	1.23	1.19
50.	400.	5.	40.	500.	1306.8	503.7	-2026.3	-3079.9	678.0	2348.0	41.5	202.9	228.3	1.31	1.04
50.	300.	5.	40.	500.	975.2	348.2	-1492.3	-2463.7	524.8	1980.5	-7.6	55.6	135.0	1.24	1.15
50.	200.	5.	40.	500.	650.3	177.1	-976.4	-1911.3	353.3	1609.7	-27.3	13.4	124.5	1.19	1.16
50.	400.	0.	40.	500.	1289.0	420.8	-2062.2	-2953.2	723.7	2325.4	49.5	170.1	207.0	1.27	1.04
50.	400.	0.	40.	500.	1280.2	416.4	-2055.2	-2989.4	724.7	2371.2	50.3	161.9	201.8	1.26	1.05
50.	300.	0.	40.	500.	1022.1	277.7	-1514.8	-2409.0	560.1	2000.2	-67.4	55.4	131.1	1.20	1.11
50.	200.	0.	40.	500.	643.9	119.5	-990.3	-1873.1	378.5	1628.6	-32.1	16.4	125.0	1.15	1.12
50.	200.	0.	40.	500.	638.0	102.2	-988.9	-1874.5	377.6	1644.5	-26.8	9.3	127.8	1.14	1.12
50.	400.	-5.	40.	500.	1289.1	330.4	-2100.3	-2919.0	777.6	2390.9	33.6	162.4	197.7	1.22	1.01
50.	300.	-5.	40.	500.	987.9	203.4	-1542.7	-2375.3	590.8	2043.9	-36.0	44.7	128.0	1.16	1.09
50.	200.	-5.	40.	500.	633.0	65.6	-1006.9	-1857.9	403.2	1666.2	-29.3	14.3	126.1	1.12	1.09
50.	400.	-10.	40.	500.	1289.9	243.6	-2147.1	-2889.4	834.8	2451.7	22.4	151.9	194.1	1.18	.99
50.	350.	-10.	40.	500.	1146.3	190.9	-1888.6	-2620.8	749.5	2281.6	-7.1	80.9	148.2	1.15	1.04
50.	300.	-10.	40.	500.	967.3	125.9	-1592.2	-2339.8	638.5	2090.7	-13.7	41.8	123.2	1.12	1.06
--- Abgabetemperatur 50. °C ---															
100.	400.	10.	50.	500.	2644.6	932.8	-4093.9	-4782.6	1450.9	3656.5	-1.6	154.1	193.3	1.31	1.16
100.	350.	10.	50.	500.	2292.8	810.6	-3526.9	-4241.5	1276.4	3314.3	-42.3	52.0	116.5	1.28	1.22
100.	300.	10.	50.	500.	1979.7	680.8	-2995.3	-3702.0	1098.4	3003.1	-82.9	*****	18.0	1.23	****
100.	250.	10.	50.	500.	1662.6	539.4	-2499.6	-3253.5	928.8	2620.6	-91.9	-14.1	93.6	1.24	1.25
100.	200.	10.	50.	500.	1325.7	389.0	-1988.7	-2734.8	750.4	2221.9	-87.5	-11.3	123.9	1.23	1.24

100.	400.	5.	50.	500.	2576.9	782.7	-4102.6	-4682.6	1519.7	3670.6	5.9	197.0	229.3	1.28	1.10
100.	350.	5.	50.	500.	2793.7	691.9	-4356.5	-4151.2	1620.4	3347.9	-57.6	*****	111.4	1.24	***
100.	350.	5.	50.	500.	2282.6	682.0	-3603.9	-4163.5	1361.5	3359.2	-40.2	59.4	122.3	1.24	1.18
100.	300.	5.	50.	500.	1963.1	567.5	-3058.4	-3669.1	1173.8	3010.3	-78.4	6.2	91.3	1.22	1.21
100.	250.	5.	50.	500.	1630.4	441.7	-2509.2	-3150.1	981.7	2606.9	-102.9	-5.1	101.5	1.21	1.21
100.	200.	5.	50.	500.	1301.8	305.8	-2008.5	-2723.9	796.2	2297.1	-89.5	-15.4	121.0	1.19	1.19
100.	400.	0.	50.	500.	2582.9	653.9	-4209.6	-4602.6	1626.2	3776.1	.4	129.5	172.7	1.22	1.11
100.	350.	0.	50.	500.	2248.8	550.1	-3638.2	-4050.6	1426.9	3391.2	-37.5	43.0	109.2	1.19	1.15
100.	300.	0.	50.	500.	1940.6	424.4	-3088.8	-3559.7	1236.7	3042.2	-88.4	.0	93.1	1.17	1.17
100.	300.	0.	50.	500.	1928.3	450.3	-3110.0	-3613.2	1239.4	3077.5	-57.6	-1.5	85.4	1.17	1.17
100.	250.	0.	50.	500.	1607.0	332.1	-2580.0	-3113.3	1046.8	2690.0	-73.8	-16.8	91.3	1.16	1.16
100.	200.	0.	50.	500.	1290.8	217.7	-2042.5	-2642.0	840.5	2303.6	-88.8	-17.4	120.7	1.15	1.15
100.	400.	-5.	50.	500.	2565.8	499.0	-4333.6	-4536.0	1751.6	3873.0	16.2	119.0	164.0	1.17	1.07
100.	350.	-5.	50.	500.	2253.5	423.1	-3728.2	-3982.7	1548.6	3468.0	-73.9	21.6	91.6	1.15	1.13
100.	300.	-5.	50.	500.	2153.6	329.9	-3517.4	-3503.3	1467.5	3260.2	-103.8	*****	-86.8	1.07	***
100.	250.	-5.	50.	500.	1603.1	227.9	-2619.1	-3037.2	1100.7	2721.8	-84.7	-23.1	87.5	1.12	1.12
100.	200.	-5.	50.	500.	1267.6	118.5	-2081.0	-2497.9	888.1	2261.9	-74.7	-23.5	117.5	1.10	1.11
100.	400.	-10.	50.	500.	2546.8	324.1	-4373.2	-4438.5	1822.9	3984.7	3.4	78.0	129.8	1.11	1.05
100.	350.	-10.	50.	500.	2229.3	243.5	-3791.5	-3906.1	1600.0	3558.4	-37.8	28.7	104.3	1.10	1.07
100.	350.	-10.	50.	500.	2258.2	256.1	-3784.6	-3928.2	1619.4	3597.0	-93.0	1.8	75.1	1.09	1.09
100.	300.	-10.	50.	500.	1926.0	180.5	-3241.7	-3385.3	1389.2	3136.4	-73.5	-23.1	68.4	1.08	1.09
100.	250.	-10.	50.	500.	1419.8	106.6	-2382.2	-2987.5	1043.8	2745.1	-81.4	-29.8	135.8	1.09	1.05

—— Erhitztemperatur 400. °C ——

—— Abgabetemperatur 40. °C ——

100.	400.	10.	40.	400.	2340.6	974.2	-3581.9	-4338.3	1197.8	3118.4	43.5	232.2	245.7	1.39	1.14
100.	300.	10.	40.	400.	1750.4	717.7	-2612.7	-3377.3	914.7	2539.7	-52.3	35.5	119.9	1.33	1.28
100.	200.	10.	40.	400.	1174.0	424.8	-1738.5	-2435.1	629.7	1883.8	-65.2	.0	126.5	1.29	1.29
100.	400.	5.	40.	400.	2340.7	842.6	-3654.9	-4286.1	1289.0	3215.6	25.1	209.4	227.9	1.33	1.12
100.	300.	5.	40.	400.	1723.8	602.1	-2650.5	-3300.3	976.5	2578.1	-49.7	36.9	120.1	1.28	1.23
100.	200.	5.	40.	400.	1158.1	338.2	-1763.2	-2392.6	671.4	1924.2	-66.3	2.1	130.2	1.24	1.24
100.	400.	0.	40.	400.	2309.4	693.1	-3742.9	-4192.1	1389.8	3268.3	43.7	215.2	230.7	1.28	1.07
100.	300.	0.	40.	400.	1433.9	477.5	-2279.8	-3200.6	884.0	2609.2	-38.1	*****	113.9	1.23	***
100.	200.	0.	40.	400.	1132.1	244.5	-1786.6	-2338.6	716.5	1970.4	-62.0	-1.0	123.7	1.19	1.19
100.	400.	-5.	40.	400.	2227.5	535.5	-3733.9	-4106.6	1452.9	3342.5	53.5	211.1	228.6	1.23	1.03
100.	300.	-5.	40.	400.	1698.8	360.6	-2788.0	-3164.0	1120.3	2696.4	-31.1	20.0	107.0	1.17	1.15
100.	200.	-5.	40.	400.	1135.3	158.1	-1840.2	-2293.7	771.7	2010.8	-66.8	-3.1	124.7	1.14	1.14
100.	400.	-10.	40.	400.	2226.6	373.2	-3847.6	-4120.7	1563.8	3507.4	57.2	217.6	240.0	1.17	.99
100.	300.	-10.	40.	400.	1702.4	236.8	-2882.1	-3127.7	1216.8	2779.8	-37.1	26.1	111.1	1.13	1.09