

ENDE, Marieke & BUCHHOLTZ, Nils
Hamburg

Zum Fehlerumgang bei mathematischen Spaziergängen und seinem Zusammenhang mit Einstellungen zum Lehren und Lernen von Mathematik

Der Kompetenz von Lehrkräften für einen geeigneten Fehlerumgang wird eine zentrale Bedeutung für mathematische Lernprozesse zugesprochen (Seifried & Wuttke 2010). Besonders relevant wird diese in Aufgabensettings, die ein erhöhtes Fehlerrisiko bergen. Dazu gehört durch nötige Modellierungsaktivitäten auch das außerschulische Lernformat der mathematischen Spaziergänge, zu dem im Hinblick auf Kompetenzen von Lehrkräften und ihren Dispositionen bisher kaum Forschungsergebnisse vorliegen (Buchholtz 2024).

Forschungsdesign und Methodik

Im Rahmen der durchgeführten Studie analysierten 165 Lehramtsstudierende drei videographierte Fehlersituationen auf einem mathematischen Spaziergang zur Kreisgeometrie an einem Brunnen, indem sie offene Fragen zu ihrer Fehlerwahrnehmung, vermuteten Fehlerursachen sowie einem möglichen Fehlerumgang beantworteten (Buchholtz 2024). Diese Daten wurden mithilfe der qualitativen Inhaltsanalyse nach Kuckartz ausgewertet. Für den Fehlerumgang wurde neben den Umgangsstrategien auch codiert, inwiefern der Fokus auf dem Ergebnis oder der Aufarbeitung der Fehler liegt (ergebnisorientiert vs. prozessorientiert (Rach et al. 2012)). Zudem wurden die Einstellungen zum Lehren und Lernen mithilfe einer 6-stufigen Likert-Skala und den Items aus der Studie TEDS-M erhoben (Laschke & Blömeke 2014). Hier liegen quantitative Daten von 153 Personen vor. Der vorliegende Beitrag beschäftigt sich mit der Analyse von Zusammenhängen zwischen den offenen Antworten zum Fehlerumgang und den Einstellungen zum Lehren und Lernen auf Item-Ebene. Dafür wurden die beiden Datenquellen zunächst auf Auffälligkeiten im Antwortverhalten untersucht und im Anschluss in Beziehung zueinander gesetzt. In den offenen Antworten wurde nach auffälligen oder wiederkehrenden Beschreibungen gesucht, die inhaltliche Gemeinsamkeiten zu Einzelitems der Einstellungen aufweisen. In den quantitativen Daten stellen hohe bzw. niedrige Zustimmungen zu Einzelitems die betrachteten Auffälligkeiten dar. Als Referenzwert wurde hierbei der gerundete Mittelwert des jeweiligen Items über die gesamte Stichprobe herangezogen und bestimmt, welche Studierenden substanziell von diesem abwichen. Auf diese Weise wurden diejenigen Studierenden identifiziert, die im Verhältnis zu

In: L. Schick, M. Platz & A. Lambert (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2025.

58. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.

<https://doi.org/10.37626/GA9783959873307.0>

den anderen Teilnehmenden eine stärkere bzw. schwächere Zustimmung zum jeweiligen Item aufweisen.

Ergebnisse

In den Antworten zum Fehlerumgang haben sich verschiedene Auffälligkeiten gezeigt. So gab es 78 Personen, bei denen in mehreren Videosequenzen anstelle einer Aufarbeitung des Fehlers eher das Ergebnis im Vordergrund stand. Durch den Fokus auf das Ergebnis wurde dies als ein Indikator für eine hohe Zustimmung zum Item 1 *"Wenn Schüler*innen sich mit mathematischen Aufgaben befassen, ist das Ergebnis wichtiger als der Lösungsweg"* eingeschätzt. Zudem fiel auf, dass 49 Teilnehmende eine Lenkung hin zu einem exakten, formelbasierten Vorgehen vornahmen, wenn die Lernenden in den Videos andere Zugänge gewählt hatten (Umfangsbestimmung über die Schrittzahl oder Volumenbestimmung über das Ausschlussverfahren von gegebenen Antwortmöglichkeiten). Durch den Bezug zu exakten bzw. alternativen Verfahren kann dies auf eine hohe Zustimmung zu den Items 2 und 3 *"Man muss Schüler*innen exakte Verfahren beibringen, damit sie mathematische Probleme lösen können"* und *"Nicht-standardisierte Verfahren sollten vermieden werden, weil sie das Erlernen des richtigen Verfahrens beeinträchtigen können"* hindeuten. In 26 Antworten wurde zudem eine stark unterstützende Lösungsfindung bzw. Fehlerbearbeitung beschrieben, was als Indiz für eine niedrige Zustimmung zum Item 4 *"Schüler*innen können durchaus auch ohne Hilfe der Lehrperson Lösungswege für mathematische Aufgaben finden"* angesehen werden kann. Die jeweiligen Mittelwerte der Items und Referenzwerte für eine hohe bzw. niedrige Zustimmung sind in Tabelle 1 dargestellt. Da die gesamte Stichprobe transmissionsorientierte Items eher ablehnt (Mittelwert 2,4) und eine hohe Zustimmung zu konstruktivistischen Items aufweist (Mittelwert 5), sind bei ersteren Werte über und bei letzteren Werte unter dem Referenzwert interessant.

Tabelle 1: Referenzwerte für eine hohe bzw. niedrige Zustimmung in den Einzelitems

<i>Skala</i>	<i>Transmission</i>			<i>Konstruktion</i>
<i>Item</i>	Item 1: Ergebnis	Item 2: Exakte Verfahren	Item 3: Nicht- standardisierte Verfahren	Item 4: Eigenständige Lösungsfindung
<i>Mittelwert</i>	2	3,5	2,7	4,9
<i>Hohe bzw. niedrige Werte</i>	≥ 3	≥ 5	≥ 4	≤ 4

Im Abgleich der beiden Datenquellen stellte sich heraus, dass 89 Studierende (58,2%) keine Übereinstimmungen zwischen qualitativen und quantitativen Daten aufwiesen. Bei 15 Teilnehmenden (9,8%) konnten dagegen vollständige Übereinstimmungen festgestellt werden. Die folgenden Fallbeispiele sollen die unterschiedlich starken Übereinstimmungen veranschaulichen.

Fall #87:

Umfang: *"Ich hätte vielleicht einmal erklärt, warum ihr Ansatz nicht funktionieren kann und hätte ihnen beim Berechnen oder Messen des Radius geholfen"* (#87)

Flächeninhalt: *"[Ich] würde den Radius versuchen mit ihnen heraus zu bekommen, um ihnen die Aufgabe leichter zu machen."* (#87)

Im Zitat zur Umfangsermittlung wird zunächst die Unangemessenheit der Schrittstrategie erklärt und anschließend ein exakteres Vorgehen mithilfe des Radius fokussiert, was als Indikator für eine Ablehnung nicht-standardisierter Verfahren betrachtet wurde. Im dazugehörigen Item 3 zeigte sich zudem eine hohe Zustimmung von 4. Darüber hinaus steht in den Antworten nicht die Aufarbeitung der Fehler im Fokus, da diese entweder nicht thematisiert oder direkt korrigiert werden, wodurch ein Indiz für eine Ergebnisorientierung vorliegt. Allerdings lag für das Item 1 keine hohe Zustimmung vor. Ebenso liefern die Antworten Indikatoren dafür, dass Lernende Aufgaben nicht ohne Unterstützung der Lehrkraft lösen können, da eine Betreuung bei einzelnen Rechenschritten und eine Erleichterung der Aufgabe erwähnt wird. Dies ließ sich jedoch nicht durch eine niedrige Zustimmung zu Item 4 bestätigen. Somit konnten hier nur geringe Zusammenhänge zwischen beiden Datenquellen gefunden werden.

Fall #112:

Flächeninhalt: *"Formeln klären [...], vorrechnen lassen und bei Fehlern sofort eingreifen um ein falsches Abspeichern zu verhindern"* (#112)

Hier wird durch das Beobachten der Rechnung und das sofortige Eingreifen bei Fehlern eine enge Betreuung der Lernenden sichtbar, was sich bei dieser Person auch in einer niedrigen Zustimmung von 2 zum Item der selbstständigen Lösungsfindung widerspiegelt. Hier liegen also für alle Auffälligkeiten Übereinstimmungen vor. Zudem lässt die Aussage, dass Fehler ein Risiko für falsches Abspeichern bergen, eine vermeidende Haltung gegenüber Fehlern vermuten, was mit den verwendeten Skalen aber nicht genauer untersucht werden konnte.

Fall #130:

Umfang: *"Ich würde den Schüler*innen erst einmal versuchen zu erklären, dass Schritte nicht die Maßeinheit sind, nach der gefragt wurde. [...] Dann würde ich ihnen verdeutlichen, dass man auch bei realen Konstruktionen das Maßband*

anlegen muss und den ermittelten Wert mit zwei und π multiplizieren muss, wie eben auch auf dem Papier." (#130)

Volumen: "Ich würde in diesem Fall ganz klar sagen, dass es sich nicht um Schätzaufgaben handelt und die Schüler*innen dazu ermutigen, sich erneut an Formeln und Werte heran zu trauen" (#130)

Diese Antworten liefern Indikatoren für eine Ablehnung von alternativen bzw. Bevorzugung von exakten Verfahren, da in beiden Antworten auf Formeln verwiesen und das Vorgehen der Lernenden korrigiert wird. Die Fehler werden nicht aufgearbeitet, sondern entweder nicht thematisiert oder direkt korrigiert, weshalb hier außerdem eine Ergebnisorientierung vorliegt. Darüber hinaus wird bei der Umfangsbestimmung das genaue Vorgehen vorgegeben, wodurch die Lösungsfindung nicht mehr eigenständig erfolgen kann. Während für die Ergebnisorientierung (Wert 3) und die eigenständige Lösungsfindung (Wert 4) Übereinstimmungen mit den Einstellungen gefunden werden konnten, traf dies für die Items zu den Verfahren nicht zu. Daher bestehen hier zum Teil Zusammenhänge zwischen den Datenquellen. Interessant ist hier die Aussage, dass der formelbasierte Lösungsweg auch im außerschulischen Kontext verwendet werden muss, obwohl durch die Arbeit am Objekt andere Zugänge möglich sind.

Anhand der hohen Anzahl an Studierenden ohne Übereinstimmungen wird deutlich, dass mit den verwendeten Skalen nur eher geringe Zusammenhänge zwischen dem Fehlerumgang auf mathematischen Spaziergängen und den Einstellungen ermittelt werden konnten. Daher kann es für zukünftige Forschungsprojekte in diesem Kontext sinnvoll sein, spezifischere Skalen zu entwickeln.

Literatur

- Buchholtz, N. (2024). Error Diagnostic Competencies of Pre-service Teachers in Relation to Students' Activities on Mathtrails. In H.-S. Siller, V. Geiger & G. Kaiser (Hrsg.), *International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling. Researching Mathematical Modelling Education in Disruptive Times* (S. 213–222). Springer Nature Switzerland. https://doi.org/10.1007/978-3-031-53322-8_16
- Laschke, C. & Blömeke, S. (Hrsg.). (2014). *Teacher education and development study: Learning to teach mathematics (TEDS-M 2008): Dokumentation der Erhebungsinstrumente*. Waxmann.
- Rach, S., Ufer, S. & Heinze, A. (2012). Lernen aus Fehlern im Mathematikunterricht - kognitive und affektive Effekte zweier Interventionsmaßnahmen. *Unterrichtswissenschaft*, 40(3), 213–234.
- Seifried, J. & Wuttke, E. (2010). Student errors: how teachers diagnose them and how they respond to them. *Empirical research in vocational education and training*, 2, 147–162. <https://doi.org/10.25656/01:8250>