

WIEHE, Katharina; BECKSCHULTE, Catharina & SCHUKAJLOW, Stanislaw  
Münster

## **Diagnosen von Lehramtsstudierenden zu Schülerlösungen von offenen Modellierungsaufgaben: Wie wichtig ist es, Annahmen zu treffen?**

*Offene Modellierungsprobleme sind zentral in der Mathematikdidaktik, da sie die Verknüpfung von Realität und Mathematik fördern. Charakteristisch ist das Fehlen lösungsrelevanter Informationen, die Lernende selbstständig ergänzen müssen. Bei der Bearbeitung solcher Aufgaben zeigen sich Schwierigkeiten, da es viele Lösungsmöglichkeiten gibt. Empirischen Studien zur Diagnose von Schülerlösungen zu offenen Modellierungsaufgaben fehlen. Diese Studie untersucht, welche Aspekte der Schülerlösungen zu offenen Modellierungsaufgaben von Lehramtsstudierenden a) positiv und b) negativ betont werden.*

### **Theoretischer Hintergrund**

Die Bearbeitung offener Modellierungsaufgaben erfordert, dass die Lernende die Offenheit des Problems identifizieren, die fehlenden lösungsrelevanten Größen identifizieren, (realistische) Annahmen für diese fehlenden Informationen treffen und diese Annahmen anschließend in das mathematische Modelle integrieren (Schukajlow et al., 2023). Ohne das Erkennen der Offenheit behandeln Lernende solche Probleme wie geschlossene, was zu unrealistischen Ergebnissen führen kann (Galbraith & Stillman, 2001). Annahmen lassen sich in situative und numerische Annahmen unterteilen, wobei letztere besonders anspruchsvoll sind, da sie oft realistische Überlegungen erfordern (Chang et al., 2020). Numerische Annahmen stellen besondere Herausforderungen dar, da sie realistisches Denken und Wissen erfordern (Chang et al., 2020). Es werden häufig ungenaue oder unrealistische Annahmen getroffen, wobei realistische Annahmen entscheidend für eine valide Lösung sind (Chang et al., 2020).

In der Lehrerbildung kommt der Diagnosekompetenz eine zentrale Rolle zu, da Lehrkräfte in der Lage sein müssen, Stärken und Schwächen der Lernenden anhand ihrer schriftlichen Arbeiten zu erkennen und zu bewerten. Vor allem bei Modellierungsaufgaben, die verschiedene Lösungsmöglichkeiten bieten, ist dies herausfordernd (Borromeo Ferri, 2022). Herausforderungen bestehen bei der Bewertung einfacher, fehlerfreier gegenüber komplexen Lösungen mit kleinen Fehlern (Borromeo Ferri, 2022). Lehrkräfte setzen unterschiedliche Schwerpunkte, z. B. auf Annahmen, abhängig von

In: L. Schick, M. Platz & A. Lambert (Hrsg.),  
Beiträge zum Mathematikunterricht 2025.

Inhalten und Lernzielen (Borromeo Ferri, 2022). Feedback für die Lernenden betont häufig positive Aspekte der Schülerlösungen (Cai et al., 2022).

## **Methodik**

Es wurde eine Interviewstudie mit 20 Mathematik-Lehramtsstudierende (13 Frauen, Durchschnittsalter 23,35 Jahre) durchgeführt, die freiwillig an der Studie teilnahmen. Vierzehn studierten das Lehramt für die Sekundarstufe II, sechs für die Sekundarstufe I. Es wurde untersucht, wie Lehramtsstudierende Schülerlösungen zu offenen Modellierungsproblemen beurteilen. Die Interviews wurden paarweise durchgeführt. Die Interviews (60–90 Minuten) bestanden aus einer Problemlösungs- und einer Beurteilungsphase. Die Teilnehmenden lösten vier offene Modellierungsprobleme und bewerteten anschließend Schülerlösungen, wobei sie ihre Urteile begründeten. Ein Beispielproblem, das „Promenadenproblem“, erforderte die Wahl des besten Weges für Max. Fehlende Informationen wie Max' Fahrgeschwindigkeit mussten erkannt und realistische Annahmen getroffen werden (z. B. 18 km/h entlang der Promenade und 11 km/h durch das Stadtzentrum). Basierend auf einem theoretischen Rahmen (Schukajlow et al., 2023) wurden vier typische Schülerlösungen entwickelt: (1) ohne Annahme, (2) mit Erkennen der Offenheit ohne das Treffen von Annahmen, (3) mit unrealistischer Annahme, (4) mit realistischer Annahme.

Zur Analyse, welche Aspekte der Schülerlösungen positiv oder negativ hervorgehoben wurden, wurde eine qualitative Inhaltsanalyse durchgeführt (Kuckartz & Rädiker, 2019). Interviewtranskripte wurden mit einer Interrater-Reliabilität von  $\kappa = .92$  (positive Betonungen) und  $\kappa = .89$  (negative Betonungen) codiert. Positive Betonungen umfassten Lob oder Zustimmung (z. B. „gut“, „interessant“), während negative Betonungen starke Ablehnung ausdrückten (z. B. „idiotisch“, „unterirdisch“). Ein Beispiel für eine positive Bewertung:

Lara: Ich finde es gut, dass der Schüler erkannt hat, dass es nicht nur ein mathematisches Problem ist, sondern in die reale Welt übertragen wurde.

Nach der deduktiven Codierung (positiv/negativ) wurden die hervorgehobenen Aspekte der Schülerlösungen induktiv analysiert.

## **Ergebnisse**

Die Ergebnisse der Analyse zeigen, dass Lehramtsstudierende das Treffen von Annahmen in Schülerlösungen positiv betonten, da dies als wichtiger Aspekt mathematischen Denkens angesehen wurde. Sie lobten die Berücksichtigung des Kontexts durch Annahmen, unabhängig davon, ob diese realistisch waren. Numerische Annahmen wurden positiv hervorgehoben, da sie

das Nachdenken und Bemühen der Lernenden verdeutlichten. Auch Annahmen in Textform, die keine exakten Werte festlegten, wurden als sinnvoll bewertet, ebenso wie grobe Schätzungen ohne konkrete Werte. Physikalische Ansätze, wie die Berechnungen über die Geschwindigkeitsgleichung beim Promenadenproblem, wurden als nicht erwartbar von den Lernenden angesehen und positiv betont. Lösungen ohne Annahmen wurden für ihre korrekte Mathematik gewürdigt, trotz fehlender Annahmen. Die strukturierte Darstellung der Lösungen und der Einsatz von Einheiten wurden ebenfalls positiv hervorgehoben.

Kritik äußerten die Lehramtsstudierenden an unrealistischen Annahmen, da diese den Kontext ignorierten. Fehlende Begründungen für numerische Annahmen oder deren fehlende Einbindung in die Realität wurden negativ bewertet. Die Lehramtsstudierenden erkannten nicht die Bedeutung von Annahmen bei offenen Modellierungsproblemen und bewerteten daher die numerischen Annahmen in den Schülerlösungen negativ. Textbasierte Annahmen wurden kritisiert, wenn sie ohne mathematische Grundlage oder Begründung formuliert waren. Schülerlösungen mit Zeichnungen, die Annahmen zeigten, aber keine Berechnungen mit den Annahmen enthielten, wurden ebenfalls negativ bewertet. Lösungen, die Offenheit nur oberflächlich durch eine Annahme im Antwortsatz behandelten, wurden als „bequem“ kritisiert.

## **Diskussion**

Die Ergebnisse zeigen, dass Lehramtsstudierende hauptsächlich numerische Annahmen betonten und Wert auf präzise und realistische Annahmen legten. Dies entspricht den normativen Erwartungen, die die Bedeutung solcher Annahmen hervorhebt (Chang et al., 2020). Eine einheitliche Einschätzung fehlte jedoch in der Bewertung unrealistischer Annahmen, was darauf hindeutet, dass die Studierenden hier noch unterschiedliche Vorstellungen darüber haben, welche Art von Annahmen akzeptabel ist. Annahmen in Textform wurden als positiv angesehen, da sie kontextualisiertes Denken zeigten, was die Bedeutung kontextspezifischen Denkens unterstreicht (Chang et al., 2020). Diese Annahmen wurden jedoch auch kritisiert, wenn sie ohne Begründung oder mathematische Überlegungen gemacht wurden. Insgesamt erhielten numerische Annahmen viel Aufmerksamkeit, was darauf hindeutet, dass Lehramtsstudierende vor allem die quantitativen Aspekte der Schülerlösungen betonten. Es wurde wie in einer vorherigen Studie festgestellt, dass Lehramtsstudierende tendenziell positive Aspekte in den Schülerlösungen betonten (Cai et al., 2022), wobei diese Betonungen je nach Lösungstyp und Kontext variierten. Dies weist auf eine Aufgabenabhängigkeit von den spezifischen offenen Modellierungsproblemen hin.

Ein neuartiges Ergebnis der Studie ist die Identifikation spezifischer Aspekte der Lösungen, die die Lehramtsstudierenden in ihren Urteilen hervorhoben. Es bedarf jedoch weiterer Forschung, um diese Ergebnisse zu validieren. Eine zukünftige Erweiterung der Untersuchung könnte dazu beitragen, Bewertungsstandards für offene Modellierungsaufgaben zu entwickeln, die neben numerischen auch situativen Annahmen berücksichtigen. Eine Einschränkung der Studie ist, dass die Stichprobe nur aus Studierenden einer deutschen Universität bestand. Zukünftige Studien sollten Urteile von Lehramtsstudierenden aus verschiedenen Bildungskontexten und auch von Berufsschullehrkräften einbeziehen. Ein weiterer Kritikpunkt ist, dass nur vier Lösungen mit typischen Fehlern präsentiert wurden. Diese Studie trägt zur Theorie der Bewertung offener Modellierungsprobleme bei.

## Literatur

- Borromeo Ferri, R. (2022). Schriftliche Lösungen von Modellierungsaufgaben bewerten – eine explorative Studie mit Mathematiklehrkräften aus der Sekundarstufe [Assessing written solutions to modelling tasks - an exploratory study with mathematics teachers]. In N. Buchholtz, B. Schwarz, & K. Vorhölter (Eds.), *Research. Initiationen mathematikdidaktischer Forschung: Festschrift zum 70. Geburtstag von Gabriele Kaiser* (pp. 111–135). Springer Spektrum. [https://doi.org/10.1007/978-3-658-36766-4\\_6](https://doi.org/10.1007/978-3-658-36766-4_6)
- Cai, J., LaRochelle, R., Hwang, S., & Kaiser, G. (2022). Expert and preservice secondary teachers' competencies for noticing student thinking about modelling. *Educational Studies in Mathematics*, 109(2), 431–453. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10071-y>
- Chang, Y.-P., Krawitz, J., Schukajlow, S., & Yang, K.-L. (2020). Comparing German and Taiwanese secondary school students' knowledge in solving mathematical modelling tasks requiring their assumptions. *ZDM – Mathematics Education*, 52(1), 59–72. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01090-4>
- Galbraith, P., & Stillman, G. A. (2001). Assumptions and context: Pursuing their role in modelling activity. In J. Matos, W. Blum, K. Houston, & S. Carreira (Eds.), *Modelling and mathematics education, ICTMA 9: Applications in science and technology* (pp. 300–310). Horwood Publishing. <https://doi.org/10.1533/9780857099655.5.300>
- Kuckartz, U., & Rädiker, S. (2019). *Analyzing qualitative data with MAXQDA: Text, Audio, and Video*. Springer eBooks Social Sciences. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-15671-8>
- Schukajlow, S., Krawitz, J., Kanefke, J., Blum, W., & Rakoczy, K. (2023). Open modelling problems: cognitive barriers and instructional prompts. *Educational Studies in Mathematics*, 114, 417–438. <https://doi.org/10.1007/s10649-023-10265-6>